

**TEKST NR 338**

**1997**

**Kvantisering af nanolederes  
elektriske ledningsevne**

**Første modul fysikprojekt**

**Lavet af**

**Søren Dam**

**Esben Danielsen**

**Martin Niss**

**Esben Friis Pedersen**

**Frederik Resen Steenstrup**

**Vejleder: Tage Christensen**

**Januar, 1997**

**TEKSTER fra**

**IMFUFA**

**ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER**

INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES  
FUNKTIONER I UNDERSVINGNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postboks 260, DK-4000 Roskilde, Danmark

Kvantisering af nanolederes elektriske ledningsevne

af: Søren Dam, Esben Danielsen, Martin Niss, Esben Friis Pedersen, Frederik Resen Steenstrup

IMFUFA-tekst nr. 338/97      100 sider

ISSN 0106-6242

---

**Abstract:**

Projektet omhandler opstillingen af et eksperiment til målinger af den elektriske ledningsevne i nanoledere. Ved brug af piezokeramik styres afbrydelsen af en makroskopisk kontakt mellem to platintråde. Under denne langsomme afbrydelse, bliver kontaktpunktet mindre og mindre for tilsidst at være af nanometerstørrelse. Udviklingen i nanokontaktens ledningsevne kan således måles.

Målingerne tyder på at ledningsevnen i ledere af nanostørrelse er kvantiseret. Dette stemmer overens med litteraturen, hvor fænomenet er beskrevet teoretisk (Landauer, 1957) og eftervist eksperimentelt af bl.a. Olesen et al (1994).

Målingerne tyder endvidere på, at det hyppigst forekommende spring i ledningsevnen, er af størrelsen  $e^2/h$ . I følge Olesen et al. (1994) skulle springstørrelsen have værdien  $2e^2/h$ , hvilket også er den teoretiske værdi når Landauer-formlen benyttes.

Der er således ikke konsensus mellem den målte kvantiserings springstørrelse, og den af litteraturen foreslæede.

## 0.1 Forord

Nærværende projektrapport er skrevet i forbindelse med det første modul på Fysikoverbygningen på Roskilde Universitets Center (RUC). Det er skrevet som projekttypen 'Toning-anvendelse', hvilket vil sige at det:

- eksemplarisk skal behandle en problemstilling vedrørende en anvendelse af fysik inden for måleteknik, inden for teknologi eller inden for et andet naturvidenskabeligt fagområde end fysik (Studieordning, 1996).

Vi har valgt den toning som omhandler brugen af fysik indenfor måleteknik.

Tidsrammen for projektet har været efterårssemesteret 1996, i alt ca. 4 måneders arbejde.

Udgangspunktet for projektet har været interessen for kvantemekanik og eksperimentelt fysisk arbejde. Vores baggrund har hovedsageligt været 'Den naturvidenskabelige basisuddannelse' på RUC, samt for et par stykkers vedkommende sideløbende andet fag i hhv. matematik og kemi.

I forbindelse med projektarbejdet har vi haft stor gavn af følgende personer, som vi hermed gerne vil takke. Niels Boye Olsen, IMFUFA for mange tankevækkende diskussioner af databehandlingsmetodik og fænomenologi. Petr Viscor og Peder Voetmann Christiansen, IMFUFA for spændende diskussioner af foreløbige resultater. Karen Birkelund, MIC/DTU for en perspektivgivende rundvisning på Microelektronikcentret. Poul-Erik fra AV-værkstedet for fornem fremkaldelse af sort-hvid fotos. Diana Goldbeck for grafisk assistance. Ib Høst, Jacob T.Hansen og ikke mindst Torben Rasmussen - alle fra IMFUFA - for den store og uvurderlige hjælp med opbygning af forsøgsopstilling og efterfølgende målinger.

Og endelig vor vejleder, Tage Christensen, for mange gode råd og kontakter på vores vej.

Lad kvanterne springe !

Institut for Matematik og Fysik (IMFUFA)

RUC

Januar 1997

# Indhold

0.1	Forord . . . . .	1
<b>1</b>	<b>Indledning</b>	<b>4</b>
1.1	Formål . . . . .	7
1.2	Problemformulering . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Landauers Formel</b>	<b>8</b>
2.1	Definitioner . . . . .	8
2.2	Systemet . . . . .	9
2.3	Landauers formel . . . . .	11
2.4	Modellens antagelser . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Opstilling af eksperiment</b>	<b>17</b>
3.1	Formål . . . . .	17
3.2	Opstillingen . . . . .	17
3.3	Hvad der måles . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Eksperimentelle overvejelser</b>	<b>24</b>
4.1	Den mekaniske del . . . . .	24
4.2	Den måletekniske del . . . . .	25
4.3	Fejlkilder . . . . .	30
4.4	Eftermåling af usikkerhed . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Dataopsamling</b>	<b>35</b>
<b>6</b>	<b>Fortolkningsmodeller</b>	<b>37</b>
<b>7</b>	<b>Databehandling</b>	<b>43</b>
7.1	Metode 2: Databehandling vha. af basic-program . . . . .	44
7.2	Metode 3: Manuel opmåling af spring i ledningsevnen . . . . .	45
<b>8</b>	<b>Resultater</b>	<b>46</b>
<b>9</b>	<b>Analyse</b>	<b>52</b>
9.1	Analyse af resultater fra metode 1 . . . . .	52
9.2	Analyse af data fundet med computer - metode 2 . . . . .	53
9.3	Analyse af de håndopmålte springstørrelser - metode 3 . . . . .	55

<b>10 Fortolkning</b>	<b>62</b>
10.1 Fortolkning af histogrammer over forekommende ledningsevne-værdier - metode 1 . . . . .	62
10.2 Fortolkning af data fundet med computer . . . . .	62
10.3 Fortolkning af fordelingen af hånddoptmålte springstørrelser . . . .	63
<b>11 Afslutning</b>	<b>64</b>
11.1 Diskussion . . . . .	64
11.2 Konklusion . . . . .	67
11.3 Perspektivering . . . . .	67
<b>12 Litteraturliste</b>	<b>68</b>

# Kapitel 1

## Indledning

### 1.0.1 Baggrunden for projektet

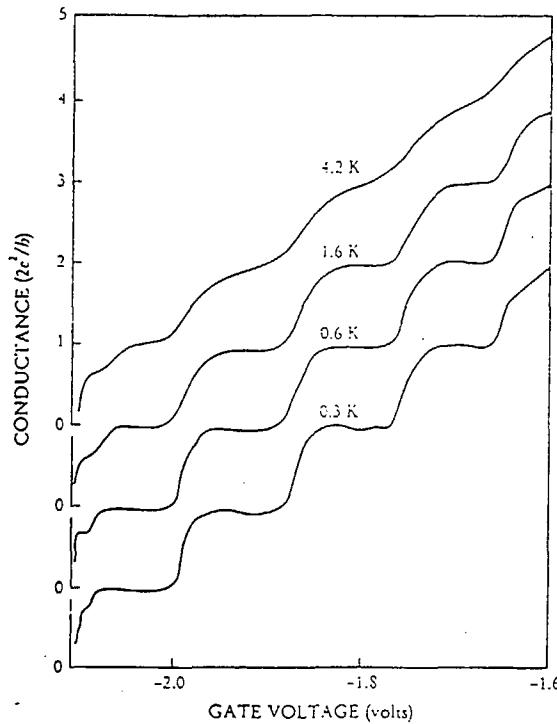
Det teoretiske udgangspunkt for dette projekt er en teori om elektrisk ledning opstillet af Rolf Landauer så langt tilbage som i 1957 (Landauer, 1957)<sup>1</sup>. I følge denne teori foregår ledning mellem to reservoirer som har forskellige potentialer ved transmission af elektroner. Den reciprokke elektriske modstand, ledningsevnen, vil afhænge af sandsynligheden for at elektronerne bliver transmitteret gennem konduktoren, som forbinder de to reservoirer. I følge Stone et al. (1988) nåede Landauer desuden frem til at hvis udbredelsesmulighederne for konduktoren er begrænset på passende vis i to retninger vil der dannes såkaldte kanaler. En sådan kanal har ledningsevnen  $2e^2/h \cdot T$  hvor  $T$  er transmissionssandsynligheden. Hvis transmissionssandsynligheden er 1, betyder Landauers formel at ledningsevnen er kvantiseret i enheder af  $2e^2/h$  og antallet af enheder afhænger af antallet af kanaler.

Der er flere vidt forskellige typer eksperimenter som har vist kvantiseret ledningsevne. Beenakker et al. (1996) beskriver en type eksperiment med to halvlederer (GaAs og AlGaAs) anbragt i kontakt med hinanden som vil danne en to-dimensional elektrongas<sup>2</sup> mellem sig. Denne elektrongas vil vha. et spændingsfald over elektroder påsat ovenpå halvlederne, deles op i to reservoirer forbundet af en større eller mindre åbning. Målinger ved et sådant eksperiment er vist på figur 1.1 som viser at det kræver lave temperaturer for at ledningsevnen er kvantiseret.

Costa-Krämer et al. (1996) beskriver en anden type eksperiment som kan udføres ved stuetemperatur. I denne type bruges der et såkaldt *scanning tunneling microscope* (STM), som traditionelt bruges ved at køre en metalnål henover et metals overflade og måle feedback på forskellige strømstyrker, hvorved det kan bruges til kortlægge et metals overflade. Ved at føre nålen ned i et metal og ud igen dannes en slags "tråde" som vil blive tyndere og tyndere når nålen hives ud. Disse tråde vil indeholde færre og færre kanaler, når de strækkes. Undervejs skal ledningsevnen i følge Landauers teori være givet i enheder af  $2e^2/h$  hvilket der for nylig har været diskussion af, om det er der rent faktisk observeres (Krans

<sup>1</sup>Carlo Beenakker og Henk van Houten, som har publiceret flere artikler om Landauers teori og de eksperimentelle undersøgelser af den, har i en artikel (Beenakker et al., 1996) en beskrivelse af Landauers teori.

<sup>2</sup>Dvs. et område, hvor elektronerne er fri til at bevæge sig i et plan.



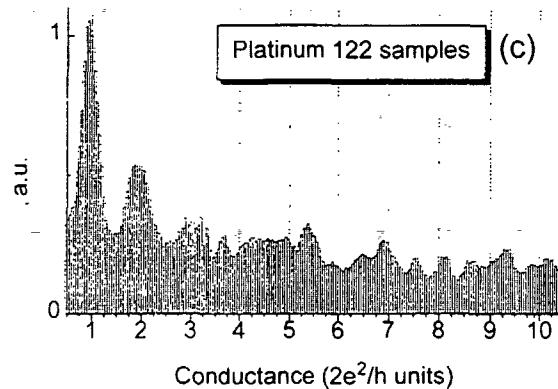
**Figur 1.1** Ledningsevne som funktion af elektrodespændingen for eksperimentet med halvledere. Fra Beenakker et al. (1996).

et al., 1995) og Olesen et al. (1995).

Den tredie type eksperiment kan som STM-eksperimentet foregå ved stu-temperatur, men kræver mindre teknisk udstyr. Principperne er beskrevet i Costa-Krämer et al. (1995) og går ud på at man afisolerer enderne af to makroskopiske ledninger og ledningerne placeres på et bord så de afisolerede ender er i kontakt. Efter at ledningerne er blevet forbundet til et oscilloskop, som mäter spænding, påføres et spændingsfald, og der bankes i bogstavelig forstand i bordet. De to ledninger vil svinge mellem at være i og ude af kontakt, og når de er i kontakt vil der dannes små tråde mellem ledningerne som vil blive tyndere og tyndere når ledningerne bevæger sig fra hinanden, hvilket medfører at der bliver færre og færre kanaler mellem de to ledninger. Costa-Krämer et al (1995) har opnået billedet på figur 1.2 som viser kvantiseringen af ledningsevnen. I en senere artikel (Costa-Krämer et al., 1996) bemærker to af artiklens forfattere dog at selv under omhyggeligt kontrollerede omstændigheder har det ikke været muligt at reproduceres eksakt den samme strømudvikling ved de forskellige kontaktbrud. Efter at have udført en *tour de force* med 12000 målinger mener de dog stadig at have påvist kvantisering af ledningsevnen.

Det skal bemærkes, at der udover de tre beskrevne eksperimenttyper findes andre. Disse er vi dog kun sporadisk stødt på i vores litteratur.

De mange nye artikler om nanostrukturer generelt illustrerer at dette er et populært forskningsområde. Populariteten skyldes sandsynligvis to ting; for det første at nanostrukturer udviser kvalitative nye fænomener i fysikken (Ehrenre-



**Figur 1.2** Ledningsevnens kvantisering ved bordbankningsexperimentet, fra Costa-Krämer et al. (1995).

ich et al., 1991). For det andet at det har en betydelig interesse for elektronikindustrien til fremtidige produkter (Ehrenreich et al., 1991) hvilket kan ses bl.a. ved at Landauer har været ansat ved IBM, mens Beenakker og van Houten har tilknytning til elektronikfirmaet Philips.

### 1.0.2 Vores mål med projektet

Vores projekt er hovedsageligt inspireret af bordbankningsexperimentet, idet vi synes der er en pointe i dets teknologiske primitivitet, lethed og gennemsukelighed i udførelsen. Derimod var vi ikke imponerede af dets reproducérbarhed, 12000 målinger er mange, hvor f.eks. STM kræver langt færre måleserier. Vores mål med projektet var derfor at lave et eksperiment som kombinerede de bedste ting fra bordbankningsmetoden med STM eksperimentet i et forsøg på at efterprøve gyldigheden af Landauers formel.

### 1.0.3 Symbolliste

Følgende er en oversigt over symbolanvendelser i projektrapporten.

- $k$  er bølgetallet for elektronbølgen
- $\omega$  er elektronbølgens vinkelhastighed
- $E$  er elektronenergi
- $E_F$  er Fermi energi
- $T$  er absolut temperatur
- $\mu$  er elektrokemisk potentiale
- $E_0$  er elektrostatisk potentiale
- $\mathcal{T}$  er transmissionssandsynlighed

- $e$  er elektronens ladning
- $h$  er Plancks konstant
- $\hbar$  er  $\frac{h}{2\pi}$
- $v_g$  er elektronbølgens gruppehastighed
- $\rho(E)$  er elektrontilstandstætheden ved energien  $E$
- $g$  er udartningen
- $\lambda$  er uelastisk middelvejslængde eller bølgelængde
- $F$  er operationsforstærkerens forstærkning

## 1.1 Formål

Formålet med projektet er at opstille et eksperiment som er en mellemting mellem det avancerede STM eksperiment og det primitive ”bordbankningeksperiment”, så det rent faktisk viser kvanteffekterne, men samtidig ikke kræver det avancerede udstyr. Vi er derfor nået frem til følgende problemformulering:

## 1.2 Problemformulering

Kan vi opstille et eksperiment som på simpel (dvs. uden brug af dyrt og ressourcefkrævende udstyr) men præcis måde (forstået sådan at nanolederne eksisterer tilstækkeligt længe til at en kvantitativ eftervisning er mulig med få målinger) kan eftervise kvantisering af ledningsevnen i nanoledere? Hvordan kan dette eksperiment fortolkes teoretisk?

# Kapitel 2

## Landauers Formel

Vores eksperiment begrundes af og relateres til en teori hovedsagelig udviklet af R. Landauer (Landauer,1957) om ledningsevnens kvantisering for ledere af nanometer-størrelse; dette afsnit har til formål at skitsere udledningen af Landauers formel. Vi indleder med kort at præcisere, hvad vi mener med begreber som elektrokemisk og elektrostatisk potentiale, elektrontilstandsfordeling, elektron-tilstandstæthed og gruppehastighed. Dette afsnit er ifølge sagens natur tungt at læse, men kan springes over, såfremt man blot ønsker udledningen af Landauers formel.

Herefter beskriver vi et idealt system, der består af to elektron-reservoirer, der er forbundet af en eller flere én-dimensionale elektronledere (indeholdende såkaldte kanaler).

Kapitlet afsluttes med én måde at udlede Landauers formel for ledningsevnen, og med en kort opridsning af, under hvilke forudsætninger denne formel må forventes at have gyldighed.

For mere ørligt at gøre opmærksom på vores forståelsesniveau, har vi foresynet den fra kilderne hentede udledning med fodnoteforklaringer og en dimensionsanalysebetragtning.

### 2.1 Definitioner

#### 2.1.1 Potentialer

Det kemiske og det elektrokemiske potentiale kan defineres på forskellig vis. Vi følger Kittel et al. (1980) og definere det kemiske potentiale for et system som den energi der skal til for at tilføre en ekstra elektron. Ved  $T = 0K$  er denne energi Fermi energien. Hvis der er et ydre elektrisk felt kaldes det kemiske potentiale for det elektrokemiske. Disse definitioner kræver at systemet er i ligevægt, dvs. der løber ingen strøm<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Problemet med ligevægt kan omgås ved at betragte elektroner som bevæger sig i en retning som værende i ligevægt. Så tilskrives forskellige retninger forskellige elektrokemiske potentialer(Payne,1989)

### 2.1.2 Elektrontilstandenes fordeling

Elektroner følger Fermi-Dirac distributionen<sup>2</sup>, når de forskellige energiniveauer skal befolkkes (Kittel,1996). Vi vil benævne antallet af elektrontilstande op til energien  $E$  med  $N(E)$ , mens antal tilstande mellem  $E$  og  $E+dE$  kaldes  $n(E)dE$ . Dette tal er givet

$$\begin{aligned} n(E)dE &= N(E + dE) - N(E) \Rightarrow \\ n(E) &= \frac{N(E + dE) - N(E)}{dE} \Rightarrow \\ n(E) &= \frac{dN}{dE} \end{aligned} \quad (2.1)$$

(Ashcroft et al.,1976)

### 2.1.3 Elektrontilstandstæthed

På lignende generelle vis definerer vi en tæthedsfunktion,  $\rho(E)$  der angiver antallet af elektrontilstande per volumen:

$$\rho(E) = \frac{n(E)dE}{vol} \quad (2.2)$$

(Ashcroft et al.,1976)

### 2.1.4 Gruppehastighed

I kvantemekanikken beskrives en elektron som en bølgepakke, dvs. en puls, der er sammensat af forskellige bølger med forskellig bølgelængde. Hastigheden af en sådan puls, kaldet gruppehastigheden,  $v_g$  er:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.3)$$

hvor  $\omega$  er elektronbølgens vinkelhastighed, og  $k$  dens bølgetal (Alonso et al.,1968).

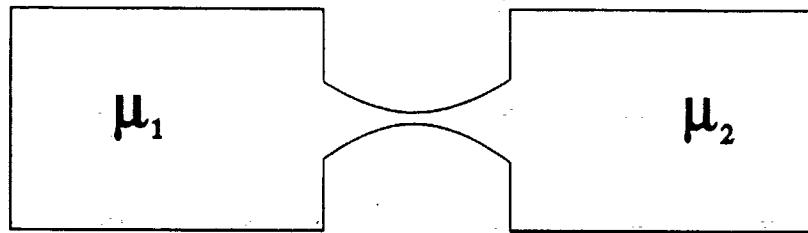
## 2.2 Systemet

Modellen udvikles for et stærkt forenklet og idealiseret system. Systemet består af to elektron-reservoirer der er forbundet med en eller flere kanaler, jvnf. figur 2.1.

Det elektrokemiske potential i de to reservoir benævnes hhv.  $\mu_1$  og  $\mu_2$ . Dersom  $\mu_1 < \mu_2$  vil der løbe en strøm af elektroner gennem kanalen. Under særlige omstændigheder kaldes elektrontransporten ballistisk, hvilket søges forklaret ved analogien i følgende afsnit.

---

<sup>2</sup>Fermi-Dirac distributionerer en fordelingsfunktion, som på baggrund af den statistiske mekanik og kvantemekanikken udtaler sig om hvordan elektroner fordeler sig i energiniveauerne ved forskellige temperaturer (Kittel,1996).

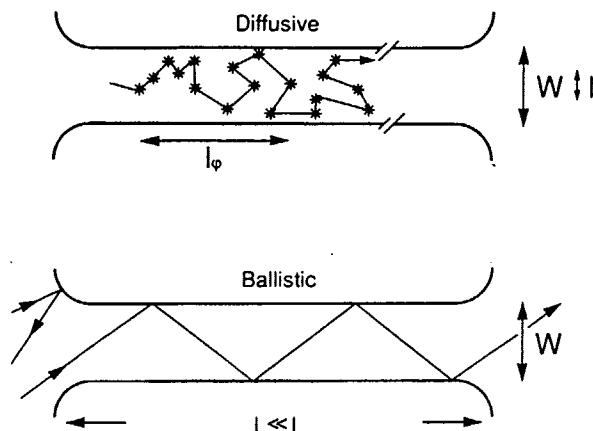


**Figur 2.1** Imellem de to elektron-reservoir går en kanal. Når der er forskel på det elektrokemiske potential af de to reservoir, vil der løbe en strøm gennem kanalen.

### 2.2.1 Ballistisk elektrontransport

Opfattes elektroner som partikler, der foretager stød på vej igennem elektronlederen, vil nogle stød være elastiske (uden energitab) og andre uelastiske (med energitab) - set i forhold til alle elektronerne som system. De elastiske stød vil ske ved kollision med andre elektroner; herved overføres impuls, men elektron-systemet som sådan taber ingen energi og det vil ikke have betydning for den samlede elektronstrøm. De uelastiske stød sker ved kollision med metalioner som begrænser elektronlederen; herved afleveres energi til metalionen. Den gennemsnitlige afstand imellem uelastiske stød kaldes den uelastiske middelvejlængde  $\lambda$ , og har betydning for, hvor høje energier, elektronerne kan have.

Garcia et al. (1995) siger at en ballistisk elektrontransport (elektrontransport ved konstant acceleration) vil opstå når den uelastiske middelvejslængde,  $\lambda$  er større end længden af kanalen, der forbinder de to reservoirer. Nedenstående figur (Beenakker et al., 1991) illustrerer denne udvikling:



**Figur 2.2** Når den uelastiske middelvejslængde bliver større end kanalens længde, bliver elektrontransporten ballistisk. Stjerner markerer et uelastisk stød.

Når elektrontransporten er ballistisk er den uafhængig af urenheder og defekter i metalgitteret.

## 2.2.2 Kanaler

For nøjere at forklare hvad vi forstår ved en kanal, tager vi udgangspunkt i den fri elektronmodel.

I denne model opfattes metalgitteret som en kasse, hvori elektronen frit kan bevæge sig; kassens sider beskrives som uendeligt høje potentialbarrierer. Hvis kassens dimensioner er endelige bliver elektronbølgetallene kvantiserede. Elektronlederen beskriver vi ved en kasse, der ikke er begrænset i længderetningen  $z$ , men derimod i  $x$ - og  $y$ -retningen. Det medfører en kvantisering af de transversale bølgetal - ( $k_x$  og  $k_y$ ). For at en elektron kan bevæge sig igennem elektronlederen, dvs. i  $z$ -retningen, skal den opfylde kvantiseringsbetingelserne i  $x$ - og  $y$ -retningen. Dette par af transversale bølgetal ( $k_x$  og  $k_y$ ) fortolker vi som en kanal.

At opfylde kvantiseringsbetingelserne, svarer til at elektronen har en bølgelængde der passer til elektronlederens dimensioner, således at den er en stående bølge med bølgelængden  $\lambda$  givet ved:  $n\frac{1}{2}\lambda = l$ , hvor  $l$  er bredden af elektronlederen i  $x$ - og  $y$ -retningen.

## 2.2.3 Opsamling

En del af de her anvendte betegnelser har kun engelske navne, som vi har oversat. For at der ingen tvivl skal være vil vi, før vi går videre, slå fast hvad vi mener: Med en *elektronleder* menes den forbindelsestråd, der forbinder to elektron-reservoirer. En elektronleder kan indeholde flere *kanaler*. En kanal er en kapacitet til at transmittere elektron-bølgepakker med bestemte bølgetal på tværs af transmissionsretningen.

## 2.3 Landauers formel

Vi vil i dette afsnit nå frem til et udtryk for strømstyrken  $I$ , gennem den én-dimensionale elektronleder, for derved at bestemme dens ledningsevne<sup>3</sup>,  $G = I/U$ . Allerførst ser vi på den én-dimensionale elektronleder som forbinder to elektron-reservoirer. Det ene reservoir har det elektrokemiske potentielle  $\mu_1$  mens det andet har det elektrokemiske potentielle  $\mu_2$ . Det antages at elektrontransporten er ballistisk således at den elektriske modstand gennem den én-dimensionale elektronleder modstand alene skyldes, at de bliver reflekteret ved indgangen/udgangen til den én-dimensionale elektronleder.

### 2.3.1 Strømmen i én kanal

Antallet af elektrontilstande for energier op til  $E$  kaldes som tidligere  $N(E)$ . Eftersom  $E$  er en funktion af bølgetallet  $k$ , vil en tilvækst  $dk$  resultere i en tilvækst af antallet af mulige elektrontilstande,  $dN$ . For en partikel der bevæger sig i en retning i en én-dimensionel leder med længden  $L$  gælder(Payne,1989):

$$dN(k) = dk \frac{L}{2\pi} g, \quad (2.4)$$

<sup>3</sup>I et eksperiment mäter man  $G$  som forbinder den totale strøm med spændingsfaldet og ikke den specifikke ledningsevne  $\sigma$  som forbinder den lokale strøm med det elektriske felt (Beenakker et al.,1991)

hvor  $g$  er udartningen<sup>4</sup>

Ligeledes finder vi elektrontilstandstætheden  $\rho(E)$  til at være, jvnf formel 2.2:

$$\rho(E) = \frac{n(E)dE}{vol} \quad (2.5)$$

Da kanalen er endimensional, svarer et volumen til en længde

$$\rho(E) = \frac{n(E)dE}{L} \quad (2.6)$$

Da  $n(E) = \frac{dN}{dE}$ , og  $N$  er funktion af  $k$  fås

$$\rho(E) = \frac{\frac{dN(k)}{dE} dE}{L} \Leftrightarrow \quad (2.7)$$

$$\rho(E) = \frac{dN(k)}{L} \quad (2.8)$$

Heri indsættes  $dN(k) = dk \frac{L}{2\pi} g$

$$\rho(E) = \frac{dk \frac{L}{2\pi} g}{L} \Leftrightarrow \quad (2.9)$$

$$\rho(E) = gdk \frac{1}{2\pi} \quad (2.10)$$

I en tilfældigt valgt kanal vil vi have, at for elektroner med en energi i intervallet  $E$  til  $E+dE$  vil elektronstrømmen (altså strømmen af partikler) være et produkt af elektronernes hastighed og antallet af elektroner med denne energi per volumen. Vi starter derfor med at findes disse. Hastigheden for en elektron med energien  $E$  er givet ved gruppehastigheden, som er givet ved (Alonso et al., 1968)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.11)$$

Ved brug af kæderegrællen kan vi omskrive  $v_g$  til:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial k} \quad (2.12)$$

Vi bruger at en elektrons energi  $E$  er givet ved <sup>5</sup> $E = \hbar\omega$ , til at omskrive udtrykket for  $v_g$  ved først at differentiere

$$E = \hbar\omega \Rightarrow \frac{d\omega}{dE} = \frac{1}{\hbar} \quad (2.13)$$

og derefter at indsætte dette i ligning 2.12

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} \quad (2.14)$$

---

<sup>4</sup>Udartning vil sige antallet af mulige elektrontilstande, der svarer til samme energiniveau.

<sup>5</sup>En elektrons energi er givet ved:  $E = h\nu$ , jvnf. de semiklassiske bevægelsesligninger (Ashcroft et al., 1976). Dette kan omskrives til:  $E = \hbar\omega$ , da  $\omega = 2\pi\nu$  og  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ . (Alonso et al., 1968)

Ladninger med en bestemt energi  $E$  giver anledning til en elektrisk strøm, når de bevæger sig igennem et areal per tid. Når et antal elektroner ( $n_{elektroner}$ ) i tidsrummet  $t$  strømmer gennem arealet  $A$  fås

$$\frac{I(E)}{A} = \frac{n_{elektroner}e}{At} \quad (2.15)$$

I den situation, hvor hver elektron tilstand indeholder netop én elektron, vil antallet af ladninger være givet ved summen af elektron tilstande. Altså kan den elektriske strøm gennem et areal udtrykkes ved summen af elektron tilstande gennem arealet per tid ganget med ladningen af en elektron. Tværsnitsarealerne går ud.

$$I(E) = \frac{en_{tilstande}}{t} \quad (2.16)$$

Vi omskriver højresiden med længden af elektronlederen,  $L$ :

$$I(E) = \frac{en_{tilstande}L}{Lt} \quad (2.17)$$

For en en-dimensionel leder er "antal tilstændende pr. længde" det samme som elektron tilstandstætheden.

$$I(E) = \frac{e\rho(E)L}{t} \quad (2.18)$$

Udfra en dimensionsbetragtning svarer størrelsen  $\frac{L}{t}$  til en hastighed. Det fortolker vi som elektronbølgernes gruppehastighed.

$$I(E) = e\rho(E)v_g(E) \quad (2.19)$$

Det er kun ved  $T = 0K$  at hver elektron tilstand indeholder én elektron; ved højere temperaturer er sandsynligheden for, at der er en elektron i en given elektron tilstand givet ved Fermi-Dirac fordelingen. Elektroner med energier mellem  $E$  og  $E + dE$  bidrager derfor til den elektriske strøm med et antal elektron tilstande ved disse energier vægtet med Fermi-Dirac fordelingen for energier i dette interval. Da  $dE$  er lille kan vi anvende  $E$  i Fermi-Dirac fordelingen. Herved fås:

$$I(E) = e\rho(E)v_g(E)f(E) \quad (2.20)$$

Den samlede strøm mod f.eks. højre er givet ved summen af disse bidrag for samtlige energier, hvilket er et integrale. På grund af refleksion af elektroner ved ud- og indgangene til elektronlederen er sandsynligheden for transmission ikke eksakt 1. Vi inddrager derfor  $\mathcal{T}$  i vores integrale og substituerer gruppehastigheden fra formel 2.14 og tilstandstætheden fra formel 2.10:

$$I_h = \int_0^\infty e \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} g dk \frac{1}{2\pi} \mathcal{T} = \int_0^\infty e \frac{1}{\hbar} g dE \mathcal{T} \quad (2.21)$$

Tilsvarende er der en strøm mod venstre som er

$$I_v = \int_0^\infty e \frac{1}{\hbar} g \mathcal{T} dE \quad (2.22)$$

Nettostrømmen  $I$  er forskellen mellem de strømme:

$$I = I_h - I_v \quad (2.23)$$

Vi antager at der ikke er nævneværdig forskel på hvor mange elektrontilstande, der er besat ved henholdsvis det absolute nulpunkt og ved stuetemperatur. (Ved det absolute nulpunkt er per definition alle elektrontilstande op til Fermi energien besat med elektroner). Energien af den energirigeste elektron,  $E_{max}$  er større på den højre side end på den venstre. Optil Fermi energien vil de to strømme være af samme størrelse men modsatrettede. Højresides elektroner, der besidder energi i intervallet  $[E_F; E_{max}]$  vil vandre fra dette høje potentiale til det lavere.

Derved bliver nettostrømmen<sup>6</sup>

$$I = I_h - I_v \quad (2.24)$$

$$= e \frac{1}{h} g \mathcal{T} \int_{E_F}^{E_{max}} dE \quad (2.25)$$

$$= e \frac{1}{h} g (E_{max} - E_F) \mathcal{T} \quad (2.26)$$

For at kunne omsætte energiniveauer til elektrokemiske potentialer forudsætter det en ligevægtssituation. Vi betragter elektroner som strømmer i samme retning som et delsystem. Dette system er ligevægt og ovenstående forudsætning er dermed opfyldt (Payne, 1989).

$$E_{max} - E_F = \mu_2 - \mu_1 \quad (2.27)$$

Da forskellen mellem de elektrokemiske potentialer er potentialforskellen hidrørende fra spændingsforskellen  $U$  mellem reservoirerne gange elektronladningen jvf. definitionen på spændingsforskell (Ohanian, 1988), fås:

$$I = eg \frac{1}{h} (eU) \mathcal{T} = e^2 g \frac{1}{h} \mathcal{T} U \quad (2.28)$$

Ledningsevnen er derfor (jævnfør definitionen på ledningevne)

$$G = \frac{I}{U} = e^2 g \frac{1}{h} \mathcal{T} \quad (2.29)$$

Denne størrelse er uafhængig af energien, hvilket skyldes at energiaphænighederne hidrørende fra gruppehastigheden og tilstandstætheden går ud med hinanden, hvilket kun sker for bevægelse i én dimension.

### 2.3.2 Flere kanaler

Hvis der er flere kanaler åbne, vil hver kanal komme med et tilsvarende bidrag således at den samlede ledningsevne i den én-dimensionale elektronleder er givet ved

$$G = \sum_j e^2 g \frac{1}{h} \mathcal{T}_j \quad (2.30)$$

hvor  $\mathcal{T}_j$  er sandsynligheden for at elektron som kommer ind i  $j$ te kanal bliver transmitteret gennem en vilkårlig kanal. Hvad angår udartningen  $g$  er den 2 svarende til spin op og spin ned.<sup>7</sup> Alt i alt betyder dette at hvis  $\mathcal{T}_j = 1$ , er ledningsevnen kvantiseret i enheder af  $\frac{2e^2}{h}$ .

<sup>6</sup>Vores ideale system er symmetrisk, så vi antager, at  $\mathcal{T}$  den samme på de to sider

<sup>7</sup>Beenakker et al. (1991) opererer desuden med en *valley* udartning, men vi har ikke kunnet finde ud af hvad den dækker over

## 2.4 Modellens antagelser

Den model vi her har udviklet virker for et idealiseret system. Kapitlet afsluttes derfor med en opsamling, der beskriver de antagelser og approximationer, vi må gøre for at kunne bruge modellen til beskrivelse af vores virkelige system.

1. Ballistisk elektrontransport forudsætter, at metallet er fri for urenheder og defekter. Vores platintråde er lavet af et rent materiale, men er dog ikke perfekte.
2. Elektroner har såvel partikel- som bølgeegenskaber, og Garcia et al. (1995) angiver den uelastiske middelvæglængde  $\lambda$  til at være Fermi bølgelængden<sup>8</sup>. Dette betyder at nanoledere kan have en længde i størrelsesordenen af 1 nm hvilket må overraske i betragtning af de målinger offentliggjort af Brandbyge et al.(1995) som har nanoledere af længde 80 nm
3. Termiske forstyrrelser bevirket at elektronerne oplever flere uelastiske stød, og som konsekvens udværes energikvantenniveauerne. Men eftersom energien af de strømbærende elektroner typisk er så høj som Fermi energien,  $E_F$ , betyder termiske forstyrrelser lidt, da

$$k_B T \ll E_F$$

(Ohanian,1988) og (Ashcroft,1976)

Antagelsen om at elektronerne ikke laver uelastiske stød på vej mellem de to reservoir er derfor god.

4. Elektrokemiske potentialer er kun defineret for en ligevægtstilstand, men netop som vi lægger en ydre spænding på, sker der en afvigelse fra ligevægt. Man kan forestille sig, at det beløb som de elektrokemiske potentialer ændrer sig med (som følge af afvigelsen fra ligevægt) er forsvindende i forhold til spændingsforskellen.
5. Den forbindelsestråd, der leder elektronerne har vi antaget kan beskrives som én-dimensional, hvilket betyder at den skal være meget længere end den er bred. Vi regner med at dette er en god approximation ved de sidste trin, men rent faktisk er vores styring ikke så god, at vi kan estimere længden af nanolederen.
6. I Landauer formlen indgår  $g$  som er elektronernes udartning. Vi beskriver kun det tilfælde, hvor  $g = 2$  svarende til spin op og spin ned. Andre (Beenakker et al.,1991) opererer desuden med en yderligere udartningsmulighed, som de benævner *valley degeneracy*,  $g_v = 2$  for silicium og  $g_v = 1$  for halvlederen galliumarsenid. Vi går ud fra at denne eksotiske form for udartning ikke er relevant i vores tilfælde.
7. Magnetiske urenheder kan ifølge Beenakker et al. (1991) have betydning for transmissionssandsynligheden. En undersøgelse af de anvendte platintråde kunne have givet os oplysninger bl.a. om deres magnetiske egenskaber, men sådan en er vi ikke i besiddelse af.

<sup>8</sup>Det vil sige bølgelængden af elektronbølger i Fermi energiniveauet

8. Vi antog at vores system var symmetrisk med hensyn til transmissionssandsynligheden, således at de to åbninger var så ens, at transmissionssandsynligheden igennem dem var lige store. Dette kan vi ikke være sikre på holder.
9. Da vi udregnede nettostrømmen antog vi, at der ikke er nævneværdig forskel på, hvor mange elektrontilstande, der er besat ved henholdsvis det absolute nulpunkt og ved stuetemperatur. Vi må gå ud fra, at dette er en holdbar antagelse, jvf. (Brandbyge et al., 1995).
10. Modellen antager at ledningen ikke foregår igennem luften men igennem elektronlederen. Dette er opfylt såfremt luftens grænsefeltstyrke ikke overstiges af det elektriske felt imellem reservoirerne. Luftens grænsefeltstyrke er  $3 \text{ MV/m} = 3 \text{ mV/nm}$  (afhængig af luftfugtigheden) (Ohanian, 1988). Dette kan vi ikke checke om er opfylt, da vi ikke kan måle længden af nanolederen/afstanden imellem reservoirerne.

## Kapitel 3

# Opstilling af eksperiment

Dette kapitel er en nøgtern gennemgang af eksperimentets opstilling.

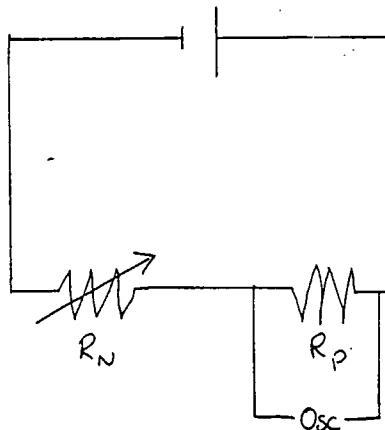
### 3.1 Formål

Formålet med eksperimentet er:

- at eftervise at ledningsevnen i en nanoleder er kvantiseret.
- at måle størrelsen af disse kvantespring.

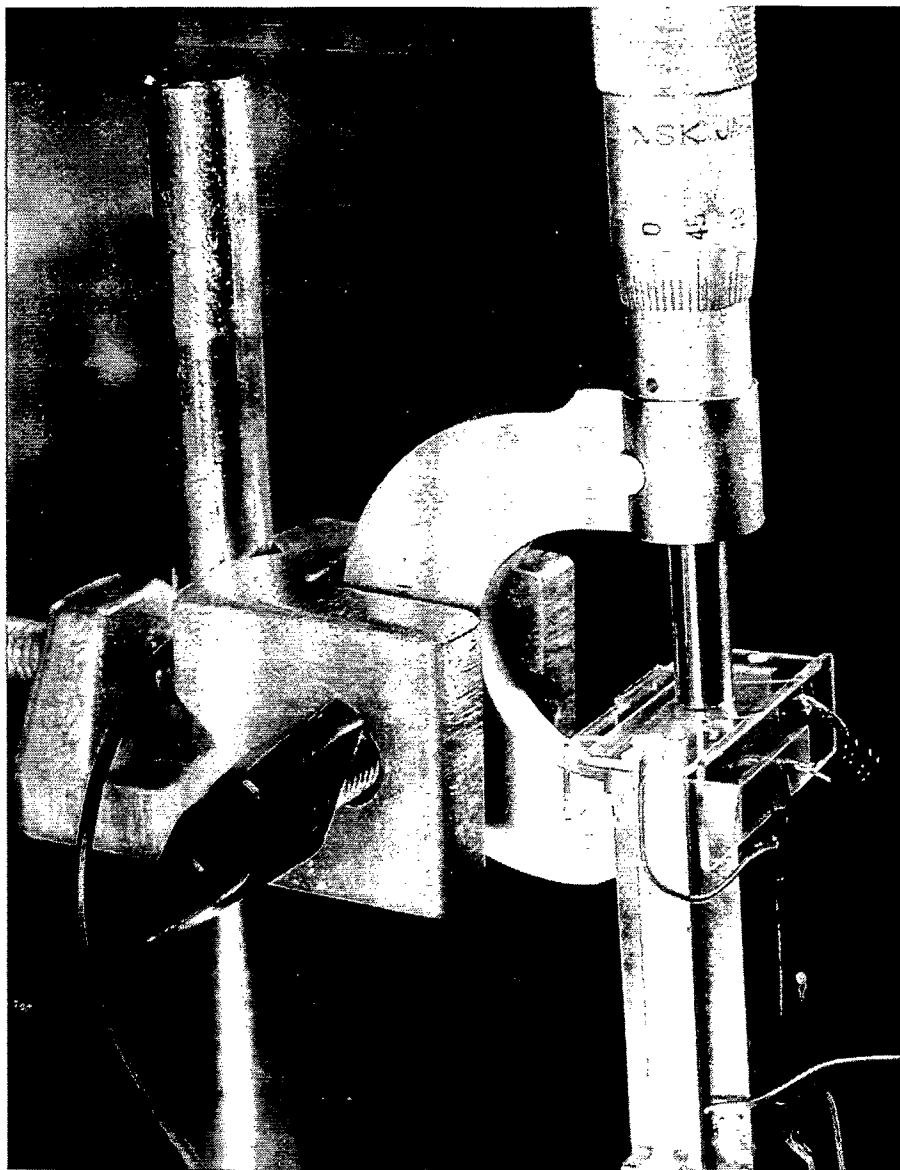
### 3.2 Opstillingen

Eksperimentet foregår i principippet ved, at to stykker metaltråd sættes i berøring med hinanden. Der sættes strøm til vha. et batteri, og metaltrådene trækkes langsomt fra hinanden.



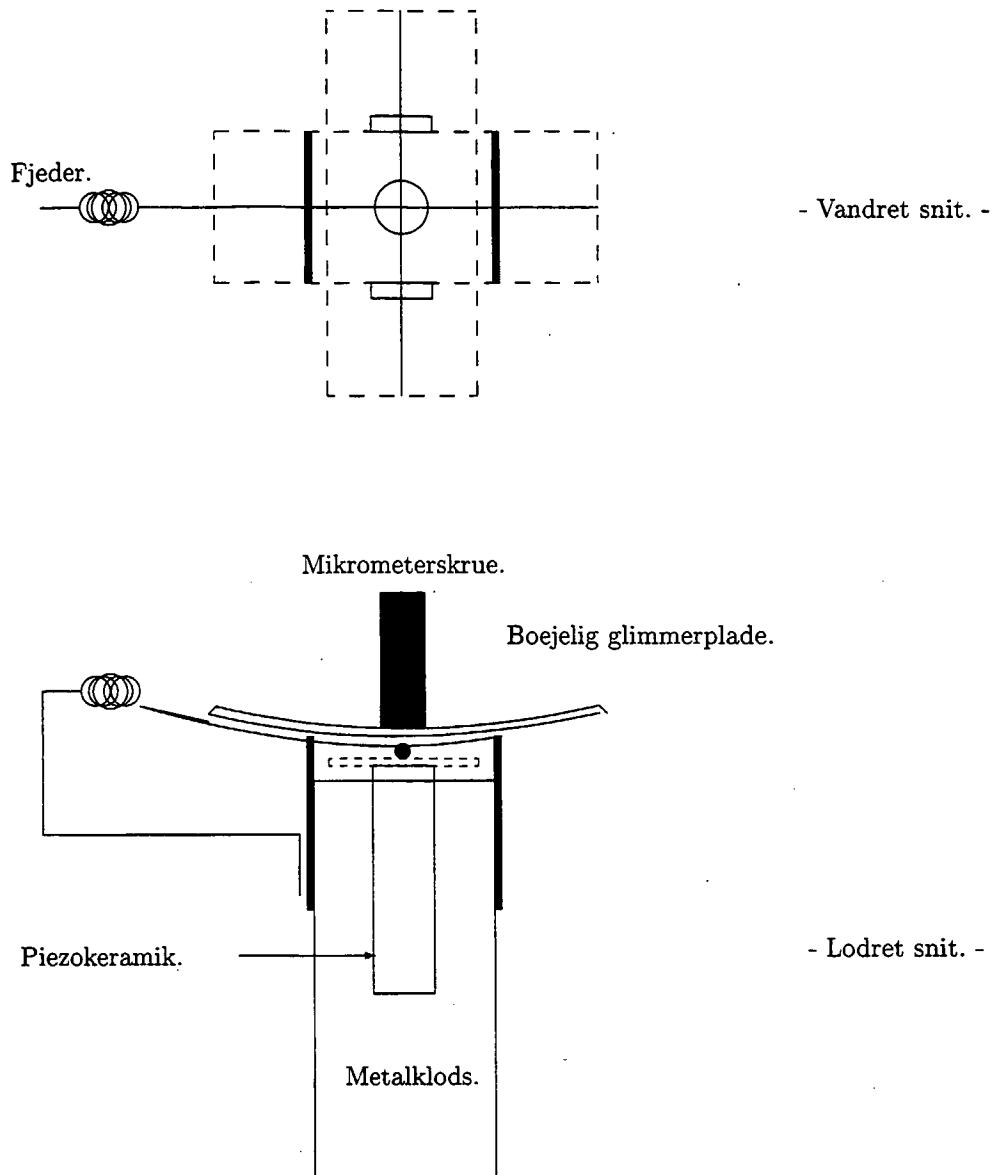
Figur 3.1 Diagram over måleopstillingen

Som udgangspunkt består opstillingen af et kredsløb med en spændingskilde, en prøvemodstand  $R_P$  og vores nanokontakt  $R_N$ . Vi mäter spændingsfaldet over prøvemodstanden med et oscilloskop. Se figur 3.1.



Figur 3.2 Foto af styringsenheden til nanokontakten

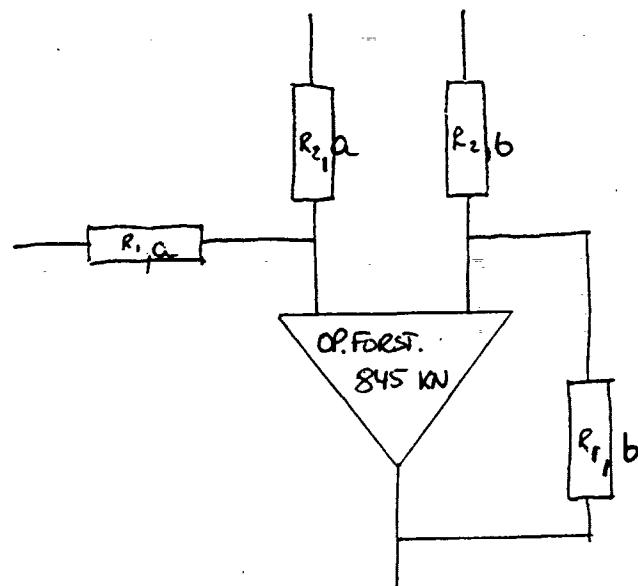
Selve nanokontakten består af to stykker metaltråd og en styringsenhed. Se figur 3.2 og 3.3. Styringsenheden består af en mikrometerskrue med en speciellavet stålklos på foden - det hele er ophængt i en stativfod. På stålklossen er påklistret to stykker piezo-keramisk materiale. Oven på disse er påsat en glasplade hvorpå det ene stykke metaltråd placeres. På de to modsatte sider af stålklossen er påsat to glasplader som er højere end piezo-keramikkerne. På disse er påhæftet et stykke glimmerplade, hvorpå den anden metaltråd sidder. Piezokeramikkerne er hver især forbundet til en højspændingskilde. Og en af



**Figur 3.3** Skitse over styringsenheden til nanokontakten

hver af enderne på metaltrådene er forbundet til målekredsløbet. For at den øverste tråd kan tåle at blive strukket, når glimmerpladen bøjer, er den påhæftede ledning snoet som en fjeder. Den kan derved give sig, men alligevel hele tiden holde tråden stram.

Styringen forgår ved, at mikrometerskruen skrues ned i glimmerpladen så denne bukkes let. Den øverste metaltråd trykkes derved ned imod den nederste. Dette fortsættes indtil de er lige ved at være i berøring med hinanden. Der sættes herefter en spændingsforskell simultant over piezo-keramikkerne, så de udvider sig, indtil der er skabt kontakt imellem metaltrådene. Spændingsforskellen sænkes, så piezokeramikkerne trækker sig sammen. På denne måde trækkes den nederste metaltråd langsomt fra den øverste. For at få piezokeramikkerne til at udvide sig nok, er det nødvendigt at bruge højspænding. For at undgå gnister imellem de to metaltråde arbejdes med meget små spændingsfald. En forstærkning er derfor nødvendig for tydeligt at kunne aflæse på oscilloskopet. Til



**Figur 3.4** Operationsforstærkeren

dette bruger vi en inverterende operationsforstærker. Denne kobles ind imellem prøvemodstanden og oscilloskopet. Se figur 3.4. Operationsforstærkerens forstærkning ændres med forholdet imellem  $R_1$  og  $R_2$  (Horowitz et al, 1989). Operationsforstærker og prøvemodstand kapsles ind i en metalkasse, som jordes for at afskærme det hele mest muligt fra støj.

Da indgangsspændingen skal være meget lille, bruger vi en spændingsdeler imellem batteriet og målekredsen.

### **3.2.1 Apparatfortegnelse.**

#### **Grundopstillingen**

HP54601A Oscilloskop, 100Mhz, 4 kanaler, m/interface RS232

Batteri 4,5 V

Spændingsdeler bestående af metalkasse med modstande på

- opstilling 1:  $903 \Omega$ ,  $100 \Omega$ ,  $10 \Omega$

- opstilling 2:  $103 \Omega$ ,  $10 \Omega$ ,  $1 \Omega$

Prøvemodstand ( $129,5 \Omega$ )

Diverse ledninger

Platintråd  $\varnothing 25\mu\text{m}$

#### **Styringenhed til nanokontakten**

Stativfod med pind og klemmeskrue

Mikrometerskrue

Specialbygget stålkods til mikrometerskrue

2 stk. piezo-keramisk materiale, Bly-Zirconat-Titanat, Type Pz26

(Ferropert, 1992)

Variabel Højspændingskilde (0-500V)

Glasplader

Glimmerplade

To-komponent spritopløselig lim

Metalskinne med stik

#### **Forstærkning af målesignal**

Operationsforstærker 845KN

Opstilling A:  $R_{1a}: 624\text{k}\Omega$ ,  $R_{1b}: 623\text{k}\Omega$ ,  $R_{2a}: 11,98\text{k}\Omega$ ,  $R_{2b}: 11,96\text{k}\Omega$

Opstilling 2: som ovenfor, bare koblet anderledes

Strømforsyning (0-15V)

Metalkasse med stik

Multimeter (type Fluke 75)

### 3.3 Hvad der måles

Det vi måler med oscilloskopet er spændingsfaldet over prøvemodstanden  $R_P$ , og dets udvikling over tid. Indgangsspændingen er for hver måling fastholdt.

Det vi er interesserede i at se på, er nanokontaktens ledningsevne  $G_N$ , denne kan udtrykkes vha.  $R_P$  på følgende måde:

Ifølge Ohms Lov er spændingsfaldet over nanokontakten givet ved produktet af nanokontaktens modstand og strømmen som løber igennem nanokontakten:  $U_N = R_N \cdot I$

Ledningsevnen af nanokontakten er ifølge definitionen på ledningsevne givet ved:  $G_N = \frac{1}{R_N}$ , dvs.  $G_N = \frac{I}{U_N}$

Ifølge Kirchhoffs 1.lov er strømstyrken  $I$  ens igennem både prøvemodstanden og nanolederen. Spændingsfaldet deles derimod, således at:  $U = U_N + U_P$

Strømstyrken kan udtrykkes ved de to variable vi mäter ifølge Ohms lov:  $I = \frac{U_P}{R_P}$ .

Herved fås:

$$\begin{aligned} G_N &= \frac{I}{U_N} \Leftrightarrow \\ G_N &= \frac{U_P}{R_P \cdot U_N} \Leftrightarrow \\ G_N &= \frac{U_P}{R_P \cdot (U - U_P)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$G_N$  kan således bestemmes til forskellige tidspunkter udfra  $U_P(t)$ .

Den fortløbne tid svarer til hvor meget piezo-keramikkerne har trukket sig sammen, og er derved et udtryk for længden af nanolederen. Denne længde kan ikke bestemmes eksakt, da vores instrumenter ikke kan styres så præcist.

Det billede vi vil se på oscilloskopet, afhænger især af prøvemodstanden.

Hvorledes spændingsfaldet over prøvemodstanden  $U_P$  afhænger af  $R_N$  fremgår af nedenstående:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_N(n)} &= \frac{U_P}{(U - U_P)R_P} \Leftrightarrow \\ U_P(l) &= \frac{UR_P}{R_P + R_N(n)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

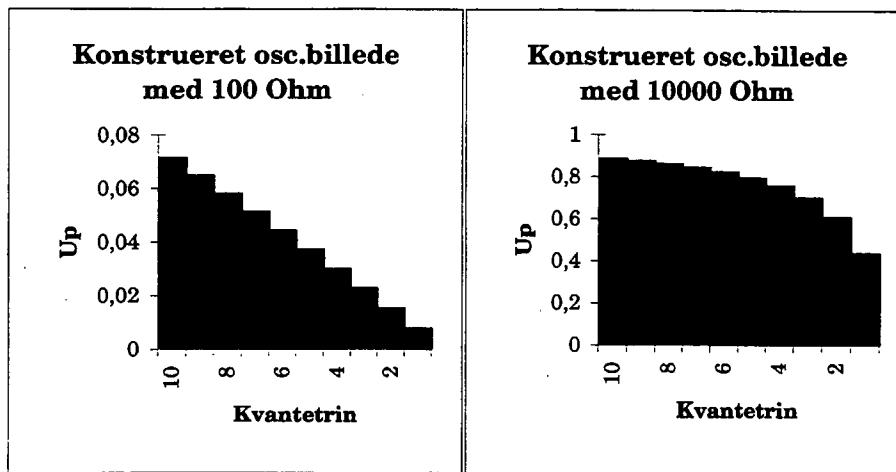
Heraf ses det at ændring af indgangsspændingen parallel-forskyder billedet i y-retningen.

Ledningsevnen og dermed modstanden i nanolederen  $R_N$  skulle ifølge teorien ændre sig i spring, således at  $R_N(n) = \frac{R_{max}}{n}$ , hvor  $n \in N$  og  $R_{max} = 12,9k\Omega^1$ .

Her er nogle eksempler på den grafiske afbildung af  $U_P(t)$  ved brug af forskellige prøvemodstande, med en indgangsspænding på 1V. (Som udgangspunkt er tiden/længdeændringens betydning for ledningsevnen, sat til at foregå i økvidistante spring).

---

<sup>1</sup> $G_{min} = \frac{2e^2}{h} \Leftrightarrow R_{max} = \frac{h}{2e^2} = 12,9k\Omega$



**Figur 3.5** Beregnede osciloskopbilleder på baggrund af formel 3.2

## Kapitel 4

# Eksperimentelle overvejelser

I dette kapitel vil vi indfange nogle af de overvejelser, vi gjorde os ved opstillingen af vores eksperiment. Vores overvejelser omkring eksperimentet er opdelt i en styringsdel og en måleteknisk del, der tager sig af skabelse af nanokontakter henholdsvis måling på samme.

### 4.1 Den mekaniske del

#### 4.1.1 Skabelse af metal-metal kontakten

De elektriske ledere kan i princippet være udformet på alle mulige måder, så længe de kun har ét enkelt makroskopisk kontaktpunkt. Vi har valgt at lade to ledninger ligge over kors, for at minimere chancen for at mere end ét makroskopisk elektrisk kontaktpunkt skabes samtidigt.

#### 4.1.2 Dårlige vibrationer

Ved konstruktionen af styringenheden til nanokontakten, er det en fordel at den er så kompakt som muligt. Herved bliver den mindre påvirkelig af vibrationer. Selve stadiet er fræset ud i stål. Ydermere kunne man begrænse problemet ved at fæste stadiet på en betonklods eller på et specielt vibrationsfrit bord, og undgå langstrakte konstruktioner ("arme"). For at se om det gav bedre resultat, udførte vi måleserierne 1212AA, 1212AB og 1212AC på et specielt vibrationsfrit bord. Umiddelbart gav det ikke de store forskelle.

#### 4.1.3 Spritopløselig lim

Alle dele er limet på. For let at kunne modifcere opstillingen og rette fejl er der kun brugt spritopløselig lim. Afgørende for valg af lim var også, at den ikke er elektrisk ledende.

#### 4.1.4 Glasplader

Der er i konstruktionen anvendt glas til så meget som muligt, da dette har følgende fordele: det er ikke elektrisk ledende, det er meget stift, og man kan se kontakttrådene gennem glasset. Over den øverste tråd er der valgt en plade

af glimmer, der er gennemsigtigt, ikke ledende, men bøjeligt således at man kan nærme den øverste tråd den nederste, ved at skrue mikrometerskruen ned i glimmerpladen. De smårystelser, der skabes, når mikrometerskruens spids drejer rundt på glimmerpladens overflade, kan evt mindskes ved at påføre glimmerpladen et anti-frikitionsmiddel, eksempelvis teflon. Det viste sig ikke at være nødvendigt.

#### 4.1.5 Fæstning af piezokeramikken

Piezokeramikpladerne, som skal trække nanokontakten ud, længdeforskydes ved deformation (Ferroperm,1992) derfor er det vigtigt at man kun hæfter i toppen og i bunden, da piezo-keramikken ellers ikke virker eller bliver ødelagt. Inden påhæftningen blev der isoleret med et lag lim mellem stadiet og piezo-keramikken.

#### 4.1.6 Hvilket metal

Vi stiller følgende krav til vores metalkontakttråd: Den må ikke oxidere hurtigt, da det vil lave en uren nanokontakt. Eventuelt kunne man påføre en dråbe syre eller lignende på kontakttråden for at hindre oxidation, hvis det er et problem, men ved at vælge platin skulle det være unødvendigt. Tråden må ikke være for tyk da der i givet fald vil være en større mulighed for at fejl i strukturen vil skabe flere makroskopiske elektriske kontakter. Vi anvendte den tyndeste platintråd, der var til rådighed (25  $\mu\text{m}$ ). Den er limet på henholdsvis glaspladen forneden og glimmerpladen foroven. Det er vigtigt at tråden ligger helt udspændt på pladerne, så den ikke vibrerer. Dette viste sig særdeles vanskeligt at gøre uden tråden sprang eller lå dårligt. Derfor kan det godt betale sig først at teste trådens brudstyrke med forskellige lodder, og derefter, ved hjælp af et passende lod at stramme tråden ud over pladen, til noget nær brudstyrke. Derefter kan man lime tråden fast.

#### 4.1.7 I andre omgivelser

Vi havde overvejet at omslutte kontaktpunktet med andet end luft, ved f.eks. at påføre en dråbe olie. Det viste sig dog, at alle olier, som vi havde mulighed for at bruge, var mere elektrisk ledende end luft. Vi gik derfor bort fra ideén igen (Viscor,1996).

### 4.2 Den måletekniske del

#### 4.2.1 Fire punkts-måling

Med i overvejelserne omkring, hvorledes vi skulle måle ledningsevnen af nanokontakten var spørgsmålet om vi ville kunne måle modstanden vha. en firepunktsmåling. Det er især hensigtsmæssigt, hvis man skal måle en lille modstand og ønsker at minimere bidraget fra lodninger og ledninger, og kræver at vi på modstanden har fire elektroder: to at sende strøm igennem, og to til at måle spændingsfaldet henover. Vi forudså, at det ville være umuligt at indføre sonder på nanokontakten, og fandt endvidere at det ikke var nødvendigt, da de modstandstørrelser vi måler på ( $\text{k}\Omega$ ) er meget større end modstanden i lodningerne ( $\Omega$ ).

#### 4.2.2 Skærmning

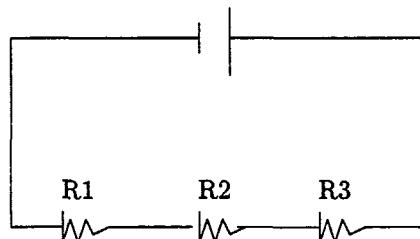
Elektrisk drevne apparater udsender et elektromagnetisk felt, der måske kan forstyrre en følsom måling. Ved at skærme opstillingen omhyggeligt vil vi kunne begrænse denne indstråling. Dette har vi gjort ved at indbygge prøvemodstand og operationsforstærker i en jordet metalkasse. Vi bruger coaxialkabler med en jordet skærm omkring lederen. Generelt har vi skabt jordforbindelser, hvor det har været muligt.

#### 4.2.3 Valg af indgangsspændingskilde

Når vekselstrøm omsættes til jævnstrøm sker der ikke en fuldstændig udglatning. Derfor har vi indsæt et traditionelt batteri som strømforsyning, for at slippe for denne støj. På den anden side kan batteriet blive ustabilt, hvis vi trækker for stor en strøm. Det skyldes at batteriets indre modstand har en betydning, hvis der skal trækkes store strømme. Med henblik på at begrænse hvor meget strøm batteriet skal levere, har vi indsæt en spændingsdeler som formodstand.

#### 4.2.4 Spændingsdeleren

For at undgå elektriske udladninger igennem luften anvendte vi en lille indgangsspænding. Da vi ikke er i besiddelse af en spændingskilde som kan lave meget små spændingsfald, indsætter vi en spændingsdeler før vores kreds. Da vi gerne vil udføre målinger med forskellige spændingsfald, skal vores spændingsdeler være variabel. Den er opbygget som følger:



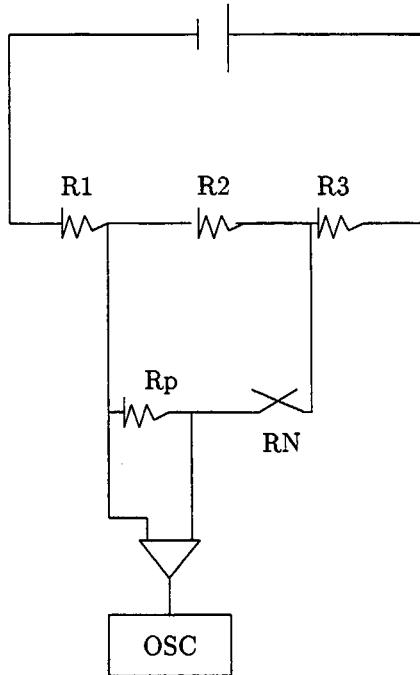
Figur 4.1 Spændingsdeleren

Når de tre forskellige formodstande,  $R_i$  sættes i serie, vil spændingsfaldet over hver af dem være givet ud fra forholdet  $\frac{R_i}{R_i + R_{i+1} + R_{i+2}}$ . Sætter vi eksempelvis batterispændingen 4,5 V over spændingsdeleren, vil vi kunne måle følgende spændingsforskelle for spændingsdeleren i opstilling 2:

$$U_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot 4,5V = 4,1V \quad (4.1)$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot 4,5V = 0,39V \quad (4.2)$$

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot 4,5V = 0,039V \quad (4.3)$$



**Figur 4.2** Diagram over spændingsdeler med parallelkredsløbet

Vi stiller nu spørgsmålet: er spændingsforskellen over nanokontakten ( $U_N$ ) den samme uanset, hvilket kvantetrin vi er på? Generelt vil dette ikke være tilfældet. Når der er god forbindelse imellem de to platintråde, vil der løbe mere strøm igennem parallelkredsløbet, se figur 4.2; derfor vil spændingsfaldet ikke være den samme. Lad os prøve at regne kredsløbet ud skridt for skridt! Hvad er strømmen gennem hele kredsløbet,  $I_s$ ? Ved anvendelse af Ohms lov (Ohanian, 1988) fås:

$$U_s = R_s I_s \Rightarrow I_s = \frac{U_s}{R_s} \quad (4.4)$$

Vi regner på det tilfælde hvor parallelkredsløbet sidder over  $R_2$ . Vi mäter selv batteri-spændingsforskellen,  $U_s$ , og kan finde erstatningsmodstanden for hele

kredsen,  $R_s$  som (Ohanian,1988)

$$R_s = (R_1 + R_3) + \frac{1}{\frac{1}{R_N + R_P} + \frac{1}{R_2}} \quad (4.5)$$

Vi fortsætter ved at finde spændingsforskellen over modstand 2 i spændingsdelen. Kirchhoffs første lov (Ohanian,1988) giver os:

$$U_s = U_1 + U_2 + U_3 \Rightarrow U_2 = U_s - (U_1 + U_3) \quad (4.6)$$

Da modstandene  $R_3$  og  $R_1$  er koblet i serie, går der samme strøm igennem dem, nemlig  $I_s$ . Med dette omskriver vi 4.6:

$$U_2 = U_s - (R_1 + R_3)I_s \quad (4.7)$$

Påny anvendes Kirchhoffs første lov på kredsens anden løkke, så vi får:

$$U_2 = U_N + U_p \Rightarrow U_N = U_2 - R_P I_N \quad (4.8)$$

Vi mangler nu at bestemme  $I_N$ , strømmen gennem nanokontakten. Til dette formål bruges Kirchhoffs anden lov (Ohanian,1988):

$$U_2 = U_p + U_N \Rightarrow R_2(I_s - I_N) = (R_P + R_N)I_N \quad (4.9)$$

Hvoraf vi ved isolering af  $I_N$  får følgende udtryk:

$$I_N = \frac{R_2 I_s}{R_2 + R_P + R_N} \quad (4.10)$$

Disse mange udregninger sætter vi omsider sammen i et samlet udtryk for, hvordan  $U_N$  afhænger af de indgående modstande og batterispændingen:

$$U_N = U_2 - R_P I_N = U_s - (R_1 + R_3)I_s - R_P \frac{R_2 I_s}{R_2 + R_P + R_N} \quad (4.11)$$

Hvor  $I_s$  er givet ved formel 4.4 samt 4.5. Alt i alt får vi:

$$U_N = U_s - \frac{(R_1 + R_3)U_s}{(R_1 + R_3) + \frac{1}{\frac{1}{R_N + R_P} + \frac{1}{R_2}}} - R_P \frac{\frac{R_2 U_s}{R_2 + R_P + R_N}}{\left(R_3 + R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_N + R_P} + \frac{1}{R_2}}\right)(R_2 + R_P + R_N)} \quad (4.12)$$

Når  $U_s, R_1, R_2, R_3, R_P$  antages at være konstante, er  $U_N$  alene en funktion af værdien af  $R_N$ . Med de anvendte værdier (se afsnit 3.2.1)

$$R_P = 130\Omega, R_1 = 1\Omega, R_2 = 10\Omega, R_3 = 103\Omega, U_s = 4,5V, \quad (4.13)$$

finder vi følgende samhørende værdier for de to,  $R_N$  og  $U_N$ <sup>1</sup>. Når der er så godt som fuld kontakt:

$$R_N = 1\Omega \Rightarrow U_N = 0,0028(2)V \quad (4.14)$$

Når der er svarende til ti kanaler åbne for transmission:

$$R_N = 1290\Omega \Rightarrow U_N = 0,35(6)V \quad (4.15)$$

---

<sup>1</sup> $U_N$  er beregnet med tre betydende cifre, hvor usikkerheden er på det sidste ciffer, der derfor er sat i parentes.

Når der er svarende til fem kanaler åbne for transmission:

$$R_N = 2580\Omega \Rightarrow U_N = 0,37(4)V \quad (4.16)$$

Når der er svarende til tre kanaler åbne for transmission:

$$R_N = 4300\Omega \Rightarrow U_N = 0,38(2)V \quad (4.17)$$

Når blot to kanaler leder elektroner:

$$R_N = 6450\Omega \Rightarrow U_N = 0,38(6)V \quad (4.18)$$

Når den sidste kanal er den eneste, der leder:

$$R_N = 12900\Omega \Rightarrow U_N = 0,39(0)V \quad (4.19)$$

Heraf ser vi, at vores spændingsforsyning ikke er helt stabil, men afviger dog mindre end 5% imellem sidste og femtesidste kuantetrin. Dette gælder kun opstilling 2. For spændingsdeleren i opstilling 1 er denne afvigelse en del større.

#### 4.2.5 Måling af små spændingsfald

Jævnfør afsnit 3.3 skal prøvemodstanden være så lille som mulig, for at få ækvidistante trin på oscilloskopet. En lille prøvemodstand giver et lille spændingssignal at måle. Af denne grund fandt vi det fordelagtigt, at forstærke vores signal med en operationsforstærker. Oscilloskopets range for måling af spændingsfald går fra 2 mV til 5 V. Alt efter størrelsen af indgangsspændingen og prøvemodstandens størrelse kan spændingsfaldet over prøvemodstanden blive meget lille.

#### 4.2.6 Operationsforstærkeren

Den præcise størrelse af operationsforstærkerens forstærkning er meget vigtigt, da alle vores rådata skal korrigeres med denne for at omregne til den rigtige værdi af spændingen.

Vi har derfor valgt at eftermåle forstærkningen indenfor det område, hvor den teoretisk skulle være lineær.

I alt har vi brugt tre forskellige operationsforstærker opstillinger. De to første er stort set ens - to modstande af næsten samme værdi er bare byttet om. Årsagen skyldtes praktiske problemer ved reestablering af operationsforstærkeren efter fejlfinding. Derfor skelner vi mellem hvornår det er den ene opstilling og den anden opstilling, vi arbejder med.

Den tredje opstilling var et forsøg med at lave 1000 gange forstærkning for at kunne arbejde med endog meget små spændingsfald. Dette viste sig ikke at være nogen holdbar løsning, da forstærkningen varierede for meget, så derfor blev den forkastet.

Eftermålingen foregik ved at alle modstandene først blev eftermålt med et multimeter. Udfra dette udregnedes den teoretiske forstærkning. Herefter målte vi udgangssignaler svarende til forskellige indgangssignaler. Både indgangs- og udgangsspænding måltes på oscilloskopet.

Herudover målte vi på spredningen af indgangs- og udgangssignalerne på oscilloskopet. Det gjorde vi for at have et estimat over usikkerheden/udsvinget på spændingen. Desværre viste sig, at denne parameter var direkte afhængig af

opløsningen på oscilloskopet. Med meget fin opløsning, kunne den måles meget præcist, som det er gjort på indgangsspændingen, men på det forstærkede signal kunne oscilloskopet ikke stilles så fint ind. Det kræver nemlig en spænding på ganske få mV.

Teoretisk set skulle operationsforstærkeren udjævne alt støj som er ens på de to indgangsben, da den mäter forskellen på de to ben. Og hvis de varierer i takt, er denne forskel hele tiden fast. På grund af den usikre bestemmelse af spredningen kan vi ikke udtale os om, dette virkelig er tilfældet. Vi må derfor vælge at tro på det. Altså ser vi helt bort fra målingen af spredningen.

I appendix A forefindes alle forsøgsresultaterne og den efterfølgende grafiske afbildung. Som det ses af graferne, var forstærkningen med god tilnærmelse lineær i de to første tilfælde, hvor den teoretiske forstærkning skulle være omkring 52 gange. Dog svarer hældningen på en lineær regression med 'mindste kvadraters metode' (lavet af Excel) over resultaterne ikke helt til den teoretiske værdi. Disse fittede forstærkninger er dem, som vi efterfølgende bruger i vores databehandling. I det sidste tilfælde, hvor vi forsøgte at opnå en forstærkning på 1000 gange, var der store afvigelser fra linearitet. Endvidere kunne op- og afladningstid for forstærkeren være meget større i dette område. Vi endte med at konkludere, at vi i dette tilfælde hellere ville forstærke ekstra op via oscilloskopet, da dets forstærker formentlig er af meget højere kvalitet.

#### 4.2.7 Spændingsforskæl over piezokeramikkerne

Piezokeramik har den egenskab at det deformeres i retningen vinkelret på feltet når det påføres et elektrisk felt (Ferroperm, 1992). Længdedeformationen følger følgende forhold:

$$\Delta L_1 = d_{13} \frac{L_1}{L_3} U \quad (4.20)$$

$d_{13} \simeq 10^{-10}$  m/V. Dimensionerne på piezokeramikkerne på styringenheden til nanokontakten er bredde:  $L_3 = 1$  mm og længde:  $L_1 = 50$  mm som giver forholdet  $\frac{L_1}{L_3} = 50$  og igen svarer til  $\Delta L_1 \simeq 5\text{nm}/\text{V}$ . Da vi højest kunne påføre piezokeramikkerne en spændingsforskæl på 500 V svarer det til en relativ længdeforskydning på  $2500 \cdot 10^{-9}\text{m}$ . Vi var i tvivl om dette var en stor nok tolerance, da platintrådene kan give sig. Vi var forberedt på at vi kunne være tvunget til at vende polerne om, når piezokeramikkerne havde afladt, og derefter påføre et modsat rettet elektrisk felt, for at få dem til at krympe tilsvarende i længderetningen. Dette ville fordoble  $\Delta L_1$ , men det blev heldigvis ikke nødvendigt. Vi kunne for det meste få metaltrådene til at slippe hinanden, ved at skruet helt ned for spændingen over piezokeramikkerne. Afladningen af den kapacitor, som udgøres af piezo-keramikkerne tog ca. 5 sek. Vi fik de bedste måleresultater hvis afladningen gik så langsomt som muligt, når nanokontakten blev dannet. Vi overvejede at lade piezokeramikkerne aflade over en modstand for at sætte afladningstiden op, men mente det var for kompliceret pga. risikoen ved arbejde med højspænding.

### 4.3 Fejlkilder

Vi vil i dette afsnit prøve at danne os et overblik over den usikkerhed vores målinger er behæftet med.

Voltmeteret og oscilloskopet er de to eneste måleinstrumenter der anvendes i opstillingen. De vil i det følgende blive behandlet, med henblik på de systematiske fejl disse måtte udvise i en målesituation.

Desuden vil hele den elektriske kreds blive undersøgt for parasitegenskaber. Dette gøres for at kortlægge kredsens reaktionstid på strøm- og spændingsændringer. Kredsens reaktionstid vil sætte mindste-grænsen for en tidslig opløsning, der giver mening.

I den elektriske kreds findes en operationsforstærker, der vil forstærke en eventuel fejl, der måtte have optrådt tidligere i kredsen. Dette må der derfor også tages højde for i en samlet vurdering af usikkerhedsniveauet for eksperimentet. Og sidst må det vurderes med hvilken sikkerhed aflæsninger kan foretages. Hvert af de opridsede emner vil i det følgende blive behandlet særskilt.

#### 4.3.1 Voltmeter

Voltmeteret har ifølge fabrikanten en usikkerhed på 0,03% og  $\pm 2$  på sidste betydnende ciffer. Dette sætter en begrænsning for den sikkerhed hvor med vi kender den spænding vi mäter på, og dermed indgangsspændingen.

#### 4.3.2 Oscilloskop

Oscilloskopet har en indgangsimpedans på  $1M\Omega$ , og en indre kapacitans på 13 pF.

Der vil løbe en lille strøm igennem operationsforstærker og oscilloskop. Denne strøm deler sig modsat forholdet imellem prøvemodstanden og indgangsimpedansen af "måleleddet" (dvs. oscilloskop og operationsforstærker). Indgangsimpedansen på denne anvendte operationsforstærker type er  $R_{2a} + R_{2b}$  (Se appendix A), og prøvemodstanden er på  $129,5\Omega$ . Forholdet er  $\frac{129,5\Omega}{11,98k\Omega+11,96k\Omega}$ .

Oscilloskopets indre kapacitans vil give sig udslag i en begrænsning af den tidslige opløsning af målingen. Idet den indre kapacitans vil give anledning til en vis reaktionstid. Denne karakteristiske tid er den mindst mulige tidslige enhed ved maksimal opløsning for måleinstrumentet - kaldet  $\tau : \tau = RC_{indre}$ .  $R$  er erstatningsresistansen for den del af kredsen, som oscilloskopet skal aflade igennem. Oscilloskopet aflader gennem  $R_2$  og  $R_1$  på plussiden af operationsforstærkeren, gennem  $R_P$ , og videre til jord, gennem  $R_1$  og  $R_2$  på minussiden. Det betyder at erstatningsresistansen er  $2R_2 + 2R_1 + R_P$ .

#### 4.3.3 Parasitegenskaber

Med parasitegenskaber menes der, de elektriske egenskaber systemet har der ikke kan henføres til et bestemt komponent, men stammer fra systemets elektromagnetiske påvirkning af sig selv. Virkningerne af dette svarer til dem, kondensatorer og selvinduktanser i systemet, vil forårsage. Denne effekt kan ikke beregnes, og må derfor måles.

Da vi ikke kan måle parasitegenskaber for sig, mäter vi den samlede effekt. Det der søges bestemt ved målingen, er den tid det tager systemet at komme i ligevægt, efter en pludselig og forholdsvis stor ændring i nanokontaktens modstand. Målingen blev foretaget ved at erstatte nanokontakten med en  $12,9k\Omega$  modstand. Dette er estimeret den maksimale modstand som nanokontakten kan

have ( $2e^2/h = 12,9k\Omega$ ). Derefter påtrykkes et spændingsinput med en funktionsgenerator. Ved at benytte en heaviside funktion, simuleres den pludselige spændingsændring af systemet, som en lukning af en af kanalerne vil forårsage. Også her vil vi bestemme den karakteristiske tid, der sætter en grænse for den tidslige opløsning.

#### Måling af reaktionstid på kredsen

Der blev undersøgt for parasitegeneskaber i hele systemet, det vil sige målekredsen, coaxialkablerne, og operationsforstærkeren. Et heavisidesignal har ideelt set ingen reaktionstid men funktionsgeneratoren kan kun levere et tilnærmet heavisideoutput. Derfor har vi også lavet en tilsvarende måleserie hvor vi alene måler på funktionsgeneratorens reaktionstid. Der blev lavet målinger i to forskellige frevensområder, ved 100 Hz og 1 MHz for at afprøve dels om funktionsgeneratorens signal er frekvensafhængigt og dels operationsforstærkers reaktionstid. Derudover blev disse målinger foretaget med to forskellige spændingsniveauer, én mellem 0,8- og 0,9 V og en mellem 0,3- og 0,5 V, for at se om spændingsamplituden har nogen indflydelse på reaktionstiden.

1) Funktionsgeneratorens reaktionstid  
 $\Delta U$  859 mV       $\Delta t$  87 ns      100 Hz

$\Delta U$  438 mV       $\Delta t$  81 ns      100 Hz

$\Delta U$  806 mV       $\Delta t$  80 ns      1 MHz

$\Delta U$  453 mV       $\Delta t$  103 ns      1 MHz

2) Hele systemets reaktionstid

$\Delta U$  856 mV       $\Delta t$  3,0  $\mu$ s      100 Hz

$\Delta U$  418 mV       $\Delta t$  2,98  $\mu$ s      100 Hz

$\Delta U$  856 mV       $\Delta t$  2,98  $\mu$ s      1 MHz

$\Delta U$  315 mV       $\Delta t$  2,7  $\mu$ s      1 MHz

Man kan konkludere at funktionsgeneratoren ikke har nogen indflydelse på reaktionstiden, da den maksimalt er 103 ns. Reaktionstiden for hele kredsen er maksimalt 3,0  $\mu$ s hvilket er blevet taget i betragtning ved fortolkning af måleresultaterne.

#### 4.3.4 Operationsforstærker

Operationsforstærkeren der anvendes i kredsen, er en differentiel inverterende forstærker. Det signal, der forstærkes, er spændingsforskellen mellem + og - indgangene. Det betyder at støj der er indfanget af kredsen før forstærkeren, og derfor har lige stort udslag på begge indgange, ikke forstærkes op, men filtreres fra. Den karakteristiske tid, er den tid det tager forstærkeren at svinge fra nul til fuld output. Denne tid yder et bidrag til hele systemets reaktionstid, og er

indeholdt i ovenstående måling. Spændingsændringen vil i dette tidsrum være lineær. Dog vil spændingskurven flade lidt ud, hvis outputspændingen er oppe i nærheden af forsyningsspændingen. Den er i vores tilfælde 15V, så vi kan regne med linearitet op til omkring 10V.

#### 4.3.5 Aflæsningsfejl

Ved manuel behandling af målegrafeerne, aflæses med en præcision svarende til oplosningen på henholdsvis spændingsaksen og tidsaksen. Linien der skal måles har en båndbredde, der skyldes den støj der trods alt er tilstede. Båndbredden kan måles på oscilloskopet, ved funktionen 'peak to peak måling' af spændingen (Hewlett-Packard,1991).

#### 4.3.6 Estimering af usikkerhed

Måling af nanokontaktens ledningevne sker som nævnt tidligere ved at måle spændingsfaldet over en prøvemodstand; dette spændingsfald forstærkes før det sendes ind i oscilloskopet.

$$G = G(U_P, F, R_P, U) \quad (4.21)$$

(F står for operationsforstærkerens forstærkning) Vi antager at disse funktionssvariabels værdier er uafhængige af hinanden, og at deres ubestemthed også er indbyrdes uafhængig. Under disse antagelser kan vi estimere  $G$ s ubestemmelighed, benævnt  $\Delta G$  ved følgende formel (Skoog et al.,1996):

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial U_P} \Delta U_P\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial F} \Delta F\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial R_P} \Delta R_P\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial U} \Delta U\right)^2} \quad (4.22)$$

For overskuelighedens skyld udregner vi størrelsen af de kvadratiske led hver for sig; vi ønsker blot et estimat og udregner derfor størrelserne på baggrund af typiske værdier, ikke de eksakt anvendte. Ubestemtheden af det af oscilloskopet målte spændingsfald,  $\Delta U_P$  sættes lig den observerede båndbredde, typisk  $10^{-2}$ V. Den varierede ganske lidt ved de forskellige måleserier. Et typisk målt spændingsfald på oscilloskopet var 0,05V for måleserie 1212AA; 1112AB, mens den for restens vedkommende var ca. 0,7V

$$\frac{\partial G}{\partial U_P} \simeq \frac{\Delta G}{\Delta U_P} = 4 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1} V^{-1} \quad (4.23)$$

Denne størrelse er udregnet numerisk på basis af typiske værdier. Resultatet anvendes i:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial U_P} \Delta U_P\right)^2 = (0,00004 \cdot 0,1 \Omega^{-1})^2 \simeq 1,6 \cdot 10^{-13} \Omega^{-2} \quad (4.24)$$

Vi målte værdien af prøvemodstanden med et multimeter Fluke model 75, og fik deraf  $\Delta R_P = 0,2\Omega$ . På samme facon udregner vi  $\frac{\partial G}{\partial R_P}$  approximativt vha. typiske værdier:

$$\frac{\partial G}{\partial R_P} \simeq \frac{\Delta G}{\Delta R_P} = 2 \cdot 10^{-6} \Omega^{-2} \quad (4.25)$$

Dette indsætter vi i:

$$\left( \frac{\partial G}{\partial R_P} \Delta R_P \right)^2 = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 \Omega^{-1})^2 \simeq 1,7 \cdot 10^{-13} \Omega^{-2} \quad (4.26)$$

Operationsforstærkerens forstærkningsgrad blev bestemt ved lineær regression; ubestemtheden af  $F$  beløb sig til  $\Delta F = 1$ . Vi får:

$$\frac{\partial G}{\partial F} \simeq \frac{\Delta G}{\Delta F} = 5,8 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} \quad (4.27)$$

Dette indsætter vi i:

$$\left( \frac{\partial G}{\partial F} \Delta F \right)^2 = (5,8 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \Omega^{-1})^2 \simeq 3,4 \cdot 10^{-11} \Omega^{-2} \quad (4.28)$$

Den ydre spændingsforskelse blev målt præcist med multimeteret, hvilket gav en ubestemthed på  $U$  på 0,03% og  $\pm 2$  på sidste ciffer, hvilket for alle måleserierne svarede til 2mV.

$$\frac{\partial G}{\partial U} \simeq \frac{\Delta G}{\Delta U} = 4 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} V^{-1} \quad (4.29)$$

Hvoraf vi får:

$$\left( \frac{\partial G}{\partial U} \Delta U \right)^2 = (4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,4 \Omega^{-1})^2 \simeq 6,4 \cdot 10^{-11} \Omega^{-2} \quad (4.30)$$

Den samlede usikkerhed bliver i størrelsesordenen  $\Delta G \simeq 0,1$  i enheder af  $2e^2/h$

#### 4.4 Eftermåling af usikkerhed

For eksperimentielt at undersøge usikkerheden blev der foretaget en måling på nogle kendte modstande. Modstandene der blev brugt, blev målt med multimeteret til 12,96 k $\Omega$ , 6,46 k $\Omega$  og 4,31 k $\Omega$  - svarende til de tre første niveauer af den kvantiserede ledningsevne. Modstandene blev indsat i opstillingen istedet for nanokontakten, og der blev foretaget en dataopsamling. Dataerne blev herefter behandlet som almindeligt måledata, og omsat til ledningsevne ved hjælp af computerprogrammet.

Modstandsværdi	Beregnet ledningsevne	Målt ledningsevne	Afvigelse
12,96 k $\Omega$	$0,99586 \cdot 2e^2/h$	$1,07 \cdot 2e^2/h$	$0,075 \cdot 2e^2/h$
6,46 k $\Omega$	$1,9979 \cdot 2e^2/h$	$2,09 \cdot 2e^2/h$	$0,092 \cdot 2e^2/h$
4,31 k $\Omega$	$2,9945 \cdot 2e^2/h$	$3,12 \cdot 2e^2/h$	$0,125 \cdot 2e^2/h$

Det ses at afvigelsen stiger med ledningsevnen. På de nederste niveauer, som er dem måleserierne fokuserer på, er størrelsen af afvigelsen omkring  $0,1 \cdot 2e^2/h$ .

# Kapitel 5

## Dataopsamling

I dette kapitel vil vi beskrive hvilke overvejelser og metoder vi har været inde i omkring opsamlingen af data.

Det blev hurtigt klart at, det ville være svært bare at bearbejde direkte aflæsninger fra oscilloskopskærmen. For det første ville vi kun kunne lave ganske få målinger, og for det andet ville vi ikke kunne gemme dem til senere sammenligning.

Derfor koblede vi oscilloskopet via et interface til en computer. Tilhørende oscilloskopet var en række basic-programmer til opsamling af data. Der var dog flere problemer med disse. For det første var de beregnet til løbende signaler, hvor vores billede er frossent. Og for det andet blev de opsamlede data gemt på en form, som ikke umiddelbart kunne overføres til videre bearbejdning i regneark eller andet analyseprogram - nemlig som binære forholdstal med tilhørende akseinformationer. Vi har derfor modificeret programmet til den form som kan ses i appendix B.

En måleserie begyndes altid på samme måde. Vi foretager en række målinger med nogle fastholdte parametre - indgangsspændingen, prøvemodstanden og forstærkningen. Der laves en række prøvemålinger hvorved en god oscilloskopindstilling findes, denne gemmes i oscilloskopets setup-memory, og der er klar til at udføre en måleserie.

Da tidsudviklingen på de forskellige målinger varierer meget, er det svært at finde en optimal indstilling. Derfor har vi lavet flere måleserier med forskellige grundindstillinger, da nogen målinger indenfor hver måleserie må kasseres, da udviklingen i spændingen falder udenfor det tidsudsnit vi ser på.

Tidsudsniittet vælges på den måde, at oscilloskopet stilles til et "trigger-niveau". Når spændingen falder under dette niveau, begynder oscilloskopet at gemme data indtil lageret er brugt op. Oscilloskopet kan så indstilles til at tage noget med før "trigger-niveauet" eller først at opsamle et stykke tid efter - dette kaldes "delay".

Oscilloskopet kan indenfor en sådan skærm lave op til 4000 målinger, dvs. punktaflæsninger. Dette er dog afhængigt af hvor fint et tidsniveau, der opereres på. Vi opererer i tidsområdet  $100\mu s/division$  til  $200ms/division$ . Dette er selvfølgelig afhængig af hvor meget af udviklingen vi vil have med, men skyldes også at udviklingen over tid varierer en del. På dette niveau kan oscilloskopet kun opsamle max 2000 punkter over tidsaksen - som består af 10 divisions. Altså en tidsopløsning på  $\frac{1}{2000} ms$  til  $1ms$ .

Tilsvarende tager oscilloskopet 256 målinger i y-retningen. Her har vi hovedsageligt forsøgt at indfange, det som i hver måling svarer til de teoretiske 5 nederste kvantespring. Dette har vi estimeret inden målinger ved at omregne de teoretiske værdier for ledningsevnen/modstanden i kvantekontakten til udvikling i spændingen over prøvemodstanden.

$$U_P = \frac{U \cdot R_P}{R_P + R_N(n)} \quad (5.1)$$

Hvor  $R_N(n)$  er modstanden i kvantekontakten, som indtager værdier, der er hele multiplum af  $\frac{2e^2}{h}$ .

Vi opererer i spændingsområdet 0,02 V/Div til 0,2 V/div. Y-aksen består af 8 division. Altså en spændingsopløsning på  $625\mu\text{V}$  til  $6,25\text{mV}$ .

De måledata som oscilloskopet gemmer i sin hukommelse består altså af 2000 punkter på tidsaksen med hver tilhørende en værdi på spændingsaksen. Måledataene gemmes dog som forholdstal, altså ikke med de rette enheder. Tidsopløsning, spændingsopløsning, delay, akseplacering etc. gemmes for sig tilknyttet måledataene. Computeren læser da via interfacet alle disse værdier ind i arbejdshukommelsen. Måledataene bliver omregnet til de rette værdier, fremvist på skærmen og alle spændingsværdierne gemmes i en fil, som almindelige tal, der senere kan arbejdes videre med.

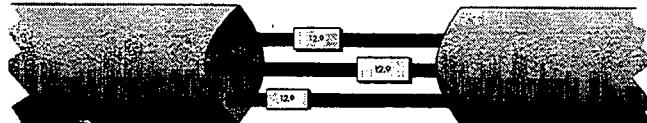
# Kapitel 6

## Fortolkningsmodeller

Hverken opstillingen af eksperimentet eller behandlingen af de udvundne data sker i blinde eller uden forudfattede ideer om, hvad vi forventer at finde. Formålet med dette afsnit er at skitsere, hvad man kunne kalde en fortolkningsmodel. Hermed menes nogle naive billeder af, hvad vi tror, foregår, samt en idé om, hvilke slags målinger, der stemmer overens med den beskrevne model, og hvilke der står i modstrid til modellen.

### 6.0.1 Nanokontakten som en modstand vi mäter på

Den meget tynde forbindelsestråd, vi tror, der er imellem de to platintråde kan opfattes som en række parallelt koblede modstande, se nedenstående figur 6.1:



**Figur 6.1** Et lidt naivt billede af en nano-tråd. Modstandene er lidt misvisende påsat værdien  $\frac{h}{2\pi r} = 12,9\text{k}\Omega$ . Ifølge den tidligere beskrevet teoretiske model møder elektronerne ingen modstand i selve kanalerne. De  $12,9\text{k}\Omega$  skal symbolisere, at der ikke kan gå mere strøm igennem end svarende til enhedsledningsevnen.

Det er lidt misvisende at tegne kanalerne som Ohmske modstande, da den beskrevne model antager at ledningen gennem kanalerne er tabsfri. Det tab, der er afsættes ved indgangen til en kanal.

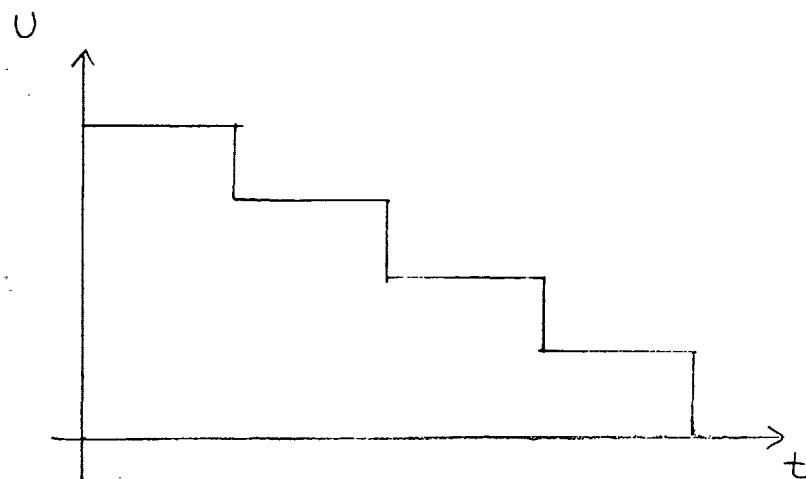
### 6.0.2 Hvad sker der når vi trækker trådene fra hinanden?

Forbindelsestråden imellem de to platintråde forventer vi bliver længere, når trådene trækkes længere fra hinanden. Herved bliver den også tyndere; i vores simple billede (jvf figur 6.1) svarer det til, at modstandene knækker én for én, indtil blot en enkelt er tilbage. Når den sidste modstand knækker, er der ikke

længere kontakt, hvilket svarer til at nanokontaktens ledningsevne er identisk lig nul.

### 6.0.3 Hvad forventer vi at se på oscilloskopet?

Således som vi har opstillet eksperimentet, vil en rykvis ændring i nanokontaktens ledningsevne afspejle sig i forskellige spændingsfald målt over prøvemodstanden vha. oscilloskopet. I heldigste fald<sup>1</sup> vil vi se et oscilloscopbillede som nedenstående (konstruerede) figur 6.2:



Figur 6.2 Dette er en konstrueret tegning, der illustrerer det hypotetiske tilfælde: en perfekt, støjfri måling af ledningsevnen mod tiden.

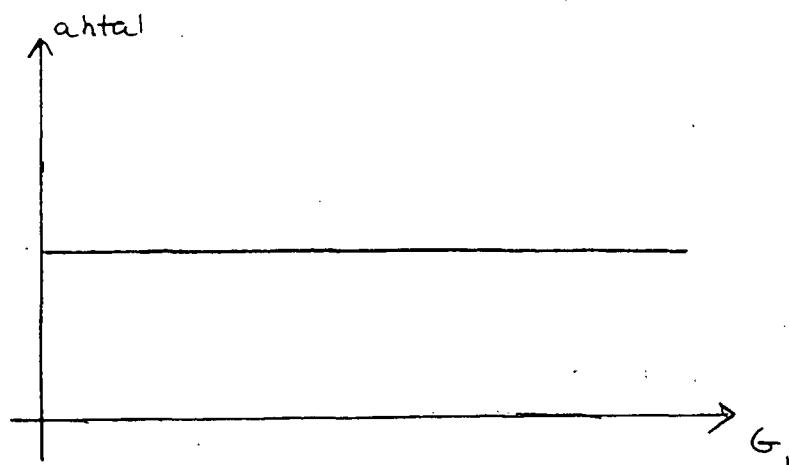
### 6.0.4 Statistisk fænomen

Ingen måling er som ovenstående (6.2) perfekt, støjfri. Mere overraskende er det måske, at mange forfattere (Olesen et al., 1995) og (Costa-Krämer et al., 1995) refererer, at eksperimenter med nanoledere langt fra giver reproducérbare resultater hver gang. Derfor besluttede vi at behandle vores data statistisk, hvorefter spørgsmålet melder sig: hvad skal vi tælle?

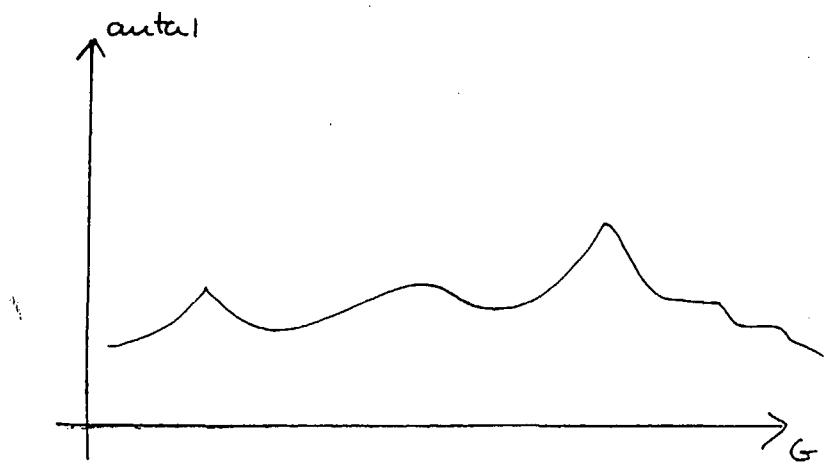
### 6.0.5 Optælling af absolute værdier af ledningsevnen, $G$

Hvis nanokontaktens ledningsevne kun kan antage diskrete værdier, vil ikke alle værdier af ledningsevnen være lige sandsynlige måleudfald, og vi vil observere en mere eller mindre skarpt aftegnet fordeling med maximum omkring disse karakteristiske værdier, hvis vi talte efter. To ekstreme typer af fordelinger afspejler to forskellige fortolkningsmuligheder; de er afbildet på nedenstående figur 6.3 og figur 6.4:

<sup>1</sup>Hermed menes den hypotetiske støjfri måling, der på en perfekt måde afspejler den teoretiske model.



**Figur 6.3** Hvis histogrammet over hyppigheden af måleresultatet  $G_i$  som funktion af  $G_i$  svarer til en konstant kurve, skyldes det at alle værdier af ledningsevnen er lige sandsynlige, hvilket kan fortolkes som om ledningsevnen ikke er kvantiseret.

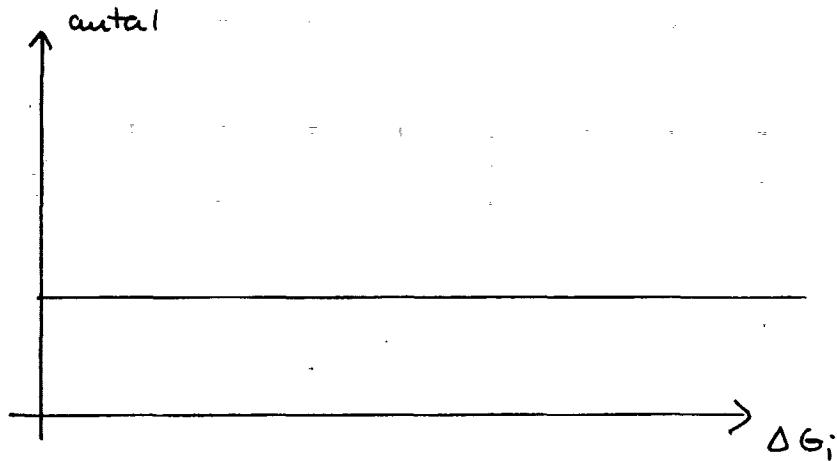


**Figur 6.4** Hvis histogrammet over hyppigheden af måleresultatet  $G_i$  som funktion af  $G_i$  svarer til en kurve, der har minima og maxima, skyldes det at ikke alle værdier af ledningsevnen er lige sandsynlige, hvilket kan fortolkes som om ledningsevnen er kvantiseret.

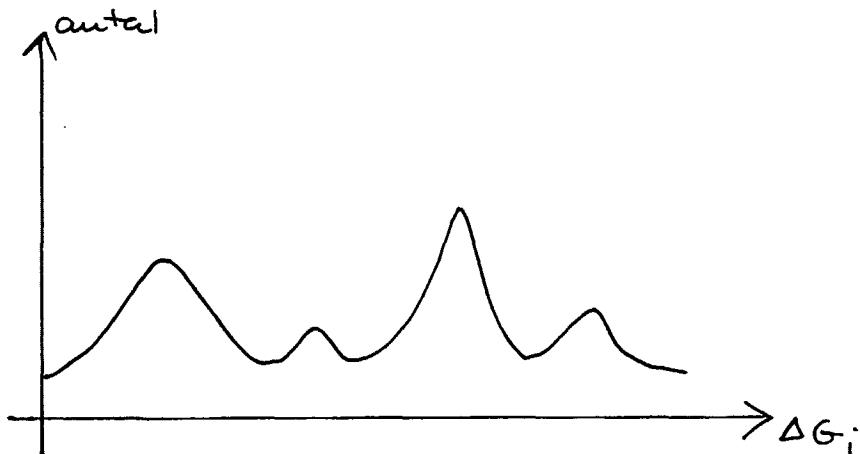
### 6.0.6 Optælling af springstørrelser

Man kunne indvende, at det karakteristiske for vores kvantiserede system ikke er de absolutte værdier af ledningsevnen, men *differenser* imellem værdier af ledningsevne, der udgør et mere eller mindre stabilt niveau. Netop i det øjeblik, hvor en af de sidste kanaler afbrydes, nedsættes nanokontakten ledningsevne abrupt med den værdi, den netop afbrudte kanal bidrog med. Ligesom sidst

vil vi opstille resultatet af to ekstreme fordelinger, der afspejler to forskellige fortolkningsmuligheder. Hver for sig er de er afbilledt på nedenstående figurer 6.5 og 6.6:



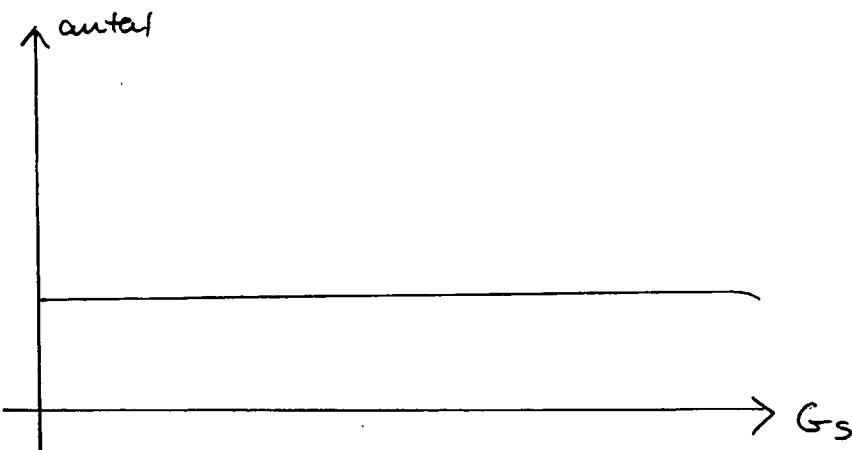
Figur 6.5 Hvis histogrammet over hyppigheden af springstørrelsen  $\Delta G_i$  som funktion af  $\Delta G_i$  svarer til en konstant funktion, skyldes det at alle springhøjder er lige sandsynlige, hvilket kan fortolkes som om ledningsevnen ikke er kvantiseret.



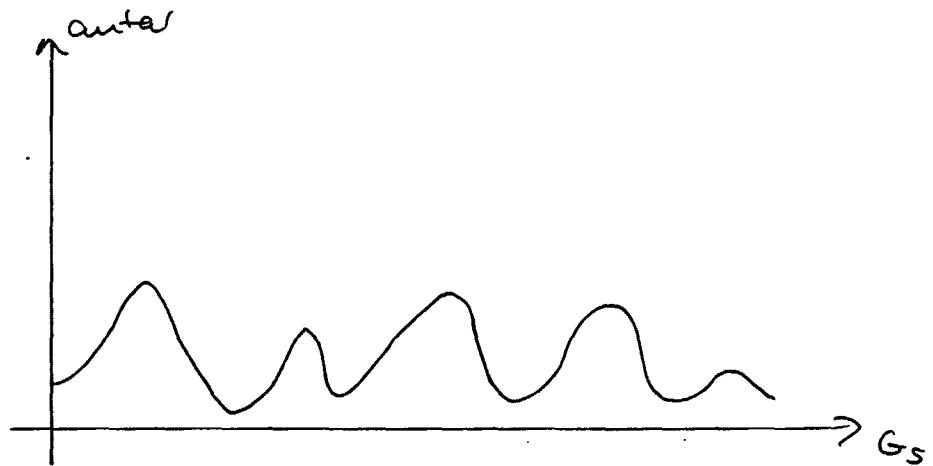
Figur 6.6 Hvis histogrammet over hyppigheden af springstørrelsen  $\Delta G_i$  som funktion af  $\Delta G_i$  svarer til kurve, der har minima og maxima, skyldes det at ledningsevnen ikke falder (eller stiger) med tilfældige intervaller, hvilket kan fortolkes som om ledningsevnen er kvantiseret i de enheder omkring hvilke der er et lokalt eller globalt maximum.

### 6.0.7 Optælling af begyndelsesværdierne for spring

Man kunne tænke sig, at systemet ikke er absolut kvantiseret. Hermed menes, at nanokontaktens ledningsevne godt kunne antage værdier, der ligger imellem de karakteristiske niveauer, men at det er mest "energetisk favorabelt" for systemet ikke at gøre sådan. Med dette for øje kunne man sætte sig for at undersøge, fra hvilke værdier af ledningsevnen,  $G_s$ , et spring oftest vilstarte. De histogramtyper, der svarer til denne metodes fortolkningsmodel, kan dog tolkes tvetydigt. Betragt venligst nedenstående figurer 6.7 og 6.8.



**Figur 6.7** Hvis histogrammet over hyppigheden af spring-start værdier af ledningsevnen,  $G_s$ , som funktion af  $G_s$ , svarer til en konstant funktion, skyldes det at der springes lige ofte fra alle de målte værdier af ledningsevnen, hvilket kan fortolkes som om ingen ledningsevnenniveauer er mere stabile end andre.



**Figur 6.8** Hvis histogrammet over hyppigheden af spring-start værdier af ledningsevnen,  $G_s$  som funktion af  $G_s$  svarer til kurve, der har minima og maxima, skyldes det at der ikke observeres spring fra alle niveauer af ledningsevnen.

Hvis man antager, at alle værdier af ledningsevne måles lige ofte (det er netop dette spørgsmål den første test søger at besvare), så vil man kunne slutte, at dersom springene sjældnere starter ved én ledningsevne-værdi, må det have en årsag – f.eks. at dette niveau var relativt mere stabilt. Dette kunne man efterfølgende fortolke som et udslag af kvantiseringseffekter. Vi vil dog hæfte os ved, at denne analysemetode ikke selvstændigt vil kunne påvise, om der er en kvantisering af ledningsevnen.

# Kapitel 7

## Databehandling

I følgende kapitel vil vi beskrive hvordan vi har behandlet vores data, og vores overvejelser i forbindelse hermed. Vi behandlede vores data på tre forskellige måder.

### Metode 1:

I denne metode sorterede vi målinger fra som havde samme start- og slutværdi og så på hyppigheden af forekommende værdier af ledningsevnen

### Metode 2

Her sorterede vi målinger fra hvor der ikke var et spring og behandlede de resterende med hensyn til nedadgående spring vha. et computerprogram, der talte hyppigheden af springstørrelser og spring-startværdier.

### Metode 3

Samme fravælgelse som ved metode 2, men de resterende målinger blev behandlet manuelt mht. hyppigheden af springstørrelser for op- og nedadgående spring.

Vi valgt at præsentere data i et histogram, hvor intervalbredden er sammenlignlig med måleusikkerheden på  $G$ , dvs.  $0,1 \cdot 2e^2/h$ .

### 7.0.8 Frasortering af måleresultater for metode 1

Ikke alle målinger i en serie er lige anvendelige. Vi har fundet det forsvarligt at sortere de få målinger fra, hvor  $G(t)$  ikke ændrer værdi i løbet af det tidsudsnit, målingen repræsenterer. En sådan måling kan vi ikke analysere, da der ikke sker nogen ændring. Denne meget milde sortering sikrer at minimum 90% af målingerne i en måleserie bevares.

### 7.0.9 Frasortering af måleresultater for metode 2 og 3

De grafer der, enten manuelt eller på computer, er analyseret med det formål at finde kvantetrin, er baseret på en udvælgelse af grafer på baggrund af en visuel gennemgang. Der er en del måleresultater som simpelt hen ikke er analyserbare i den forstand, at der enten er meget støj, eller at der ikke er tale om væsentlig

ændring i ledningsevnen. Sorteringen af graferne foregik ved at opstille 3 kvalitative kriterier for udvælgelse til analyse. Disse kriterier danner baggrund for alle opmålinger af de udviklinger i ledningsevnen som beskrives som et ”spring”.

- Der skal være tale om en udvikling der giver sig udslag i en abrupt ændring i ledningsevnen.
- Start- og slutniveauet skal kunne bestemmes klart, hver for sig, for en sådan abrupt ændring i ledningsevnen.
- Ændringen i ledningsevnen skal have en størrelse på mindst 2 gange signalbredden.

Med abrupt menes en ændring, der tidsligt strækker sig over ganske få målepunkter.

Et start- og slutniveau er her defineret ved at næsten alle af målepunkterne ligger inden for signalbredden.

Signalbredden på graferne er typisk på en størrelse på  $\frac{2e^2}{10}$

Det står klart, at selv set udfra disse kriterier, er det vanskeligt at lave en fuldstændig eksakt analyse af spring i ledningsevnen. Derfor har vi valgt både at lave en analyse baseret på et computerprogram der identificerer og opmåler spring, samt på en manuel opmåling af spring i ledningsevnen udfra ovennævnte kriterier.

## 7.1 Metode 2: Databehandling vha. af basic-program

Programmet der foretager analysen er dokumenteret i appendix B. Det undersøger én måling ad gangen efter trin (fald i ledningsevnen). De data som undersøges er dem der er omregnet til enheder af  $\frac{2e^2}{h}$ . For hver undersøgelse defineres en nedre grænse for hvor små trin der kan komme med i betragtning.

Udvælgelseskriteriet bygger på denne nedre grænse. Der undersøges trin af udstrækning op til 7 målepunkter. Det er altså en varierende tid, der undersøges over, da der er forskellig tidsopløsning ved de forskellige målinger. Såfremt der findes trin som kommer igennem udvælgelsen, måles deres højde. Udvælges trin, der starter fra målepunkter lige ved siden af hinanden betragtes de som værende det samme trin. Målingen af trinhøjden foregår over op til 17 punkter, hvor indenfor det største fald udvælges som trinhøjden. Dette sker for at få store fald med, som udstrækker sig over lidt længere tid. Der findes altså et minimum og et maximum indenfor intervallet, forskellen imellem dem sættes som trinhøjden.

Disse trinstørrelser udskrives til en fil til videre bearbejdning.

### 7.1.1 Hvilke analyser er der foretaget

Vi valgte at analysere alle de målinger, hvor der var et spring, jævnfør afsnit 7.0.9. Hver måleserie er analyseret for sig. Der er lavet en analyse af hver med den nedre grænse sat til 0,3 enheder af  $\frac{2e^2}{h}$ . Den nedre grænse blev valgt udfra at herunder kommer der rigtig mange små udsving, som må betragtes som støj.

Herefter lavede vi flere analyser af en enkelt måleserie - serien 1012AC med forskellige nedre grænser: 0,1 ; 0,2 og 0,6 udover den i forvejen eksisterende på 0,3.

Hver analyse er blevet afbildet i et hyppighedsdiagram over trinstørrelser. Hyppigheden af trinstørrelserne er inddelt i intervaller af længden 0,1 enheder af  $\frac{2e^2}{h}$ . Vi forsøgte os med flere forskellige intervallængder fra 0,01 til 0,2. Tendensen var, at ved finere intervallængder kom der mange "huller", da hver måleserie kun indeholder fra 22 til 57 udvalgte målinger. Og ved en grovere inddeling blev billedet for utsigtiligt, da spredningen af trinstørrelserne var lille - de lå hovedsagligt grupperet i intervallet fra den nedre grænse til 1,4 enheder af  $\frac{2e^2}{h}$ . Vi endte med at vælge en intervalbredde, der er sammenlignelig med båndbredden, dvs.  $\frac{2e^2/h}{10}$ .

For to måleseriers vedkommende - 1012AC og 1212AC lavede vi to anderledes analyser. Her så vi ikke på trinstørrelserne, men på trin-maximum placeringerne. Altså hvor trinene udgår fra. Igen lavede vi analyser ved flere forskellige nedre grænser. For 1012AC vedkommende ved 0,3 ; 0,5 og 0,6 og for 1212AC ved 0,5 og 0,6. Altså hovedsagligt en analyse af hvor de "store" spring udgår fra.

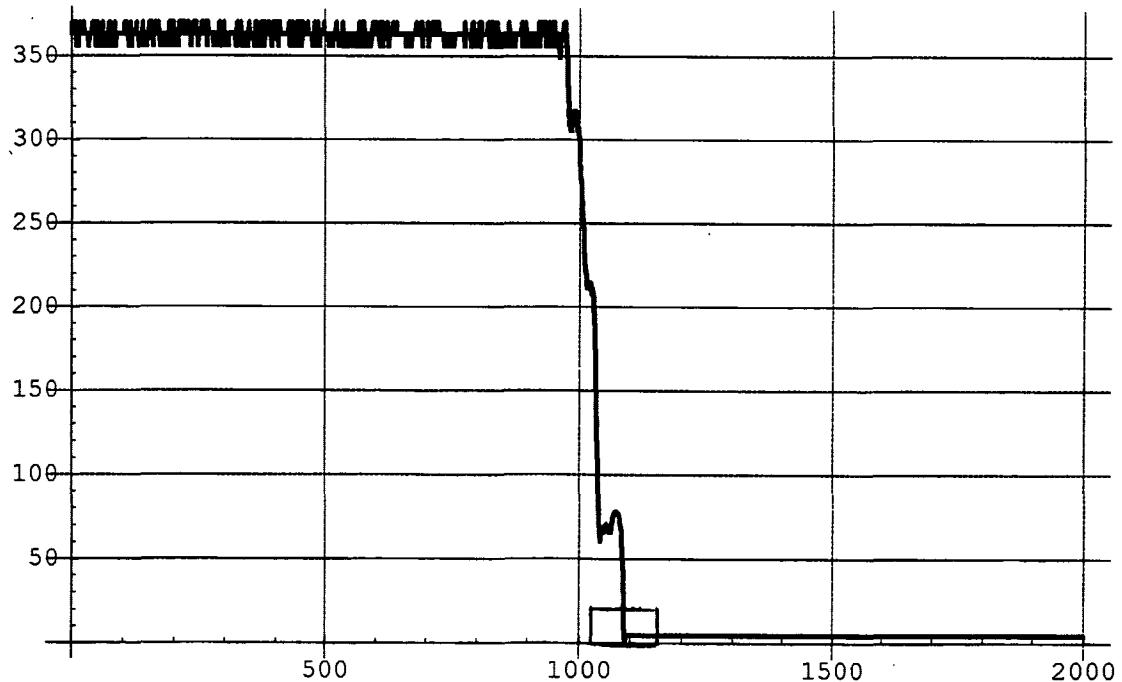
## 7.2 Metode 3: Manuel opmåling af spring i ledningsevnen

Der blev foretaget en manuel opmåling af trinstørrelser på graferne for ledningsevnen mod tid, samt disses placering på grafen for at kunne fastslå placering og størrelse. Denne udmåling er foretaget ved at læse graferne ind i "Mathematica". I dette program har man mulighed for at forstørre graferne op, og derefter aflæse koordinatpunktet i grafen med cursoren. Ledningsevnen blev aflæst, og indført i et regneark. Opmålingen blev fortaget fra midten af signalbredden på det øverste niveau, til midten af signalet på det nederste niveau. Springene er inddelt i opadgående- og nedadgående spring med henblik på en senere fortolkning. Der blev målt på serierne 1012ac, 1012ad og 1012ae samt 1212ac. Serierne er udvalgt på baggrund af, hvor let aflæselige de er, i forhold til udvælgelseskriterierne. I alt blev der målt på 201 grafer, hvorpå der blev målt 448 spring.

# Kapitel 8

## Resultater

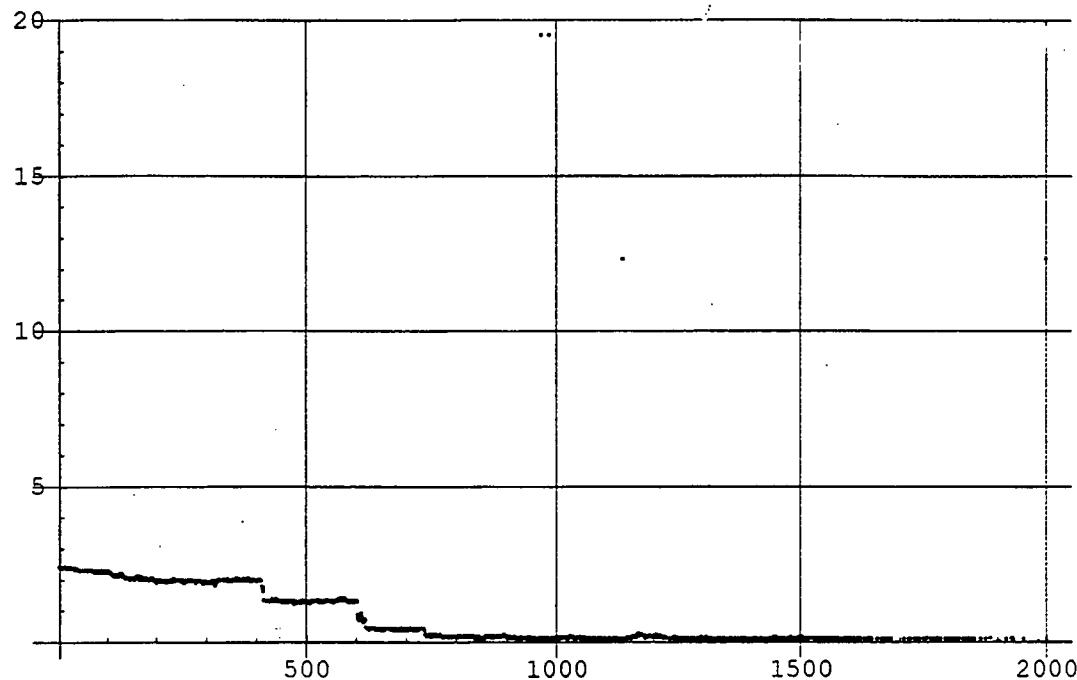
Følgende kapitel er en eksemplarisk præsentation af måleresultaterne. De nedenstående grafer angiver, hvordan ledningsevnen i nanokontakten udvikler sig som funktion af tiden. Graferne er angivet i enheder af  $2e^2/h$ , og tiden er i en arbitrer enhed.



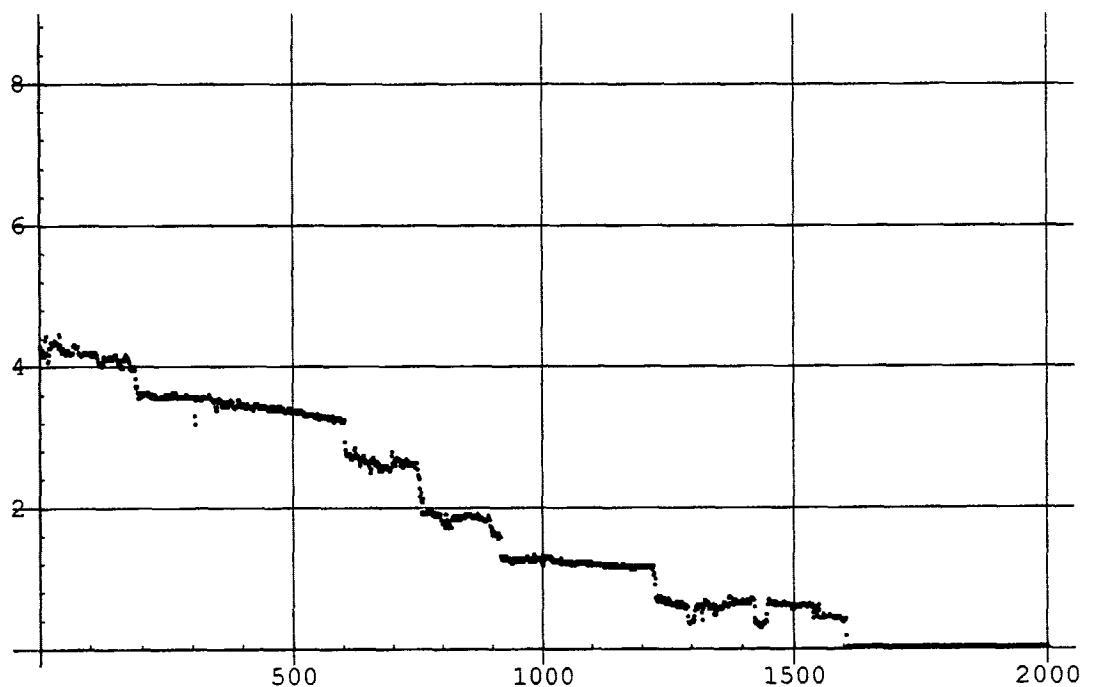
Figur 8.1 Følgende graf viser udviklingen når kontakten går fra fuld kontakt til helt afbrudt. Den lille kasse på grafen angiver det område, der er emnet for målingerne.

Selv om hver måling i sagens natur er forskellige, kan man alligevel godt opstille et sæt karakteristika for de typer målinger, som er lavet med vores nanokontakt. De fleste grafer inddeler sig på en eller anden måde over en række trin af meget varierende højde. Som regel ligner graferne i samme måleserie

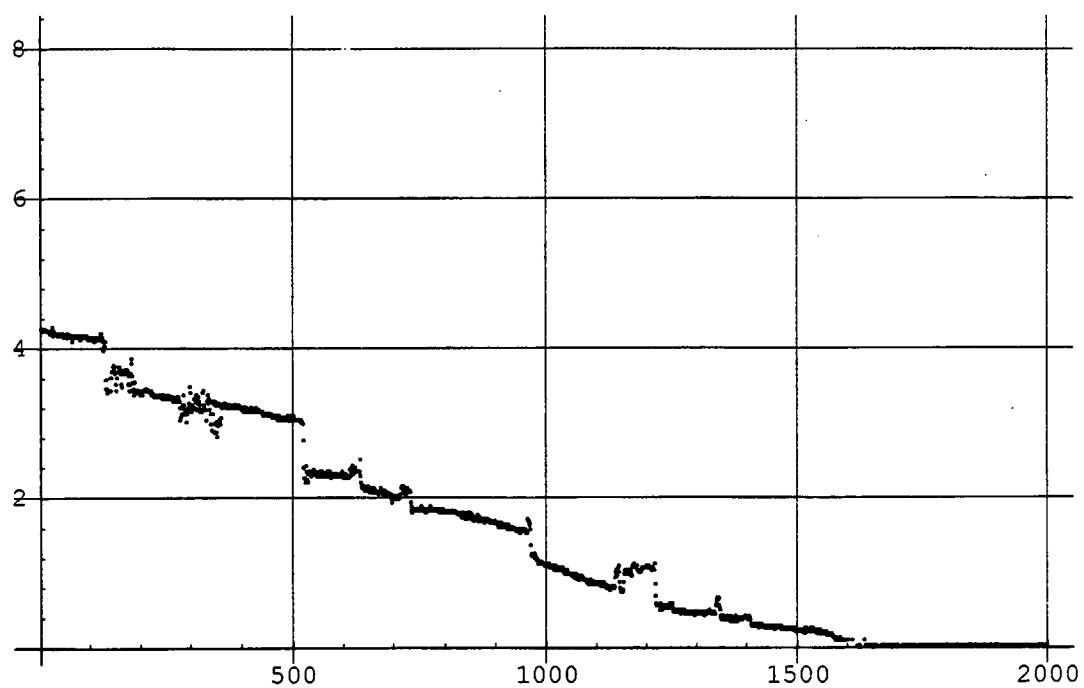
hinanden. De fleste målinger viser meget støj, når der måles ledningsevner over  $5 \frac{2e^2}{h}$ ; under dette niveau er der en klarere tendens til trin. Der er i det følgende præsenteret 6 grafer, der kan betragtes som typiske.



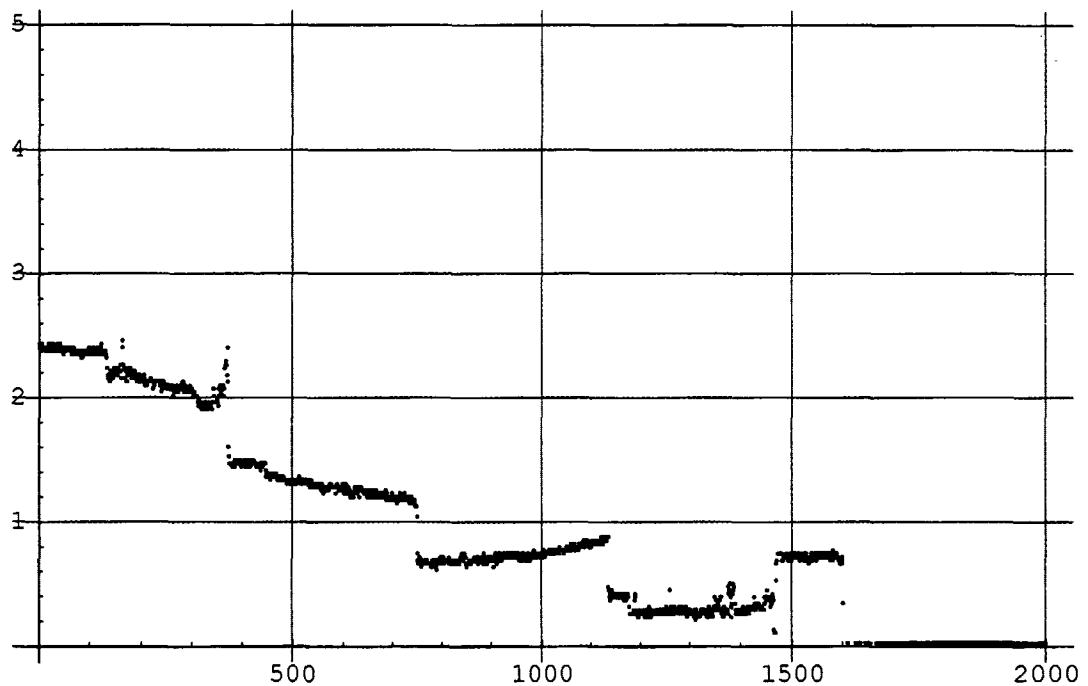
**Figur 8.2** Det "pæneste" eksempel er Graf 1012ae20 som viser hvordan kvantiseret ledningsevne kunne foregå ifølge teorien. Ledningsevnen falder løbende efterhånden som platintrådene trækkes fra hinanden. Der vises to næsten ækvidistante spring som godt kan illustre de to nederste trin af enheden  $2\frac{2e^2}{h}$ .



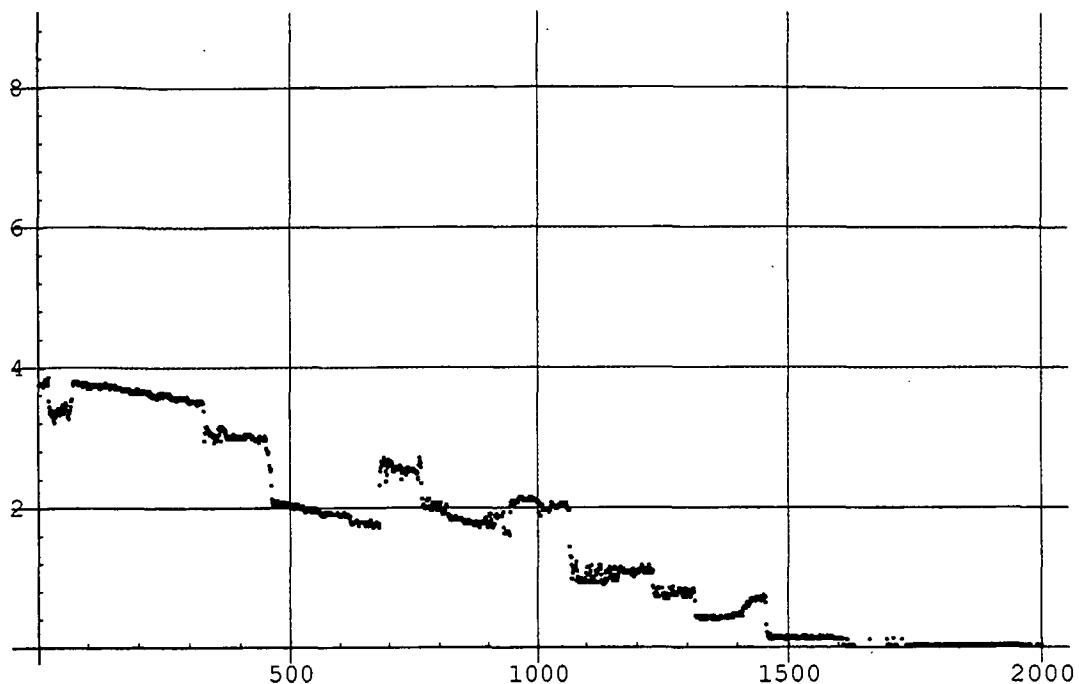
**Figur 8.3** Graf 1012ae17 viser et lignende billede ved en højere tidopløsning, hvor der samtidig kan skelnes flere trin. Dette billede er meget typisk, idet der er en tydelig støjtendens ved de højeste ledningsevner og fordi niveauerne hælder nedad på de højeste målte niveauer.



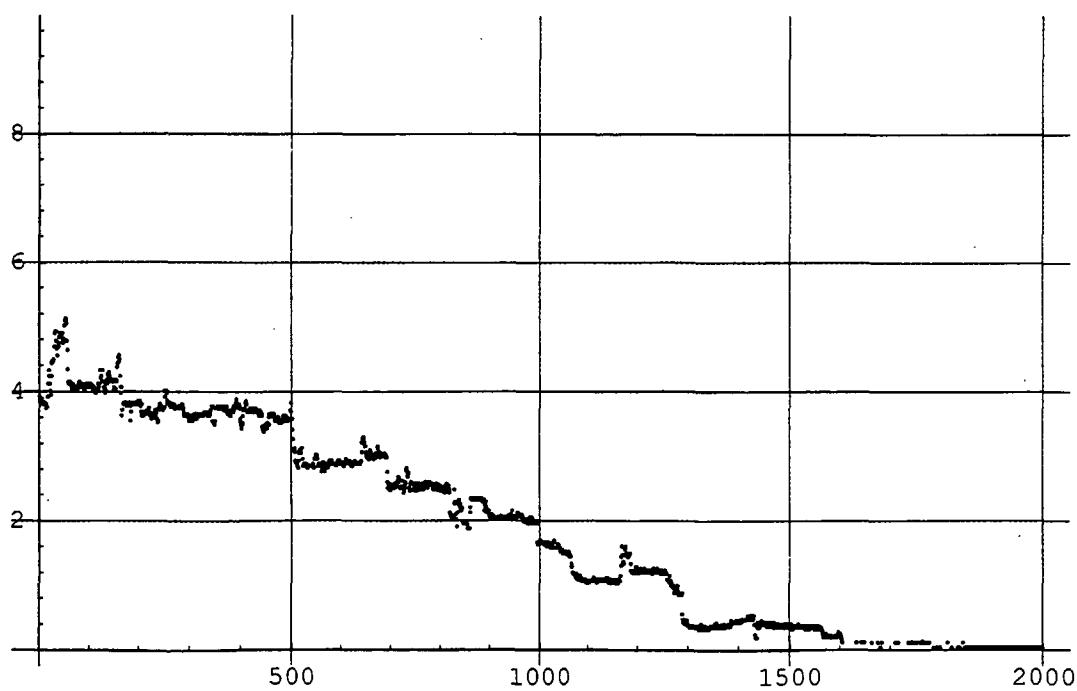
**Figur 8.4** Graf 1012ae16 viser de samme træk som 1012ae17, blot er de aftegnede niveauer skrånende mod en lavere ledningsevne for næsten alle niveauer. Det mest typiske er dog, at dette er tilfældet for de øverste niveauer.



**Figur 8.5** Graf 1012ae41 viser ved høj ledningsevne et lignende forløb som 1012ae-16 og -17, men viser en voksende ledningsevne på trin nr. 4 fra oven. Grafen viser også et klart spring opad i ledningsevne fra det sidste til det næstsidste niveau.



**Figur 8.6** Graf 1012ae24 viser de samme træk som 1012ae41. Her ses også at de højeste niveauer hælder lidt nedad. Dog har den et lidt mere "mudret" udseende, idet ledningsevnen lokalt stiger flere gange. Det er værd at bemærke det opadgående spring ved tid 570, som har slut niveau midt mellem det foregående springs niveauer.



**Figur 8.7** Graf 1012ae11 viser flere små og ikke helt abrupte spring.

# Kapitel 9

## Analyse

Dette kapitel ser på de forskellige histogrammer, der er fremkommet når data behandles efter de tre respektive metoder.

### 9.1 Analyse af resultater fra metode 1

Histogrammer over ledningsevneværdier er lavet for alle målingerne - se appendix D.

Alle histogrammerne er lavet med ens akser, og kan dermed umiddelbart sammenlignes.

#### 9.1.1 De store toppe

Mest iøjnefaldende er de store toppe som forekommer. Disse kommer hvis flere målinger (kun få skal til) ligger på samme værdi det meste af målingen. Målinger der ligger på samme værdi hele tiden er sorteret fra, men denne sorterings fjerne ikke det hele.

Da intervallængden er meget lille, vil sådanne målinger give pludselige toppe indenfor en enkelt eller to intervaller. Disse toppe skal der ses bort fra. Årsagen til toppene må hovedsageligt være placering af 'trigger-niveauet' i forhold til toppen af oscilloskopskærmen. Kommer en måling først ind ovenfra midt på skærmen, vil alle tidligere målepunkter få en værdi svarende til toppen af skærmen. Altså en direkte misvisende værdi. Dette skyldes den måde opsamplingsbufferen er indrettet på i oscilloskopet. Et måledata kan ikke få værdien 'ingenting' (Hewlett-Packet,1991). Samtidig er der mange målinger som slutter på eller lige over nul. Umiddelbart forklarer dette toppene ved de største og mindste  $G$ -værdier. Men undervejs i flere af målingerne er trigger-niveauet ændret, derfor forekommer de også andre steder.

Ved at trigge omkring nul, og gå tilbage, har vi undgået dette fænomen for måleserierne 1012.

#### 9.1.2 Maximum ledningsevneværdi

Endvidere er det meget forskelligt, hvad den maximale ledningsevneværdi der opnås er. Dette skyldes indstillingen af skærmstørrelsen, dvs. V/div på oscilloskopet. I den indstilling med flest V/div opnås de største ledningsevneværdier.

Måleserie 1112AB opnår meget høje ledningsevneværdier - helt op til ca. 20 enheder af  $2e^2/h$ . Af samme grund vises der ikke her noget klart billede, der opereres over et alt for bredt spektrum. Derfor kasserer vi denne måleserie.

### 9.1.3 Udvikling omkring nulpunktet

Det er bemærkelsesværdigt, at alle målingerne ikke har lokalt maximum ved nul. Det skyldes, at alle målingerne simpelthen ikke når nul, samt at der er en lille nulpunktforskydning på op til ca. 0,1 enheder af  $2e^2/h$ . Såfremt trigger-niveauet ikke er indstillet tæt ved nul, er det langt fra sikkert at en måling når nul.

### 9.1.4 Indbyrdes sammenligning af måleserierne mht. rytelser og indgangsspænding

Måleserierne 1012 og 1112 blev foretaget på et almindeligt bord, mens måleserierne 1212 blev foretaget på et såkaldt 'vibrationsfrift' bord. Der er ingen signifikant forskel i de to tilfælde.

Måleserierne 1112 blev foretaget med meget lille indgangsspænding, 1212 med mellem indgangsspænding og 1012 med størst indgangsspænding. Der er ingen signifikant forskel i de tre tilfælde.

## 9.2 Analyse af data fundet med computer - metode 2

Histogrammerne over hyppigheder af trinstørrelser er lavet for alle målingerne og trin-startværdier er lavet for måleserierne 1012ac og 1212ac - se appendix E.

### Hvilken nedre grænse

Ved at variere på værdien af den nedre grænse ville vi undersøge dennes betydning for hvad vi så. Det ses at jo lavere den nedre grænse er jo lavere værdier af springstørrelse er der afbildet på frekvensfordelingen. Dette kan forklares med at der kommer flere spring som skyldes støj og som har størrelse omkring størrelsen af den nedre grænse. Det vil altså sige at jo bedre man kigger efter jo mere støj får man med.

Det ændrer desuden på den relative frekvensfordeling at nedsætte den nedre grænse; sammenligner man f.eks. fordelingen med en nedre grænse på  $0,3 \cdot 2e^2/h$  med fordelingen hvor den er  $0,6 \cdot 2e^2/h$  for intervallerne  $[0,9;1,0]$ ,  $[1,0;1,1]$  og  $[1,1;1,2]$  har fordelingen med den lave nedre grænse flest springstørrelser i  $[1,0;1,1]$  mens det er i  $[0,9;1,0]$  for  $0,6 \cdot 2e^2/h$ . Det er dog ikke sådan at det relative udseende ændrer sig radikalt for de springstørrelser som er med for alle nedre grænser. Betydningen af den nedre grænse er derfor hovedsageligt hvor små springstørrelser som skal tælles med.

Hvis vi betragter den serie frekvensfordelinger, hvor den nedre grænse ændres, ses det, at det er de mindste spring, der er flest af. Som konsekvens kan et maximum først (på G-aksen) ikke fortolkes som signifikant, men mere som et udtryk for støjgrænsens placering.

Frekvensfordelingerne for alle syv måleserier er god tilnærmede ens. De starter alle i  $[0,3;0,4]$  hvor de har flest målinger svingende fra 27% til 39%. Derudover

falder de og flader ud omkring [1,1;1,2]. Ser vi ligesom sidst på den vedrørende placering på vibrationsfrit bord og forskellig indgangsspænding, er der heller ikke her nogen signifikant forskel. Vi har valgt at fortolke dem under ét, da de er så ens.

TABEL 9.1

**Oversigt over basic-metoden resultater**

**Antal spring pr. måling**

Måleserie	Antal målinger	Antal spring	Antal spring pr.måling
1012AC	22	98	4,5
1012AD	20	108	5,4
1012AE	55	567	10,3
1112AA	36	890	24,7
1112AB	34	2573	75,7
1212AA	29	143	4,9
1212AB	29	362	12,5
1212AC	57	448	7,9

Af ovenstående tabel 9.1 fremgår det for det første, at der sker spring som er større end  $0,3 \cdot 2e^2/h$ . Gennemsnittet af spring per måleserie varierer fra et gennemsnit på ca. 4 til ca. 25 (Måleserie 1112ab er frasorteret). Af frekvensfordelingen for måleserie 1012ac med en nedre grænse på  $0,6 \cdot 2e^2/h$  at der også sker spring som er større end denne nedre grænse.

For samtlige måleserier ligger over 66% af springstørrelserne i intervallet fra  $[0,3;0,6]$ , mens der i intervallet fra  $[0,8;1,1]$  er under 10% af springstørrelserne. Tilsvarende kan man ved en betragtning af frekvensfordelingerne for måleserierne se at springstørrelserne ikke grupperer sig omkring  $2e^2/h$ .

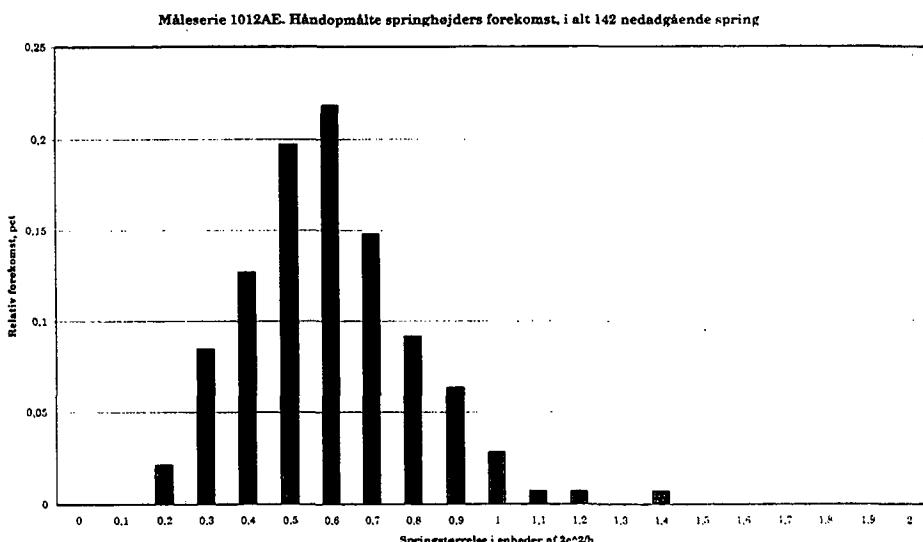
**Spring-startværdier**

Afbildning med en nedre grænse på  $0,3 \cdot 2e^2/h$  for 1012ac giver ikke noget klart billede af grupperinger, kun at værdier mellem  $3 \cdot 2e^2/h$  og  $5 \cdot 2e^2/h$  er skilt ud. Ændrer vi den nedre grænse til  $0,5 \cdot 2e^2/h$ , begynder der at komme en tendens til tre grupperinger. Ved en nedre grænse på  $0,6 \cdot 2e^2/h$  er denne tendens til tre grupperinger tydeligere, idet springstartværdierne fordeler sig på intervaller som er adskilt af hhv. 4 og 3 intervaller á  $0,1 \cdot 2e^2/h$ . Man skal dog bemærke at frekvensfordelingen er tegnet på baggrund af kun 18 springværdier, hvilket gør den usikker. Hvad angår gruppernes placering, ligger den første gruppe centreret omkring intervallet  $[1,0;1,1]$ , mens de to andres placeringer er mindre klare men er centreret omkring  $[1,9;2,1]$  og  $[3,1;3,3]$ . For måleserie 1212ac med nedre grænse på  $0,5 \cdot 2e^2/h$  er der antydning af en tendens til grupperinger centreret omkring  $[2,1;2,2]$  og  $[3,1;3,2]$ . For en nedre grænse på  $0,6 \cdot 2e^2/h$  er der en tendens til grupperinger centreret omkring  $[2,1;2,2]$  og  $[3,0;3,1]$ .

### 9.3 Analyse af de håndopmålte springstørrelser - metode 3

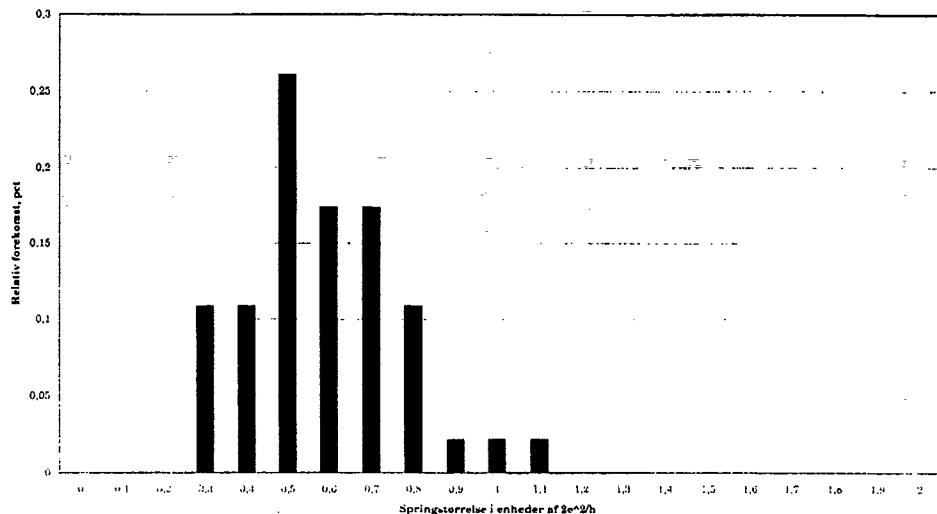
Nedenstående histogrammer viser hvor ofte springstørrelser af en bestemt værdi forekommer relativt til andre. De vil blive kommenteret undervejs, her skal blot nævnes, at hvor histogrammerne over absolutte ledningsevner byggede på mange observationer, er disse histogrammer lavet på baggrund af væsentligt færre observationer, simpelthen fordi der kun er en begrænset mængde spring i løbet af en måling.

#### 9.3.1 Optælling af nedadgående spring



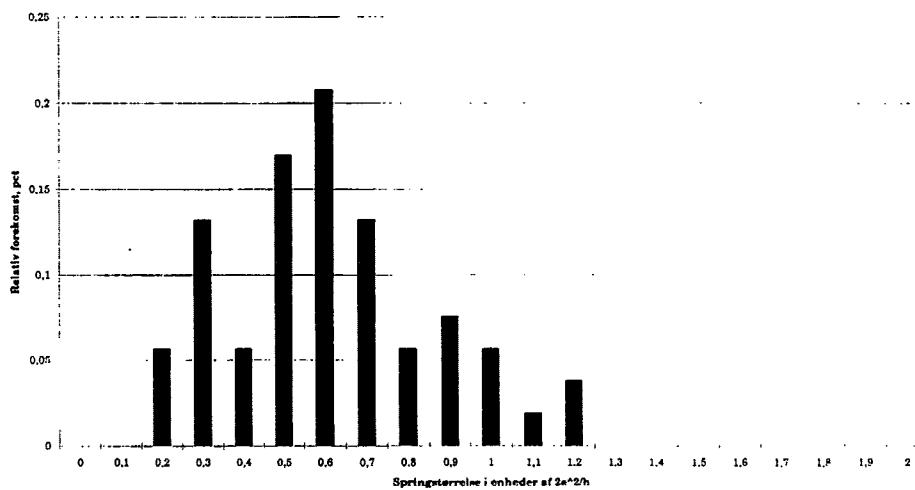
**Figur 9.2** Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (nedad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1012AE, 57/70 målinger. De fleste spring har størrelsen  $[0,5;0,6] 2e^2/h$ , men der er en næsten symmetrisk fordeling omkring dette maximum.

Måleserie 1012AD. Håndopmålte springhejders forekomst, i alt 46 nedadgående spring

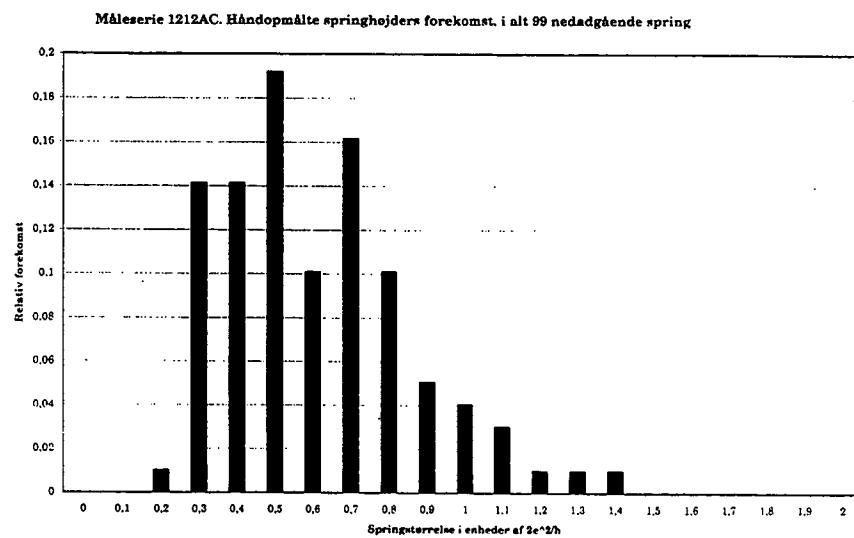


Figur 9.3 Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (nedad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1012AD, 20/25 målinger. Der er et maximum ved springstørrelsen  $5 \cdot 2e^2/h$ , og fordelingen omkring er asymmetrisk.

Måleserie 1012AC. Håndopmålte springhejders forekomst, i alt 53 nedadgående spring

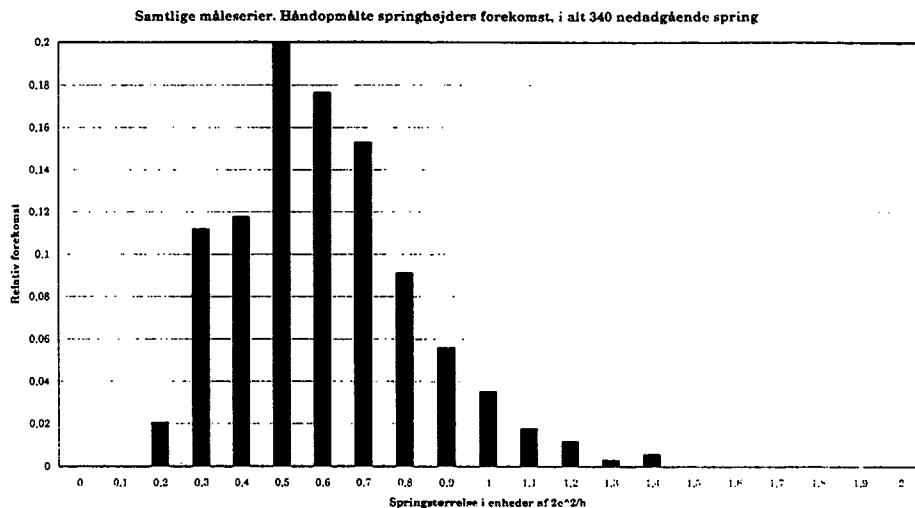


Figur 9.4 Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (nedad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1012AC, 22/28 målinger. Der er maximum i intervallet  $[0,5;0,7] 2e^2/h$ , og fordelingen er asymmetrisk.



**Figur 9.5** Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (nedad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1212AC, 55/78 målinger. Ingen ligger maximum omkring  $5 \cdot 2e^2/h$ , og fordelingen er asymmetrisk. Når histogrammet bygger på næsten 100 observationer, er det påfaldende at der er et lokalt minimum omkring  $0,6 \cdot 2e^2/h$ .

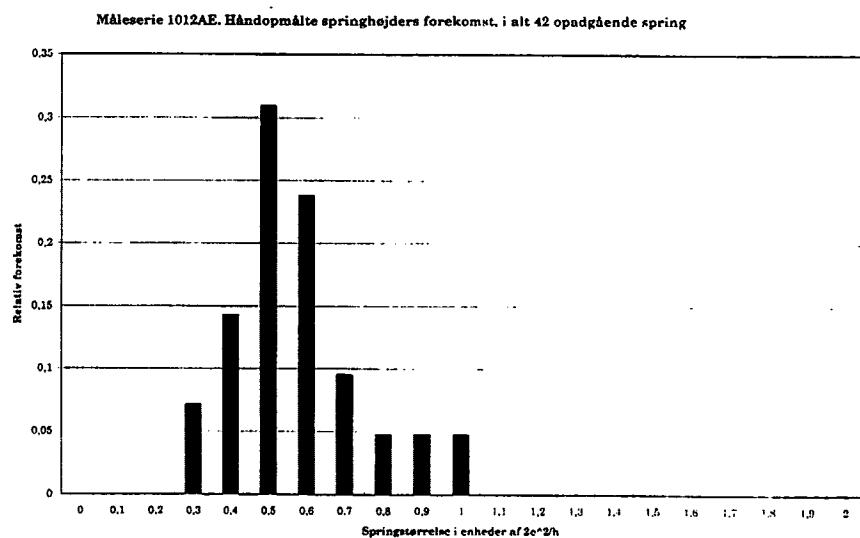
Ikke alle ovenstående histogrammer er baseret på lige mange observationer, hvilket gør det svært at sammenligne dem. Det er dog tydeligt, at ingen indeholder springstørrelser på under  $0,2 \cdot 2e^2/h$ , hvilket er en følge af den anvendte definition af spring. For dem alle gælder endvidere, at meget få spring har en størrelse på over  $1,2 \cdot 2e^2/h$ . Ingen spring er observeret større end  $1,4 \cdot 2e^2/h$ . Ovenstående histogrammer er ikke ens, men afviger dog ikke mere, end at vi vil analysere den samlede pulje af nedadgående springstørrelser med henblik på at sammenligne med puljen af opadgående springstørrelser (se senere).



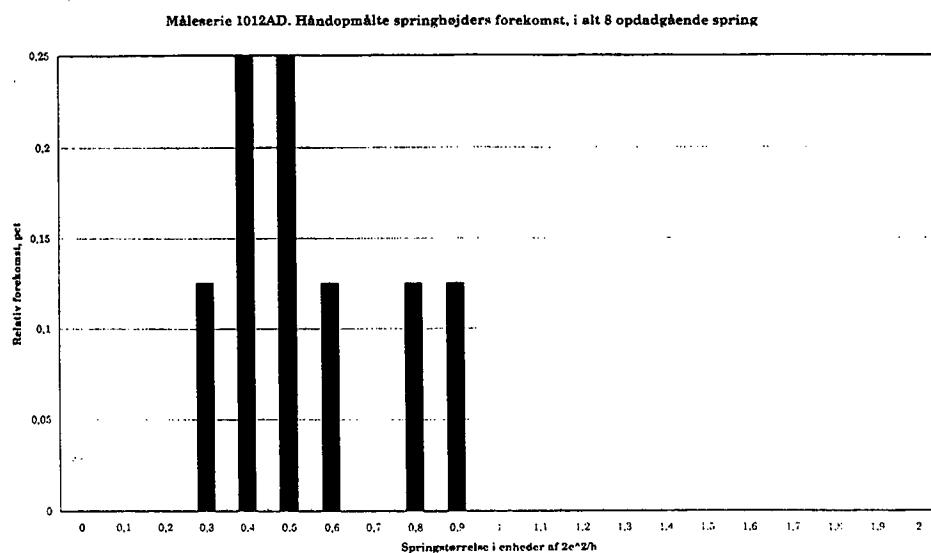
**Figur 9.6** Dette histogrammet er lavet på basis af samtlige målinger af nedadgående springhøjder, og det afslører at de fleste spring har størrelsen  $[0,5;0,7] 2e^2/h$ , samt at fordelingen omkring dette maximum er asymmetrisk.

### 9.3.2 Optælling af opadgående spring

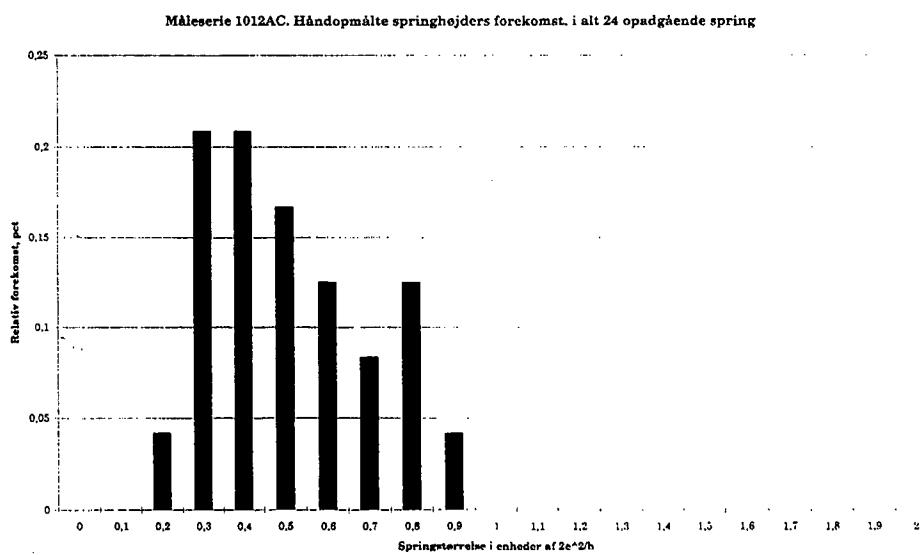
Der er ikke detekteret ligeså mange opadgående spring som nedadgående. Enkelte måleserier (se f.eks. 1012AD) indeholder bare 8 opadgående spring, hvilket fordrer en nænsom statistisk behandling.



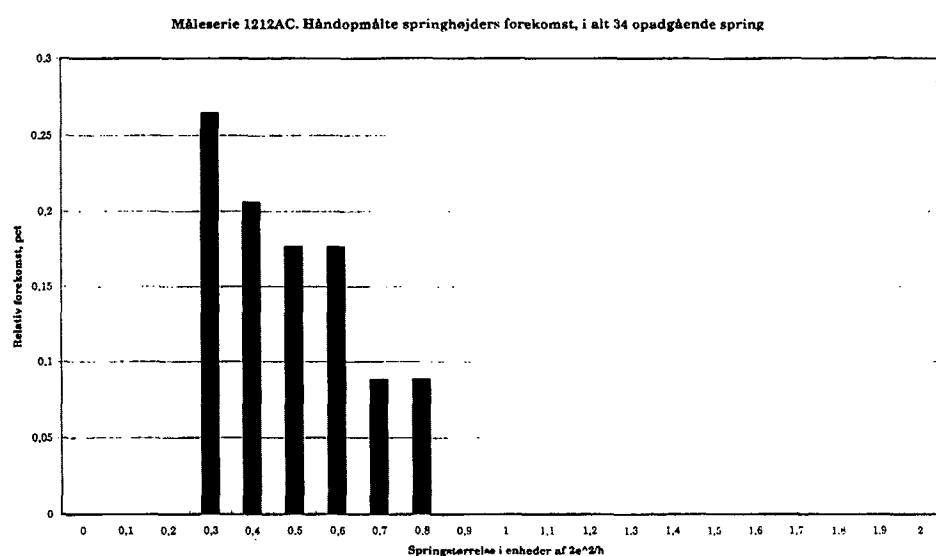
**Figur 9.7** Histogrammet viser den relative fordeling af opadgående springstørrelser i måleserie 1012AE, 57/70 målinger. De fleste spring har størrelsen  $[0,5;0,6] 2e^2/h$ ; fordelingen heromkring er asymmetrisk.



Figur 9.8 Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (opad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1012AD, 20/25. Der er kun 8 opmålinger; ingen af disse var spring på  $0,7 \cdot 2e^2/h$ .

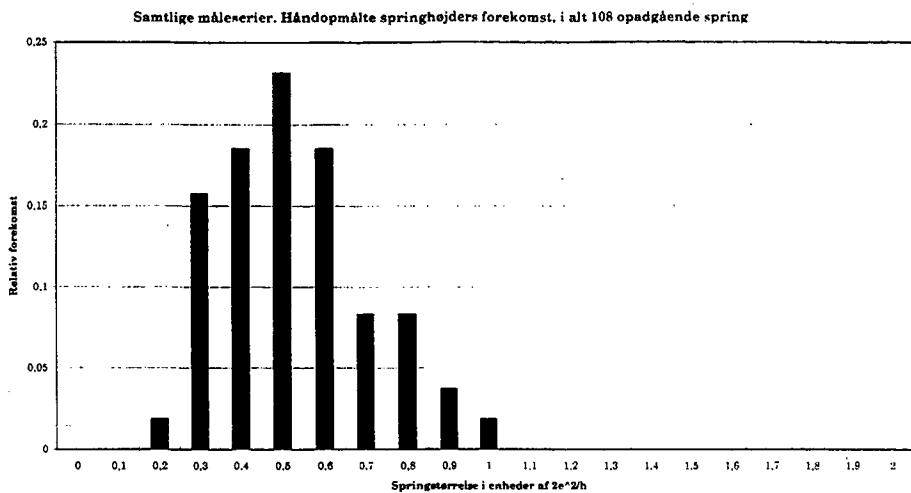


Figur 9.9 Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (opad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1012AC, 22/28 målinger. Maximumintervallet er i forhold til de nedadgående spring flyttet længere ned, nemlig til  $[0,3;0,5] 2e^2/h$ ; fordelingen er lidt afvigende i forhold til de andre, idet der er et lokalt maximum ved  $0,8 \cdot 2e^2/h$ .



**Figur 9.10** Histogrammet viser, hvor ofte springstørrelser (opad) af givne værdier forekommer relativt til hinanden i måleserie 1212AC, 55/78 målinger. Her er der også sket en betydelig flytning af maximumintervallet, ned til omkring  $0,3 \cdot 2e^2/h$ ; herefter aftager antallet jævnt.

Ligesom sidst er det ikke indlysende at slå alle måleserierne sammen. Det vil vi ikke desto mindre vove.



**Figur 9.11** Dette histogrammet er lavet på basis af samtlige målinger af opadgående springhøjder. Vi ser en maximum omkring  $0,5 \cdot 2e^2/h$  omkring hvilken der er en nogenlunde jævn fordeling. Hovedparten af springene op har en størrelse på  $[0,3;0,6] 2e^2/h$ , efter  $1,1 \cdot 2e^2/h$  ser vi ingen.

### Sammenligning af opad- og nedadgående spring

Sammenligner man de to oversigtshistogrammer, 9.11, 9.6 ser man, at der er en svag forskel i fordelingerne, en statistisk analyse afslører, at

$$x_{\text{middel,ned}} = 0,55$$

$$x_{\text{middel,op}} = 0,46$$

$$\text{Median}(x_{\text{ned}}) = 0,52$$

$$\text{Median}(x_{\text{op}}) = 0,46$$

Hvor de opadgående springs værdier er ligeligt fordelt, har fordelingen af de nedadgående springværdier en "hale" i den høje ende. For begge gælder det at eventuelle spring i den lave ende (under  $0,2 \cdot 2e^2/h$ ) ikke detekteres med denne metode.

Med hensyn til placering på vibrationsfrit bord og forskellige indgangsspændinger kan der ikke siges noget relevant, da kun et lille udsnit af måleserierne er med i denne analyse.

# Kapitel 10

## Fortolkning

### 10.1 Fortolkning af histogrammer over forekomende ledningsevneværdier - metode 1

Teoretisk set burde ledningsevnen kun kunne antage ganske bestemte værdier, som så ville være som toppe i et sådant histogram, med en spredning svarende til usikkerheden på målingerne.

Dette ser vi ikke. Umiddelbart giver denne analyse os derfor ikke noget klart svar overhovedet. Det tyder på at mange forskellige udviklinger er til stede. Her skal det bemærkes, at målingerne ikke er designet til denne form for afbildning, da antallet af målinger i hver serie ikke er ens og triggerniveauet ændres undervejs, og ikke er ens for de forskellige serier.

Dog må det undre, at afbildningen så lidt peger i retning af teorien. Der forekommer ikke rigtig nogle klare toppe omkring de hele enheder af  $2e^2/h$ .

### 10.2 Fortolkning af data fundet med computer

#### 10.2.1 Springsstørrelsernes fordeling

Den statistiske undersøgelse af hvilke springstørrelser, der er oftere forekomme end andre gjorde det ikke muligt for os, at bestemme en særlig foretrukken værdi. Tværtimod viste den, at jo mindre spring, man søger efter, des flere finder man. Det skal bemærkes at tomme intervaller i starten af frekvensfordelingen ikke skal fortolkes som at der ikke er spring af disse størrelser, men blot at den nedre grænse er valgt så disse sorteres fra. De små spring forekom oftest, og der var intet maximum omkring en springstørrelse på  $1 \cdot 2e^2/h$ , med mindre alle spring af størrelsen  $[0;0,8]$  sorteres fra. For alle (pånær én) af de måleserier, der er undersøgt med en nedre støjgrænse på  $0,3 \cdot 2e^2/h$  er hyppigheden springstørrelser en jævnt aftagende funktion af springstørrelsen. Undtagelsen er 1212aa 29/75 målinger, der har et ekstra lokalt maximum omkring springstørrelsen  $0,7 \cdot 2e^2/h$ .

Dette resultat tyder på, at Landauer formlen ikke kan anvendes til beskrivelse af vores system.

### **Springenes udspringsværdi**

I undersøgelserne af ledningsevneværdierne hvor der sker et spring, bliver billedet mindre klart hvis mindre springstørrelser bliver medtaget. Men hvis vi alene medtager spring større end  $0,6 \cdot 2e^2/h$  tyder undersøgelserne på at der forekommer spring i ledningsevne som sker fra nogle få ledningsevnenniveauer. Dette kan vi dog ikke fortolke entydigt i forhold til Landauers teori.

### **10.3 Fortolkning af fordelingen af håndopmålte springstørrelser**

Når eksperimentets resultater behandles efter den beskrevne metode, er den gennemgående tendens, at vi ser springstørrelser grupperet omkring et maximum på  $0,5 \cdot 2e^2/h$ . Det er ikke uinteressant at notere små forskelle på springstørrelser for opadgående og nedadgående spring, men denne variation forstyrrer ikke den gennemgående tendens.

Altså tyder dette på at ledningsevnen ikke er kvantiseret i enheder af  $2e^2/h$  men nærmere  $e^2/h$ .

# Kapitel 11

## Afslutning

Det er blevet tid til at samle op, og diskutere eksperimentets resultater. Vi begynder med at diskutere målingernes værdi, så de forskellige analysemetoder, samt en diskussion af den gavn, vi ville kunne få af en større datamængde. Dette fører os frem til rapportens konklusion, der perspektiveres i det sidste afsnit.

### 11.1 Diskussion

#### 11.1.1 Har vi målt på de sidste kvantetrin?

Den teori vi har anvendt, forudsætter at ledningsevnens kvantisering vil være særlig tydelig på det tidspunkt, hvor kun få kanaler er intakte; andre artikler (Olesen et al., 1994) refererer, at spring i ledningsevne registeres tydeligt indtil svarende til det fjerde kvanteledningsevnenniveau, og at billedet bliver grumset herover. Derfor ville det være rimeligt at undersøge, hvorvidt vores målinger virkelig er sket lige før den sidste kanal lukker. I det deleksperiment, vi kalder ”eftermåling af usikkerhed”,<sup>1</sup> kunne vi verificere, at nanokontaktens ledningsevne virkelig måles (når vi ser bort fra støj) til at være 0, 1 og højere enheder af  $2e^2/h$ . Derfor vil vi gå ud fra, at det vitterlig er de sidste kvantetrin, vi har målt på.

#### 11.1.2 Ser vi abrupte ændringer i den atomare struktur?

(Krans et al., 1995) kritiserer i deres artikel bl.a. (Olesen et al., 1994) for deres påstand om at de ser kvantiseret ledningsevne. (Krans et al., 1995) foreslår istedet, at der er observeret springende ladninger. Hvad med vores eksperiment? De resultater vi har, giver os desværre ikke mulighed for at give et kvalificeret svar på denne indvending; vi må henvise f.eks. til det svar Olesen et al. gav i deres senere artikel (1995).

#### 11.1.3 Ser vi klumper i strømmen?

Hvis strømmen igennem nanokontakten er meget lav kan man forestille sig at vi kunne se de enkelte elektroner passere.

<sup>1</sup>Her mäter vi ledningsevnen af (0, 1 og 2) parallelkoblede modstande med (kendte) værdier i nærheden af  $12.9\text{k}\Omega$

Den mindste strømstyrke er givet ved det mindste kvantetrin. Her er:  $I_N = 0,390V/12,9k\Omega = 3 \cdot 10^{-8} A$ .

Vores tidsopløsning er af størrelsesordenen  $10^{-6}s$ , hvor mange elektroner svarer det til?

$$N_e = 10^{-6}s \cdot 3 \cdot 10^{-8} \frac{C}{s} / 1,6 \cdot 10^{-19} C = 2 \cdot 10^5 \text{ elektroner}$$

Vi må konkludere at vi ikke kan se de enkelte elektroner.

#### 11.1.4 Kan vi analysere alle måleserierne under ét?

De forskellige måleserier er lavet under svagt variende forhold, bl.a. med større eller mindre indgangsspænding, eller på et almindeligt bord contra et rystefrit bord. Dette skete, fordi vi forventede at se en forskel. Måleserierne er heller ikke ens, men ikke desto mindre afviger de ikke mere fra hinanden, end at vi vil se på dem under ét, for at opnå så stort et antal observationer som muligt. De computer-hjulpne analyser, der er foretaget, er selvsagt udført med samme programparametre, er de eneste vi sammenligner. Alle de "håndopmalte" trinstørrelser er foretaget af den samme person, for at optimere sammenligneligheden.

#### 11.1.5 Kan optællingen af absolutte ledningsevner påvise at ledningsevnen er kvantiseret?

Den statistiske analyse af, hvilke ledningsevner vi har målt, blev afbildet i histogrammer der ikke udviste særlige toppe omkring værdier svarende til 1, 2 eller højere enheder af  $2e^2/h$ . Kan dette overraskende resultat skyldes at ledningsevnene niveauerne er forrykket på grund af en systematisk fejl? Kun histogrammerne fra måleserie 1012AD (24/25 målinger) samt eventuelt 1112AA 50/52 kan tyde herpå. I givet fald skulle niveauerne dog være rykket med helt op til  $0,5 2e^2/h$ , og så store systematiske fejl har vi ikke fundet. Eftermålingen af usikkerheden på opstillingen viste at vi faktisk mäter ret præcist. Kunne det tænkes, at de karakteristiske toppe udvises af overvældende mange fejlmålinger? To måleseriers histogrammer taler for, det er 1012AC28/28; 1012AE, 66/70, der begge viser en ikke helt jævnt aftagende fordeling. For de andres vedkommende skal man sortere meget kraftigt for at få en væsentlig anderledes fordeling. Så kraftig en sortering har vi ikke fundet forsvarlig; i stedet må vi konkludere, at enten er ledningsevnen af vores nanokontakt ikke kvantiseret, og båndlagt til at antage karakteristiske værdier sådan som forudset, eller også kan denne dataanalyse ikke afsløre dette fænomen.

#### 11.1.6 Kan måling af springstørrelse vha. basic-programmet påvise, at ledningsevnen er kvantiseret?

Springstørrelserne fordeler sig ikke omkring  $2e^2/h$  som Landauers teori forudsiger, dette kunne skyldes at den nedre grænse vi har valgt tager for mange støj-spring med og derfor forplumper billedet. Undersøgelsen af måleserie 1012AC mht. den nedre grænse tydede ikke herpå.

Dette overraskende resultat kunne måske i stedet forklares af det fænomen, vi har beskrevet som "systemets reaktionstid". Målingerne af reaktionstiden,  $\tau$  har vist, at den har næsten samme værdi for samtlige måleserier,  $\tau \approx 3\mu s$ .

Den måde basic-programmet finder trinstørrelse, sikrer dog, at der måles hele afstanden fra springstart til springstop, og virker derfor uafhængigt af systemets reaktionstid. Ligesom sidst må vi konkludere, at enten er ledningsevnen af vores nanokontakt ikke kvantiseret på en sådan måde, at ledningsevnen falder brat i karakteristiske trin sådan som forudset, eller også kan denne dataanalyse ikke afsløre dette fænomen.

#### **11.1.7 Kan måling af spring-start værdierne vha. basic-programmet påvise, at ledningsevnen er kvantiseret?**

Denne analyse har det ikke været mulig entydigt at fortolke.

#### **11.1.8 Kan manuel måling af springstørrelser påvise, at ledningsevnen er kvantiseret?**

##### **De nedadgående trins størrelser**

Undersøgelsen af, hvor ofte nedadgående trin af variende størrelse forekom, viste et maximum omkring  $0,5 \cdot 2e^2/h$ , og at fordelingen heromkring var en anelse asymmetrisk. Dette overraskende resultat er svært at forklare. Som for basic-programmets vedkommende kunne man indvende at reaktionstiden måske har spillet ind, men det er svært at tro: Når man med egne øjne undersøger de abrupte ændringer i ledningsevnen, lægger hjælpelinier i ved det gennemsnitlige niveau før og efter springet, spiller reaktionstiden ikke ind.

##### **De opadgående trins størrelser**

Vi lavede parallelt en undersøgelse af, hvor ofte opadgående trin af givne værdier forekom. Den viste os dels, at de forekom langt sjældere, dels at deres fordeling relativt til hinanden havde maximum også omkring  $0,5 \cdot 2e^2/h$ . Når man i øvrigt sammenligner opadgående spring med nedadgående ses det, at de opdadgående stort set ikke detekteres større end  $1 \cdot 2e^2/h$ . Dette resultat er ikke i modstrid med den teoretiske model vi opstillede, men kan på den anden side heller ikke understøtte den alene. Alt i alt må vi konkludere, at enten er ledningsevnen af vores nanokontakt ikke kvantiseret på en sådan måde, at ledningsevnen falder brat i trin på  $1 \cdot 2e^2/h$ , sådan som forudset eller også er ledningsevnen kvantiseret i enheder af  $e^2/h$ .

#### **11.1.9 Har vi tilstrækkelig data?**

Man vil altid kunne indvende, at vi bygger vores analyse på et for spinkelt statistisk materiale, og det er dog sandt, at nogle undersøgelser har et lille antal observationer. En yderligere dataindsamling og -behandling ville måske gøre os i stand til at udtales mere konklusivt, men ville på den anden side optage en uforholdsmaessigt stor del af gruppens ressourcer.

## 11.2 Konklusion

Vi har undersøgt vores opstilling, og behandlet resultaterne af udvalgte dele af måleserierne. Uanset hvilken af de tre analysemetoder vi har taget i anvendelse, har vi *ikke* kunnet finde det forventede resultat, at ledningsevnen af nanokontakten er kvantiseret i enheder af  $2e^2/h$ .

Den statistiske analyse af hvilke værdier ledningsevnen antager, gav ikke noget klart svar på, hvorvidt ledningsevnen i det væsentlige antager bestemte karakteristiske niveauer.

Den computertekniske analyse af, hvilke værdier springene typisk har, viste at der ikke er en sådan typisk værdi.

Opmålingen af springstørrelser ”i hånden” viste, at nedadgående spring på  $0,5 \cdot 2e^2/h$  forekom oftere end andre, at der var en fordeling omkring dette maximum og at der var en ”hale” af spring op til max.  $1,4 \cdot 2e^2/h$ . Endvidere at der for opadgående spring viste sig næsten samme fordeling med maximum omkring  $0,5 \cdot 2e^2/h$ , men uden spring større end  $1,1 \cdot 2e^2/h$ .

Vi kan med vores opstilling altså ikke eftervise, at nanokontaktens ledningsevne er kvantiseret i hele multipla af  $2e^2/h$ , sådan som forudsagt af bl.a. (Landauer, 1957) og vist af bl.a. (Olesen et al, 1994).

Da denne måde at lave eksperimentet på, som resultat giver en fordeling af springstørrelse, der har maximum omkring spring på  $0,5 \cdot 2e^2/h$ , må det være fordi den idealmodel, beskrevet i et tidligere afsnit ikke kan anvendes til at beskrive vores opstilling. Man kunne operere med en udvidet model, hvor transmissionssandsynligheden ikke er 1, eller hvor der ingen udartning er for de transmitterede elektroner, eller mere generelt, hvor én eller flere af de gjorte approximationer bortkastes, men det ligger udenfor dette projektarbejdes rammer at opstille en mere fuldstændig model for eksperimentet.

Altså kan vi ikke opstille et eksperiment, der på simpel og præcis vis kan eftervise kvantiseringen af ledningsevnen i nanoledere.

Med henvisning til problemformuleringen må vi konstatere, at det *har* været muligt at opstille et simpelt eksperiment, der kvalitativt efterviser, at ledningsevnen i nanoledere er kvantiseret, men at en kvantitativ eftervisning af de teoretiske forudsigelser ikke har været mulig.

## 11.3 Perspektivering

Vores undersøgelse kan ikke reproducere tidligere publicerede resultater hvilket er interessant; det giver en eksperimentalfysiker blod på tanden at kunne eftervise noget andet end andre. Det ville det være af stor interesse, at undersøge andre materialer end platin, da Olesen et al (1994) beskriver at netop platin udviser anden opførsel end andre metaller.

Vores begrænsede ressourcer har fordret, hvad man kan kalde et lavpris-eksperiment. Vi ser en række fordele ved ikke at betjene sig af dyre instrumenter, og avanceret teknik, hvis man kan klare sig uden, da det giver kolleger en større mulighed for at reproducere eksperimenterne.

## Kapitel 12

### Litteraturliste

- Alonso, M., Finn, E. : *Fundamental University Physics*, Vol 3, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, USA, 1968.
- Beenakker, C., van Houten, H.: *Quantum Point Contacts*, Physics Today, **49** (1996), nr. 7, 22-27.
- Beenakker, C., van Houten, H.: *Quantum Transport in Semiconductor Nano-structures*, Solid State Physics **44**(1991), nr. 1, 1-228.
- Brandbyge, M., Olesen, L., Lægsgaard, E., Stensgaard, I., F. Besenbacher, Schiøtz, J., Stoltze, P. Jacobsen, K.W., Nørskov, J.K., Sørensen, M.R.,: *Quantized conductance in Atom-Sized wires between two metals*, Phys. Rev. B: Condens. Matter **52**(1995), nr. 11, 8499-8514.
- Costa-Krämer, L., Garcia, N., Garcia-Mochales, P., Serena, P.A.: *Nanowire formation in macroscopic metallic contacts: quantum mechanical conductance tapping a table top*, Surf. Sci., **342**(1995), L1144-L1149.
- Costa-Krämer L., Garcia, N.: *Quantum-Level Phenomena in Nanowires*, Europhysics News, **27** (1996), 89-92.
- Ehrenreich H., Turnbull, D.: *Preface*, Solid State Physics, **44** (1991), nr. 1, vii-ix.
- Ferroperm : *Piezoceramics*, Materiale beskrivelse fra Ferroperm, Kvistgård, Danmark, 1992.
- Hewlett-Packard *HP54600A and HP54601A Oscilloscopes Programmer's Guide*, 2.udgave, 1991.
- Horowitz, P., Winfield, H.: *The Art Of Electronics*, 2.Udgave, Cambridge University Press, New York, 1989, 175-182.
- Kittel, C.: *Introduction to Solid State Physics*, 7.udg., John Wiley & Sons, Inc, New York, USA, 1996.
- Kittel, C. og Kroemer, H.; *Thermal Physics*, 2.udg., WH Freeman, San Francisco, 1980.

- Krans, M., Muller, C.J., van der Post, N., Postman, F.R., Sutton, A.P., Todorov, T.N., van Ruitenbeek, J.M.: *Comment on "Quantized Conductance in an Atom-Sized Point Contact"*, Phys. Rev. Lett., **74** (1995), nr. 11, 2146.
- Landauer, R.: *Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction*, IBM J. Res. Develop., **1**(1957), nr. 1, 223-231.
- Ohanian, H.C.: *Physics*, 2. udg, udvidet, W.W. Norton & Company, New York, USA, 1988.
- Olesen, L., Lægsgaard, E., Stensgaard, I., F. Besenbacher, Schiøtz, J., Stoltze, P. Jacobsen, K.W., Nørskov, J.K.: *Quantized Conductance in an Atom-Sized Point Contact*, Phys. Rev. Lett. **72**(1994), nr. 14, 2251-2254.
- Olesen L., Lægsgaard, E., Stensgaard, I., F. Besenbacher, Schiøtz, J., Stoltze, P. Jacobsen, K.W., Nørskov, J.K.: *Reply*, Phys. Rev. Lett. **74**(1995), nr. 11, 2147.
- Payne, M.C.: *Electrostatic and electrochemical potentials in quantum transport*, J. Phys. Condens. Matter **1**(1989), nr. 30, 4931-4938.
- Skoog, D.A., West D.M., Holler, J.F.: *Fundamentals of Analytical Chemistry*, 7.udgave, N.Y. Saunders College Publ., 1996.
- Stone, A.D., Szafer, A.: *What is measured when you measure a resistance? - The Landauer formula revisited*, IBM J. Res. Devlop, **32** (1988), nr. 3, 384-413.
- Studieordningen for fysik*, Roskilde Universitets Center, September 1996, 4-5.
- Viscor, P. *Pers.komm.* , 1996.

# Appendiks A: Målinger på operationsforstærkeren

## Operationsforstærkeren

(De med kursivted skrevne resultater er direkte måleresultater, resten er beregnet herfra).

### Opstilling 1

Teoretisk bestemmelse af forstærkning

	Resistans kOhm	Usikkerhed %		Forstærkning
R1.a	<b>624</b>	0,03%+/-2	R1a/R2a	52,1
R1.b	<b>623</b>	0,03%+/-2	R1b/R2b	52,1
R2.a	<b>11,98</b>	0,03%+/-2		
R2.b	<b>11,96</b>	0,03%+/-2		

Modstandene er målt taget ud af deres respektive kredsløb med hængsler på.  
Målingerne er foretaget med et multimeter af typen "Fluke 75".

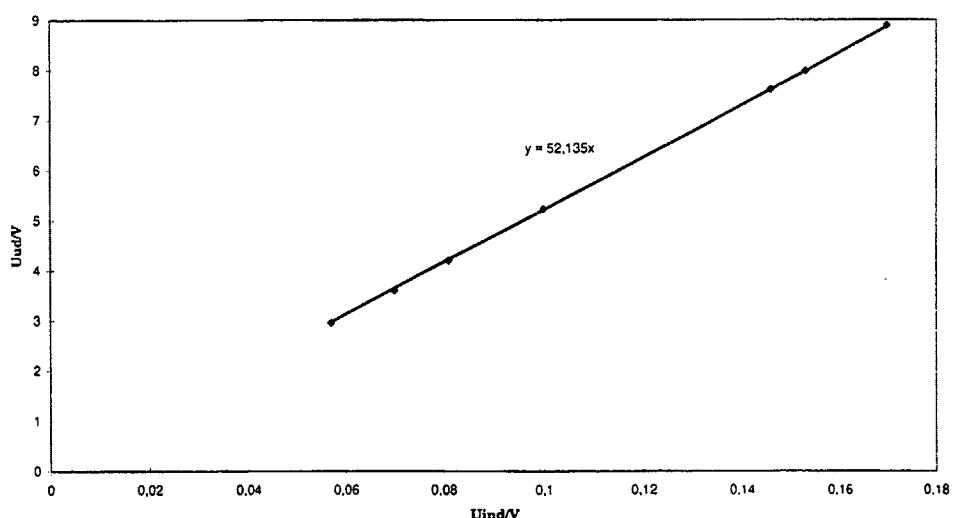
### Eftermåling af forstærkning

Uind mV	Forventet V	Uud V	Forstærkn ing	Spredning Uind mV	Spredning Uud mV
<b>57</b>	2,97	<b>2,95</b>	51,8	<b>35</b>	<b>218</b>
<b>70</b>	3,65	<b>3,6</b>	51,4	<b>40</b>	<b>218</b>
<b>81</b>	4,22	<b>4,2</b>	51,9	<b>40</b>	<b>218</b>
<b>100</b>	5,21	<b>5,23</b>	52,3	<b>29</b>	<b>188</b>
<b>146</b>	7,60	<b>7,61</b>	52,1	<b>37</b>	<b>218</b>
<b>153</b>	7,97	<b>7,98</b>	52,2	<b>31</b>	<b>218</b>
<b>170</b>	8,85	<b>8,89</b>	52,3	<b>35</b>	<b>218</b>

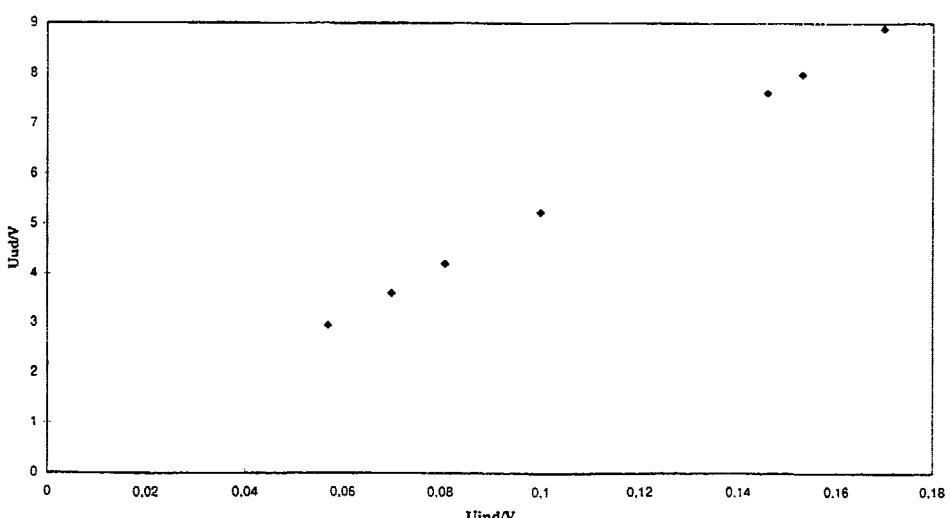
Indgangsspændingen Uind og Udgangsspændingen Uud blev begge målt via oscilloskopet.  
Indgangsspændingen blev leveret af en spændingskilde af typen "Power Supply Type E5 11.17".  
Det skal bemærkes at operationsforstærkeren inverterer udgangssignalet, så det reelt set  
er negativt. Det har vi set bort fra i denne sammenhæng, da vi således bare inverterer igen på  
oscilloskopet.

Alle gange er det funktionen V-average på oscilloskopet som ligger til grund for aflæsningen.

Opstilling 1: Uud som fkt. af Uind



Opstilling 1: Uud som fkt. af Uind



# Operationsforstærkeren

(De med kursiv/ted skrevne resultater er direkte måleresultater, resten er beregnet herfra).

## Opstilling 2

Teoretisk bestemmelse af forstærkning

	Resistans kOhm	Usikkerhed		Forstærkning
R1.a	<b>623</b>	0.03% +/-2		R1a/R2a 52.0
R1.b	<b>624</b>	0.03% +/-2		R1b/R2b 52.2
	kOhm			
R2.a	<b>11.98</b>	0.03% +/-2		
R2.b	<b>11.96</b>	0.03% +/-2		

Måstanden er målt taget ud af deres respektive kredsløb med hængsler på.

Målingerne er foretaget med et multimeter af typen "Fluke 75"

## Eftermåling af forstærkning

Uind mV	Forventet V	Uud mV	Forstærkn ing	Spredning Uind mV	Spredning Uud mV
<b>10</b>	0.52	<b>480</b>	48.0	<b>18.75</b>	<b>140</b>
<b>20,36</b>	1.06	<b>1017</b>	50.0	<b>18.75</b>	<b>153</b>
<b>37</b>	1.92	<b>1775</b>	48.0	"	"
<b>40</b>	2.08	<b>1944</b>	48.6	<b>31</b>	<b>137.5</b>
<b>52</b>	2.70	<b>2555</b>	49.1	<b>25</b>	<b>150</b>
<b>59</b>	3.07	<b>2888</b>	48.9	<b>25</b>	<b>140</b>
<b>100</b>	5.20	<b>4930</b>	49.3	<b>25</b>	<b>187</b>

Indgangsspændingen Uind og Udgangsspændingen Uud blev begge målt via oscilloskopet.

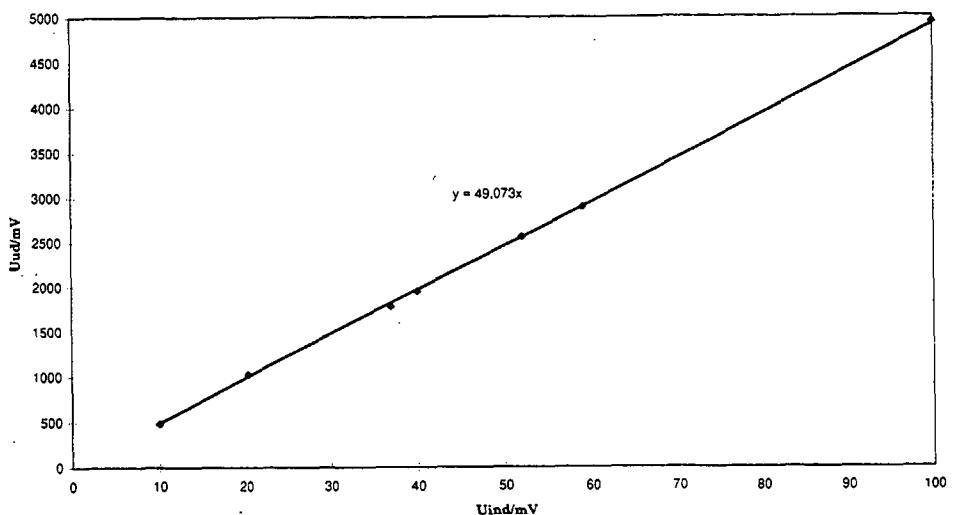
Indgangsspændingen blev leveret af en spændingskilde af typen "Type FBS"

koblet med vores spændingsdeler - model 2.

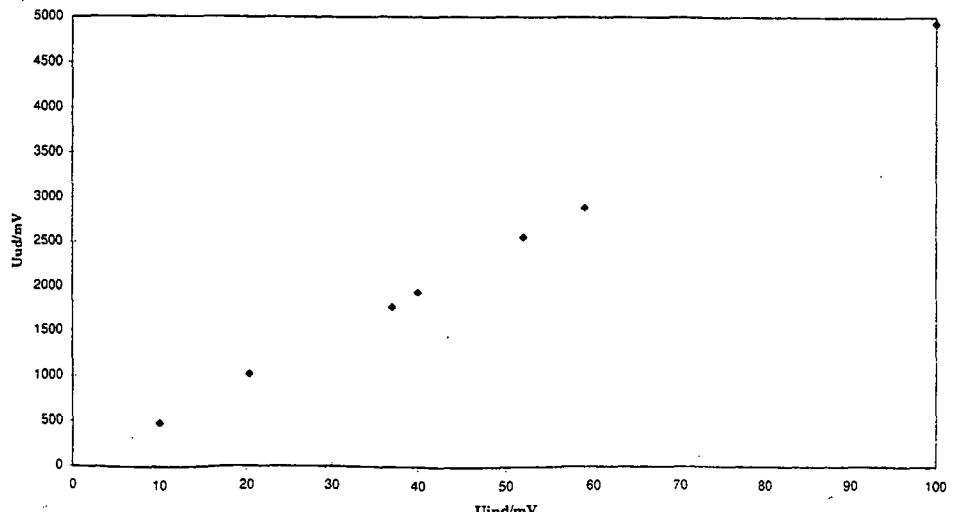
Det skal bemærkes af operationsforstærkeren inverterer udgangssignalen, så det reelt set er negativt. Det har vi set bort fra i denne sammenhæng, da vi bare inverterer igen på oscilloskopet

Alle gange er det funktionen V-average på oscilloskopet som ligger til grund for aflæsningen.

Opstilling 2: Uud som fkt. af Uind



Opstilling 2: Uud som fkt. af Uind



# Operationsforstærkeren

(De med kursiv/fed skrevne resultater er direkte måleresultater, resten er beregnet herfra).

## Opstilling 3

Teoretisk bestemmelse af forstærkning

	Resistans MOhm	Usikkerhed		Forstærkning
R1,a	<b>12.24</b>	0,03%+/-2	R1a/R2a	1022
R1,b	<b>12.24</b>	0,03%+/-2	R1b/R2b	1023
			kOhm	
R2,a	<b>11.98</b>	0,03%+/-2		
R2,b	<b>11.96</b>	0,03%+/-2		

Modstandene er målt taget ud af deres respektive kredsloeb med hængsler på.

Målingerne er foretaget med et multimeter af typen "Fluke 75"

## Eftermåling af forstærkning

Uind mV	Forventet V	Uud V	Forstærkn ing	Spredning	
				Uind mV	Uud mV
<b>1</b>	1,02	<b>0,877</b>	877,0	<b>18</b>	<b>125</b>
<b>1,9</b>	1,94	<b>1,7</b>	894,7	<b>18</b>	<b>250</b>
<b>3,5</b>	3,58	<b>3,2</b>	914,3	<b>22</b>	<b>250</b>
<b>4</b>	4,09	<b>3,8</b>	950,0	<b>20</b>	<b>250</b>
<b>5</b>	5,11	<b>5</b>	1000,0	<b>19</b>	<b>312</b>
<b>6,5</b>	6,64	<b>6,07</b>	933,8	<b>20</b>	<b>250</b>
<b>7,6</b>	7,76	<b>7,06</b>	928,9	<b>18</b>	<b>250</b>
<b>8,2</b>	8,38	<b>7,5</b>	914,6	<b>21</b>	<b>250</b>
<b>9,7</b>	9,91	<b>9,1</b>	938,1	<b>21</b>	<b>250</b>
<b>10</b>	10,22	<b>9,14</b>	914,0	<b>21</b>	<b>250</b>

Indgangsspændingen Uind og Udgangsspændingen Uud blev begge målt via oscilloskopet.

Indgangspændingen blev leveret af en spændingskilde af typen "Power Supply Type E5 11.17"

koblet med vores spændingsdeler - model 1.

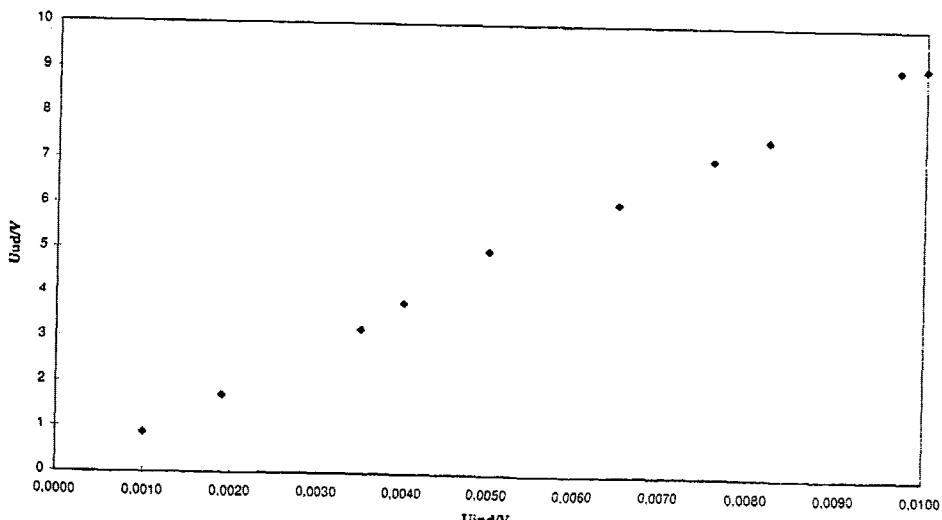
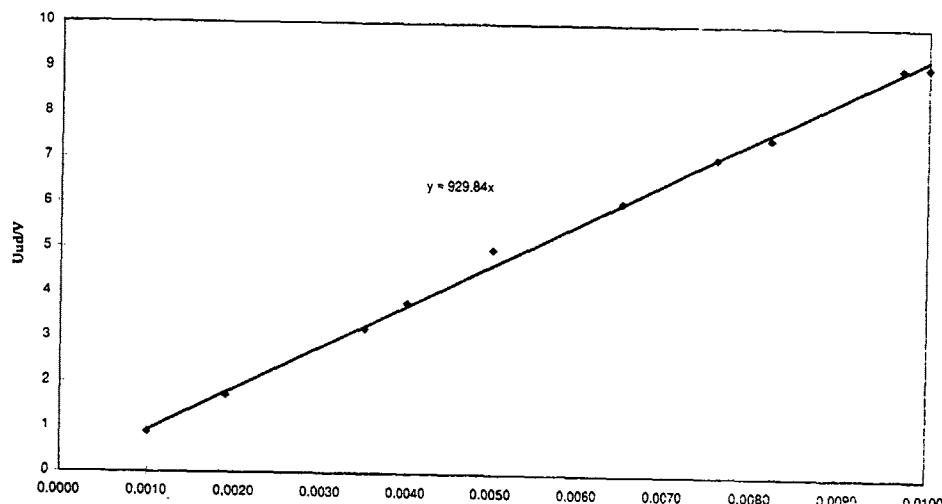
Det skal bemærkes af operationsforstærkeren inverterer udgangssignalet, så det reelt set er negativt. Det har vi set bort fra i denne sammenhæng, da vi bare inverterer igen på oscilloskopet

Ved disse målinger var spredningen på spændingssignalerne så store at aflæsningen var

besværlig. Derfor har vi betragtet resultat over tid, og aflæst det hyppigst forekommende.

Alle gange er det funktionen V-average på oscilloskopet som ligger til grund for aflæsningen.

Opstilling 3: Uud som fkt. af Uind



## Appendiks B:

### Basicprogram som analyserer data efter trin

#### Hovedprogram

' Dette lille program analyserer måledata efter trin  
' Det finder størrelsen på dem og gemmer disse som data.  
'  
' Det skal bemærkes, at trin i programmet er 'fald' - ikke 'stigninger'

' Filnavn : \trinalanal.bas

```
DECLARE SUB indledning ()  'Programdefinering af underrutiner
DECLARE SUB hentfil ()
DECLARE SUB gemfil ()
DECLARE SUB trinalanalyse ()
DECLARE SUB printerudskrift ()
DECLARE SUB skaermudskrift ()
DECLARE SUB trinfinder ()
```

' Så dimensioneres alle vigtige variable til brug for alle underrutiner
DIM SHARED fil\$ ' variabel til målingens nummer
DIM SHARED anafil\$ ' arbejdsvariabel mht. navn\$
DIM SHARED navn\$ ' variabel til fil trinstørrelse data
DIM SHARED gfil\$ ' variabel til fil med ledningsværdidata
DIM SHARED enhedsgdata(2000) ' variabel til omregnede rådata fra fil
DIM SHARED trinstr(2000)
DIM SHARED nummer
' arbejdsvariabel til forskelle imellem målepunkt n og målepunkt n+1
DIM SHARED stoej ' nedre grænse for trinstørrelse

' arbejdsvariable til springudvælgelse:
DIM SHARED spring(2000)
DIM SHARED placemax(10000)
DIM SHARED placemin(1000)
DIM SHARED sprmin(1000)
DIM SHARED sprmax(1000)
DIM SHARED sprstr(1000)
DIM SHARED sprnr

DIM SHARED datanr%
DIM SHARED dataspr(4000)

DIM SHARED antal 'Variabel til antal målinger i måleserie
DIM SHARED antallet 'Variabel til nr. måling i måleserien

CALL indledning 'Forespørgsel efter grundinformationer

FOR tael% = 1 TO antal
' Løkke mht. antal målinger i måleserie, dvs. hvor mange gange programmet
' skal gentages.

CALL hentfil ' Henter omregnede rådata fra fil
 CALL trinalanalyse ' Analyserer omregnede rådata mht. trin

' Arbejdsvariable nulstilles for hver gang programmet er kørt igennem.
 ERASE enhedsgdata
 ERASE trinstr
 ERASE spring
 ERASE placemax
 ERASE placemin

```
ERASE sprmin
ERASE sprmax
ERASE sprstr
NEXT tael%

'CALL gemfil  ' Gemmer trinstørrelser og tringrænse for hele måleserien

END ' Programmet er slut
```

## Underrutiner

```
SUB gemfil
' nedre grænse for trinstørrelser og trinstørrelserne fra analysen
' gemmes i fil

OPEN navn$ FOR OUTPUT AS #2
  FOR count% = 0 TO datanr%
    WRITE #2, dataspr(count%)
  NEXT count%
CLOSE #2

END SUB
```

```
SUB hentfil
' henter bearbejdede rådata fra fil ind i arbejdshukommelsen
CLS
PRINT
PRINT
' Skærminformationer om hvilken måling der sidst analyseredes
' Navn på næste måling indtastes.
```

```
PRINT "Stien er automatisk sat til F:\imfufa\nanodat\ledeevne\spring\""
PRINT "Extension er automatisk sat til '.led'."
PRINT "Du har indtastet :", antallet
PRINT "Sidste fil du analyserede var ", fil$
INPUT "Indtast navn på den fil du vil analysere: ", fil$
```

```
' Der tælles hvor mange gange programmet er gennemløbet
antallet = antallet + 1
' Det fulde filnavn med de bearbejdede rådata defineres
gfil$ = "c:\nano\1012ac" + fil$ + ".led" 'ledningsevnedatafil
```

```
' Filen åbnes og de 2000 måletal indlæses i variablen enhedsgdata(tæller)
OPEN gfil$ FOR INPUT AS #1
  FOR count% = 1 TO 2000
    INPUT #1, enhedsgdata(count%)
  NEXT count%
CLOSE #1

END SUB
```

```
SUB indledning 'Forespørger efter grundinformationer
CLS  ' Skærmen renses
PRINT
```

```

' Først spørges efter måleseriens længde
PRINT "Hvor mange filer vil du analysere"
INPUT "... du skal skrive filnavnene ind efterhånden? ", antal

' Så spørges efter neder grænse for trinstørrelser
PRINT
PRINT "Hvad skal den neder grænse for trinstørrelser "
INPUT "i G i enheder af 2e^2/h være? ", stoej

' Så spørges efter hvad grundnavnet til filen med trinstørrelser skal være
PRINT
PRINT "Alle trinstørrelserne skal gemmes i en fil i samme directory"
PRINT "Extension er automatisk sat til '.ana'"
PRINT "Bemærk, første data i filen er altid det satte neder grænseniveau"
INPUT "Hvad skal filen hedde? ", anafil$


' første tal i analysefilen sættes til den neder grænse for trinstørrelser
dataspr(0) = stoej

' Det fulde filnavn defineres
navn$ = "F:\imfufa\nanodat\ledeevne\spring\" + anafil$ + ".ana"

END SUB

```

```

SUB printerudskrift
' De fundne analyse resulatter skrives til printer
LPRINT
LPRINT "Dette er måling 1012AC" + fil$
LPRINT
LPRINT "Spring: "; sprnr
LPRINT "Max: "; sprmax(sprnr), "Placering: "; placemax(sprnr)
LPRINT "Min: "; sprmin(sprnr), "Placering: "; placemin(sprnr)
LPRINT "Springet er på: "; sprstr(sprnr)

END SUB

```

```

SUB skaermudskrift
'De fundne analyseresultater skrives på skærm'en
PRINT "Spring: "; sprnr
PRINT "Max: "; sprmax(sprnr), "Placering: "; placemax(sprnr)
PRINT "Min: "; sprmin(sprnr), "Placering: "; placemin(sprnr)
PRINT "Springet er på: "; sprstr(sprnr)
PRINT

END SUB

```

```

SUB trinanalyse
'De bearbejde rådata analyseres mht. trin/spring i ledningsevnen

CALL trinfinder ' trin større end den neder grænse udvælges

sprnr = 1      ' Der startes ved første spring fra 'trinfinderen'
placemin(0) = 0 ' minimumsplaceringen sættes til nul

```

```

'Løkke som gennemløber alle trin fundet af 'trinfinderen'
FOR lobe = 1 TO nummer

' En analyse af trinnet foretages kun såfremt dets placering er større

```

' end slutningen af det foregående trin

IF spring(lobe) > placemin(sprnr - 1) THEN

mx = 0 'maximum sættes til nul

mn = 1000 'minimum sættes til 1000

tal = 1 'antal punkter trinnet strækker sig over sættes til 1

index = lobe 'lokal tællevariabel

' Først finder vi af hvor mange punkter trin strækker sig over (tal)

' Hvis to på hinanden følgende trin (fundet af 'trinfinderen')

' ligger lige ved siden af hinanden, betragtes det som samme trin

WHILE spring(index) + 1 = spring(index + 1)

tal = tal + 1

index = index + 1

WEND

' Maximumsværdien for et givet trin findes !

' Trin som betragtes værende det samme - gennemløbes

' Det trin med maximal værdi for ledningsevne udvælges

' Dets placering og værdi gemmes i hhv. placemax og mx

FOR nr = 0 TO tal

IF enhedsgdata(spring(lobe + nr)) > mx THEN ' finder den størst værdi af ledenevnen for loebe for de 5 nærmeste punkter

mx = enhedsgdata(spring(lobe + nr))

placemax(sprnr) = spring(lobe + nr)

END IF

NEXT nr

' Tilsvarende findes placering og værdi for minimum

' Placering gemmes i minsted og værdi i mn

FOR nr = placemax(sprnr) TO placemax(sprnr) + tal

IF enhedsgdata(nr) < mn THEN ' finder den mindste værdi af ledenevnen for loebe for de 5 nærmeste punkter

mn = enhedsgdata(nr)

minsted = nr

END IF

placemin(sprnr) = minsted

NEXT nr

' En række ekstrapunkter efter minimum undersøges - 10 stk.

' Såfremt ledningsevnen er mindre her end det tidligere minimum,

' defineres det som nyt minimum

' med værdi i mn og placering i placemin

extr = 0

FOR nr = minsted + 1 TO minsted + 10

extr = extr + 1

IF enhedsgdata(nr) < mn THEN

mn = enhedsgdata(nr)

placemin(sprnr) = minsted + extr

END IF

NEXT nr

' De fundne værdier for minimum og maximum gemmes i 'blivende' variable

' nemlig sprmin og sprmax.

' Forskellen findes og gemmes i sprstr

sprmin(sprnr) = mn

sprmax(sprnr) = mx

sprstr(sprnr) = mx - mn

```
CALL printerudskrift ' analyseresultater skrives til printer  
CALL skaermudskrift ' analyseresultater skrives til skaerm
```

```
' I en fortøbende variabel gemmes trinstørrelserne, til brug ved  
' senere udskrift til fil
```

```
datanr% = datanr% + 1  
dataspr(datanr%) = sprstr(sprnr)  
sprnr = sprnr + 1
```

```
END IF
```

```
NEXT lobe
```

```
INPUT "Tryk <retur> for at gå videre! ", dummy$  
END SUB
```

```
SUB trinfinder ' Her findes trin som er større end den nedre grænse
```

```
' Løkke som sætter variablen trinstr(N) til forskellen mellem den N'te  
' og den N+1' te ledningsevneværdi.
```

```
FOR count% = 1 TO 1989  
    trinstr(count%) = (enhedsgdata(count%) - enhedsgdata(count% + 1))  
NEXT count%
```

```
' Løkke som udregner 5 forskellige trin udfra hvert måletal  
' Første trin er forskel i ledningsevne fra måletal n til måletal n+3  
' Andet trin er forskel i ledningsevne fra måletal n til måletal n+4  
' osv....  
' Herefter udvælges de trin som er større end den nedre grænse
```

```
nummer = 1 ' tæller til at holde styr på udvalgte trin
```

```
FOR count% = 1 TO 1995
```

```
' Her udregnes de forskellige trin  
trin1 = trinstr(count%) + trinstr(count% + 1)  
trin2 = trinstr(count%) + trinstr(count% + 1) + trinstr(count% + 2)  
trin3 = trinstr(count%) + trinstr(count% + 1) + trinstr(count% + 2) + trinstr(count% + 3)  
trin4 = trinstr(count%) + trinstr(count% + 1) + trinstr(count% + 2) + trinstr(count% + 3) + trinstr(count% + 4)  
trin5 = trinstr(count%) + trinstr(count% + 1) + trinstr(count% + 2) + trinstr(count% + 3) + trinstr(count% + 4) +  
trinstr(count% + 5)
```

```
' Her sammenlignes trinstørrelsen med den nedre grænse  
' Variablen fane sættes til 1, såfremt trinstørrelsen er større end den  
' nedre grænse. Ellers bevarer den værdien nul.
```

```
fane = 0  
IF trin1 > stoej THEN  
    fane = 1  
END IF
```

```
IF trin2 > stoej THEN  
    fane = 1  
END IF
```

```
IF trin3 > stoej THEN  
    fane = 1  
END IF
```

```
IF trin4 > stoej THEN
```

```
fane = 1
END IF

IF trin5 > stoej THEN
    fane = 1
END IF

' Hvis trinnet 'bestod prøven' gemmes dets placering (målepunktet)
' i variablen spring(tæller)
    IF fane = 1 THEN
        spring(nummer) = count%
        nummer = nummer + 1
    END IF

NEXT count%
END SUB
```

## Basicprogram som henter data fra oscilloskop, viser måling på skærmen, gemmer data som tal i fil.

```
DECLARE SUB indledning()
DECLARE SUB initialize()
DECLARE SUB get.waveform()
DECLARE SUB save.waveform()
DECLARE SUB retrieve.waveform()
DECLARE SUB graph.waveform()
DECLARE SUB integrate.waveform()
DECLARE SUB enter(number!)

'Filename : \NANOEGA.BAS

DIM SHARED INDGANG
DIM SHARED PEAKPEAK
DIM SHARED setup%
DIM SHARED loebe
DIM SHARED loebe$

CALL indledning
loebe = 0

DIM SHARED navn$    ' her dimensioneres de variable som sørger for
DIM SHARED fil$      ' filnavnene
DIM SHARED skala$
DIM SHARED wave$

DIM SHARED preamble!(10)  'variabel til skaleringsdata
DIM SHARED waveform%(4001) 'variabel til måledata
DIM SHARED volt%(4001)   'variabel til måledata i volt
DIM SHARED lf$          'defineres som LF char

DO WHILE start = 0

CLS 1:CLS 0:CLS 2
PRINT
PRINT
loebe = loebe + 1
loebe$ = "00" + LTRIM$(STR$(loebe))
loebe$ = RIGHT$(loebe$, 2)
navn$ = "c:\nano\maalefil\" + fil$ + loebe$ + ".res"  'måledatafil
skala$ = "c:\nano\maalefil\" + fil$ + loebe$ + ".ska"  'skaleringsdatafil
wave$ = "c:\nano\maalefil\" + fil$ + loebe$ + ".wav"  'skærmfremvisningsfil
PRINT "Dette er måling: ", fil$ + loebe$
INPUT "ER DU KLAR .... TAST <RETUR> NÅR DU VIL MÅLE !!!!"; dummy$

CALL initialize      'initialiserer interfacet og oscilloskopet
CALL get.waveform   'henter måledata fra oscilloskopet
CALL save.waveform  'gemmer måledata i en fil
CALL retrieve.waveform 'henter måledata fra fil
CALL graph.waveform 'viser måledataene grafisk på skærmen
'CALL integrate.waveform 'integrerer over målekurven
```

```

COLOR 15
PRINT
CLS 0
PRINT
PRINT
PRINT
PRINT
INPUT "Så..det var det, vil du måle igen ? (J/N) ", svar$
IF svar$ = "N" OR svar$ = "n" THEN
PRINT
INPUT "Er du nu helt sikker .. ven ?? (J/N) ", svar$
IF svar$ = "J" OR svar$ = "j" THEN
PRINT
PRINT "Tryk på <retur> for at afslutte...";
LINE INPUT dummy$
END
END IF
END IF
CLOSE #1
LOOP

```

## ***Underrutiner***

```

SUB enter (number!)
*****
' This routine will read a real number from the RS-232 port defined as file
' #1. Either comma or LF will be treated as delimiter
*****
quit = 0
msg$ = ""
DO                      ' skip the leading LF and comma
  DO
    ch$ = INPUT$(1, #1)      ' get a byte from RS-232 port
    IF ch$ <> lf$ AND ch$ <> "," THEN ' LF and comma are separators
      msg$ = msg$ + ch$          ' append byte to string
    ELSE
      quit = 1
    END IF
  LOOP UNTIL quit = 1        ' until comma or LF is found
  LOOP UNTIL LEN(msg$) <> 0        ' until valid content is found
  number = VAL(msg$)          ' convert the string into number
END SUB

```

```

SUB get.waveform
PRINT
PRINT
PRINT
PRINT "Data fra oscilloskopet bliver overført til vores computer ... "
PRINT "Det tager lidt tid, det er jo en gammel svend..."
PRINT
'
PRINT #1, ":waveform:points 2000"; lf$;

```

```

'viser 2000 punkter af oscilloskopets indhentede data
PRINT #1, ":acquire:type normal"; lf$; 'sætter acquire til "normal"
PRINT #1, ":acquire:complete 40"; lf$;
'henter data indtil 40% completion
PRINT #1, ":waveform:source chan1"; lf$; 'henter data fra channel 1

PRINT #1, ":waveform:format word"; lf$;
'henter data i 16-bit word format
PRINT #1, ":waveform:byteorder msbf"; lf$; 'set lsb transferred first
PRINT #1, ":digitize channel1"; lf$;
'sætter oscilloskopet til at opsamle data data

'Henter skaleringsinformationerne til måledataene

PRINT "Først indhentes akse-informationerne og gemmes i en fil...."
PRINT
PRINT #1, ":waveform:preamble?"; lf$; 'ask for preamble informations
OPEN skala$ FOR OUTPUT AS #4
FOR count% = 1 TO 10          'get the preambles
    CALL enter(preamble!(count%))
    PRINT #4, preamble!(count%)
NEXT count%
CLOSE #4

'Get the waveform from the scope in word format

PRINT "Så hentes måledataene ind og gemmes i en fil...."

PRINT #1, ":waveform:data?"; lf$; 'spørger efter måledata
msg$ = INPUT$(10, #1)           'the arbitrary block header
length% = VAL(RIGHT$(msg$, 8)) / 2 'length is specified in last 8 bytes of header

OPEN navn$ FOR OUTPUT AS #5      'længden er bestemt i bytes
FOR count% = 2 TO length% + 1    'henter måledataene
    GET #1, , waveform%(count%)
    WRITE #5, (preamble!(8) * (waveform%(count%) - preamble!(10)) - preamble!(9))
    'omregner måledataene til volt, og gemmer dem i en fil
    NEXT count%
CLOSE #5
msg$ = INPUT$(1, #1)             'henter sidste NL char.

PRINT
PRINT
PRINT "....."
PRINT "Puhhh"
PRINT "Det var hårdt, men jeg fik fat i det hele"
PRINT

END SUB

```

```

SUB graph.waveform
  CLS 0
  SCREEN 9          ' set screen mode to EGA > 64k
                     ' 640 x 350 x 16
  VIEW (1, 1)-(638, 256), , 15    ' set viewport and draw the border
  WINDOW (0, 0)-(10, 8)           ' prepare to draw the grid
  COLOR 8          ' color dark gary
  FOR i% = 1 TO 9            ' draw the grid
    LINE (i%, 0)-(i%, 8)
  NEXT i%
  FOR i% = 1 TO 7
    LINE (0, i%)-(10, i%)
  NEXT i%

  WINDOW (1, 0)-(preamble!(3), 255)   ' use window to make the co-ordinates to be
                                         ' device independent
  COLOR 10          ' bright green color
  FOR count% = 1 TO preamble!(3)
    PSET (count%, waveform%(count%))  ' draw the pixel
  NEXT count%

' Use the preamble data to calculate the timebase and vertical settings

  COLOR 15
  WIDTH 80, 25
  VIEW PRINT 20 TO 24
  LOCATE 20, 10
  PRINT "DETTE ER MÅLING: ", fil$ + loebe$
  LOCATE 22, 10
  PRINT "Indgangsspænding = "; INDGANG; "V"
  LOCATE 23, 10
  PRINT "Signalbredde' = "; PEAKPEAK; "V"

  LOCATE 21, 51
  PRINT "V/Div = "; 32 * preamble!(8); "V"
  LOCATE 22, 51
  PRINT "Bund = "; (-preamble!(10)) * preamble!(8) - preamble!(9); "V";
  LOCATE 23, 51
  PRINT "S/Div = "; preamble!(3) * preamble!(5) / 10; "S"
  LOCATE 24, 51
  PRINT "Delay = "; (preamble!(3) / 2 - preamble!(7)) * preamble!(5) + preamble!(6); "S";
  LOCATE 25, 10
  INPUT "Tryk <retur> for at fortsætte", dummy$
  CLS 0
END SUB

```

## **SUB indledning**

```
CLS
PRINT
PRINT
PRINT "Du skal nu igang med en længere måleserie !"
PRINT "Jeg går ud fra at du har lavet de indledende målinger, for dem"
PRINT "skal du taste ind nu.... he he, ingen vej uden om !"
PRINT "(Husk decimaltegn er '.' og ikke komma)."
PRINT
PRINT
INPUT "Indgangsspændingen over kredsen i volt: ", INDGANG
PRINT
INPUT "'Signalbredden' - Vp-p - volt : "; PEAKPEAK
PRINT
PRINT "Nu skal du så indstille oscilloskopet sådan som det skal stå når du mäter."
PRINT "Denne indstilling gemmer du i en eller anden setup-memory."
INPUT "Hvilken setup-memory skal jeg bruge til målingerne ? ", setup%
PRINT
PRINT
PRINT "Tryk på <retur> for at fortsætte"
LINE INPUT dummy$
CLS
PRINT
PRINT
PRINT "Dine målinger bliver gemt i nogle filer i biblioteket"
PRINT "C:\nano\maaling"
PRINT "Til hver måling hører tre filer"
PRINT "Extension '.res' betyder måleresultater i volt"
PRINT "Extension '.ska' betyder skaleringsdata"
PRINT "Extension '.wav' betyder arbejdsfil til skærmfremvisning"
PRINT "Filerne tildeles automatisk extension"
PRINT
PRINT "Filerne navngives herudover med 'dato'+'måleserie'+'løbenummer'"
PRINT "F.eks. 0912aa12"
PRINT
PRINT
PRINT "Du skal indtaste dato (ddmm) og måleseriebogstaver (max 2) "
INPUT "Programmet nummererer herefter selv filerne med et løbenr.: ", fil$
PRINT

END SUB
```

## **SUB initialize**

```
lf$ = CHR$(10)           ' definerer LF char
'Oscilloskopet er forbundet til COM1 med 9600 baud rate
OPEN "COM1:9600,n,8,1,CD1000,CS1000,DS1000" FOR RANDOM AS #1 LEN = 2
PRINT #1, "*RST"; lf$;    ' resetter oscilloskopet
rcl$ = "*rcl" + STR$(setup%)
PRINT #1, rcl$; lf$;    ' sætter oscilloskopet til indtastede setup memory
CLS
END SUB
```

```

SUB integrate.waveform      'Underroutine som integrerer under grafen, vi bruger den ikke !
  DIM math!(preamble!(3))      'define the array to hold the math data
  math!(0) = 0                 'starting from zero
  FOR i% = 1 TO preamble!(3)    'each elt. add the current elt. to the last total
    math!(i%) = math!(i% - 1) + (waveform%(i%) - preamble!(10)) * preamble!(8) + preamble!(9)
  NEXT i%
  max! = math!(1)              'find out the min & max of integrate
  min! = math!(1)              'in order to have the proper scale
  FOR i% = 1 TO preamble!(3)
    IF math!(i%) > max! THEN max! = math!(i%)
    IF math!(i%) < min! THEN min! = math!(i%)
  NEXT i%
  WINDOW (1, min!)-(preamble!(3), max!)  'set up proper scale
  COLOR 12                      'use red color
  FOR i% = 1 TO preamble!(3)      'draw the integrate
    PSET (i%, math!(i%))
  NEXT i%
  LOCATE 22, 1                  'print out informations about integrate
  PRINT "Integration V*S/Div = ",(max! - min!) / 8 * preamble!(5)
  PRINT "          Offset = ";(max! + min!) / 2 * preamble!(5)
END SUB

```

```

SUB retrieve.waveform
  PRINT "Dataene fra oscilloskopet er nu blevet gemt i flere filer."
  PRINT "Programmet henter nu dataene ind igen og viser dem grafisk på skærmen"
  PRINT "Tryk <retur> for at fortsætte."
  LINE INPUT dummy$
  CLS
  OPEN wave$ FOR BINARY AS #2
  FOR count% = 1 TO 10
    GET #2, , preamble!(count%)
  NEXT count%
  FOR count% = 1 TO preamble!(3)
    GET #2, , waveform%(count%)
  NEXT count%
  GET #2, , INDGANG
  GET #2, , PEAKPEAK
  CLOSE #2
END SUB

```

```

SUB save.waveform
  OPEN wave$ FOR BINARY AS #2
  FOR count% = 1 TO 10
    PUT #2, , preamble!(count%)
  NEXT count%
  FOR count% = 1 TO preamble!(3)
    PUT #2, , waveform%(count%)
  NEXT count%
  PUT #2, , INDGANG
  PUT 2#, , PEAKPEAK
  CLOSE #2
END SUB

```

## **Basic-program som omregner rådata til ledningsevne i enheder af 2e^2/h**

### **Hovedprogram**

' Dette lille program omsætter vores målefiler af spændingen  
' over prøvemodstandens udvikling over tid til ledningsevnen  
' i kvantekontaktens udvikling over tid divideret med  
' enhedsledeevnen.

' Filnavn : \behandl.bas

```
DECLARE SUB indledning()  
DECLARE SUB hentfil()  
DECLARE SUB ledningsevnemoomsaetter()  
DECLARE SUB gemfil()
```

```
DIM SHARED fil$      ' variabel som indeholder måleserie grundnavn  
DIM SHARED navn$     ' variabel som indeholder navnet på fil med rådata  
DIM SHARED gfil$     ' variabel som indeholder navnet på fil med ledningsevnedata  
DIM SHARED laengde  
DIM SHARED raadata!(2000) ' variabel soom indeholder rådata  
DIM SHARED gdata(2000)   ' variabel som indeholder ledningsevnedata  
DIM SHARED enhedsgdata(2000)  
DIM SHARED enhedslede  
DIM SHARED Rproeve    ' variabel som indeholder størrelsen af prøvemodstanden  
DIM SHARED Uind       ' variabel som indeholder størrelsen af indgangsspændingen  
DIM SHARED Forst      ' variabel som indeholder størrelsen af forstærkningen
```

enhedslede = 2 \* .0000387404614# ' Her sættes enhedsledeevnen

CALL indledning ' Her spørges efter en række grundinformationer

loebe = 0 ' arbejdsvariabel mht. indlæsning af filer

' Løkke som gentager omregningen svarende til hvor mange målinger der er  
' i måleserien  
FOR tael% = 1 TO laengde

```
loebe = loebe + 1  
loebe$ = "00" + LTRIM$(STR$(loebe))  
loebe$ = RIGHT$(loebe$, 2)  
navn$ = "F:\imfufa\nanodat\" + fil$ + loebe$ + ".res"  ' måledatafil  
gfil$ = "F:\imfufa\nanodat\ledeevne\" + fil$ + loebe$ + ".led"  
' ledningsevnedatafil
```

```
CALL hentfil          ' måledata fra fil hentes ind i arbejdshukommelsen  
CALL ledningsevnemoomsaetter ' måledata omregnes  
CALL gemfil          ' de omregnede data gemmes i en ny fil
```

NEXT tael%

END

## **Underutiner**

### **SUB gemfil**

' Her gemmes de omregnede rådata fra variablen enhedsgdata(tæller)  
' i en fil.

```
OPEN gfil$ FOR OUTPUT AS #2
  FOR count% = 1 TO 2000
    WRITE #2, enhedsgdata(count%)
  NEXT count%
CLOSE #2
```

END SUB

### **SUB hentfil**

' Denne underroutine henter måledata fra fil ind i arbejdshukommelsen  
' i variablen raadata!(tæller)

```
CLS
OPEN navn$ FOR INPUT AS #1
  FOR count% = 1 TO 2000
    INPUT #1, raadata!(count%)
  NEXT count%
CLOSE #1
```

END SUB

### **SUB indledning**

' Her forespørges efter en række grundinformationer

```
CLS
PRINT
PRINT
PRINT "Dine målinger bliver gemt i nogle filer i biblioteket"
PRINT "C:\nano\maaling\"
PRINT "Til hver måling hører tre filer"
PRINT "Extension '.res' betyder måleresultater i volt"
PRINT "Extension '.ska' betyder skaleringsdata"
PRINT "Extension '.wav' betyder arbejdsfil til skærmfremvisning"
PRINT "Filerne tildeles automatisk extension"
PRINT
PRINT "Filerne navngives herudover med 'dato'+'måleserie'+'løbenummer'"
PRINT "F.eks. 0912aa12"
PRINT
PRINT
PRINT "Du skal indtaste dato (ddmm) og måleseriebogstaver (max 2) "
INPUT "På den måleserie du vil behandle: ", fil$
PRINT
INPUT "Hvor lang er måleserien", laengde
PRINT
INPUT "Indtast formodstand: ", Rproeve
PRINT
INPUT "Indtast indgangsspænding: ", Uind
PRINT
INPUT "Indtast forstærkning: ", Forst
PRINT
END SUB
```

**SUB ledningsevneomsætter**

FOR count% = 1 TO 2000

gdata(count%) = (raadata!(count%) / Forst) / (Rproeve \* (Uind - (raadata!(count%) / Forst)))  
' Her omregnes rådataene til ledningsevne fremfor spændingsfaldenhedsgdata(count%) = gdata(count%) / enhedslede  
' Her omregnes fra ledningsevne til ledningsevne i enheder af 2e^2/h

NEXT count%

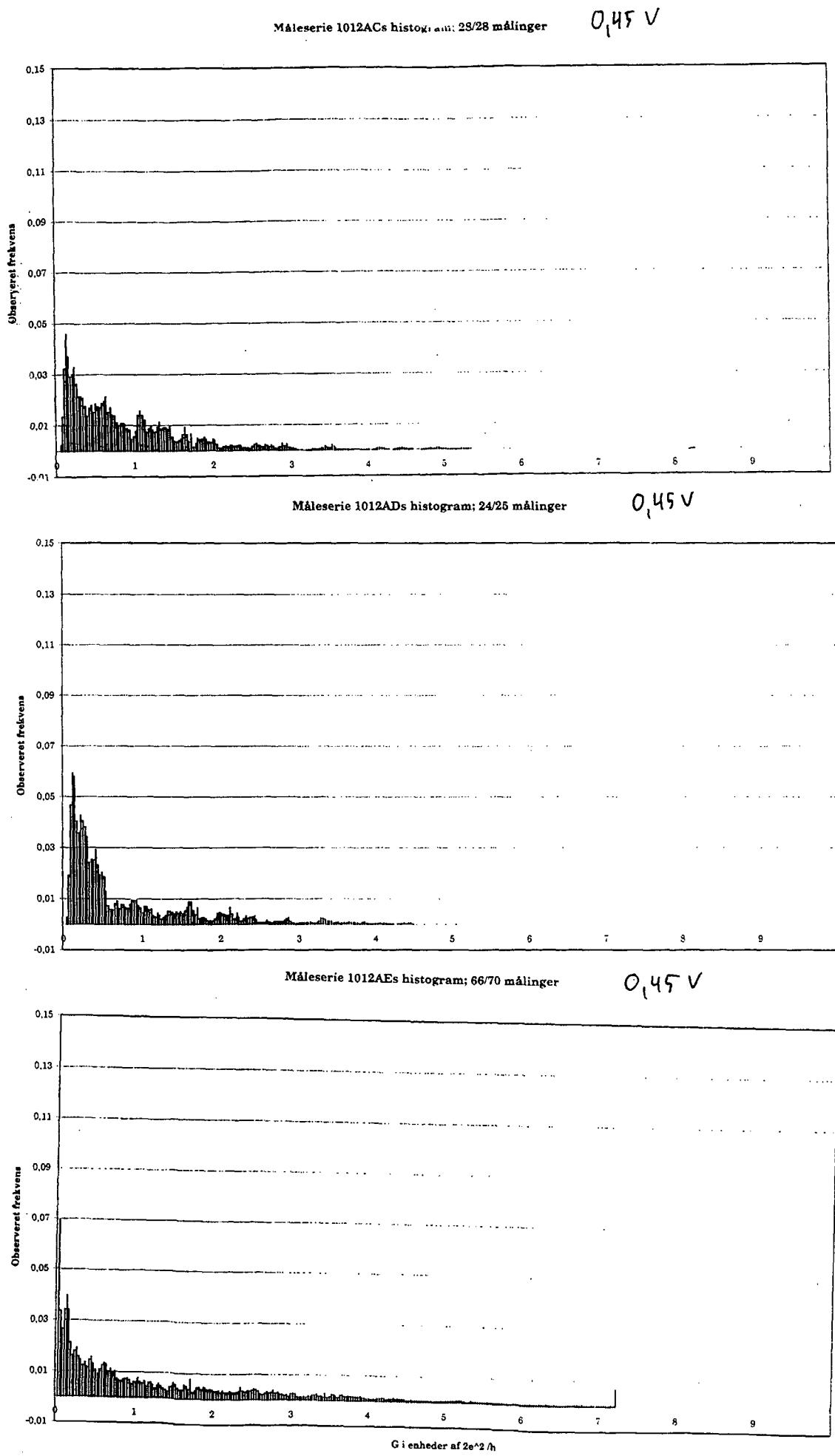
END SUB

## Appendiks C: Usikkerhedsberegninger for samtlige måleserier

Måleserie	Antal målinge r	Uind / V /V	Delta Uind /V	Forstørkning, F	Delta F (dim.løs)	Rp/ Ohm	Delta Rp /Ohm	Utyp/V	Signal bredde /V	Note Delta G / 2e^2/h	dG/dUi	dG/dF	dG/dRp	dG/dUm
<b>1012ac</b>	28	0,453	0,002	52,135	1	129,5	0,2	0,4	0,017 a)	<b>0,08</b>	2,99E-04	2,84E-06	1,11E-06	3,38E-04
<b>1012ad</b>	25	0,453	0,002	52,135	1	129,5	0,2	0,4	0,017 a)	<b>0,08</b>	2,99E-04	2,84E-06	1,11E-06	3,38E-04
<b>1012ae</b>	70	0,453	0,002	52,135	1	129,5	0,2	0,6	0,017 a)	<b>0,08</b>	3,44E-04	2,84E-06	1,11E-06	3,44E-04
<b>1112aa</b>	52	0,043	0,002	49,073	1	129,5	0,2	0,8	0,008 d)	<b>1,01</b>	9,49E-03	2,84E-06	1,11E-06	9,49E-03
<b>1112ab</b>	50	0,043	0,002	49,073	1	129,5	0,2	0,05	0,0075 b)	<b>0,39</b>	3,84E-03	2,84E-06	1,11E-06	3,84E-03
<b>1212aa</b>	75	0,357	0,002	49,073	1	129,5	0,2	0,04	0,0085 c)	<b>0,06</b>	4,85E-05	2,84E-06	1,11E-06	4,33E-04
<b>1212ab</b>	36	0,357	0,002	49,073	1	129,5	0,2	0,4	0,0094 c)	<b>0,07</b>	4,85E-05	2,84E-06	1,11E-06	4,51E-04
<b>1212ac</b>	78	0,357	0,000	49,073	1	129,5	0,2	0,4	0,009 c)	<b>0,06</b>	4,85E-05	2,84E-06	1,11E-06	4,62E-04

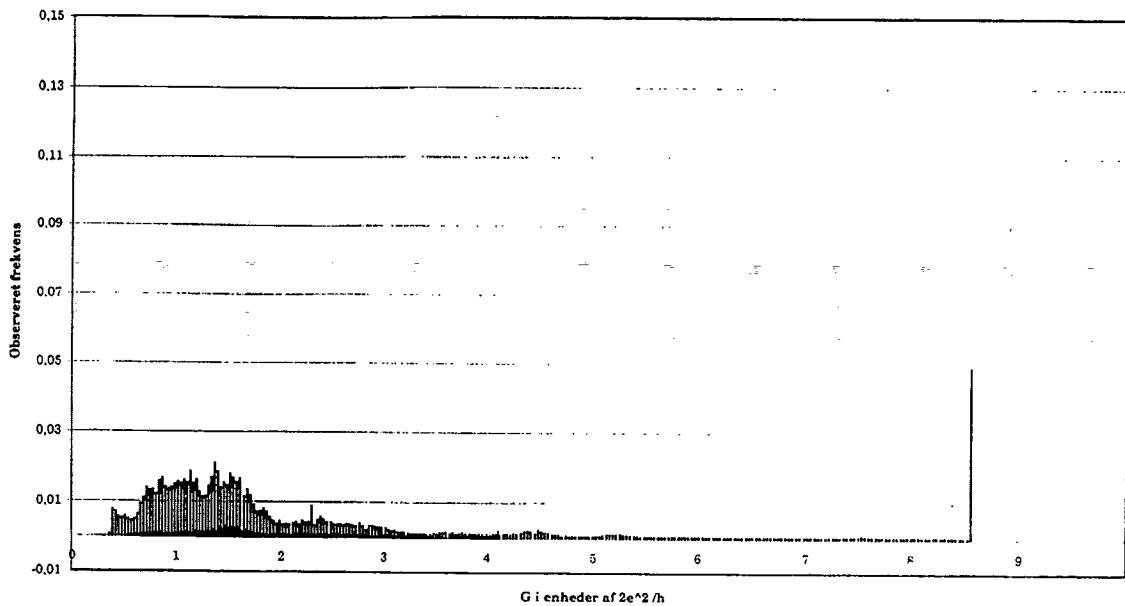
- a) Disse måleserier er foretaget med operationsforstærker i opstilling 1 og spændingsdeler i opstilling 1
- b) Disse måleserier er foretaget med operationsforstærker i opstilling 2 og spændingsdeler i opstilling 1
- c) Disse måleserier er foretaget med operationsforstærker i opstilling 2 og spændingsdeler i opstilling 2
- d) Denne måleserie har vi af andre grunde valgt at se bort fra

## Appendix D: Metode 1s histogrammer

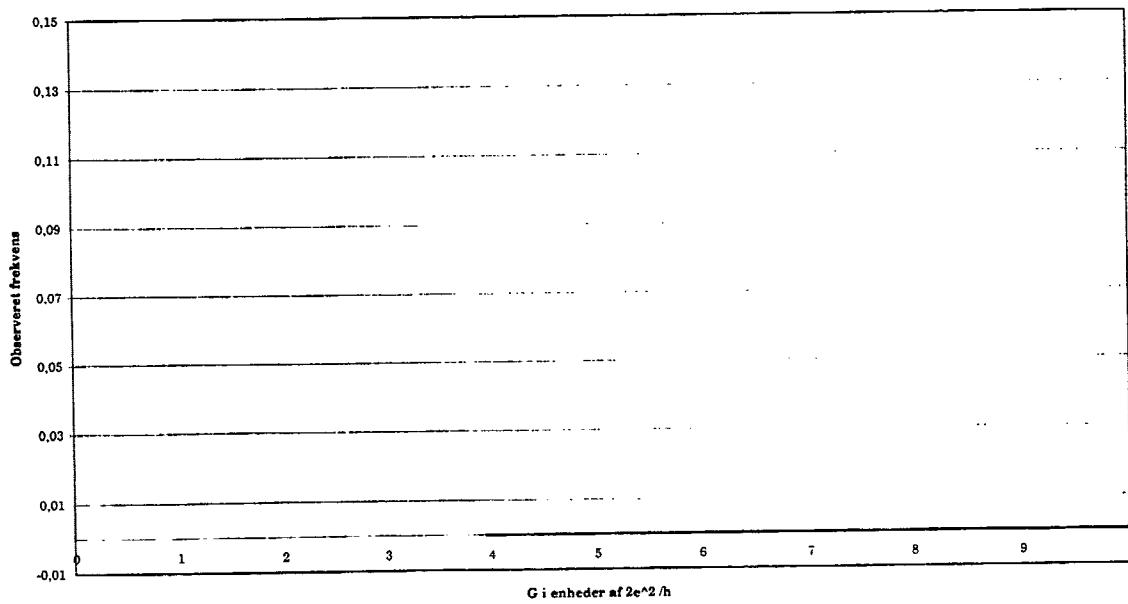


Måleserie 1112AA's histogram; 50/52 målinger

O<sub>1</sub> 0 44 ✓

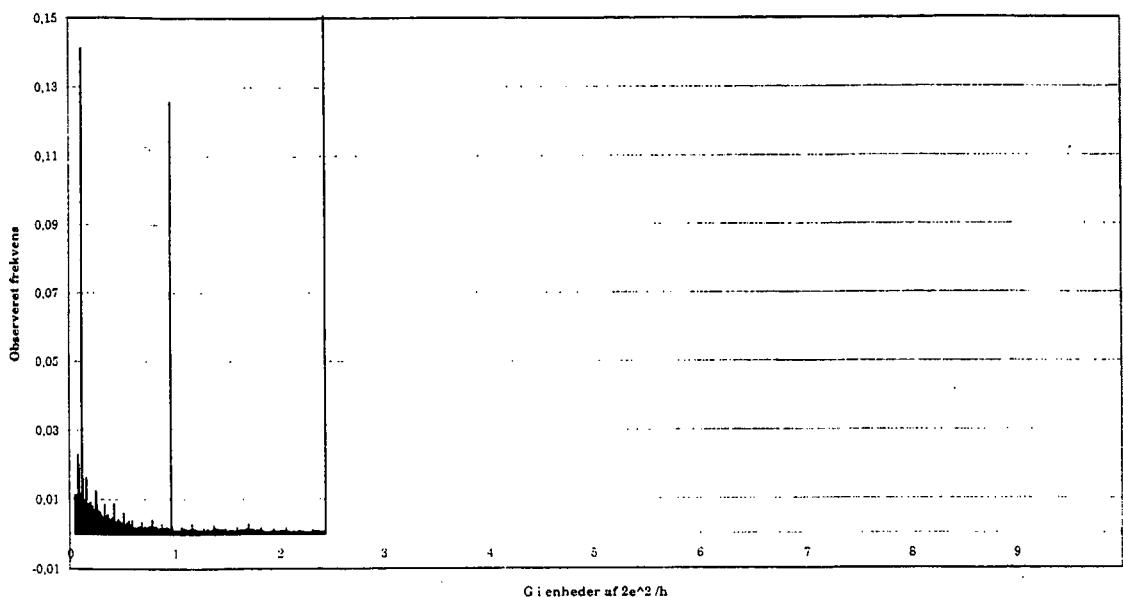


Måleserie 1112AB's histogram; 50/50 målinger



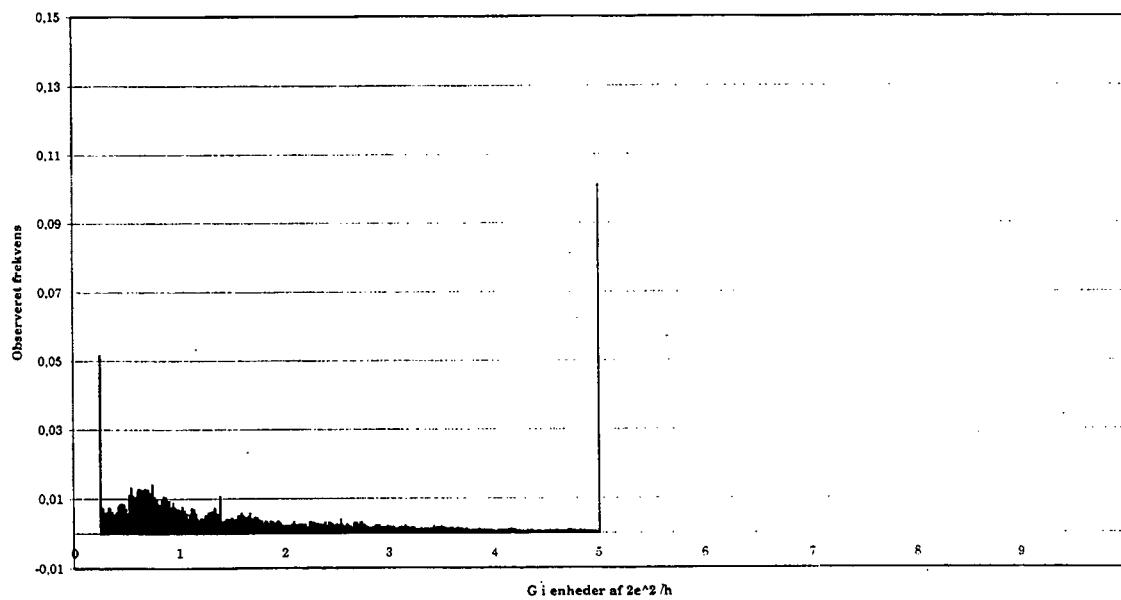
Måleserie 1212AA's histogram; 67/75 målinger

0,3V



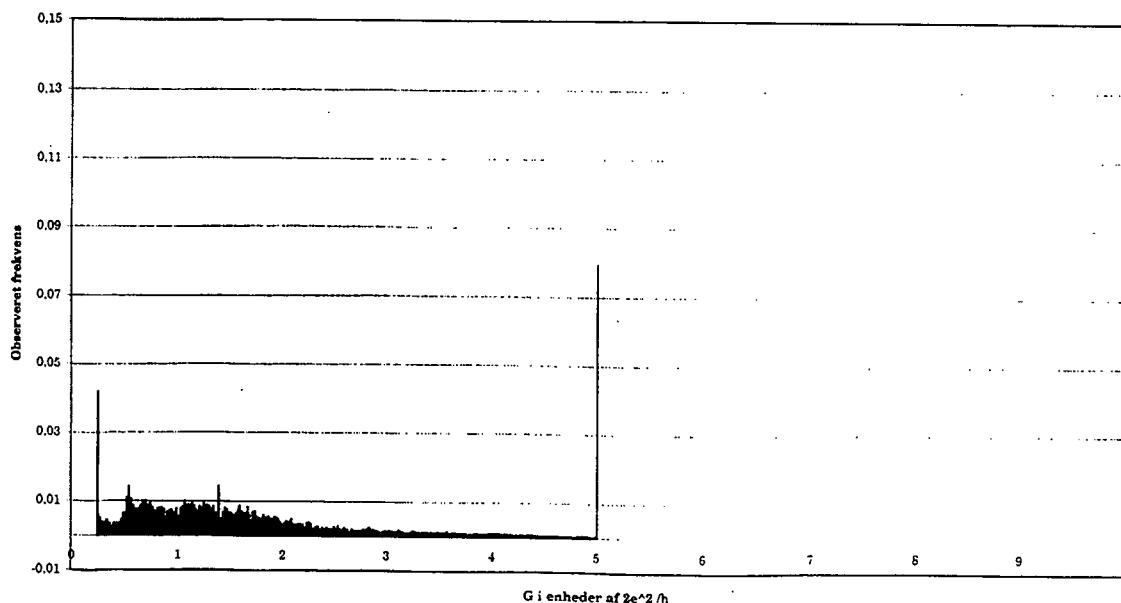
Måleserie 1212AB's histogram; 33/36 målinger

0,3V



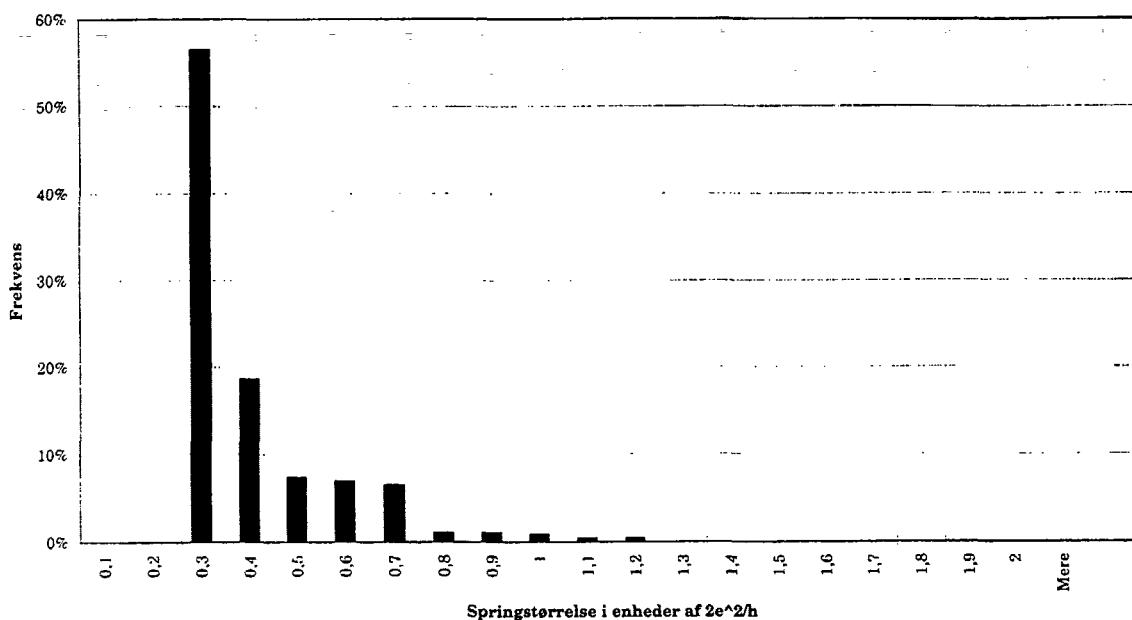
Måleserie 1212AC's histogram; 76/78 målinger

0,3V

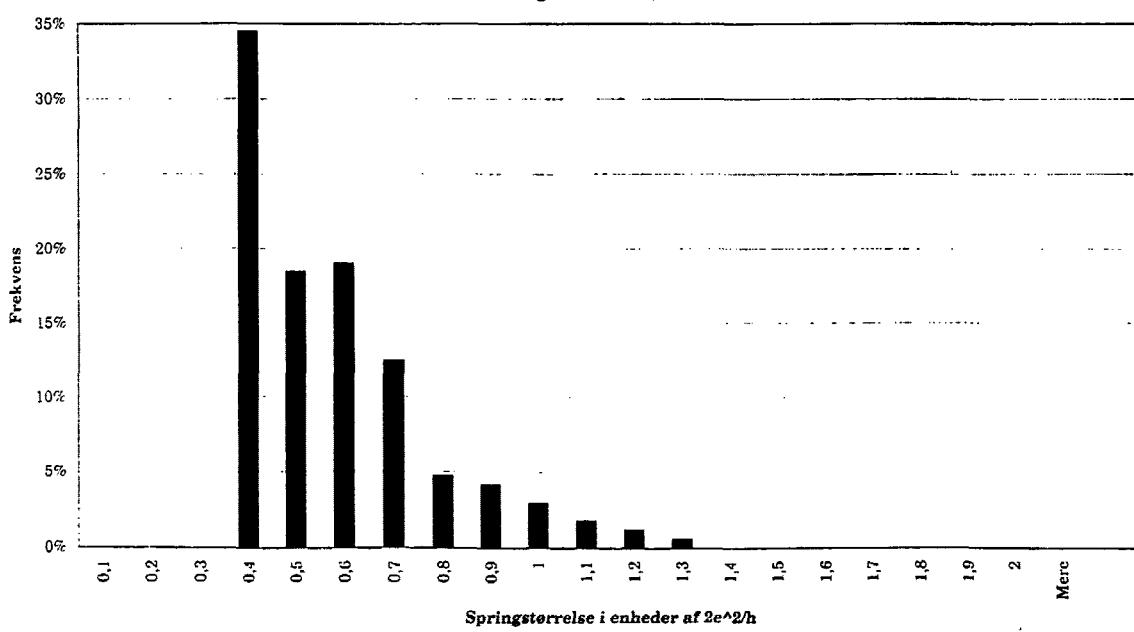


## Appendix E: Metode 2s histogrammer

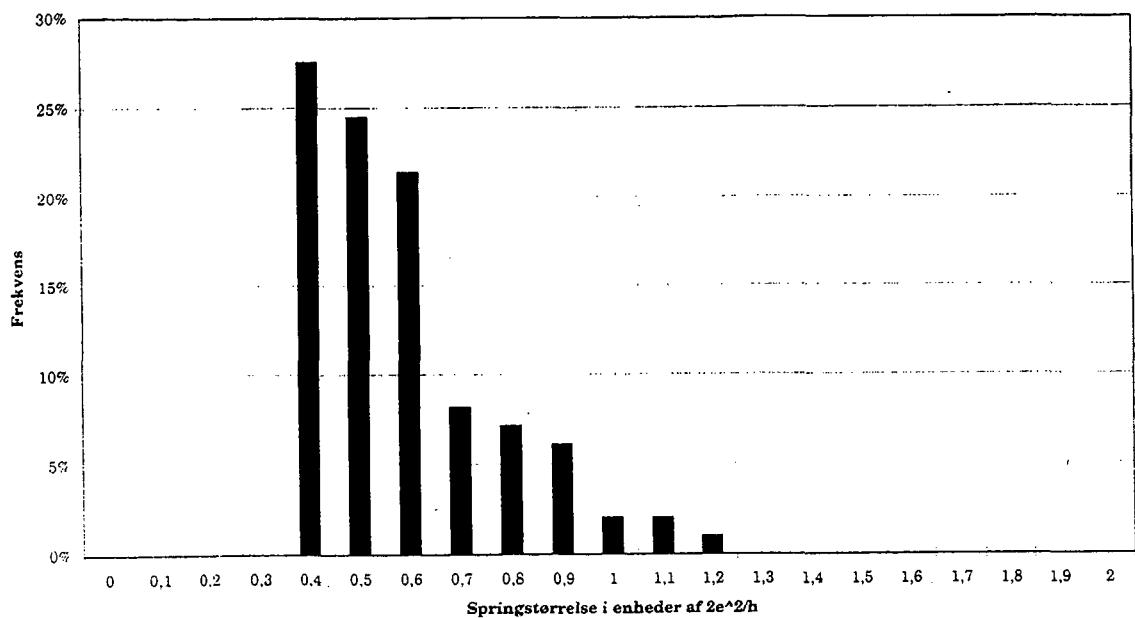
Hyppighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1012AC. 22/28 målinger  
nedre grænse er 0,1



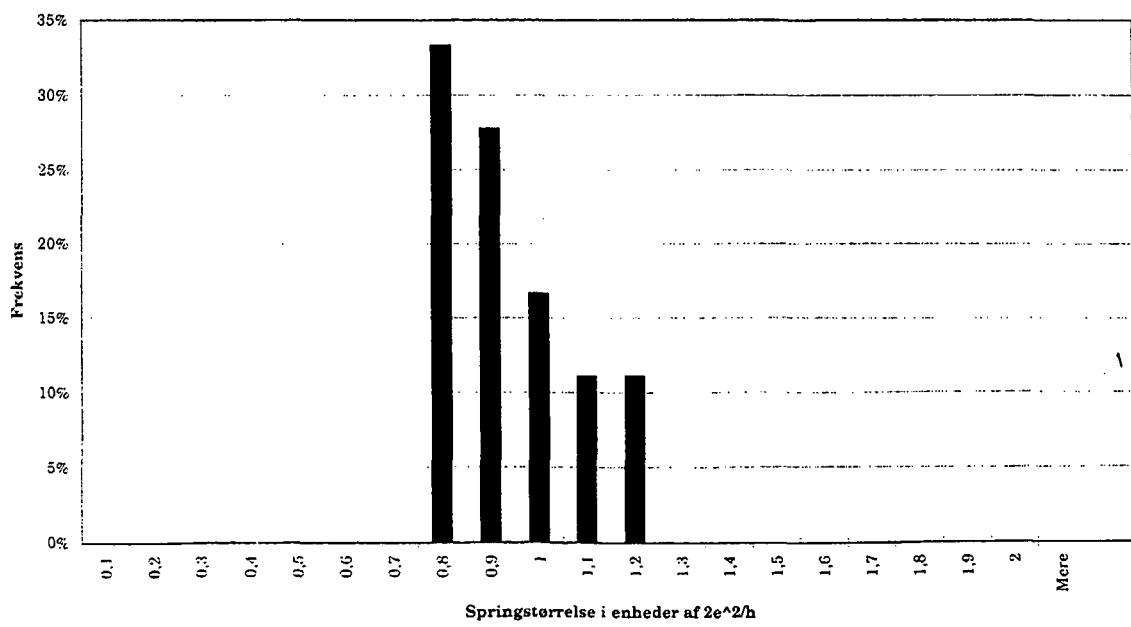
Hyppighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1012AC. 22/28 målinger  
Nedre grænse er 0,2



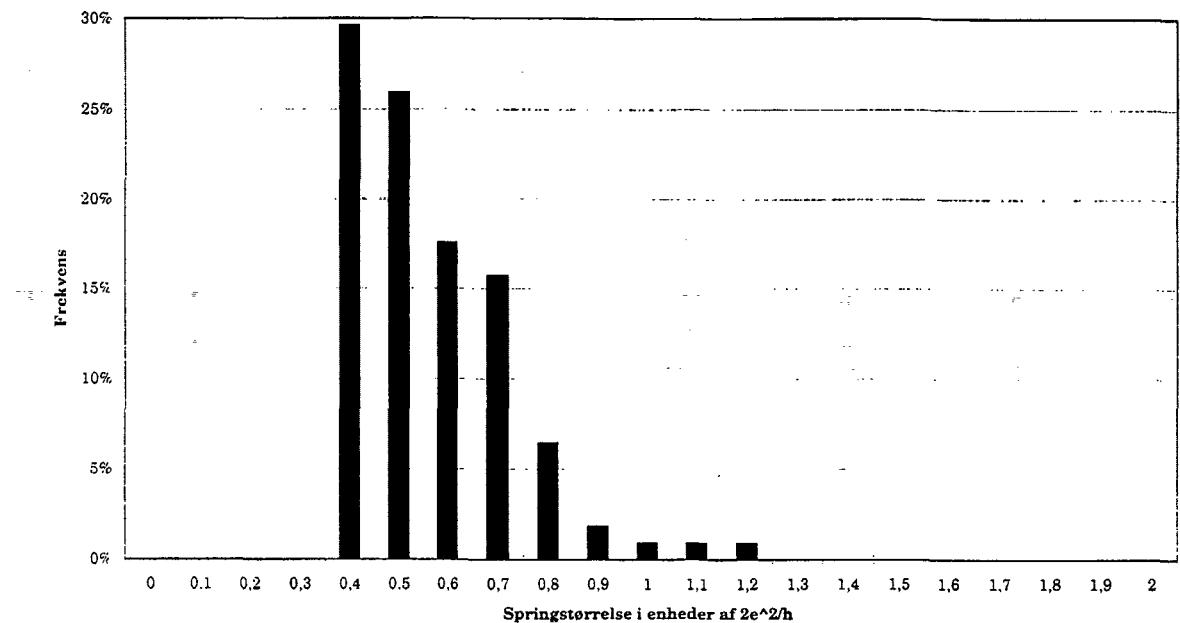
Hyp pighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1012AC. 22/28 målinger  
nedre grænse er 0,3



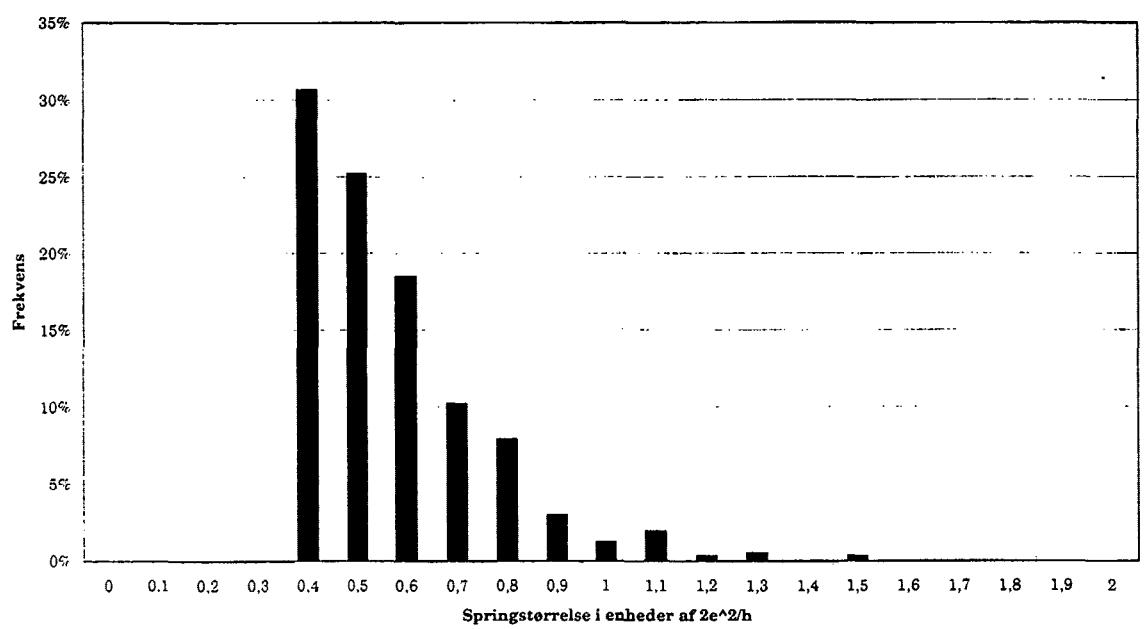
Hyp pighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1012AC. 22/28 målinger,  
nedre grænse 0,6



Hypighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1012AD. 20/25 målinger O<sub>1</sub>3

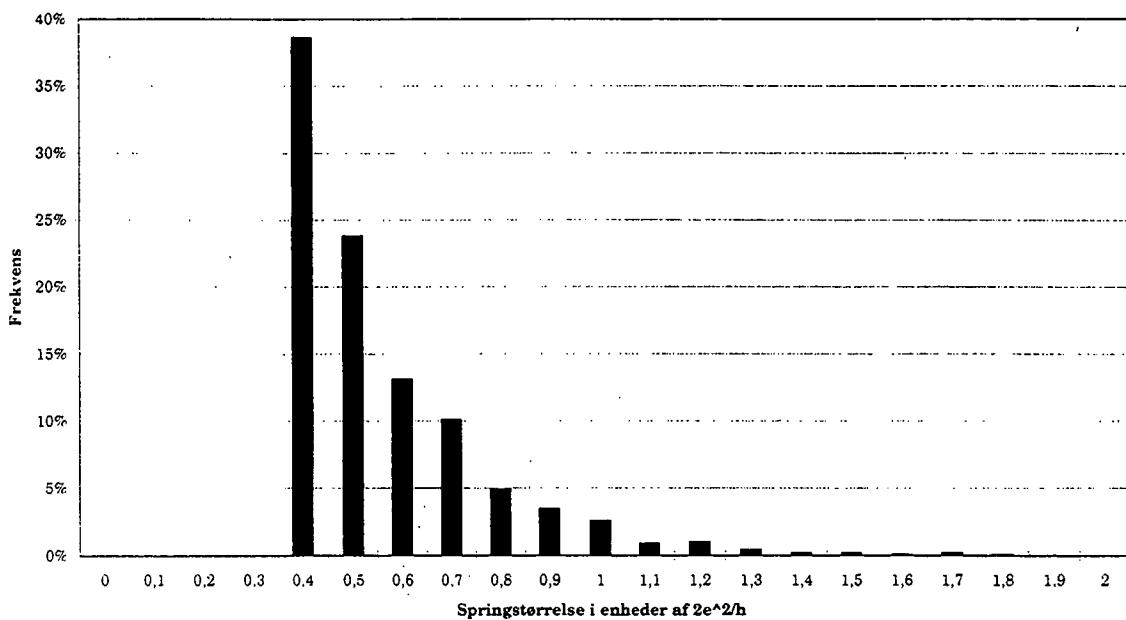


Hypighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1012AE. 57/70 målinger O<sub>1</sub>3



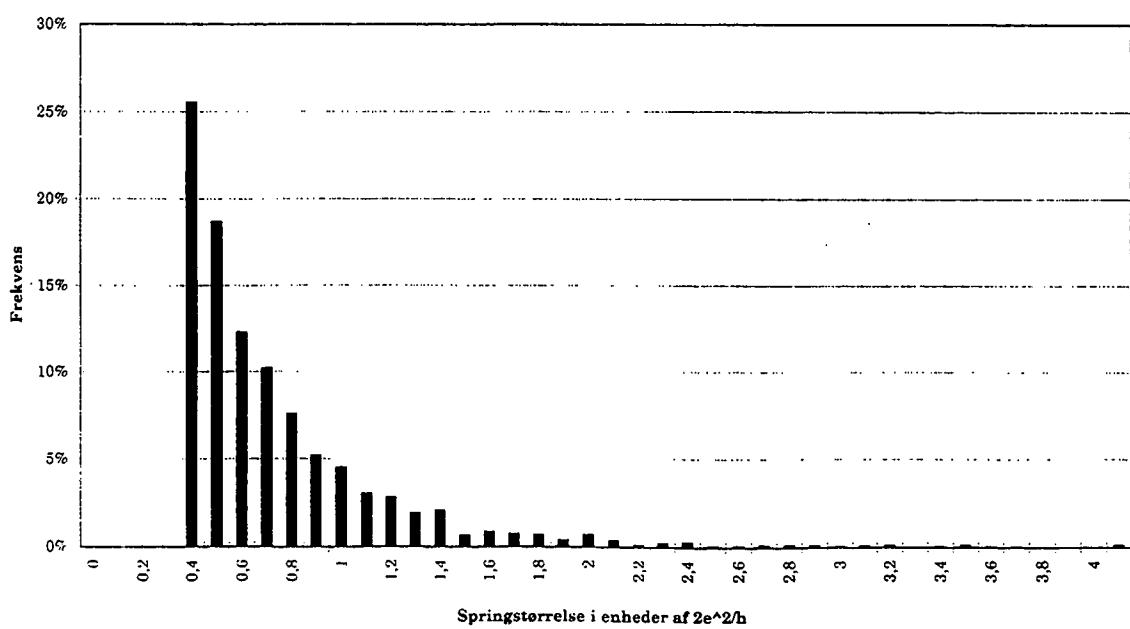
Hypighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1112AA. 36/52 målinger

O<sub>1</sub>3

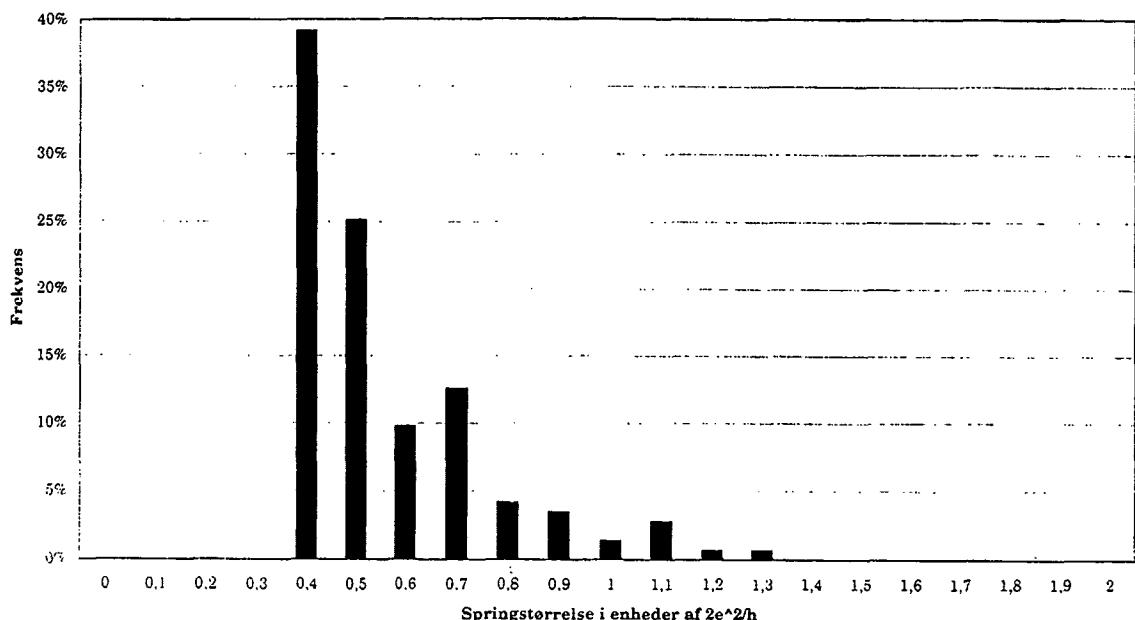


Hypighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1112AB. 34/50 målinger

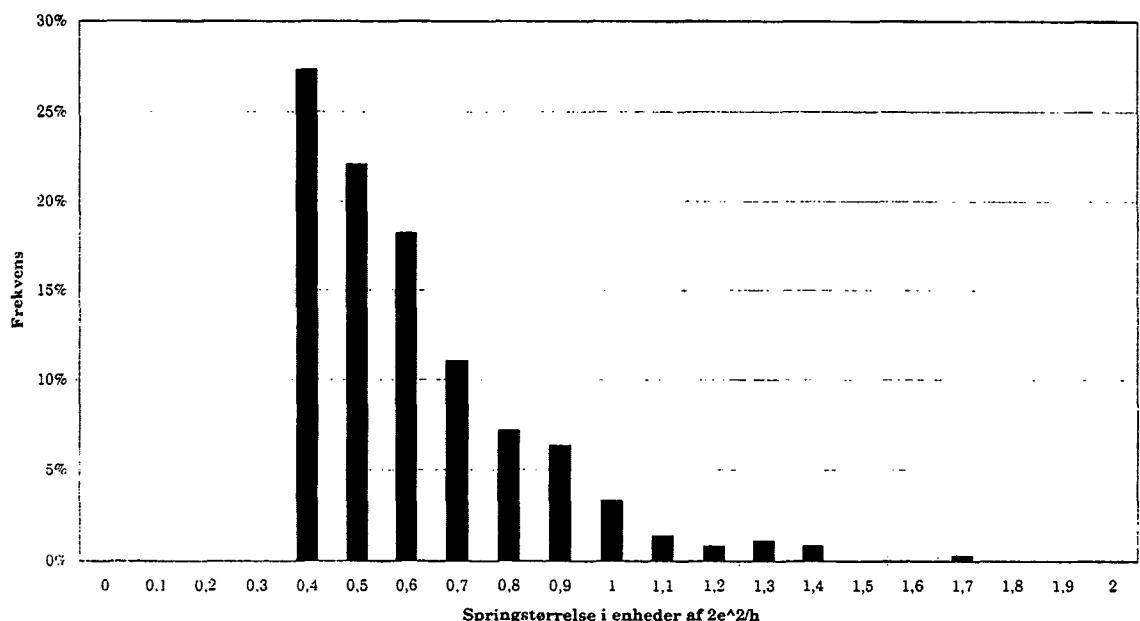
O<sub>1</sub>3



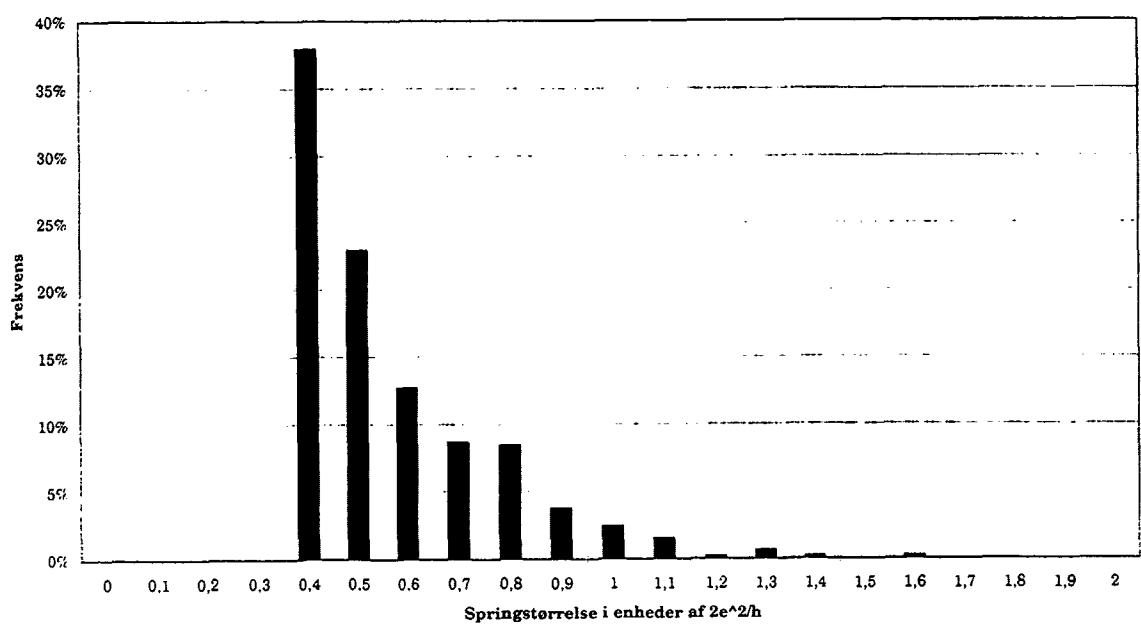
Hyp pighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1212AA. 29/75 målinger



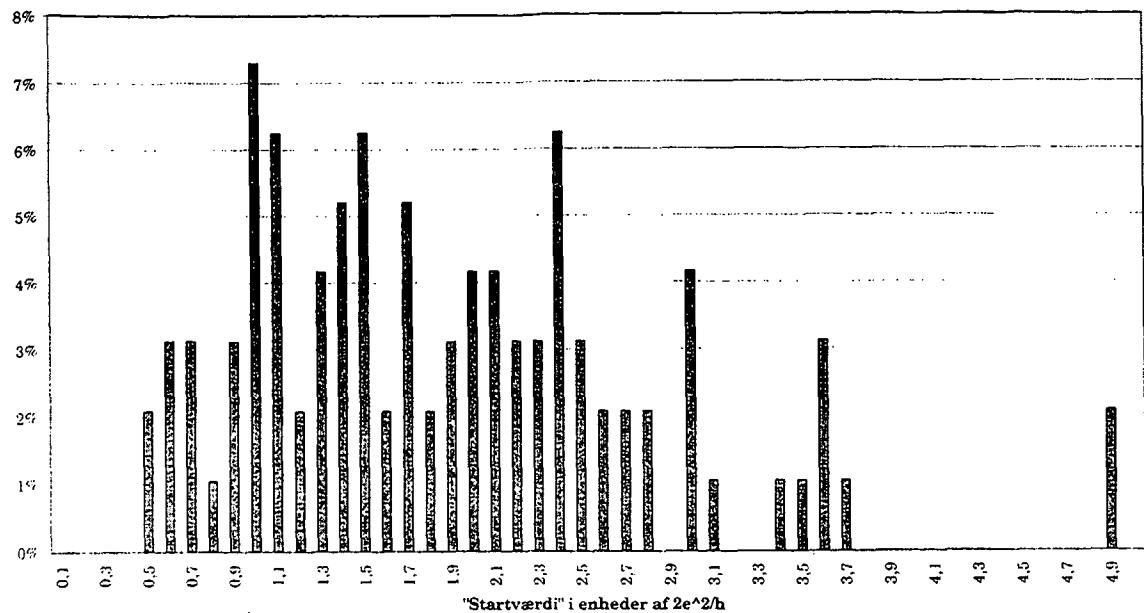
Hyp pighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1212AB. 29/36 målinger



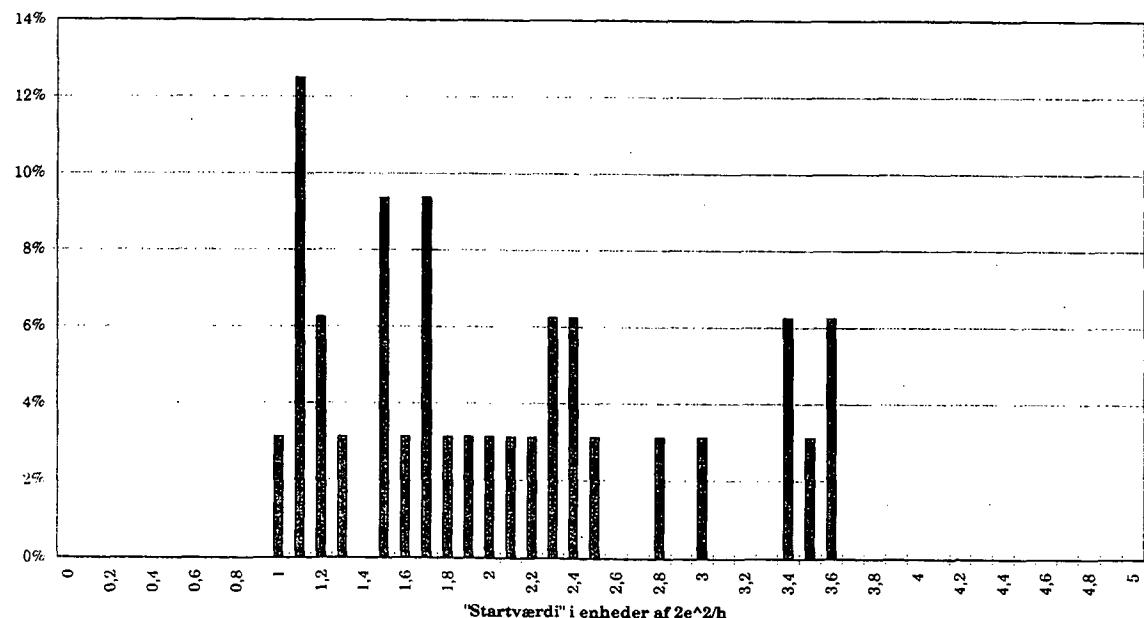
Hyp pighedsfordeling af "springstørrelse" for måleserie 1212AC. 55/78 målinger



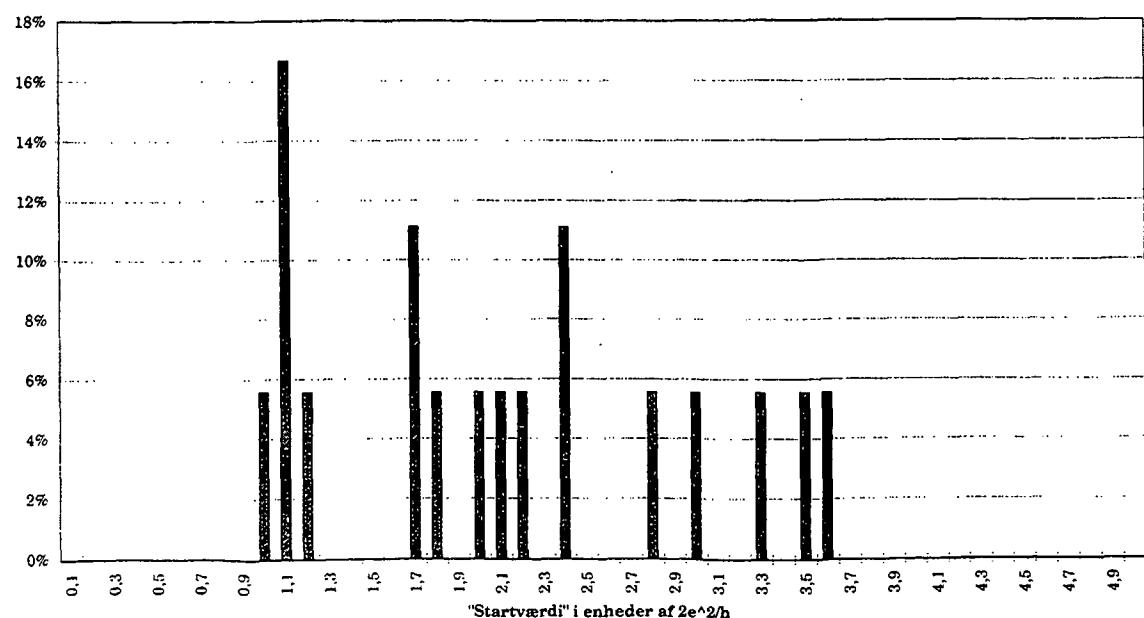
Hyppighedsfordeling af "trin-startværdier" for måleserie 1012AC, nedre grænse er 0,3



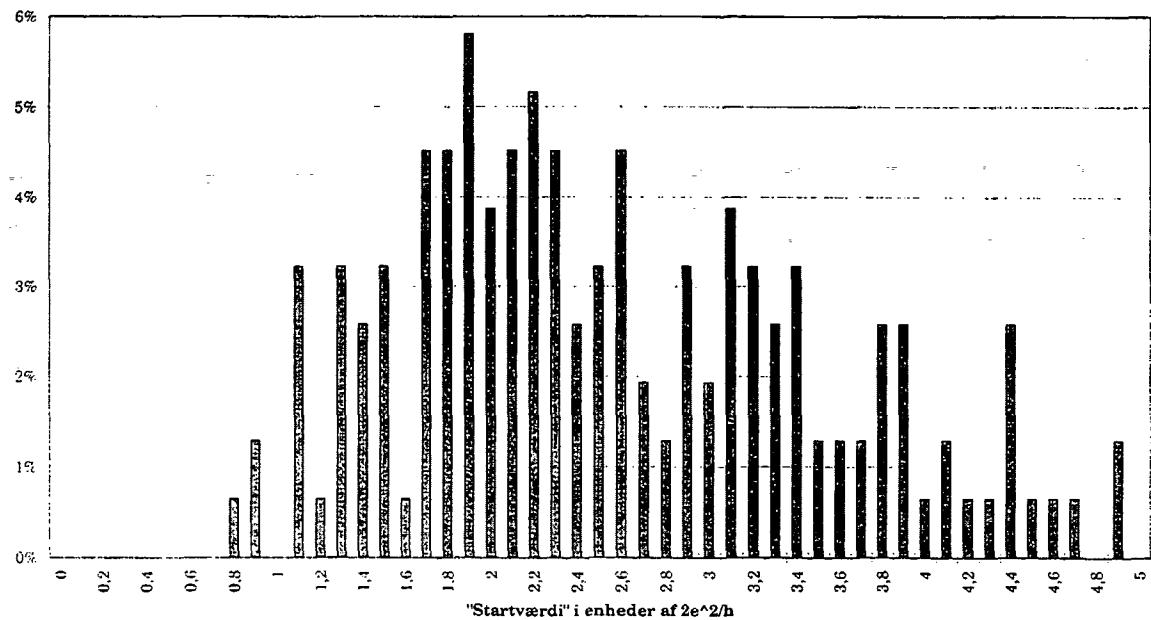
Hyppighedsfordeling af "trin-startværdier" for måleserie 1012AC, nedre grænse er 0,5



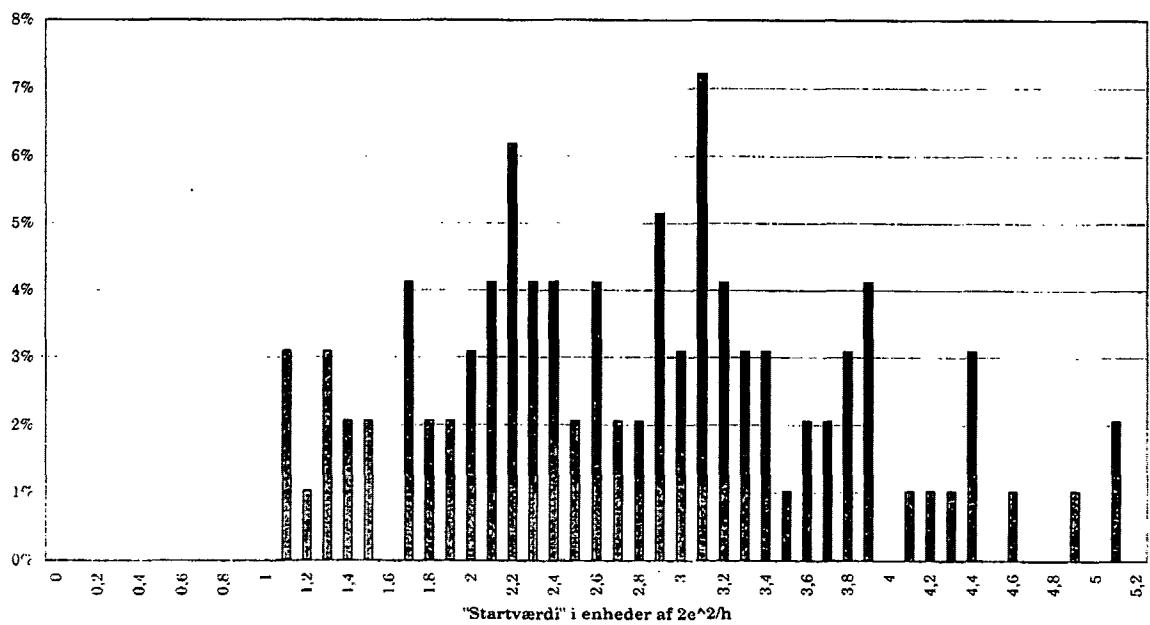
Hyppighedsfordeling af "trin-startværdier" for måleserie 1012AC, nedre grænse er 0,6



Hypighedsfordeling af "trin-startværdier" for måleserie 1212AC, nedre grænse er 0,5



Hypighedsfordeling af "trin-startværdier" for måleserie 1212AC, nedre grænse er 0,6



- Liste over tidligere udkomne tekster tilsendes gerne. Henvendelse herom kan ske til IMFUFA's sekretariat tlf. 46 75 77 11 lokal 2263*
- 
- 217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"  
by: Mogens Niss
- 218/92 "A Three-Square Theorem"  
by: Lars Kadison
- 219/92 "RUPNOK - stationær strømning i elastiske rør"  
af: Anja Boisen, Karen Birkelund, Mette Olufsen  
Vejleder: Jesper Larsen
- 220/92 "Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb"  
af: Bjørn Christensen, Ole Møller Nielsen  
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 221/92 "A BUNDLE VALUED RADON TRANSFORM, WITH APPLICATIONS TO INVARIANT WAVE EQUATIONS"  
by: Thomas P. Branson, Gestur Olafsson and Henrik Schlichtkrull
- 222/92 On the Representations of some Infinite Dimensional Groups and Algebras Related to Quantum Physics  
by: Johnny T. Ottesen
- 223/92 THE FUNCTIONAL DETERMINANT  
by: Thomas P. Branson
- 224/92 UNIVERSAL AC CONDUCTIVITY OF NON-METALLIC SOLIDS AT LOW TEMPERATURES  
by: Jeppe C. Dyre
- 225/92 "HATMODELLEN" Impedansspektroskopi i ultrarent en-krystallinsk silicium  
af: Anja Boisen, Anders Corm Larsen, Jesper Varmer, Johannes K. Nielsen, Kit R. Hansen, Peter Bøggild og Thomas Hougaard  
Vejleder: Petr Viscor
- 226/92 METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING THE GLOBAL CIRCULATION OF SELECTED EMISSIONS FROM ENERGY CONVERSION  
by: Bent Sørensen
- 
- 227/92 "Computersimulering og fysik"  
af: Per M. Hansen, Steffen Holm, Peter Maibom, Mads K. Dall Petersen, Pernille Postgaard, Thomas B. Schrøder, Ivar P. Zeck  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 228/92 "Teknologi og historie"  
Fire artikler af:  
Mogens Niss, Jens Høyrup, Ib Thiersen, Hans Hedal
- 229/92 "Masser af information uden betydning"  
En diskussion af informationsteorien i Tor Nørretranders' "Mæk Verden" og en skitse til et alternativ basseret på andenordens kybernetik og semiotik.  
af: Søren Brier
- 230/92 "Vinklens tredeling - et klassisk problem"  
et matematisk projekt af Karen Birkelund, Bjørn Christensen  
Vejleder: Johnny Ottesen
- 231A/92 "Elektrondiffusion i silicium - en matematisk model"  
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund, Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen  
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen
- 231B/92 "Elektrondiffusion i silicium - en matematisk model" Kildetekster  
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund, Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen  
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen
- 232/92 "Undersøgelse om den simultane opdagelse af energiens bevarelse og isærdeles om de af Mayer, Colding, Joule og Helmholtz udførte arbejder"  
af: L.Arleth, G.I.Dybkjær, M.T.Østergård  
Vejleder: Dorthe Posselt
- 233/92 "The effect of age-dependent host mortality on the dynamics of an endemic disease and Instability in an SIR-model with age-dependent susceptibility"  
by: Viggo Andreasen
- 234/92 "THE FUNCTIONAL DETERMINANT OF A FOUR-DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEM"  
by: Thomas P. Branson and Peter B. Gilkey
- 235/92 OVERFLADESTRUKTUR OG POREUDVIKLING AF KOKS - Modul 3 fysik projekt -  
af: Thomas Jessen
-

- 236a/93 INTRODUKTION TIL KVANTE  
HALL EFFEKTEN  
af: Anja Boisen, Peter Bøggild  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen  
Erland Brun Hansen
- 236b/93 STRØMSSAMMENBRUD AF KVANTE  
HALL EFFEKTEN  
af: Anja Boisen, Peter Bøggild  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen  
Erland Brun Hansen
- 237/93 The Wedderburn principal theorem and  
Shukla cohomology  
af: Lars Kadison
- 238/93 SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (2)  
Vektorbånd og tensorer  
af: Peder Voetmann Christiansen
- 239/93 Valgsystemer - Modelbygning og analyse  
Matematik 2. modul  
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen,  
Maria Hermansson, Allan Jørgensen,  
Ragna Clauson-Kaas, Poul Lützen  
Vejleder: Mogens Niss
- 240/93 Patologiske eksempler.  
Om sære matematiske fisks betydning for  
den matematiske udvikling  
af: Claus Dræby, Jørn Skov Hansen, Runa  
Ulsøe Johansen, Peter Meibom, Johannes  
Kristoffer Nielsen  
Vejleder: Mogens Niss
- 241/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 1  
af: Bent Sørensen
- 242/93 Brovedligeholdelse - bevar mig vel  
Analyse af Vejdirektoratets model for  
optimering af broreparationer  
af: Linda Kyndlev, Kåre Fundal, Kamma  
Tulinius, Ivar Zeck  
Vejleder: Jesper Larsen
- 243/93 TANKEEKSPERIMENTER I FYSIKKEN  
Et 1.modul fysikprojekt  
af: Karen Birkelund, Stine Sofia Korremann  
Vejleder: Dorthe Posselt
- 244/93 RADONTRANSFORMATIONEN og dens anvendelse  
i CT-scanning  
Projektrapport  
af: Trine Andreasen, Tine Guldager Christiansen,  
Nina Skov Hansen og Christine Iversen  
Vejledere: Gestur Olafsson og Jesper Larsen
- 245a+b  
/93 Time-Of-Flight målinger på krystallinske  
halvledere  
Specialetrapport  
af: Linda Szkotak Jensen og Lise Odgaard Gade  
Vejledere: Petr Viscor og Niels Boye Olsen
- 246/93 HVERDAGSVIDEN OG MATEMATIK  
- LÆREPROCESSER I SKOLEN  
af: Lena Lindenskov, Statens Humanistiske  
Forskningsråd, RUC, IMFUFA
- 247/93 UNIVERSAL LOW TEMPERATURE AC CON-  
DUCTIVITY OF MACROSCOPICALLY  
DISORDERED NON-METALS  
by: Jeppe C. Dyre
- 248/93 DIRAC OPERATORS AND MANIFOLDS WITH  
BOUNDARY  
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski
- 249/93 Perspectives on Teichmüller and the  
Jahresbericht Addendum to Schappacher,  
Scholz, et al.  
by: B. Booss-Bavnbek  
With comments by W.Abikoff, L.Ahlfors,  
J.Cerf, P.J.Davis, W.Fuchs, F.P.Gardiner,  
J.Jost, J.-P.Kahane, R.Lohan, L.Lorch,  
J.Radkau and T.Söderqvist
- 250/93 EULER OG BOLZANO - MATEMATISK ANALYSE SET I ET  
VIDENSKABSTEORETJSK PERSPEKTIV  
Projektrapport af: Anja Juul, Lone Michelsen,  
Tomas Højgaard Jensen  
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 251/93 Genotypic Proportions in Hybrid Zones  
by: Freddy Bugge Christiansen, Viggo Andreasen  
and Ebbe Thue Poulsen
- 252/93 MODELLERING AF TILFELDIGE FENOMENER  
Projektrapport af: Birthe Friis, Lisbeth Helmgård,  
Kristina Charlotte Jakobsen, Marina Mosbæk  
Johannessen, Lotte Ludvigsen, Mette Hass Nielsen
- 253/93 Kuglepakning  
Teori og model  
af: Lise Arleth, Kåre Fundal, Nils Kruse  
Vejleder: Mogens Niss
- 254/93 Regressionsanalyse  
Materiale til et statistikkurus  
af: Jørgen Larsen
- 255/93 TID & BETINGET UAFHÆNGIGHED  
af: Peter Harremoës
- 256/93 Determination of the Frequency Dependent  
Bulk Modulus of Liquids Using a Piezo-  
electric Spherical Shell (Preprint)  
by: T. Christensen and N.B.Olsen
- 257/93 Modellering af dispersion i piezoelektriske  
keramikker  
af: Pernille Postgaard, Jannik Rasmussen,  
Christina Specht, Mikko Østergård  
Vejleder: Tage Christensen
- 258/93 Supplerende kursusmateriale til  
"Lineære strukturer fra algebra og analyse"  
af: Mogens Brun Heefelt
- 259/93 STUDIES OF AC HOPPING CONDUCTION AT LOW  
TEMPERATURES  
by: Jeppe C. Dyre
- 260/93 PARTITIONED MANIFOLDS AND INVARIANTS IN  
DIMENSIONS 2, 3, AND 4  
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski

- 261/93 OPGAVESAMLING  
Bredde-kursus i Fysik  
Eksamensopgaver fra 1976-93
- 262/93 Separability and the Jones Polynomial  
by: Lars Kadison
- 263/93 Supplerende kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse" II  
af: Mogens Brun Heefelt
- 264/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 2  
af: Bent Sørensen
- 
- 265/94 SPHERICAL FUNCTIONS ON ORDERED SYMMETRIC SPACES  
To Sigurdur Helgason on his sixtyfifth birthday  
by: Jacques Faraut, Joachim Hilgert and Gestur Olafsson
- 266/94 Kommensurabilitets-oscillationer i laterale supergitre  
Fysikspeciale af: Anja Boisen, Peter Bøggild, Karen Birkelund  
Vejledere: Rafael Taboryski, Poul Erik Lindelof, Peder Voetmann Christiansen
- 267/94 Kom til kort med matematik på Eksperimentarium - Et forslag til en opstilling  
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen  
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 268/94 Life is like a sewer ...  
Et projekt om modellering af aorta via en model for strømning i kloakrør  
af: Anders Marcussen, Anne C. Nilsson, Lone Michelsen, Per M. Hansen  
Vejleder: Jesper Larsen
- 269/94 Dimensionsanalyse en introduktion metaprojekt, fysik  
af: Tine Guldager Christiansen, Ken Andersen, Nikolaj Hermann, Jannik Rasmussen  
Vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 270/94 THE IMAGE OF THE ENVELOPING ALGEBRA AND IRREDUCIBILITY OF INDUCED REPRESENTATIONS OF EXPONENTIAL LIE GROUPS  
by: Jacob Jacobsen
- 271/94 Matematikken i Fysikken.  
Opdaget eller opfundet  
NAT-BAS-projekt  
vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 272/94 Tradition og fornyelse  
Det praktiske elevarbejde i gymnasiets fysikundervisning, 1907-1988  
af: Kristian Hoppe og Jeppe Guldager  
Vejledning: Karin Beyer og Nils Hybel
- 273/94 Model for kort- og mellemdistanceløb  
Verifikation af model  
af: Lise Fabricius Christensen, Helle Pilemann, Bettina Sørensen  
Vejleder: Mette Olufsen
- 274/94 MODEL 10 - en matematisk model af intravenøse anæstetikas farmakokinetik 3. modul matematik, forår 1994  
af: Trine Andreasen, Bjørn Christensen, Christine Green, Anja Skjoldborg Hansen, Lisbeth Helmgård  
Vejledere: Viggo Andreasen & Jesper Larsen
- 275/94 Perspectives on Teichmüller and the Jahresbericht 2nd Edition  
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 276/94 Dispersionsmodellering  
Projektrapport 1. modul  
af: Gitte Andersen, Rehannah Borup, Lisbeth Friis, Per Gregersen, Kristina Vejrø  
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 277/94 PROJEKTARBEJDSPÆDAGOGIK - Om tre tolkninger af problemorienteret projektarbejde  
af: Claus Flensted Behrens, Frederik Voetmann Christiansen, Jørn Skov Hansen, Thomas Thingstrup  
Vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 278/94 The Models Underlying the Anaesthesia Simulator Sophus  
by: Mette Olufsen(Math-Tech), Finn Nielsen (RISØ National Laboratory), Per Føge Jensen (Herlev University Hospital), Stig Andur Pedersen (Roskilde University)
- 279/94 Description of a method of measuring the shear modulus of supercooled liquids and a comparison of their thermal and mechanical response functions.  
af: Tage Christensen
- 280/94 A Course in Projective Geometry  
by Lars Kadison and Matthias T. Kromann
- 281/94 Modellering af Det Cardiovaskulære System med Neural Pulskontrol  
Projektrapport udarbejdet af:  
Stefan Frendo, Runa Ulsøe Johansen, Michael Poul Curt Hansen, Klaus Dahl Jensen  
Vejleder: Viggo Andreasen
- 282/94 Parallelle algoritmer  
af: Erwin Dan Nielsen, Jan Danielsen, Niels Bo Johansen

283/94	Grænser for tilfældighed (en kaotisk talgenerator)		296/95	RETIKULER den klassiske mekanik af: Peder Voetmann Christiansen
	af: Erwin Dan Nielsen og Niels Bo Johansen			
284/94	Det er ikke til at se det, hvis man ikke lige ve' det!  Gymnasiematematikkens begrundelsesproblem  En specialerapport af Peter Hauge Jensen og Linda Kyndlev		297/95	A fluid-dynamical model of the aorta with bifurcations  by: Mette Olufsen and Johnny Ottesen
	Vejleder: Mogens Niss			
285/94	Slow coevolution of a viral pathogen and its diploid host  by: Viggo Andreasen and Freddy B. Christiansen		298/95	Mordet på Schrödingers kat - et metaprojekt om to fortolkninger af kvantemekanikken  af: Maria Hermannsson, Sebastian Horst, Christina Specht  Vejledere: Jeppe Dyre og Peder Voetmann Christiansen
286/94	The energy master equation: A low-temperature approximation to Bässler's random walk model  by: Jeppe C. Dyre		299/95	ADAM under figenbladet - et kig på en samfunds- videnskabelig matematisk model  Et matematisk modelprojekt af: Claus Dræby, Michael Hansen, Tomas Højgård Jensen Vejleder: Jørgen Larsen
287/94	A Statistical Mechanical Approximation for the Calculation of Time Auto-Correlation Functions  by: Jeppe C. Dyre		300/95	Scenarios for Greenhouse Warming Mitigation  by: Bent Sørensen
288/95	PROGRESS IN WIND ENERGY UTILIZATION  by: Bent Sørensen		301/95	TOK Modellering af træers vækst under påvirkning af ozon  af: Glenn Møller-Holst, Marina Johannessen, Birthe Nielsen og Bettina Sørensen  Vejleder: Jesper Larsen
289/95	Universal Time-Dependence of the Mean-Square Displacement in Extremely Rugged Energy Landscapes with Equal Minima  by: Jeppe C. Dyre and Jacob Jacobsen		302/95	KOMPRESSORER - Analyse af en matematisk model for aksialkompressorer  Projektrapport sf: Stine Bøggild, Jakob Hilmer, Pernille Postgaard  Vejleder: Viggo Andreasen
290/95	Modellering af uregelmæssige bølger Et 3.modul matematik projekt  af: Anders Marcussen, Anne Charlotte Nilsson, Lone Michelsen, Per Mørkegaard Hansen  Vejleder: Jesper Larsen		303/95	Masterlignings-modeller af Glasovergangen Termisk-Mekanisk Relaksation Specialerapport udarbejdet af:  Johannes K. Nielsen, Klaus Dahl Jensen  Vejledere: Jeppe C. Dyre, Jørgen Larsen
291/95	1st Annual Report from the project  LIFE-CYCLE ANALYSIS OF THE TOTAL DANISH ENERGY SYSTEM  an example of using methods developed for the OECD/IEA and the US/EU fuel cycle externality study  by: Bent Sørensen		304a/95	STATISTIKNOTER Simple binomialfordelingsmodeller af: Jørgen Larsen
292/95	Fotovoltaisk Statusnotat 3  af: Bent Sørensen		304b/95	STATISTIKNOTER Simple normalfordelingsmodeller af: Jørgen Larsen
293/95	Geometridiskussionen - hvor blev den af?  af: Lotte Ludvigsen & Jens Frandsen  Vejleder: Anders Madsen		304c/95	STATISTIKNOTER Simple Poissonfordelingsmodeller af: Jørgen Larsen
294/95	Universets udvidelse - et metaprojekt  Af: Jesper Duelund og Birthe Friis  Vejleder: Ib Lundgaard Rasmussen		304d/95	STATISTIKNOTER Simple multinomialfordelingsmodeller af: Jørgen Larsen
295/95	A Review of Mathematical Modeling of the Controlled Cardiovascular System  By: Johnny T. Ottesen		304e/95	STATISTIKNOTER Mindre matematisk-statistisk opslagsværk indeholdende bl.a. ordforklaringer, resuméer og tabeller af: Jørgen Larsen

- 305/95 The Maslov Index:  
A Functional Analytical Definition  
And The Spectral Flow Formula  
By: B. Booss-Bavnbeck, K. Furutani
- 306/95 Goals of mathematics teaching  
Preprint of a chapter for the forthcoming International Handbook of Mathematics Education (Alan J.Bishop, ed)  
By: Mogens Niss
- 307/95 Habit Formation and the Thirdness of Signs  
Presented at the semiotic symposium  
The Emergence of Codes and Intentions as a Basis of Sign Processes  
By: Peder Voetmann Christiansen
- 308/95 Metaforer i Fysikken  
af: Marianne Wilcken Bjerregaard,  
Frederik Voetmann Christiansen,  
Jørn Skov Hansen, Klaus Dahl Jensen  
Ole Schmidt  
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen og Petr Viscor
- 309/95 Tiden og Tanken  
En undersøgelse af begrebsverdenen Matematik udført ved hjælp af en analogi med tid  
af: Anita Stark og Randi Petersen  
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbeck
- 
- 310/96 Kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse" (E1)  
af: Mogens Brun Heefelt
- 311/96 2nd Annual Report from the project  
LIFE-CYCLE ANALYSIS OF THE TOTAL DANISH ENERGY SYSTEM  
by: Hélène Connor-Lajambe, Bernd Kuemmel,  
Stefan Krüger Nielsen, Bent Sørensen
- 312/96 Grassmannian and Chiral Anomaly  
by: B. Booss-Bavnbeck, K.P.Wojciechowski
- 313/96 THE IRREDUCIBILITY OF CHANCE AND THE OPENNESS OF THE FUTURE  
The Logical Function of Idealism in Peirce's Philosophy of Nature  
By: Helmut Pape, University of Hannover
- 314/96 Feedback Regulation of Mammalian Cardiovascular System  
By: Johnny T. Ottesen
- 315/96 "Rejsen til tidens indre" - Udarbejdelse af a + b et manuskript til en fjernsynssudsendelse + manuskript  
af: Gunhild Hune og Karina Goyle  
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen og Bruno Ingemann
- 316/96 Plasmaoscillation i natriumklynger  
Specialerapport af: Peter Meibom, Mikko Østergård  
Vejledere: Jeppe Dyre & Jørn Borggreen
- 317/96 Poincaré og symplektiske algoritmer  
af: Ulla Rasmussen  
Vejleder: Anders Madsen
- 318/96 Modelling the Respiratory System  
by: Tine Guldager Christiansen, Claus Dræby  
Supervisors: Viggo Andreasen, Michael Danielsen
- 319/96 Externality Estimation of Greenhouse Warming Impacts  
by: Bent Sørensen
- 320/96 Grassmannian and Boundary Contribution to the -Determinant  
by: K.P.Wojciechowski et al.
- 321/96 Modelkompetencer – udvikling og afprøvning af et begrebsapparat  
Specialerapport af: Nina Skov Hansen, Christine Iversen, Kristin Troels-Smith  
Vejleder: Morten Blomhøj
- 322/96 OPGAVESAMLING  
Bredde-Kursus i Fysik 1976 – 1996
- 323/96 Structure and Dynamics of Symmetric Diblock Copolymers  
PhD Thesis  
by: Christine Maria Papadakis
- 324/96 Non-linearity of Baroreceptor Nerves  
by: Johnny T. Ottesen
- 325/96 Retorik eller realitet ?  
Anvendelser af matematik i det danske Gymnasiums matematikundervisning i perioden 1903 – 88  
Specialerapport af Helle Pilemann  
Vejleder: Mogens Niss
- 326/96 Bevisteori  
Eksemplificeret ved Gentzens bevis for konsistensen af teorien om de naturlige tal  
af: Gitte Andersen, Lise Mariane Jeppesen, Klaus Frovin Jørgensen, Ivar Peter Zeck  
Vejledere: Bernhelm Booss-Bavnbeck og Stig Andur Pedersen
- 327/96 NON-LINEAR MODELLING OF INTEGRATED ENERGY SUPPLY AND DEMAND MATCHING SYSTEMS  
by: Bent Sørensen
- 328/96 Calculating Fuel Transport Emissions  
by: Bernd Kuemmel

329/96 The dynamics of cocirculating influenza strains conferring partial cross-immunity  
and

A model of influenza A drift evolution  
by: Viggo Andreasen, Juan Lin and  
Simon Levin

330/96 LONG-TERM INTEGRATION OF PHOTOVOLTAICS  
INTO THE GLOBAL ENERGY SYSTEM

by: Bent Sørensen

331/96 Viskøse fingre

Specialerapport af:

Vibeke Orlien og Christina Specht

Vejledere: Jacob M. Jacobsen og Jesper Larsen

---

332/97 ANOMAL SWELLING AF LIPIDE DOBBELTLAG

Specialerapport af:

Stine Sofia Korremann

Vejleder: Dorthe Posselt

333/97 Biodiversity Matters

an extension of methods found in the literature  
on monetisation of biodiversity

by: Bernd Kuemmel

334/97 LIFE-CYCLE ANALYSIS OF THE TOTAL DANISH  
ENERGY SYSTEM

by: Bernd Kuemmel and Bent Sørensen

335/97 Dynamics of Amorphous Solids and Viscous Liquids

by: Jeppe C. Dyre