

TEKST NR 375

1999

**Begrundelser for
Matematikundervisningen i
den lærde skole hhv.
gymnasiet 1884-1914**

Henrik Andreassen

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postboks 260, DK-4000, Roskilde

Begrundelser for matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet 1884-1914.

Historie-speciale af Henrik Andreassen, cand.mag. i Historie og Matematik

IMFUFA-tekst nr. 375/99

100 sider

ISBN 0106-6242

Abstrakt:

Dette speciale handler om den offentlige debat om matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet i perioden 1884-1914. I specialet bliver det analyseret, hvilke begrundelser der blev fremsat offentligt for at undervise i matematik og hvilke interesser, der lå bag disse offentligt fremsatte begrundelser.

Kapitelstrukturen i specialet afspejler de hyppigst fremførte begrundelser for at give undervisning i matematik. Analysen af disse begrundelser viser, at den politiske og kulturelle baggrund hos debattørerne havde betydning for deres holdninger til faget matematik. På denne vis er det muligt at anskue den datidige debat om matematikundervisningen som en kulturkamp mellem konservative, kulturradikale og grundtvigske debattører.

Indhold

1. Indledning.....	2
2. Baggrund.....	13
3. Matematikkens betydning som støttefag.....	20
4. Begrundelser udfra særlige pædagogiske kvaliteter ved undervisningen i matematik.....	31
5. Begrundelser udfra matematikkens formalt dannende virkninger.....	42
6. Matematikkens betydning for karakteropdragelsen.....	51
7. Matematikkens betydning for almendannelsen.....	56
8. Matematikundervisning og videreuddannelse.....	65
9. Matematikken som sorteringsfag.....	74
10. Matematikken som en del af kulturen.....	84
11. Afslutning.....	91
Litteraturliste.....	95

1. Indledning

I herværende speciale vil jeg beskæftige mig med de forskellige opfattelser af værdien af matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet i perioden 1884-1914. Dette valg af specialeemne kræver en nærmere forklaring.

I årtierne forud for 1880erne var større kredse begyndt at vise interesse for matematik. I 1859 påbegyndtes udgivelsen af "Mathematisk Tidsskrift", og i 1873 stiftedes "Mathematisk Forening", der bl.a. havde til formål at arbejde for matematikkens udbredelse.¹ Den øgede interesse for matematik hang sammen med udbredelsen af kendskabet til ny teknologi. Uafhængigt af hvor fremskreden den industrielle udvikling var i Danmark, var det i 1870erne og 1880erne muligt at stifte bekendtskab med den tekniske verden gennem udstillinger og illustrerede blade.² Derudover mærkede de menige danskere også på en mere indirekte måde de nye tider. Samfundet blev i stigende grad præget af standardiseringer, og samtidig betød jernbanen og indførelsen af køreplanen en social organisation af en fuldstændig ny type.³ Denne udvikling betød, at teknologien også kom til at berøre folk på et følelsesmæssigt plan. Da matematikken var et af de fag, der blev anset for at stå bag den teknologiske udvikling, var der derfor lagt op til, at folk måtte forholde sig positivt eller negativt til denne videnskab.

Det var ikke kun den teknologiske udvikling, der lå bag de delte meninger om matematikken. Indenfor åndslivet tildelte positivisternes matematikken en høj status, hvilket bl.a. gav sig udslag i, at de betonedede værdien af at anvende matematiske beskrivelser indenfor en række fag. Anvendelsen af matematiske beskrivelser indenfor fag som psykologi og fysiologi var et ømtåleligt emne. Modstanderne af disse metoder fremførte bl.a., at det var et skridt på vejen mod at ophæve begreber som menneskets fri vilje, skyld og ansvar. På denne måde kunne udbredelsen af matematiske metoder opfattes som en trussel mod kristendommen.

I den lærde skole fik matematikken også en mere markant position. Med skoleloven fra 1871 blev der ved siden af den sprogligt-historiske retning oprettet en matematisk-naturvidenskabelig retning. Delingen indebar, at den lærde skoles undervisning ikke længere var et fælles grundlag for den del af samfundets fremtidige magthavere, der gik uddannelsesvejen. Dette var kontroversielt, og affødte diskussioner om værdien af de naturvidenskabelige fag samt matematik.

¹ Andersen og Bang (1983), s. 170-173.

² Busk-Jensen m.fl. (1985), s. 421.

³ Busk-Jensen m.fl. (1985), s. 410.

Af det ovenstående fremgår det, at matematikken, af forskellige årsager, var et emne, der kunne give anledning til diskussion i sidste halvdel af forrige århundrede. De delte meninger om værdien af matematik på dette tidspunkt gør det interessant at undersøge, hvordan der blev argumenteret for matematikundervisningen blandt tidens debattører. I forhold til en sådan undersøgelse er der flere forskellige trin fra datidens uddannelsessystem at vælge imellem. Når jeg i dette speciale har valgt at koncentrere mig om den lærde skole hhv. gymnasiet, hænger det for det første sammen med en overvejelse om, at en stor del af studenterne siden hen endte som embedsmænd eller på andre vigtige positioner i det danske samfund. Dette gør det vigtigt at undersøge den uddannelse, de modtog i den lærde skole hhv. gymnasiet. Mod denne overvejelse kan det indvendes, at noget tilsvarende kunne opnås ved at undersøge diskussionen af matematikundervisningen på Polyteknisk Lærestanstalt eller på Københavns Universitet. På dette trin i uddannelsessystemet havde de studerende imidlertid foretaget et afgørende valg i forhold til en fremtidig erhvervskarriere. Matematikundervisningen på dette trin handlede derfor i høj grad om at kvalificere de studerende til kommende jobfunktioner. I modsætning til dette var der flere aspekter forbundet med den lærde skoles matematikundervisning. Her modtog samtlige elever undervisning i matematik, om end i forskelligt omfang efter delingen i 1871. Det indebar, at debattørerne måtte bruge andre begrundelser for matematikundervisningen end hensynet til videreuddannelsen, da det kun var en del af eleverne, som siden hen kom til at læse matematik i større omfang. Udfra disse overvejelser er det også forventningen om at møde en større mangfoldighed af begrundelser, der gør, at jeg har valgt at koncentrere mig om matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet fremfor matematikundervisningen på de videregående uddannelsesinstitutioner.

Med hensyn til periodeafgrænsningen har jeg valgt 1884 som begyndelsesår, fordi filologen Søren L. Tuxen (1850-1919) dette år indledte en større polemik om bl.a. værdien af matematikundervisningen med bogen "Om Maal og Midler for den høiere Dannelse". Som slutår har jeg valgt 1914. Dette er gjort udfra en overvejelse om, at her begyndte første verdenskrig, som pga. den nye teknologiske anvendelse i krigsførelsen bidrog kraftigt til at ændre synet på videnskaben, og det er tænkeligt, at denne udvikling kom til at sætte sit præg på holdningerne til matematikundervisningen.

Perioden 1884-1914 strækker sig over 30 år. En periode af denne længde gør det muligt at konstatere ændringer i holdningen til matematikundervisningen. I den forbindelse kan det fremhæves, at der i perioden 1884-1914 skete en hastig teknologisk udvikling indenfor industrien. Denne udvikling betød, at ingeniørerne ikke længere kunne klare sig med praktiske færdigheder, men i stigende grad blev afhængige af de naturvidenskabeli-

ge fag samt matematik.⁴ Ved at behandle perioden 1884-1914 åbnes der derfor mulighed for at fastslå, om de ændrede krav til ingeniørernes færdigheder fik betydning for debatørernes holdninger til matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet. En anden vigtig grund til at lade undersøgelsen strække sig ind i det 20. århundrede er, at der i 1903 kom en ny skolelov. Denne skolelov satte de forskellige begrundelser for matematikundervisningen i et vigtigt perspektiv, idet den vidnede om, hvilke af begrundelserne der blev gjort til lov.

I forbindelse med diskussionen af matematikundervisningen er det vigtigt at skelne mellem på den ene side de argumenter, der fra forskellig side blev fremsat offentligt som begrundelser for matematikundervisningen, og på den anden side de interesser der lå bag disse begrundelser. Det bør undersøges, om der kunne tænkes at ligge f.eks. politiske overvejelser bag ønsket om at fremme en bestemt form for matematikundervisning. Denne tanke er nærliggende, når det var andre end matematiklærere, der udtalte sig om matematikundervisningen, eller når den politiske situation var anspændt som i midten af 1880'erne. Derudover er det, som tidligere antydnet, også tænkeligt, at hensynet til industriens behov eller ønsket om at beskytte visse kristne værdier havde betydning for holdningen til matematikfagets position i den lærde skole hhv. gymnasiet. Sådanne bagvedliggende interesser er det vigtigt at være opmærksom på, for at kunne sætte begrundelserne for matematikundervisningen ind i en historisk ramme. På denne baggrund har jeg valgt at arbejde med følgende problemformulering:

Hvilke begrundelser for at give matematikundervisning i den lærde skole hhv. gymnasiet blev i perioden 1884-1914 fremsat offentligt, og hvilke interesser kunne antages at ligge bag disse begrundelser?

Fremstillingens disposition

Indledningsvis vil jeg i kapitel 2 behandle de uddannelsespolitiske interesser hos de forskellige politiske og kulturelle grupperinger i det danske samfund. Hensigten med dette kapitel er at tilvejebringe et grundlag, for at kunne diskutere hvilke interesser, der lå bag de offentligt fremsatte begrundelser for matematikundervisningen, hvorefter jeg i de følgende kapitler vil undersøge disse begrundelser.

Til at begynde med vil jeg i kapitel 3 behandle en begrundelse for matematikundervisningen, hvor der blev lagt vægt på matematikkens funktion som støttefag for de naturvidenskabelige fag. Spørgsmålet om, hvilken forbindelse matematikken skulle have

⁴ Harnow (1998), s. 138.

til de naturvidenskabelige fag, var i høj grad med til at udløse diskussionen om den lærde skoles matematikundervisning i 1880'erne. Af denne grund har jeg valgt at behandle diskussionen om matematikkens funktion som støttefag tidligt i specialet.

Derefter vil jeg i de næste to kapitler behandle begrundelser, der gik ud på, at matematikfaget var velegnet i forhold til bestemte pædagogiske ideer. I kapitel 4 vil jeg behandle de begrundelser, hvor der blev lagt vægt på matematikkens kvaliteter i forhold til selve indlæringssituationen, mens jeg i kapitel 5 vil komme ind på, hvordan der blev argumenteret for matematikundervisningens betydning ved hjælp af teorien om formal dannelse.

I kapitel 4 og kapitel 5 behandles de forskellige debattørers opfattelse af matematikundervisningens betydning for udviklingen af elevernes selvstændighed, fantasi, "tænkeevne" mv. Der er derfor en vis forbindelse mellem begrundelserne i disse kapitler og begrundelserne i kapitel 6, hvor jeg undersøger opfattelserne af, hvilken betydning matematikundervisningen havde for karakteropdragelsen. Karakteren dækker her over sider af personligheden som vilje, følelse, temperament, værdiindstillinger, holdninger o.lign.

Kapitlerne 4-6 knytter an til kapitel 7, hvor jeg behandler matematikkens betydning for elevernes almindelse. Begrebet almindelse dækker over en menneskelig dygtiggørelse, ikke en faglig dygtighed. Det må bemærkes, at der lå forskellige betydninger i dette begreb, hvilket jeg vil komme ind på i kapitel 7. Her skal det blot konstateres, at min brug af begrebet dækker over viden og færdigheder, som var vigtige dels i forhold til hverdags- og privatlivet, dels i forhold til deltagelsen i samfundslivet og endelig i forhold til arbejdslivet. I forbindelse med arbejdslivet vil jeg lade almindelse svare til at være i besiddelse af viden og færdigheder, som der var brug for i de fleste stillinger.

Gennem omtalen af arbejdslivet i kapitel 7 peges der frem mod kapitel 8, hvor jeg vil behandle en begrundelse, der gik ud på, at der burde undervises i matematik af hensyn til studenternes videreuddannelse. Kapitel 8 peger herefter frem mod kapitel 9, hvor jeg vil undersøge om matematikken var tiltænkt en funktion som sorteringsfag.

I kapitel 10 vil jeg behandle en begrundelse, der gik ud på, at der burde undervises i matematik, fordi matematikken gennem historien havde udgjort, og stadig udgjorde, en betydningsfuld del af kulturen. Denne begrundelse blev især benyttet i højskoleregi, og derfor har jeg valgt at behandle den sidst i specialet, hvorved den kan bidrage til at sætte de tidligere behandlede begrundelser i perspektiv.

Sluttelig vil jeg i kapitel 11 sammenfatte og perspektivere iagttagelserne fra de foregående kapitler.

Primære kilder

En stor del af de primære kilder udgøres af tidsskriftsartikler. Disse artikler er hovedsageligt hentet i tidsskriftet "Vor Ungdom" samt i et tidsskrift om matematik, der gik under flere navne. Fra 1859 var bladets titel "Mathematisk Tidsskrift". Denne titel blev i 1865 ændret til "Tidsskrift for Matematik". I 1890 blev dette blad delt i to afdelinger, hvoraf "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afdeling A" særligt skulle behandle undervisningsspørgsmål, mens "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afdeling B" koncentrerede sig om selve matematikken.⁵ I 1919 ændrede "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" navn til "Matematisk Tidsskrift. A", hvilket holdt sig frem til 1952.

Da jeg beskæftiger mig med perioden 1884-1914, er langt de fleste af artiklerne hentet fra den udgave af bladet, der gik under titlen "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A". Indlæggene i dette blad kom fra såvel matematiklærere⁶ i den lærde skole hhv. mellem-skolen og gymnasiet som fra personer, der underviste i matematik på de videregående uddannelser. Disse indlæg var af temmelig forskellig karakter, idet de spændte fra løsninger af matematikopgaver og diskussion af tekniske detaljer i forbindelse med matematikundervisningen til de overordnede spørgsmål om matematikfagets placering i undervisningssystemet.

Da det var begrænset hvor mange indlæg, der tog udgangspunkt i de overordnede spørgsmål om matematikfagets placering i undervisningssystemet, har jeg benyttet flere forskellige typer af indlæg fra "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A". Jeg henviser f.eks. i flere tilfælde til anmeldelser af nye lærebøger i matematik. Her er det ofte muligt at konstatere bestemte holdninger til hhv. begrundelser af matematikundervisningen, og derfor er disse indlæg også brugbare i forhold til herværende speciale.

Med tiden kom der flere relevante indlæg i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A". Fra 1899, da matematiklæreren Viggo Trier (1862-1916) blev medredaktør af bladet, skete der en ændring, således at opgavestoffet blev nedtonet. Trier anførte i 1908, at mens opgavestoffet tidligere havde udgjort ca. 72% af en årgangs indhold, blev det efter hans tiltræden som medredaktør bragt ned på ca. 46%, hvorved blev der mere plads til at diskutere matematikfaget på et overordnet plan.⁷ Denne ændring benyttede Trier sig i høj grad af. Såvel gennem anmeldelser af nye lærebøger i matematik som gennem egentlige debatindlæg tog han ivrigt del i debatten i bladet.

⁵ Juel og Trier (1909), s.5.

⁶ Når en person i dette speciale omtales som "matematiklærer", uden at det bliver præciseret, på hvilket trin i uddannelsessystemet personen underviser, vil det fremover være underforstået, at der er tale om en matematiklærer fra den lærde skole hhv. gymnasiet.

⁷ Trier (1908), s.71.

De andre (med-)redaktører i perioden 1884-1914 var ikke særligt fremtrædende sammenlignet med Trier. Hans indsats må ses i lyset af, at han som matematiklærer havde en oplagt interesse i at forsøge at styrke matematikfagets position i skolen. Det er samtidig værd at bemærke, at Trier var medlem af det kulturradikale Studentersamfundet.⁸ Dette tilhørsforhold kan også bidrage til at forklare hans holdninger til matematikundervisningen.

Endelig må det bemærkes, at der ikke er noget, der tyder på, at Trier eller de andre redaktører øvede censur af tidsskriftet ud fra deres egne holdninger til matematikundervisningen. Det kan bl.a. fremhæves, at der var eksempler på temmelig forskellige holdninger til matematikundervisningen i tidsskriftet. Samtidig er det værd at lægge mærke til, at lærebogsforfattere i flere tilfælde fik lov til at kommentere Triers eller andres anmeldelser i skarpe vendinger.⁹

En del af de personer, som skrev i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A", skrev også i "Vor Ungdom". Ved at skrive i dette blad var det muligt at nå ud til et bredere sammensat publikum. At dømme efter indlæggene i bladet havde "Vor Ungdom" læsere fra samtlige grene af uddannelsesområdet; fra Højskolen til den lærde skole, fra folkeskolen til Universitetet og desuden fra debattører med forskellige politiske orienteringer. Det er værd at notere sig, at der var særligt mange indlæg fra matematikere i årene omkring 1903, hvor der kom en ny skolelov. Denne skolelov kan ses som en vigtig del af forklaringen på, hvorfor matematikerne i nogle tilfælde valgte at skrive i "Vor Ungdom" fremfor i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A".

Det var ikke kun matematikere, der skrev om matematikfaget i "Vor Ungdom". Mange skolefolk, uden en videregående uddannelse i matematik, diskuterede matematikfaget i forbindelse med overvejelser over andre af skolens fag. Når skolefolkene behandlede flere fag på en gang, gav det rig lejlighed til at konstatere, hvad det var, de anså for at være de særlige kvaliteter ved matematikfaget. Om disse indlæg må det videre bemærkes, at de var vigtige som vidnesbyrd om, hvordan matematikfaget blev opfattet udenfor matematikernes rækker. Dette er vigtigt, eftersom der var mange andre end matematikere, der havde interesse i matematikfaget.

Nogle af indlæggene i "Vor Ungdom" videreførte en polemik, som var påbegyndt i nogle artikler i tidsskriftet "Tilskueren", der karakteriserede sig selv som et "*Maanedsskrift for Literatur, Samfundsspørgsmaal og almenfattelige videnskabelige Skildringer*".¹⁰ En af deltagerne i polemikken, filologen Johan V. Pingel (1834-1919), forklarede

⁸ Heegaard (1916), s.3.

⁹ Se f.eks. O.A. Smith (1908), s.71.

¹⁰ Jfr. titelbladet.

senere, at polemikken var begyndt i "Tilskueren", fordi bladets redaktør, den senere statsminister Niels Neergaard (1854-1936), havde opfordret Pingel til at skrive et indlæg i bladet om filologen Tuxens bog "Om Maal og Midler for den høiere Dannelse" fra 1884. Neergaard havde, ifølge Pingel, begrundet opfordringen med, at der i samme blad ville være et indlæg fra den klassiske filolog J.L. Heiberg (1854-1928), som havde en anden holdning til den lærde skole end Pingel. Da polemikken senere blev videreført i "Vor Ungdom", var det, ifølge Pingel, fordi, dette blads redaktør, den kulturradikale pædagog og politiker Herman Trier (1845-1925), havde fået Pingel overbevist om, at en længere pædagogisk diskussion havde sin naturlige plads i det pædagogiske tidsskrift "Vor Ungdom".¹¹ Denne historie er baggrunden for, at der er nogle artikler fra "Tilskueren" blandt de primære kilder.

Udover ovennævnte bog af Tuxen er der også andre bøger blandt de primære kilder. Disse bøger havde alle en vis forbindelse til Tuxen og hans bog. I forordet til sin bog omtalte Tuxen Pingels bog "Om Hovedmanglerne ved den lærde Skole" fra 1878. Denne omtale må ses i sammenhæng med den opsigt, Pingels bog vakte, som følge af hans angreb på den lærde skole. I forhold til dette speciale vil Pingels bog blive brugt som kilde i forbindelse med kapitlet om de uddannelsespolitiske interesser hos de forskellige politiske og kulturelle grupperinger i det danske samfund. Tuxens bog og de øvrige bøger blandt de primære kilder er derimod kilder til datidens syn på matematikundervisningen. Dette gælder bl.a. filosofen Kristian Kromans (1846-1925) "Om Maal og Midler for den høiere Skoleundervisning" fra 1886. I dette værk forholdt Kroman sig i høj grad til Tuxens værk fra 1884, hvilket fik Tuxen til i 1886 at udsende bogen "Professor Kromans Forslag til en Skolereform" som et svar på Kromans værk. Et tredje værk fra Tuxen er "Gymnasieundervisningen" fra 1912. Dette værk er en vigtig kilde til at belyse udviklingen i Tuxens synspunkter.

Af andre primære kilder er bl.a. benyttet et indbydelsesskrift til eksamen ved Odense Katedralskole fra 1890. Det må bemærkes, at forfatterne til sådanne indbydelsesskrifter havde mulighed for at nå ud til en forholdsvis stor læserskare, idet der gjaldt en udvekslingsordning, således at alle de eksamensberettigede skoler modtog hinandens indbydelsesskrifter.¹² Derudover skal det nævnes, at der er et par primære kilder, som er blevet benyttet i mindre omfang i specialet. Det drejer sig for det første om en årgang af "Meddelelser angaaende de højere Almenskoler i Danmark", som blev udgivet efter foranstaltning af Undervisningsministeriet. Dernæst drejer det sig om værket "Der Mathematikunterricht in Dänemark" fra 1912. Dette værk var det danske bidrag til en under-

¹¹ Pingel (1884b), s.308-309.

¹² Nørr (1980), s.10.

søgelse af matematikundervisningen i "Den internationale Matematikundervisningskommission"s medlemslande.

I specialet suppleres de ovenfor nævnte kilder med forskellige statistiske oplysninger. Nogle af disse oplysninger er hentet i en artikel fra "Nationaløkonomisk Tidsskrift" årgang 1900, hvori en række sammenhænge mellem studenternes uddannelse og sociale baggrund blev belyst. Det er værd at bemærke at den statistiske undersøgelse, som lå til grund for artiklen, blev gennemført på initiativ af den konservativt orienterede Studenterforeningen, hvor der var bekymring over det "*bestaaende Misforhold*" mellem antallet af studerende og deres fremtidige erhvervsmuligheder.¹³ Undersøgelsens resultater blev i artiklen formidlet af den anerkendte statistiker Adolph Jensen (1866-1948). Andre statistiske oplysninger hentes bl.a. i Vigand Falbe-Hansen (1841-1932) og William Scharlings (1837-1911) "Danmarks Statistik" samt i nogle årgange af "Statistisk Aarbog".

Om de benyttede fremstillinger

Af de historiske fremstillinger, som er relevante i forhold til herværende speciale, er der ikke nogen, som behandler matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet i større omfang. I nogle af fremstillingerne omtales matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet i kortere passager, mens andre fremstillinger behandler matematikundervisningen i andre dele af uddannelsessystemet. I dette afsnit vil jeg komme ind på, hvordan nogle af de vigtigste fremstillinger er blevet benyttet i specialet. Samtidig vil jeg give nogle bud på, hvilke nye aspekter specialet kan tilføre til de anvendte fremstillinger.

En af de benyttede fremstillinger er doktorafhandlingen "Dannelse og demokrati" fra 1976. I dette værk behandler forfatteren, dr. pæd. Vagn Skovgaard-Petersen (født 1931), den politiske baggrund for skoleloven fra 1903. Med Skovgaard-Petersens kortlægning af de uddannelsespolitiske interesser hos de forskellige politiske grupperinger i tiden omkring århundredeskiftet har "Dannelse og demokrati" været anvendelig i store dele af specialet.

Matematikundervisningen fylder ikke meget i Skovgaard-Petersens værk, men det er værd at lægge mærke til, når han om "Studentersamfundets Aftenundervisning for Arbejdere" skriver, at her var "...undervisning i "*kontante*" fag som...matematik,..., men også i "*almendannende fag*"...".¹⁴ Gennem denne bemærkning signalerer Skovgaard-

¹³ Jensen (1900), s.401.

¹⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s.51.

Petersen, at han ikke anser matematik for at være et almindelig fag. Skovgaard-Petersens holdning er navnlig bemærkelsesværdig, fordi han samtidig nævner "Studentersamfundet". Denne forening var præget af kulturradikale, og som det senere vil fremgå, var der kulturradikale debattører, der lagde særlig vægt på at fremhæve, at matematikfaget var et almindelig fag.

En anden bog, der har Skovgaard-Petersen som forfatter, er "Kvalitetens vogter" fra 1998. Derudover har historikerne Harry Haue (født 1941) og Erik Nørr (født 1944) også bidraget med hver sit afsnit til bogen. Denne bog, der handler om statens tilsyn med gymnasieskolerne fra 1848 til 1998, er i herværende speciale især blevet anvendt i kapitlet om matematikkens funktion som sorteringsfag.

I Skovgaard-Petersens afsnit af "Kvalitetens vogter" fremkommer han med endnu en bemærkelsesværdig overvejelse om matematikdebatten fra slutningen af det 19. århundrede. Skovgaard-Petersen giver her udtryk for undren over et eksempel på, at matematikundervisningen blev begrundet med, at den kunne være udviklende for elevens selvstændighed.¹⁵ Til denne undren skal det først bemærkes, at der i eksemplet ikke tales om matematikundervisning i almindelighed, men om en bestemt måde at drive matematikundervisning på. Dernæst må det tilføjes, at der var flere eksempler på debattører, der benyttede ovennævnte begrundelse. Behandlingen af de forskellige debattørers syn på matematikkens betydning for elevernes selvstændighed hhv. almindelig dannelse er eksempler på, hvordan specialet kan bidrage med nogle kritiske aspekter til Skovgaard-Petersens skolehistoriske værker.

For at kunne belyse matematikfagets position i den lærde skole hhv. gymnasiet, har jeg også anvendt nogle fremstillinger, der omtaler matematikkens position på de videregående uddannelser. I bind 12 af værket "Københavns Universitet 1479-1979" fra 1983 behandler matematikeren Thøger Bang (1917-1997) nogle begrundelser for at studere matematik fra første halvdel af det 19. århundrede. Til gengæld bliver begrundelserne for faget ikke behandlet i forbindelse med gennemgangen af specialets periode. I stedet omtaler Bang en række matematikeres karriereløb. Da jeg i herværende speciale behandler flere universitetsmatematikeres holdninger til matematikken, kan specialet give en ny og vigtig synsvinkel på disse personers indsats.

På grund af matematikkens funktion som støttefag er det vigtigt at have kendskab til udviklingen i fysikfaget. I artiklen "Det længere perspektiv" fra 1987 behandler videnskabshistorikeren dr. phil. Olaf Pedersen (1920-1997) udviklingen i Universitetets fysikundervisning. Olaf Pedersen nåede at skrive adskillige videnskabshistoriske værker, og han var bl.a. styrelsesmedlem af den internationale union for videnskabshistorie. Der er

derfor grund til at lægge vægt på hans fremstilling af universitetets fysikundervisning, som bl.a. ansues i et internationalt perspektiv.

Ved siden af Universitetet var Polyteknisk Lærestalt også vigtig som aftager af studenter. I værket "Den danske ingeniørs historie 1850-1920" fra 1998 behandler historikeren ph.d. Henrik Harnow (født 1961) uddannelsen på Polyteknisk Lærestalt. Harnow fremfører i sit værk, at fag som matematik, fysik og kemi fra omkring 1890 blev en afgørende basis for ingeniørerne. Dette udsagn kunne godt have været uddybet med oplysninger om, hvilken type af matematik ingeniørerne havde brug for, samt hvilken betydning matematikken havde indenfor ingeniørernes forskellige arbejdsområder. Sådanne oplysninger ville have gjort det muligt at tegne et mere udførligt billede af sammenhængen mellem de erhvervsmæssige behov for matematisk kompetence hos studenterne og udviklingen i den lærde skole hhv. gymnasiet.

De samfundsmæssige behov for matematisk kompetence hos arbejdskraften behandles i "Matematikken i samfundet" fra 1973. Bogens forfattere, Else og Jens Høyrup (født 1945 hhv. 1943), havde på daværende tidspunkt begge en baggrund som matematikere. I bogen behandler Høyrup & Høyrup, hvordan samfundets magthavere gennem historien har udnyttet matematikken til at befæste deres magtposition. Om det danske gymnasium bliver det fremført, at matematikundervisningen her har tjent til at skabe specialister uden overblik. Dette synspunkt underbygges med nogle overvejelser om, at matematikken i gymnasiet er reduceret til et fag uden sammenhæng med den øvrige undervisning. Ifølge Høyrup & Høyrup kunne dette forhold ændres, hvis der blev lagt vægt på de kulturhistoriske sider af matematikken. De anfører, at muligheden for at lægge vægt på de kulturhistoriske aspekter af matematikken blev forringet for de sproglige studenter vedkommende ved en nedskæring i 1935, men ellers kommer Høyrup & Høyrup ikke nærmere ind på, hvilken betydning de kulturhistoriske aspekter af matematikken blev tillagt i forhold til undervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet. Dette bliver til gengæld behandlet i specialets kapitel 10. De opfattelser, der undersøges i dette kapitel, giver et vigtigt perspektiv på Høyrup & Høyrups bog.

I specialets kapitel 10 er bl.a. doktorafhandlingen "Poul la Cour, grundtvigianer, folkeoplyser og opfinder" fra 1985 blevet benyttet. I denne fremstilling behandler forfatteren dr. scient. H.C. Hansen (født 1947) brugen af den kulturhistoriske synsvinkel i Højskolens matematikundervisning. H.C. Hansen lægger vægt på at beskrive, hvordan denne form for matematikundervisning stemte overens med Højskolens normer for undervisning. I forhold til H.C. Hansens fremstilling tilføjer specialet nogle nye perspektiver; dels ved at sammenligne Højskolens matematikundervisning med den lærde skoles

¹⁵ Haue m.fl. (1998), s.193.

“ekspertkultur”, og dels ved at sammenligne højskolelæreren Poul la Cours (1846-1908) ideer om matematikundervisning med den kulturradikale filosof Kristian Kromans ideer. Den sidstnævnte sammenligning er relevant, da såvel la Cour som Kroman kunne siges at repræsentere en demokratisk form for matematikundervisning.

2. Baggrund

For at kunne forholde sig til, hvilke interesser der lå bag de offentligt fremsatte begrundelser for matematikundervisningen, er det nødvendigt at undersøge de uddannelsespolitiske interesser hos de forskellige politiske og kulturelle grupperinger i det danske samfund. En sådan undersøgelse vil derfor blive foretaget i herværende kapitel.

Indledningsvis vil jeg behandle partiet Højre, der sad inde med regeringsmagten frem til 1901. Højre hentede hovedsageligt sine tilhængere blandt byboerne, og samtidig havde en stor del af embedsstanden tilknytning til dette parti.¹ På denne baggrund havde Højre en naturlig interesse i den lærde skole. Filologen Johan V. Pingel, der underviste i den lærde skole, fremførte i 1878, at Højre

*“...støtter ganske vist den lærde Skole, men det er utvivlsomt mere af politiske Grunde, fordi man mener, at alle conservative Interesser ere nøie sammenvoxne, og at den lærde Skole er en ikke uvæsentlig Del af det store Bolværk, som skal dæmme for Demokratiets Bølger - mere af saadanne almindelig politiske Hensyn, at vort Højreparti tager den lærde Skole under sin Beskyttelse, end fordi det føler nogen dybere Sympati for den eller nærer nogen tillidsfuld Overbevisning om, at den løser sin store Opgave paa en virkelig tilfredsstillende Maade,...”*²

I forhold til denne udlægning af Højres forhold til den lærde skole bør der tages det forbehold, at Pingel støttede Venstre, der på det tidspunkt var Højres politiske hovedmodstander. Politiske modstandere kan dog også ramme plet med en karakteristik, så Pingels synspunkt fortjener at blive undersøgt nærmere. I den forbindelse må det først og fremmest bemærkes, at Højre havde en åbenlys interesse i at forhindre, at Venstre fik mulighed for at udnytte, at partiet havde størstedelen af befolkningen bag sig. Brugen af provisoriske love, som fra 1877 og op gennem 1880erne tillod Højre at regere udenom Folketingets flertal, er et klart eksempel på, hvordan dette lod sig gøre i praksis. Derudover markerede repræsentanter fra Højre deres modstand mod demokratiet ved at modstille demokrati og dannelse.³ Disse eksempler viser, at der var belæg for at karakterisere Højre som modstandere af demokrati. Modstillingen mellem demokrati og dannelse kan samtidig bidrage til at forklare, hvordan Højre kunne bruge den lærde skole som en del

¹ Skovgaard-Petersen (1976), s.229.

² Pingel (1878), s.5-6.

³ Stangerup (1946), s.14.

af et "*Bolværk*" mod demokratiet. På denne måde kunne der argumenteres for, at den lærde skole havde stor politisk betydning for Højre.

Som citeret i det ovenstående påstod Pingel, at det mere var af politiske hensyn, at Højre forsvarede den lærde skole, end fordi partiet troede på, at skolen løste sin opgave på tilfredsstillende vis. I forhold til denne påstand må det fremføres, at der også er argumenter for, at Højre-folkene havde grund til at være tilfredse med det grundlag, den lærde skole tilvejebragte i forhold til studenternes senere jobfunktioner som embedsmænd. For det første var det Højres ideal, at embedsstanden skulle være human. Denne egenskab blev angivelig tilvejebragt gennem de sprogligt-historiske fag, som havde en stærk position i den lærde skole. Betoningen af de sprogligt-historiske fags værdi var en vigtig del af baggrunden for, at Højre ønskede at ophæve tvedelingen af den lærde skole. Udover det humane karaktertræk var det Højres ideal, at embedsmændene skulle være begavede. Af denne grund mente Højre-folkene, at klager over overbebyrdelse blandt den lærde skoles elever burde tages som et udtryk for, at eleverne manglede de nødvendige evner.⁴ Undervisningen i den lærde skole skulle efter Højre-folkenes opfattelse ikke være lettilgængelig, og de mange elever, som forlod skolen uden eksamen, var et tegn på, at dette mål var nået.⁵ Sammenfattende kan der altså gøres visse indvendinger mod Pingels påstand. Hans udlægning af situationen må derfor nøjes med at stå som et vidnesbyrd om, hvordan en Venstre-støtte kunne opfatte Højres forhold til den lærde skole.

Udover at modarbejde Venstres ønsker om demokrati var det vigtigt for Højre at værne om statskirken. Det var derfor ubelejligt for Højre, da litteraturhistorikeren Georg Brandes (1842-1927) i begyndelsen af 1870'erne indledte sit angreb på borgerskabets form for dannelse. Brandes angreb bl.a. kristendommen, og hævdede, at begrebet "kristen videnskab" ikke eksisterede.⁶ I den åndelige partidannelse af kulturradikale, der opstod omkring Brandes, var man afvisende overfor en dualistisk spaltning mellem tro og viden.⁷ Baggrunden for denne holdning var påvirkningen fra positivismen, hvor det blev hævdet, at al erkendelse måtte begrænses til det positivt givne, det vil sige til den virkelighed, der kunne konstateres gennem erfaringerne.⁸ Det må her bemærkes, at positivisterne tillagde matematikken stor betydning i forhold til opstillingen af lovmæssigheder for erfaringsgivne data. Matematikkens betydning for positivisterne ses også af, at de opstillede følgende rækkefølge af såkaldt positive videnskaber: matematik, astronomi, fysik, kemi, biologi (herunder psykologi) og sociologi. Om denne rækkefølge kon-

⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s.219.

⁵ Skovgaard-Petersen (1976), s.88.

⁶ Hvidt (1990), s.231.

⁷ Stangerup (1946), s.155.

⁸ Stybe (1980), s.72.

kluderede positiverne, at de videnskaber der stod først, var nødvendige forudsætninger for de videnskaber, der var placeret senere i rækkefølgen. Med ovennævnte seks videnskaber ønskede positiverne at nå frem til at kunne forudsige og kontrollere naturens og samfundets fænomener. Derved mente de, at det var muligt at indrette et velordnet og rationelt samfundsliv.⁹

De positivistiske ideer var i stand til at fremkalde stærk modvilje hos kulturelt konservative. I 1884 gav Tuxen et eksempel på dette, da han fremførte følgende:

*“...ligger det udenfor den ydre Erfaringsverden, da benægtes dets Existens dristig væk. At tro paa en Skabelse af intet, paa Sjælens Udødelighed o.s.v., det er da Tegn paa en Mangel i ens Dannelse. Værst gaar det dog ud over det menneskelige Aandsliv og den frie Villie - fri, nej der er intet frit, den ene Forestilling resulterer med absolut Nødvendighed af den anden, og Villiesakten af den igjen. At tale om et personligt Ansvar er da at røbe en sørgelig Mangel paa Forstand; godt og ondt, personligt og upersonligt, alt er kun Led i den store Verdensmaskine, hvor Stemplerne gaa med jernhaard Nødvendighed.”*¹⁰

I dette citat sammenkædede Tuxen den positivistiske afstandtagen fra metafysik hhv. bestræbelse på overalt at opstille lovmæssigheder med ophævelsen af en række vigtige ideer i den kristne tro. Derudover er det værd at lægge mærke til, at Tuxen forbandt teknologiske begreber som maskiner og stempler med noget negativt. Da teknologien i 1880'erne i stigende grad satte sit præg på det danske samfund, antyder citatet, at Tuxen ikke havde den store tiltro til den fremtidige udvikling.

I modsætning til de kulturelt konservative, der forsøgte at beskytte arv og tradition, var de kulturradikale præget af en stor udviklingsoptimisme. Mange kulturradikale identificerede sig med den tekniske udvikling og med videnskabeliggørelsen af tilværelsen.¹¹ Samtidig var den biologiske udviklingslære, der fremstillede mennesket som resultatet af en udvikling, hvor kun det bedste blev bevaret, en vigtig del af baggrunden for denne tro på, at verden gik imod bedre tider. Der var tidligere fremsat forsøg på at konstruere udviklings- og nedstamningsteorier, men først med Charles Darwins (1809-82) “Origin of Species” fra 1859 (dansk 1872) blev der givet en sådan empirisk begrundelse for en nedstammingshypotese, at den var svær at negligere i eftertidens debat.¹² Darwinismen betød, at der blev rettet et kraftigt angreb mod teologiens status, og i kulturradikale kred-

⁹ Lübcke (1988), s.73.

¹⁰ Tuxen (1884a), s.16-17.

¹¹ Busk-Jensen m.fl. (1985), s.334.

¹² Stybe (1980), s.73.

se bidrog denne lære til at gøre naturvidenskaben til hovedvåbnet mod traditionelle tankegange.¹³ På denne baggrund blev diskussioner af naturvidenskab noget af et spændingsfelt at bevæge sig ind i, hvor der stod andet og mere end naturvidenskabelige detaljer på spil.

Dele af det lidet talstærke kulturradikale miljø, bl.a. Pingel og forfatteren Edward Brandes (1847-1931), valgte at gå aktivt ind i politik for at støtte Venstre, men da Venstre i slutningen af 1880'erne indgik i et samarbejde med Landstingets Højre, var det, for mange kulturradikales vedkommende, begyndelsen til enden på samarbejdet med Venstre.¹⁴ Det var derfor vigtigt for de kulturradikale at have et tilholdssted i Studentersamfundet. Denne forening var i 1882 blevet stiftet med Pingel som formand.¹⁵ Senere på dette år stiftede Studentersamfundet "Studentersamfundets Aftenundervisning for Arbejdere", der arrangerede gratis aftenundervisning for arbejdere. Denne undervisning betød, at Pingel og en række andre akademikere kom i kontakt med de københavnske arbejdere, hvilket fik betydning for tidens skoledebat. De kulturradikales engagement i forhold til arbejderne må ikke føre til den misforståelse, at det var klassetænkning, der prægede Studentersamfundet. Det var i stedet radikale, socialliberale tanker, der kendetegnede denne forening. Uddannelsespolitisk ønskede de kulturradikale at demokratisere uddannelsen i byerne, bl.a. den lærde skole. I forhold til dette ønske om demokratisering havde kontakten med arbejderne den betydning, at de kulturradikale fik indsigt i, hvilken viden og hvilke færdigheder den jævne mand havde brug for i sin hverdag.

Frem til stiftelsen af Det radikale Venstre i 1905 hentede Venstre stemmer blandt de byradikale, men både før og efter denne begivenhed kom langt størstedelen af Venstres tilhængere fra landet. Dette var en del af baggrunden for, at Venstre ikke havde den samme tilknytning til den lærde skole som Højre. En anden del af baggrunden for dette forhold var, som Pingel fremførte, at "*...Ingen har som Grundtvig ivret, ja raset mod den lærde Skole, og det Vanrygte, hvori den staar hos vort Folkeparti [Venstre], stammer væsentlig herfra.*"¹⁶ Den manglende tilknytning til den lærde skole gav sig udslag i, at Venstre ønskede, at der skulle være andre måder at forberede sig til universitetsstudier på.¹⁷ I den forbindelse må det fremhæves, at grundtvigianerne i slutningen af 1870'erne var begyndt at drøfte, hvordan unge mennesker kunne forberedes til at studere ved universitetet, samtidig med at de fik mulighed for at udvikle sig i en folkelig og kristen ret-

¹³ Busk-Jensen m.fl. (1985), s.254.

¹⁴ Busk-Jensen m.fl. (1985), s.20.

¹⁵ Busk-Jensen m.fl. (1985), s.20.

¹⁶ Pingel (1878), s.7.

¹⁷ Skovgaard-Petersen (1976), s.230.

ning. Disse drøftelser førte til, at der fra 1878 blev indført videregående undervisning på Askov Højskole.¹⁸

Efter at have overvejet situationen nøje blev det besluttet at give videregående undervisning i bl.a. matematik og naturvidenskab. Der var god grund til disse overvejelser, for hvis de grundtvigske højskoler blev anklaget for at udbrede positivistiske synspunkter, risikerede grundtvigianerne at tabe terræn til Indre Mission. Derudover var der det problem, at matematikken ikke umiddelbart passede ind i højskoleprogrammet, hvor det var aspekter som det nordiske, det kristelige og det historiske, der prægede undervisningen.¹⁹ Oven i købet havde selveste Grundtvig (1783-1872) kritiseret matematikken for - næst efter latin - at være det skolefag, som havde de mest ødelæggende pædagogiske og menneskelige følger.²⁰ Der var derfor mange forhold at tage hensyn til for naturvidenskabsmanden Poul la Cour, som blev betroet undervisningen i matematik på Askov Højskole. Jeg vil senere i specialet behandle la Cours ideer om matematikundervisning. Disse grundtvigsk prægede ideer giver et vigtigt perspektiv på de synspunkter om matematikundervisningen, som blev fremsat af kulturradikale hhv. -konservative.

Venstres ønske om at skabe et alternativ til den lærde skole som universitetsforberedelse må også ses i sammenhæng med Venstre-folkenes syn på det 19. århundredes embedsmænd. Disse embedsmænd havde efter Venstre-folkenes opfattelse særprægede kundskaber samt en udtryksfærdighed, der virkede arrogant.²¹ Venstre ønskede i stedet at embedsmændene skulle være folkelige, og ikke udelukkende resultatet af en langvarig boglig uddannelse. Af denne grund var Venstre imod, at uddannelsessystemet fungerede som en mangeårig sorteringsmekanisme, og partiet ønskede følgelig at mindske antallet af eksamener i den lærde skole samt deres betydning for elevernes videre skæbne.²²

Blandt embedsmændene var det mere end 80%, der tilsluttede sig Højre i 1880'erne og 1890'erne.²³ Dette forhold kunne mærkes bag Venstres holdning om, at den lærde skole ikke blot skulle lægges til rette med henblik på en embedsuddannelse.²⁴ Fra Venstres side blev det fremført, at det var tilstrækkeligt at være jævnt begavet, for at kunne bestride en embedsmandsstilling, hvorimod der var særlig brug for gode hoveder i det praktiske erhvervsliv.²⁵ Venstre ville derfor indrette den lærde skole på en sådan måde, at den i højere grad tog hensyn til det omgivende samfund. I årene forud for århundrede-

¹⁸ Hansen (1985), s. 106.

¹⁹ Hansen (1985), s. 102.

²⁰ Nissen (1991), s. 181.

²¹ Skovgaard-Petersen (1976), s. 230.

²² Skovgaard-Petersen (1976), s. 214.

²³ Skovgaard-Petersen (1976), s. 229.

²⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s. 220.

²⁵ Skovgaard-Petersen (1976), s. 256.

skiftet begyndte Højre at vise forståelse for denne holdning. I den forbindelse er det værd at notere sig, at Højre havde nogle andre politiske interesser end Venstre, der primært forsøgte at varetage landbrugets interesser. Højre ønskede i højere grad end Venstre at støtte byerhvervene, og det er tænkeligt at noget af forklaringen på partiets nye holdning til den lærde skole, skulle søges i Industriforeningens ønsker om mere relevante kundskaber hos studenterne.²⁶ Disse ønsker blev sværere at ignorere i takt med den industrielle udvikling. Endnu i 1888 blev der i en tale ved Industriforeningens jubilæumsfest givet udtryk for en manglende tro på Danmark som industrination.²⁷ I 1912 lød der imidlertid nye toner, da industrimanden Alexander Foss (1858-1925) holdt foredrag i Industriforeningen. Her spåede Foss, at industrien ville have overhalet landbruget som Danmarks vigtigste erhverv omkring 1950. Foss, der politisk var tilknyttet Højre, mente, at en af forudsætningerne for denne udvikling var, at der blev satset på at udvikle den tekniske intelligens og handelsvidenskaben, og han indledte derfor et større felttog mod den traditionelle dannelse og manglen på praktisk sans i overklassen.²⁸

Inden Foss fremkom med sine visioner, havde Danmark i 1903 fået en ny skolelov. Denne skolelov betød, at den seksårige lærde skole blev afløst af et treårigt gymnasium som det sidste uddannelsestrin inden universitetet. Derudover blev der indført en nysproglig retning i gymnasiet samt en fireårig mellemskole, der bl.a. skulle fungere som forbindelsesled mellem folkeskolen og gymnasiet. Mod slutningen af det første årti i det 20. århundrede viste det sig, at der med den nye skolestruktur blev produceret væsentlig flere studenter. Denne udvikling vakte især modstand blandt konservative universitetsfolk, som fremførte, at der var sket en niveausænkning hos de nye studenter.²⁹ Blandt tidens debattører var der langt fra enighed om dette synspunkt, og det er muligt, at noget af forklaringen på denne uenighed skulle søges i tidens politiske forhold. Regeringspartiet Venstre blev anset for at være universitetsfjendsk blandt konservative universitetsfolk, og da den nye skolelov var blevet indført under en Venstre-regering, er det tænkeligt, at universitetsfolkenes kritik af studenternes niveau, for en dels vedkommende, var et forsøg på at ramme Venstre. Flere af indlæggene i debatten pegede, ifølge Skovgaard-Petersen, i retning af denne fortolkning.³⁰ Uanset hvad der var baggrunden for påstanden om en niveausænkning, må det her noteres, at der fra konservativ side blev forlangt en

²⁶ Skovgaard-Petersen (1976), s.231.

²⁷ Hvidt (1990), s.231.

²⁸ Agger m.fl. (1984), s.87.

²⁹ Skovgaard-Petersen (1976), s.308-309.

³⁰ Skovgaard-Petersen (1976), s.309.

højnelse af niveauet hos studenterne, samtidig med at det blev pointeret, at de elever, som ikke var egnede til universitetsstudier, måtte sorteres fra i tide.³¹

For Højre var Venstre konstant en hård politisk modstander, men med tiden rettedes partiets frygt mere mod Socialdemokratiet. Dette parti hentede langt størstedelen af sine vælgere i byerne, men på trods af at de lærde skoler hhv. gymnasierne var et byfænomen, viste Socialdemokratiet ikke nogen større interesse for dette trin i uddannelsessystemet. Efter Socialdemokratiets opfattelse var der tale om en overklasseskole, som burde indskrænkes mest muligt, og partiets interesse blev i stedet rettet mod folkeskolen.³² Den manglende interesse for den lærde skole hhv. gymnasiet tilsammen med det forhold, at Socialdemokratiet først indgik i en regering fra 1924, gør, at jeg her ikke vil komme nærmere ind på partiets uddannelsespolitik.

³¹ Skovgaard-Petersen (1976), s.308.

³² Skovgaard-Petersen (1976), s.232.

3. Matematikkens betydning som støttefag

I dette kapitel vil jeg undersøge diskussionen om matematikkens betydning som støttefag. En af hovedpersonerne i denne diskussion var filologen Søren L. Tuxen, som var en af de mest fremtrædende personer i den lærde skole hhv. gymnasiet i perioden 1884-1914. Om Tuxens karriereforløb skal det nævnes, at han fra 1880 til 1888 var leder af N. Zahles kvindelige artiumskursus. Derefter var han i perioden 1888-94 leder af det Femmerske lærerindeseminarium. I perioden 1891-96 var han medbestyrer og derefter frem til 1906 enebestyrer af Borgerdydskolen i København. Endelig var han fra 1906 og frem til 1918 undervisningsinspektør for de højere almenskoler.

Tuxens holdning til spørgsmålet om, hvorvidt matematikfaget skulle fungere som støttefag for de naturvidenskabelige fag, var præget af frykten for de positivistiske ideer. Dette fremgår bl.a. af "Om Maal og Midler for den højere Dannelse" fra 1884, hvor han fremsatte følgende advarsel: "*Efter at have indsmuglet den mathematiske Nødvendighed paa Naturlivets Omraade, ligger det næste Skridt saa fristende nær, at føre den ind ogsaa i Aandslivets Rige,...*"¹ Dette citat viser Tuxens frygt for, at matematiske metoder skulle vinde indpas i de humanistiske fag. Samtidig fremgår det af citatet, at Tuxen anså udbredelsen af matematiske metoder indenfor de naturvidenskabelige fag for at være et skridt på vejen i denne udvikling.

Det ville imidlertid være en forenkling blot at forklare Tuxens syn på brugen af matematik i de naturvidenskabelige fag med modstand mod de positivistiske ideer. For at kunne forstå hans synspunkter, må det samtidig fremhæves, at der var en del, der tydede på, at Tuxen var inspireret af naturvidenskabsmanden H.C. Ørsted (1777-1851). Ørsted havde opnået international berømmelse gennem sine resultater indenfor fysik og kemi. Derudover havde han gennem sit virke som "forskningspolitiker" og direktør for Polyteknisk Lærestalt afgørende betydning for synet på naturvidenskaben i Danmark, og i lang tid efter Ørsteds død havde hans ideer stadig stor indflydelse indenfor dansk åndsliv.² På denne baggrund var det en oplagt mulighed for Tuxen, at fremhæve Ørsteds videnskabssyn som et alternativ til positivismen.

Ørsted repræsenterede traditionen indenfor dansk naturvidenskab, og hans ideer var temmelig forskellige fra de positivistiske ideer. For Ørsted var det en slags unaturlig voldtægt at benytte en matematisk form i forbindelse med naturbeskrivelse, og han nåede aldrig frem til en forståelse af, at matematikken for naturvidenskabsmanden kunne

¹ Tuxen (1884a), s. 16.

² Pedersen (1987), s. 142.

være et middel til erkendelse, som ikke kunne nås ad anden vej.³ Efter Ørsteds opfattelse var der en enhed i naturen, som blev udgjort af en alt gennemtrængende mening. Da mennesket var ude af stand til at erkende universets mening i sin helhed, måtte erkendelser om denne mening ske gennem eksperimenter.⁴ For Ørsted, og andre naturvidenskabsmænd, der var påvirkede af den romantiske naturfilosofi, gjaldt det i disse eksperimenter om at finde nye forbindelser mellem forskellige grupper af fænomener, hvori- mod der ikke blev lagt særlig vægt på nøjagtige måleresultater.⁵ Denne prioritering må ses i sammenhæng med Ørsteds manglende forståelse for værdien af matematiske beskrivelser indenfor naturvidenskaben. Nøjagtige måleresultater var en forudsætning for, at disse beskrivelser kunne komme til deres ret.

Ørsteds ideer fik betydning flere steder i uddannelsessystemet. På universitetet og på Polyteknisk Lærestanstalt havde Ørsted gennem sin undervisning mulighed for at påvirke de studerende i retning af sit videnskabssyn. I forhold til den lærde skoles undervisning var Ørsted aktiv i en stilling som eksamenskommissær, der bl.a. indebar, at han skulle fungere som censor ved de mundtlige eksamener.⁶ Derudover øvede Ørsted også indflydelse på den lærde skoles undervisning i de naturvidenskabelige fag gennem sine lærebøger i fysik og kemi.⁷ Ørsteds indflydelse i uddannelsessystemet ophørte ikke med hans død i 1851, idet Ørsteds elever førte hans ideer videre. På universitetet indebar det, at der først i 1887 kom en lærebog i fysik, der lagde vægt på matematiske beskrivelser.⁸ Med dette forhold taget i betragtning er det tænkeligt, at Ørsteds ideer langt op i tiden satte sit præg på den lærde skoles undervisere i de naturvidenskabelige fag.

En af disse undervisere var fysiklæreren Karl Schmidt (1844-1922). I et indbydelsesskrift til eksamen ved Odense Katedralskole i 1890 gav Schmidt et eksempel på, at der stadig var modstand mod matematiske metoder i den lærde skoles fysikundervisning. Schmidt fremførte her, at brugen af matematik i fysikundervisningen var "*...i de fleste Tilfælde skadelig, fordi den afleder Skoledrengens Opmærksomhed fra det væsentlige.*"⁹ I forhold til denne overvejelse er det værd at bemærke, at Schmidt også på andre punkter var præget af konservative holdninger. Han var i perioden 1881-97 medlem af Odense byråd som repræsentant for Etatsrådspartiet, der var en ærkekonservativ fraktion indenfor det lokale Højre-parti.¹⁰ Samtidig er der grund til at hæfte sig ved, at Schmidt gav

³ Pedersen (1987), s.159.

⁴ Pedersen (1992), s.159-160.

⁵ Knudsen (1987), s.58.

⁶ Haue m.fl. (1998), s.29.

⁷ Larsen (1991), s.237-241.

⁸ Pedersen (1987), s.166.

⁹ Schmidt (1890), s.18.

¹⁰ Boje og Nielsen (1985), s.347.

udtryk for, at brugen af matematiske metoder i den lærde skoles fysikundervisning var et forholdsvis nyt fænomen i 1890.¹¹ Dette er værd at holde sig for øje i forhold til 1880ernes debat om matematikkens betydning som støttefag.

Diskussionen om matematikkens betydning som støttefag tog sin begyndelse, da Tuxen i 1884 fik udgivet bogen "Om Maal og Midler for den højere Dannelse". Flere af synspunkterne i denne bog blev i en artikel i tidsskriftet "Tilskueren" kritiseret af Pingel, der gennem sin store interesse for geologi havde en vis indsigt i naturvidenskaben. I artiklen fremførte Pingel, at Tuxen havde overset noget, når han kunne skrive, at matematik kun var "...en *Beskæftigelse med Abstraktioner, satte af den menneskelige Tanke uden at være Udtryk for noget som helst.*"¹² Pingel mente derimod, at naturen havde betydning for udviklingen af matematik, og at forbindelsen mellem matematik og de naturvidenskabelige fag af denne grund var vigtig.¹³ Samtidig påpegede Pingel, at matematiske beskrivelser ikke havde lige stor betydning for alle de naturvidenskabelige fag. Han fremførte, at astronomien var tæt forbundet med matematikken, hvorimod det samme ikke gjaldt om zoologien. Af denne grund kritiserede Pingel Tuxen for at skære naturvidenskaberne over en kam.¹⁴

I en artikel i "Tilskueren" fra 1884 forsøgte Tuxen at forklare, hvorfor han ikke skelnede mellem de forskellige grene af naturvidenskaben. Tuxen fremførte, at han anså naturvidenskaberne for at spille en meget stor og betydningsfuld rolle i skolen, fordi de "...aabne *Blikket for Enheden og Lovmæssigheden i den materielle Tilværelse.*"¹⁵ Bag denne overvejelse er det muligt skimte Ørstedes idé om en enhed i naturen, udgjort af en alt gennemtrængende mening. I forhold til denne "mening" havde naturvidenskaberne i Tuxens øjne de samme kvaliteter, og der var derfor ingen grund til at skelne imellem dem. Dette forhold blev udtrykt af Tuxen på følgende vis: "*Det er Aanden i Naturen, Sjælen skal gribe, ikke alle de enkelte Former, hvorunder den giver sig udtryk.*"¹⁶ Udtrykket "Aanden i Naturen" var titlen på Ørstedes åndelige testamente fra 1850. Tuxens brug af dette udtryk var derfor endnu et tegn på, at han var inspireret af Ørsted.

Tuxen skelnede ikke mellem de forskellige naturvidenskabelige fag, men i forhold til en undersøgelse af matematikkens betydning som støttefag er det vigtigt at være opmærksom på, hvilke af naturvidenskaberne der blev anset for at være de vigtigste fag i skolen. I den forbindelse er det værd at lægge mærke til, at undervisningen i kemi blev

¹¹ Schmidt (1890), s.17.

¹² Pingel (1884a), s.487-488.

¹³ Pingel (1884a), s.487-488.

¹⁴ Pingel (1884a), s.488.

¹⁵ Tuxen (1884b), s.621.

¹⁶ Tuxen (1884a), s.14.

ophævet i 1882, hvorved undervisningen i fysik fik en mere fremtrædende placering.¹⁷ Da kemien var en videnskab, der i ringere grad end fysik var præget af matematisk beskrivelse, betød denne prioritering, at der kunne argumenteres for, at matematikken fik større betydning som støttefag i den lærde skole. Det må understreges, at Pingel ikke brugte dette argument i polemikken med Tuxen. Med Tuxens modstand mod at benytte matematiske beskrivelser indenfor de naturvidenskabelige fag ville han formentlig næppe have været modtagelig for pointen i argumentet.

I forhold til Pingels fremhævelse af det hensigtsmæssige i en tæt forbindelse mellem matematikken og de naturvidenskabelige fag reagerede Tuxen ved at advare imod at "...overføre den matematiske Nødvendighed paa Naturens Love;...".¹⁸ Citatet viser, at Tuxen anså den matematiske beskrivelse for at være noget, der blev presset ned over naturen uden at gøre gavn. Dette betød ikke, at Tuxen var uden blik for, at der var en forbindelse mellem matematik og naturvidenskab. I sin bog "Om Maal og Midler for den høiere Dannelse" fremførte Tuxen, at matematikken og naturvidenskaben var "*nøje forbundne*".¹⁹ Forbindelsen mellem matematikken og naturvidenskaberne forklarede Tuxen med, at naturvidenskaberne er "*Virkelighedens Illustrationer*" af matematikken.²⁰ Her er det vigtigt at lægge mærke til, hvad det var, der blev opfattet som støttefaget. For Tuxen var der ikke tale om, at matematikken var et sprog, der blev brugt til at beskrive naturvidenskaberne med. Det var derimod matematikken, der fik støtte af naturvidenskaberne gennem deres (ufuldkomne) illustrationer af matematikken.

Polemikken mellem Pingel og Tuxen fortsatte i tidsskriftet "Vor Ungdom", hvor Pingel gjorde endnu et forsøg på at overbevise Tuxen om matematikkens betydning for naturvidenskaben. Pingel fremførte, at der var såvel en "ideal" som en "real" side ved matematikken, hvilket han gav udtryk for på følgende vis:

*"Det er jo nemlig saaledes, at der overalt i Naturens Fænomener er ligesom en bunden Mathematik tilstede, som den menneskelige Tanke isolerer og frigjør og udfolder til en Videnskab, der fører sit eget Liv adskilt fra Naturen. Men paa den anden Side er det jo bekjendt, hvorledes mangfoldige Gange rent theoretiske Opdagelser paa Mathematikens Omraade uventet have opklaret dunkle Sider af Naturens Liv."*²¹

¹⁷ Larsen (1991), s.17.

¹⁸ Tuxen (1884b), s.619.

¹⁹ Tuxen (1884a), s.13.

²⁰ Tuxen (1884a), s.13.

²¹ Pingel (1884b), s.312.

Ørsted havde betonet, at den højere mening, som gennemtrængte naturen, ikke var matematik.²² Første del af ovenstående citat viser, at Pingel havde en anden opfattelse. Her fremgår det, at Pingel anså matematikken for at være et udtryk for en højere rationel sammenhæng i verden. Det er værd at bemærke de religiøse undertoner, der lå bag denne opfattelse af forholdet mellem matematikken og naturen. Disse undertoner markerer en forskel mellem Pingels opfattelse og en moderne opfattelse af forbindelsen mellem matematik og naturvidenskab.

I den anden del af citatet fremførte Pingel, at en matematisk beskrivelse af naturen kunne være et vigtigt skridt på vejen mod naturvidenskabelige erkendelser. Med dette argument imødegik Pingel Tuxens opfattelse af, at en matematisk beskrivelse af naturen ikke gjorde gavn. Argumentet forudsætter dog en vis indsigt i de naturvidenskabelige opdagelsers historie, så Pingel burde nok have anført nogle eksempler. Tuxen viste da heller ikke tegn på, at han havde forstået Pingels argument. I Tuxens svar på Pingels artikel fremførte han, at matematik bevægede sig i "*Tankens Verden*", hvorimod naturvidenskaben bevægede sig indenfor "*Naturens konkrete Mangfoldighed*".²³ Konsekvensen af denne opdeling var, at Tuxen mente, at det ikke var muligt at se en cirkel eller en linie med øjet.

Pingel havde svært ved at acceptere Tuxens idealistiske opfattelse af matematikken. Efter Pingels mening måtte "*...Mathematikkens store og heldbringende Anvendelse ved Naturens Studium og i det praktiske Liv...[være]...en Anstødssten for en ensidig idealistisk Opfattelse af Matematikken.*"²⁴ Pingel uddybede dette synspunkt med en bemærkning om, at det "*...ved Tælling og Maaling bestandig viser sig, at den matematiske Beregning slaar til i Fænomenernes Verden, oplukker og forklarer denne for os, giver os Forstaaelse af Naturen og Magt over Naturen,...*"²⁵ Udover argumentet med at matematiske beskrivelser af naturen havde vist sig at være succesrige, er det her værd at lægge mærke til, at Pingel brugte udtrykket "*Fænomenernes Verden*". Tuxen havde i sin artikel henvist til Platons (ca. 428-347 f. kr.) syn på matematikken.²⁶ Pingels brug af udtrykket "*Fænomenernes Verden*" kan derfor ses som et tegn på, at han anså Tuxen for at være præget af den græske holdning til matematik. En vigtig del af baggrunden for grækernes holdning til matematik var, at der i det klassiske Grækenland var rigeligt med arbejdskraft. Af denne grund var der ikke noget særligt incitament til at forbinde matematikken og teknologien. Matematikken fik derfor lov til at udvikle sig i en abstrakt ret-

²² Pedersen (1987), s.154.

²³ Tuxen (1884c), s.397.

²⁴ Pingel (1885), s.217.

²⁵ Pingel (1885), s.217.

²⁶ Tuxen (1884c), s.398.

ning, hvor den stod uden forbindelse med praktisk arbejde.²⁷ Når grækernes idealistiske matematikopfattelse kom til at præge Tuxen, må det ses i sammenhæng med Tuxens baggrund som filolog, men det bør også fremhæves, at Ørstedes naturfilosofi i høj grad var præget af Platons lære,²⁸ og som tidligere beskrevet var Tuxen påvirket af Ørstedes ideer. Det må her understreges, at der var forskel på at have en idealistisk matematikopfattelse i hhv. det klassiske Grækenland og 1880ernes Danmark. 1880ernes danske samfund var inde i en udvikling, hvor matematikken fik betydning i stadig flere praktiske sammenhænge. Når Pingel afviste Tuxens idealistiske matematikopfattelse ved at henvise til matematikkens betydning for det praktiske liv, var udviklingen derfor med Pingels argument.

De ovennævnte synspunkter blev fremført af Pingel i en artikel i "Vor Ungdom" fra 1885. Denne artikel var det sidste indlæg i polemikken mellem Pingel og Tuxen, men kritikken af Tuxens synspunkter sluttede ikke med Pingels artikel. Året efter udkom Kristian Kroman's "Om Maal og Midler for den højere Skoleundervisning". Kroman, der var præget af positivismens videnskabsopfattelse, var professor i filosofi, midlertidig docent i pædagogik ved Københavns Universitet og 1886-99 Kultusministeriets pædagogiske konsulent. I forhold til Tuxens opfattelse af fænomenerne ved at beskæftige sig for meget med naturvidenskab fremførte Kroman, at "...et overfladisk Bekjendtskab med disse Fag hos en let og fantasifuld Natur af og til kan fremkalde de af Kand. Tuxen frygtede Overilelser;..."²⁹ For Kroman var det kun et overfladisk forhold til naturvidenskaben, der kunne give anledning til problemer. Kroman uddybede senere, hvordan det var muligt at opnå et virkeligt indblik i naturvidenskaberne: "...de matematiske Kundskaber ere endog en uundgaaelig nødvendig Betingelse for ethvert nok saa tarveligt værdifuldt og virkeligt lærerigt Indblik i de fleste af disse Videnskabsfag."³⁰

Kroman mente, i lighed med Pingel, at matematiske kundskaber var en nødvendig forudsætning for at få indsigt i de naturvidenskabelige fag. Derudover betonedes Kroman, at det var vigtigt at have gjort sig erfaringer med disse fag, for at kunne udnytte matematikken som støttefag:

"Den matematiske Verdens simple og let overskuelige Forhold bevirke, at man her alle Vegne kan tale absolut, kan afgjøre, hvor vidt man har faaet alle Omstændigheder med og hvad hver især medfører. Dette bliver umuligt, saa snart man kommer over paa den konkrete, uigjennemskuelige, levende og vekslede Virkeligheds Omraade; alle Afgjorel-

²⁷ Høyrup og Høyrup (1973), s.35-39.

²⁸ Jansen (1987), s.54.

²⁹ Kroman (1886), s.72.

³⁰ Kroman (1886), s.85.

ser blive her mere eller mindre betingede og tilnærmede, og der skal en særegen Øvelse til at regne med disse levende Forhold, en Øvelse, som undertiden i paafaldende Grad kan mangle hos den, der i lang Tid udelukkende har beskæftiget sig med Mathematikken."³¹

I ovenstående citat tilføjede Kroman en ny dimension til Tuxen og Pingels diskussion. Tuxen var modstander af matematiske beskrivelser i de naturvidenskabelige fag med den begrundelse, at matematikkens idealiserede former ikke svarede til naturens former. Kroman er tilsyneladende enig med Tuxen i, at matematikken ikke umiddelbart kan overføres på naturen. For at kunne bruge matematikken på virkeligheden må der, ifølge Kroman, anvendes tilnærmede beskrivelser, og for at kunne lave kvalificerede tilnærmelser kræves der øvelse. Denne opfattelse af forholdet mellem matematikken og naturen bar ikke præg af den samme religiøse undertone som hos Pingel, der talte om, at der overalt i naturen var en bunden matematik, som blot skulle frigøres. I stedet repræsenterede Kroman en helt igennem moderne opfattelse af forbindelsen mellem matematik og naturvidenskab. Kromans overvejelse om brugen af tilnærmede beskrivelser er et godt eksempel på hans forståelse for, hvordan matematikken indgik i den naturvidenskabelige forskningsproces.

Der var også andre perspektiver i Kromans syn på forbindelsen mellem matematikken og de naturvidenskabelige fag. På de følgende sider i sin bog beskrev han, hvordan undervisningen i de naturvidenskabelige fag skulle forløbe. Kroman ønskede sig en "*mathematisk Astronomi*", hvilket indebar, at der "...her som overhovedet i samtlige *mathematiske Naturfag regnes en Mængde Opgaver,...*"³² Af denne grund var matematikkens funktion som støttefag for de naturvidenskabelige fag en vigtig del af Kromans begrundelse for, hvorfor der skulle undervises i matematik.

Måske var det hensigten om at benytte matematik i de naturvidenskabelige fag, der fik Kroman til at mene, at det ikke var nødvendigt med særlig mange matematiktimer. Kroman var modstander af den lærde skoles opdeling i en matematisk-naturvidenskabelig og en sprogligt-historisk gren.³³ I sin bog opstillede han en fagplan for en udelt skole, hvor eleverne skulle undervises i matematik 4-5 timer ugentligt på de forskellige klassetrin.³⁴ Dette var en nedgang i forhold til den eksisterende ordning. Her blev eleverne undervist 5-7 timer ugentligt i matematik på de fire første klassetrin, hvorefter der, i de to øverste klasser, blev undervist i ti timer ugentligt på den matematisk-naturvidenskabeli-

³¹ Kroman (1886), s.91.

³² Kroman (1886), s.95.

³³ Kroman (1886), s.238.

³⁴ Kroman (1886), s.261.

ge retning, mens de sprogliges matematikundervisning ophørte. På denne baggrund kunne Kromans forslag ikke siges at være særlig omfattende, hvad antallet af matematiktimer angik.

Kroman havde ikke særlig mange matematiktimer i sin fagplan, men til gengæld mente han, at antallet af undervisningstimer i de naturvidenskabelige fag skulle øges. Da Kroman ønskede, at eleverne skulle arbejde med matematiske metoder i de naturvidenskabelige fag, kunne der argumenteres for, at Kromans ideer ville indebære, at den lærde skole i højere grad blev præget af matematiske metoder. I den forbindelse er det værd at lægge mærke til, at da den konservative Karl Schmidt i 1890 kritiserede den lærde skoles fysikundervisning, var det netop tendensen til en øget mængde opgaveregning, han beklagede sig over. Efter Schmidts opfattelse var opgaveregningen i fysiktimerne medvirkende til, at matematikken i den lærde skole bredte sig ud over rimelighedens grænser.³⁵ Schmidt mente desuden, at det efterhånden var matematikkens anvendelsesside, der blev prioriteret højest i den lærde skole.³⁶ Det er værd at bemærke Schmidts forklaring på denne udvikling. Han fremførte, at samtidig med at *“...Antallet af Mænd blev større, der gjorde sig til Livsopgave at have med Mathematik at gjøre, saa maatte jo ogsaa disse Mænd, hvem man med fuld Føje anmodede om at være Censorer ved Examinerne, aldeles umærkeligt faa Indflydelse paa den hele Tilstand,...”*³⁷

Blandt de personer, der virkede som censorer i den lærde skole var medlemmerne af Kultusministeriets tre mand store undervisningsinspektion, som havde til opgave at udøve kontrol med skolernes virksomhed.³⁸ To af disse undervisningsinspektører, filologen Martin Clarentius Gertz (1844-1929) og matematikeren Julius Petersen (1839-1910) var i 1890 forfattere til en artikel i “Vor Ungdom”, hvori de karakteriserede fysik som hovedfaget på den matematisk-naturvidenskabelige retning.³⁹ Som undervisningsinspektører havde Gertz og Petersen en magtfuld position i forhold til den lærde skole, og det er derfor værd at undersøge deres syn på fysikundervisningen. I den forbindelse kan det nævnes, at Petersen var kendt for at være fortalere for en matematisk orienteret fysikundervisning.⁴⁰ Dette kom også til udtryk i artiklen, hvor det blev betonet, at hovedvægten i fysikundervisningen skulle lægges på mekanisk fysik, som var en disciplin, der i meget høj grad var præget af matematik. Derudover må det fremhæves, at Gertz og Petersen begrundede undervisningen i de matematiske discipliner trigonometri og stereometri med, at *“...disse ere nødvendige Forudsætninger for en frugtbringende Undervisning i*

³⁵ Schmidt (1890), s.16-17.

³⁶ Schmidt (1890), s.8.

³⁷ Schmidt (1890), s.16.

³⁸ Haue m.fl. (1998), s.33-34.

³⁹ Gertz og Petersen (1890), s.317.

flere andre Fællesfag, navnlig Fysikken.”⁴¹ Denne begrundelse er et andet eksempel på, at undervisningsinspektørerne arbejdede for en matematisk orienteret fysikundervisning.

Gertz og Petersens overvejelser om trigonometrien og stereometrien viser, at de begrundede matematikfaget med dets funktion som støttefag for fysikken. Ved hjælp af denne begrundelse var det muligt at forbinde matematikken med nogle af de kvaliteter, der blev tillagt fysikfaget. En af disse kvaliteter var, at fysikkens resultater gennem teknologien var anvendelige og synlige. Anvendelsen af matematiske metoder i teknologien var ikke særlig synlig, men ved at forbinde matematikken med fysikfaget kunne Gertz og Petersen opnå, at matematikkens anvendelsesside blev synliggjort. Dette var formentlig særligt magtpåliggende for Petersen, der havde en baggrund som underviser ved Polyteknisk Lærestanstalt, hvor anvendelsesmulighederne indenfor teknologien var en vigtig begrundelse for at undervise i matematik.

Af diskussionen, som er behandlet i herværende kapitel, fremgår det, at der endnu i 1880'erne var uenighed om matematikkens betydning som støttefag for de naturvidenskabelige fag. Med tiden kom der flere fortalere for denne begrundelse af matematikundervisningen. Dette kunne bl.a. konstateres i 1901, da “De forenede Latin- og Realskoler i København og paa Frederiksberg”, med Tuxen som formand for bestyrelsesrådet, indsendte et forslag til Kultusministeriet om en ny ordning af studentereksamen. Her var det foreslåede pensum i trigonometri indrettet efter, hvad anvendelserne i bl.a. fysik og astronomi krævede, mens der var givet afkald på et egentligt studium af trigonometriske funktioner.⁴² Efter århundredeskiftet blev der også lagt vægt på, at matematikken havde betydning for de naturvidenskabelige fag i den nyindførte mellemskole. Denne holdning kom f.eks. til udtryk i et udkast til en undervisningsplan for mellemskolen, som bl.a. Karl Schmidt havde bidraget til.⁴³ Derudover kom matematikkens øgede betydning som støttefag for de naturvidenskabelige fag også til at præge de nye matematikbøger. I den forbindelse kan det nævnes, at matematikeren Ivar Heckscher (1861-1915), i en anmeldelse i “Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A” fra 1903, fremførte, at anvendelserne af matematik i de naturvidenskabelige fag var det nye “*Feltraab*” blandt matematikpædagogerne.⁴⁴

Matematikkens betydning som støttefag kunne også aflæses af en artikel i “Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A” fra 1905. Her beklagede matematikeren Tommy Bonnesen (1873-1935) sig over, at de klassisk-sproglige ikke mere skulle undervises i fysik. Bon-

⁴⁰ Juel og Trier (1910), s.77.

⁴¹ Gertz og Petersen (1890), s.317.

⁴² Trier (1902), s.7.

⁴³ Gertz m.fl. (1903-04), s.42-43.

⁴⁴ Heckscher (1903), s.112-113.

nesen, der var en af de toneangivende i matematikdebatten, fremførte, at uden fysikundervisning "...vil Undervisningen i Matematik meget let blive altfor matematisk abstrakt, særligt for de "gammelsproglige", som vel nok gennemgaaende kan antages at have den mindste Interesse for Matematik som saadan. Matematikken vil her blive ren Teori uden Forbindelse med Livet;...".⁴⁵ Bonnesen var fra 1906 gymnasirektor, og blev siden hen medredaktør af "Matematisk Tidsskrift A". Det er derfor værd at hæfte sig ved, at han gav udtryk for, at matematikkens tilknytning til fysikken var af "...afgørende pædagogisk, dannende og praktisk Betydning."⁴⁶

De ovenstående synspunkter viser, at mens det i 1880'erne blev diskuteret, om matematiske beskrivelser var berettigede i de naturvidenskabelige fag, var det efter århundredeskiftet kommet så vidt, at det var svært at begrunde en matematikundervisning uden forbindelse med fysikken. Der var altså sket en ændring i synet på matematikkens betydning som støttefag i løbet af perioden fra 1880'erne og frem til århundredeskiftet. Hvad var baggrunden for, at der kunne ske et sådant holdningsskift over så forholdsvis kort en periode?

Ifølge Olaf Pedersen var Ørstedes indsats indenfor dansk naturvidenskab en vigtig del af baggrunden for, at den matematisk orienterede fysik først kom til Danmark hundrede år efter, at den i resten af Europa var blevet det selvfølgelig grundlag for fysikken.⁴⁷ Pedersen fremfører, at der skete et nybrud i dansk fysik, da fysikeren Christian Christensen (1843-1917) i 1887 fik udgivet det første bind af en matematisk orienteret lærebogsserie i fysik til universitetsbrug.⁴⁸ Når der i årene herefter kunne forløbe et forholdsvis hurtigt holdningsskift i synet på matematikkens betydning for fysikken, må det ses i sammenhæng med Pedersens overvejelse om, at fysikfagets udvikling i Danmark var hundrede år efter det øvrige Europa.

Udviklingen på universitetet var en ting, mens udviklingen i den lærde skole var en anden ting. I den forbindelse er det værd at hæfte sig ved Karl Schmidts overvejelse fra 1890 om, at flere matematikere, gennem deres virke som censorer, var begyndt at præge udviklingen i den lærde skole. Et vigtigt perspektiv på Schmidts overvejelse er, at det tidligere havde været et problem at skaffe censorer til eksaminerne i matematik. Det betød, at det var temmelig tilfældigt, hvilken baggrund censorerne havde. På visse skoler blev der således benyttet landinspektører eller ingeniører, der forestod arbejde på egen.⁴⁹ Det er tænkeligt at sådanne censorer i høj grad var præget af normerne fra deres

⁴⁵ Bonnesen (1905), s.13.

⁴⁶ Bonnesen (1905), s.13.

⁴⁷ Pedersen (1987), s.143.

⁴⁸ Pedersen (1987), s.166.

⁴⁹ Haue m.fl. (1998), s.87.

egen skoletids matematikundervisning. Det var derfor vigtigt, at der efterhånden begyndte at komme flere matematikere ud som censorer. Disse matematikere var medvirkende til, at normerne fra universitetet blev overført hurtigere til den lærde skole. Efter Schmidts opfattelse lagde matematikerne vægt på matematikkens betydning som støttefag. Denne betoning af forbindelsen mellem matematikken og de naturvidenskabelige fag må ses i sammenhæng med, at en universitetsuddannelse i matematik også omfattede studier i fagene astronomi, fysik og kemi.⁵⁰

Endelig må forklaringen på den ændrede holdning til matematikkens rolle som støttefag også søges i den teknologiske udvikling. Ingeniørhistorikeren Henrik Harnow fremfører, at hvor ingeniørerne tidligere baserede deres kunnen på ikke meget mere end hævdvundne tommelfingerregler og sund fornuft, betød den teknologiske udvikling, at de fra omkring 1890 blev mere afhængige af naturvidenskab og matematik.⁵¹ I teknologien blev matematikken anvendt sammen med naturvidenskabelige overvejelser. I takt med den teknologiske udvikling blev det derfor stadig vigtigere at betone forbindelsen mellem matematikken og de naturvidenskabelige fag. Dette gav sig udslag i, at der efterhånden var flere debattører, som begrundede matematikken med dens funktion som støttefag. Blandt debattørerne uden en videregående uddannelse i matematik gik udviklingen fra, at det i 1880'erne var positivistisk inspirerede debattører, som anvendte denne begrundelse, til at det efter århundredeskiftet var en mere sammensat gruppe. I denne gruppe var der også konservativt orienterede debattører. Dette forhold må bl.a. ses i sammenhæng med de konservatives interesser i at støtte den voksende industri.

Matematikens funktion som støttefag havde betydning for den teknologiske og dermed den industrielle udvikling. Alligevel vil jeg i herværende kapitel ikke komme nærmere ind på sammenhængen mellem den industrielle udvikling og matematikundervisningens udvikling i den lærde skole hhv. gymnasiet. Dette hænger sammen med en overvejelse om, at studenterne først skulle have en videregående uddannelse, inden de kom til at arbejde i industrien. Af denne grund er det mere relevant at belyse ovennævnte sammenhæng i kapitlet om forbindelsen mellem matematikundervisningen og studenternes videreuddannelse.

⁵⁰ Andersen og Bang (1983), s.173.

⁵¹ Harnow (1998), s.244.

4. Begrundelser ud fra særlige pædagogiske kvaliteter ved undervisningen i matematik

I dette kapitel vil jeg behandle de begrundelser for matematikundervisningen, der gik ud på, at der lå nogle særlige pædagogiske muligheder i dette fag. Fortalerne for disse begrundelser tog udgangspunkt i selve indlæringssituationen, og lagde vægt på, at matematikfaget her var velegnet i forhold til en række vigtige pædagogiske ideer.

En af de debattører, som diskutererede de pædagogiske muligheder i matematikken, var Kroman. I sin bog fra 1886 lagde Kroman stor vægt på selvvirksomhed, der stod i modsætning til udefra dirigeret virksomhed. Han vurderede, at naturvidenskaberne var de bedst egnede fag til at vække og øve elevernes selvvirksomhed,¹ men at matematikken også bød på nogle særlige muligheder. En af kvaliteterne ved matematikfaget var, ifølge Kroman, at her kunne læreren lade eleven se selve grundlaget for de matematiske resultater, "*...saa at han ideelt set staar selvstændig og uafhængig overfor Læreren og ikke historisk-mekanisk modtager Resultaterne.*"² Denne fremhævelse af værdien af elevernes selvstændighed kom også til udtryk i Kromans opfattelse af, at læreren kunne lade eleven "*...opfinde hele Mathematiken og derved forskaffe ham Opfinderens Glæde og levende Interesse for det fundne.*"³ For at dette skulle kunne lade sig gøre, mente Kroman, at læreren burde tilrettelægge undervisningen "*...saa anskueligt og konkret som muligt,...*"⁴ Samtidig påpegede Kroman, at det var en forudsætning for selvvirksomheden, at der blev taget hensyn til elevernes interesser i undervisningen. Kroman foreslog derfor, at læreren skulle lade eleven selv formulere sætninger, samt at opgaverne i matematik skulle knyttes "*...ganske anderledes nær til Drengenes egne Interessers Sfære, end det nu sker.*"⁵ Med disse overvejelser lagde Kroman op til, at matematikundervisningen i høj grad skulle basere sig på andet end traditionelle matematiklærebøger i bestræbelserne på at fremme elevernes selvvirksomhed hhv. selvstændighed.

Blandt Kromans inspirationskilder må den engelske filosof og pædagog Herbert Spencer (1820-1903) fremhæves. For den positivistisk orienterede Spencer var formålet med opdragelsen, at frembringe et væsen, der ikke havde behov for at blive styret af andre, men som kunne styre sig selv.⁶ Derfor lagde Spencer vægt på at fremme elevernes "selvudvikling", hvilket bl.a. indebar, at eleverne skulle ledes til at foretage deres egne

¹ Kroman (1886), s. 120.

² Kroman (1886), s. 80.

³ Kroman (1886), s. 80.

⁴ Kroman (1886), s. 86.

⁵ Kroman (1886), s. 88.

⁶ Grue-Sørensen (1972), s. 137.

undersøgelser og drage deres egne slutninger.⁷ Med denne holdning gik Spencer imod de sproglige fags overvægt i skolen. Han mente, at de sproglige fag var befordrende for autoritetstro og uselvstændighed, fordi de var præget af udenadslære.⁸ Denne modstand mod udenadslære prægede også Kroman, som bl.a. fremførte, at eleverne skulle "...i ringere Grad end hidtil gøres til tankeløse, uselvstændige, mekaniske Efterplaprere af en Lærerens og Lærebogens Visdom,...".⁹ At modstanden mod udenadslære ikke var alment gældende ses af, at den klassiske filolog J.L. Heiberg i sin kritik af Kromans bog fremførte, at der i livet var brug for "*Hukommelsesstof*", og at det samtidig kunne være "*tankeudviklende*".¹⁰

Efter Spencers opfattelse afhang et fags muligheder for at bidrage til elevernes selvudvikling af, om faget blev drevet på den rette måde. Blandt de matematiske discipliner fremhævede Spencer de muligheder, der lå i geometrien, men samtidig pointerede han, at en traditionelt drevet geometriundervisning var hæmmende for selvudviklingen.¹¹ For Spencer var det afgørende, at eleverne deltog aktivt i undervisningen. Spencer mente, at eleverne i geometriundervisningen først skulle arbejde med at undersøge rumlige legemer, der gradvist blev mere sammensatte, hvorefter eleverne efterhånden ville være i stand til at indse det hensigtsmæssige i systematiske fremgangsmåder. Denne betoning af elevaktiviteten kom også til udtryk i en opfattelse af, at eleverne ikke blot skulle læse sig til matematiske beviser, men også selv konstruere beviser.¹²

Det er værd at hæfte sig ved, at det netop var geometriundervisningen, der blev fremhævet af Spencer. I den danske debat fremhævede den positivistisk inspirerede Pingel ligeledes geometrien. Pingel, hvis holdninger til matematikfaget på flere måder mindede om Kromans, fremførte i 1885, at i matematikken vindes beviserne "...i Reglen ad Omveje, i Geometrien ofte ved Figurens Drejning eller Forskydning, Fordobling eller Halvering, saa at den geometriske Methode har megen Lighed med Fysikkens experimentale Fremgangsmaader."¹³ Denne overvejelse bar præg af den positivistiske holdning om at lægge eksperimenter til grund for erkendelse. For at kunne benytte den eksperimentelle metode i matematikundervisningen, var det vigtigt, at det matematiske stof kunne gøres konkret og anskueligt, og i den forbindelse bød geometrien på nogle særlige muligheder. Derfor var det oplagt at fremhæve geometrien fremfor de andre matematiske discipliner.

⁷ Grue-Sørensen (1972), s.131.

⁸ Grue-Sørensen (1972), s.130.

⁹ Kroman (1886), s.56.

¹⁰ Heiberg (1886), s.200-201.

¹¹ Spencer (1876), s.58.

¹² Spencer (1876), s.55-60.

¹³ Pingel (1885), s.215.

Det er tidligere omtalt, at naturvidenskaben i kulturradikale kredse var hovedvåbnet mod traditionelle tankegange. Dette forhold må bl.a. ses i sammenhæng med, at det indenfor de naturvidenskabelige fag var et krav, at en postuleret sammenhæng kunne eftervises ved et eksperiment. På denne måde lagde de naturvidenskabelige fag op til, at erfaringer opnået gennem eksperimenter var vigtigere end forskellige autoriteters udsagn. Betydningen af sanselige erfaringer var anerkendt i de naturvidenskabelige fag, men det vakte opsigt da Pingel forsøgte at gøre matematikken konkret og anskuelig. Tuxen fremførte bl.a., at Pingel forsøgte at "...give *Mathematikken Karakter af en Art Naturvidenskab*,..."¹⁴ Det er værd at bemærke Pingels kommentar til dette synspunkt: "*Hr. Tuxens Motiv er aabenbart Frygt for ved at give Erfaringen Andél i Mathematikken at berøve denne Videnskab dens ubetingede Vished og Paalidelighed, eftersom Erfaringen bestandig bringer nyt Stof og omdanner, hvad den hidtil har bygget op.*"¹⁵ Denne kommentar fremkom i en debat om matematikundervisningen i de lærde skoler, og den kan tages som et udtryk for, at det var Pingels ønske, at eleverne skulle nå frem til de matematiske resultater ved hjælp af egne erfaringer, fremfor udelukkende at stole på lærerens udsagn. Den samme modvilje mod at opdrage eleverne til at blive autoritetstro fandtes som nævnt også hos Kroman og Spencer. Set i et større perspektiv kunne pædagogikken med at lade eleverne tage udgangspunkt i egne erfaringer ses som et vigtigt led i en opdragelse til ikke kritiskløst at overtage det bestående samfunds normer og idealer. I den forbindelse er det værd at bemærke, at Pingel som politisk taler i 1880'erne foruden gymnastiske øvelser og ædruelighed priste selvstændighed i folkets kamp mod Højremysteriet.¹⁶

Det må understreges, at Kroman og Pingel ikke mente, at det var al matematikundervisning, der var udviklende for elevernes selvstændighed. I lighed med Spencer mente de, at undervisningen skulle tilrettelægges på en bestemt måde, for at dette kunne blive tilfældet. Et tilsvarende synspunkt kom til udtryk hos undervisningsinspektørerne Julius Petersen og M.C. Gertz i 1890. I en betænkning over et forslag til en reform af undervisningen i de lærde skoler fremførte Gertz og Petersen, at "...*Mathematikundervisningen kan drives saaledes, at den i høj Grad bidrager til at udvikle Elevens Selvstændighed. Tidligere nøjedes man med at lære ham at gaa sikkert paa banede Veje, vel forsynede med Vejvisere; nu vil man lære ham sely at bane sig Vej.*"¹⁷ Med denne bemærkning gav Gertz og Petersen udtryk for en opfattelse af, at det var en mulighed, at undervisningen i matematik kunne tilrettelægges, så den fremmede elevernes selvstændighed.

¹⁴ Tuxen (1884c), s.404.

¹⁵ Pingel (1885), s.217.

¹⁶ Sevaldsen (1974), s.258.

¹⁷ Gertz og Petersen (1890), s.316.

Gertz og Petersens overvejelse handlede ikke om, at matematikundervisningen skulle gøres konkret og anskuelig. I stedet kædede de udviklingen af elevernes selvstændighed sammen med en øget betoning af matematikopgaverne fremfor lærebøgerne. Opgavernes betydning for udviklingen af elevernes selvstændighed blev af Gertz og Petersen forklaret med en bemærkning om, at opgaverne ikke længere blot var eksempler til indøvelse af lærebogens metoder, hvilket bl.a. hang sammen med, at *“...nu lægges Hovedvægten paa Geometrien, hvis Opgaver er saa forskelligartede, at Løsningen ikke kan blive mekanisk, medens de dog med smaa Skridt føre fra det lette til det vanskeligste og derved efterhaanden udvikle Elevers Evne til selvstændig Bevægelse.”*¹⁸ I denne overvejelse om matematikundervisningens betydning for udviklingen af elevernes selvstændighed var det atter geometrien, der blev fremhævet. På dette punkt var der ligheder med bl.a. Pingels overvejelser. I forbindelse med brugen af begrebet selvstændighed bør det desuden nævnes, at Gertz, i lighed med Pingel, var kendt som Venstre-mand.¹⁹ Set i lyset af de ovennævnte bemærkninger om Pingel og begrebet selvstændighed er der grund til at hæfte sig ved dette forhold.

Gertz og Petersen var ikke ene om at mene, at opgaveregningen var udviklende for selvstændigheden. I 1886 tilskrev Kroman opgaveregningen den samme effekt,²⁰ og i 1890 blev opfattelsen af, at opgaveregningen var udviklende for elevernes selvstændighed, omtalt i et skrift af Karl Schmidt, der dog ikke var enig i denne opfattelse.²¹ I modsætning til Kroman advarede Schmidt imod at lægge for megen vægt på opgaveregningen. Efter Schmidts opfattelse var opgaveregningen og behandlingen af den matematiske teori to forskellige dele af matematikundervisningen, og han mente, at for megen opgaveregning ville gå ud over elevernes muligheder for at få indsigt i selve teorien. For Schmidt var indsigten i selve teorien vigtig, da den lærde skoles matematikundervisning, efter hans mening, først og fremmest skulle bibringe eleverne logisk dannelse.²² Midlerne til at nå dette mål skulle være dels lærebøgerne og dels lærerens gennemgang af stoffet.²³ Schmidt gav ikke udtryk for, at opgaveregningen kunne hjælpe eleverne til at få indsigt i teorien, og han mente desuden, at mange af eleverne var for umodne til selv at kunne klare hjemmeopgaverne.²⁴ Med disse overvejelser gav den konservativt orienterede Schmidt udtryk for en helt anden pædagogik end Kroman og Pingel. Hos Schmidt skulle eleverne i højere grad være passive modtagere af kundskaber, og denne holdning

¹⁸ Gertz og Petersen (1890), s.316.

¹⁹ Skovgaard-Petersen (1976), s.143.

²⁰ Kroman (1886), s.95.

²¹ Schmidt (1890), s.8.

²² Schmidt (1890), s.8.

²³ Schmidt (1890), s.10-11.

²⁴ Schmidt (1890), s.13.

blev begrundet med hensynet til elevernes logiske dannelse. På denne vis kunne Schmidt siges at benytte en vægtig begrundelse for matematikundervisningen til at fremme en undervisningsform, hvor eleverne var passive modtagere af lærerens og lærebogens visdom.

I lighed med Schmidt lagde Tuxen vægt på behandlingen af den matematiske teori. For Tuxen var de matematiske sætninger og deres beviser det centrale i matematikundervisningen, hvorimod han ikke mente, at der var grund til at lægge vægt på de matematiske resultaters forbindelse til "*Erfaringsverdenen*".²⁵ Dette synspunkt kom også til udtryk i en bemærkning fra Tuxen om, at matematikkens "...*pædagogiske Fortrin består netop i, at den isolerer Tankevirkksomheden fra alt konkret Stof, hvorved Tanken bliver sat istand til at arbejde saa formelt korrekt som muligt,...*".²⁶ Denne bemærkning var en kritisk kommentar til Kromans sammenkædning af matematikken og "*den konkrete Virkelighed*". Tuxen havde også andre indvendinger mod Kromans forsøg på at gøre matematikfaget mere konkret. Efter Tuxens opfattelse var det besynderligt, at Kroman lagde vægt på det "*sanselig-haandgribelige*" i undervisningen, og samtidigt fremhævede "...*Mathematikens Fortrin, netop i Kraft af, at dens Objekter have en saa almindelig og abstrakt Karakter!*"²⁷ I denne indvending blandede Tuxen to ting sammen. Kroman havde skrevet om matematikken, at "...*indvender man, at denne Kundskab er abstrakt, saa maa man dog ikke glemme at tilføie, at den netop derfor samtidig er saa rig, idet den paa én Gang belærer os om alle Slags Enere lige oppe fra Mennesker ned til Bakterier.*"²⁸ Senere tilføjede Kroman om de matematiske sætninger, at "*Enhver saadan Sætning er som Hattemagerens mekaniske Hat, der paa Grund af sin Elasticitet kan bringes til at passe alle Hoveder,...*".²⁹ Af disse citater fremgik det, at Kroman anså det abstrakte ved matematikken for at være fordelagtigt, på grund af de muligheder eleverne derved opnåede i forhold til matematikkens anvendelsesside. Tuxens fejlfortolkning bestod derfor i, at han blandede et af Kromans mål med matematikundervisningen sammen med spørgsmålet om, hvordan undervisningen skulle tilrettelægges. I forhold til dette spørgsmål mente Kroman, som nævnt, at undervisningen skulle være så anskuelig og konkret som muligt.

Tuxens kritik af Kromans forsøg på at forbinde matematikken med den konkrete virkelighed var præget af misforståelser. Til gengæld er det værd at hæfte sig ved en anden del af Tuxens kritik. Her lagde Tuxen vægt på, at Kroman ikke var "*praktisk Skole-*

²⁵ Tuxen (1884a), s. 11-12.

²⁶ Tuxen (1886), s. 24.

²⁷ Tuxen (1886), s. 40.

²⁸ Kroman (1886), s. 62.

²⁹ Kroman (1886), s. 86.

mand", og at det var et problem, når Kroman gav sig til at "...kritisere det bestaaende uden praktisk Kjendskab til det,...".³⁰ Denne kritik var central, for det var ikke i selve matematikfaget, at Kroman så nogle pædagogiske kvaliteter. For Kroman og flere andre af de ovennævnte debattører kom de pædagogiske kvaliteter ved matematikken først til udtryk, når undervisningen blev tilrettelagt på en bestemt måde, og derfor var det afgørende at have en vis indsigt i, hvad der kunne lade sig gøre i praksis. For at kunne danne mig et indtryk af mulighederne i praksis, vil jeg nu undersøge debatten blandt matematiklærerne i den lærde skole hhv. gymnasiet.

En af de matematiklærere, der tog del i debatten om matematikundervisningen, var Christian Krüger (1849-1936), der var rektor for Helsingør latin- og realskole. I 1886 anmeldte Krüger i "Tidsskrift for Mathematik" en geometribog, skrevet af Herbert Spencers far, W.G. Spencer. I bogen havde W.G. Spencer en række opgaver om "*materielle Legemer*". Nogle af opgaverne skulle øve eleven i at "*se med Eftertanke*" på disse legemer, mens andre opgaver "*...forlange en Eftergjørelse af disse ved Udskjæring i Træ eller ved Sammenklistring af Udfoldninger, som Disciplen selv har tegnet og klippet ud.*"³¹ Krügers kommentar til disse opgaver var, at "*...enhver, der indleder Undervisningen i Geometri - saaledes som det er paabudt i kgl. Anordn. Af 5te Aug 1871, §2 - "med en paa Betragtning af materielle Former støttet Abstraktion af de første geometriske Begreber", er vant til at stille sine Disciple mange Hundrede Opgaver af denne Art.*"³² Denne kommentar må tages som et udtryk for, at Krüger mente, at W.G. Spencers ideer om at benytte materielle legemer i matematikundervisningen allerede var udbredte i den lærde skole. Til gengæld var Krüger ikke enig med W.G. Spencer i forhold til spørgsmålet om, hvordan de materielle legemer skulle udnyttes i matematikundervisningen. W.G. Spencer lagde op til, at eleverne bl.a. skulle afprøve geometriske sætningers rigtighed ved hjælp af måling og udklipning mv. Dette fik Krüger til at fremføre, at det var skadeligt for et barns udvikling at vænne det til empiriske beviser "*...naar man senere skal lære det, at saadanne Beviser ere værdiløse i Geometrien,...*"³³

Krüger henviste i sin anmeldelse til Kromans og Herbert Spencers ideer.³⁴ Forbindelsen til disse ideer viste sig også i Krügers ønske om at styrke de naturvidenskabelige fag i den lærde skole,³⁵ og i hans sammenligning af den klassiske dannelse med kejserens nye klæder.³⁶ På trods af at Krüger var præget af de realistiske strømninger indenfor pæ-

³⁰ Tuxen (1886), s.4-5.

³¹ Krüger (1886), s.190.

³² Krüger (1886), s.190.

³³ Krüger (1886), s.192.

³⁴ Krüger (1886), s.192.

³⁵ Skovgaard-Petersen (1976), s.143.

³⁶ Skovgaard-Petersen (1976), s.150.

dagogikken, var der noget, der tydede på, at han ikke havde forstået den dybere mening med Herbert Spencers ideer. For eksempel havde Krüger ikke forstået, at elevernes undersøgelse af materielle legemer og de derpå følgende empiriske beviser var en vigtig fase i elevernes udvikling hen imod at blive i stand til, at kunne udlede mere generelle geometriske resultater. I den forbindelse var det også betegnende, at Krüger henviste til en kongelig anordning, da han skulle forklare anvendelsen af materielle former i geometriundervisningen.

Den kulturradikale Sophus Andreas Christensen (1861-1943),³⁷ der var matematiklærer ved Odense Katedralskole, tog i 1890 tråden op efter Krüger. Christensen fremførte, at det ikke var nok, at skolerne havde en enkelt samling af materielle former til demonstrationsbrug, "*...da hver Elev herved næppe faar tilstrækkelig Lejlighed til selv at undersøge hver enkelt Form omhyggeligt,...*".³⁸ Efter Christensens opfattelse skulle de materielle former ikke blot inddrages i undervisningen, fordi eleverne skulle lære et bestemt pensum, men i ligeså høj grad på grund af det udbytte, som de kunne få af "*Selvundersøgelsen*".³⁹ Christensens høje vurdering af elevaktiviteten kom også til udtryk i en overvejelse om, at "*Skal Eleven ikke selv udføre alt Arbejdet, men fra Lærerens Side have nogen Hjælp, maa det ikke være ud over det allernødvendigste.*"⁴⁰ Med denne holdning til elevaktivitetens betydning lå Christensen på linie med de andre kulturradikale. Det er samtidig værd at notere sig, at Christensen, i lighed med de andre kulturradikale, lagde vægt på de særlige muligheder for elevaktivitet, der lå i geometriundervisningen.

I forhold til kulturradikale som Pingel og Kroman, der ikke argumenterede ud fra egne erfaringer med at undervise i matematik, er det værd at lægge mærke til, at Christensen hævdede, at ideerne i artiklen svarede til hans egen undervisningspraksis.⁴¹ Christensen erkendte, at det tog længere tid at lægge undervisningen an på, at eleverne selv skulle opdage matematikken,⁴² men han fremførte samtidig, at den tid, der tidligt i undervisningsforløbet blev brugt på at lade eleverne opdage matematikken gennem egne undersøgelser, betød, at læreren senere i forløbet kunne spare en del forklaringer.⁴³ På denne måde gav Christensen udtryk for, at det ikke var tidsmæssigt urealistisk at lade dele af matematikundervisningen basere sig på elevernes selvundersøgelse.

Matematikeren Tommy Bonnesen var enig med Christensen i værdien af elevernes undersøgelse af materielle former. I 1906 bragte Bonnesen nogle nye begreber ind i de-

³⁷ Jacobsen m.fl. (1984), s.267.

³⁸ Christensen (1890), s.114.

³⁹ Christensen (1890), s.115.

⁴⁰ Christensen (1890), s.115.

⁴¹ Christensen (1890), s.119.

⁴² Christensen (1890), s.115-116.

⁴³ Christensen (1890), s.118.

batten, som skulle tydeliggøre hans synspunkter. Bonnesen skelnede mellem en anskuel-sesmetode og en erfaringsmetode, og forklarede de to metoder på følgende vis: "*Ved An-skuelser lærer Eleven at orientere sig paa Figuren og at gøre et første Overslag over, hvorledes Forholdene vel kan være. Erfaringsmetoden driver ham videre til en eksperimen-tel Undersøgelse og til en positiv Bekræftelse eller Benægtelse af det formodede.*"⁴⁴ Med indførslen af denne form for sprogbrug blev det lettere at skelne mellem, i hvor høj grad lærerne ønskede at udnytte materielle former i undervisningen.

Bonnesen selv ønskede i meget høj grad at benytte sig af materielle former. Han var modstander af at geometrien blev aritmetiseret. Det vil sige, at linier, vinkler og arealer blev bestemt ved tal. I stedet mente Bonnesen, at eleverne ville kunne nå til en forståelse af, at de matematiske sætninger var virkelige, påviselige fysiske sandheder ved at klippe geometriske figurer ud, og operere med dem indtil de matematiske sætninger fik en kon-kret betydning.⁴⁵ Betoningen af elevaktiviteten gav sig udslag i, at Bonnesen lagde vægt på, at eleverne "...*selv opstiller nye Formodninger og prøver deres Rigtighed,*..."⁴⁶ På denne vis var det vigtigt for Bonnesen, at det ikke var læreren alene, der opstillede må-lene for geometriundervisningen.

Betydningen af elevaktiviteten blev også fremhævet af Bonnesen i en anden forbin-delse. For Bonnesen var det vigtigt at undgå, at de matematiske definitioner blot var et system af postulater, der på en overfladisk måde blev opremset af læreren. Bonnesen fremførte, at dygtige elever "...*indvender undertiden, at det vist nok ville være muligt for Læreren ved en lille Behændighed at faa det hele til at blive ganske anderledes og dog ligesaa logisk uimodsigeligt.*"⁴⁷ Denne oplevelse af at matematikken var en slags "*aandelige Taskenspillerkunster*", mente Bonnesen, at kunne modvirke ved hjælp af "*Erfaringsmetoden*".⁴⁸ Med erfaringsmetoden var det, efter Bonnesens opfattelse, muligt at vænne eleverne til at undersøge selve grundlaget for de logiske slutninger i matema-tikken.⁴⁹ Det er værd at bemærke, at Bonnesen gav udtryk for, at det var acceptabelt, at eleverne rejste tvivl om dette grundlag. Det var næppe alle, der var enige i, at eleverne på denne måde skulle være kritiske overfor matematikundervisningen.

I det ovenstående er der omtalt en række personer, der gik ind for at benytte materi-elle former i geometriundervisningen, men der var også personer, der var modstandere af at trække på sanselige erfaringer i forbindelse med denne undervisning. Blandt disse personer var Johannes Møllerup (1872-1937), der var matematiklærer ved Metropoli-

⁴⁴ Bonnesen (1906), s.3.

⁴⁵ Bonnesen (1906), s.9-10.

⁴⁶ Bonnesen (1906), s.7.

⁴⁷ Bonnesen (1906), s.19.

⁴⁸ Bonnesen (1906), s.18-19.

tanskolen. I en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1903 fremførte Mollerup, at "*Altfor ofte træder en fysisk Sansning til Hjælp, naar vi mangler Grundsætningerne, og jeg overdriver næppe, naar jeg mener, at de fleste Elever ikke rigtig ved, hvad et geometrisk Bevis er - i den Grad benytter vi Anskuelse i Stedet for Ræsonnement.*"⁵⁰

I forhold til Mollerups modstand mod at udnytte "*fysisk Sansning*" i forbindelse med geometriundervisningen er det værd at gøre et par bemærkninger om hans baggrund. Privat var Mollerup optaget af kirkeligt arbejde. Han var bl.a. leder indenfor KFUM og K.⁵¹ Dette pegede i retning af et konservativt tilhørsforhold. I den forbindelse er det også værd at nævne, at Mollerup i en artikel i "Vor Ungdom" fra 1903 fremførte, at "*...Fjenderne har vundet Sejr over de gamle Sprog.*"⁵² Denne opfattelse af at det var "*Fjenderne*", der havde sejret i forbindelse med den nye skolelov, tydede på en konservativ indstilling hos Mollerup i uddannelsespolitiske forhold. Det er værd at hæfte sig ved dette forhold, da der også var andre personer med konservative holdninger, som var modstandere af at trække på sanselige erfaringer i forbindelse med matematikundervisningen. Et nærliggende eksempel er Tuxen, der, som tidligere omtalt, mente, at matematikkens pædagogiske fortrin bestod i, at den isolerede tankevirkomheden fra konkret stof.

Mollerups og Tuxens konservative indstilling kan udgøre en del af forklaringen på deres modstand mod at trække på sanselige erfaringer i forbindelse med matematikundervisningen. De kulturradikales opfattelse af, at eleverne skulle undersøge og eksperimentere med materielle former i matematikundervisningen, var tæt forbundet med ideen om, at eleverne skulle opdrages til at blive selvstændige individer, der kunne styre sig selv. Opdragelsen af eleverne til selvstændige individer kunne indebære en svækkelse af respekten for lærerens autoritet, og måske samtidig en generel svækkelse af respekten for autoriteter. Med deres konservative holdninger var Mollerup og Tuxen ikke interesserede i at medvirke til at nedbryde autoriteten hos de personer, der fra forskellige magtpositioner skulle føre den bestående samfundsorden videre. På denne vis kunne der også tænkes at ligge en politisk holdning bag modstanden mod at gøre matematikundervisningen mere konkret og anskuelig.

Af dette kapitel fremgår det, at det var kulturradikale debattører, der lagde vægt på at fremme elevernes selvvirksomhed i matematikfaget. Det må bemærkes, at hovedparten af disse debattører skrev i årene 1884-1890. Det er derfor værd at komme nærmere ind på forbindelsen mellem matematik og selvvirksomhed senere i perioden 1884-1914. I forhold til sammenkædningen af matematik og selvvirksomhed efter århundredeskiftet

⁴⁹ Bonnesen (1906), s.19.

⁵⁰ Mollerup (1903b), s.34.

⁵¹ Thaning (1937), s.26.

⁵² Mollerup (1903a), s.437.

er det tidligere omtalt, hvordan Bonnesen i sin artikel fra 1906 lagde vægt på, at eleverne selv skulle opstille nye formodninger og foretage eksperimentelle undersøgelser i geometriundervisningen. Derudover henviste Bonnesen i samme artikel til bekendtgørelsen for matematikundervisningen i mellemskolen. Her var det en del af formålet med matematikundervisningen, at den skulle "...bidrage til at fremkalde Elevernes Selvvirksomhed;..."⁵³ På denne måde blev forbindelsen mellem matematik og selvvirksomhed sanktioneret fra officielt hold efter århundredeskiftet.

I forhold til gymnasiets matematikundervisning kom der i 1906 en fælles formålsparagraf for undervisningen på de to sproglige linier, hvorimod der ikke blev fremsat nogen formålsparagraf for undervisningen på den matematiske linie. I formålsparagraffen for de sproglige elevers matematikundervisning blev begrebet selvvirksomhed ikke nævnt. Dertil må det bemærkes, at det var tidskrævende at basere undervisningen på selvvirksomhed, og på de to sproglige linier havde eleverne kun to ugentlige matematiktimer. Samtidig må det påpeges, at elevernes interesse var en vigtig forudsætning for at kunne basere undervisningen på selvvirksomhed, og på de to sproglige linier kunne eleverne ikke forventes at være særligt interesserede i matematik.⁵⁴ Af disse overvejelser fremgår det, at der var gode grunde til ikke at nævne begrebet selvvirksomhed i formålsparagraffen for de sproglige elevers matematikundervisning. Det er ikke muligt ud fra denne formålsparagraf at slutte noget om, hvorvidt begrebet selvvirksomhed ville have forekommet i en eventuel formålsparagraf for matematikundervisningen på den matematiske linie. I den forbindelse er det dog værd at hæfte sig ved, at formålsbeskrivelsen for mellemskolens matematikundervisning og Bonnesens artikel kunne tages som et udtryk for, at elevernes selvvirksomhed var blevet en vigtig del af matematikundervisningen i tiden efter århundredeskiftet.

I debatten blev det fremhævet, at for i højere grad at kunne basere matematikundervisningen på elevernes selvvirksomhed, måtte matematikken gøres mere konkret. Der er derfor grund til at undersøge, om der med årene var flere bestræbelser på at gøre matematikken mere konkret. I den forbindelse er det værd at fremhæve en anmeldelse i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1916, skrevet af matematikeren A.F. Andersen (1891-1972). Andersen lagde her vægt på, at Herbert Spencers princip om at gå fra det konkrete til det abstrakte blev anvendt i geometriundervisningen, hvorimod princippet havde haft svært ved at vinde indpas i de øvrige dele af matematikundervisningen.⁵⁵ Dette udsagn tyder ikke på, at der var sket nogen markant udvikling i forhold til at gøre

⁵³ Bonnesen (1906), s. 16 - sml. m. Lovtidende (1904), s. 763.

⁵⁴ Trier (1902), s. 8.

⁵⁵ Andersen (1916), s. 130.

matematikken mere konkret i årene op mod første verdenskrig. Ideerne om at gøre matematikken konkret og anskuelig blev stadig kun forbundet med geometriundervisningen. Denne matematiske disciplin bød på nogle særlige muligheder for at gøre matematikken konkret og anskuelig, og geometrien inviterede derved i højere grad til selvvirksomhed end de øvrige matematiske discipliner.

Det var de kulturradikale debattører, der lagde vægt på forbindelsen mellem matematik og selvvirksomhed. De naturvidenskabelige fag blev på grund af den eksperimentelle metode fremhævet som de fag, der var bedst egnede til at fremme elevernes selvvirksomhed, og ved at lægge vægt på de konkrete sider af geometrien forsøgte de kulturradikale debattører at overføre den eksperimentelle metode til geometriundervisningen. Fra konservativ side var der modstand mod at lægge vægt på de konkrete sider af matematikken. I den forbindelse er det værd at fremhæve en artikel af den konservative Ernst Kaper (1874-1940),⁵⁶ som blev bragt i "Vor Ungdom" i 1913. Kaper, der var bestyrer af Ordrup Gymnasium, tog i artiklen afstand fra samtidens brug af "*Håndgribelighedens og Selvvirksomhedens Principper*".⁵⁷ Han mente, at brugen af disse principper blev overdrevet i samtidens undervisning, og at dette var et udtryk for en undervurdering af elevernes "*Abstraktionsevne*".⁵⁸ Samtidig fremførte Kaper, at det selv i de naturvidenskabelige fag gjaldt, at et påvist forhold var "*...lige så meget værd som et selvfundet, blot det virkelig er blevet klart for Eleven.*"⁵⁹ Med denne holdning til "*Håndgribelighedens og Selvvirksomhedens Principper*" lå Kaper på linie med Tuxen og Møllerup. Kapers overvejelser tyder på, at der, i tiden omkring første verdenskrig, ikke var sket nogen ændring i holdningen til disse principper blandt konservativt orienterede debattører.

⁵⁶ Jfr. Skovgaard-Petersen (1976), s.240 var Kaper fra 1917 konservativ skoleborgmester i København.

⁵⁷ Kaper (1913), s.219.

⁵⁸ Kaper (1913), s.219.

⁵⁹ Kaper (1913), s.219.

5. Begrundelser udfra matematikkens formalt dannende virkninger

I dette kapitel vil jeg undersøge de begrundelser, hvor der blev argumenteret for matematikundervisningen ved hjælp af teorien om formal dannelse. Denne teori gik ud på, at indholdet af undervisningen principielt var uden betydning, blot virkningen af undervisningen kunne spores ved f.eks. en styrket hukommelse, fantasi, "tænkeevne", "iagttagelsesevne", forstand m.v. hos eleverne.¹ Udover at teorien om formal dannelse blev benyttet som argument for at undervise i matematik, er det værd at lægge mærke til, at denne teori indgik som et væsentligt træk i alle de pædagogiske systemer, der i det 19. århundrede havde praktisk betydning.² Teoriens udbredelse viste sig også ved, at både Pingel, Kroman og Tuxen benyttede sig af den under debatten om matematikundervisningen i 1880'erne.

Tuxen lagde især vægt på, at elevernes tænkeevne skulle udvikles gennem matematikundervisningen. For Tuxen var de matematiske slutninger af stor betydning for udviklingen af tænkeevnen, og han fremførte, at "*I en Skoleplan for den højere Undervisning kan Mathematikken derfor aabenbart ikke undværes.*"³ Efter Tuxens opfattelse var det ikke muligt at opstille matematiske slutninger udfra "...et Blik paa Erfaringsverdenen,...".⁴ I stedet mente Tuxen, at eleverne skulle lære om matematiske slutninger gennem de matematiske beviser. Disse synspunkter var baggrunden for, at han konkluderede følgende om matematikken: "...den former Tænkeevnen, men beriger den ikke med Erfaringsstof."⁵ Som en konsekvens af dette matematiksyn fremførte Tuxen, at det ikke var kundskabernes mængde, det kom an på i matematikfaget, "*thi her er det kun Methoden, det gjælder om at øve den unge i,...*"⁶ Derfor kunne der, efter Tuxens opfattelse, ses bort fra matematiske discipliner som analytisk geometri og projektionslære.⁷ Denne overvejelse begrundedes ikke med, om disse discipliner fandt anvendelse i naturvidenskaberne eller ej. Grunden til, at Tuxen mente, at de var overflødige, var, at der allerede var flere andre matematiske discipliner, hvor eleverne kunne udvikle deres tænkeevne.

¹ Nielsen (1978), s. 79.

² Nielsen (1978), s. 75.

³ Tuxen (1884a), s. 12.

⁴ Tuxen (1884a), s. 12.

⁵ Tuxen (1884a), s. 12.

⁶ Tuxen (1884a), s. 14.

⁷ Tuxen (1884a), s. 14.

Pingel var ikke enig i Tuxens matematiksyn. Denne uenighed viste sig bl.a. i synet på forbindelsen mellem matematikken og naturvidenskaberne. Pingel anførte eksempelvis om matematikken, at "...ved at lære os *Ellipsens Egenskaber*, lærer den os f. Ex. *Planetbanernes Egenskaber*".⁸ Med denne matematikopfattelse kom de matematiske discipliners værdi også til at afhænge af, hvilken betydning de havde for de naturvidenskabelige fag. Pingel fremhævede f.eks., i en artikel i "Tilskueren" fra 1884, at med den analytiske geometri åbner der sig "...et *Fjærnsyn over umaadelige Vidder af Videnskabens Land*;...".⁹ Udfra sådanne overvejelser var det langt fra underordnet for Pingel, hvilke matematiske discipliner eleverne blev undervist i. Samtidig betonedes Pingel, at selv den "...som kun ser *Metode, Formalisme og ensidig Forstandskultur i den matematiske Undervisning*, burde dog, synes jeg, have Øje for, at, jo længere man trænger ind i *Videnskaben*, desto rigere, desto mere åndsdannende blive de *Opgaver*, som den giver *Lejlighed til at stille*".¹⁰

I Tuxens svar på Pingels artikel forholdt han sig ikke direkte til argumentet med, at matematikken kunne få en endnu større åndsdannende betydning. I stedet fremførte han, at Pingels overvejelser om analytisk geometri, som var en del af pensum på den matematisk-naturvidenskabelige retning, var et udtryk for, at Pingel ønskede at gøre matematikken til "*Hovedfag*" i skolen.¹¹ Dette var Tuxen ikke interesseret i, uanset om en udvidet matematikundervisning ville kunne medvirke til at udvikle tænkeevnen yderligere.

Tuxen ønskede at forhindre, at matematikken kom til at spille for stor en rolle i den lærde skole, og dette ønske udgjorde en vigtig del af baggrunden for hans betoning af matematikkens betydning for tænkeevnen. Ved at begrunde matematikfaget med, at matematikken skulle træne tænkeevnen, var det, som tidligere beskrevet, muligt for Tuxen at argumentere for, at en begrænset mængde matematikundervisning var tilstrækkeligt til, at målet for dette fag kunne nås. Samtidig må det fremhæves, at begrundelsen med at matematikken trænede tænkeevnen også var fordelagtig for Tuxen, fordi der i hans samtid var en rodfæstet opfattelse af, at matematikken besad denne kvalitet. Pingel og mange andre var enige med Tuxen i, at matematikken udviklede tænkeevnen, og som Kroman rammende formulerede det i 1886: "*Fra alle Sider er det da ogsaa indrømmet, at netop Matematikundervisningen i fortrinlig Grad er skikket til at skærpe og fuldkommengøre vor Tænkning*,...".¹²

⁸ Pingel (1884b), s.312.

⁹ Pingel (1884a), s.488.

¹⁰ Pingel (1884a), s.488.

¹¹ Tuxen (1884b), s.617.

¹² Kroman (1886), s.81.

Kroman fremhævede, i lighed med Tuxen, matematikkens betydning som tænke-træning, men samtidig anførte Kroman følgende vigtige begrundelse for, hvorfor det netop var matematikken, der skulle bruges til denne tænketræning: *“Det er navnlig ved sin samtidige materielle Betydning, at Matematikken får det Forspring fremfor Logikken, som alle uvilkaarligt have indrømmet den og som vi danske da navnlig have betonet ved slet ikke at give Logikken en Plads i vore Skoler,...”*.¹³ Det er værd at hæfte sig ved, at Kroman og ikke Tuxen gjorde sig overvejelser over faget logik. For Tuxen var argumentet med, at matematikken udviklede tænkeevnen så grundlæggende for hans begrundelse af matematikfaget, at dette fag praktisk taget kunne udskiftes med logik, uden at det ville have den store betydning, da logikundervisning vel også kunne udvikle tænkeevnen.

Til denne overvejelse må det bemærkes, at det er muligt, at Tuxen også havde en anden grund til at ville bibeholde matematikfaget på den lærde skoles undervisningsplan. Tuxen satte åndslivet i det klassiske Grækenlands højt, og han var i 1880'erne fortaler for en stærk udvidelse af undervisningen i græsk på latinens bekostning. I den græske kultur blev matematikken tillagt stor betydning, og det kan f.eks. fremhæves, at det første eksempel på den formale idé i europæisk pædagogisk litteratur forekom i Platons *“Staten”*, hvor Sokrates argumenterede for, at soldaterne skulle undervises i tal- og regnekunsten, fordi den trænede tænkeevnen.¹⁴ Det er tænkeligt, at matematikkens høje status i den klassiske græske kultur bidrog til at overbevise Tuxen om, at der skulle undervises i matematik i den lærde skole.

Med Tuxens betoning af matematikkens betydning for elevernes tænkeevne var det et smart retorisk kneb af Kroman at sammenligne matematikfaget med logikfaget, som angiveligt også kunne træne elevernes tænkeevne. Derved fik Kroman et godt argument for, at begrundelsen for at undervise i matematik også måtte søges i, hvad matematikken kunne, udover at lære folk at tænke. Ved siden af at matematikken var udviklende for tænkeevnen, lagde Kroman vægt på, at matematikken var anvendelig i de naturvidenskabelige fag, men han fremhævede også, at matematikken havde andre formalt dannende virkninger end at træne tænkeevnen. Ifølge Kroman var matematikken udviklende for elevernes *“Rumsans”* og *“Fantasi”*.¹⁵ Om udviklingen af fantasien skrev han følgende: *“Enhver Mathematiker vil have lagt Mærke til, hvilke store Fordringer hans Fag bestandig stiller til Fantasien og hvorledes denne Evne ved Øvelsen bestandig bliver fuldkomnere og fuldkomnere.”*¹⁶ Til gengæld kom Kroman ikke nærmere ind på, hvordan

¹³ Kroman (1886), s.84.

¹⁴ Nielsen (1978), s.71-72.

¹⁵ Kroman (1886), s.80-81.

¹⁶ Kroman (1886), s.81.

matematikken skulle være udviklende for rumsansen, men det er tænkeligt, at han var inspireret af Herbert Spencers ideer om geometriundervisning. Her spillede rumlige legemer, som tidligere beskrevet, en vigtig rolle.

I forhold til de mange kvaliteter som Kroman tillagde matematikundervisningen, var Tuxen på vagt overfor, om de kunne bruges som argumenter for at give matematikfaget en mere fremtrædende placering i den lærde skole. I forbindelse med nogle overvejelser over sprogundervisningen havde Kroman fremført, at med hans skoleprogram ville eleverne "...blive udviklede og modnede ved en Række tankeskærpende og selvstændighedsvækkende Sysler, som gaa jevnside de sproglige Øvelser,...".¹⁷ Det var næppe Kromans opfattelse, at træningen fra bl.a. matematikken kunne overføres til sprogfagene, men sådan valgte Tuxen at forstå Kroman. Tuxen fremførte derefter, at "*Den Erfaring, vi i dette Punkt have for de realstuderendes Vedkommende, gaar i lige modsat Retning.*"¹⁸ Det må her bemærkes, at Tuxens fortolkning var belejlig, da den gav ham anledning til at omtale et eksempel på, at en udvidet undervisning i de matematisk-naturvidenskabelige fag ikke havde været en succes.

Efter Tuxens opfattelse kunne træningen fra matematikken ikke overføres til sprogfagene, men til gengæld mente han, at der godt kunne være tale om overførsel fra latinsk og græsk grammatik til de øvrige sprogfag.¹⁹ Det forhold, at det udelukkende var latinsk og græsk grammatik, der skulle varetage udviklingen af tænkeevnen i forhold til sprogundervisningen, var betegnende for Tuxens holdning til skolefagene. For Tuxen var det nøje afgrænset, hvad eleverne skulle have ud af de forskellige fag. Denne indstilling betød, at det f.eks. var vanskeligt for Tuxen at forholde sig til Kromans opfattelse af, at matematikken var udviklende for fantasien. Om udviklingen af elevernes fantasi fremførte Tuxen, at det først måtte overvejes "...*hvilken Opgave Skolen kan have til at udvikle denne Evne, og ved hvilke Midler dette bedst kan gøres.*"²⁰ Denne bemærkning tydede ikke på, at det var Tuxens opfattelse, at udviklingen af elevernes fantasi var en naturlig opgave for den lærde skole. I den forbindelse er det værd at fremhæve, at Pingel heller ikke mente, at den lærde skole var præget af at dyrke elevernes fantasi.²¹ Når Kroman lagde vægt på at udvikle elevernes fantasi, måtte det derfor ses som et udtryk for en pædagogik, der var fremmedartet i forhold til den herskende pædagogik i den lærde skole. At Kroman så oveni købet også forbandt udviklingen af elevernes fantasi

¹⁷ Kroman (1886), s.270.

¹⁸ Tuxen (1886), s.77.

¹⁹ Tuxen (1886), s.77.

²⁰ Tuxen (1886), s.74.

²¹ Sevaldsen (1974), s.238.

med matematikfaget, som af bl.a. Tuxen blev begrundet med, at det skulle bidrage til at træne elevernes tænkeevne, kan kun have bidraget til at forstærke dette indtryk.

Udover at Kroman betonedede værdien af at udvikle elevernes fantasi, var det også karakteristisk for ham, at han afviste Tuxens sammenkædning af bestemte evner med bestemte fag. Efter Kromans opfattelse gjaldt det om "...snarest muligt at opgive den gamle og falske Pædagogik, der lever i den Tro, at Eleven udelukkende sidder og tænker i Matematiktimen, føler i Religionstimen og vil i Skrive- og Tegnetimen."²² Med denne bemærkning markerede Kroman, at hans betoning af matematikkens betydning for elevernes fantasi og rumsans var et udtryk for et opgør med den form for pædagogik, som Tuxen repræsenterede.

Kroman lagde vægt på at skabe en skole, der kunne give eleverne en almindannende udvikling,²³ og da der, i tiden op til Almenskoleloven, blev lagt op til, at matematikundervisningen på den kommende nysproglige gren først og fremmest skulle bidrage til at give eleverne en almindannende udvikling,²⁴ blev flere af Kromans ideer inddraget i debatten. Det kan f.eks. nævnes, at den kulturradikale Viggo Trier, i en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1902, gav udtryk for, at matematikken både skulle være udviklende for elevernes fantasi og rumsans samt for deres evne til logisk tænkning.²⁵ Til trods for bl.a. Triers indlæg var der ikke mange spor af Kromans ideer, da der i 1906 udkom en ministeriel bekendtgørelse om formålet med undervisningen i matematik på de to sproglige linier. Med blot to timer ugentligt på hvert af de tre klassetrin skulle matematikundervisningen på de to sproglige grene opfylde følgende formål:

*"Formaalet for Undervisningen paa de to sproglige Linier skal ikke saa meget være at bibringe Eleverne omfattende Kundskaber i Matematik,..., som at skole Elevernes Tænkeevne ved at indøve den gennem Matematikkens stringente Betragtningssmaader. Ved Undervisningen bør man derfor særlig lægge Vægt paa en udtømmende og omhyggelig teoretisk Behandling af de optagne Afsnit."*²⁶

Denne formålsparagraf og det lave timetal stemte godt overens med Tuxens ideer om, hvordan matematikundervisningen burde indrettes. Tuxen lagde, som tidligere beskrevet, vægt på, at matematikundervisningen skulle være teoretisk orienteret og have til

²² Kroman (1886), s.62.

²³ Kroman (1886), s.251.

²⁴ Trier (1902), s.8.

²⁵ Trier (1902), s.9.

²⁶ Lovtidende (1906), s.858.

formål at træne elevernes tænkeevne, og samtidig ønskede Tuxen at forhindre, at matematikfaget kom til at fylde for meget på undervisningsplanen.

Det var ikke alle, som brød sig om ideerne bag formålsparagraffen for de sprogliges matematikundervisning. I en artikel fra 1906 - skrevet før den ministerielle bekendtgørelse blev offentliggjort - gav Tommy Bonnesen udtryk for modstand mod den tankegang, der lå bag ovennævnte formålsparagraf. Om matematikkens betydning i forhold til at udvikle "*værdifulde aandelige Evner*" skrev Bonnesen: "*Og heldigt er det for Matematiklæreren, at de paastaaede Resultater er af en saa fin, aandelig Natur, at det kun vanskeligt kan kontrolleres, om de er naaede eller ej, og endnu vanskeligere, om de naas bedre ved den matematiske end ved andre mulige Fremgangsmaader.*"²⁷ Gennem denne overvejelse kritiserede Bonnesen de begrundelser for at undervise i matematik, hvor der ensidigt blev lagt vægt på matematikkens betydning for udviklingen af bestemte evner. Om specielt matematikkens betydning for udviklingen af elevernes tænkeevne anførte Bonnesen, at "*Ethvert af Skolens Fag kan og bør imidlertid læres ogsaa med dette Formaal for Øje,...*".²⁸ Denne bemærkning var et udtryk for Bonnesens opfattelse af, at der var andre vigtige begrundelser for at undervise i matematik end blot hensynet til udviklingen af elevernes tænkeevne. I forhold til disse andre begrundelser er det f.eks. tidligere fremhævet, hvordan Bonnesen lagde vægt på matematikkens betydning som støttfag for fysikfaget.

Samtidig med at Bonnesen nedtonede matematikkens betydning for udviklingen af elevernes tænkeevne, afviste han, at matematikken i højere grad end andre videnskaber var en form for logik. Bonnesen fremførte, at det fremfor logikken var egenskaber som "*geometrisk Intuition*" samt "*Opfindsomhed og Kombinationsævn*", der var kendetegnende for matematikerens arbejde.²⁹ Hensigten med denne overvejelse var ikke at bestride, at eleverne kunne opnå "*logisk Træning*" gennem matematikken. Overvejelserne var i stedet et forsøg på at argumentere for, at udviklingen af elevernes fantasi burde være et vigtigt mål for matematikundervisningen.³⁰ Udover at Bonnesen mente, at matematikken kunne være udviklende for elevernes fantasi, gav han, i en artikel fra 1905, udtryk for, at udviklingen af "*Rumsansen*" burde være et mål for visse dele af geometriundervisningen.³¹ Det er værd at notere sig, at Bonnesen, gennem fremhævelsen af dels matematikkens betydning for fysikfaget og dels matematikkens betydning for elevernes

²⁷ Bonnesen (1906), s. 11.

²⁸ Bonnesen (1906), s. 17.

²⁹ Bonnesen (1906), s. 12-13.

³⁰ Bonnesen (1906), s. 14-16.

³¹ Bonnesen (1905), s. 13.

fantasi og rumsans, lagde sig på linie med den holdning til matematikundervisningen, som blev repræsenteret af bl.a. Kroman.

Hvor Bonnesen nedtonede matematikkens betydning som logisk træning, var denne begrundelse for at undervise i matematik central for Johannes Mollerup. I 1903 fremførte Mollerup, at "*Matematikens Berettigelse til at indtage den fremragende Plads i Skolen, der altid villigt er blevet den tildelt, søger jeg derimod i, at den, omtrent alene, varetager en uundværlig Udvikling af Elevernes logiske Evne,...*".³² Dette synspunkt må ses i sammenhæng med Mollerups betragtninger om, hvordan matematikundervisningen skulle indrettes. Efter Mollerups mening var det gennem beviserne for de matematiske sætninger, at elevernes logiske evner blev udviklet, og han ønskede derfor, i lighed med Tuxen, at beviserne skulle have en central placering i matematikundervisningen.³³

Mollerup og Tuxen var ikke alene om at fremhæve de formalt dannende virkninger af matematikken. Konsekvenserne af deres konservative indstilling fremgår derfor ikke så meget af, at de ønskede at dyrke matematikkens formalt dannende virkninger som af, hvad de ikke ønskede at dyrke i matematikundervisningen. For det første ønskede Mollerup at reducere mængden af opgaveregning.³⁴ Til dette må det bemærkes, at opgaverne i visse lærebøger knyttede forbindelse mellem matematikken og livet udenfor skolen.³⁵ Tuxen kommenterede ikke opgaveregningens omfang, men var som tidligere beskrevet modstander af en anvendelsesorienteret form for matematikundervisning. Derudover var både Mollerup og Tuxen afvisende overfor tanken om at benytte fysisk sansning i matematikundervisningen. Mollerup ønskede i stedet, at der i geometriundervisningen skulle arbejdes med et "*...System af Grundsætninger, hvorfra man ved et endeligt Antal Slutninger naar til Sætningerne, og hvortil man omvendt kan vende tilbage fra disse*".³⁶ Dette syn på geometrien passede godt med hans opfattelse af, at matematikken først og fremmest skulle træne elevernes logiske evner.

Sammenfattende kan disse bestræbelser ses som et forsøg på at forhindre, at eleverne kunne have gjort sig andre steder end i matematiktimerne, blev inddraget i forbindelse med undervisningen i matematik. I stedet forsøgte Mollerup og Tuxen at vænne eleverne til abstrakte ræsonnementer over stof, som de ingen personlige forudsætninger havde for at forstå. Ved ikke at give plads til eleverne selvstændige stillingtagen ud fra egen viden og erfaringer i forbindelse med matematikundervisningen, ville Mollerup og Tuxen opdrage eleverne til kritikløst at acceptere matematikken. Gennem

³² Mollerup (1903b), s.33.

³³ Mollerup (1903a), s.436-437.

³⁴ Mollerup (1903b), s.37.

³⁵ Jfr. bl.a. Branth (1902), s.16-17.

³⁶ Mollerup (1903b), s.34.

den medlæring der fulgte med undervisningen i matematik, kunne dette også ses som et forsøg på at opdrage eleverne til kritikløst at overtage det bestående samfunds normer og idealer. Det må her bemærkes, at det udelukkende var påstanden om matematikkens formalt dannende virkninger, der blev brugt som begrundelse for Møllerups og Tuxens ideer om, hvordan matematikundervisningen burde indrettes.

Mod slutningen af den periode der undersøges i specialet var der noget, der tydede på, at der var sket en holdningsændring blandt konservativt orienterede debattører. Tuxens forandrede holdning viste sig i 1912, hvor han fremførte, at matematikundervisningen godt kunne undværes på de sproglige linier.³⁷ Dermed var matematikken altså ikke længere uundværlig tænketræning for Tuxen. Derudover kan det nævnes, at den konservative Ernst Kaper, i en artikel i "Vor Ungdom" fra 1913, fremførte, at matematikken var "...overvurderet som almen formelt dannende."³⁸ Endelig kom der også et eksempel på den nye holdning i en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1914. Her betonedes matematiklæreren Carl Hansen (1876-1935), der formodentlig var konservativt orienteret,³⁹ at matematikundervisningen ikke skulle være, hvad han ville kalde "...Gymnastik for Hjærnen, et Middel, hvormed vi lærer Eleverne at drage rigtige Slutninger ud fra Forudsætningerne,...".⁴⁰ Denne overvejelse måtte ses som en afstandtagen fra at begrunde matematikken med dens formalt dannende virkninger.

Noget af forklaringen på denne tendens til at nedtone betydningen af matematikkens formalt dannende virkninger var formentlig, at formålsparagraffen fra 1906 viste sig at fungere dårligt i praksis. De dårlige erfaringer med denne formålsparagraf var ikke befordrende for troen på, at matematikken kunne udvikle tænkeevnen. Samtidig blev der rettet hårde angreb mod selve teorien om formal dannelse. Disse angreb blev bl.a. fremsat i en doktordisputats fra 1912 af filosofen Axel Dam (1868-1936) samt i en bog fra samme år af psykologen Alfred Lehmann (1858-1921). I en anmeldelse af Lehmanns bog, som blev bragt i "Vor Ungdom" i 1913, gav Dam udtryk for, at han og Lehmann var enige om, at "...Sanseevne, Skelneevne, Hukommelse, Fantasi, Fornuft, Følelse og Vilje ikke er Organer, der paa samme Maade som Musklerne udvikles ved Øvelse."⁴¹ Ligeledes var de enige om, at "...en Tænkeevne, der kan udvikles paa ét Omraade og saa anvendes med samme Dygtighed paa andre Omraader gives ganske sikkert ikke."⁴² Dam lagde vægt på, at han og Lehmann ikke forsøgte at bestride, at det for en person var muligt gennem øvelse at udvikle bestemte evner indenfor det område, hvor personen øvede

³⁷ Tuxen (1912), s.136.

³⁸ Kaper (1913), s.217.

³⁹ Denne opfattelse vil blive nærmere begrundet i kapitel 8.

⁴⁰ Hansen (1914), s.107.

⁴¹ Dam (1913), s.291.

sig. Det, som de bestred, var troen på, at evner udviklet på et område kunne anvendes med samme dygtighed på andre områder.⁴³

Det er tænkeligt, at det var dels de praktiske erfaringer med formålsparagraffen fra 1906, og dels angrebene på teorien om formal dannelse, der lå bag den holdningsændring, der kunne fornemmes hos de konservativt orienterede debattører. Dette var dog næppe den eneste forklaring. I 1912 fremførte Tuxen, at Polyteknisk Læreanstalt var "*Maalet*" for den matematiske retning,⁴⁴ og i 1914 gav Carl Hansen udtryk for, at der i gymnasiets matematikundervisning først og fremmest skulle tages hensyn til Polyteknisk Læreanstalt.⁴⁵ På baggrund af disse synspunkter er der et vist belæg for at antage, at den ændrede holdning til betydningen af matematikkens formalt dannende virkninger skulle ses i sammenhæng med det fremvoksende ønske om at tage hensyn til Polyteknisk Læreanstalts behov. Dette forhold må igen ses i sammenhæng med de konservatives interesser i at støtte den voksende industri.

Sluttelig må det pointeres at betydningen af de psykologiske eksperimenter, der skulle be- eller afkræfte den formale idé, ikke må overvurderes. Professor Mogens Nielsen (født 1931) fra Danmarks Lærerhøjskole påpeger, at den formale idé havde for dybe rødder i vesteuropæisk pædagogisk tænkning til at den lod sig be- eller afkræfte eksperimentelt.⁴⁶ Opfattelsen af at matematikken havde en formalt dannende virkning vedblev da også at eksistere til trods for en midlertidig modgangsperiode. At denne opfattelse siden hen er blevet taget seriøst, kan konstateres ved at betragte de skiftende formålsparagraffer for matematikundervisningen i gymnasiet op til vor tid.

⁴² Dam (1913), s.292.

⁴³ Dam (1913), s.293.

⁴⁴ Tuxen (1912), s.135.

⁴⁵ Hansen (1914), s.113.

⁴⁶ Nielsen (1978), s.76.

6. Matematikkens betydning for karakteropdragelsen

I dette kapitel vil jeg undersøge de begrundelser, der gik ud på, at matematikundervisningen havde en særlig indvirkning på de sider af personligheden, der gik under navn af vilje, følelse, temperament, værdiindstillinger, holdninger o.lign., og som jeg her vil sammenfatte under betegnelsen karakteren. I den forbindelse ville det også være relevant at behandle opfattelsen af, at matematikundervisningen kunne bidrage til at udvikle elevernes selvstændighed. Denne opfattelse er imidlertid behandlet i et tidligere kapitel, og vil derfor ikke blive nærmere omtalt her.

Opfattelsen af, at beskæftigelse med matematik havde en særlig indvirkning på karakteren, kunne bl.a. konstateres i et mindeskrift fra 1899 over matematikeren Adolph Steen (1816-1886), som havde haft en karriere som nationalliberal politiker. I mindeskriftet blev det antydnet, at Steens matematiksyn havde haft indflydelse på hans politiske anskuelser: *“Det kunde være interessant at sammenligne denne matematiske Doktrinarisme, forbunden med fuld Tro paa de færdige Doktriners absolutte Gyldighed, med den tilsvarende Tro paa de politiske Doktriner, som gjorde ham til et fremragende,...Medlem af det national-liberale Parti.”*¹ Et andet eksempel på opfattelsen af, at matematisk skoling havde en bestemt indvirkning på karakteren, blev leveret af Ernst Kaper i 1913. Om den tyske naturvidenskabsmand Wilhelm Ostwald (1853-1932) fremførte Kaper, at *“...den naive Sikkerhed, hvormed han tumlede med indviklede menneskelige Forhold og mente at have “bevist” sine Påstande, vidnede om, at hans Iudicium om det menneskelige var blevet aldeles fortrukket og forvredet gennem mathematisk og fysisk Skoling.”*²

I forbindelse med diskussionen om matematikundervisningen blev der på forskellig vis argumenteret for, at beskæftigelse med matematik havde en bestemt indvirkning på karakteren. I en kommentar til Kromans bog fremførte J.L. Heiberg i 1886, at *“Det er netop Faren ved den ensidige mathematiske Udvikling af Tænkningen, at den saaledes opdragne let fristes til at vente, at alle Forhold i Livet skal være lige saa klare og usammen satte som hans mathematiske Beviser.”*³ I forhold til denne kommentar må det bemærkes, at i modsætning til bl.a. Tuxen og Heiberg var det vigtigste for Kroman ikke de matematiske beviser, men derimod anvendelsen af matematikken på forskellige dele af virkeligheden. Det var derfor ikke rimeligt, at Heiberg kritiserede Kroman for, at de matematiske beviser fungerede som en kilde til uheldig medlæring for eleverne.

¹ Zeuthen (1889), s.38.

² Kaper (1913), s.218.

³ J.L. Heiberg (1886), s.200.

Efter Tuxens opfattelse var det ikke så meget matematikken i sig selv, men derimod anvendelsen af matematik indenfor bestemte områder, der var afgørende for matematikkens indvirkning på karakteren. I 1884 fremførte Tuxen, at anvendelsen af matematik indenfor de naturvidenskabelige fag med tiden ville medføre, at "*Det unge Menneske vil føre sin triangulære Bevidsthed med sig alle vegne, vil være tilbøjelig til at anlægge mathematiske Synspunkter overalt,...*"⁴ For Tuxen var det særlig uheldigt, at den unge kunne blive fristet til "...*gjennem falsk Analogi at dømme overilet f. Ex. i religiøse Spørgsmaal.*"⁵ Denne frygt for falske analogier var altså en del af baggrunden for, at Tuxen forsøgte at afgrænse matematikundervisningen til at dreje sig om matematiske sætninger og deres beviser. At Tuxen var opmærksom på, at eleverne kunne danne sig bestemte analogier ud fra en anvendelsesorienteret form for matematikundervisning, ser jeg som et tegn på, at Tuxen også var opmærksom på, at der fulgte en bestemt medlæring med den form for matematikundervisning, som han selv ønskede praktiseret.

I forhold til Tuxens påstand om, at matematikken kunne have en uheldig indvirkning i trosspørgsmål, var Kromans svar følgende: "...*gjennemsøg de frafaldnes Lejr, og De vil finde, at den hovedsagelig bestaar af Digtere, Filosofer og deslige, medens der kun er forholdsvis faa Naturforskere og Matematikere.*"⁶ Efter Kromans mening var dette en antydning af, at det var åndsvidenskaberne, der var skyld i frafaldet. Kroman begrundede dette synspunkt yderligere ved at fremhæve, at "*Naar en Mathematiker tænker galt eller, hvad der er det samme, fantaserer i Stedet for at tænke, saa bliver han i Reglen meget snart standset af Konsekvenserne,...*"⁷ Dette gjaldt, ifølge Kroman, ikke for digtere og historikere. Om disse anførte Kroman, at "...*standses en saadan løbsk Historiker eller Digter en Gang af en mere besindig Kritiker, saa har det dog ingen ret Art; thi ingen Kritiker har Naturens Myndighed.*"⁸ Udfra Kromans overvejelser kan det slutes, at det, efter hans mening, ikke var matematikken, der var skyld i de falske analogier i forbindelse med trosspørgsmål, men at matematikundervisning tværtimod kunne bidrage til at forhindre, at der opstod falske analogier som følge af en overdreven fantasien. Kromans positive syn på matematikkens betydning for opdragelsen af karakteren viste sig også i følgende overvejelse: "*Man kan ikke lære et Individ at tænke klarere og rigtigere uden samtidig at gjøre det moralsk bedre,...*"⁹ For Kroman måtte matematikken altså bidrage til at gøre eleverne moralsk bedre, da den, efter hans opfattelse, bidrog til at lære dem at tænke.

⁴ Tuxen (1884a), s.16.

⁵ Tuxen (1886), s.30.

⁶ Kroman (1886), s.67.

⁷ Kroman (1886), s.67.

⁸ Kroman (1886), s.68.

Kromans argumentation for at matematikken ville gøre eleverne moralsk bedre, blev afvist af Tuxen med den begrundelse, at matematik var en form for loverkendelse, og "*...Menneskeaand er en saa sammensat Forestilling, at det bliver umuligt der at give Sandheden Udtryk i Love og Almensætninger.*"¹⁰ Blandt de områder af tilværelsen, der var for sammensatte til at loverkendelse kunne spille nogen rolle, nævnte Tuxen politiske, æstetiske, pædagogiske og religiøse anliggender. Så længe der ikke var forsøg på at anvende matematik indenfor disse områder, behøvede Tuxen blot at frygte konsekvenserne af de analogier, der kunne opstå hos eleverne. Risikoen for, at der ville opstå sådanne analogier, blev imidlertid større, efterhånden som matematikken fandt anvendelse indenfor tilgrænsende områder. I den forbindelse kan det nævnes, at der i 1886 blev oprettet et psykofysisk laboratorium i København.¹¹ Da psykofysikken benyttede matematik til at kortlægge vekselvirkninger mellem sjælelige og legemlige fænomener, var der altså begyndende forsøg på at underlægge dele af den sammensatte "*Menneskeaand*" en form for matematisk beskrivelse. Derudover var det også et problem, hvis eleverne overtog analogier, der var skabt af digtere og filosoffer. Her er det værd at fremhæve, at teologen og filosofiprofessoren Rasmus Nielsen (1809-83) i slutningen af 1850'erne forsøgte at inkorporere matematikken i sit filosofiske system.¹²

I den litteratur jeg har beskæftiget mig med ved siden af Kromans og Tuxens værker, har jeg blot været i stand til at finde et eksempel på omtale af moral i forbindelse med matematikundervisningen. Dette forhold må ses i lyset af arbejdsfordelingen mellem fagene, hvor spørgsmål om moral hørte under andre fag end matematik. Eksemplet stammer fra en artikel af skoleinspektør N.P. Pedersen fra Skanderborg, som blev bragt i *Vor Ungdom* i 1912. I artiklen gav Pedersen udtryk for, at han var inspireret af Kroman, og denne inspiration udgjorde formentlig noget af forklaringen på Pedersens opfattelse af, at geometrien "*...opelsker trangen til klarhed og grundighed og virker således også moralsk opdragende...*"¹³ Pedersens fortolkning af hvordan matematikken kunne påvirke moralen var helt forskellig fra Tuxens overvejelser over denne sammenhæng. Da Kroman i forbindelse med sine overvejelser over elevernes moral havde bemærket, at "*...det gælder derfor om bestandig at tage den indirekte Opdragelse med i Betragtning...*"¹⁴ var der noget, der tydede på, at Pedersen lå mere på linie med Kroman, end Tuxen gjorde. Tuxen stillede tingene op som om, at Kroman ønskede, at eleverne ved hjælp af matematiske formler skulle regne sig frem til at blive moralsk bedre, men med

⁹ Kroman (1886), s.61-62.

¹⁰ Tuxen (1886), s.49.

¹¹ From m.fl. (1980), s.150.

¹² Stybe (1980), s.65.

¹³ Pedersen (1912), s.318.

Kromans forsøg på at værne naturvidenskabens "*mægtige Autoritet*" mod folk fra åndsvidenskaberne,¹⁵ skulle Kroman formentlig ikke forstås på denne vis. Tuxens måde at stille tingene op på må ses i sammenhæng med udviklingen i samtiden, hvor matematikken trængte ind på stadig flere områder. I den ovennævnte diskussion forholdt Tuxen sig i højere grad til disse tendenser end til Kromans synspunkter.

Sammen med den tidligere anførte bemærkning af den konservative Ernst Kaper fra 1913 viste N.P. Pedersens overvejelser, at der i årene op mod første verdenskrig stadig var en opfattelse af, at beskæftigelse med matematik havde en indvirkning på karakteren. Omtalte bemærkning af Kaper var møntet på en bestemt person, men Kaper fremførte også nogle generelle betragtninger om matematikundervisningens indvirkning på karakteren. Efter Kapers opfattelse kunne matematikken vække selvtillid hos de elever, der var dygtige til faget, og på denne måde mente han, at matematik kunne være et "*karakterstyrkende Fag*".¹⁶ Samtidig understregede Kaper dog, at selv for de dygtige elever havde beskæftigelse med matematik ikke altid en heldig virkning. Udover gennem bemærkningen om Wilhelm Ostwald beskrev Kaper de uheldige virkninger af matematikken med en overvejelse om, at "*...man altid må regne med en særlig Mulighed hos matematiske Mennesker for Uforståenhed på andre menneskelige Områder.*"¹⁷ Denne mulighed kædede Kaper senere sammen med det forhold, at eleverne gennem matematikken og de naturvidenskabelige fag blev opflasket med en sikkerhed i metode og resultater, som ikke var gældende i de fag, der beskæftigede sig med "*Menneskeåndens Forhold*".¹⁸

Der tegner sig et billede af, at det i perioden 1884-1914 var konservativt orienterede debattører, der anså matematikken for at have en uheldig indvirkning på karakteren. Når dette er sagt, må det samtidig fremhæves, at der var en forskel mellem Tuxens og de øvrige debattørers synspunkter, som det er værd at komme nærmere ind på. Tuxen, Heiberg og Kaper var enige om, at visse personers brug af matematiske argumenter i forbindelse med udviklede menneskelige forhold var en uheldig virkning af for megen beskæftigelse med matematik, men Tuxen var den eneste, der fremhævede anvendelsen af matematik indenfor naturvidenskabens område som den glidebane, der førte til, at der blev brugt matematiske argumenter indenfor en række andre områder. Dette forhold må ses i sammenhæng med, at Tuxen skrev i 1884, hvor der endnu var diskussion om brugen af matematiske beskrivelser i de naturvidenskabelige fag. I årene op mod første ver-

¹⁴ Kroman (1886), s. 62.

¹⁵ Kroman (1886), s. 71.

¹⁶ Kaper (1913), s. 217.

¹⁷ Kaper (1913), s. 218.

¹⁸ Kaper (1913), s. 224.

denskrig, hvor der var udbredt enighed om matematikkens betydning for undervisningen i de naturvidenskabelige fag, var det næppe muligt at forestille sig, at anvendelsen af matematiske beskrivelser i de naturvidenskabelige fag på samme måde kunne udnævnes til at være en alvorlig fare i forhold til karakteropdragelsen. Betragtes Kapers artikel fra 1913 er der da heller ikke tegn på, at han mente, at anvendelsen af matematik indenfor de naturvidenskabelige fag havde en særlig uheldig indvirkning på karakteren.

7. Matematikkens betydning for almindannelsen

I skoleloven fra 1871 blev begrebet almindannelse ikke omtalt i formålsparagraffen for undervisningen i den lærde skole. Vagn Skovgaard-Petersen påpeger dog, at almindannelsen stadig var en del af målet med denne undervisning efter 1871.¹ I skoleloven fra 1903 blev begrebet almindannelse ikke udtrykkelig omtalt i formålsparagraffen for gymnasiets undervisning. Til gengæld blev begrebet en "*højere Almenundervisning*" benyttet som en art substitut for dette begreb.² Samtidig er det værd at bemærke, at det forhold, at forberedelsen til universitetet ikke længere blev nævnt som en del af formålet med den gymnasiale undervisning i skoleloven fra 1903, betød, at hensynet til almindannelsen fik en større betydning som begrundelse for denne undervisning.³ I herværende kapitel vil jeg nu undersøge, hvilken betydning de forskellige debattører tillagde matematikfaget i forhold til at bibringe eleverne almindannelse i løbet af perioden 1884-1914.

Inden jeg går i gang med at behandle matematikkens betydning for almindannelsen, skal der anføres nogle overvejelser om dette begreb. For det første må det bemærkes, at jeg har taget begreberne "almindannelse" hhv. "almindelig dannelse" for at være synonyme, eftersom disse begreber blev brugt i flæng.⁴ Dernæst må det bemærkes, at personer fra forskellige politiske og kulturelle grupperinger ikke tillagde begrebet almindannelse helt den samme betydning. For at illustrere de forskellige betydninger af begrebet kan det nævnes, at den konservative H.V. Styhr (1838-1905), der senere blev kultusminister, i begyndelsen af 1890'erne talte om en "*aristokratisk Betydning*" af begrebet almindannelse.⁵ Almindannelsen var noget, der var fælles for de personer, som havde gået i den lærde skole,⁶ og når dette begreb af Styhr blev tillagt en "*aristokratisk Betydning*", må det ses i sammenhæng med de konservatives holdning om, at den lærde skole hhv. gymnasiet kun skulle være for de få. I forbindelse med den aristokratiske betydning af begrebet almindannelse må det også fremhæves, at mange konservative forsøgte at opretholde den klassiske dannelse som norm for, hvad der var "almindelig dannelse", samtidig med at lærdom, der var af direkte nytte, her ikke rangerede særlig højt.

I modsætning til hvad der var gældende blandt konservative, var der blandt kulturradikale et ønske om at åbne den lærde skole hhv. gymnasiet for flere elever. Hos de kul-

¹ Skovgaard-Petersen (1976), s.30-32.

² Skovgaard-Petersen (1976), s.286.

³ Se f.eks. Skovgaard-Petersen (1976), s.314.

⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s.130.

⁵ Skovgaard-Petersen (1976), s.219.

⁶ Hvidt (1990), s.229.

turradikale var der derfor ikke den samme tendens til at forbinde noget elitært med begrebet almindendannelse. I stedet lagde de vægt på, at almindendannende undervisning var noget, der var anvendeligt i forhold til almindelige borger- og samfuntsfunktioner. Hertil må det bemærkes, at tilhængerne af den klassiske dannelse også havde som (langsigtet) mål, at eleverne skulle kunne varetage almindelige borger- og samfuntsfunktioner. Forskellen mellem den klassiske dannelse og almindendannelsen i den kulturradikale betydning af ordet lå derfor snarere i, at de kulturradikale mente, at det lærte i højere grad skulle være direkte anvendeligt i det omgivende samfund. Derudover var det også en vigtig forskel, at de kulturradikale tillagde de naturvidenskabelige fag en større betydning for almindendannelsen.

I det følgende vil jeg lade begrebet almindendannelse dække over viden og færdigheder, som var vigtige i forhold til almindelige menneskers livssituation. Jeg vil lade de forskellige debattører afgøre, hvornår bestemte dele af undervisningen var "vigtig" i forhold til almindelige menneskers livssituation. På denne måde er det muligt at tage hensyn til, at nogle debattører mente at kunne bibringe eleverne almindendannelse gennem fagenes formalt dannende virkninger, mens andre mente at kunne bibringe eleverne almindendannelse gennem viden og færdigheder, som var direkte anvendelige i forhold til almindelige menneskers livssituation. Ved livssituationen forstås for det første hverdags- og privatlivet, herunder eventuelle fritidsinteresser. Dertil kom deltagelsen i samfundslivet, hvor det for at fungere som borger i et demokrati var nødvendigt, at kunne forholde sig til eller deltage i overordnede beslutninger. Endelig var arbejdslivet også en del af livssituationen. I forbindelse med arbejdslivet vil jeg lade almindendannelse dække over den viden og de færdigheder, som skulle til for at bestride de fleste stillinger.

I 1886 lagde Kroman stor vægt på at begrunde matematikundervisningen med dens almindendannende virkning. Han fremførte, at

"...der gives ikke det Arbeide eller Haandværk, som ikke uafbrudt tager Mathematikkens simpleste Sætninger i Beslag og som ikke uafbrudt vilde lettes, hvis ogsaa dens høiere Sætninger stod til dets Udøveres Raadighed. Vi bruge Mathematik, naar vi beregne vore daglige Udgifter og Indtægter, naar vi lægge finansielle og topografiske Planer for vore Udflugter, naar vi om Foraaret anlægge vore Haver, naar vi med Vold og Magt skulle have vore utilstrækkelige Gager til at slaa til. Husmoderen anvender Mathematik, naar hun veier af til Maden, fordeler sine Ugepenge, beregner sine Gardiner og Gulvtæpper og klipper Tøi til sine Smaabørn. Hvilke utallige Bryderier vilde ikke, blot i dette sidste Tilfælde, en Smule større mathematisk Indsigt gjøre en Ende paa! Og vilde man indvende, at en saa simpel Mathematik lære vi alle af Livet, saa svarer jeg, at netop dette bevi-

*ser Matematikkens Nødvendighed og at enhver, som ogsaa har de høiere mathematiske Sætninger paa rede Haand, sikkert vil have opdaget, at ogsaa de yde ham en ganske lignende Nytte.”*⁷

Med disse eksempler forsøgte Kroman at vise, at matematikundervisningen kunne være til direkte nytte i forhold til såvel hverdags-, fritids- og arbejdslivet. Senere fremførte han desuden, at opgaverne i matematik burde knyttes til elevernes fritidsinteresser.⁸ Denne fremhævelse af matematikkens almindennende betydning må ses i sammenhæng med Kromans opfattelse af, at skolen først og fremmest skulle “...*modne de Unge for Livet og ikke særlig for det nuværende Universitet.*”⁹ Udfra denne holdning ønskede Kroman at gøre den “*høiere Dannelse*” relevant for en større del af befolkningen.

Et øget antal elever var et godt argument for at betone almindennelsen, men allerede i den eksisterende lærde skole var der forhold, der kunne bruges som argumenter for at lægge vægt på en almindennende undervisning. I 1890'erne forlod mellem 40 og 50% af den lærde skoles elever systemet uden nogen form for eksamen.¹⁰ Dette til trods for, at der efter den fjerde af den lærde skoles seks klasser blev afholdt dels “almindelig forbedelseseksamen” og dels “fjerde klasses hovedeksamen”. For matematikkens vedkommende var der yderligere det argument for at betone fagets almindennende aspekter, at kun en forholdsvis lille del af de universitetsstuderende læste matematik. Det kan f.eks. nævnes, at selv om der i 1883 var blevet indført en skoleembedseksamen i bl.a. matematik, var det i 1889 under 6% af de universitetsstuderende, som læste på det matematisk-naturvidenskabelige fakultet, hvor der var mulighed for at læse matematik.¹¹ På denne baggrund var der fornuft i, at Kroman begrundede matematikundervisningen med dens almindennende virkninger fremfor med hensynet til det eksisterende universitet.

Kroman anså matematik for at være et vigtigt fag i forhold til at gøre skolen “*demokratisk*”.¹² For Kroman bestod det demokratiske ved matematikfaget i, at matematikken, efter hans opfattelse, var anvendelig viden for alle skolens elever. Gennem det ovennævnte citat antydede Kroman, at demokratiseringen af skolen indebar, at elevklientellet i hans skole også skulle omfatte kommende håndværkere og husmødre. Det var næppe noget tilfælde, at husmødre blev nævnt, for Kroman mente også, at matematik var et vigtigt fag i pigeskolen. Her var matematikkens almindennende virkning endnu vigtigere som begrundelse for matematikundervisningen, for som Kroman fremførte, så var der

⁷ Kroman (1886), s.84-85.

⁸ Kroman (1886), s.88.

⁹ Kroman (1886), s.251.

¹⁰ Skovgaard-Petersen (1976), s.88.

¹¹ Falbe-Hansen og Scharling (1891), s.543.

endnu ikke særlig mange "...*mathematiske eller fysiske Pladser i Livet at opnaa for Kvinden.*"¹³ Det betød ikke, at det var Kromans holdning, at kvinder kun skulle have matematikundervisning på grund af dens almindannende virkning. Kroman mente, at samfundet begik en "...*Uret mod hende og Uklogskab mod sig selv...*" ved ikke at benytte sig af kvindernes evner.¹⁴ I forhold til dette synspunkt er det værd at nævne, at den første kvindelige universitetsstuderende i Danmark, Nielsine Nielsen (1850-1916), blev færdiguddannet som cand.med. i 1885. Udfra holdninger som Kromans er det forståeligt, at Nielsine Nielsen, der var stærkt optaget af kvindesagen, sluttede sig til de kulturradikale kredse.¹⁵

Det var kendetegnende for Kroman, at han ikke blot så matematikken som en form for tænketræning, men også lagde vægt på det materielle udbytte af matematikundervisningen.¹⁶ Samtidig var det vigtigt for Kroman, at der i undervisningen blev knyttet forbindelse mellem matematikken og elevernes livssituation. Det samme kunne siges om Vilhelm Rasmussen (1869-1939), der var cand.mag. i geografi og naturhistorie, aktiv i Studenter-samfundet og fra 1906 medlem af Socialdemokratiet. I en artikel i "Vor Ungdom" fra 1909 fremførte Rasmussen, at skolens matematikundervisning burde opbygges "...*paa hjemlige Forhold og paa Skolens Iagttagelsesfag.*"¹⁷ Ideen bag Rasmussens forslag var, at eleverne skulle "...*erfare, at de til Virksomheder, som de har Interesse for, kan benytte matematisk Indsigt.*"¹⁸ Dette indebar eksempelvis, at eleverne skulle have lejlighed til at konstatere, hvordan de kunne have gavn af matematik, når de konstruerede og byggede huse i miniformat. På denne måde mente Rasmussen, at matematikundervisningen ville blive relevant for en større del af eleverne.¹⁹

Hvor Kroman og Rasmussen forsøgte at vise, at matematik var et almindannende fag ved at fremhæve, at mange mennesker havde fordel af, at kunne anvende matematikken, lagde matematikeren Tommy Bonnesen vægt på, at det for mange mennesker var vigtigt at have kendskab til og forståelse for hyppigt anvendte matematiske fremstillingsformer. I en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1905 fremførte Bonnesen, at "...*i ethvert Tidsskrift, der kommer Lægfolk i Hænde, vrimler det jo med grafiske Fremstillinger af statistiske og andre Data. Vi kan derfor i Matematikundervisningen ikke gaa uden om Funktionsbegrebet; saa tidligt som muligt maa Eleverne gøres fortrolige*

¹² Kroman (1886), s.84.

¹³ Kroman (1886), s.302.

¹⁴ Kroman (1886), s.302.

¹⁵ Petersen (1993), s.386.

¹⁶ Kroman (1886), s.84.

¹⁷ Rasmussen (1907), s.354.

¹⁸ Rasmussen (1907), s.354.

¹⁹ Rasmussen (1907), s.354.

dermed.”²⁰ Dette synspunkt uddybede Bonnesen senere i artiklen: “Allerede i Mellem-skolen bør det retvinklede Koordinatsystem og den grafiske Fremstilling indføres, dels for at illustrere Fænomener fra det daglige Liv (Temperaturvariationer, den grafiske Jernbaneplan o.s.v.), dels i sammenhæng med Behandlingen af Ligninger.”²¹ For Bonnesen var den grafiske fremstillingsform efterhånden blevet så udbredt, at det måtte karakteriseres som “almindelig Dannelse” at have forståelse for denne fremstillingsform.²²

I artiklen anførte Bonnesen, at funktioner, grafiske fremstillinger og koordinatsystemet spillede en dominerende rolle i nogle engelske forelæsninger for arbejdere, der var kommet på tryk.²³ Bonnesen uddybede ikke, hvad der havde været forelæserens hensigt med at betone netop denne form for matematik, men det er her værd at fremhæve, at bl.a. kendskabet til den grafiske fremstillingsform kunne være nyttigt for arbejderne i samfundslivet. Den grafiske fremstillingsform rummede gode muligheder for at manipulere med resultater, så gav et bestemt billede af nogle sammenhænge. Dette kunne f.eks. udnyttes af politikere samt af magthaverne indenfor erhvervslivet. Derfor var det vigtigt for bl.a. arbejderne at have kendskab til de muligheder, der lå i den grafiske fremstillingsform, for at kunne deltage i samfundslivet.

Bonnesen var ikke ene om at fremhæve betydningen af at have kendskab til den grafiske fremstillingsform. I en artikel i “Vor Ungdom” fra 1912 fremførte Michael Winther (1870-1940), der var matematiklærer ved Hjørring højere Almenskole, at “...Kendskab til grafisk Fremstilling er ogsaa af stor praktisk Værdi.”²⁴ I forhold til fremhævelsen af den grafiske fremstillingsform er det værd at notere sig, at Kroman, der lagde stor vægt på matematikkens almindendannende betydning, ikke omtalte denne udtryksmåde. Noget af forklaringen på dette forhold må søges i, at Kroman skrev hhv. 19 og 26 år tidligere end Bonnesen og Winther. I løbet af disse år havde den grafiske fremstillingsform formentlig vundet større udbredelse, og derfor var det mere oplagt for Bonnesen og Winther at fremhæve det almindendannende i at have kendskab til denne udtryksmåde. Det må her bemærkes, at der var en bestemt grund til, at Winther ønskede at lægge vægt på de almindendannende sider af matematikken. I sin artikel fremførte han, at “Den stærkt stigende Produktion af Studenter vil sikkert medføre, at endnu flere end tidligere nødsages til at søge ud i det praktiske Liv.”²⁵ Fra 1901 til 1911 var den procentvise andel af 19-årige med en studentereksamen steget fra 0,8% til 1,6%,²⁶ og denne udvikling fik Win-

²⁰ Bonnesen (1905), s.4.

²¹ Bonnesen (1905), s.7-8.

²² Bonnesen (1905), s.5.

²³ Bonnesen (1905), s.5.

²⁴ Winther (1912), s.354.

²⁵ Winther (1912), s.355.

²⁶ Skovgaard-Petersen (1976), s.304.

ther til at mene, at der i matematikundervisningen også skulle tages hensyn til dem, der ikke skulle læse videre.

Hvor Kroman, Rasmussen, Bonnesen og Winther alle var præget af en tro på, at matematikken var direkte anvendelig i dagligdagen, var der en anden holdning blandt konservativt orienterede debattører. I en artikel i "Tilskueren" fra 1884 udtrykte den klassiske filolog J.L. Heiberg et aspekt af denne forskel ved at fremføre, at matematikundervisningen ikke var "*ufrugtbar*", selvom det næppe var mange ikke-matematikere, som siden hen i livet åbnede en matematikbog, eller løste en matematikopgave.²⁷ For Heiberg var matematikken noget, der hørte hjemme i bøger, og ikke noget der fandt anvendelse i almindelige menneskers dagligdag. Heiberg havde oversat en række græske matematikeres værker,²⁸ og det bar hans matematikopfattelse præg af. Heibergs syn på anvendeligheden af matematikken i almindelige menneskers dagligdag svarede til holdningen i det klassiske Grækenland, hvor matematik blev anset for at være en spekulativ beskæftigelse, som ikke var skabt for at være af praktisk nytte.²⁹

Det er nærliggende at kæde Heibergs holdning til spørgsmålet om matematikkens anvendelighed i dagligdagen sammen med hans forankring i den græske tradition. Samtidig må denne holdning til matematikken også ses i lyset af Heibergs modstand mod at gøre den højere dannelse "*folkelig*".³⁰ I en kommentar til Kromans bog fremførte Heiberg, at matematikken var "*...det allerypperligste Middel til at vænne Eleven til abstrakt, stringent Tænkning. ...Men stort mere end en saadan "formende" Virksomhed tør man vist ikke tillægge den.*"³¹ Hvor Kroman, på grund af sit ønske om at demokratisere den lærde skole, søgte efter ting ved matematikken, som var direkte anvendelige i almindelige menneskers dagligdag, var det med Heibergs holdning til den lærde skole mere passende, at matematikken fungerede som en krævende form for "tænketræning".

Der var flere fælles træk mellem Heibergs og matematikeren Johannes Møllerups holdning til matematikundervisningen. I en artikel i "Vor Ungdom" fra 1903 opregnede Møllerup, at matematikundervisningen bestod af sætninger og beviser. Om sætningerne fremførte han, at "*Det er en Kendsgerning, at de Mennesker, der forlader Skolen uden at skulle lære mere Matematik, ingen brug har for Sætningerne; og at disse i og for sig skulle virke særlig uddannende vil ingen kunne mene.*"³² Møllerups skepsis gjaldt matematikkens sætninger - det vil sige den del af matematikken, som kunne udnyttes af naturvidenskaberne, og som Kroman mente, var så vigtig for almindelige menneskers dag-

²⁷ Heiberg (1884), s.506.

²⁸ Adler (1984), s.162-163.

²⁹ Niss (1985), s.65.

³⁰ Skovgaard-Petersen (1976), s.178.

³¹ Heiberg (1886), s.197.

ligdag. I stedet lagde Mollerup vægt på beviserne - det vil sige argumenterne for, at de matematiske sætninger virkelig gjaldt. På denne måde mente Mollerup, at matematikken kunne give eleverne en vigtig "*logisk Opdragelse*".³³

I en anden artikel fra samme år fremførte Mollerup, at matematikken, gennem udviklingen af elevernes logiske evner

*"...forbereder dem til Ræsonnementer, der dagligt forefalder i Livet. De Mennesker, der forlader Skolen i 15-16 Aars Alderen, skal kunne læse en Avis, især kunne forstaa den politiske Del deraf, de skal kunne føre en forstandig Samtale og kunne forstaa et uvidenskabeligt Foredrag. Men hertil udfordres der en betydelig kritisk Evne, og det er for denne Evnes Udviklings Skyld, at jeg tror, at Matematikundervisningen kan spille en stor Rolle."*³⁴

Det er værd at overveje, hvordan Mollerup havde tænkt sig, at matematikundervisningen skulle bidrage til at udvikle elevernes kritiske evner. Som tidligere beskrevet lagde han ikke op til, at erfaringer, eleverne kunne have gjort sig andre steder end i matematiktimerne, skulle inddrages i forbindelse med undervisningen i matematik. På denne baggrund er det svært at forestille sig, at han ville vænne eleverne til at være kritiske overfor det, de blev meddelt i matematiktimerne.

At dømme efter den sammenhæng Mollerups overvejelse var placeret i, er der noget, der tyder på, at det først og fremmest var på grund af den logiske træning, eleverne angiveligt fik gennem matematikundervisningen, at Mollerup mente, at matematikken kunne have betydning for udviklingen af elevernes kritiske evner. Denne sammenkædning af logisk træning og kritiske evner kunne også konstateres i en anden artikel af Mollerup.³⁵ Der er derfor et vist belæg for at antage, at noget af det, som Mollerup forventede sig af elevernes kritiske evner, var, at eleverne skulle være i stand til at vurdere, om argumentationen i f.eks. en avisartikel var logisk sammenhængende. Hertil må det bemærkes, at hvis det var det eneste Mollerup lagde i begrebet kritiske evner, så kunne han ligeså godt have brugt benævnelsen logiske evner. Dette kunne tyde på, at Mollerup ved kritiske evner også forstod det at have sans for, hvad der var kendetegnende for en retorisk set vellykket argumentation, udover at den skulle være sammenhængende rent logisk. I den forbindelse er det værd at fremhæve nogle forstillinger om matematikfagets muligheder, som i 1908 kom til udtryk i formålsbestemmelsen for matematikundervisningen i den

³² Mollerup (1903a), s.436.

³³ Mollerup (1903a), s.437.

³⁴ Mollerup (1903b), s.33.

³⁵ Se Mollerup (1903a), s.437.

preussiske pigeskole. Her lød det, at matematikken skulle "...vænne Eleverne til følgende rigtig Tænkning og til en kort og træffende Udtryksmaade."³⁶ Det er muligt, at også Mollerup mente, at eleverne gennem matematikundervisningen kunne opnå en vis forståelse for, hvad der var en kort og træffende udtryksmåde. Udfra hans artikel er det dog ikke til at sige noget om, hvorvidt Mollerup mente, at matematikken kunne yde andre bidrag til udviklingen af elevernes kritiske evner end ved at give eleverne en form for logisk træning.

Mollerups forsøg på, gennem den ovennævnte overvejelse, at tillægge matematikken en vis betydning for almindannelsen forekommer at være temmelig anstrengt. Det er værd at overveje, hvorfor han på denne måde forsøgte at påvise, at matematikken kunne have betydning for almindannelsen. Noget af forklaringen på dette skal muligvis søges i en anden overvejelse, som Mollerup samtidig gjorde sig. Mollerup fremførte her, at "*De fleste matematiske Kundskaber er aabenbart ret uanvendelige i Livet; de eneste er nogle faa ganske simple, der for Resten ogsaa meddeles ved Regneundervisningen.*"³⁷ Denne afvisning af de matematiske kundskabers betydning for almindannelsen var bemærkelsesværdig i betragtning af, at der i forbindelse med den nye skolelov blev lagt op til, at kundskaberne, det materiale udbytte af undervisningen, skulle være mere relevante for det omgivende samfund.³⁸ Det er tænkeligt, at Mollerups temmelig anstrengte forsøg på at vise, at matematikken kunne have betydning i samfundslivet gennem fagets formalt dannende virkninger, skulle ses som et forsøg på at modvirke, at faget blev gjort "almendannende" gennem en fremhævelse af nogle matematiske kundskaber, som kunne være af praktisk nytte. Denne overvejelse fører til spørgsmålet om, hvorfor Mollerup var modstander af at lægge vægt på de direkte praktisk nyttige sider af matematikken. Noget af svaret på dette spørgsmål ligger formentlig i, at det, gennem en betoning af mere relevante kundskaber, var muligt at tiltrække flere elever til gymnasiet, og det er oplagt, at Mollerup, med sin konservative indstilling, var modstander af at indrette matematikundervisningen efter, hvad der kunne skaffe flest elever til gymnasiet.

Det er værd at sammenholde Mollerups overvejelser med nogle synspunkter, der blev fremsat af matematikeren Poul Heegaard (1871-1948) i 1903. I en anmeldelse i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fremførte Heegaard, at "*Man tager næppe i denne Tid nogen matematisk Lærebog i Haanden uden at kunne mærke, at vi lever i en Brydnings-tid - en Tid, hvor nye Ideer med større og større og større Held kæmper sig frem mod ældgamle Traditioner.*"³⁹ For Heegaard stod kampen i matematikfaget mellem nogle læ-

³⁶ Heckscher (1910), s.3.

³⁷ Mollerup (1903b), s.33.

³⁸ Skovgaard-Petersen (1976), s.286.

³⁹ Heegaard (1903), s.111.

rebøger, der tog sigte på den "*almendannende Undervisning*", og andre lærebøger der tog sigte på at levere matematiske kundskaber til praktiske formål.⁴⁰ Med denne opdeling blev det antydnet, at der ikke var noget almindendannende i at besidde matematiske kundskaber. De lærebøger, der tog sigte på at levere matematiske kundskaber til praktiske formål, blev af Heegaard kritiseret for, ikke at være tilstrækkeligt udviklende for elevernes logiske sans og deres anskuelsesevne.⁴¹ På denne vis gav Heegaard udtryk for, at matematikken kun bibragte eleverne almindendannelse gennem fagets formalt dannende virkninger.

For at sætte Heegaards synspunkter i perspektiv kan det nævnes, at han i 1910 blev udnævnt til professor i matematik ved universitetet, og to år senere var han en af de universitetsprofessorer, som kritiserede Almenskoleloven i det konservativt orienterede dagblad "*Nationaltidende*".⁴² Forud for sin udnævnelse til professor havde Heegaard fra 1902 arbejdet som lærer ved Hærens Officersskole, og senere blev han optaget af Oxfordbevægelsen.⁴³ Disse forhold peger i retning af et konservativt tilhørsforhold.

Der tegner sig et billede af, at de konservativt orienterede tilskrev matematikken en almindendannende virkning på grund af fagets formalt dannende virkninger, samtidig med at de afviste, at matematiske kundskaber havde betydning for almindelige menneskers livssituation. Denne holdning kunne både ses som et udslag af en pædagogisk tradition og som et forsøg på at modarbejde demokratiseringen af skolen. I forhold til denne konservative holdning var Kroman enig i, at matematikken havde betydning for elevernes almindendannelse gennem fagets formalt dannende virkninger, men derudover var der for Kroman også noget almindendannende ved nogle af de matematiske kundskaber.⁴⁴ For Kroman hang betoningen af de praktisk nyttige kundskaber sammen med et ønske om at gøre skolen mere demokratisk. Udgangspunktet for Michael Wintners overvejelser var på en vis måde omvendt. Da Winther skrev i 1912, var studenterproduktionen øget væsentligt, og denne udvikling var baggrunden for, at Winther fremhævede nogle sider af matematikken, som han anså for at være af praktisk værdi. Det må understreges, at det ikke kun var i forbindelse med bestræbelser på gøre skolen demokratisk, at bestemte emner indenfor matematikken blev udnævnt til at være almindendannende. Når Bonnesen fremhævede det almindendannende i at have kendskab til den grafiske fremstillingsform, skete det ikke udfra et synspunkt om, at der skulle flere elever i gymnasiet, men udfra en overvejelse om at denne udtryksmåde havde vundet stor udbredelse.

⁴⁰ Heegaard (1903), s.111.

⁴¹ Heegaard (1903), s.111-112.

⁴² Skovgaard-Petersen (1976), s.308.

⁴³ Jørgensen (1984), s.134.

⁴⁴ Kroman (1886), s.62-63.

8. Matematikundervisning og videreuddannelse

I herværende kapitel vil jeg undersøge de begrundelser, der gik ud på, at der burde undervises i matematik af hensyn til studenternes videreuddannelse. Hensynet til studenternes videreuddannelse var vigtigt, da det frem til 1910 var 90-95% af en årgangs studenter, der lod sig immatrikulere.¹ Vægten af dette hensyn kunne også konstateres i skoleloven af 1871. Her var den eneste bemærkning om formålet med den lærde skoles undervisning, at eleverne gennem denne undervisning skulle forberedes til universitetet.²

Da den nye skolelov blev indført i 1871 var matematik endnu ikke fuldstændig etableret som fag ved universitetet. I 1850 var der oprettet et separat matematisk-naturvidenskabeligt fakultet, hvor det var muligt at tage en magisterkonferens i matematik, men først fra 1883 var det muligt at tage en kompetencegivende embedseksamen i matematik ved universitetet.³ Før 1883 var det til gengæld muligt for de matematisk begavede studenter at tage en kompetencegivende embedseksamen fra Polyteknisk Læreanstalt. I perioden 1859-69 blev der optaget gennemsnitligt 18 studerende om året på Polyteknisk Læreanstalt. Dette tal var vokset til 30 studerende i perioden 1869-74, og allerede i den følgende femårsperiode blev der optaget gennemsnitligt 41 studerende om året, hvoraf det dog langt fra var alle, som havde taget en studentereksamen.⁴ Til sammenligning kan det nævnes, at der i sidstnævnte periode i gennemsnit var 40 elever pr. år, der tog en matematisk studentereksamen, hvilket svarede til en fjerdedel af en periodens studenterproduktion.⁵

Væksten i antallet af ingeniørstuderende i 1870'erne vidnede om det voksende samfundsmæssige behov for folk med en højere teknisk uddannelse. Frem til 1870 var der for få teknisk kyndige danskere. Det havde derfor været nødvendigt at hente udenlandske ingeniører til landet for at varetage ledende funktioner i flere af landets industrivirksomheder og for at forestå større anlægsarbejder, f.eks. de første jernbanebyggerier.⁶ På denne baggrund var der gode argumenter for at oprette en matematisk-naturvidenskabelig retning i den lærde skole. Studenterne fra denne retning havde den fordel frem for de sproglige studenter, at de ikke behøvede at aflægge en adgangseksamen i matematik ved Polyteknisk Læreanstalt.⁷ Gennem denne regel anerkendte det officielle system, at den

¹ Larsen (1993), s. 484.

² Lovtidende (1871), s. 263.

³ Nielsen og Slottved (1983), s. 92-93.

⁴ Falbe-Hansen og Scharling (1881), s. 29.

⁵ Falbe-Hansen og Scharling (1881), s. 43.

⁶ Harnow (1998), s. 9.

⁷ Falbe-Hansen og Scharling (1881), s. 28.

øgede mængde matematik på den matematisk-naturvidenskabelige retning gav eleverne særlige forudsætninger for at studere ved Polyteknisk Lærestanstalt.

Til trods for det voksende behov for ingeniører var der mange modstandere af den lærde skoles opdeling i to retninger. Undervisningen på den matematisk-naturvidenskabelige retning blev ofte kritiseret. Blandt kritikerne var Tuxen, som i 1884 fremførte, at undervisningen på den matematisk-naturvidenskabelige retning ikke var ligeså udviklende som undervisningen på den sprogligt-historiske retning.⁸ Ifølge Tuxen var den matematisk-naturvidenskabelige retning end ikke fordelagtig i forhold til videreuddannelser, hvor matematiske og naturvidenskabelige fag spillede en fremtrædende rolle. Dette fremgik af en række eksempler, som Tuxen fremdrog. I det første eksempel fremførte han, at i Tyskland havde matematisk-naturvidenskabelige studenter ikke samme ret til at indstille sig til medicinsk eksamen som de sprogligt-historiske studenter, og at 149 ud af 162 lægeforeninger havde støttet denne ordning. Derudover henviste Tuxen til en række udtalelser fra forskellige tyske universitetsprofessorer om studenterne fra den matematisk-naturvidenskabelige retning. En professor i matematik skulle have udtalt, at "*...disse Elever komme til Universitetet med en overdreven Forestilling om deres egen Viden...*".⁹ Andre professorer havde, ifølge Tuxen, gjort den iagttagelse om de matematisk-naturvidenskabelige studenter, at de "*...i Begyndelsen gjøre hurtigere Fremskridt, men i Længden ikke naa saa vidt som deres Kammerater.*"¹⁰

Det forhold, at Tuxen henviste til en række universitetsprofessorers udtalelser, viste, at han lagde stor vægt på, at den lærde skole skulle forberede eleverne til universitetet. På universitetet var matematikken et fag med en lang historie bag sig. Det havde næsten altid været obligatorisk for de universitetsstuderende med et kursus i matematik. Helt tilbage i middelalderen udgjorde aritmetik og geometri halvdelen af fagene i universiteternes "quadrivium", de fire af de syv "frie kunster", der siden oldtiden var blevet anset for at høre med til almen dannelse.¹¹

Matematikkens betydning for dannelsen blev også fremhævet af Tuxen. I sin bog fra 1884 fremkom han med følgende overvejelse: "*At Mathematiken i sin Tid blev optaget som Examensfag ved Artium havde aabenbart sin Grund i, at man med Rette tillagde den en særlig og stor dannende Indflydelse paa den unge.*"¹² Samtidig med at Tuxen lagde vægt på matematikkens dannende betydning, mente han ikke, at "*...Dannelsens*

⁸ Tuxen (1884a), s.18-19.

⁹ Tuxen (1886), s.34.

¹⁰ Tuxen (1886), s.34.

¹¹ Andersen og Bang (1983), s.114.

¹² Tuxen (1884a), s.11.

Grad stiger med Kundskabernes Mængde."¹³ Derfor var der, ifølge Tuxen, ikke behov for at undervise eleverne i matematik i større omfang, men de emner, der blev undervist i, skulle have betydning for elevernes dannelse. Denne holdning til matematikundervisningen svarede til idealerne på universitetet. Universitetet skulle være et samfund til befordring af højere dannelse. Der blev lagt vægt på en alsidig fremfor en ensidig dannelse, og universitetslærerne måtte angiveligt ikke ansættes alene på grund af speciel dygtighed indenfor deres fag.¹⁴ Til sammenligning kan det nævnes, at Polyteknisk Læreanstalt gennem lang tid ikke var blevet anset for at være en del af åndslivet, men snarere en højere form for håndværkeruddannelse.¹⁵

Tuxens idealbillede af matematikundervisningen med dets vægt på dannelsen rettede sig i højere grad mod universitetet end mod Polyteknisk Læreanstalt, hvor matematikkens anvendelsesside var vigtigst. Når Tuxen lagde særlig vægt på universitetet som aftagerinstitution, må det ses i sammenhæng med, at den klassiske latinskoles status som forskole til universitetet var afgørende for, at den ikke blev fuldstændig isoleret.¹⁶ På universitetet var der i 1880'erne brug for matematik i fag som medicin, statsvidenskab, samt i de naturvidenskabelige fag, men Tuxens matematikundervisning kunne ikke siges at være direkte studieforberedende i forhold til andre uddannelser end matematikstudiet ved universitetet, da han ikke medtog anvendelser af matematikken i sit matematikprogram. Tuxens modstand mod praktisk anvendeligt stof kom også til udtryk gennem hans opfattelse af, at et emne som analytisk geometri var overflødigt i den lærde skole.¹⁷

I modsætning til Tuxen lagde Kroman ikke megen vægt på universitetet som aftagerinstitution. Med en bemærkning om, at den lærde skole ikke skulle tage særligt hensyn til "*det nuværende Universitet*", antydede Kroman, at han ikke opfattede det daværende Københavns Universitet som sit ideal.¹⁸ Denne opfattelse må ses i sammenhæng med, at universitetet fremstod som et konservativt element i det danske samfundssystem, hvor det fungerede som en barriere for demokratiet.¹⁹ Universitetet harmonerede derfor ikke særlig godt med Kromans bestræbelser på at demokratisere den lærde skole.

På Polyteknisk Læreanstalt var anvendelserne af matematikken i højsædet. Som tidligere beskrevet lagde Kroman vægt på matematikkens anvendelsesside gennem opgaveregningen, og hans undervisningsprogram var derfor mere fordelagtigt for Polyteknisk Læreanstalt end Tuxens program. Forud for Kromans forsøg på at lægge vægt på opga-

¹³ Tuxen (1884a), s. 14.

¹⁴ Hellesen og Tuxen (1993), s. 23-27.

¹⁵ Petersen (1993), s. 271.

¹⁶ Skovgaard-Petersen (1976), s. 151.

¹⁷ Tuxen (1884a), s. 14.

¹⁸ Kroman (1886), s. 251.

¹⁹ Petersen (1993), s. 377-381.

veregningen i forbindelse med matematikundervisningen havde Kultusministeriet i 1855 indhentet erklæringer fra faglærerne i matematik om et tilsvarende forslag. Matematikeren Frederik Fabricius-Bjerre (1903-84) opsummerede i 1927 matematiklærernes holdning på følgende vis: *“Man var ikke sikker paa, at færdighed i løsning af matematiske opgaver gav større bidrag til den almindelige dannelse, heller ikke ønskede man, at den lærde skole skulde blive forberedelse til den polytekniske læreanstalt.”*²⁰ Dette citat viser dels, at opgaveregning blev forbundet med Polyteknisk Læreanstalt, og dels at der ikke var nogen videre prestige forbundet med at forberede eleverne til studier ved Polyteknisk Læreanstalt.

Før århundredeskiftet var det en udbredt holdning, at den lærde skole ikke skulle indrette sig efter kravene ved Polyteknisk Læreanstalt. Et eksempel på denne holdning kunne konstateres i en artikel i *“Vor Ungdom”* fra 1890, skrevet af filologen G.L. Selchau (født 1845). Selchau, der var adjunkt i Rønne, fremførte i artiklen, at det var *“uvedkommende”*, om den lærde skoles matematik- og fysikundervisning var tilstrækkelig til at dimittere elever til Polyteknisk Læreanstalt.²¹

Efter århundredeskiftet begyndte der at opstå en holdningsændring til Polyteknisk Læreanstalt. Den ændrede holdning blev bl.a. udtrykt af matematikeren Carl Hansen, som var lærer ved Metropolitanskolen. Om Hansens baggrund er det værd at bemærke, at han i 1903 var blevet gift med en komtesse, og at han senere blev lærer for prins Knud (1900-1976). Derudover er det værd at lægge mærke til, at Hansen stod i forbindelse med franske militære kredse, og at han fra 1910 også underviste på Hærens Officers-skole.²² Disse forhold peger i retning af et konservativt tilhørsforhold.

I forbindelse med en række ændringsforslag til læseplanen i matematik fremkom Hansen, i en artikel i *“Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A”* fra 1914, med følgende overvejelse om, hvilken videregående uddannelsesinstitution gymnasiets matematikundervisning skulle være rettet imod:

*“Hvis en saadan Læseplan som fremsat i det foregaaende blev gennemført, hvad vilde det betyde for de højere Undervisningsanstalter, hvortil de matematiske Studenter har Adgang? Det er da naturligt først at spørge den polytekniske Læreanstalt, da den optager langt den største Part af de matematiske Studenter, der faar Brug for deres Matematik.”*²³

²⁰ Fabricius-Bjerre (1927), s.60.

²¹ Selchau (1890), s.40.

²² Nielsen (1935), s.1.

²³ Hansen (1914), s.113.

Hansens opfattelse af, at Polyteknisk Lærestalt skulle spørges til råds om gymnasiets matematikundervisning, må ses i sammenhæng med, at Polyteknisk Lærestalts status som uddannelsesinstitution var væsentlig højere i 1914 end i 1890. Polyteknisk Lærestalt havde i denne periode udviklet sig fra at være en mindre teknisk højskole med åbenlyse begrænsninger til at være en stor, internationalt velrenommeret institution.²⁴ På Polyteknisk Lærestalt blev der alene i 1914 produceret 112 nye polytekniske kandidater.²⁵ Til sammenligning kan det nævnes, at den matematisk-fysiske faggruppe ved universitetet i perioden fra 1888 til 1914 blot havde produceret 108 kandidater.²⁶ Hansen havde derfor tallene med sig, da han fremførte, at *“Hvad angaar Universitetet, maatte det rimeligvis i det første Studieaar bibringe de Studenter, der skal studere Matematik, Kendskab til det Stof, jeg søger fjærnet af Skolerne,...”*.²⁷ Med denne bemærkning gav Hansen udtryk for en opfattelse af, at der ikke i særlig høj grad skulle tages hensyn til universitetet i gymnasiets matematikundervisning.

Konsekvensen af, at gymnasiets matematikundervisning skulle indrettes efter forholdene ved Polyteknisk Lærestalt, var, at matematikundervisningen måtte blive mere anvendelsesorienteret. Efter Hansens mening ville en matematikundervisning, der tog udgangspunkt i matematikkens anvendelser virke motiverende på eleverne, og samtidig modvirke elevernes oplevelse af, at *“...først de videregaaende Undervisningsanstalter skal lære Eleverne, hvortil de skal bruge den Matematik, man har meddelt dem i Skolerne,...”*.²⁸ Derved ville en anvendelsesorienteret matematikundervisning, ifølge Hansen, både forbedre gymnasiets matematikundervisning, samtidig med at eleverne blev mere kvalificerede til studier ved Polyteknisk Lærestalt. Hertil må det tilføjes, at en anvendelsesorienteret matematikundervisning også ville være en fordel for Hærens Officersskole. Med Hansens baggrund som lærer ved Officerssskolen er det tænkeligt, at han også havde det i tankerne.

Hansen var ikke ene om at lægge vægt på, at gymnasiets matematikundervisning skulle forberede eleverne til studier ved Polyteknisk Lærestalt. I 1912 karakteriserede Tuxen Polyteknisk Lærestalt som *“Maalel”* for den matematisk-naturvidenskabelige linie.²⁹ Tuxens brug af benævnelsen *“Fagskole”* om gymnasiet viste, at udviklingen ikke var forløbet, som han havde håbet i 1880'erne. På det tidspunkt arbejdede Tuxen for en alsidig dannelse, men i 1912 måtte han erkende, at gymnasiet var blevet *“en tredelt Fag-*

²⁴ Harnow (1998), s.179.

²⁵ Statistisk Aarbog (1914), s.154.

²⁶ Nielsen og Slottved (1983), s.111.

²⁷ Hansen (1914), s.114.

²⁸ Hansen (1914), s.107.

²⁹ Tuxen (1912), s.135.

skole.”³⁰ For de matematiske studenter var matematikundervisningen først og fremmest en del af studieforberedelsen til Polyteknisk Lærestanstalt, hvorimod de sprogliges matematikundervisning stadig kunne opfattes som en del af studenternes alsidige dannelse. Med Tuxens antydning af at matematikundervisningen kunne undværes på de to sproglige linier,³¹ kan det konstateres, at han ikke længere fandt anledning til at begrunde matematikundervisningen med dens betydning for studenternes alsidige dannelse.

Begrebet fagskole, som folk fra den lærde skole tog afstand fra i slutningen af det 19. århundrede, blev flere gange bragt på bane i begyndelsen af det 20. århundrede i forbindelse med debatten om gymnasiets matematikundervisning. Tommy Bonnesen fremførte i 1905, at hans reformforslag snarere handlede om, at han opfattede den almindelige dannelse som et rummeligt begreb, end om at han ville gøre gymnasiet til en fagskole.³² Bonnesens syn på hvad der var almindelig dannelse, kom bl.a. til udtryk i en opfattelse af, at matematikken havde betydning som hjælpemiddel for flere former for videreuddannelse end blot for ingeniøruddannelsen. Han påpegede, at matematikken havde betydning for både jurister, statistikere og læger, og foreslog at studietiden skulle forkortes for de ingeniør- og medicinstuderende, som var matematiske studenter.³³

Til trods for Bonnesens eksempler var det først og fremmest matematikkens betydning for uddannelsen af ingeniører, som samtiden interesserede sig for. Denne udvikling, der blev mere markant i takt med ingeniørernes voksende samfundsmæssige betydning, satte sig også spor i den lærde skoles hhv. gymnasiets matematikpensum. I 1871 blev der på den matematisk-naturvidenskabelige retning indført analytisk geometri, hvilket Tuxen som omtalt var modstander af. Analytisk geometri var en form for matematik, der var praktisk anvendelig, og det samme gjaldt differential- og integralregningen, som blev indført i 1903.³⁴ Indførelsen af praktisk anvendelige emnekredse må ses i sammenhæng med, at matematikken havde stor betydning for fremskridtene indenfor teknologien, og derfor kunne der ikke længere afsættes den samme tid til emnekredse, som ikke var praktisk anvendelige. Dette kom bl.a. til udtryk i forbindelse med undervisningen i geometri, hvor den græske matematik tidligere havde spillet en vigtig rolle. I en anmeldelse fra 1900 fremførte matematiklæreren Viggo Trier om de lærde skoler, at her “...*hvor alt er lagt an paa at løse Opgaver og komme igennem Eksamenspensummet, har Euklid intet at gøre;...*”.³⁵ Denne udtalelse var bemærkelsesværdig, eftersom Trier var kendt for

³⁰ Tuxen (1912), s. 109.

³¹ Tuxen (1912), s. 136.

³² Bonnesen (1905), s. 5.

³³ Bonnesen (1905), s. 14.

³⁴ Fabricius-Bjerre (1927), s. 104.

³⁵ Trier (1900), s. 110.

sin stærke beundring for græsk åndsliv.³⁶ Betydningen af opgaveregningen prægede også en anmeldelse, skrevet af Bonnesen i 1903, hvori han kritiserede lærebogsforfatteren, der var inspireret af Euklid, for at undervurdere værdien af opgaveløsning.³⁷ I lighed med Trier gav Bonnesen udtryk for, at Euklid ikke var egnet i forbindelse med gymnasiets matematikundervisning.³⁸

Ved indførslen af skoleembedseksamen i matematik i 1883 blev det bestemt, at undervisningen i matematikkens historie skulle foregå med speciel fremhævelse af Euklid og Descartes.³⁹ Da Trier, Bonnesen og en række andre personer blot tyve år senere mente, at Euklid ikke længere hørte hjemme i gymnasiet, kunne det altså tages som endnu et udtryk for støtte til det synspunkt, at undervisningen i gymnasiet ikke længere burde indrette sig efter universitetets matematikundervisning.

Den ændrede holdning til universitetet kom også til udtryk i de studerendes studievalg. Selvom produktionen af matematiske studenter blev firedoblet i tiden fra slutningen af 1880'erne til 1912,⁴⁰ var der ikke tale om nogen vækst i kandidatproduktionen fra universitetets matematisk-fysiske faggruppe. Efter en langsom start med en kandidat i 1888 og to i 1889 blev der i hver af de fem følgende femårsperioder produceret 18-25 kandidater.⁴¹ I betragtning af at den danske matematiske videnskab stod højt fra 1880'erne, også målt med internationalt niveau,⁴² var det bemærkelsesværdigt få, som valgte at læse matematik på universitetet. Ved en sammenligning med Frankrig og Tyskland viser det sig, at antallet af studerende på de naturvidenskabelige fakulteter i disse lande udgjorde 14-15% af samtlige universitetsstuderende, hvorimod antallet af studerende på det matematisk-naturvidenskabelige fakultet i Danmark blot udgjorde 5% af de universitetsstuderende.⁴³ Noget af forklaringen på dette forhold kan ligge i, at uddannelserne på Københavns Universitets matematisk-naturvidenskabelige fakultet var stærkere knyttet til læreruddannelsen og mindre til forskningen og erhvervslivet, end det var tilfældet i Frankrig og Tyskland.⁴⁴ Dette har næppe været til fordel for Københavns Universitet. I den forbindelse må det også fremhæves, at kandidaterne fra det matematisk-naturvidenskabelige fakultet helt frem til 1903 havde ringere karrieremuligheder i den lærde skole end de filologiske kandidater. Frem til skoleloven af 1903 var det gæl-

³⁶ Heegaard (1916), s. 2.

³⁷ Bonnesen (1903), s. 46.

³⁸ Bonnesen (1906), s. 12.

³⁹ Andersen og Bang (1984), s. 173.

⁴⁰ Jensen (1900), s. 403-405 og Skovgaard-Petersen (1976), s. 305.

⁴¹ Nielsen og Slottved (1983), s. 111.

⁴² Andersen og Bang (1983), s. 158.

⁴³ Larsen (1993), s. 498.

⁴⁴ Larsen (1993), s. 499.

dende, at samtlige rektorater og mindst en overlærerplads ved hver af statens latinskoler skulle besættes med cand. philol.'er.⁴⁵

Mens de universitetsuddannede matematikere oftest endte som undervisere, fandt en stor del af de polytekniske kandidater ansættelse i erhvervslivet, og i takt med den teknisk-industrielle udvikling blev der fra 1890'erne brug for flere ingeniører.⁴⁶ Antallet af ingeniørstuderende voksede dog ikke helt så hurtigt som antallet af matematiske studenter.⁴⁷ I den forbindelse er det værd at fremhæve, at andelen af ingeniørstuderende uden en matematisk studentereksamen var faldende. I årene 1892-95 var det 59% af de studerende, som havde en anden baggrund end en matematisk studentereksamen.⁴⁸ Dette tal var faldet til 30% i årene 1911-1914.⁴⁹ I forhold til denne udvikling er det værd at nævne "Dansk Ingeniørforening"s indsats. Fra stiftelsen i 1892 arbejdede Dansk Ingeniørforening for at fremme den almene anseelse af ingeniørerne.⁵⁰ Dette indebar bl.a., at der blev stillet forslag fra en af foreningens stiftere, Povl Bentzon (1858-1943), om at studentereksamen skulle være et adgangskrav ved Polyteknisk Læreanstalt.⁵¹ I betragtning af at det tidligere i det 19. århundrede havde vist sig at være en fordel for lægernes almene anseelse, at den lærde skoles klassiske dannelse blev en betingelse for at udøve erhvervet,⁵² var der fornuft i Bentzons forslag. Forslaget blev ikke efterkommet, men fra 1894 blev kravene ved optagelsesprøven skærpet, hvorved rekrutteringen af nye studerende blev snævret ind.⁵³

Dansk Ingeniørforening var på flere måder medvirkende til at øge ingeniørernes sociale prestige. Ingeniørerne nåede dog ikke op på lægernes og juristernes niveau.⁵⁴ Læge- og juristerhvervene var endnu mere eksklusive, og Bonnesens bemærkning om lægers og juristers behov for matematik må også ses i lyset af den prestige, der var forbundet med disse erhverv. I forlængelse af denne overvejelse kan den stadig mere udbredte opfattelse af, at den lærde skole hhv. gymnasiets matematikundervisning skulle fungere som en del af studieforberedelsen til Polyteknisk Læreanstalt, ses som et vidnesbyrd om ingeniørernes voksende sociale prestige.

Sammenfattende kan der peges på flere tæt forbundne forhold som forklaring på, at der i løbet af perioden 1884-1914 opstod udbredt enighed om, at matematikundervisnin-

⁴⁵ Skovgaard-Petersen (1976), s.100-101.

⁴⁶ Harnow (1998), s.209-211.

⁴⁷ Jfr. Statistisk Aarbog (1896), s.142 og Statistisk Aarbog (1914), s.154.

⁴⁸ Statistisk Aarbog (1896), s.142.

⁴⁹ Statistisk Aarbog (1914), s.154.

⁵⁰ Harnow (1998), s.189.

⁵¹ Harnow (1998), s.148.

⁵² Hellesen og Tuxen (1993), s.244.

⁵³ Harnow (1998), s.151.

⁵⁴ Harnow (1998), s.207.

gen skulle rettes mod Polyteknisk Lærestalt. For det første bør det fremhæves, at ingeniørerne fik en større betydning i takt med den teknisk-industrielle udvikling fra 1890'erne.⁵⁵ Ingeniørernes voksende sociale prestige bør også nævnes. Derudover bør det fremhæves, at der i løbet af periode fra 1884 til 1914 kom stadig flere ingeniørstuderende, hvorimod antallet af studerende ved universitetets matematisk-fysiske faggruppe var stagneret på et forholdsvis lavt niveau. Endelig skal det nævnes, at Polyteknisk Lærestalts status som uddannelsesinstitution var væsentlig højere i 1914 end i 1880'erne.

Den øgede interesse for Polyteknisk Lærestalt må ses som en vigtig del af forklaringen på den manglende interesse for universitetets matematikstudium. I den forbindelse er det også værd at fremhæve forskellen mellem de to skolelove, der gjaldt i perioden. Hvor det i skoleloven af 1871 blot var anført, om formålet med den lærde skoles undervisning, at den skulle forberede eleverne til universitetet, hed det sig i skoleloven af 1903, at gymnasiet skulle give eleverne "*...en fortsat højere Almenundervisning, som tillige afgiver det nødvendige Grundlag for videregående Studier.*"⁵⁶ I Almenskoleloven stod det studieforberedende aspekt ikke længere alene, og universitetet var nu blot en blandt flere videregående uddannelser. Forskellen mellem de to skolelove kunne også mærkes i matematikfaget. Dette forhold blev i 1914 fremhævet af matematiklæreren Carl Hansen. Efter Hansens opfattelse kunne det aflæses af den tidligere gældende læseplan, at det, før Almenskolelovens indførelse, havde været hensigten med den matematiske retning "*...at skabe en Forskole for Studiet af Matematik ved Universitetet;...*"⁵⁷ Med Almenskolelovens indførelse blev det muligt for Hansen og tidens andre debattører, inden for rammerne af den gældende skolelov, at argumentere for, at gymnasiets matematikundervisning først og fremmest skulle rettes mod Polyteknisk Lærestalt. På denne måde var Almenskoleloven også en del af baggrunden for, at Polyteknisk Lærestalt, i den offentlige debat om gymnasiets matematikundervisning, endte med at fremstå som den videregående uddannelsesinstitution, det var vigtigst at tage hensyn til.

⁵⁵ Harnow (1998), s.253.

⁵⁶ Lovtidende (1903), s.273.

⁵⁷ Hansen (1914), s.106.

9. Matematikken som sorteringsfag

Fra slutningen af 1870'erne til midten af 1880'erne fordobledes den årlige produktion af studenter.¹ Antallet af studenter lå derefter på omkring 400 om året frem til 1905. En kraftig vækst i perioden 1909-12 bevirkede, at antallet af studenter i 1912 nåede op på knap 800 studenter om året. I 1914 var den årlige produktion af studenter nået op på omkring 900.² Denne udvikling gav anledning til overvejelser om, hvorvidt der blev produceret for mange studenter, og i så fald hvordan produktionen af studenter kunne begrænses. I den forbindelse er det relevant at undersøge, om matematikken var tiltænkt en funktion som sorteringsfag.

I løbet af 1890'erne forlod mellem 40 og 50% af den lærde skoles elever skolen uden nogen form for eksamen.³ I forhold til denne sortering er det værd at hæfte sig ved en artikel i "Vor Ungdom" fra 1898, skrevet af matematiklæreren Anton Hjuler (1864-1922) fra Frederiksborg lærde skole. På grundlag af en undersøgelse af eksamensresultaterne fra perioden 1894-96 forsøgte Hjuler i artiklen, at kortlægge sværhedsgraden af de forskellige skolefag. Hjuler undersøgte bl.a., hvor stor en procentdel af eleverne, der havde fået karakterer fra tg og nedefter i de forskellige fag. Denne undersøgelse viste, at der var flest lave karakterer i skriftlig matematik.⁴ Derudover havde Hjuler udregnet gennemsnitskaraktererne i de forskellige fag. Disse udregninger viste, at den klart laveste gennemsnitskarakter forekom i skriftlig latin, efterfulgt af skriftlig geometri og mundtlig aritmetik på de næste pladser. I forhold til disse fag var gennemsnitskarakteren i skriftlig aritmetik ikke meget højere, hvorimod gennemsnitskarakteren i mundtlig geometri lå i den bedre ende af skalaen.⁵

Hjulers undersøgelse fra 1898 viste, at de laveste karakterer blev givet i matematik og skriftlig latin. Dette var også tilfældet i de foregående årtier.⁶ Der var derfor en vis tradition for at opfatte latin og matematik som vanskelige fag, da kultusminister Jacob Scavenius (1838-1915) i 1889 og igen i 1890 fremsatte forslag, som bl.a. gik ud på, at samtlige elever skulle have begge disse fag på alle klassetrin.⁷ Scavenius og mange andre konservative var bekymrede over det stigende antal studenter.⁸ Forslagene om at betone vanskelige fag som latin og matematik kunne derfor ses som et forsøg på at gennemføre

¹ Jensen (1900), s.405.

² Larsen (1993), s.485.

³ Skovgaard-Petersen (1976), s.88.

⁴ Hjuler (1898), s.65.

⁵ Hjuler (1898), s.55.

⁶ Haue m.fl. (1998), s.84-93.

⁷ Haue m.fl. (1998), s.191-194.

⁸ Skovgaard-Petersen (1976), s.215.

en endnu hårdere sortering i den lærde skole. Sådan blev 1890-forslaget f.eks. opfattet af matematiklæreren P.T. Foldberg (1861-1925), som i en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra samme år gav udtryk for støtte til kultusministerens forslag.⁹ Ingen af de omtalte forslag nåede dog at blive gennemført.¹⁰

Samtidig med at der blev foretaget en skrap sortering i løbet af elevernes skolegang, blev der også foretaget en sortering ved indgangen til den lærde skole. Fra 1871 skulle eleverne bestå en optagelsesprøve i flere af den lærde skoles fag.¹¹ Da det ofte var nødvendigt at ty til dyr privatundervisning, for at kunne klare optagelsesprøven, opstod der problemer for den sociale mobilitet.¹² I den forbindelse er det værd at hæfte sig ved en artikel af den konservative litteraturhistoriker Julius Paludan (1843-1926), som blev bragt i "Vor Ungdom" i 1884. Paludan fremførte her, at "*I Forbindelse med en ordentlig Almueundervisning kan Maalet for Optagelse i den lærde Skoles I Kl. ikke naas ved det 12te Aar, især ikke i Historie, Mathematik og Tysk.*"¹³ I forhold til dette synspunkt må det bemærkes, at seminarieuddannelsens krav i matematik og historie burde kvalificere almueskolelærerne til at føre elever frem til den lærde skoles optagelsesprøve i disse fag.¹⁴ Til gengæld var det i 1884 langt fra givet, at almueskolelærerne havde kendskab til tysk og fransk.¹⁵ Disse forhold passer godt med Vagn Skovgaard-Petersens udsagn om, at det først og fremmest var sprogkravene ved optagelsesprøven, der gav problemer for den sociale mobilitet.¹⁶ På denne baggrund kan det virke underligt, at Paludan fremhævede fagene matematik og historie, men ikke fransk.

Paludan begrundede ikke sit synspunkt med udsagn fra hverken almueskolelærere eller andre med kendskab til almueskoleelevernes problemer. I stedet var det Paludans argument, at kravene i bl.a. matematik ikke kunne opfyldes gennem almueundervisning, fordi "*Børnene af den egentlige Almue udvikles langsommere,...*"¹⁷ En vigtig indvending mod dette argument er, at matematikken endnu ikke var en del af almueskolens undervisningsplan i 1884.¹⁸ Paludans opfattelse af matematikkens muligheder i almueskolen må derfor siges at være baseret på bl.a. en fordom om, at matematikundervisning nødvendigvis måtte være svært tilgængelig. Denne fordom var nyttig for Paludan, der ønskede at understrege problemerne ved en tæt forbindelse mellem almueskolen og den

⁹ Foldberg (1890), s.136-137.

¹⁰ Haue m.fl. (1998), s.194.

¹¹ Haue m.fl. (1998), s.43.

¹² Skovgaard-Petersen (1967), s.106.

¹³ Paludan (1884), s.196.

¹⁴ Larsen (1984), s.249-259.

¹⁵ Larsen (1984), s.454.

¹⁶ Haue m.fl. (1998), s.43.

¹⁷ Paludan (1884), s.196.

¹⁸ Larsen (1984), s.501.

lærde skole. Med en sådan forbindelse frygtede Paludan for, at den lærde skole ville blive overfyldt, og han ønskede i stedet, at begavede almuebørn skulle have gratis skolegang i borgerskolen.¹⁹

Overfor Paludan stod bl.a. Pingel, som ville udjævne kløften mellem de akademisk dannede og den øvrige befolkning. For at kunne opnå dette, mente Pingel, at den lærde skole "...maa tabe Karakteren af en lærd Skole; men denne Karakter bevarer den, saa længe dens Undervisning samler sig om Fag, der for den almindelige Bevidsthed staa saa afskrækkende ved deres Vanskelighed og saa fremmede for Nutidslivet og dets praktiske Krav som Latin og Græsk."²⁰ Pingel karakteriserede græsk som et aristokratisk fag, eftersom det kun var muligt for en del af eleverne at få udbytte af faget. Derved mente Pingel, at der ville opstå et aristokrati af elever i skolen, hvilket var endnu en grund til, at han ønskede græskfaget fjernet.²¹ Pingel ville i stedet give flere timer til moderne sprog, historie, naturvidenskab og matematik.²² Sammenholdes dette med Pingels holdning til græskundervisningen, må han have været af den opfattelse, at det var muligt for alle elever at lære matematik.

Spørgsmålet, om alle elever kunne lære matematik, blev behandlet af Kroman, som fremførte følgende synspunkt:

*"...lad det være indrømmet, at Drenge saa vel som voxne i forskjellig Grad ere anlagte for Mathematik, d.s.v. for Rumsfantasi og nøiagtig Tænkning; men lad os samtidig holde fast, at alle normale Mennesker til en vis Grad ere anlagte for disse almenmenneskelige Virksomheder, at Livet kræver dem af os alle og hævner sig paa dem, der staa tilbage deri, og at enhver saadan altsaa dobbelt trænger til at indøves! Lad os med andre Ord ikke feilagtig i Mathematiken se en yderst speciel Disciplin, der kan være nyttig at indøve for dem, der nu en Gang have Anlæg i den Retning, men som det vilde være tidsspildende og ødelæggende at plage dem med, der ikke have disse Anlæg!"*²³

Det var Kromans synspunkt, at alle normale mennesker kunne lære matematik, da matematikken, efter hans opfattelse, var en "*almenmenneskelig Virksomhed*". Kroman mente, at når skolen i højere grad blev lagt an på at forberede til livet end til universitetet, ville der komme flere elever i den lærde skole.²⁴ Når Kroman lagde vægt på de sider af matematikken, der var anvendelige i livet udenfor skolen, kunne det derfor ses som et

¹⁹ Paludan (1884), s.195-197.

²⁰ Pingel (1884a), s.492.

²¹ Pingel (1884a), s.492.

²² Pingel (1884a), s.492.

²³ Kroman (1886), s.90.

led i en bestræbelse på at åbne den lærde skole for flere elever. Denne åbning skulle samtidig fremkomme ved at lade almueskolen og den lærde skole indgå i den samme enhedsskole.²⁵

Overfor de kulturradikales opfattelse af, at matematikfaget kunne bidrage til at gøre den lærde skole mere demokratisk, stod bl.a. Tuxen. Efter Tuxens opfattelse var en skole, der hovedsageligt var baseret på matematik og naturvidenskab ikke særlig velegnet til at udjævne kløften mellem de akademisk dannede og den øvrige befolkning. I en artikel fra 1884, der var et svar på en tidligere artikel af Pingel, stillede Tuxen følgende spørgsmål: "*Tror Dr. Pingel virkelig, at trigonometriske Formler og analytisk Geometri egne sig bedre til at udfylde hin Kløft, end Kendskabet til Menneskeaaandens Fremtræden i Historien?*"²⁶ Tuxens spørgsmål var et udtryk for de konservatives manglende tro på, at en positivistisk inspireret matematikundervisning kunne medvirke til at udjævne kløften mellem de akademisk dannede og den øvrige befolkning. Bag denne holdning øjnes en frygt for, at der med et positivistisk inspireret dannelsesideal ville opstå et nyt videnskabeligt aristokrati.

De konservative ønskede at forhindre, at den lærde skoles matematikundervisning kom til at fungere som en del af positivisternes program. Samtidig ville de bruge matematikken som sorteringsfag. I den forbindelse kunne de konservative skele til det engelske skolesystem, hvor der blev lagt stor vægt på Euklid. I England benyttedes Euklid endnu som lærebog i skolerne ved århundredeskiftet. Det foranledigede en svensk undersøgelse af englændernes motiver til at benytte Euklid. Resultaterne af denne undersøgelse refereredes i en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1902.²⁷ I undersøgelsen blev det påpeget, at det var visse fordele ved, at samtlige skoler eksamine-rede deres elever efter Euklid. Det forhold, at den samme lærebog blev anvendt i alle engelske skoler, betød, at der ikke var nogen risiko for, at løsningerne til eksamensopgaverne blev umiddelbare følger af sætninger i et lærebogssystem, mens opgaverne blev særligt vanskelige for elever, der benyttede et andet lærebogssystem. På denne måde kunne der argumenteres for, at eksamensopgaverne i princippet var lige vanskelige for alle engelske skoleelever. Det engelske skolesystems forsøg på at skabe lige vilkår for eleverne måtte ses i sammenhæng med, at der var belønninger i form af stipendier forbundet med en god eksamen.²⁸ Samtidig med at brugen af Euklid angiveligt skabte lige vilkår for eleverne, kunne der i England konstateres en nedgang i såvel antallet af mate-

²⁴ Kroman (1886), s.251.

²⁵ Kroman (1886), s.327-328.

²⁶ Tuxen (1884b), s.621.

²⁷ Gram (1902), s.68-70.

matikstuderende som i antallet af folk, der var interesserede i matematik. Denne svækelse af interessen for matematik blev i den svenske undersøgelse forklaret med, at dels var Euklid ikke "*morsom*" at læse, og dels gik den megen tid, der blev brugt på at læse Euklid, ud over de engelske skoleelevers kendskab til vigtige emnekredse indenfor geometrien.²⁹

I Danmark kunne de konservative på visse måder have fordel af en mere fremtrædende placering til Euklid i matematikundervisningen. For det første kunne Euklids "*Elementer*" bidrage til at demonstrere det høje intellektuelle niveau i den klassiske oldtid, og derved befæste elevernes tro på det klassiske dannelsesideal. Dernæst kunne brugen af Euklid medvirke til at forhindre, at positivistisk inspirerede ideer om matematikundervisning vandt indpas i den lærde skole. Endelig passede det også godt med de konservatives skoletanker, at den græske matematik lå på et højt abstraktionsniveau.

Et eksempel på at Euklid blev forbundet med et højt abstraktionsniveau, blev leveret af J.L. Heiberg i en artikel i "*Vor Ungdom*" fra 1886. Her betonedes Heiberg, at matematikfaget var det bedste middel til at vænne eleverne til abstrakt tænkning, hvorefter han fremhævede Euklids "*Elementer*" gennem følgende overvejelse:

*"...netop fordi det ved dette Fag i en saa væsentlig Grad kommer an paa Methoden, kan det nøjes med et ringere Timetal, i det det bliver mindre væsentligt, hvor meget der læres end hvorledes. Som Bevis paa, i hvilken Grad dette er anerkjendt endog hos et saa praktisk Folk som Englænderne, skal jeg anføre, at Evklids Elementer til Dato har holdt sig som Lærebog i de engelske Skoler, uagtet man i den Tid, som maa anvendes paa dette vidtløftige Værk, vilde kunne naa stofflig langt mere ved at følge nyere Systemer."*³⁰

Heiberg erkendte, at det var muligt at nå mere matematisk "*stof*" med andre systemer, men forsvarede alligevel brugen af Euklid. Det er desuden værd at lægge mærke til, at Heiberg lagde vægt på, at Euklids "*Elementer*" blev benyttet i skolerne hos et "*praktisk Folk*", for dette system kunne bestemt ikke siges at lægge op til praktiske anvendelser af matematikken.

At dømme efter det benyttede kildemateriale var der ikke længere fortalere for at bruge Euklid i matematikundervisningen efter Almenskolelovens indførelse. I 1880'erne, hvor der endnu var konservative, som forsvarede brugen af Euklid i den lærde skole,

²⁸ I Danmark spillede karakteren ved studentereksamen også en betydelig rolle ved uddelingen af stipendier til studerende - jfr. Jensen (1900), s.447.

²⁹ Gram (1902), s.69-70.

³⁰ Heiberg (1886), s.197.

havde industrien ikke den samme økonomiske betydning som efter århundredeskiftet.³¹ Samtidig var ingeniørerne endnu ikke så afhængige af matematiske kundskaber som i de følgende årtier.³² I 1880'erne var der derfor bedre råd til at give den græske matematik en fremtrædende placering i matematikundervisningen på bekostning af en mere praktisk anvendelig form for matematik.

Det var dog ikke Euklid, men derimod en række lærebøger skrevet af Julius Petersen, der prægede den lærde skoles undervisning fra 1880'erne og frem til skoleloven af 1903.³³ Udover gennem lærebøgerne havde Julius Petersen også indflydelse på matematikundervisningen på anden vis. Som medlem af undervisningsinspektionen i perioden 1887-1900 var han med til at formulere de skriftlige eksamensopgaver, samtidig med at han deltog i tilrettelæggelsen af eksaminerne på de lærde skoler.³⁴ Derudover var Julius Petersen som undervisningsinspektør også bemyndiget til at forbyde brugen af et lærebogssystem, hvilket han i to tilfælde benyttede sig af.³⁵

Sammenlignet med ældre lærebøger var Julius Petersens bøger kendetegnet ved ikke at indeholde filosofiske betragtninger, samtidig med at de var temmelig kortfattede.³⁶ I en nekrolog over Julius Petersen fremførte matematikerne Christian Juel (1855-1935) og Viggo Trier, at der omkring århundredeskiftet var startet en kritik af Julius Petersens lærebøger. Kritikken gik navnlig på, at der manglede mellemlid i de matematiske udredninger.³⁷ Et eksempel på denne kritik blev fremført af overlærer C.J.C. Lauritzen (1855-1931) fra Sorø i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" i 1902. Lauritzen beklagede sig over, at "*Den store Kortfattethed i Formen, det noksom bekendte "man ser let" gjorde det umuligt for en nogenlunde normal Dreng at læse Bøgerne selv.*"³⁸ Samtidig fastslog Lauritzen, at "*De flittige, men ikke særligt begavede Børn, den store Masse, er ikke bange for at tvinges lidt for længe ind i et bestemt Skema, de spørge ikke om fornøden Afveksling, men kun om Grundighed.*"³⁹ Det er værd at sammenholde Lauritzens kritik med Juels og Triers nekrolog over Julius Petersen. Her blev det fremført, at Julius Petersen ved eksamen opdelte eleverne i, om de havde opnået matematisk forståelse eller ej.⁴⁰ Der kan derfor argumenteres for, at Lauritzen, Juel og Trier var fælles om en opfattelse af, at Julius Petersen bidrog til at gøre matematikken til et sorteringsfag. I den forbindel-

³¹ Christiansen (1990), s. 119.

³² Harnow (1998), s. 138.

³³ Fabricius-Bjerre (1927), s. 71.

³⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s. 38.

³⁵ Fabricius-Bjerre (1927), s. 73.

³⁶ Fabricius-Bjerre (1927), s. 72.

³⁷ Juel og Trier (1910), s. 74.

³⁸ Lauritzen (1902), s. 17.

³⁹ Lauritzen (1902), s. 17.

⁴⁰ Juel og Trier (1910), s. 74.

se må det bemærkes, at først brugen af den Ørstedeske karakterskala til udregning af elevernes hovedkarakter og senere en særlig regel om at matematikken var "faldefag" for de matematiske studenter, betød, at en dårlig karakter i matematik kunne indebære, at eleven dumpede ved studentereksamen.⁴¹

Viggo Trier var, i lighed med Lauritzen, modstander af Julius Petersens matematikpædagogik. I en anmeldelse fra 1905 af en af Julius Petersens lærebøger fremførte Trier følgende:

*"...i og mellem Linierne læser man tydeligt Forf.s Aversion mod de moderne Bestræbelser, der her i Landet som andensteds gaar ud paa at gøre Børnenes første Bekendtskab med Matematikken saa lidt abstrakt som muligt ved at lade Figurtegning og Figurmaaling bane Vejen for deres Forstaaelse af Geometriens Indhold."*⁴²

Viggo Trier havde, som tidligere omtalt, en fortid i Studentersamfundet, og derfor var det oplagt at han sluttede op om bestræbelserne på at gøre matematikken forståelig for så mange som muligt. Det var på denne baggrund, at Triers kritik af Julius Petersens lærebøger måtte ses.

I et svar på Triers anmeldelse gav Julius Petersen udtryk for en temmelig pragmatisk holdning til matematikundervisningen. Efter Petersens opfattelse var alle måder at undervise i matematik på i orden, så længe de ministerielle bestemmelser blev overholdt.⁴³ Der var ikke noget, der tydede på, at han havde politiske motiver til at fastholde en abstrakt matematikundervisning, som bidrog til at sortere eleverne. I 1900 blev Julius Petersen fyret som undervisningsinspektør under en siddende Højre-regering, og efter Vagn Skovgaard-Petersens opfattelse støttede Julius Petersen Venstre-manden M.C. Gertz i undervisningsinspektionen, fremfor den konservative Julius Paludan.⁴⁴ Forklaringen på formen i Julius Petersens lærebøger må i stedet søges i hans baggrund som matematiker og underviser ved videregående uddannelser.⁴⁵ Som matematiker var Julius Petersen vant til, at artikler i matematiske tidsskrifter fik tildelt begrænset plads. Derfor var det kutyme at udelade en række mellemlid i matematiske tidsskrifter. Det forhold, at formen med at udelade mellemlid overførtes til Julius Petersens lærebøger, kunne forklares med, at sådan var han vant til at skrive. En anden vigtig faktor kunne være, at Julius Petersen mente, at et højt niveau i matematik var nødvendigt af hensyn til videre studier

⁴¹ Skovgaard-Petersen (1976), s.294.

⁴² Trier (1905), s.115-116.

⁴³ Petersen (1906), s.22.

⁴⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s.39.

ved universitetet og ved Polyteknisk Lærestalt, hvor han var godt bekendt med kravene til de nye studerende.

Julius Petersens lærebøger dominerede lærebogsmarkedet frem til Almenskolelovens indførelse. Denne skolelov betød, at der blev brug for nye lærebøger på grund af de ændrede krav i matematikfaget. Der var dog ingen af de nye lærebogssystemer, der formåede at præge matematikundervisningen i samme grad som Julius Petersens lærebøger,⁴⁶ og jeg vil derfor ikke komme nærmere ind på intentionerne hos forfatterne til disse lærebøger.

Kort efter Almenskolelovens indførelse begyndte den årlige produktion af studenter at vokse, og parallelt hermed faldt gennemførelsesprocenterne for studier ved universitetet. Fra konservativ side blev udviklingen forklaret med, for det første at skoleloven af 1903 var så dårlig, at folk ikke kunne klare et universitetsstudium med en studentereksamen som basis, og dernæst at det menneskelige materiale universitetet fik at arbejde med forringedes i takt med studentertallets vækst. Konsekvensen af denne opfattelse var, at der blev rejst forslag om, at universitetet selv skulle foretage en sortering af de studerende med en genoplivning af den såkaldte "anden eksamen". Imod ovenstående synspunkter, der bl.a. blev repræsenteret af Heiberg og Paludan, blev det fremført, at det var undervisningen på universitetet, der ikke blev drevet på tilfredsstillende vis.⁴⁷

I diskussionen af matematikundervisningen var der delte meninger om, hvorvidt den nye skolelov havde bevirket en niveausænkning. I 1912 fremførte universitetsmatematikeren Poul Heegaard i "Der Mathematikunterricht in Dänemark", at skoleordningen af 1903 havde betydet en niveausænkning blandt studenterne.⁴⁸ I forhold til dette synspunkt må det fremhæves, at der, som tidligere omtalt, var noget, der tydede på, at Heegaard var konservativt orienteret. Dette er værd at notere sig, da det var en udbredt opfattelse blandt konservative, at Almenskoleloven indebar en niveausænkning. Et andet vigtigt perspektiv på Heegaards synspunkt blev i 1923 fremsat af Hans Jensen Pihl (1880-1951) i en artikel i "Matematisk Tidsskrift. A". Pihl, der var fagkonsulent i matematik i perioden 1919-1929, fremførte, at det i 1923 stadig var flertallet af lærerne, der gik ind for den abstrakte form for matematik, som havde været enerådende før skoleloven fra 1903. Efter Pihls mening var en vigtig del af baggrunden for lærernes manglende forståelse for

⁴⁵ Julius Petersen var docent ved Polyteknisk Lærestalt 1871-1886, og derefter professor ved universitetet til 1909.

⁴⁶ Fabricius-Bjerre (1927), s.90-97.

⁴⁷ Larsen (1993), s.488-90.

⁴⁸ Heegaard (1912), s.32.

de nye tendenser, at hovedparten af lærerne selv havde modtaget en abstrakt form for matematikundervisning.⁴⁹

En måde at argumentere for, om der var tale om en niveausænkning eller ej, var ved at undersøge udviklingen i eksamensresultaterne. I 1927 sammenlignede matematikeren Frederik Fabricius-Bjerre matematikundervisningen efter Almenskolelovens indførelse med tidligere perioders matematikundervisning. Han fremførte her, at der var udbredt tilfredshed med de matematiske studenter eksamensresultater i perioden 1903-1927, hvorimod der var stor utilfredshed med de sproglige studenter eksamensresultater.⁵⁰ Dette kunne umiddelbart tyde på, at sværhedsgraden af eksamensopgaverne var blevet lavere for de matematiske studenter vedkommende, mens den var blevet højere for de sprogliges vedkommende. Udviklingen i eksamenskaraktererne kan dog også forklares med andre forhold. For de sproglige studenter vedkommende betød Almenskoleloven, at de gik fra 5-7 ugentlige matematiktimer til blot to ugentlige matematiktimer. Det er klart, at denne ændring ikke var befordrende for de sproglige studenter muligheder for at lære matematik. Mens der på denne måde kan argumenteres for, at de sproglige studenter fik ringere muligheder for at lære matematik, er det omvendt en mulighed, at de matematiske studenter forbedrede eksamensresultater hang sammen med, at matematikundervisningen på visse måder var blevet bedre. Fabricius-Bjerre fremførte f.eks., at der i matematikundervisningen blev lagt større vægt på elevernes forståelse af stoffet, og i den forbindelse fremhævede han betydningen af den lettere tilgængelige fremstillingsmåde, som prægede de matematiklærebøger, der udkom i kølvandet på Almenskoleloven.⁵¹ Af de ovennævnte overvejelser fremgår det, at det var vanskeligt med sikkerhed at slutte noget om udviklingen i niveauet blandt studenterne ud fra eksamensresultaterne. I den forbindelse må det desuden fremhæves, at der også var det problem ved at sammenligne eksamensresultaterne før og efter Almenskoleloven, at der i 1906 var blevet indført en ny karakterskala.

Før 1906 gjaldt den Ørstedske karakterskala med trinnene -23, -7, 1, 5, 7, og 8. Fra 1906 gik skalaen fra 0 til 8.⁵² Denne karakterskala gjorde det lettere at blive student. Ifølge Tuxen og en del andre skolefolk var der for mange uegnede, som bestod studentereksamen, så allerede fra 1911 blev der indført en ny ordning.⁵³ I denne ordning gik skalaen fra 0 til 6, og samtidig blev der indført nogle såkaldte "faldefag". Matematikken blev gjort til faldefag for de matematiske studenter. Det indebar, at eleven var udelukket

⁴⁹ Pihl (1923), s.35-36.

⁵⁰ Fabricius-Bjerre (1927), s.99.

⁵¹ Fabricius-Bjerre (1927), s.102-103.

⁵² Skovgaard-Petersen (1976), s.294.

⁵³ Haue m.fl. (1998), s.224-225.

fra at bestå studentereksamen, hvis karakteren i skriftlig matematik blev 0 eller 1. For de sproglige studenters vedkommende var det ikke matematik, men derimod nogle af sprogfagene, der var faldefag.⁵⁴ Disse bestemmelser viste, at matematikkaraktererne først og fremmest skulle bidrage til at sortere de matematiske studenter. Dette forhold må ses i sammenhæng med forestillingen om, at de matematiske studenters matematikundervisning var en del af studieforberedelsen til Polyteknisk Læreanstalt, hvorimod gymnasiets sproglige grene ikke var møntet på videregående uddannelser, hvor matematiske kundskaber var centrale.

Med den Ørstedske karakterskala kunne en bundkarakter i et hvilket som helst fag blive skæbnesvanger. I 1911-ordningen blev der udnævnt visse nøglefag, hvorefter eleven kunne slappe en smule af i enkelte fag. Denne udvikling var i overensstemmelse med Kromans ideer. I 1886 foreslog Kroman, at karakterskalaen skulle indrettes med trin fra 0 til 5, således at dygtige elever *"...kunne vove at lægge ét eller endog to [fag] fuldstændig paa Hylden,..."*.⁵⁵ Kromans forslag mødte modstand fra J.L. Heiberg. I en artikel i "Vor Ungdom" fra 1886 fremførte Heiberg, at *"Hvis Skoleplanen er lagt, som den bør, med Elevernes harmoniske Udvikling for Øje, saa maa Maalet dog vel netop være at umuliggjøre, at noget Fag lægges paa Hylden, hvorved vedkommende Elev jo vilde blive ensidig."*⁵⁶ Heibergs indvending hørte hjemme i en tid, hvor der blev lagt stor vægt på, at også de matematiske studenter skulle være alsidigt dannede. I henhold til denne opfattelse ville det være forkert at lægge særlig vægt på et bestemt fag i forbindelse med karaktergivningen. Efter århundredeskiftet blev der lagt større vægt på, at mange af de matematiske studenter engang skulle være ingeniører. Denne holdning udmøntede sig i, at der i indretningen af gymnasiets undervisning blev taget hensyn til Polyteknisk Læreanstalt. Udnævnelsen af matematikken til at være faldefag havde også betydning i denne sammenhæng. Derved blev det sikret, at de kommende ingeniørstuderende havde en vis kompetence i dette fag, som var af stor betydning for studierne ved Polyteknisk Læreanstalt.

⁵⁴ Skovgaard-Petersen (1976), s.294.

⁵⁵ Kroman (1886), s.246.

⁵⁶ Heiberg (1886), s.213.

10. Matematikken som en del af kulturen

I dette kapitel vil jeg behandle en begrundelse for matematikundervisningen, der gik ud på, at der burde undervises i matematik, fordi matematikken gennem historien havde udgjort, og stadig udgjorde, en betydningsfuld del af kulturen. Hos flere af debattørerne indgik tilsvarende argumenter som en del af den samlede begrundelse for matematikundervisningen, men for Poul la Cour, der var videnskabsmand og underviser på Askov Højskole, var dette argument helt centralt, og jeg vil derfor i det følgende koncentrere mig om hans ideer om matematikundervisning. Hertil må det bemærkes, at disse ideer var beregnet for undervisningen på højskolerne. Når det alligevel er relevant at behandle dem i dette speciale, hænger det sammen med, at der var flere debattører, som gjorde sig overvejelser om, hvorvidt Poul la Cours ideer om matematikundervisning var brugbare i den lærde skole.

For at kunne retfærdiggøre matematikkens optagelse på Askov Højskoles program, var det vigtigt, at Poul la Cour tilrettelagde undervisningen i matematik på en sådan måde, at der blev taget hensyn til de grundtvigske skoletanker. Først og fremmest måtte la Cour forsøge at omgå Grundtvigs kritik af, at matematikere hverken brød sig om liv, død eller nogen form for menneskelig virksomhed.¹ I praksis foregik det ved, at la Cour i undervisningen behandlede den historiske baggrund for forskellige matematiske ideers opståen. På denne vis var det muligt at tydeliggøre sammenhængen mellem menneskelig virksomhed og matematikkens udvikling.

La Cours forsøg på at betone, at de matematiske ideer var frembragt af mennesker, kom bl.a. til udtryk i en artikel i "Vor Ungdom" fra 1886. Han fremførte her, at der var større chancer for en positiv udvikling hos et menneske, der havde kendskab til "*...alt det, der voldte de store Fremskridt i Tidernes Løb, med selve Fremskridtenes Kjærne, med afbrudte Bestræbelser og Aarsagerne til, at disse Veje ikke længer kunde følges, fremfor hos et Menneske, der simpelt hen har faaet overleveret, hvad man nu i vore Dage kjender og bruger,...*"² At der også var afbrudte bestræbelser og mislykkede forsøg indenfor den matematiske videnskab, var vigtigt i forhold til at demonstrere, at matematikken var en menneskelig frembringelse. Derudover kan la Cour dog også have haft andre motiver til at fremhæve, at der gennem historien altid havde været visse problemer, som videnskaben ikke kunne klare. Efter hans opfattelse var forsøg på at konstruere omfattende matematiske beskrivelser af dyrs fysiologi et skridt på vejen mod at erstatte

¹ Hansen (1985), s. 119.

² La Cour (1886), s. 95.

menneskets sjæl med en matematisk formel.³ Det var derfor vigtigt for la Cour at påpege, at det ikke altid var muligt at lave tilstrækkeligt velfunderede matematiske beskrivelser indenfor biologien. I denne sammenhæng var det nyttigt, at kunne henvise til, at der gennem historien var en række eksempler på videnskabelige bestræbelser, som ikke kunne lykkes.

La Cour tilrettelagde undervisningen således, at eleverne trin for trin fulgte den udvikling, som matematikken havde undergået i løbet af historien.⁴ I denne historiske gennemgang af matematikken var det bemærkelsesværdigt, at la Cour valgte at udelade visse dele af den græske matematik. I et brev til la Cour fra 1883 kritiserede matematikhistorikeren H.G. Zeuthen (1839-1920), der var professor ved universitetet, la Cours manglende behandling af grækernes proportionslære.⁵ For at kunne forstå perspektiverne i at udelade proportionslæren, er det nødvendigt at komme ind på betydningen af denne lære i det klassiske Grækenland. Her skulle Spartas lovgiver Lykurg (9. årh. f. kr.), i henhold til en historie bragt af den græske levnedsskildrer Plutarch (ca. 46-120), have standset studiet af aritmetik, som han anså for at have en demokratisk og folkelig virkning, for i stedet at indføre geometri, som, efter hans mening, var bedre egnet til at fremme fåmandsvælde. Lykurgs overvejelse hang sammen med, at aritmetikken anvendte tal, og derved, efter hans opfattelse, fungerede som et argument for, at de materielle goder skulle fordeles ligeligt, mens geometrien havde en anden virkning, da den beskæftigede sig med proportioner. Undervisningen i proportionslære var et led i opdragelsen til at fungere i et samfund, hvor de materielle goder angiveligt var fordelt efter proportioner, der var bestemt af forholdet mellem last og dyd hos statens borgere.⁶ Udover denne historie var der også andre forhold i det klassiske Grækenland, der gav eftertiden anledning til at forbinde proportionslæren med de herskende klassers forsøg på at bevare deres magtposition. Det bør her fremhæves, at geometriens abstrakte karakter betød, at det var nødvendigt at købe sig til undervisning for at få indsigt i geometrien, hvorved store dele af det græske samfund blev afskåret fra at lære denne form for matematik. Samtidig betød det forhold, at geometrien omhandlede abstraktioner, at den ikke fandt anvendelse i det praktiske arbejde, hvilket bidrog yderligere til at gøre geometrien til et anliggende for de herskende klasser.⁷

Flere steder i specialet kan det konstateres, at folk med en konservativ indstilling ønskede at give den græske matematik en fremtrædende placering i matematikundervis-

³ Hansen (1985), s. 140.

⁴ Hansen (1985), s. 121.

⁵ Hansen (1985), s. 125.

⁶ Høyrup og Høyrup (1973), s. 33-34.

⁷ Høyrup og Høyrup (1973), s. 37.

ningen, og de ovennævnte overvejelser kaster nyt lys over denne holdning. Med udeladelsen af proportionslæren samt nedtoningen af Euklid repræsenterede la Cour en anden holdning til brugen af det historiske perspektiv i matematikundervisningen. I den forbindelse er det værd at lægge mærke til, at la Cour i 1879, i et forarbejde til "Historisk Mathematik", fremførte, at "...*det har ofte hændtes, skønt nutildags sjeldnere end fordum, at de Indviede søge at holde andre i Uvidenhed, for at drage Nytte af disses Beundring og sætte sig selv i Højsædet.*"⁸ Denne overvejelse viser, at la Cour var opmærksom på, hvordan matematikken gennem tiderne var blevet udnyttet af bestemte grupper til at befæste deres sociale position. Det er derfor tænkeligt, at den medlæring, som den græske geometri, i henhold til de førnævnte overvejelser, kunne give anledning til, havde betydning for, at la Cour gav dette matematikhistoriske emne en mindre fremtrædende plads. En anden vigtig forklaring på dette forhold er, at la Cour med sin højskoleundervisning ønskede at skabe et alternativ til den lærde skole, og derfor var det hensigtsmæssigt, at han lagde vægt på nogle andre perioder i den historiske gennemgang af matematikken end netop antikken, der havde en stærk position i den lærde skole.

Poul la Cours tilgang til matematikundervisningen blev mødt med kritik fra den lærde skoles side. Matematiklæreren P.T. Foldberg, der, som tidligere omtalt, gav udtryk for støtte til Højres skolepolitik, fremførte, i en artikel i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" fra 1890, at den historiske synsvinkel var "...*et ganske overflødig Krydderi, der tilmed kan virke skadeligt, idet der navnlig af den uøvede eller uduelige Lærer kan bibringes Eleven den Tro, at naar blot han kan slaa bravt om sig med Navne og Floskler, er dét det vigtigste, saa faar det gaa med det reale, som det bedst kan.*"⁹ Med denne overvejelse gav Foldberg tydeligt udtryk for, at han ikke anså la Cours ideer for at være egnede i forhold til den lærde skoles undervisning i matematik.

Blandt matematiklærerne i den lærde skole var også den kulturradikale S.A. Christensen kritisk overfor la Cours ideer. I en anmeldelse af 1888-udgaven af la Cours "Historisk Mathematik" fremførte Christensen, at "...*det betydelige historiske Stof overvælder det mathematiske Stof, som dog for Eleven maa være det vigtigste.*"¹⁰ Efter Christensens opfattelse var selvvirksomhed ligeså velegnet som historiske oplysninger i forhold til at motivere eleverne, og samtidig mente han, at la Cours metode indebar, at eleverne fik problemer med at udtrykke sig tilstrækkelig eksakt.¹¹ Disse overvejelser viser, at det var vigtigere for Christensen med en effektiv matematikundervisning, end at matematikken blev anskuet i en kulturel sammenhæng. En vigtig del af forklaringen på denne holdning

⁸ Citeret efter Hansen (1985), s.120.

⁹ Foldberg (1890), s.130-131.

¹⁰ Christensen (1888-89), s.224.

¹¹ Christensen (1888-89), s.224-225.

lå formentlig i, at Christensen ønskede at værne om sit fag. I den forbindelse må det fremhæves, at la Cours historiske tilgangsvinkel ville indebære en radikal forandring af matematikundervisningen i den lærde skole. Christensens afvisende holdning overfor brugen af la Cours bog i den lærde skole hang også sammen med, at bogen på andre punkter afveg fra, hvad der var tradition for i den lærde skole. For det første fremførte Christensen, at la Cours kronologiske gennemgang af matematikken afveg fra den sædvanlige ordning af det matematiske stof i den lærde skole,¹² og dernæst kritiserede Christensen la Cours forsøg på at "...rense Sproget for de latinske, tekniske Udtryk,...".¹³ La Cours sprogrensning kunne ses som et forsøg på at gøre matematikken mere "dansk", og dermed mere acceptabel for højskolen, men hvad der var passende på højskolen, var ikke altid passende i den lærde skole. Efter Christensens opfattelse krævede la Cours bog en så stor omlægning af undervisningen i den lærde skole, at bogen ikke var brugbar her. For Christensen var den historiske synsvinkel vigtig som et supplement til den normale undervisning,¹⁴ men ikke som grundlag for hele den lærde skoles undervisning i matematik. Med denne holdning gav Christensen trods alt udtryk for en mere positiv indstilling til la Cours ideer end P.T. Foldberg.

I 1899 udsendte la Cour en ny udgave af "Historisk Matematik". Denne udgave blev i 1901 anmeldt i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A" af den kulturradikale Viggo Trier, som var kritisk, men ikke fuldstændig afvisende overfor la Cours ideer. I anmeldelsen diskuterede Trier de forskellige holdninger til den historiske metode. Trier fremførte, at la Cour og matematiklæreren C.J.C. Lauritzen var enige om, at det var et fortrin ved den historiske metode, at eleverne "...føle, at dette er i Slægt med, hvad vi ellers lære."¹⁵ Imod denne opfattelse fremførte Trier, at en historisk tilgangsvinkel til matematikken "...i høj Grad maa vanskeliggøre en senere "systematisk" Tilegnelse."¹⁶ Dette synspunkt betød ikke, at Trier var modstander af at inddrage historiske overvejelser i forbindelse med matematikundervisningen. Han fremførte derimod, at "...det i højeste Grad berettigede, dannende og modnende historiske Element i Undervisningen, bør afslutte, men ikke indlede denne, naar Maalet er en virkelig Tilegnelse af Kundskaber og Færdigheder."¹⁷ Af citatet fremgår det, at det var Triers holdning, at eleverne skulle lære matematik, inden de begyndte at anskue matematikken ud fra en historisk synsvinkel.

Et vigtigt perspektiv på denne holdning er en overvejelse, som la Cour gjorde sig i 1885. Her fremførte han, at "Naar Mathematikken ved sin Formalisme virker gavnlig

¹² Christensen (1888-89), s.224.

¹³ Christensen (1888-89), s.227.

¹⁴ Christensen (1888-89), s.225.

¹⁵ Trier (1901), s.5.

¹⁶ Trier (1901), s.4.

paa Tankegangen..., saa løber den paa den anden Side Fare for at stemple en enkelt bestemt Maade at tænke og tale paa som den eneste brugelige. Denne Fare er des større, naar den tages systematisk; thi i et System bør en enkelt Tankeform være Norm.”¹⁸ Med denne overvejelse markerede la Cour risikoen for, at eleverne, efter en traditionel systematisk matematikundervisning, kunne finde på at stemple bestemte kulturers matematiske tænkning som primitiv og mindreværdig. Der var således argumenter for, at Triers opfattelse af, at den historiske synsvinkel først skulle bruges efter, at eleverne havde modtaget en systematisk matematikundervisning, ville have som konsekvens, at det historiske perspektiv blot medvirkede til at glorificere den matematik, eleverne selv havde lært.

Modsat lagde la Cour med sin historiske metode vægt på at skabe forståelse og respekt for tidligere perioders matematik. Dette var vigtigt i to forskellige sammenhænge. For det første var det la Cours holdning, at *“Mathematikken skulde i formalistisk Henseende ikke gaa ud paa at skaffe Uniformitet i Tankegang til Veje, men paa at hjælpe Ejendommelighederne til rette ved at foreholde dem de Arter af Mønstertænkning, som Historien kan opvise.”*¹⁹ På denne vis tjente den historiske metode til at vise eleverne, at et matematisk problem rent teknisk kunne behandles ved hjælp af flere forskellige matematiske redskaber. Derudover var forståelsen og respekten for andre kulturers matematik også vigtig på et andet plan. La Cours metode bevirkede, at eleverne blev præsenteret for nogle alternativer til den samtidige kulturs brug af matematik, idet den historisk anlagte undervisning gav eleverne mulighed for at erfare, hvordan forskellige andre kulturers brug af matematik påvirkede disse kulturer. Kendskabet til disse alternativer samt træningen i at betragte matematikken i sammenhæng med den øvrige kultur gav eleverne forudsætninger for, at kunne give en kvalificeret kritik af samtidens brug af matematik. Det er værd at notere sig, at denne kulturkritiske side af la Cours tilgang betød, at der var nogle demokratiske aspekter forbundet med hans historiske metode.

Det er tidligere i specialet beskrevet, hvordan Kroman ønskede, at matematikken skulle bidrage til at gøre den lærde skoles undervisning mere demokratisk. Til trods for denne ambition advarede Kroman mod la Cours metode. Efter Kromans opfattelse var den historiske matematikundervisning en metode som *“...lettelig vil kunne misbruges, idet Matematikundervisningen uvilkaarlig forvandles til Historieundervisning.”*²⁰ Ydermere var der ingen overvejelser hos Kroman, der tydede på, at han anså den historiske metode for at indeholde særlige demokratiske kvaliteter. Dette må ses i sammen-

¹⁷ Trier (1901), s.6.

¹⁸ La Cour (1885), s.38.

¹⁹ La Cour (1885), s.38-39.

²⁰ Kroman (1886), s.86.

hæng, at en demokratisk matematikundervisning for Kroman betød, at alle eleverne siden hen kunne have nytte af denne undervisning i hverdags-, fritids- og arbejdslivet.²¹ Det demokratiske aspekt ved matematikundervisningen handlede derfor, efter Kromans opfattelse, om, at de matematiske metoder skulle gøres tilgængelige for mange mennesker, og ikke om at brugen af matematik i den samtidige kultur skulle stilles til diskussion.

Bortset fra at Kroman advarede mod at bruge den historiske metode i matematiktimerne, var han ivrig efter at skabe forbindelse mellem matematikfaget og de humanistiske fag. Dette kom til udtryk, da Kroman fremførte, at "*...det, man bestandig overser, naar man kalder Mathematik og Naturfag i en vis Forstand umenneskelige, det er dette, at enhver som helst mathematisk eller naturvidenskabelig Lære til syvende og sidst er en Mennesketanke...*".²² Da matematikken og naturvidenskaben var skabt af mennesker, mente Kroman, at de humanistiske fag også burde beskæftige sig med opdagelser, opfindelser og teorier fra matematikken og naturvidenskaben. Som et eksempel på et oplagt emne nævnte Kroman, at det var "*...ophøiet og menneskeligt at indvie de unge i, hvorledes Newton undfangede sine udødelige Tanker,...*".²³

Af det ovenstående fremgår det, at det var Kromans opfattelse, at det var vigtigt at skabe forbindelse mellem matematikken og de humanistiske fag. På dette punkt var Kroman og la Cour enige. Til gengæld havde de forskellige opfattelser af, om det var i matematikfaget eller i de humanistiske fag, at de historiske aspekter af matematikken skulle behandles. Dette viser, at spørgsmålet om faggrænser var centralt i forbindelse med overvejelserne om at inddrage de humanistiske aspekter af matematikken i den lærde skoles undervisning. I den forbindelse må det fremhæves, at der var forskel på dels Kromans og dels Christensens og Triers baggrund for at gøre sig overvejelser omkring faggrænser. I deres egenskab af at være matematiklærere havde de kulturradikale Christensen og Trier nogle mere kontante grunde til at værne om deres fag end Kroman, der befandt sig i sikker afstand fra den lærde skoles virkelighed i sin stilling på universitetet.

Der er ikke noget, der tyder på, at la Cours eller Kromans ideer til at skabe forbindelse mellem matematikken og de humanistiske fag vandt indpas i den lærde skole hhv. gymnasiet. Filologernes modstand mod Kromans ideer er behandlet flere steder i specialet. Modstanden mod la Cours ideer hang sammen med, at der i den lærde skole hhv. gymnasiet var en stærk tradition for en ahistorisk systematisk matematikundervisning,

²¹ Kroman (1886), s.84-85.

²² Kroman (1886), s.26.

²³ Kroman (1886), s.26.

og samtidig vedblev der at komme nye lærere til, som var opflasket med den ekspertkultur, der var kendetegnende for den lærde skole, gymnasiet og universitetet. Det kan konstateres, at der fra den lærde skoles side blev lagt vægt på, at brugen af la Cours ideer ville indebære et kompromis med fagligheden. I forhold til denne begrundelse for modstanden mod la Cours ideer må det tilføjes, at der formentlig var mange matematiklærere, som ikke brød sig om, at la Cours historiske metode lagde op til, at samtidens matematik skulle stilles til diskussion. Det er tænkeligt at en del af forklaringen på, at la Cours ideer ikke vandt indpas i den lærde skole hhv. gymnasiet, skulle søges i denne kulturkritiske side af la Cours tilgang.

11. Afslutning

Af specialet fremgår det, at der i den offentlige debat i perioden 1884-1914 blev fremsat flere forskellige begrundelser for at undervise i matematik i den lærde skole hhv. gymnasiet. Gennem opdelingen af specialet i kapitler er det markeret, hvilke begrundelser der prægede debatten om matematikundervisningen. Samtidig er det i specialet blevet skitseret, hvordan det, for en stor del af debattørernes vedkommende, er muligt at relatere deres syn på matematikundervisningen til deres politiske og kulturelle tilhørsforhold.

Som baggrund for de konservativt orienterede debattørers holdninger til matematikundervisningen er der især to forhold, som må fremhæves. Det drejer sig om dels de konservatives modstand mod en demokratisering af den lærde skole hhv. gymnasiet, og dels det forhold, at hensynet til industriens interesser gennem perioden 1884-1914 blev stadig vigtigere for de konservative. De konservatives modstand mod at matematikfaget skulle bidrage til en demokratisering af skolen kan konstateres i flere af kapitlerne. Bestræbelserne på at betone elevaktiviteten ved at gøre matematikken mere konkret og anskuelig kunne ses som et forsøg på at gøre matematikundervisningen mere demokratisk. Disse bestræbelser blev mødt med modstand fra konservativ side. I stedet lagde de konservativt orienterede debattører, i en stor del af perioden 1884-1914, vægt på at begrunde matematikundervisningen med de formalt dannende virkninger af denne undervisning. Fra konservativ side blev der f.eks. givet udtryk for, at matematikken bibragte eleverne almendannelse gennem fagets formalt dannende virkninger. Derimod forbandt de konservativt orienterede debattører, i modsætning til de kulturradikale, ikke de matematiske kundskaber med begrebet almendannelse. Det forhold, at de konservative debattører ikke tillagde matematikken den samme almendannende betydning som de kulturradikale, må forstås ud fra de to grupper debattørers forskellige holdninger til, hvorvidt matematikfaget skulle bidrage til en demokratisering af den lærde skole hhv. gymnasiet. De konservativt orienterede debattører var modstandere af, at der kom for mange elever i den lærde skole hhv. gymnasiet, og det var en udbredt opfattelse blandt disse debattører, at der skulle lægges vægt på de abstrakte sider af matematikken. På denne måde kunne matematikken bruges som sorteringsfag.

Udover modstanden mod demokratiseringen af den lærde skole hhv. gymnasiet kom hensynet til industriens interesser efterhånden til at præge de konservativt orienterede debattørers holdninger til matematikundervisningen. I takt med den industrielle udvikling blev der blandt konservative debattører lagt større vægt på, at der i matematikunder-

visningen blev taget hensyn til Polyteknisk Lærestalts behov. Dette kunne bl.a. mærkes på de konservative debattørers ændrede holdning til matematikkens funktion som støttefag for de naturvidenskabelige fag.

Som baggrund for de kulturradikale debattørers holdninger til matematikundervisningen er der også to forhold, som må fremhæves. Det drejer sig om dels inspirationen fra positivismen, og dels de kulturradikales ønske om at demokratisere den lærde skole hhv. gymnasiet. Inspirationen fra positivismen havde betydning for de kulturradikales syn på forbindelsen mellem matematikken og de naturvidenskabelige fag. Derudover kunne den positivistiske holdning om at lægge eksperimenter til grund for erkendelse mærkes bag de kulturradikales opfattelse af, hvordan matematikundervisningen skulle tilrettelægges. Indenfor positivismen blev matematikken og de naturvidenskabelige fag tillagt en særlig stor betydning blandt skolens fag, og denne holdning prægede også de kulturradikale debattører. I deres forsøg på at argumentere for betydningen af matematikundervisningen lagde de kulturradikale debattører vægt på såvel matematikkens materielle betydning og matematikkens formalt dannende virkninger som matematikkens positive indvirkning på opdragelsen af karakteren.

Ved siden af inspirationen fra positivismen var de kulturradikale debattørers holdninger til matematikundervisningen præget af et ønske om at demokratisere den lærde skole hhv. gymnasiet. Bestræbelserne på at gøre matematikken konkret og anskuelig kunne ses som et forsøg på at gøre matematikundervisningen mere forståelig for eleverne, og samtidig var der også nogle demokratiske aspekter forbundet med de kulturradikale debattørers betoning af elevaktiviteten. Udover at de lagde vægt på, at matematikken var forståelig for eleverne, betonedes de kulturradikale debattører, at matematikken var et fag, der kunne være til direkte nytte i almindelige menneskers dagligdag. De kulturradikales fremhævelse af de almindelige sider af matematikken var endnu et udtryk for deres holdning om, at matematikken skulle bruges til at gøre skolen mere demokratisk.

Foruden de konservative og kulturradikale debattørers holdninger blev debatten om matematikundervisningen præget af Poul la Cours ideer. Disse ideer havde baggrund i det grundtvigske højskolemiljø, som la Cour var en del af. Inspirationen fra de grundtvigske skoletanker viste sig f.eks. i la Cours brug af den historiske synsvinkel samt i den demokratiske holdning, der prægede la Cours ideer. La Cour ønskede med sin historiske tilgang at stille brugen af matematik i forskellige kulturer til diskussion. På denne måde lå der nogle andre demokratiske aspekter i la Cours tilgang til matematikundervisningen end i de kulturradikales tilgang.

I det ovenstående er det opsummeret, hvilken sammenhæng der var mellem de forskellige debattørers holdninger til matematikundervisningen og debattørernes tilhørsfor-

hold til forskellige politiske og kulturelle grupperinger. Det bør fremhæves, at en del af de i specialet omtalte debattører havde en baggrund som matematikere. For disse debattørers vedkommende kunne der være tale om sideordnede dagsordener, hvor holdningerne til matematikundervisningen dels kunne ses som et udtryk for et ønske om at bruge den lærde skole hhv. gymnasiet til at fremme nogle bestemte politiske mål, samtidig med at de i en snævrere sammenhæng kunne ses som et forsøg på at forsvare nogle bestemte faglige interesser. I den forbindelse er det værd at hæfte sig ved, at der var en tendens til, at der efter århundredeskiftet var flere matematikere, der involverede sig i debatten om matematikundervisningen, hvorimod der i 1880'erne var en forholdsvis større del af debattørerne, som ikke var matematikere. I indledningen til specialet blev der givet nogle bud på, hvorfor matematikfaget i 1880'erne også vakte interesse udenfor matematikernes rækker. Sammenkædningen af matematikken med dels den teknologiske udvikling og dels positivismen blev nævnt, og samtidig blev den kontroversielle deling af den lærde skole i 1871 omtalt. I forhold til det relativt store antal debattører uden en baggrund som matematikere er det desuden værd at fremhæve den anspændte politiske situation i 1880'erne. Med 1880'ernes politiske tilstande var den pædagogiske vej, og dermed bl.a. matematikundervisningen, en hensigtsmæssig måde at forsøge at ændre samfundet på.

I tiden efter århundredeskiftet blev den pædagogiske debat præget af andre emner end matematikundervisningen. I forbindelse med den nye skolelov blev bl.a. almindannelsen samt niveauet for gymnasiets undervisning ivrigt diskuteret. Det samme gjaldt indførelsen af mellemskolen samt indførelsen af den nysproglige retning i gymnasiet. Samtidig var det ikke længere muligt at fornemme den samme frygt for dels positivismen og dels den teknologiske udvikling blandt debattørerne. På denne baggrund blev debatten om matematikundervisningen i høj grad overladt til debattører med faglige interesser i matematikfaget. Som fremhævet i specialet måtte disse debattørers holdninger til matematikundervisningen i mange tilfælde anskues i en større uddannelsespolitisk sammenhæng. På dette plan var der ikke forskel på de debattører, der havde en baggrund som matematikere, og dem der ikke havde. Til gengæld er det værd at bemærke, at det ikke var alle debattørerne, der nåede ud til det samme publikum. De matematikere, der valgte at skrive i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A", kunne ikke forvente at nå ud til så stort og så sammensat et publikum som de debattører, der valgte at udtrykke sig gennem debatbøger eller gennem "Vor Ungdom". Da størstedelen af debatten om matematikundervisningen efterhånden kom til at foregå i "Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A", må der siges at have været en tendens til, at debatten snævrede ind, og blev et anliggende for fagfolk. I demokratisk henseende var dette ikke en heldig udvikling. Som det fremgår af

herværende speciale, var der flere forhold ved matematikundervisningen, som var af betydning for andre end blot kredsen af matematikere.

Litteraturliste

Kilder:

Falbe-Hansen, Vigand og William Scharling (1881): *Danmarks Statistik, bind 5*. København, 1881.

Falbe-Hansen, Vigand og William Scharling (1891): *Danmarks Statistik, bind 6*. København, 1891.

Heegaard, Poul (1912): *Der Mathematikunterricht in Dänemark*. København, 1912.

Kroman, Kristian (1886): *Om Maal og Midler for den høiere Skoleundervisning*. København, 1886.

Lovtidende. Diverse årgange fra perioden 1871-1906. København.

Pingel, Johan V. (1878): *Om Hovedmanglerne ved den lærde Skole*. København, 1878.

Schmidt, Karl (1890): *Mathematiken til almindelig Forberedelsesexamen og 4de Klasses Hovedexamen. Indbydelsesskrift til Afgangsexamen og Hovedexamen ved Odense Kathedralskole i Aaret 1890*. Odense, 1890.

Spencer, Herbert (1876): *Om Opdragelse*. København, 1876.

Statistisk Aarbog. Årgang 1906-14. København.

Tuxen, Søren L. (1884a): *Om Maal og Midler for den højere Dannelse*. København, 1884.

Tuxen, Søren L. (1886): *Professor Kromans Forslag til en Skolereform*. København, 1886.

Tuxen, Søren L. (1912): *Gymnasieundervisningen*. København, 1912.

Tidsskriftsartikler:¹

Andersen, A.F. (1916): "Mathematische Bibliothek, herausg. v. W. Lietzmann u. A. Witting, Bind 16 og 18". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1916.

Bonnesen, Tommy (1903): "Henrik Petrini: Plan Elementargeometri". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1903.

Bonnesen, Tommy (1905): "Matematikken i Gymnasiet. Overvejelser og Forslag". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1905.

¹ Samtlige de anførte tidsskrifter er udgivet i København.

Bonnesen, Tommy (1906): "Geometrisk-pædagogiske Betragtninger". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1906.

Branth, Paul (1902): "K. Asperén och J. Damm: Lärobok i Räkning för Allmänna Läroverken". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1902.

Christensen, S.A. (1888-89): "Poul la Cour: Historisk Mathematik". *Tidsskrift for Mathematik*, 1888-89.

Christensen, S.A. (1890): "Om den indledende Geometriundervisning i de højere Skoler". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1890.

Dam, Axel (1913): Alfr. Lehmann: "Den individuelle sjælelige Udvikling. Grundtræk af den pædagogiske psykologi". *Vor Ungdom*, 1913.

Fabricius-Bjerre, Fr. (1927): "Matematikens Stilling i den højere Skole". *Matematisk Tidsskrift. A*, 1927.

Foldberg, P.T. (1890): "Nogle pædagogiske Betragtninger". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1890.

Gertz, M.Cl. og Julius Petersen (1890): "Den lærde Skoles Reform". *Vor Ungdom*, 1890.

Gertz, M.Cl. m.fl. (1903-04): "Udkast til en Undervisningsplan for Mellemskolen". *Meddelelser angaaende de højere Almenskoler i Danmark for Skoleaaret 1903-1904*.

Gram, Jørgen P. (1902): "Fra fremmede Tidsskrifter". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1902.

Hansen, Carl (1914): "Forslag til Ændring af Læseplanen i Matematik for Gymnasiets matematiske Linie". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1914.

Heckscher, Ivar (1903): "Anmeldelse af M. Schuster: Geometrische Aufgaben und Lehrbuch der Geometrie, nach analytisch-konstruktiver Methode bearbeitet. 2. Teil. Trigonometrie". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1903.

Heckscher, Ivar (1910): "Matematikken i den preussiske Pigeskole". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1910.

Heegaard, Poul (1903): "Girndt: Raumlehre für Baugewerkschulen. 1. Teil: Lehre von den ebenen Figuren, 2. Auflage". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1903.

Heegaard, Poul (1916): "Viggo Trier". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1916.

Heiberg, J.L. (1884): "Den lærde Skoles Reform". *Tilskueren*, 1884.

Heiberg, J.L. (1886): "Nogle Bemærkninger til Prof. Kromans Skrift "om Maal og Midler for den højere Skoleundervisning"". *Vor Ungdom*, 1886.

Hjuler, Anton (1898): "Lidt Statistik over Karaktererne ved Afgangsprøven til Universitetet for Tidsrummet 1894-96". *Vor Ungdom*, 1898.

Jensen, Adolph (1900): "Til Studenterspørgsmaalet". *Nationaløkonomisk Tidsskrift*, 1900.

Juel, Christian og Viggo Trier (1909): "1859-1909". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1909.

Juel, Christian og Viggo Trier (1910): "Nekrolog over Julius Petersen". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1910.

Kaper, Ernst (1913): "Om Kundskaber og Almendannelse". *Vor Ungdom*, 1913.

Krüger, Chr. (1886): "W.G. Spencer: Populær Geometri til Brug ved den første Undervisning". *Tidsskrift for Mathematik*, 1886.

La Cour, Poul (1885): "Om historisk Undervisning i Mathematik". *Vor Ungdom*, 1885.

La Cour, Poul (1886): "Historisk Mathematik". *Vor Ungdom*, 1886.

Lauritzen, C.J.C. (1902): "Thyra Eibes Plangeometri og V.T.'s Anmeldelse". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1902.

Møllerup, Johannes (1903a): "Om Mellemskolens Matematikundervisning". *Vor Ungdom*, 1903.

Møllerup, Johannes (1903b): "Om Undervisning i Matematik". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1903.

Paludan, Julius (1884): "Nogle af den sidste Tids Bevægelser paa det højere Skolevæsens Omraade i Danmark, Norge og Sverig I". *Vor Ungdom*, 1884.

Pedersen, N.P. (1912): "Geometri i Folkeskolen". *Vor Ungdom*, 1912.

Petersen, Julius (1906): "Jul. Petersens Geometri for Mellemskolen". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1906.

Pihl, Hans Jensen (1923): "Om Matematikundervisningen i Gymnasiet". *Matematisk Tidsskrift. A*, 1923.

Pingel, Johan V. (1884a): "Om Græsk som det centrale Fag i vor højere Undervisning". *Tilskueren*, 1884.

Pingel, Johan V. (1884b): "Gjensvar til Kand. S.L. Tuxen". *Vor Ungdom*, 1884.

Pingel, Johan V. (1885): "Nogle Ord om Mathematikkens Stilling mellem Videnskaberne". *Vor Ungdom*, 1885.

Rasmussen, Vilhelm (1907): "Samarbejde mellem Skolens Fag og Hjemmet og Skolen". *Vor Ungdom*, 1907.

Selchau, G.L. (1890): "Den lærde Skoles Reform". *Vor Ungdom*, 1890.

Smith, O.A. (1908): "Aabent Brev til Redaktøren af Tidsskriftets Afdeling A". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1908.

Trier, Viggo (1900): "Euklids Elementer, oversat af Thyra Eibe". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1900.

Trier, Viggo (1901): "Historisk Matematikundervisning". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1901.

Trier, Viggo (1902): "Den "3. Retning"s Matematikundervisning". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1902.

Trier, Viggo (1905): "Julius Petersen: Lærebog i Plangeometri for Mellemskolen". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1905.

Trier, Viggo (1908): "Svar til Hr. cand. mag. O.A. Smith". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1908.

Tuxen, Søren L. (1884b): "Et Svar til Dr. Pingel". *Tilskueren*, 1884.

Tuxen, Søren L. (1884c): "Mathematikken og Naturvidenskaben som Dannelsesmidler - Gjensvar til Dr. V. Pingel". *Vor Ungdom*, 1884.

Winther, Michael (1912): "Matematikundervisningen ved Forberedelsen til nysproglig Artium". *Vor Ungdom*, 1912.

Zeuthen, H.G. (1889): "Steen og Oppermann". *Nyt Tidsskrift for Matematik. Afd. A*, 1899.

Fremstillinger:

Adler, Ada (1984): "J.L. Heiberg". In: Bech, Sv. Cedergren (red.): *Dansk biografisk leksikon, bind 6*. København, 1984.

Agger, Gunhild, Ib Bondebjerg, Anker Gemzøe, Inger-Lise Hjordt-Vetlesen, Hans Jørgen Nielsen, Anne Birgitte Richard (1984): *Dansk litteraturhistorie, bind 7. Demokrati og kulturkamp 1901-45*. København, 1984.

Andersen, Kirsti og Thøger Bang (1983): "Matematik". In: Pihl, Mogens (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 12*. København, 1983.

Boje, Per og Henning Nielsen (1985): *Odense bys historie, bind 7. Moderne tider. Odense 1868-1914*. Odense, 1985.

Busk-Jensen, Lise, Per Dahl, Anker Gemzøe, Torben Krogh Grodal, Jørgen Holmgaard, Martin Zerlang (1985): *Dansk litteraturhistorie, bind 6. Dannelse, folkelighed, individualisme 1848-1901*. København, 1985.

Christiansen, Niels Finn (1990): *Politiken og Gyldendals Danmarkshistorie, bind 12. Klasesamfundet organiseres, 1900-1925*. København, 1990.

From, Franz, Ib Kr. Moustgaard, Arne Friemuth Petersen og Rolf Willanger (1980): "Psykologi". In: Jensen, Povl Johs. (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 10*. København, 1980.

Grue-Sørensen, Knud (1972): *Opdragelsens historie, bind 3*. København, 1972 (1966).

Hansen, H.C. (1985): *Poul la Cour, grundtvigianer, folkeoplyser og opfinder*. Askov, 1985.

Harnow, Henrik (1998): *Den danske ingeniørs historie 1850-1920*. Århus, 1998.

Haue, Harry, Erik Nørr og Vagn Skovgaard-Petersen (1998): *Kvalitetens vogter*. København, 1998.

Hellesen, Jette Kjærulff og Ole Tuxen (1993): "Københavns Universitet 1788-1848". In: Grane, Leif og Kai Hørby (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 2*. København, 1993.

Hvidt, Kristian (1990): *Politiken og Gyldendals Danmarkshistorie, bind 11. Det folkelige gennembrud og dets mænd, 1850-1900*. København, 1990.

Høyrup, Else og Jens Høyrup (1973): *Matematikken i samfundet*. København, 1973.

Jacobsen, Hans Henrik, Anne Riising, Aage Fasmer Blomberg og Ellen Pedersen (1984): *Odense Katedralskoles historie*. Odense, 1984.

Jansen, F.J.B. (1987): "Hans Christian Ørsted". In: Jansen, F.J.B. m.fl. (red.): *Hans Christian Ørsted*. København, 1987.

Jørgensen, V. Th. (1984): "Heegaard, Poul". In: Bech, Sv. Cedergren (red.): *Dansk biografisk leksikon, bind 6*. København, 1984.

Knudsen, Ole (1987): "Fysikeren". In: Jansen, F.J.B. m.fl. (red.): *Hans Christian Ørsted*. København, 1987.

Larsen, Børge Riis (1991): *Naturvidenskab og dannelse*. København, 1991.

Larsen, Hans Kryger (1993): "Københavns Universitet 1902-36". In: Grane, Leif og Kai Hørby (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 2*. København, 1993.

Larsen, Joakim (1984): *Bidrag til Den danske Skoles historie 1818-1898, bind 3*. København 1984 (1899).

- Lübcke, Poul (1988): *Politikens filosofi leksikon*. København, 1988 (1983).
- Nielsen, Jakob (1935): "Carl Christian Hansen. 20. Juni 1876- 2. Marts 1935". *Matematik tidsskrift. A*. København, 1935.
- Nielsen, Jørgen Broberg og Ejvind Slottved (1983): "Fakultetets almindelige historie". In: Pihl, Mogens (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 12*. København, 1983.
- Nielsen, Mogens (1978): "Om pædagogiske teorier som slogansystemer". In: Goldbach, Ib og Spæt Henriksen: *Pejlinger*. Haslev, 1978.
- Niss, Mogens (1985): *Matematikens udvikling - op til renæssancen*. RUC tekst nr. 115. Roskilde, 1985.
- Nissen, Gunhild (1991): "Matematik og dannelse - spotlys på 1878". In: Haue, Harry, Kristian Hvidt, Ingrid Markussen og Erik Nørr (red.): *Uddannelseshistorie*. Odense, 1991.
- Nissen, Gunhild (1994): *Udfordringer til Højskolen. Danske folkehøjskoler 1844-1944*. Odense, 1994.
- Nørr, Erik (1980): *Latinskolens programmer 1840-1903*. København, 1980.
- Pedersen, Olaf (1987): "Det længere perspektiv". In: Jansen, F.J.B. m.fl. (red.): *Hans Christian Ørsted*. København, 1987.
- Pedersen, Olaf (1992): *Lovers of learning*. København, 1992.
- Petersen, Niels (1993): "Københavns Universitet 1848-1902". In: Grane, Leif og Kai Hørby (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 2*. København, 1993.
- Sevaldsen, Jørgen (1974): "'Det pædagogiske Venstre": Victor Pingel og forfatningskampen". In: *Historisk Tidsskrift, bind 74*. København, 1974.
- Skovgaard-Petersen, Vagn (1967): "Den politiske drøftelse af forbindelsen mellem almueskolen og den lærde skole". In: *Årbog for Dansk Skolehistorie*. København, 1967.
- Skovgaard-Petersen, Vagn (1976): *Dannelse og demokrati*. København, 1976.
- Stangerup, Hakon (1946): *Kulturkampen, bind 1*. København, 1946.
- Stybe, Svend Erik (1980): "Filosofi". In: Jensen, Povl Johs. (red.): *Københavns Universitet 1479-1979, bind 10*. København, 1980.
- Thaning, Erik (1937): "Professor Johs. Møllerup. In Memoriam". In: *Messiaskirkens Menighedsblad, nr. 7*. Hellerup, 1937.

Liste over tidligere udsendte tekster kan rekvireres
 på IMFUFA's sekretariat, tlf. 4674 2263 eller
 e-mail: bs@ruc.dk

- 332/97 ANOMAL SWELLING AF LIPIDE DOBBELTLAG
 Specialerapport af:
 Stine Sofia Korremann
 Vejleder: Dorthe Posselt
- 333/97 Biodiversity Matters
 an extension of methods found in the literature
 on monetisation of biodiversity
 by: Bernd Kuemmel
- 334/97 LIFE-CYCLE ANALYSIS OF THE TOTAL DANISH
 ENERGY SYSTEM
 by: Bernd Kuemmel and Bent Sørensen
- 335/97 Dynamics of Amorphous Solids and Viscous Liquids
 by: Jeppe C. Dyre
- 336/97 PROBLEM-ORIENTATED GROUP PROJECT WORK AT
 ROSKILDE UNIVERSITY
 by: Kathrine Legge
- 337/97 Verdensbankens globale befolkningsprognose
 - et projekt om matematisk modellering
 af: Jørn Chr. Bendtsen, Kurt Jensen,
 Per Pauli Petersen
 Vejleder: Jørgen Larsen
- 338/97 Kvantisering af nanolederes elektriske
 ledningsevne
 Første modul fysikprojekt
 af: Søren Dam, Esben Danielsen, Martin Niss,
 Esben Friis Pedersen, Frederik Resen Steenstrup
 Vejleder: Tage Christensen
- 339/97 Defining Discipline
 by: Wolfgang Coy
- 340/97 Prime ends revisited - a geometric point
 of view -
 by: Carsten Lunde Petersen
- 341/97 Two chapters on the teaching, learning and
 assessment of geometry
 by Mogens Niss
- 342/97 LONG-TERM SCENARIOS FOR GLOBAL ENERGY
 DEMAND AND SUPPLY
 A global clean fossil scenario discussion paper
 prepared by Bernd Kuemmel
 Project leader: Bent Sørensen
- 343/97 IMPORT/EKSPORT-POLITIK SOM REDSKAB TIL OPTIMERET
 UDNYTTELSE AF EL PRODUCERET PÅ VE-ANLÆG
 af: Peter Meibom, Torben Svendsen, Bent Sørensen
- 344/97 Puzzles and Siegel disks
 by Carsten Lunde Petersen
-
- 345/98 Modeling the Arterial System with Reference to
 an Anesthesia Simulator
 Ph.D. Thesis
 by: Mette Sofie Olufsen
- 346/98 Klyngedannelse i en hulkatode-forstøvningsproces
 af: Sebastian Horst
 Vejledere: Jørn Borggren, NBI, Niels Boye Olsen
- 347/98 Verificering af Matematiske Modeller
 - en analyse af Den Danske Eulerske Model
 af: Jonas Blomqvist, Tom Pedersen, Karen Timmermann,
 Lisbet Øhlenschläger
 Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 348/98 Case study of the environmental permission
 procedure and the environmental impact assessment
 for power plants in Denmark
 by: Stefan Krüger Nielsen
 Project leader: Bent Sørensen
- 349/98 Tre rapporter fra FAGMAT - et projekt om tal
 og faglig matematik i arbejdsmarkedsuddannelserne
 af: Lena Lindenskov og Tine Wedege
- 350/98 OPGAVESAMLING - Bredde-Kursus i Fysik 1976 - 1998
 Erstatte teksterne 3/78, 261/93 og 322/96
- 351/98 Aspects of the Nature and State of Research in
 Mathematics Education
 by: Mogens Niss

- 352/98 The Herman-Swiatec Theorem with applications
by: Carsten Lunde Petersen
- 353/98 Problemløsning og modellering i en almindelig matematikundervisning
Specialerapport af: Per Gregersen og Tomas Højgaard Jensen
Vejleder: Morten Blomhøj
- 354/98 A GLOBAL RENEWABLE ENERGY SCENARIO
by: Bent Sørensen and Peter Meibom
- 355/98 Convergence of rational rays in parameter spaces
by: Carsten Lunde Petersen and Gustav Ryd
- 356/98 Terrænmodellering
Analyse af en matematisk model til konstruktion af terrænmodeller
Modelprojekt af: Thomas Frommelt, Hans Ravnkjer Larsen og Arnold Skimminge
Vejleder: Johnny Ottesen
- 357/98 Cayleys Problem
En historisk analyse af arbejdet med Cayley problem fra 1870 til 1918
Et matematisk videnskabsfagsprojekt af: Rikke Degn, Bo Jakobsen, Bjarke K.W. Hansen, Jesper S. Hansen, Jesper Udesen, Peter C. Wulff
Vejleder: Jesper Larsen
- 358/98 Modeling of Feedback Mechanisms which Control the Heart Function in a View to an Implementation in Cardiovascular Models
Ph.D. Thesis by: Michael Danielsen
- 359/99 Long-Term Scenarios for Global Energy Demand and Supply Four Global Greenhouse Mitigation Scenarios
by: Bent Sørensen
- 360/99 SYMMETRI I FYSIK
En Meta-projektrapport af: Martin Niss.
Bo Jakobsen & Tine Bjarke Bonné
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 361/99 Symplectic Functional Analysis and Spectral Invariants
by: Bernhelm Booss-Bavnbek, Kenro Furutani
- 362/99 Er matematik en naturvidenskab? - en udspejling af diskussionen
En videnskabsfagsprojekt-rapport af Martin Niss
Vejleder: Mogens Nørgaard Olesen
- 363/99 EMERGENCE AND DOWNWARD CAUSATION
by: Donald T. Campbell, Mark B. Bickhard and Peder V. Christiansen
- 364/99 Illustrationens kraft
Visuel formidling af fysik
Integreret speciale i fysik og kommunikation af: Sebastian Horst
Vejledere: Karin Beyer, Søren Kjørup
- 365/99 To know - or not to know - mathematics. that is a question of context
by: Tine Wedege
- 366/99 LATEX FOR FORFATTERE
En introduktion til LATEX og LATEX
af: Jørgen Larsen
- 367/99 Boundary Reduction of Spectral Invariants and Unique Continuation Property
by Bernhelm Booss-Bavnbek
- 368/99 Kvartalsrapport for projektet
SCENARIER FOR SAMLET UDDYTTTELSE AF BRINT SOM ENERGILØSERE I DANMARKS FREMTIDIGE ENERGISYSTEM
Projektleder: Bent Sørensen
- 369/99 DYNAMICS OF Complex Quadratic Correspondences
by: Jacob Jalving
- 370/99 OPGAVERSAMLING
Bredde-Kursus i Fysik 1976 - 1999
(erstatte tekst nr. 350/98)
- 370/99 Bevisets stilling
- beviser og bevisførelse i en gymnasial matematikundervisning
Matematikspeciale af: Maria Hermannsson
Vejleder: Mogens Niss