

Bernhelm Booss und
Klaus Krickeberg (Hrsg.)
Mathematisierung
der Einzelwissenschaften

Biologie — Chemie — Erdwissenschaften — Geschichts-
wissenschaft — Linguistik — Medizin — Pädagogik — Physik —
Psychologie — Rechtswissenschaft — Soziologie — Theorie
Wirtschaftswissenschaft

Editor / Herausgeber:

Prof. Salomon Klaczko-Ryndziun, Frankfurt a. M.

Co-Editors / Mitherausgeber:

Prof. Ranan Banerji, Temple University, Philadelphia
Prof. Jerome A. Feldman, University of Rochester, Rochester
Prof. Mohamed Abdelrahman Mansour, ETH, Zürich
Prof. Ernst Billeter, Universität Fribourg, Fribourg
Prof. Christof Burckhardt, EPF, Lausanne
Prof. Ivar Ugi, Technische Universität München
Prof. King-Sun Fu, Purdue University, West Lafayette

Interdisciplinary Systems Research
Analysis – Modelling – Simulation

The system science has been developed from several scientific fields: control and communication theory, model theory and computer science. Nowadays it fulfills the requirements which Norbert Wiener formulated originally for cybernetics; and were not feasible at his time, because of insufficient development of computer science in the past.

Research and practical application of system science involve works of specialists of system science as well as of those from various fields of application. Up to now, the efficiency of this co-operation has been proved in many theoretical and practical works.

The series 'Interdisciplinary Systems Research' is intended to be a source of information for university students and scientists involved in theoretical and applied systems research. The reader shall be informed about the most advanced state of the art in research, application, lecturing and metatheoretical criticism in this area. It is also intended to enlarge this area by including diverse mathematical modeling procedures developed in many decades for the description and optimization of systems.

In contrast to the former tradition, which restricted the theoretical control and computer science to mathematicians, physicists and engineers, the present series emphasizes the interdisciplinarity which system science has reached until now, and which tends to expand. City and regional planners, psychologists, physiologists, economists, ecologists, food scientists, sociologists, political scientists, lawyers, pedagogues, philologists, managers, diplomats, military scientists and other specialists are increasingly confronted or even charged with problems of system science.

The ISR series will contain research reports – including PhD-theses – lecture notes, readers for lectures and proceedings of scientific symposia. The use of less expensive printing methods is provided to assure that the authors' results may be offered for discussion in the shortest time to a broad, interested community. In order to assure the reproducibility of the published results the coding lists of the used programs should be included in reports about computer simulation.

The international character of this series is intended to be accomplished by including reports in German, English and French, both from universities and research centers in the whole world. To assure this goal, the editors' board will be composed of representatives of the different countries and areas of interest.

Interdisziplinäre Systemforschung
Analyse – Formalisierung – Simulation

Die Systemwissenschaft hat sich aus der Verbindung mehrerer Wissenschaftszweige entwickelt: der Regelungs- und Steuerungstheorie, der Kommunikationswissenschaft, der Modelltheorie und der Informatik. Sie erfüllt heute das Programm, das Norbert Wiener mit seiner Definition von Kybernetik ursprünglich vorgelegt hat und dessen Durchführung zu seiner Zeit durch die noch ungenügend entwickelte Computerwissenschaft stark eingeschränkt war.

Die Forschung und die praktische Anwendung der Systemwissenschaft bezieht heute sowohl die Fachleute der Systemwissenschaft als auch die Spezialisten der Anwendungsgebiete ein. In vielen Bereichen hat sich diese Zusammenarbeit mittlerweile bewährt.

Die Reihe «Interdisziplinäre Systemforschung» setzt sich zum Ziel, dem Studenten, dem Theoretiker und dem Praktiker über den neuesten Stand aus Lehre und Forschung, aus der Anwendung und der metatheoretischen Kritik dieser Wissenschaft zu berichten. Dieser Rahmen soll noch insofern erweitert werden, als die Reihe in ihren Publikationen die mathematischen Modellierungsverfahren mit einbezieht, die in verschiedensten Wissenschaften in vielen Jahrzehnten zur Beschreibung und Optimierung von Systemen erarbeitet wurden.

Entgegen der früheren Tradition, in der die theoretische Regelungs- und Computerwissenschaft auf den Kreis der Mathematiker, Physiker und Ingenieure beschränkt war, liegt die Betonung dieser Reihe auf der Interdisziplinarität, die die Systemwissenschaft mittlerweile erreicht hat und weiter anstrebt. Stadt- und Regionalplaner, Psychologen, Physiologen, Betriebswirte, Volkswirtschaftler, Ökologen, Ernährungswissenschaftler, Soziologen, Politologen, Juristen, Pädagogen, Manager, Diplomaten, Militärwissenschaftler und andere Fachleute sehen sich zunehmend mit Aufgaben der Systemforschung konfrontiert oder sogar beauftragt.

Die ISR-Reihe wird Forschungsberichte – einschliesslich Dissertationen –, Vorlesungsskripten, Readers zu Vorlesungen und Tagungsberichte enthalten. Die Verwendung wenig aufwendiger Herstellungsverfahren soll dazu dienen, die Ergebnisse der Autoren in kürzester Frist einer möglichst breiten, interessierten Öffentlichkeit zur Diskussion zu stellen. Um auch die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, werden in Berichten über Arbeiten mit dem Computer wenn immer möglich auch die Befehlslisten im Anhang mitgedruckt.

Der internationale Charakter der Reihe soll durch die Aufnahme von Arbeiten in Deutsch, Englisch und Französisch aus Hochschulen und Forschungszentren aus aller Welt verwirklicht werden. Dafür soll eine entsprechende Zusammensetzung des Herausbergremiums sorgen.

ISR 24

**Interdisciplinary Systems Research
Interdisziplinäre Systemforschung**

Bernhelm Booss und Klaus Krickeberg (Herausgeber)

Mathematisierung der Einzelwissenschaften

**Biologie – Chemie – Erdwissenschaften – Geschichtswissenschaft
– Linguistik – Medizin – Pädagogik – Physik – Psychologie –
Rechtswissenschaft – Soziologie – Theologie – Wirtschafts-
wissenschaft.**

Springer Basel AG 1976

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Mathematisierung der Einzelwissenschaften/

Bernhelm Booss u. Klaus Krickeberg (Hrsg.). —

1. Aufl. — Basel, Stuttgart: Birkhäuser, 1976.

(Interdisciplinary systems research; 24)

ISBN 978-3-7643-0867-4

NE: Booss, Bernhelm [Hrsg.]

Nachdruck verboten

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen und der Reproduktion auf photostatischem Wege oder durch Mikrofilm, vorbehalten

© Springer Basel AG 1976

Ursprünglich erschienen bei Birkhäuser Verlag Basel, 1976

ISBN 978-3-7643-0867-4

ISBN 978-3-0348-5508-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-0348-5508-2

Vorwort

Stimmt es, daß die Wendung zum Methodischen, die die wissenschaftliche Theorie im historischen Verlauf ihrer Entwicklung und Differenzierung genommen hat, mit Notwendigkeit zu Mathematisierungstendenzen führt?

Wie sind Tragfähigkeit, Reichweite und Aussichten mathematischer Methoden in den Einzelwissenschaften zu beurteilen?

In welchem Verhältnis zueinander stehen mathematische und einzelwissenschaftliche Konzepte?

Antwort auf diese Fragen sucht eine in der Gründungsphase der neuen Universität Bielefeld gebildete "Mathematisierungskommission" im Hinblick auf eine raschere Übertragung neuer Methoden und Modellvorstellungen von einer Einzelwissenschaft in eine andere, das Aufspüren neuer Entwicklungslinien der Mathematisierung und einen theoretischen Vorlauf zur weiteren maschinellen Datenverarbeitung.

Bei den folgenden Beiträgen handelt es sich um die zum Teil nur leicht korrigierten Mitschriften von Vorträgen vor dieser Kommission und um ergänzende Stellungnahmen aus am Ort nicht vertretenen Disziplinen, die einen ersten Ansatz zu einer umfassenden Bestandsaufnahme und kritischen Diskussion des Gebrauchs mathematischer Methoden in den verschiedenen Wissenschaften liefern wollen. Im Mittelpunkt der sich in monatlicher Folge aneinanderschließenden Referate der Vertreter der einzelnen Wissenschaften standen Probleme der Kooperation zwischen ihrer Disziplin und der Mathematik, wobei sie häufig von einer populärwissenschaftlichen Darstellung ihres Fachs nach Art des alten "Studium Generale" ausgingen. Vor dem Hintergrund ihrer Einschätzung: welche stürmischen Entwicklungen hat es in den letzten zwanzig bis fünfzig Jahren gegeben - und wo herrscht eher Stagnation, zogen die Referenten ein Resümee bisheriger Berührungen ihrer Wissenschaft mit der Mathematik und erörterten Aussichten des weiteren Einsatzes mathematischer Methoden.

Der häufig subjektive Charakter der Einschätzungen blieb in der vorliegenden Buchausgabe erhalten, da diese persönlichen Erfahrungen und Meinungen oft mehr Aufschluß über den Stand und die Perspektiven der Entwicklung geben dürften als zu vorsichtig formulierte, abgesicherte Feststellungen.

Im Anhang finden sich - neben einem allerdings noch nicht systematisierten bloßen "Phonem"-Index zur Mathematisierung - Vorbereitungsdokumente der Sitzungen, Skizzen einiger konkreter Folgeprojekte und Literaturlisten zur weiteren Auswertung, Objektivierung und mathematisch-einzelwissenschaftlichen Vertiefung.

Wir hoffen, daß dieses Material nicht nur für die zukünftige Arbeit des Forschungsschwerpunkts "Mathematisierung der Einzelwissenschaften" der Universität Bielefeld als Orientierungsgrundlage von Nutzen sein wird, sondern auch andernorts als Ausgangspunkt einer weiteren Bestimmung und Präzisierung des Zusammenhangs zwischen einzelwissenschaftlichem Fortschritt und Mathematisierungstendenzen dienen kann.

Im Februar 1976

Bernhelm Booß, Bielefeld

Klaus Krickeberg, Paris

Einleitung Aus den Grußworten des
Rektors der Universität Bielefeld,
Prof. Dr. K. P. Grottemeyer,
zur Konstituierung der
"Mathematisierungskommission"

I.

Das Bekenntnis der jungen Universität Bielefeld und ihrer konstituierenden Gremien zur schwerpunktmäßigen Förderung der Mathematisierung der Einzelwissenschaften fängt an mit den "Strukturmerkmalen" der Universität von 1966, in denen es heißt: "Mit der Arbeit in den Schwerpunktgebieten will die Universität einen spezifischen Beitrag zur Reform der deutschen Hochschule erbringen". Es geht dann weiter: "Als mehrdisziplinäre Schwerpunkte sind vorgesehen . . . Mathematisierung als Methode in anderen Fächern." Zu diesem Strukturmerkmal der Neugründungsuniversität hat die Landesregierung in ihrer 954. Kabinettsitzung ihre Zustimmung gegeben.

Im Aufbauplan II, einer Fortschreibung dieser Strukturmerkmale, heißt es entsprechend: "Einer der Universitätsschwerpunkte ist die Mathematisierung als Methode in den Wissenschaften, das heißt, die Erforschung der Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik auf außermathematische Problemstellungen." Auch dieser Aufbauplan II ist vom Kabinett akzeptiert und als Planungsgrundlage dieser Universität und beschlossen worden.

Dies Bekenntnis zum Schwerpunkt "Mathematisierung" ist durchaus stets und ständig hier weitergeführt worden - und wurde in einer Reihe von Einzelwissenschaften zumindest teilweise auch verwirklicht, wovon noch die Rede sein wird. Auf Gesamtuniversitätsebene blieb es freilich zunächst bei dem Papier. Das hat seinen Grund in den unvermeidlichen räumlichen, bibliothekarischen, personellen und sonstigen Provisorien der Aufbausituation, die insbesondere einen systematischen Erfahrungsaustausch für diesen Schwerpunkt außerordentlich erschweren und es im Grunde zunächst verhindert haben, daß dieser Schwerpunkt sich zielgerichtet und systematisch organisieren konnte. Eigentlich erst jetzt ist der Zeitpunkt gekommen, nachdem alle Fächer an der Universität wenigstens in Keimzellen vorhanden sind, daß mit einem kooperativen Gespräch begonnen werden kann.

"Die Unterkommission soll in Zusammenarbeit mit den Fakultäten feststellen, wo in den Einzelwissenschaften gemeinsame Problembereiche liegen, die mit Hilfe der Mathematik - durch "Mathematisierung der Einzelwissenschaften" - zu lösen sind." So hat die Forschungskommission der Universität den Auftrag der Mathematisierungskommission für die erste Phase der Institutionalisierung dieses Schwerpunktes umrissen. Hieraus soll "bis Mitte 1975 ein Strukturplan hervorgehen, der die Entwicklung und Abgrenzung eines allgemeinen Konzepts für diesen Universitätsschwerpunkt aufzeigt". Soweit der Beschluß der Forschungskommission.

II.

Lassen Sie mich noch einen Aspekt zur praktischen Arbeit dieser Kommission anschließen: Bei der Mathematisierung handelt es sich nicht darum - und dieses ist die Meinung auch in der Forschungskommission - eine neue Wissenschaft aus der Taufe zu heben. Die Situation ist vielmehr durch umfangreiche und außerordentlich rasch sich entwickelnde praktische Forschungstätigkeit gekennzeichnet, wie auf der ganzen Welt so auch hier in Bielefeld.

Warum aber ist die Arbeit einer Mathematisierungskommission notwendig, und warum ist sie gerade im jetzigen Augenblick dringend? Bei der Beantwortung dieser Frage kann man durchaus Verständnis für das hausväterliche Verhalten unserer Fakultäten haben, die auch mit Blick auf die allgemeine Haushaltsenge ihre Mitarbeit zugesagt haben, um möglicherweise die Chance zu nutzen, über das Schlagwort "Mathematisierung" ihrem eigenen Budget das eine oder andere Handfeste an Stellen oder Mitteln hinzuzufügen.

Das wäre durchaus legitim. Im Mittelpunkt sollten aber die drängenden gemeinsamen Probleme stehen: Ich meine, daß gerade die Variabilität unserer Aufbausituation dieser Kommission eine große Chance eröffnet. Schon sind die meisten Einzelwissenschaften hier in Bielefeld so weit etabliert, daß sie ein eigenes wissenschaftliches Gewicht erlangt haben und die Kontinuität der Argumentation, den Bezug auf die praktische Forschungstätigkeit, auf die Erfahrungen, Interessen und Probleme der Einzelwissenschaften ermöglichen - noch ist der Aufbau aber nicht abgeschlossen, kein Fachbereich, keine Fakultät an dieser Universität ist komplett.

Zu einer planmäßigen Gestaltung des Bereichs "Mathematisierung" fehlen - und darin sehe ich Chance und strategisches Ziel dieser Kommission - Entscheidungsgrundlagen insbesondere

- für die Besetzung weiterer Personalstellen (das wäre von dieser Kommission aus an die Adresse der Fakultäten zu richten)
- für die Ausrichtung der erforderlichen mathematischen Kurse in den Einzelwissenschaften (hier wären konzeptionelle Vorstellungen etwa an bilaterale Lehrplan- oder Lehrkommissionen zwischen der Fakultät für Mathematik und den Einzelwissenschaften heranzutragen)
- für die gezielte Initiierung und Förderung besonders aussichtsreicher Forschungsprojekte (Anregungen und Kriterien wären hier an die Adresse der Ausschüsse für Forschung in den Fakultäten und an die zentrale Forschungskommission zu richten)
- für die Einrichtung von Arbeitsgemeinschaften im Zentrum für interdisziplinäre Forschung, für einen den besonderen Bedürfnissen der Mathematisierung Rechnung tragenden Ausbau der Universitätsbibliothek, nicht zu reden über die Verbindung zu unserer zu schaffenden Großrechenanlage (über die ADV-Kommission) usw.

Die Möglichkeiten, die sich hier anbieten, bilden einen ziemlich breiten Fächer; worauf sich konzentrieren?

Was sind die entscheidenden inhaltlichen und organisatorischen Parameter für die Kooperation von Mathematik und Einzelwissenschaften?

Wie läßt sich dietheoretische Relevanz der Mathematisierung der Einzelwissenschaften beurteilen?

Dies, glaube ich, sind die drängenden Fragen. Das Problem liegt hier eben nicht in der Initiierung einer neuen Wissenschaft oder in der Stimulierung von all dem, was zur Mathematisierung der Einzelwissenschaften getan werden kann. Die Kunst des Möglichen als für den forschenden Fachmathematiker oft naheliegendste Orientierung reicht heute nicht mehr als wissenschaftspolitisches Kriterium aus. Auch für die Mathematisierung scheint vielmehr das zu gelten, was aufmerksame Beobachter bereits allgemein zur Forschungsförderung bemerkten: "Die Menge der bereits wissenschaftsmethodisch erschlossenen Forschungsmöglichkeiten übersteigt schon jetzt das tatsächlich Erforschbare um das Vielfache; und sie nimmt mit dem Fortschreiten der Wissenschaft rapid weiter zu." (Kurt RUDZINSKI)

Ich sprach eben von der theoretischen Relevanz. Sicher ist "Relevanz" ein sehr schwieriger Begriff, der oft sehr kontrovers diskutiert wird. Ich meine aber, wir sollten uns hier einigen können auf den Begriff der "theoretischen Relevanz", auf die Frage nach Leistungsfähigkeit und Tragfähigkeit bei der Beschreibung und Erklärung der Verhältnisse im jeweiligen Untersuchungsbereich der Einzelwissenschaften. Sicher können wir uns jedenfalls nicht stützen auf Relevanzvorstellungen, wie sie etwa auch in unseren Strukturpapieren wiederzufinden sind, wenn z. B. der damalige Kultusminister MIKAT Vorrang für diese oder jene Maßnahme forderte mit der doch etwas allgemeinen Begründung: "... wollen wir für die Aufgaben der nächsten Jahrzehnte gerüstet sein"; und auch der "Beitrag zur Wettbewerbsfähigkeit von Forschung und Wirtschaft", das von der gegenwärtigen Landesregierung für die Schwerpunktförderung genannte Kriterium, hält kaum einer wissenschaftlichen Überprüfung stand und kann wie alle derartigen fraglichen Kriterien uns nicht weiterführen. Ich glaube, daß Wissenschaft keinen Grund hat, die Disziplin ihrer gesellschaftlichen Relevanz zu scheuen. Aber wenn sie dieses tut, sollte sie es nicht oberflächlich tun, sondern selbst wissenschaftlich diszipliniert ...

III.

Abschließend noch ein Wort zur Notwendigkeit der Kooperation. Die Universität Bielefeld hat ihre Grundeinheiten in Forschung, Lehre und Studium in den Einzelfächern. Diese Einzelfächer sind als eigene Fakultäten organisiert, erwachsen aus der Zerteilung der klassischen Philosophischen Fakultät und Staatswissenschaftlichen Fakultät. Damit sind lauter Bereiche geschaffen, die streng disziplinär arbeiten und so auch ausdrücklich von den Gründern der Universität Bielefeld akzeptiert sind. Zugleich wurde aber dem disziplinübergreifenden Spannungsfeld dadurch Rechnung getragen, daß hier ein "Zentrum für interdisziplinäre Forschung" konzipiert wurde, ferner ein "Zentrum für Wissenschaft und berufliche Praxis" und weitere übergreifende Sonder-einrichtungen, die wie unsere Schulprojekte in der Planung oder Realisierung begriffen sind. In diesem Spannungsfeld - und darum sind sie seinerzeit gleich mit in die Gründungskonzeption aufgenommen worden - wirken auch die Universitätschwerpunkte, und hier vor allem die "Mathematisierung".

Wenn sich also in der Kommission Vertreter der abstraktesten mathematischen Forschung mit Fachvertretern "angewandtester" Wissenschaften zusammenfinden, dann meine ich, daß man aus diesem Spannungsfeld das Positive, das hier hineingelegt worden ist, herausholen sollte: Die Möglichkeit, spekulative und durchaus "freischwebende" Denkansätze in die Zucht einer mathematisierten Methodologie zu nehmen und sie dadurch vergleichbar, kontrollierbar und kommunizierbar zu machen. Je formalisiertere Methoden wir uns verfügbar machen, desto freiere dürfen wir uns wählen. In der "Mathematisierung" sehe ich deshalb einen Weg, Wissenschaft in besonderer Verantwortung gegenüber wissenschaftlicher und nichtwissenschaftlicher Umwelt zu betreiben. Die Mathematisierungskommission möge dieses Spannungsverhältnis nicht vordergründig zuschütten, sondern als Stimulanz und Voraussetzung der weiteren Arbeit aufrechterhalten.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	
<i>B. Boob und K. Krickeberg</i>	1
Einleitung	
<i>K. P. Grottemeyer</i>	2
<hr/>	
Biologie	
<i>P. Görmer und A. Reißland</i>	8
Chemie	
<i>Th. Dorf Müller</i>	22
Erdwissenschaften	
<i>K.-H. Hinkelmann</i>	34
Geschichte	
<i>I. Milow und I. Promachina</i>	50
Fragen an Historiker	54
Linguistik und Literaturwissenschaft	
<i>J. Petöfi</i>	56
Medizin	
<i>P. Tautu</i>	83
Pädagogik	
<i>A. Raeithel</i>	97
Physik	
<i>L. Streit</i>	136
Psychologie	
<i>K. Stapf</i>	156
Rechtswissenschaft	
<i>W. Opfermann</i>	174
Soziologie	
<i>Th. Harder</i>	202
<i>N. Luhmann, ergänzende Bemerkungen.</i>	236
Theologie	
<i>K. Füssel</i>	240
Wirtschaftswissenschaft	
<i>R. Selten</i>	246

S t a t t e i n e s N a c h w o r t e s	
B. Boob	262
A n h a n g	
I	Mögliches Gerüst zur Darstellung der Mathematisierung der Einzelwissenschaften 273
II	Liste typischer Schwierigkeiten bei der Kooperation zwischen Mathematik und Einzelwissenschaften 277
III a)	Fragebogen für mathematische Wissenschaftler 282
b)	Rundtischgespräch beim 10. Internationalen Mathematikerkongreß, Vancouver 1974 288
IV	Stichpunkte zur Mathematikausbildung für Nichtmathematiker 292
V	Gedanken zur mathematischen Fortbildung 295
VI	Ressourcenerhebung 299
W e i t e r f ü h r e n d e L i t e r a t u r 301	
P e r s o n e n v e r z e i c h n i s 346	
S a c h w ö r t e r v e r z e i c h n i s z u r M a t h e m a t i s i e r u n g 350	
Z u d e n A u t o r e n 362	

Peter Görner, Andreas Reißland :

Biologie
und
Mathematik

1. Statistik
2. Kreuzkorrelationen bei der optischen Mustererkennung durch Bienen
3. Metrik und Relationen biologischer Systeme
4. Informationstheorie
5. Regelungstheorie
6. Theorie offener Systeme
7. Spieltheorie
8. Faktorenanalyse
9. Theorie nichtlinearer Differentialgleichungen
10. Digitale Simulationen
11. Mathematisierung in der Ökologie

Nach einem vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrag

8-Bio

Jeder Versuch, Mathematik auf die reale Welt anzuwenden, besteht aus drei Schritten. Zuerst werden die Naturerscheinungen beobachtet, dann auf ein mathematisches Modell abgebildet und die zugehörigen Gleichungen gelöst, und schließlich wird die inverse Abbildung vorgenommen. Die größten Schwierigkeiten ergeben sich dabei beim ersten Schritt. Das Finden eines geeigneten Modells ist eine Leistung, die zwar nicht prinzipiell, wohl aber in praxi von Nichtmathematikern oder besser Nicht-nur-Mathematikern vollbracht wird. Es kommt oft vor, daß biologische Daten durch zwei oder mehr Modelle beschreibbar sind, so daß die Entscheidung für das eine oder das andere eine Sache der biologischen Einsicht oder auch des Gesichtspunktes ist. Damit soll nicht gesagt sein, daß eine eindeutige Entscheidung nicht möglich sei, sie kann jedoch wegen experimenteller Schwierigkeiten oder zu großer Komplexität des Systems oft nicht getroffen werden. Auch der umgekehrte Weg einer Mathematisierung ist gangbar, man kann ihn allerdings eher als Schleichweg bezeichnen: Er besteht darin, das Urbild eines vorhandenen mathematischen Modells in der Wirklichkeit, in diesem Falle also der Biologie zu suchen. Daß dies nur gelegentlich zum Ziel führt, liegt auf der Hand. Der Stoßseufzer, den COWAN einmal ausstieß: "Dear Lord, please make the world linear, stationary, Gaussian and nonthreshold", ist jedenfalls seit dem Urknall nicht erhört worden.

Im folgenden sollen einige Ansätze zur Mathematisierung biologischer Probleme vorgestellt werden, die teilweise von mathematischen oder physikalischen Begriffen, teilweise auch von den biologischen Einzelproblemen ausgehen. Im Prinzip kann man bei der Formulierung der Probleme zwei Wege beschreiten.

Der eine entspricht dem, den die Physik in den meisten Fällen beschreitet, indem sie alle Naturerscheinungen auf Elementarereignisse zurückführt. In der Biologie heißt das, daß die Phänomene des Lebens in Teile und Prozesse zerlegt werden, die isoliert voneinander studiert werden können. Unter diesem Gesichtspunkt sind Organismen Aggregate einzelner Zellen, werden zelluläre Vorgänge auf physiko-chemische Prozesse zurückgeführt, die Funktionen des Organismus als Leistungen isolierter Organe erklärt.

Parallel zu dieser analytischen Betrachtungsweise haben sich in allen Teilgebieten der modernen Biologie jedoch auch organismische Konzeptionen entwickelt. Die Komplexität organischer Systeme erschwert dabei die Aufstellung überschaubarer Modelle außerordentlich. So sind in der Zelle außer einer Vielzahl von Organellen organische und anorganische Moleküle vorhanden, die teilweise aggregiert, teilweise von Membranen umschlossen sind, die wiederum ihre Permeabilität verändern und dadurch die Reaktionen der Moleküle beeinflussen können. Jeder experimentelle Eingriff in die Zelle verändert so viele Parameter, daß Rückschlüsse auf die ursprünglichen Verhältnisse nur sehr schwer möglich sind. Demzufolge gibt es heute noch keine Theorie der Zelle, die die Funktionsabläufe in ihrer Gesamtheit quantitativ beschreiben könnten. Auf der Organisationsebene des Organismus sind die Einzelbausteine des Systems, d. h. Zellverbände und Organe quantitativen Untersuchungen zugänglich, die Wechselwirkungen untereinander und mit der Umwelt sind prinzipiell meßbar. Während die einzelnen Organe in ihrer Funktion relativ überschaubar sind, sind ihre funktionellen Verknüpfungen sehr komplex. Für einzelne Funktionsabläufe existieren jedoch mehr oder weniger genaue formalisierte Modelle. Gleiches gilt für die Wechselwirkung zwischen mehreren Organismen gleicher Art (Verhaltensforschung). Betrachtet man ganze Ökosysteme, d. h. Systeme verschiedener gemeinsam lebender Tiere und Pflanzen, so sieht man sich besonders komplexen Funktionszusammenhängen gegenüber. Theoretische Ansätze sind hier kaum vorhanden.

Welcher Art sind nun die Berührungspunkte zwischen Biologie und Mathematik? Zum einen entstehen solche durch die Statistik, auf die wegen großer biologischer Variabilität die messende Biologie besonders angewiesen ist.

1. Statistik

Auf die nichtzirkulare Statistik braucht nicht näher eingegangen zu werden, da ihre Probleme nicht spezifisch biologisch sind. Nur erwähnt sei, daß mit Hilfe statistischer Methoden nachgewiesen worden ist, daß bereits ein Lichtquant ausreicht, um im Auge der Fliege eine Reaktion auszulösen, daß ein Duftmolekül genügt, gewisse Geruchsrezeptoren bei Nachtschmetterlingen zu erregen.

Von besonderer Bedeutung ist dagegen die Kreisstatistik. Viele biologische Orientierungsprobleme, z. B. das Heimfindevermögen von Brieftauben oder die Orientierung nach dem Licht bei Wirbellosen laufen auf eine Analyse gemessener Winkelverteilungen hinaus. Da eine arithmetische Mitteilung über die Winkel zu keinem eindeutigen Ergebnis führt, geht man auf kartesische Koordinaten über und setzt aus deren Mittelwerten den Vektor mittlerer Richtung zusammen. Alle Tests der nichtzirkularen Statistik müssen für die Kreisverteilung entsprechend modifiziert werden. Über die Macht der Tests ist noch sehr wenig bekannt.

Einige biologische Fragestellungen erfordern eine sphärische Statistik, wie sie in der Geologie seit langem angewendet wird. Ein Beispiel ist die Ermittlung der Verteilung verschiedener Arten des Planktons.

Da endogene Rhythmen in der Biologie eine große Rolle spielen, kommt die Anwendung der Statistik periodischer Vorgänge, deren Zyklusdauer nicht von vornherein bekannt ist, in Betracht. Diese ist zwar mathematisch ausgearbeitet, die vorhandene Literatur ist jedoch für Nichtmathematiker kaum lesbar.

Neueren Datums ist die statistische Behandlung von Objekten mit mehreren Merkmalen mit der Methode der Fuzzy Sets.

Die Unterteilung eines mehrdimensionalen Merkmalsraumes in disjunkte Untermengen ohne Vorgabe eines Klassifikationskriteriums wurde 1974 von BEZDEK an einem taxonomischen Problem vorgeführt: Nach einem historischen Beispiel von 1935 gehören 150 Pflanzen einer Irisart drei Unterarten an, wobei aufgrund von 4 Merkmalen (Kelchblatt- und Blütenblattlänge sowie -breite) jede Pflanze einer Unterart $\frac{1}{3}$ ist. Zur praktisch gleichen Einteilung gelangt man, wenn man Mengen von Merkmalsvektoren bildet, deren Elemente verschiedene Grade der Zugehörigkeit zu ihr aufweisen (Fuzzy sets). Die Varianz wird berechnet und dann algorithmisch minimiert.

Die Methode der Fuzzy sets eignet sich auch für parametrische Abschätzungen. Sie liefert sehr gute Anfangswerte bei der numerischen Lösung von Maximum-Likelihood-Systemen.

2. Kreuzkorrelationsbildung bei der optischen Mustererkennung durch Bienen

In weiten Bereichen der Biologie orientiert sich die Fragestellung am biologischen Objekt, d. h. an der untersuchten Art. Individuen einer Art werden untersucht, verwandte Arten zum Vergleich herangezogen. Insofern ist die Frage nach dem Formensehen der Honigbiene typisch biologisch. Dressiert man Bienen etwa auf verschiedene graue Flächen unterschiedlicher Form, so kann man aus dem Unterscheidungsvermögen zwischen ähnlichen Figuren auf die Mustererkennung schließen. Ein Ansatz war etwa, eine Unterschiedsfunktion

$$U = \log \frac{K_1 - K_2}{K_2} \text{ zu bilden}$$

($K_{1,2}$ Konturenlänge der beiden Figuren), welcher jedoch wieder verworfen werden mußte. Eine paarweise Faltung der Flächen scheint der Invariantenbildung durch die Biene eher zu entsprechen (CRUSE, 1973).

Neben den statistischen Methoden, die als Hilfsmittel weit verbreitet sind, gibt es jedoch auch Ansätze, die Begriffe und Methoden der Biologie zu mathematisieren versuchen. Es ist aufschlußreich, zum Vergleich die Physik heranzuziehen, die den Vorgang der Mathematisierung ja bereits vollzogen hat.

3. Metrik und Relationen biologischer Systeme

Nicolas RASHEVSKY hat einmal formuliert, daß die metrischen Aspekte der uns umgebenden Welt in die Physik projiziert worden sind, während die relationalen Aspekte in der Biologie die dominierende Rolle spielen. Nach RASHEVSKY (1954) kann ein Organismus entweder durch einen topologischen Komplex oder durch einen topologischen Raum dargestellt werden. D. h. ihm ist ein gerichteter Graph zugeordnet.

Bei der von ihm vorgeschlagenen Konstruktion eines Graphen repräsentieren die Punkte des Graphen biologische Funktionen oder Eigenschaften des Organismus, z. B. Bewegung, Empfindlichkeit oder Verdauung, die gerichteten Linien stehen für binäre Relationen. Daneben ist es aber auch möglich, daß die Funktion einer gegebenen Struktur direkt zur Funktion einer anderen Struktur führt. Eine Verallgemeinerung der graphentheoretischen Darstellung eines Organismus, die sich auf die Theorie der Kategorien und natürlicher Äquivalenzen von EILENBERG und McLANE (1945) stützt, wurde 1958 von ROSE angegeben. Unabhängig davon, ob die Punkte biologische Funktionen oder deren anatomische Träger sind, werden sie als Komponenten des biologischen Systems aufgefaßt. Jede Komponente empfängt von ihrer Umgebung oder von anderen Komponenten gewisse "inputs" und gibt an die Umgebung oder an andere Komponenten gewisse "outputs" ab. Damit repräsentieren die Pfeile neben Relationen etwa auch Moleküle (Stoffwechselprodukte) oder komplexe physiko-chemische Vorgänge (Aktionsströme).

Jeder topologische Raum oder Komplex, der irgendeinem Organismus entspricht, kann von einem oder wenigen primären Räumen oder Komplexen durch die gleiche Transformation erhalten werden. Der primäre Komplex

enthält wenige Parameter, deren verschiedene Werte den verschiedenen Organismen entsprechen. Dies ist das Prinzip der biotopologischen Abbildung.

Die Darstellung der Graphen biologischer Systeme in allen Einzelheiten scheidet an unserer mangelnden Detailkenntnis, jedoch läßt sich jede biologische Funktion oder ihr anatomischer Träger als eine Abbildung einer gewissen Menge von "inputs" auf eine gewisse Menge von "outputs" darstellen.

4. Informationstheorie

Der bei der Kommunikation auftretende zentrale Begriff der Information ist von der Nachrichtentechnik in die Biologie übernommen worden. Eine der ersten Fragen der experimentellen Neurophysiologie war die nach dem Code, nach dem Informationen verschlüsselt sind. Am häufigsten treten Amplituden- und Impulsratencode auf, seltener ein Intervallcode.

Die Anwendung der Informationstheorie soll etwas ausführlicher an einem Beispiel demonstriert werden (W. MAYER, 1971). Das zweiseitige Sozialverhalten einer Gruppe von Totenkopfpaffen wurde in 5 Verhaltensweisen zusammengefaßt: Nebeneinandersitzen, Weggehen, Imponieren, Girren, Bedrängen. Die beobachteten Tiere bildeten eine Gruppe mit streng linearen Dominanzverhältnissen, wobei der Affe Abu an der Spitze der Rangskala stand. Je zwei Tiere erzeugen spontan die gleiche Information, unabhängig von ihrem sozialen Rang, d. h. sie haben gleich große Freie Entropien F_1 und F_2 , jedoch bestehen starke Unterschiede hinsichtlich der abgegebenen und der aufgenommenen Information. Die Gesamtentropie des dominanten Tieres ist um ein Drittel höher als die des subdominanten. Die Transinformation vom subdominanten zum dominanten Tier ist siebenmal so hoch wie umgekehrt, entsprechend dem starken Abhängigkeitsverhältnis. Das Informationsflußdiagramm ist in der Arbeit angegeben. Ändert sich die Rangstellung zwischen beiden Tieren, z. B. durch einen Kampf oder einen Biß, so behauptet das dominant gewordene Tier seine Stellung durch stärkeres Ausschöpfen seines Repertoires an dominanz-bekräftigenden Verhaltensweisen. Nach 6 Wochen genügt ein geringer Einsatz zur Aufrechterhaltung der stabilisierten Dominanz. Demnach gibt es zwei verschiedene Strategien dominanten Verhaltens. Im sozial stabilen Zustand antwortet das dominante Tier nur relativ selten mit Dominanzgesten auf die Verhaltensweisen des untergeordneten Tieres. Im instabilen Zustand führt das vermehrte Auftreten dominanzbekräftigender Verhaltensweisen beim rang-höheren Tier zu einer starken Einschränkung der Freiheit des subdominanten Partners. Auch die Soziologie kennt zwei verschiedene Führungsstrategien, die des "Helden" und die des "Diktators".

5. Regelungstheorie

Biologische Regelsysteme sind mit den gleichen Verfahren beschreibbar wie die Regelsysteme der Technik. Dies sei am Beispiel der musterinduzierten Flugorientierung der Hausfliege *Musca* illustriert (REICHARDT, 1972). Man kann einer Fliege mit Wachs senkrecht einen Stab auf den Rücken kleben und sie damit starr an einem Drehmomentmeßinstrument befestigen. Umgibt man die Fliege mit einem weißen Panorama, das einen einzigen senkrechten

schwarzen Streifen enthält, so "steuert die Fliege diesen an", d.h. sie versucht, sich ihm schwirrend zuzuwenden, was über den Drehmomentmesser quantitativ erfaßt werden kann. Werden ihr zwei parallele Streifen angeboten, so fliegt sie bis zu einem gewissen Winkelabstand der Streifen die mittlere Position zwischen beiden an. Bei einem Winkelabstand von 90° jedoch fliegt sie alternativ in eine Richtung, die mit einer bestimmten Winkelabweichung einem der beiden Streifen entspricht. Dieses Verhalten ist durch eine nichtlineare Differentialgleichung beschreibbar. Die Theorie wendet die Konzepte der Pseudo-Invarianz und des Phasenübergangs auf die Orientierung an.

6. Theorie offener Systeme

Auch die einfachsten biologischen Systeme, die alle drei konstitutiven Leistungen des Lebendigen vollbringen, nämlich Homöostase, Reproduktion und Informationserwerb, müssen in ständigem energetischen, materiellen und informativen Austausch mit ihrer Umgebung stehen. Sie sind also thermodynamisch offene Systeme, die i. a. dem Zustand eines Fließgleichgewichts zustreben (v. BERTALANFFY, 1932). Während abgeschlossene Systeme den Gleichgewichtszustand asymptotisch erreichen, treten in offenen Systemen unter bestimmten Bedingungen "falsche Starts" oder "Überschießen" auf. Die Ansammlung von Information, d.h. die Abnahme der Entropie, die für lebende Systeme typisch ist, tritt bei isolierten Systemen, die im Rahmen der konventionellen Reaktionskinetik und Thermodynamik untersucht werden, nicht auf.

Die Theorie der offenen Systeme wurde bisher auf Tracer-Experimente mit radioaktiven Isotopen, auf Probleme des Wachstums, auf die Erregbarkeit, auf die Pharmakologie sowie auf die Ökologie angewandt.

7. Spieltheorie

Beim Studium der Wechselwirkung zwischen biologischen Systemen, insbesondere in der Verhaltensforschung, ergeben sich oft Konfliktsituationen. Der Erfolg der Verhaltensweise eines Individuums hängt dabei vom Verhalten aller anderen Individuen ab. Probleme dieser Art können mit der auf J. v. NEUMANN zurückgehenden Spieltheorie quantitativ behandelt werden. Anwendungsgebiete sind bis jetzt Bereiche in der Wirtschaft, der Psychologie und den Militärwissenschaften. Für biologische Anwendungen wäre eine kooperative Theorie der Spiele ohne die Voraussetzung der Transferierbarkeit des Nutzens eine brauchbare Grundlage. Eine solche Theorie steht noch aus.

8. Faktorenanalyse

Bei der simulanten Verarbeitung vieler statistisch untersuchter Parameter ist die von Psychologen entwickelte Faktorenanalyse ein wichtiges Hilfsmittel, welches die Zahl der Variablen zu reduzieren gestattet. Sie geht auf SPEARMAN (1904) zurück und wurde in den dreißiger und vierziger Jahren weiterentwickelt. Am weitesten verbreitet ist die Methode der Zentroid-Faktoren von

THURSTONE (1947) : Aus einer Menge von Merkmalen greift man sich je zwei Elemente i, k heraus und berechnet die Korrelationskoeffizienten r_{ik} .

Bei Vollständigkeit des Faktorensystems a_{ik} der Interkorrelation der einzelnen Merkmale muß gelten

$$(a_{ik}) \cdot (a_{ik}) = (r_{ik}),$$

wobei (r_{ik}) eine Diagonalmatrix ist. Die multiple Faktorenanalyse stellt, ausgehend von der Interkorrelationsmatrix (r_{ik}) , die Faktorenmatrix (a_{ik}) in einfacher Weise dar.

Dieses Verfahren ist auch für die Biologie ein potentielles Hilfsmittel. Ob es tatsächlich schon verwendet wurde, ist uns nicht bekannt.

9. Theorie nichtlinearer Differentialgleichungen

Führt man ein biologisches Problem auf ein System von Differentialgleichungen zurück, so sind diese in den meisten Fällen nichtlinear. Die Lösbarkeit solcher Gleichungssysteme und ihre Lösungen müssen für jedes System gesondert untersucht werden. Eines der wenigen Probleme in der Biologie, wo dies geschehen ist, ist das Prinzip der lateralen Inhibition. Es beruht auf der gegenseitigen Hemmung benachbarter Funktionseinheiten eines zweidimensionalen Rasters von Informationsempfängern und resultiert in einer Verschärfung von Kontrastgrenzen. Es wurde zu Beginn der sechziger Jahre beim Facettenauge des Pfeilschwanzkrebses *Limulus* entdeckt (REICHARDT, 1961) und ist heute als überaus verbreitetes biologisches Funktionsprinzip bekannt. Nach HADELER (1973) zeigt sich, daß das zugehörige Gleichungssystem als Bedingung für die stationären Zustände eines geeigneten zeitabhängigen Systems zu deuten ist. Sowohl bei Einführung eines diskreten wie eines kontinuierlichen Modells wird die Frage der Existenz der Lösungen und der Stabilität einigermaßen vollständig geklärt. Eine Verallgemeinerung auf kontinuierlich viele Raumvariablen ist im Prinzip möglich.

10. Digitale Simulationen

Weniger allgemein, aber zumindest für einen Biologen sehr eindrucksvoll ist die formale Erklärung der Knospung einer Hydra, die als Beispiel einer Simulation angeführt sei. Die Tatsache, daß dieses Tier neue Sprossen nur in gewissen Abständen bildet, daß abgetrennte Gewebeteile einen neuen Polypen bilden, der den Kopf am gleichen Ende hat wie das Muttertier usw., ist von GIERER (1972) auf wenige einfache Prozesse auf zellularer Ebene zurückgeführt worden. Eine Computersimulation bestätigt seine Theorie in erstaunlicher Plastizität.

11. Mathematisierung in der Ökologie

In der Ökologie gibt es ein Beispiel dafür, daß Mathematiker und Biologen auch nebeneinander her Modelle bilden können, die der verschiedenen Denkweise beider entsprechen. KAISER legt als Biologe Wert auf die Individualität der Einzelorganismen und beschreibt die Dynamik von Libellenpopulationen auf der Grundlage von Freilandbeobachtung mit Hilfe eines algorithmischen Modells. Demgegenüber gehen die Mathematiker von der Dichte von Organismen aus, die alle gleiche Eigenschaften haben. Als Modell des Ökosystems folgt daraus ein System von Differentialgleichungen. Von aktueller Bedeutung sind dabei Probleme, die sich bei stochastischen Einflüssen auf das Wachstum von Populationen ergeben. C. E. SCHMITH und M. C. TUCKWELL (1974) haben die zugehörigen stochastischen Differentialgleichungen in geschlossener Form gelöst. Die Übergangsdichtefunktionen wurden mit Hilfe des STRANONOVICH-Integrals erhalten. Speziell wurde ein MALTHUS-Modell (keine Sättigung), ein allgemeiner Prozeß mit Sättigung und das GOMPERTZ-Wachstum untersucht, das im Hinblick auf Tumorzellenentwicklung von Bedeutung ist.

Unsere Ausführungen sollen damit beendet sein. Ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, sollten sie Ihnen einen Einblick in den Stand der Mathematisierung und Mathematisierungsmöglichkeiten von Problemen der Biologie geben. Auf einem anderen Blatt steht das Problem der Mathematisierung der Biologen. Die traditionelle Ausbildung der Biologen legt keinen Wert auf Mathematik, wenn man von der Statistik als rechnerischem Hilfsmittel einmal absieht.

Wir bemühen uns, bei der Ausbildung in Bielefeld neue Akzente zu setzen, so daß eine Kommunikation mit anderen Wissenschaften, die sich mathematischer Begriffe und Denkansätze bedient, in Zukunft auf breiterer Basis möglich sein wird als heute.

Aus der Diskussion

Jurist: Ich habe ein paar Fragen zu der Mathematisierungsqualität der Methoden. Wir sind da ein großes Spektrum durchgegangen. Haben Sie nur Anwendungen der Grundrechenarten, wenn Sie Zahlenbeispiele verwenden, oder was ist da spezifisch mathematisch daran? Das ist ja die Grundfrage, inwieweit die Zusammenarbeit zwischen Mathematik und den Einzelwissenschaften fruchtbar zu werden verspricht. Nur wohl dann, wenn schon bestimmte angereicherte Formen mathematischen Instrumentariums herangezogen werden. Und ähnlich ist es mir auch nicht klar geworden bei den "Fuzzy sets", inwieweit die Bildung von Teilmengen und die Neubildung von Teilmengen, so daß keine Durchschnittsmengen mehr auftreten, mathematisches Instrumentarium voraussetzt, inwieweit es angewendet wird. Bei den späteren Simulationen scheint mir das notwendig zu sein, und wenn man Funktionsgleichungen heranzieht, ist das spezifisch ein Anwendungsbeispiel für Mathematisierung, während mir das bei der Computersimulation noch nicht klar ist.

Biologe: Für das Verständnis der MENDELschen Vererbungslehre z. B. ist sicher nicht mehr als die Kenntnis der Grundrechenarten nötig. Mit zunehmender Kenntnis über die Träger der Vererbungsmerkmale und Differenzierungen der Fragestellungen wurden auch die rechnerischen Ansätze zur Erklärung der experimentellen Befunde - in der Regel verschiedene Häufigkeiten unterschiedlicher Merkmale - komplizierter.

Die Ausarbeitung derartiger Ansätze bietet offensichtlich auch dem Mathematiker lohnende Aufgaben, wie die zahlreichen Veröffentlichungen über die Weiterentwicklung statistischer Methoden beweisen.

Mathematiker: Ich darf vielleicht daran erinnern, daß die Zeitschrift "Biometrika" schon zu Anfang dieses Jahrhunderts gegründet wurde, wo sich weitgehend diese Entwicklung abgespielt hat.

Biologe: Zu den "Fuzzy sets" möchte ich folgendes sagen: Man will in einer Menge, die mehrdimensional ist, Klassifikationen durchführen. Die Untersuchung einer Gruppe von Pflanzen, der die Vermutung zugrunde liegt, sie gehörten drei Unterarten an, führt zu einer gewissen Unterteilung. Die "Fuzzy-Set-Methode" besteht darin, daß man nicht das Klassifikationskriterium vorgibt, sondern "fuzzy" Mengen bildet. Über einen Algorithmus kommt man dann zu einer praktisch gleichen dreifachen Unterteilung dieser Pflanzen, d. h. das, was vorher hineingesteckt wurde, wird nach dieser Methode berechenbar.

Jurist: Angenommen, in den anderen Wissenschaften, wie bei den Rechtswissenschaften, würde man jetzt zu Fragen kommen, wie hoch ist der Schaden, und dann muß man rechnen, ganz trivial. Das ist aber nicht Mathematisierung. Die Frage ist: Haben Sie Fälle, daß Sie sagen, das Instrumentarium ist so neuartig, ich muß mich jetzt in mathematische Methoden erst einarbeiten, könnte u. U. auch Hilfe von den Mathematikern bekommen, oder handelt es sich um so grundlegend triviale Anwendungen, beispielsweise der Statistik, daß man sagen kann, wir kommen hin mit dem Bißchen, was wir haben.

Biologe: Die Ausbildung eines Biologen geht dahin, daß er sich die meisten von Mathematikern entwickelten statistischen Methoden selbst erarbeiten kann. Ein "echtes" mathematisches Problem wird er in der Regel nicht selbst lösen können. Die Schwierigkeit liegt aber woanders: Die Mehrzahl der Biologen ist

gar nicht in der Lage, mathematische Probleme zu erkennen, weil ihnen die entsprechende Schulung fehlt. Möglichkeiten zu Ansätzen gibt es sicher in ausreichender Anzahl. Der Biologe muß nur lernen, sie zu erkennen, um sich dann an den Mathematiker zu wenden.

Chemiker: Sie hatten bei der Reizübertragung im zentralen Nervensystem 3 Codes angegeben. Ist das mathematisch geklärt, welcher Code weniger stör anfällig ist gegenüber Störungen bei vorgegebenen Bedingungen.

Biologe: Als Störungen kommen im Nervensystem unerwünschte Spannungsschwankungen in Frage. Gegenüber Amplitudenrauschen sind der Frequenz- und der Amplitudencode geeignet, räumlich oder zeitlich verteilte Signale zu integrieren und so unter Umständen Fehler herauszumitteln. Im übrigen können stochastische Signale auch positiv verwertet werden. Sie erinnern sich vielleicht an das Beispiel der Musteransteuerung durch die Stubenfliege. Ein dunkler Balken, der sich in der unteren Sehfeldhälfte der Fliege befindet, wird mit größerer Genauigkeit angesteuert, wenn in der oberen Sehfeldhälfte ein flächiges Zufallsmuster geboten wird.

Chemiker: Ich könnte mir vorstellen, daß man das mathematische Problem sehr allgemein formulieren kann, und vielleicht ist das schon von irgendjemandem gelöst.

Mathematiker: Ob es in diesem Fall, also im Fall der Punktprozesse, gelöst ist, weiß ich nicht.

Biologe: Und man weiß immer noch nicht, ob das zentrale Nervensystem tatsächlich nach diesem Code arbeitet, selbst wenn man herausbekommen würde, daß einer von den dreien besser geeignet ist.

Mathematikstudent: Ich möchte noch einmal auf die Frage zurückkommen, was hier eigentlich mathematisiert werden soll. Mir fiel das auf zu Anfang des Vortrages, ob es sich dabei tatsächlich um Mathematisierung handelt oder einfach das Aufpfropfen von irgendwelchen mathematischen Modellen, die bereits bestehen, auf irgendwelche Vorgänge, die man in der Natur hat. Ich habe den Eindruck gewonnen, daß die Informationen, die insgesamt vorliegen, so komplex sind und auch vielfältig, daß es sich wahrscheinlich gar nicht machen läßt, jetzt vorgegebene, im allgemeinen doch noch immer einfache mathematische Modelle hier überhaupt zugrunde zu legen. Bei der Ökologie wurde es deutlich; daß man eben nicht unbedingt Annahmen machen kann, die hier im historischen Verlauf immer gemacht worden sind, Homogenität von Populationen und ähnliches. Da zeigt sich ein Ansatz dafür, daß wahrscheinlich Mathematiker notwendig sein werden, um solche Fragen beantworten zu können. Die Frage ist also, wie man eine Lösung solcher Probleme organisieren kann, ob es einfach reicht, daß Sie zu einem Mathematiker gehen und fragen, hier habe ich ein Problem und möglicherweise ist es ein mathematisches, und was würden Sie dazu sagen. Ich habe den Eindruck, daß das nicht ausreichen würde, um solche Probleme anzugehen. Eine andere Sache ist mir aufgefallen, am Ende des Vortrages, da war ein Fall, wo Daten in den Computer eingegeben worden sind zu einer Simulation und erstaunlicherweise kam etwas heraus, was man nicht hineingesteckt hat. Und offensichtlich gibt es keine Erklärung dafür, denn sonst wäre man ja nicht so erstaunt. Um eine Erklärung dafür zu finden, braucht man wahrscheinlich ein gutes mathematisches Modell.

Biologe: Ja, das stimmt sicherlich. Zur Prüfung, ob der mathematische Ansatz richtig ist, wird nur deshalb ein Computer eingesetzt, weil die Durchführung der Rechenoperationen "per Hand" äußerst zeitaufwendig wäre. Die Tatsache, daß ein simuliertes Objekt ein "Verhalten" zeigt, das mit dem Verhalten des biologischen Objektes übereinstimmt, dient den Autoren als Beweis für die Richtigkeit ihres mathematischen Ansatzes.

Mathematiker: Vielleicht ist es ein bißchen täuschend, wenn so viel vom Computer geredet wird. Im Grunde handelt es sich ja dabei nur darum, im ersten Fall gewisse Funktionalgleichungen zu lösen. Das mathematisch Interessante ist eigentlich die Form dieser Gleichungen. Das ist natürlich durchaus nicht trivial.

Soziologe: Man meint fälschlich, die Computersimulation sei eine Erklärung. Vom Mathematiker aus gesehen ist diese Erklärung sicher etwas wie die Gleichungsform. Aber: Wieviele Differentialgleichungen sind nicht lösbar als geschlossene und explizite Funktion? Schon die Form des Problems selber, die ungelöste Differentialgleichung, oder das System oder die ungelösten Funktionsgleichungen sind bereits etwas, was man als Verstehen begreifen kann. Aber nicht, wenn ein Computer mit Zahlen beschickt wird, ohne daß die Gleichungen formuliert sind, und nachher etwas herauskommt. Das ist Unverständnis, und das ist Beharren auf Unverständnis, das nehme ich jedenfalls an. Ich weiß nicht, ob ich die Mathematiker richtig interpretiere, daß das zunächst Verzicht auf Verstehen und Erklären auch im mathematischen Sinn ist.

Die Biologie fängt nach unseren Schulkenntnissen mit LINNÉ an und mit Klassifikationen. Andererseits gibt es heute einen großen Apparat und eine riesige Literatur und eben die vielen Programme zur Klassifikation und zur Typologisierung. Gibt es von daher eine Revision der alten Befunde, sei es in der Zoologie, sei es in der Botanik, die neuen hochtechnisierten Verfahren der Klassifikation sozusagen auf das alte Lehrgut und das bereits gefundene (in den letzten 150 oder 200 Jahren) wieder anzuwenden, und gibt es von daher eine systematische neue Klassifikation der Formen, also in der Morphologie?

Biologe: In einigen Fällen ja, in der Regel werden die alten Ergebnisse bestätigt.

Mathematiker: Für uns Mathematiker ist sehr wichtig, genauer zu wissen, was die Biologen eigentlich wollen: Auf der einen Seite gibt es ein zunehmendes Interesse unter den Mathematikern für unkonventionelle Anwendungen, wenn ich das so sagen darf, ohne die Physik zu diskriminieren. Aber auch der große Physiker Niels BOHR hat schon gesagt, daß ein führender Zweig des Wissens nicht immer die Physik wäre, sondern daß sich nach seiner Auffassung wohl im Laufe dieses Jahrhunderts die Biologie dazu herausbilden würde. Von dorthier auch die Tendenz, daß nicht nur Mathematiker aus der stochastischen Richtung sich für ein Gespräch mit den Biologen interessieren, sondern auch einige von den besten Mathematikern auch anderer sehr abstrakter Richtungen, wie eben René THOM als Differentialtopologe oder Izrail GELFAND.

Wenn man Berichte liest über ihre Erfahrungen mit den Biologen, dann klingt manchmal so etwas wie Ernüchterung an über diese schrecklichen Biologen. René THOM schreibt z. B.: "Zur Zeit ist die Biologie nur ein riesiger Friedhof von Tatsachen." Und er erläutert das dann und sagt: "Der psychologische Abgrund, der das gegenwärtige biologische Vorgehen von jedem theoretischen Denken trennt", sei ein Haupthindernis. "Der experimentierende Biologe

braucht keinerlei Theorie, um Tatsachen zu finden. Jede Art Material gibt Raum zu praktisch unerschöpflichen Experimenten, von der chemischen Zusammensetzung der Darmgase des Meerschweinchens, bis zur Ultrastruktur des Zentriol ... " usw.. Aber wenn das nur THOM wäre, dann würde ich sagen, gut, das ist vielleicht eine enttäuschte Liebe, aber ich habe vorhin noch einmal bei GELFAND nachgelesen, der sich im Zusammenhang mit Automatentheorie für Funktionalgleichungen und von der Seite auch für Fragen der Nervensysteme und diese ganzen Sachen interessiert hat und der dann auch schließlich nach dem "Formalisationsgrad in der Biologie beim Studium lebender Systeme" fragt. Er verweist dazu auf die Quantenmechanik, bei deren Herausbildung er zwei Stadien unterscheidet: "Das erste Stadium war die Zeit, als BOHR die Philosophie der Quantenmechanik schuf, wobei die Formeln noch nicht existierten - und selbst wenn es sie schon gab, so waren sie noch gar nicht so, wie sei sein sollten, oder sogar vollständig falsch. Das zweite Stadium war eine Periode raschen Wachstums, in der die Quantenmechanik zu einem exakten Zweig der Physik mit einer großen Anzahl genauer Formeln wurde. Dieses Stadium war allerdings erst nach Erreichung des ersten Stadiums möglich. In der Biologie hat zum Vergleich das erste Stadium noch nicht begonnen. "

Biologe: Das mag für viele Disziplinen der Biologie zutreffen. Ein Großteil von biologischen Fragestellungen läßt sich auch heute noch "ohne Formeln" lösen. Vermutlich wird das auch noch länger so bleiben. Die Weiterentwicklung anderer Teilgebiete der Biologie, wie der Genetik, Physiologie oder Ökologie ist jedoch heute bereits nicht mehr ohne die Anwendung mathematischer Methoden möglich.

Physiker: Sie haben die Physik angesprochen. Da möchte ich aber sagen, daß mir der Vergleich unfair erscheint. Nicht nur die Darmgase des Meerschweinchens, sondern vielleicht wichtigere Probleme in der Biologie sind doch von viel komplizierterer Struktur als Fragen, die man über das Proton oder das Elektron stellen kann. Und die Theorie solcher Phänomene, die wird von ebenso schwieriger Struktur sein, wird die Kompliziertheit der Struktur der Phänomene widerspiegeln. Und da kann man natürlich sagen, o.k., da habt ihr gesündigt dadurch, daß ihr euch nicht die einfachen Beispiele herausgesucht habt. Ich meine, das ist ein Vorwurf, wie wenn man den Chemikern sagt, ihr mit euren hundert Elementen laßt doch 92 weg, damit das etwas einfacher und klarer wird, und dann kann man mathematisieren. Man muß doch auch berücksichtigen, daß etwa Biologie und Physik in diesem Sinne sehr verschiedene Wissenschaften sind.

Mathematiker: Vielleicht ist diese Vorstellung gar nicht richtig, daß es eine solche Idee in der Biologie gibt. Liegt es vielleicht nicht auch an der Mathematik selbst? Ist nicht mindestens in vielen Bereichen die Mathematik nur in eine Taylorreihe entwickelt, die häufig nach dem zweiten Glied abgebrochen ist? Worüber wissen denn die Mathematiker sehr viel? Wenn man von einigen Ansätzen absieht, ist man im Sinne einer allgemeinen Theorie doch über das Lineare bzw. Quadratische kaum hinausgekommen.

Und dann: Welch ungeheurer Abstraktionsprozeß, der häufig über viele Jahrzehnte geht, und welche Fülle von untersuchten Einzelphänomenen - nehmen Sie etwa in dem Bereich der Physik die Elektrodynamik - stehen vor der Entwicklung einer allgemeinen Theorie! Theoretisch lassen sich in der Chemie viele Reaktionen vorherberechnen. Praktisch wird dieses kaum möglich sein. Wird man nicht auch daran denken, unter welchen idealisierenden Voraussetzungen sich erst physikalische Aussagen in mathematische Darstellungsweisen übersetzen lassen.

Mathematiker: Noch einmal zu den Honigbienen: Sie schreiben

$$u = \log \frac{K_1 - K_2}{K_2}$$

und sagen, damit hat man versucht, die Sache zu erklären. Kann man das als eine Erklärung bezeichnen? Das ist doch wirklich nur ein reines Faktum. Meine Frage betrifft nicht die Menge der Mathematik, die da verwandt wird, sondern den Erklärungsrahmen. Wie kommt es, daß die Biologen mit dieser reinen Konstatierung von Tatsachen zufrieden sein können. Diese Besonderheit der Biologie liegt wahrscheinlich nicht nur an der ausgesprochenen Komplexität, sicher gibt es vieles andere, was auch sehr komplex ist - sondern vielleicht auch an dem Ordnungsraum, daß man eben einen für viele Tatsachen, die man sozusagen einfach hinschreiben kann, natürlich vorgegeben hat, so daß vieles dann eben keiner weiteren Überlegung bedarf.

Mathematiker: Um auf die spezielle Frage der Honigbiene zurückzukommen, die hier den Vorwand für sehr allgemeine Spekulationen gegeben hat. Das Problem der Erkennung von Formen ist in der Mathematik sehr wohldefiniert, das ist das des Auffindens eines Algorithmus und die Frage ist einfach, welchen Algorithmus benutzt die Biene. Das ist eine wohldefinierte Frage, die man natürlich nicht leicht beantworten kann, weil man auch nicht weiß, wie so ein Algorithmus wirklich mechanisch realisiert werden kann.

Biologe: Ich möchte eine Bemerkung zur Kommunikation zwischen Mathematikern und Biologen machen. Ein Biologe ist gewöhnt, Argumente für Funktionszusammenhänge von vielen Quellen zu beziehen. Er schätzt die relative Wichtigkeit vieler Faktoren ab, die einzeln zu keinem eindeutigen Ergebnis führen. Demgegenüber ist der Mathematiker an Klarheit gewöhnt. Seine Operationen sind relativ einfach, er arbeitet mit exakt definierten Gegenständen. Der Abstraktionsprozeß bleibt den Biologen überlassen. Sie haben gefälligst eine homomorphe Abbildung von der lebendigen Wirklichkeit in die Mathematik zu finden. Vielleicht ist die Ursache für die Frustration der eben zitierten Mathematiker über die Biologie eher in diesen Mathematikern selbst begründet.

Und wenn Sie fragen, ob man beschreiben oder erklären will, ich weiß nicht, was da der Unterschied ist. Jedenfalls versucht man, Modelle zu bilden und wenn die Modelle klappen, dann versucht man, eine Erklärungsstufe weiter zu gehen, d. h. zu allgemeineren Modellen zu kommen.

Chemiker: Sie haben sich an diesem Logarithmus gestoßen. In der halben Chemie würde ich sagen, nimmt man erst einmal einen Logarithmus oder eine e-Funktion an. Das ist aber gar nicht nur deswegen, weil es klappt, sondern weil dahinter eine Statistik steckt, eine Boltzmann-Verteilung. Da macht man sich schon Gedanken, das impliziert sozusagen den statistischen Aufbau des Phänomens, und trotzdem kommt immer dieselbe e-Funktion heraus. Also es steckt mehr Theorie dahinter als der Versuch, das nur irgendwie "anzureißen".

Biologe: Ich möchte noch einmal auf die Systeme innerhalb der Biologie zu sprechen kommen. Sie sagen, warum gibt man uns keinen Ansatz. Man versucht natürlich schon seit langem, möglichst einfache Systeme innerhalb der Biologie rauszunehmen, um vielleicht über diese langsam eventuell auch Mathematiker interessieren zu können, oder die mathematisch gelöst werden können.

Es gibt z.B. ein System, das ist eine einfache Schnecke, die hat einen Ganglion d.h. also einen Zellverband mit 27 oder 29 Zellen, man weiß von jeder einzelnen Zelle die einzelnen Antworten, man weiß also wirklich genau, was die einzelne Zelle macht, aber was nicht geschafft worden ist bisher, das irgendwo in ein mathematisches Modell zu bringen. Es sind 27 Zellen. Es geht nicht einfach weil es zu viele Komponenten gibt, und die Mathematiker scheinen außerstande zu sein, das irgendwo zu fassen.

Thomas Dorfmueller:

Chemie

und

Mathematik

0. Vorbemerkung
1. Eingriff der Mathematik in chemische Probleme
2. Strukturelle Probleme
 - Ligandenfeldtheorie
 - Verhältnis Ordnung/Unordnung
 - Chemische Sprache
 - Topologische Strukturen
 - Name/Struktur
 - Molekülklassen
3. Dynamische Fragen in der Chemie
 - Schnelle Reaktionen - Fluktuationen - Korrelationen
 - Ordnung - Unordnungs - Phasenübergänge
 - Nichtlineare Phänomene
 - Evolution chemischer Systeme
 - Evolution von Fluktuationen
4. Notwendigkeit organisierter Kooperation

Nach einem vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrag

0. Vorbemerkung

"Die Chemie ist immer noch ein Handwerk und manchmal eine Kunst". Diese gegenüber jedem Versuch einer Mathematisierung sehr mißtrauische Meinung kann man noch häufig hören, obwohl die Erfolge der Theoretischen Chemie unbestritten sein sollten. Der Grund für diese Auffassung liegt in der historischen Entwicklung der Chemie und kann am ehesten im Vergleich zu der Entwicklung der Physik verstanden werden.

Zur Zeit, als ARCHIMEDES eine Methode entdeckte, die Dichte eines festen Körpers zu bestimmen, wurden bereits Äthanol und komplexe organische Substanzen durch gezielte Gärungsprozesse hergestellt. Als GALILEI die Gesetze des freien Falls bestimmte, kannte man bereits zahlreiche komplexe anorganische und organische Substanzen und konnte sie voneinander trennen. Und zur Zeit, als MAXWELL die Gleichungen der Elektrodynamik aufstellte, wurde eine chemische Industrie aufgebaut, die Schwefelsäure und Ammoniak in großen Mengen herstellte, und zwar nach katalytischen Verfahren, die heute immer noch nicht aufgeklärt sind. Die Physiker konnten es sich viel häufiger leisten, mit einer gewissen Narrenfreiheit ein "L'art pour l'art" zu betreiben und ihre Experimente an einfachen Systemen durchzuführen, die eine Mathematisierung möglich machten. Die Chemiker haben demgegenüber in viel höherem Maße eine gesellschaftsrelevante Aktivität entfaltet, die auch viel früher das Interesse von kapitalkräftigen Unternehmen erregte. Noch heute beruht die Mehrzahl der industriellen chemischen Verfahren auf mehr oder minder intuitiv entwickelten Reaktionsabläufen, die noch auf eine endgültige Klärung warten.

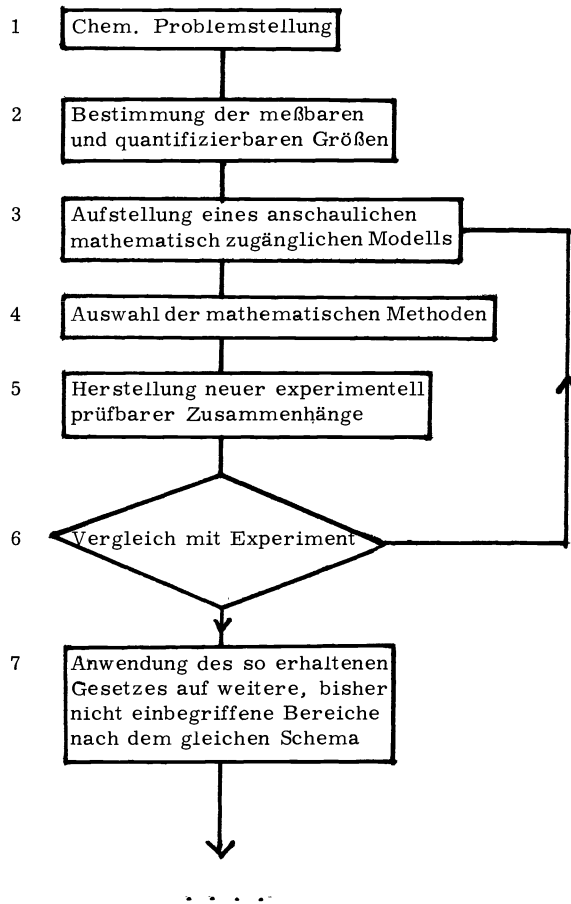
Es ist nicht zufällig, daß in unserer Zeit diejenigen Forscher, die den Mechanismen chemischer Reaktionen auf den Grund gehen wollen, sehr häufig in Bereiche extrem einfacher Reaktionen dringen müssen, so z. B. in den der Reaktion eines Protons mit einem Elektron:



Gleichzeitig aber verlassen sie, ohne es gewahr zu werden, das traditionelle Stammgebiet der Chemie und finden sich allmählich jenseits der ohnehin unscharfen Grenze zwischen Chemie und Physik wieder, mitten unter Physikern.

1. Eingriff der Mathematik in chemische Probleme

Man könnte die Klassen der chemischen Probleme, für die eine Mathematisierung im Sinne einer Anwendung neuerer oder sogar in der Entwicklung befindlicher mathematischer Methoden in Aussicht genommen werden kann, in zwei allgemeine Bereiche unterteilen. Es handelt sich um strukturelle und um dynamische Probleme. In beiden Bereichen zeigen sich Ähnlichkeiten im Vorgehen bei der mathematischen Behandlung eines chemischen Problems. Das folgende Grundschema kann in Form eines Fließdiagramms aufgestellt werden:



Jeder dieser Schritte bereitet gewisse Schwierigkeiten:

Schritt 1:

Das Problem muß klar umrissen werden und aus dem globalen Geschehen möglichst unverzerrt ausgesondert werden.

Schritt 2:

Die meßbaren Größen sind allgemein durch die zugänglichen Meßverfahren vorgegeben. Jedoch müßten die wesentlichen Größen von den unwesentlichen Größen unterschieden werden.

Schritt 3:

Bei diesem Modell handelt es sich in der Regel um mechanische (bzw. quantenmechanische) räumliche Vorstellungen.

Schritt 4:

Für den Durchschnittschemiker liegt hier die Hauptschwierigkeit, da er kaum alle mathematischen Methoden und deren Möglichkeiten kennt. Darum schränkt er sich häufig in dieser Hinsicht sehr stark ein.

Schritt 5:

Dieser Schritt ist rein mathematisch.

Schritt 6:

Die in 5 erhaltenen Zusammenhänge müssen experimentell nachprüfbar sein. Manchmal scheint dies zunächst nicht der Fall zu sein, jedoch hat sich die Auffassung bewährt, daß jede oder fast jede mathematische Aussage, die nach dem obigen Schema gewonnen wurde, einen realen Hintergrund hat. Beispiel: Häufig erscheinen komplexe oder imaginäre Ergebnisse am Ende einer Rechnung. Es hat sich gezeigt, daß diese in der Regel eine komplementäre Information zu der ursprünglichen Fragestellung beinhalten. (z. B. Energiedissipation).

Schritt 7:

Nachdem der Vergleich in Schritt 6 zugunsten des Modells ausgefallen ist, werden die Ergebnisse auf weitere experimentelle Situationen angewandt und nach dem gleichen Schema überprüft. Hier zeigt sich der Versuch, aus dem einmal bewährten Modell das Maximum herauszuholen bzw. die größtmögliche Ordnung in die Beobachtungen zu bringen.

Zu dem ganzen Verfahren kann man sagen, daß es empirische, häufig "trial and error" Stadien enthält und somit alles andere als mathematisch exakt ist. Das Ergebnis besagt lediglich, daß das Modell in gewissen Genauigkeitsgrenzen unsere Beobachtungen beschreiben kann. Die Gültigkeit des Modells kann nur für einen gewissen Erfahrungsbereich gezeigt werden und wenn dieser hinreichend groß ist, sprechen wir von einem Gesetz. Dies kann jederzeit durch Erweiterung des Erfahrungsbereiches seine Gültigkeit bzw. seine Allgemeingültigkeit verlieren.

Ein nicht zu unterschätzender Unterschied zwischen der mathematischen Behandlung der Probleme der Chemie und den mathematischen Verfahren in der Physik hat seinen Ursprung in den sehr viel komplexeren Systemen, die in der Chemie mathematisiert werden müssen. Während sich einige Zweige der Physik (Mechanik, Hydrodynamik) parallel und in direkter Wechselwirkung zu

den mathematischen Methoden entwickelt haben, sah sich die Chemie häufig genötigt, Methoden auszuleihen, die für andere Bereiche oder auch ohne direkten Bezug auf außermathematische Bereiche entwickelt wurden. Die Informationstheorie und die Gruppentheorie stellen Beispiele für beide Fälle dar.

Im folgenden sollen einige konkrete Beispiele für die Mathematisierung der Chemie gegeben werden. Eine Beschränkung auf eine exemplarische Auswahl, die zudem auch durch die eigenen Interessen mitbestimmt ist, wird wegen der Ausdehnung des Gebietes notwendig sein.

2. Strukturelle Probleme

Hierbei hat man es sehr häufig mit Fragen zu tun, die durch die dreidimensionale räumliche Konfiguration der festen Materie (Kristalle), der Moleküle oder auch von Elementarteilchen entstehen. Aus sehr prinzipiellen, mit dem Atomaufbau zusammenhängenden Gründen hat man es auf der elementarsten Stufe des Atomkerns und seiner Bestandteile mit einfachen symmetrischen Konfigurationen zu tun, die sich jedoch über die Symmetrie des Molekülaufbaus bis in die makroskopische Symmetrie der Kristalle fortpflanzt. Diese bei genauem Hinsehen allgegenwärtigen Symmetrieformen als allgemeines Naturgesetz werden in ihren Beziehungen zueinander und in ihren Folgen auf die Eigenschaften der Materie (z. B. Spektren) bereits seit langem mit Hilfe der Gruppentheorie behandelt. Man kann fast sagen, daß letztere in den Problemen der Molekül- und Kristallsymmetrie ihre eigentliche Rechtfertigung gefunden hat (BISHOP, 1973).

Bei der gruppentheoretischen Behandlung der Schwingungsmöglichkeiten (Normalschwingungen) eines Moleküls in Abhängigkeit von seiner Symmetrie dringt bereits ein dynamisches Problem (Schwingungssymmetrie) in das strukturelle Problem ein.

Ligandenfeldtheorie

Die Entwicklung der Ligandenfeldtheorie, die den klassischen Valenzbegriff erweitert hat, ist ein gutes Beispiel dafür, wie Überlegungen über die Symmetrie des Kristallfeldes am Ort eines Liganden und deren Wirkung auf die ebenfalls symmetrischen Atomorbitale die seit langem bekannten Komplexverbindungen deuten konnten (BALLHAUSEN, 1962).

Verhältnis Ordnung/Unordnung

Haben wir es auf der einen Seite mit der Symmetrie im Aufbau der Materie zu tun und mit den entsprechenden Techniken der Gruppentheorie, so haben wir es auf der anderen Seite mit Abweichungen von der mathematischen Symmetrie zu tun, die mehr als nur eine vernachlässigbare Störung der sonst idealen Welt darstellen. Die Unordnung in der Natur, allgemein bedingt durch die endliche Temperatur der Materie, macht sich bei zunehmender Masse der betrachteten Bausteine immer mehr bemerkbar. Während die Bausteine des Atomkerns, bedingt durch die im Vergleich zur thermischen Energie sehr starken Bindungsenergien, die Beschreibung durch eine "absolute" Symmetrie zulassen, so haben wir in Molekülen bereits dynamische Verzerrungen und in Kristallen im thermischen Gleichgewicht liegen verschiedene Arten von Störstellen in bestimmter Konzentration vor.

Völlig amorphe oder nur teilkristalline Substanzen sind in der Natur stark verbreitet und bilden das materielle Substrat des Lebens. Eine quantitative Beschreibung der Unordnung ist zumindest genauso wichtig wie die der Ordnung und für den Chemiker eine besonders lohnende Aufgabe. Eine solche wurde im Zusammenhang mit der statistischen Thermodynamik von BOLTZMANN, W. GIBBS u. a. entwickelt und beruht auf einer grundlegenden Definition der Unordnung mit Hilfe des Begriffs der Entropie S (BALSEN):

$$S = k \ln \Omega$$

Hier ist k die Boltzmann-Konstante in Einheiten Energie/Temperatur \times Teilchen und Ω die statistische Wahrscheinlichkeit eines Zustandes (Anzahl der zugänglichen Konfigurationen). Das Problem läßt sich daher auf eine Anwendung der Kombinatorik auf ein geometrisch-mechanisches Modell des Systems zurückführen. Günstig ist die Tatsache, daß diese abstrakte Definition einen konkret meßbaren thermodynamischen Hintergrund hat und bis in die Technik hinein (Wirkungsgrad einer thermischen Maschine und Reaktionswärmen) von großer Bedeutung ist.

Chemische Sprache

Strukturelle Probleme in der Chemie treten nicht nur im Bereich der Korrelation "Struktur \longleftrightarrow Eigenschaften" auf, sondern auch in Zusammenhang mit der Erkennung, Systematisierung und Beschreibung von Strukturen. Bei zunehmender Komplexität der untersuchten Gegenstände der verwendeten Methoden und der Verfeinerung der Aussagemöglichkeiten ergeben sich in zunehmendem Maße sprachliche Ausdrucksschwierigkeiten. Ein chemisch naturwissenschaftlicher Jargon ist die Folge dieser Entwicklung. Der Ausbau einer formalen mathematischen Sprache wurde in diesem Zusammenhang als eine mögliche Lösung gesehen, die Sachverhalte eindeutig zu beschreiben.

Topologische Strukturen

Die konkrete Notwendigkeit ergibt sich beispielsweise, wenn ein Molekül mit einer Bruttoformel eindeutig charakterisiert werden soll. Dies war so lange möglich, bis man isomere Substanzen isolieren konnte, die bei gleicher Bruttozusammensetzung durch eine unterschiedliche Konformation gekennzeichnet sind. Durch eine Strukturformel, in der die räumliche Anordnung der Bindungen der Atome dargestellt wird, kann die Konformation eines Moleküls beschrieben werden. Hierdurch ergibt sich die Möglichkeit der eindeutigen Zuordnung dieser sogenannten Stereoisomere zu einem geometrischen Modell. Bei komplexen organischen Molekülen hat sich die Konformationsanalyse zu einem wertvollen Instrument entwickelt, mit dessen Hilfe die chemischen Eigenschaften sehr verwandter, durch topologische Unterschiede gekennzeichneter Moleküle sich verstehen lassen. Die Voraussage der Eigenschaften neuer Moleküle und der möglichen Synthesewege läßt sich somit im Prinzip aufgrund der topologischen Beziehungen im Molekül durchführen. Auch hier beruht die Stärke der Methode auf einer radikalen Vereinfachung: Vernachlässigung aller nicht topologischen Größen (Schritt 2 im Schema S.24). Die Einbeziehung solcher Phänomene wie das der Permutationsisomerie, der Chiralität (mangelnde Spiegelsymmetrie im dreidimensionalen Raum), der optischen Aktivität durch Anwesenheit von Asymmetriezentren hat

zur Entwicklung der Topochemie geführt. Mit diesem Begriff wird der Versuch gekennzeichnet, die topologischen Beziehungen der möglichen Molekülarten zu systematisieren. Da gerade bei biologisch wichtigen Molekülen die topochemischen Isomere eine unterschiedliche biologische Aktivität aufweisen, sind derartige mathematische Untersuchungen neben den rein chemischen Messungen besonders wertvoll. Die lebenswichtige spezifische Wechselwirkung biologisch aktiver Substanzen mit Membranen ist auch weitgehend topochemisch spezifisch (BARTON, 1970; UGL, 1970).

Name / Struktur

Ähnliche Probleme wirft die Notwendigkeit auf, chemische Substanzen in einer eindeutigen systematischen Nomenklatur zu erfassen, die alle topochemischen Unterschiede beschreiben kann. Darüber hinaus muß eine Systematisierung entwickelt werden, durch die das Wiederfinden einer Substanz in einer Kartei, einem Lexikon oder einem digitalen Speicher (Magnetband, Lochstreifen u. a.) eindeutig möglich ist. Dieses letzte Problem ist vor dem Hintergrund einer exponentiell ablaufenden Daten-Explosion zu sehen.

Molekülklassen

Das "Erkennen" von Molekülformeln oder von komplexen Molekülspektren mit Hilfe von EDV-Anlagen erfordert trotz der hohen Speicherkapazitäten solcher Anlagen in vielen Fällen eine Daten-Reduktion. Letztere muß so beschaffen sein, daß die informationsreicheren Daten beibehalten werden, während auf die Registrierung der informationsarmen Daten verzichtet wird. Im wesentlichen ist eine Projektion eines Bereiches aus einem n -dimensionalen-Raum ($n > 3$) in einen Raum mit kleinerer Dimensionalität erforderlich unter Beibehaltung des wesentlichen Informationsgehaltes, der in dem ursprünglichen Bereich enthalten ist. Darüber hinaus sind zur Informationsverstärkung geeignete mathematische Transformationen möglich. Übliche Transformationen in diesem Zusammenhang sind Fourier- und Hadamard-Transformationen. Als Folge der kombinierten "Daten-Reduktion" und der Informationsverstärkung kann dann ein "pattern-recognition" Verfahren das Problem der Klassenzugehörigkeit komplexer Strukturen lösen (KEWALSKI, 1974).

Aus diesen Anwendungen ist bereits ersichtlich, daß die Informationstheorie in der Chemie eine wesentliche Rolle spielt. Auch hierfür ist die Komplexität der Systeme und die Vielfalt der möglichen Daten über ein gegebenes System verantwortlich. Diese Situation gibt den Aussagen und Daten den Charakter eines Massenphänomens, wofür informationstheoretische Methoden besonders geeignet sind. Im Zusammenhang mit den dynamischen Fragen wird noch einmal auf diesen Aspekt eingegangen.

3. Dynamische Fragen in der Chemie

Die Bedeutung der Koordinate t (Zeit) war in der Chemie schon immer sehr groß. Ursprünglich hing dies allein mit dem Bedürfnis zusammen, das Ende einer chemischen Reaktion noch in einer endlichen Zeit zu erleben. Aus diesem Grunde wurden kinetische Untersuchungen unternommen mit dem Ziel, die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit von den äußeren Bedingungen zu bestimmen. Es wurde den Chemikern jedoch bald klar, daß die gleichen

kinetischen Untersuchungen auch die theoretische Frage nach den Mechanismen der Reaktionen zu klären verhelfen konnten. Man stellte fest, daß scheinbar einfache Reaktionen aus einer Reihe von einfacheren Einzelreaktionen bestehen, auf deren Studium sich das Interesse der Chemiker konzentrierte. Obwohl die langsameren Teilreaktionen geschwindigkeitsbestimmend sind, ist das Interesse an gerade diesen schnellen Reaktionsstufen sehr groß, sowohl aus theoretischen Gründen als auch, weil das Endprodukt von den schnellen Schritten abhängig ist.

Schnelle Reaktionen - Fluktuationen - Korrelationen

Noch vor 20 Jahren wurden Reaktionen, die in 10^{-3} sec ablaufen, als unmeßbar schnell angesehen, während heute Reaktionen, die in 10^{-12} sec ablaufen, verfolgt werden können (EIGEN, 1968). Diese enorme Erweiterung des Bereiches kinetischer Methoden wurde durch Anwendung von Relaxations- und Modulationsverfahren ermöglicht. Mathematisch laufen diese Verfahren auf eine Modulation einer zeitabhängigen Größe durch Stufenfunktionen oder periodische Zeitfunktionen hinaus. Eine Analyse des Frequenzspektrums der betreffenden Größe, die in Form eines elektrischen Signals vorliegt, ermöglicht die Ermittlung der untersuchten Kinetik. Dieses in der Kommunikationstheorie entwickelte Verfahren hat eine Reihe von mathematischen Implikationen, die u. a. mit der Tatsache zusammenhängen, daß die zu verarbeitenden Signale schwach und durch thermisches Rauschen verzerrt sind und geeignete Funktionen verwendet werden müssen, um den stochastischen Anteil von dem eigentlichen Signal zu trennen. Die Korrelationsanalyse, mit deren Hilfe die zufällige zeitabhängige Variable $A(t)$ untersucht werden kann, beruht auf der Verwendung der experimentell meßbaren Korrelationsfunktion:

$$G(t-t') = \text{Mittel von } A(t) \cdot A(t')$$

über ein großes Ensemble. Der mathematische Zusammenhang zwischen der Korrelationsfunktion und dem Frequenzspektrum von A ermöglicht eine Überführung spektraler in kinetische Messungen.

Eine besonders interessante Anwendung der Korrelationsanalyse liegt dann vor, wenn der zu untersuchende Prozeß selbst in Form eines stochastischen Rauschens vorliegt. In diesem Fall kommt es darauf an, die Korrelationsfunktion des Prozesses zu bekommen. Aufgrund der allgemeinen statistischen Eigenschaft fluktuierender Systeme, wonach die Zeitkonstanten der Zufallsfunktion der zeitlichen Reaktion des Systems auf äußere Störungen entsprechen, kann letztere ermittelt werden. Diese Techniken, die in den letzten Jahren in zunehmendem Maße an Bedeutung gewinnen und erst durch die Entwicklung extrem schneller elektronischer Bauelemente ermöglicht wurden, können nur aufgrund einer detaillierten Kenntnis der Theorie der Zufallsfunktionen mit Erfolg angewandt werden (CUMMINS-PIKE).

Die obigen Methoden stellen ein Eindringen in molekulare Zeitmaßstäbe dar, in Analogie zu dem bereits früher erfolgten Eindringen in räumliche molekulare Bereiche. Hierdurch wurden statistische Probleme aktuell, die im Bereich längerer Zeitkonstanten keine Rolle spielen.

Ordnung - Unordnungsphasenübergänge

Ein sehr allgemeines Phänomen, das jedoch noch weitgehend ungeklärt ist, ist das der Ordnungs-Unordnungs-Phasenumwandlungen. Der Prozess des Schmelzens, der Kondensation, der ferromagnetischen Umwandlungen und viele andere reale Beispiele führen uns vor, daß derartige Umwandlungen durch auffällige Änderungen der makroskopischen Eigenschaften der Materie gekennzeichnet sind. Es kommt darauf an, ein mikroskopisches Modell für diese Übergänge zu finden. Das Problem kann im Rahmen der statistischen Theorie behandelt werden, in der alle makroskopischen Zustände durch eine Zustandssumme beschrieben werden, die die Wechselwirkungsenergie und die räumliche Konformation der N Moleküle des Systems enthält. Bei größeren Systemen ist die Zustandssumme eine Summe über alle N Moleküle bzw. über deren Orts- und Impulskoordinaten, die nicht in einfacher Form dargestellt werden kann. Eine Reihe von Verfahren bieten sich an, derartige Zustandssummen auf handliche Formen zu reduzieren. Eine Möglichkeit besteht darin, die realen Verhältnisse soweit zu abstrahieren, daß jedem Molekül nur zwei Zustände der Positionen zugeschrieben werden können (Ising-Modell). Eine Statistik über derart eingeschränkte Moleküle führt zu Zustandssummen, die einfacher sind. Lösungen für den ein- und zweidimensionalen Fall konnten erhalten werden, während die mathematischen Schwierigkeiten für das dreidimensionale Ising-Problem noch nicht überwunden werden konnten. Im gleichen Geiste wie das Ising-Modell wurden Gittermodelle entwickelt und Modelle, die die für das Problem relevanten Wechselwirkungen der Moleküle durch einfache ja-nein Situationen beschreiben. Am Ende dieser Modelle steht das Ziel, mathematische Techniken wie die Graphentheorie oder auch die einfache Kombinatorik anzuwenden. Auf diese Art kann die Zustandssumme eine handliche Form bekommen. Bei Ordnungs-Unordnungs-Phasenumwandlungen kann man erwarten, daß beispielsweise die Wechselwirkungsgraphen in beiden Zuständen sehr unterschiedliche Eigenschaften haben. Die entsprechenden Zustandssummen können Unterschiede aufweisen, die eine Berechnung der Eigenschaften der Phasenübergänge zulassen. Von diesem Ziel ist man jedoch noch sehr weit entfernt (GREEN-HURST, DOMB-GREEN).

Nichtlineare Phänomene

Ein weiteres sehr grundsätzliches Problem in der Chemie hat seinen Ursprung im Auftreten und in der Natur der Lösungen nicht-linearer Differentialgleichungen. Die klassische Thermodynamik hat sich aufgrund des Begriffs des Gleichgewichts entwickelt. Abweichungen vom Gleichgewicht werden durch kinetische Methoden und durch die Thermodynamik irreversibler Prozesse behandelt, jedoch ist in beiden Bereichen die Annahme kleiner Abweichungen vom thermodynamischen Gleichgewicht erforderlich. Verläßt man diesen Bereich, so muß man nicht-lineare Terme in die Ansätze hineinnehmen. Bei der Behandlung von realen, unter den üblichen experimentellen Bedingungen auftretenden Problemen sind häufig die Bedingungen für eine Beschreibung durch nicht-lineare Gleichungen gegeben. Zur Lösung dieser Probleme hat allerdings die Mathematik noch sehr wenig leisten können. Die wenigen bekannten Lösungen eröffnen dennoch äußerst interessante Aussichten zum Verständnis von Phänomenen, für die der bisherige klassische Rahmen zu eng war. Es handelt sich um Regelungserscheinungen gewisser Systeme, um die Folgen von autokatalytischen Prozessen, kritische Erscheinungen, Instabilitäten und um das Phänomen der Evolution biologischer Systeme.

Das Besondere daran ist, daß die nicht-linearen Methoden eine Reihe von qualitativ neuen Effekten beschreiben können.

Es zeigt sich beispielsweise, daß die Lösungen nicht-linearer Gleichungen in gewissen Bereichen der Phasenebene zu meist periodischen Lösungen führen, die nicht von den Anfangsbedingungen abhängen. Das System konvergiert dann gegen einen sogenannten Grenzyklus. Dieses Verfahren ist für in der Natur sehr häufige Selbstregelungsprozesse charakteristisch und stellt einen qualitativ neuen Aspekt dar, der durch die nicht-linearen Terme in der Bewegungsgleichung des Systems bedingt ist. Chemische Beispiele für ein derartiges Verhalten liefern die neuerdings mit großem Interesse untersuchten oszillierenden chemischen Reaktionen sowie die Evolution sehr komplexer Systeme (GLANSDORFF-PRIGOGINE).

Evolution chemischer Systeme

Der aus der Biologie stammende Begriff der Evolution ist in der Chemie zunächst bei der Untersuchung der Konsequenzen des zweiten Hauptsatzes aufgegriffen worden. Es läßt sich zeigen, daß ein sich selbst überlassenes isoliertes System sich nur in Richtung höherer Unordnung bzw. kleineren Informationsgehaltes entwickelt. Denkt man an Strukturen, so bedeutet diese natürliche Entwicklung einen Abbau von Strukturen.

Auf der anderen Seite ist es bekannt, daß biologische Systeme unter gewissen Bedingungen eine Evolution in Richtung Strukturaufbau durchlaufen können. Da es sich in diesen Fällen um offene Systeme handelt, liegt hier kein Widerspruch zum zweiten Hauptsatz vor, jedoch bedarf es einer exakten Formulierung der Bedingungen, unter denen eine solche Evolution bzw. eine Selbstorganisierung eines chemischen Systems möglich ist (LANDAU-LIFSCHITZ; FÖRSERLING-KUHN-TENS). Die Theorie der nicht-linearen Gleichungen zeigt beispielsweise, daß in der Phasenebene ein kritischer Punkt auftreten kann, oberhalb dessen eine Konvergenz zu einem stationären Zustand erreicht wird. Dieser Zustand ist nicht der thermodynamische Gleichgewichtszustand möglichst großer Unordnung. Andere unterkritische Bereiche führen zu einer Konvergenz gegen die Zustände der klassischen Thermodynamik (thermodynamischer Zweig).

Bei den hier geschilderten Strukturen spricht man von stationären dissipativen Strukturen, die oberhalb des thermodynamischen Zweigs auftreten.

Evolution von Fluktuationen

Bei der Beschreibung der Evolution eines Systems spielten die thermischen, durch die Molekülstatistik bedingten Fluktuationen eine wichtige Rolle. Aus dem Rahmen der klassischen Thermodynamik heraus wurde eine mathematische Theorie der Fluktuationen molekularer Systeme entwickelt. Hierbei zeigt sich, daß die mittlere Fluktuationsamplitude die Größenordnung $\frac{1}{\sqrt{N}}$ hat, wobei N die Molekülzahl ist. In kritischen Bereichen tritt eine Verstärkung der Fluktuationsamplitude um mehrere Größenordnungen auf. Die statistische Regression der Fluktuationen wird immer schwächer, und das System wird instabil. Der überkritische Bereich ist durch eine Selbstverstärkung der Fluktuationen gekennzeichnet. Bei diesen Fluktuationen kann es sich auch um solche der innermolekularen Variablen handeln, was zu direkten chemischen Konsequenzen führt. Es zeigt sich z.B., daß über eine solche Fluktuationsstatistik ein System sich aus dem homogenen unstrukturierten Zustand

"von selbst" in einen inhomogenen strukturierten hinausbefördern kann .
Daß derartige Schlüsse weit über den Rahmen der chemischen oder auch der biologischen Vorgänge gehen, ist einleuchtend (KUHN, 1972).

4. Notwendigkeit organisierter Kooperation

Abschließend kann man feststellen, daß, obwohl zahlreiche mathematische Methoden sich schon lange in der Chemie etabliert haben, gerade in Grenzgebieten, die das Interesse der Chemiker in zunehmendem Maße beanspruchen, neue Wege beschritten werden. Da es sich um die Anwendung sehr spezieller mathematischer Methoden handelt, stehen wir vor der Frage, ob der Chemiker nunmehr eine vollständige vertiefte mathematische Ausbildung benötigt. Wäre dies der Fall, so würde ich befürchten, daß die oben geschilderten Probleme, so interessant sie auch sein mögen, nur von einer "Elite" von Forschern bearbeitet werden könnten. Darum muß ein Weg gefunden werden, die Kooperation beider Wissenschaften zu organisieren, wobei die Vertrautheit der Chemiker mit der mathematischen Denkweise noch wichtiger ist als die Kenntnis bestimmter in der Mathematik gängiger Regeln.

Aus der Diskussion

Mathematiker: Eine Frage zur Entstehung des Lebens: Wenn bei den heutigen experimentellen Untersuchungen die Anfangsbedingungen bekannt sind - z. B. wie stark die Entladungen sind, wie groß das Volumen ist - sind dann die entstehenden Substanzen determiniert?

Chemiker: Prinzipiell sollte man sagen, alles ist determiniert. Aber das hilft einem bei dieser Frage nicht viel. Die möglichen Wege von der "Suppe" im Kasten sind zu groß. Mit den elektrischen Entladungen im Kasten macht man deshalb folgendes: Man versucht, irgendwelche angeregten Zustände hervorzubringen, um lokale Abweichungen vom Gleichgewicht zu erreichen, die dann vielleicht zu dem führen, was wir wollen. Anstatt gezielt etwas zu machen, versucht man, das System zu stören, und hofft, daß man Glück hat. Die Möglichkeiten sind so unüberschaubar groß, weil die Endmoleküle so groß sind. Außerdem synthetisiert man einfache Biopolymere. Dann ist es einfacher, weil sie nicht so komplex sind wie in der Natur. Dabei findet man Gesetzmäßigkeiten.

Mathematiker: Wie will man in dem von Ihnen gezeichneten Zwischenbereich mathematische Struktur einsetzen? Im Bereich weniger Teilchen kann man vernünftig exakt mathematische Modelle entwerfen, etwa quantenmechanisch.

Im Bereich vieler Teilchen kann man - mit Hilfe der Thermodynamik - eine gute Beschreibung dieser statistisch-mechanischen Systeme geben. Schwierigkeiten sehe ich, wenn man beide Bereiche kombiniert, und das ist ja Ihr Zwischenbereich. Wie will man in diesem Zwischenbereich Mathematik ansetzen?

Chemiker: Exakte Beschreibung ist möglich im Bereich weniger Teilchen. Bei komplexeren Systemen kann man das detailliertere Geschehen nicht mehr beschreiben. Man kann aber einige übergeordnete Prinzipien wie z. B. Ordnung, Struktur, Topologie, Kooperativität usw. nehmen und versuchen, mit denen ein Verständnis zu erreichen. Die Fragestellung ist dann eine andere. Ich meine also den Bereich, in dem man nicht mehr nach den detaillierteren Wechselwirkungen fragt, sondern nach dem allgemeinen Ablauf - nicht von der Thermodynamik her, also nicht makroskopisch, sondern mikroskopisch.

Physiker: Gerade bei Begriffen wie Modellen - etwa der hier aufgezeichneten Art - muß nicht unbedingt immer der Umweg über die mathematische Fakultät laufen. Solche Modelle beschäftigen uns Physiker z. Zt. in gleichem Maße. Die Physik ist nämlich dabei, den Kinderschuhen der kleinen Systeme zu entwachsen. Es ist also außerordentlich wichtig, über die gemeinsamen Schwierigkeiten etwa bei Mathematisierungsansätzen mehr miteinander zu sprechen, und es ist eine ganze Reihe vorhanden, wo die Gemeinsamkeiten einmal sondiert werden sollten.

Psychologe: Welche Rolle spielt bei Ihnen die Meßtheorie?

Chemiker: In der Chemie handelt es sich um quantitative, quantifizierte, meßbare Größen, um Meßverfahren, um Meßprozesse, so daß selbstverständlich die Rolle sehr groß ist. Das ist schon fast selbstverständlich, doch nicht so selbstverständlich, daß nicht auch noch Entwicklungen möglich wären.

Mathematiker: Sie sprachen von dem "normalen Chemiker, der später bei Bayer Aspirin kocht". Kann man etwas zur Berufssituation des Chemikers im Hinblick auf die Mathematisierung prognostisch sagen?

Chemiker: "Der Chemiker, der bei Bayer Aspirin kocht", entspricht dem präparativen Chemiker, der noch vor 10, 20 Jahren gesucht war. Die meisten Chemiker arbeiteten präparativ oder analytisch, das waren die beiden großen Gruppen. Ein Teil der Arbeit gerade des analytischen Chemikers wurde ihm von den Apparaturen abgenommen; das ist ein Grund dafür, daß die Analyse heute einfach nicht mehr so viele Leute braucht. Sie braucht Ingenieure. Das ist ein Gebiet für den Chemiker im Beruf, im Betrieb, das sehr stark geschrumpft ist. Die präparative Aufgabe wird natürlich weiter bleiben. Die Lage ist ungewiß.

Karl-Heinz Hinkelmann:

Erdwissenschaften

und

Mathematik

"Probleme der numerischen Wettervorhersage"

1. Einleitung
2. Das Kurzfristmodell
 - Gleichungssystem des Kurzfristmodells
 - Meteorologische Filterung
 - Ergebnisse des Kurzfristmodells
 - Maschinelles Aufwand numerischer Kurzfristvorhersagen
3. Das Zirkulationsmodell
 - Strahlung
 - Hydrologischer Zyklus
 - Irreversible molekulare und turbulente Flüsse
 - Konvektionsprozesse
 - Ergebnisse des Zirkulationsmodells
4. Zukunft der numerischen Vorhersage
 - Vorhersagbarkeit
 - Entwicklungschancen

Nachdruck aus "IBM Nachrichten" 23 (1973), Heft 214 und aus den "Annalen der Meteorologie" N.F. Nr. 6 (1973), 11-23.

Mit freundlicher Genehmigung der IBM Deutschland und der Redaktion der Annalen.

34-Erd

1. Einleitung

Der meteorologische Vorhersagedienst basiert heute überwiegend und zunehmend auf der Numerischen Wettervorhersage. Diese relativ junge Technik versucht, eine in Differentialgleichungen gefaßte atmosphärische Physik mit Datenverarbeitungsanlagen so schnell über die Zeit zu integrieren, daß ihre Vorausberechnungen noch aktuell verwertbar sind.

Der erste Versuch einer maschinellen Wettervorhersage stammt aus dem Jahre 1950 - überraschenderweise nicht von einem Meteorologen, sondern von dem bekannten Mathematiker John von NEUMANN und seinen Mitarbeitern J. CHARNEY und R. FJÖRTOFT, die damals in ihrem Modell die Atmosphäre noch wie eine inkompressible Wassermasse behandelten.

Die Numerische Wettervorhersage begann also gleich mit einer Jugendsünde in Form einer bestürzenden physikalischen Vereinfachung und kennzeichnet damit ein allgemeines Dilemma und einen permanenten Konflikt: Die das Wetter ausmachende Physik ist viel zu kompliziert für die viel zu langsamen Rechenmaschinen, die für eine Tagesprognose nicht mehr als eine gute Stunde Rechenzeit verbrauchen dürfen, wenn ihre Ergebnisse noch aktuell sein sollen.

Was die Numerische Wettervorhersage integriert und auch nur integrieren kann, ist daher nur ein Abklatsch der realen Physik der Atmosphäre oder ein atmosphärisches Modell. Aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit wird hier nur zwischen zwei Modellarten unterschieden:

1. Die Modelle, die heute im Routinedienst - z. B. im Deutschen Wetterdienst - prognostizieren, bemühen im wesentlichen nur den reversiblen Anteil der atmosphärischen Physik. Die Ausklammerung der meist langsam wirkenden irreversiblen Prozesse beschränkt die Prognosezeit dieser Modelle auf etwa drei Tage. Diese reversiblen Modelle werden daher auch Kurzfristmodelle genannt.
2. Modelle, die irreversible Prozesse berücksichtigen (in der Meteorologie auch Zirkulationsmodelle genannt), befinden sich zur Zeit noch in Vorbereitung und im Teststadium. Sie werden aber in absehbarer Zeit die Kurzfristmodelle ablösen und dann langfristiger und qualifizierter prognostizieren können.

2. Das Kurzfristmodell

Das Gleichungssystem des Kurzfristmodells

Die gängigen Kurzfristmodelle ignorieren mit der Irreversibilität folgende Prozesse im einzelnen:

die gesamte Strahlung;
den Kreislauf des Wassers (womit die Atmosphäre wie ein ideales Gas behandelbar wird); alle irreversiblen molekularen und turbulenten Flüsse, die eine Gleichverteilung atmosphärischer Elemente anstreben.

Die Beschränkung auf Reversibilität führt auf ein physikalisch problemloses und durchsichtiges Gleichungssystem. Ein System benutzt als Zustandsgrößen der Atmosphäre die Dichte (ρ), die Entropie (s), für die auch die potentielle Temperatur (θ) stehen könnte, und die Geschwindigkeit (v) mit ihren drei Komponenten.

Für jede Zustandsgröße steht eine eigene prognostische Gleichung bereit, die in Bilanzform angeschrieben ist: Für die Dichte der Erhaltungssatz der Materie oder die Kontinuitätsgleichung, für die Entropie der Entropieerhaltungssatz, der gleichzeitig die Erhaltung der Energie ausdrückt, und für die Geschwindigkeit der NEWTONsche Impulssatz oder die Bewegungsgleichung.

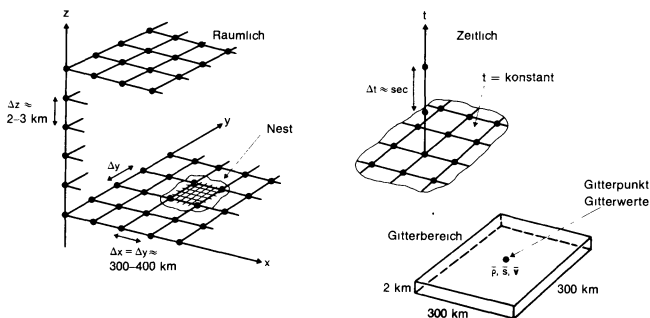
Die prognostischen Gleichungen verknüpfen die zeitliche Veränderung der Zustandsgrößen auf der linken Seite mit den im Kontinuum stets auftretenden Flüssen und mit ihren Erzeugungen. Daß in der Entropiegleichung die Erzeugung fehlt, dokumentiert die Reversibilität des Systems. Als Erzeugung in der Bewegungsgleichung treten natürlich die Kräfte auf: im betrachteten System die Oberflächenkräfte des Druckes und die beiden Volumenskräfte Corioliskraft und Potentialkraft der rotierenden Erde, die sich aus den nur vom Orte abhängigen Attraktions- und Zentrifugalpotentialen rekrutiert.

Ist der Zustand der Atmosphäre (definiert durch die fünf Zustandsgrößen) zu einem Zeitpunkt bekannt, so lassen sich daraus die rechten Seiten der prognostischen Gleichungen berechnen und daraus wieder die zeitliche Veränderung des Zustandes selbst, was auf ein sehr einfaches numerisches Integrationsverfahren hindeutet. Soweit die Bewegungsgleichung noch den Druck (p) verlangt, ergibt sich dieser aus Entropie und Dichte vermittels der Definitionsgleichung der Entropie. Die Temperatur (T) wird aus der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases zugänglich.

Die prognostischen und diagnostischen Gleichungen dieses Systems enthalten die physikalische Substanz, mit der das Kurzfristmodell und damit die kurzfristige numerische Wettervorhersage tatsächlich auskommt.

Wie üblich wird das prognostische System dadurch numerisch integrierbar gemacht, daß unter Beachtung numerischer Stabilitäts- und Konvergenzkriterien alle Differentiale durch Differenzen ersetzt und die Zustandsgrößen nur an diskreten Punkten eines Raum- und Zeitgitters definiert werden.

Abbildung 1: Das Standard-Rechengitter der numerischen Routinevorhersage



Die Abbildung 1 zeigt das zur Zeit verwendete Standardgitter der Numerischen Wettervorhersage, das einen horizontalen Abstand der Gitterpunkte von 300-400 km und einen vertikalen Abstand von 2-3 km benutzt. Die Fläche der Bundesrepublik erhält in diesem Gitter etwa drei Gitterpunkte. Eine dringend erwünschte höhere Auflösung verkräften zur Zeit die Rechenmaschinen nicht. Es ist aber möglich, partiell höher aufzulösen, um besonders interessierende Gebiete oder Phänomene detaillierter zu beschreiben. Eine solche höhere Teilauflösung heißt Nest.

Die kurze Laufzeit des im System mitenthaltenen Schalles zwischen zwei vertikal benachbarten Gitterpunkten beschränkt die zeitliche Auflösung oder den Rechenzeitschritt auf nur wenige Sekunden; für größere Zeitschritte tritt numerische Instabilität auf.

Mit der räumlichen Standardauflösung wird die gesamte Atmosphäre von etwa 100 000 Gitterpunkten durchsetzt, was die Größenordnung des numerischen Aufwandes demonstriert.

Zur Abschätzung der Größenordnung dieses Aufwandes werden angesetzt: $N = 10^5$ = Zahl der Gitterbereiche des Prognosegebietes, $Z = 10^2$ = Zahl der Rechenoperationen, die erforderlich sind, um das Gleichungssystem über einen Zeitschritt $\Delta T = 5$ sec zu integrieren. Für eine reale Vorhersagezeit T fallen dann

$$NZ \cdot \frac{T}{\Delta T}$$

Rechenoperationen an. Für eine 24stündige Prognose sind das etwa $2 \cdot 10^{11}$ Operationen.

Die Maschinenrechenzeit t beträgt dann

$$t = \tau NZ \frac{T}{\Delta T}$$

wenn τ die mittlere Operationszeit der Rechenmaschine bedeutet.

Aus Gründen der meteorologischen Aktualität sollte eine 24stündige Prognose nicht mehr als eine Stunde Rechenzeit in Anspruch nehmen, so daß $T = 24t$ angenommen werden kann. Für die mittlere Operationszeit τ der Maschine ergibt dies

$$\tau = \frac{t}{T} \frac{\Delta T}{NZ}$$

und mit den obigen Zahlenwerten $\tau = 0,02 \mu\text{sec}$.

Da Rechenmaschinen mit einer diesem Werte vergleichbaren Operation den meteorologischen Rechenzentralen nicht zur Verfügung stehen, wird gegenwärtig der Aufwand reduziert durch Beschränkung auf Teilgebiete der Atmosphäre und durch zeitraffende, noch zu behandelnde Operationen an den zu integrierenden Gleichungssystemen. Die Rechenzeit kann damit etwa um den Faktor 10^3 herabgesetzt werden.

Es sei festgehalten, daß die Numerische Wettervorhersage die Atmosphäre nur durch ein grobes Raster erkennt, daß jeder Raster- und Gitterpunkt einen riesigen Gitterbereich von mindestens $300 \times 300 \times 2 \text{ km}^3$ vertritt und daß die an den Gitterpunkten stehenden Zustandsgrößen als Mittelwerte des Gitterbereichs zu verstehen sind.

Meteorologische Filterung

Wäre den Meteorologen nichts anderes eingefallen, als stur das betrachtete System zu integrieren, so warteten wir noch heute auf eine Numerische Wettervorhersage. Den Integrationsbemühungen stellten sich nämlich drei Hindernisse in den Weg, die erst durch einen spezifisch meteorologischen Beitrag ausgeräumt werden konnten:

1. Mit dem Rechenzeitschritt von nur wenigen Sekunden verliert auch die schnellste Rechenmaschine den Wettlauf gegen die reale Atmosphäre; die Lösungsprozedur wird hoffnungslos zeitraubend und unökonomisch.
2. Die Radiosonden vermessen in der Atmosphäre weder die Vertikalgeschwindigkeit noch die Entropie oder eine ihr gleichwertige thermodynamische Größe. Das heißt, der Meteorologe kennt aus den Messungen nie den kompletten Zustand der Atmosphäre, von dem jede individuelle Integration auszugehen hat.
3. Die in der Bewegungsgleichung auftretende Resultierende aller Kräfte liegt noch innerhalb der Meßfehler und bleibt von den Meßdaten her unbestimmbar.

Diese drei Mängel sind so gravierend, daß eine Zeitlang die Praktikierbarkeit des Prognoseystems überhaupt bestritten wurde. Sie werden aber gemeinsam geheilt durch eine einzige, der meteorologischen Erfahrung entnommene Hypothese. Diese lautet kurz und zunächst unverständlich: Die Atmosphäre macht keinen Lärm. Damit ist folgendes gemeint: Die meteorologisch beobachtbare Atmosphäre nimmt nur solche Zustände an, die keine Schall- und Schwerewellen auslösen, die gemeinsam als Lärm bezeichnet werden, vergleichbar etwa mit den Vorgängen nach einem Steinwurf in ein Wasserbecken.

Diese Hypothese wird gestützt durch das immer und überall in den Wetterkarten beobachtete merkwürdige Verhalten der Atmosphäre, ohne physikalischen Zwang gewisse Zustände zu bevorzugen. So wird z. B. auf der Nord-Hemisphäre ein Hoch nie anders als im Uhrzeigersinne umströmt, und der Druck wird mit der Höhe nie zunehmen, obwohl solche Zustände keinem physikalischen Prinzip widersprechen, sondern nur weil sie sofort kräftige Lärmprozesse auslösen würden. Dieses Präferenzverhalten der Atmosphäre läßt sich physikalisch widerspruchsfrei nur durch Lärmfreiheit deuten.

Der lärmfreie Zustand kann analytisch nur näherungsweise beschrieben werden, und zwar durch vier schwer lösbare Verträglichkeitsbeziehungen zwischen den fünf Zustandsfeldern. Die Numerische Wettervorhersage profitiert von der Existenz der Verträglichkeitsbedingungen:

1. Alle Verträglichkeiten werden herangezogen, um damit den unvollständig und fehlerhaft vermessenen Anfangszustand der Atmosphäre rechnerisch zu komplettieren und so zu präzisieren, daß die numerische Integration einen vollständigen, brauchbaren Anfangszustand vorfindet. Das Gleichungssystem selbst bleibt hiervon unberührt, nur die Meßlücken werden geschlossen.

2. Mit einer Verträglichkeit wird aus dem Prognosesystem selbst der lästige, den Zeitschritt reduzierende, vertikal laufende Schall herausgefiltert. Dann verträgt die numerische Stabilität noch einen hundertfach größeren Zeitschritt und die numerische Lösungsprozedur wird ausreichend schnell. Alle Modelle benutzen als Filter noch die erste und einfachste Näherung dieser Verträglichkeit, nämlich die Unterstellung statischer Druckverhältnisse, die bekanntlich den Wegfall der Vertikalbeschleunigung in der Bewegungsgleichung auslöst.

Ergebnisse des Kurzfristmodells

Einige Rechenresultate mögen die meteorologische Aussagekraft des nunmehr leicht modifizierten - hydrostatischen - reversiblen Kurzfristmodells belegen.

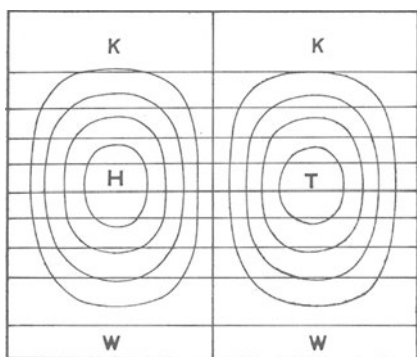


Abb. 2
Anfangssituation am Boden

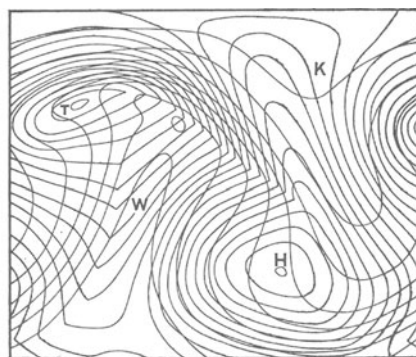


Abb. 3
Bodenwetterlage nach 2 Tagen

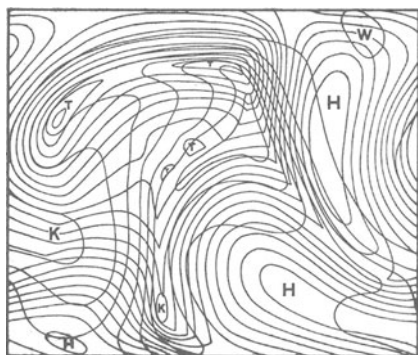


Abb. 4
Bodenwetterlage nach 4 Tagen

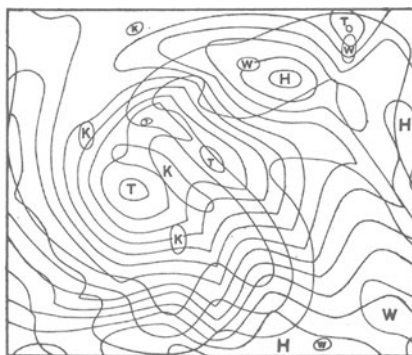


Abb. 5
Bodenwetterlage nach 12 Tagen

Die Abbildungen 2 bis 5 zeigen ein Experiment, das eine typisch labile Wetterentwicklung, die Zyklogese, unter idealisierten Anfangs- und Randbedingungen (periodische Kanalströmung) und mit höherer Auflösung als im Standardgitter der Abbildung 1 ablaufen läßt. Die Bilder zeigen jeweils die Bodenkarte:

Abbildung 2 gibt die Anfangssituation wieder, je ein schwaches nahezu kreisförmiges Hoch und Tief, eingebettet in ein Temperaturfeld mit konstantem, nach Süden gerichtetem Temperaturgradienten. In der Höhe ist die nicht gezeigte Anfangssituation so labil spezifiziert worden, daß mit einer kräftigen Entwicklung zu rechnen ist.

Auf diese sehr einfache Anfangssituation wird das reversible Kurzfristmodell angesetzt in der Erwartung, daß es die Folgeentwicklung meteorologisch vernünftig und realistisch erfaßt. Nach zwei Tagen präsentiert das Modell die synthetische Bodenkarte der Abbildung 3, die geradezu ideal mit der meteorologischen Erfahrung in diesem Entwicklungsprozeß übereinstimmt, den V. BJERKNES in seiner "Idealzyklogese" beschrieben hat: Das Tief schiebt unter Druckfall nach Norden aus, das Hoch verstärkt sich und wandert nach Süden ab. Gleichzeitig formt sich eine bildschöne Warm- und Kaltfront. Sie werden belegt durch die ausgeprägte Warmluftzunge zwischen den Fronten, durch die starke Drängung der Isothermen vor der Warmfront und hinter der Kaltfront und besonders durch die scharfen, vom Modell markant herausgebildeten Isobarenknick entlang der beiden Fronten, die implizite Windsprünge mitbeschreiben.

Nach weiteren zwei Tagen entsteht die in Abbildung 4 wiedergegebene Bodensituation, die die Fähigkeit des Modells ausweist, auch den Prozeß der Okklusion und die Entstehung von Neubildungen, hier in Gestalt zweier kleiner Tiefdruckstörungen an der Kaltfront, zu erfassen. Im weiteren Verlauf entsteht schließlich eine Wettersituation (Abbildung 5), die von einer realen Wetterlage kaum mehr zu unterscheiden ist.

Im Experiment erweist sich: Das Kurzfristmodell verhält sich tatsächlich meteorologisch vernünftig, was durchaus nicht selbstverständlich ist, und es vermag alle typischen kurzfristigen Entwicklungsphänomene realistisch zu simulieren. Langjährige Erfahrungen mit dem Kurzfristmodell lassen den Schluß zu: Das Kurzfristmodell prognostiziert merklich besser und länger als alle vor Einführung der Numerischen Wettervorhersage benutzten Techniken, die abgestützt auf die subjektive Erfahrung des Meteorologen einfach die jüngste beobachtete Wetterentwicklung noch einen Tag weiter extrapolierten. Das Modell enthält aber noch schwerwiegende physikalische und technische Mängel und schließt auch Fehlvorhersagen nicht aus. Bei Festlegung auf die reversible Physik läßt das Kurzfristmodell nur Spiel für technische Verbesserungen. Sicherlich wird die Prognoseleistung gesteigert durch eine höhere Auflösung des Rechengitters, in geringerem Maße auch durch eine weniger approximative Verwendung der Lärmfreiheitshypothese.

Maschineller Aufwand numerischer

Kurzfristvorhersagen

Das besprochene Kurzfristmodell wird von meteorologischen Rechenzentren bereits im täglichen Vorhersagedienst praktisch eingesetzt.

Für eine 24stündige Vorhersage in einem nahezu hemisphärischen Gebiet benötigt eine Rechanlage mittlerer Kapazität und Geschwindigkeit von 1MIPS

(Millionen Instruktionen pro Sekunde) ungefähr eine Stunde Rechenzeit.

Anlagen dieser Leistung stehen einigen meteorologischen Diensten auch zur Verfügung, z. B. dem Zentralamt des Deutschen Wetterdienstes in Offenbach. Dort wird aus Sicherheitsgründen noch eine Parallelmaschine eingesetzt, da wegen der strengen Termingebundenheit meteorologischer Aussagen Ausfälle und Verzögerungen auf ein Mindestmaß beschränkt bleiben müssen.

Zu dieser Rechenzeit allein für die Prognose kommen weitere Rechenzeiten für die Verarbeitung des Beobachtungsmaterials und für die numerische Analyse, die beide der Vorbereitung der Vorhersage dienen, hinzu: Über etwa zehn internationale Fernschreib- oder Fernsprechleitungen fließen kontinuierlich die meteorologisch verschlüsselten weltweiten Beobachtungs- und Meßdaten in die Maschine ein, die dieses Material nach relevanten Informationen aussortiert, entschlüsselt, prüft, korrigiert und schließlich den Beobachtungsortern zuweist. Diese Datenverarbeitung erfordert sehr aufwendige Prüfprogramme, die für alle möglichen erwarteten Beobachtungs- und Übertragungsfehler Erkennungs- und Korrekturteile bereithalten.

In der numerischen Analyse stellt der Rechner die meteorologischen Zustandsgrößen (Windgeschwindigkeit, Temperatur usw.) für den Start des Kurzfristmodells an den Gitterpunkten zusammen. Sie werden vorzugsweise durch Interpolation aus den analogen Werten der Beobachtungsorte gewonnen; sie werden jedoch noch ergänzt und verbessert mit prognostizierten Zustandsgrößen aus dem zeitlich vorangegangenen Prognoseablauf und mit Hilfe von analytisch formulierten und numerisch gelösten Lärmfreiheitshypothesen.

Der Rechenzeitbedarf für diese Vorbereitungen ist etwa so groß wie der einer 8-Stunden-Vorhersage, also für eine 1-MIPS-Maschine rund 20 Minuten. Er fällt aber nur einmal vor Beginn der eigentlichen Prognose an und ist unabhängig von der Vorhersagezeit.

Mit den hier unterstellten Zeiten wird insgesamt für eine 1-Tages-Prognose eine Stunde und 20 Minuten, für eine 2-Tages-Prognose zwei Stunden und 20 Minuten Rechenzeit verbraucht. Werden diese Zeiten merklich überschritten, so verlieren die Ergebnisse des Kurzfristmodells an Aktualität. Es vergehen nämlich zusätzlich mehrere Stunden vom Beobachtungstermin (Haupttermine 0.00 Uhr und 12.00 Uhr Weltzeit) bis zum sogenannten Redaktionsschluß, dem Zeitpunkt, zu dem der Hauptteil des Beobachtungsmaterials eingetroffen ist.

Um den beständigen Wettlauf des Kurzfristmodells gegen die Zeit zu gewinnen, ist die Numerische Wettervorhersage sowohl an schnelleren Rechnern als auch an einer Beschleunigung der Datenübertragung interessiert.

Ausgegeben werden die Resultate numerischer Analysen und Vorhersagen - wenigstens beim Deutschen Wetterdienst - in Form der üblichen Wetterkarten, in denen Kontinuumsgrößen (Temperatur, Druck) durch Isolinien (Isothermen, Isobaren) charakterisiert und Einzelbeobachtungen an Stationen durch Zahlen oder meteorologische Symbole (Windpfeile, Wolkenzeichen) angegeben werden.

Diese Karteninhalte zeichnet ein off-line arbeitender Graphomat in Kartenunterdrucke ein. Dieser wird von einem Magnetband gesteuert, das seinerseits vom Rechner mit Zeicheninformationen beschrieben wird.

3. Das Zirkulationsmodell

Aus den Mängeln und Unzulänglichkeiten der jetzigen numerischen Vorhersagepraxis mit dem Kurzfristmodell läßt sich unschwer die weitere Entwicklung der numerischen Prognosetechnik ablesen.

Eine gewichtige Förderung ihrer Leistung verspricht sich die Numerische Wettervorhersage von der Technik durch den Einsatz und die Fortentwicklung von Satelliten.

In ihrer doppelten Funktion als Relaisstation im meteorologischen Telekommunikationssystem und als Träger meteorologischer Meßapparaturen werden Satelliten die Übertragungsdauer meteorologischer Daten verkürzen und zusätzlich meteorologische Meßwerte besonders aus jetzt beobachtungsleeren und -armen Gebieten anbieten können. Diese Leistungen kommen unmittelbar der numerischen Analyse, indirekt damit der numerischen Prognose zugute, die sich bei ihrem Start auf einen zeitiger zur Kenntnis genommenen und sicherer belegten atmosphärischen Anfangszustand abstützen kann.

Die große Chance für genauere und längere Prognosen sieht die numerische Wettervorhersage aber in dem Übergang vom reversiblen Kurzfristmodell zum irreversiblen Zirkulationsmodell, d. h. in der Aufnahme irreversibler Prozesse. Die stark mit Hypothesen durchsetzten praktischen Ansätze für die irreversiblen Mechanismen werden im folgenden nur sehr verallgemeinernd skizziert.

Strahlung

Am wenigsten hypothetisch ist noch der Einbau der Strahlung, zumal die optischen Eigenschaften der atmosphärischen Absorber für Modellbedürfnisse hinreichend genau bekannt sind.

Aus einer vorgegebenen Temperatur- und Absorberverteilung folgt bekanntlich der Strahlungsfluß, dessen Divergenz die Energiegleichung abverlangt, durch Integration der Strahlungstransportgleichung von CHAN-DRASEKHAR (3). Bei der numerischen Integration dieser Gleichung macht das Zirkulationsmodell wesentlich davon Gebrauch, daß letztlich nur die vertikale Komponente des Strahlungsflusses relevant wird und daß die kurzwellige Sonnenstrahlung und die langwellige atmosphärische und terrestrische Strahlung sich spektral kaum überschneiden.

Jede Strahlungsberechnung setzt aber die Kenntnis der jeweiligen Absorberverteilung voraus und fordert vom Modell unausweichlich die laufende Kontrolle und Verfolgung zumindest der zeitlich variablen Absorber. Das sind in erster Linie der Wasserdampf und seine Kondensate in Gestalt von Eis- und Wasserwolken, mit geringerem Gewicht aber auch die Aerosole.

Voraussetzung für den Strahlungseinbau in das Zirkulationsmodell ist daher eine vorangehende Modellsimulation des Kreislaufes des Wassers oder des hydrologischen Zyklus.

Hydrologischer Zyklus

Der Eintritt des Wasserdampfes in die Atmosphäre durch Verdunstung am Boden und seine Ausbreitung in der Atmosphäre wird durch vom Zirkulationsmodell kontrollierte geordnete und noch gesondert anzusprechende ungeordnete Bewegungen gesteuert.

Der Rest des Kreislaufes aber, nämlich die Kondensation an Aerosolen und das Schicksal und der Weg der einzelnen Wolkenelemente bis zum Ausfall als Niederschlag kann verständlicherweise von einem gering aufgelösten Modell nur sehr grob und unter Verzicht auf Details simuliert werden.

Zur Zeit behelfen sich die Zirkulationsmodelle damit, daß sie die Kondensate in jedem Gitterbereich wie eine makroskopische zusammenhängende reine Phase behandeln, womit der Kondensationsvorgang über leicht faßbare chemische Potentiale an den Gitterpunkten analytisch zugänglich wird.

Entstehende Kondensate fallen in diesem Modell sofort und restlos aus, so daß Wolkenlosigkeit folgt. Tatsächlich führt aber das Modell - mit Rücksicht auf Strahlungsrechnungen - beobachtete statistische Mittelwerte der Bewölkung ein. Immerhin ermöglicht diese sicherlich übertriebene Simplifizierung des hydrologischen Zyklus Niederschlagsprognosen, die Berechnung von Strahlungsflüssen und die Berücksichtigung der enormen Energiegewinne der Atmosphäre, denn jedes am Kreislauf teilnehmende Gramm Wasser hinterläßt ihr etwa 600 cal.

Die Bewölkung zu prognostizieren, statt einfach statistisch vorzugehen, ist sicherlich das dringende Anliegen an die jetzigen Zirkulationsmodelle.

Möglicherweise werden fortgeschrittene Versionen mit ein für allemal vorgefertigten spektralen Größenverteilungen von Aerosol-, Wolken- und Niederschlagseinheitsmassen arbeiten, die ein gesonderter Parameter - wie von einem Telefonapparat aus - anwählt, jeweils dem Gitterbereich zuordnet und wieder auswechselt. Damit läßt sich die Entstehung, Entwicklung, Bewegung und Wiederverdunstung von Wolken und Niederschlagsfeldern simulieren, vorausgesetzt es gelingt, den diskontinuierlichen Anwählparameter mit einer standardisierten Wolkenphysik zu prognostizieren.

Analytisch wird der Kreislauf des Wassers und, wenn notwendig, auch der Kreislauf des Aerosols durch separate Kontinuitätsgleichungen beschrieben.

Irreversible molekulare und turbulente Flüsse

Es verbleibt, die Wirkung der irreversiblen molekularen und turbulenten Flüsse zu simulieren. Es sei daran erinnert, daß an den Gitterpunkten immer nur mittlere Größen und daher auch nur mittlere oder geordnete konvektive Transporte ablesbar sind, die durch Multiplikation des mittleren Impulses mit dem Mittelwert der transportierten Größen entstehen.

Was sich zwischen den Gitterpunkten an ungeordneten, chaotischen molekularen und turbulenten Zusatzbewegungen abspielt, bleibt vom Modell vorerst ganz unerkannt.

Und doch transportieren diese Zusatzbewegungen erhebliche Mengen an Wasserdampf, Impuls und Wärme und leisten auch Arbeit. Diese Transporte resultieren aus gemittelten Korrelationsprodukten aus Zusatzimpuls und transportierter Zusatzgröße und treten additiv zu den konvektiven Flüssen auf, die bereits das reversible Modell kennt.

Die numerische Wirkung dieser Zusatzbewegungen im Modell aufgreifen zu wollen, heißt, diese ungeordneten Flüsse durch kontrollierte Gitterpunktgrößen auszudrücken oder, wie diese Technik auch genannt wird, zu parametrisieren.

Das Vorbild für diese Parametrisierung ist natürlich die Thermodynamik irreversibler Prozesse. Deren fundamentale Aussagen, zunächst nur für molekulare Phänomene formuliert, werden einfach auf turbulente Bewegungen mit ausgedehnt. Diese Aussagen beinhalten: Positive Definitheit der Entropieerzeugung, CURIEs Prinzip von der Unabhängigkeit unterschiedlichensorieller Flüsse, ONSAGERs Reziprozitätsbedingungen und vor allem die Linearität zwischen Flüssen und thermodynamischen Kräften.

Das Ergebnis der Ausdehnung dieser Theorie auf Turbulenz sind lineare phänomenologische Beziehungen nunmehr zwischen den gesuchten molekularen plus turbulenten Flüssen einerseits und Gradienten mittlerer Zustandsgrößen andererseits, die allein durch Gitterpunktgrößen ausgedrückt werden können.

Leider bleiben die vermittelten Koeffizienten dieser Beziehungen, jetzt Austauschkoeffizienten genannt, völlig unbestimmt. Eine diese Koeffizienten liefernde statistische Turbulenztheorie ist nicht in Sicht. Die Zirkulationsmodelle bestimmen daher notgedrungen die Austauschkoeffizienten unter Verzicht auf alle Überlagerungseffekte halb empirisch, halb spekulativ.

Eine Sonderstellung bei diesen Parametrisierungsbemühungen nimmt die bodennahe, stark turbulente Grenzschicht ein, etwa 1 km mächtig.

Dieser untere eine Kilometer müßte eigentlich nochmals hoch aufgelöst werden wegen der starken vertikalen Abhängigkeit der meteorologischen Zustandsgrößen, wie sie z. B. das logarithmische Temperaturprofil und die Ekmanspirale der Horizontalgeschwindigkeit dokumentieren. Diese vom Modell nur schwer verkraftbare zusätzliche Auflösung vermeidet eine spezielle Grenzschichttheorie, die aus Ähnlichkeitshypothesen und mit weiteren Annahmen über begrenzende Stationarität und Homogenität des Turbulenzzustandes bequeme Widerstandsgesetze formuliert. Diese Widerstandsgesetze liefern die Bodenflüsse von Wasserdampf, Impuls und Wärme, also den gesamten materiellen Austausch mit dem Untergrund unmittelbar aus den Gittergrößen an der Ober- und Unterfläche der Grenzschicht und aus meßbaren Rauheitswerten unter Verzicht auf eine Zwischenauflösung.

Leider gehen in diese Widerstandsgesetze als Pferdefüße noch offene, wenn auch universelle Funktionen ein, die erst durch Messungen mühsam ausgefüllt werden müssen, und die bisher nur unvollständig und schwach belegt sind.

Damit sind alle relevanten irreversiblen Prozesse im Zirkulationsmodell wenigstens vertreten, wenn auch mit noch verbesserungsbedürftigen physikalischen Ansätzen.

Konvektionsprozesse

Noch immer gehen aber dem Modell solche Vorgänge verloren, die wegen ihrer Kleinräumigkeit vom Gitter nicht aufgelöst werden, wegen ihres geordneten Ablaufs aber auch nicht wie irreversible Flüsse parametrisiert werden können. Typisch für solche Prozesse ist die thermische Konvektion, die schon in jeder Tasse heißen Kaffees beobachtbar ist.

Beim Überschreiten kritischer vertikaler Temperatur- und Feuchteprofile bilden sich bereits in einem einzigen Gitterbereich eine Zeitlang oft Hunderte von rhythmisch pulsierenden Konvektionszellen aus, erkennbar in hochreichenden Wolkentürmen.

Die in den Zellen auf- und absteigenden Luftströme tauschen wie Förderbänder Wärme, Impuls und Wasserdampf mit der Grenzschicht aus, wo permanente Bodenzu- und abflüsse diese Quantitäten angestaut oder abgebaut haben. Letztlich trachten diese Transporte, die konvektionslabilen Profile wieder zu beseitigen.

Diesen meteorologisch effektvollen Austausch fangen Zirkulationsmodelle jetzt noch in primitivster Weise mit der sogenannten konvektiven Anpassung auf, die sofort und gewaltsam jede errechnete Überschreitung kritischer Profile rückgängig macht, womit grob und asynchron der Austausch von Wasserdampf und Wärme simuliert wird, nicht jedoch der Austausch des Impulses.

Wahrscheinlich werden künftige Modelle einen von Theorie und numerischem Experiment nahegelegten Vorschlag aufgreifen, in jedem Gitterbereich jeweils nur eine, alle übrigen Konvektionszellen mitvertretende Protozelle explizit mitzunehmen und ihren Mechanismus numerisch zu behandeln. Die dann allerdings zu kennenden Abmessungen dieser Protozelle ergeben sich voraussichtlich eindeutig allein mit der realistischen Forderung nach stärkster Konvektionsaktivität der Zelle aus den Gitterzustandsgrößen der beteiligten Gitterbereiche. Die über Zeit und Fläche gemittelten Flüsse der Konvektionszellen beeinflussen genau wie die bisher betrachteten Flüsse die zeitliche Änderung des an den Gitterpunkten definierten atmosphärischen Zustandes.

Ergebnisse des Zirkulationsmodells

Zirkulationsmodelle testen ihre Effektivität an Zirkulationsbildern, daher ihr Name. Unter einem Zirkulationsbild wird hier der mittlere Zustand der realen oder modellierten Atmosphäre verstanden, der durch Mittelung entlang der Breitenkreise und zeitlich mindestens über Monate zustande kommt, Zirkulationsbilder sind also meridionale Vertikalschnitte.

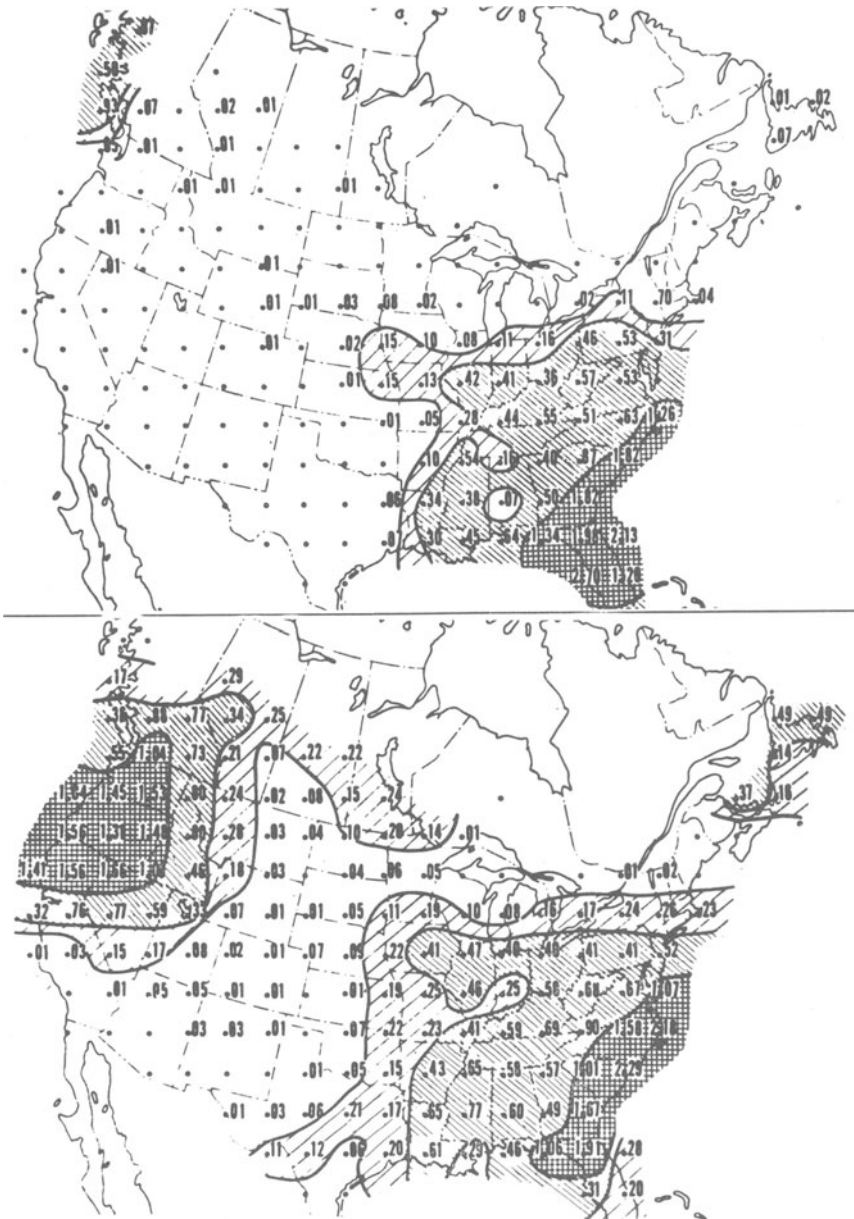
Zirkulationsmodelle starten ihre Tests von dem ganz unwahrscheinlichen Anfangszustand einer ruhenden, isothermen und trockenen Atmosphäre. Die eingebauten irreversiblen Prozesse sorgen dann dafür, daß nach einigen Monaten sich ein wahrscheinlicherer und sogar quasistationärer Zirkulationszustand einstellt, um den die Einzelwetterlage selbst noch stark schwankt.

Diese Schwankungen - in Gestalt von entstehenden, driftenden und absterbenden Zyklonen und Antizyklonen - sind Erscheinungsbilder eines jeden reversiblen Kurzfristmodelles. Der quasistationäre Hintergrund dagegen, vor dem sich diese Oszillationen abspielen, eben das Zirkulationsbild, ist in erster Linie ein Produkt der Irreversibilität.

Es ist daher nur logisch und verständlich, daß die durch Irreversibilität sich auszeichnenden Zirkulationsmodelle ihre Leistungsfähigkeit gern durch einen Vergleich von berechneten und beobachteten Zirkulationsbildern prüfen.

Abbildung 6: Aktuelle Niederschlagsprognose

(oben beobachteter, unten berechneter Niederschlag)



Das Ergebnis einer versuchten aktuellen Niederschlagsprognose mit dem Zirkulationsmodell enthält Abb.6. Ausgehend von einer tatsächlichen Wetterlage wird der Niederschlag am dritten und vierten Folgetag im Gebiet der Vereinigten Staaten berechnet und mit dem an diesen beiden Tagen gefallenen Niederschlag verglichen. Die Vorhersage gelingt in diesem Beispiel im Südosten des Vorhersagegebiets, mißlingt jedoch im Nordwesten. Die Fehlvorhersage dort ist sicherlich verursacht durch den Modelleffekt, das kondensierte Wasser sofort ausfallen zu lassen, während die reale Atmosphäre normalerweise die Kondensate wenigstens teilweise als Wolken verweilen läßt.

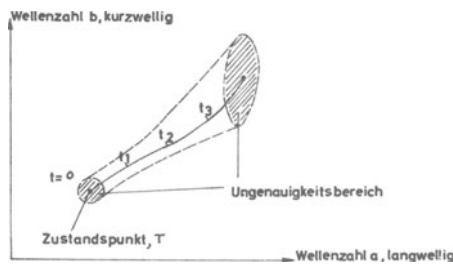
Der durch astronomische Genauigkeiten nicht verwöhnte Meteorologe empfand bereits die ersten Ergebnisse der in den USA entwickelten Zirkulationsmodelle als Sensation. Das Zirkulationsmodell wird plötzlich zum Experimentiertisch der gesamten Atmosphäre und erklärt bisher unverstandene Phänomene, wie die Bildung des Jets und seine Aufrechterhaltung gegen dissipative Effekte, indem es diese Erscheinungen auf axiomatische physikalische Aussagen zurückführt. Das Zirkulationsmodell gestattet plötzlich dem Meteorologen einen von der Beobachtung her unerreichbaren quantitativen Einblick in die Haushaltsführung und Bilanz der Atmosphäre mit den Posten Materie, Impuls und Energie.

4. Zukunft der numerischen Vorhersage

Vorhersagbarkeit

Das Zirkulationsmodell wirft aber auch die Frage nach der Vorhersagbarkeit atmosphärischer Entwicklungen überhaupt auf. Diese Frage ist ohne Gegenfrage z.B. nach den Genauigkeitsansprüchen objektiv nicht zu beantworten. Aufschlußreich ist aber schon die analytische Fassung, in die die Meteorologie diese Fragestellung bringt: Man denke sich für einen Moment den atmosphärischen Zustand aufgebaut aus einer begrenzten Zahl von Eigenfunktionen, z.B. von Sinus- und Kosinusfunktionen, denen je eine Wellenzahl zugeordnet wird. In einem Phasenraum mit den Wellenzahlen aller Zustandsgrößen als Koordinaten wird dann jeder Zustand zu einem Punkt, jede atmosphärische Entwicklung zu einer Kurve, wie dies für zwei Wellenzahlen und eine Zustandsgröße in Abb.7 veranschaulicht wird.

Abbildung 7: Veranschaulichung analytischer Vorhersagbarkeitsbetrachtungen in einem Phasenraum



Um einen solchen, den Anfangszustand fixierenden Punkt wird eine kleine Umgebung gelegt, die die Ungenauigkeit in der Kenntnis dieses Anfangszustandes ausdrückt, bedingt etwa durch Beobachtungsfehler. Die zeitliche Veränderung dieses Unsicherheitsbereiches wird nunmehr mit einem Zirkulationsmodell verfolgt, das auf den Anfangspunkt mit seiner Umgebung angesetzt wird. Überschreitet dieser Bereich für eine bestimmte Wellenzahl eine nur subjektiv angebbare Schwelle, so sei die Vorhersagbarkeitszeit in dieser Wellenzahl erreicht.

Mit allen Vorbehalten gegen die Unzulänglichkeiten der numerischen Modelle und gegen subjektive Momente wird die Vorhersagbarkeitszeit auf etwa 5-6 Tage geschätzt für den Bereich der Zyklonen und Antizyklonen. Sie wächst auf etwa 14 Tage an für planetarische Phänomene und weiter auf quasi unendlich für Zirkulationsbilder. Daß die Vorhersagbarkeitszeit für die sich aus kleinen zunächst gar nicht beobachtbaren Störungen entwickelnden Zyklonen und Antizyklonen so kurz ausfällt, erklärt sich daraus, daß der Ursprung labiler Entwicklungen mit den nur grob aufgelösten Modellen räumlich und zeitlich schwer zu lokalisieren ist.

Entwicklungschancen

Aus solchen Vorhersagbarkeitsbetrachtungen und besonders aus den Mängeln der jetzigen Kurzfristmodelle und der konzipierten Zirkulationsmodelle läßt sich die weitere Entwicklung der numerischen Wettervorhersage unschwer ablesen: mit schnelleren Rechnern wird zunächst das Rechengitter, ganz oder in Nestern, höher aufgelöst werden, und Zirkulationsmodelle in den bereits vorliegenden Versionen werden in den Routinedienst übernommen werden. Diese beiden Schritte garantieren eine spürbare Verbesserung der Kurzfristprognose und versprechen eine Ausdehnung der Prognosezeit von zur Zeit drei auf vier bis fünf Tage. Ein weiterer Ausbau der irreversiblen Physik und des Konvektionsmechanismus sowie die Verwertung zunehmend anfallender Satellitendaten machen für die nächsten 10 bis 15 Jahre auch numerische Wochenvorhersagen wahrscheinlich.

Literatur

- 1) CHARNEY, J. G.; FJÖRTOFT, R.; von NEUMANN, J.: Numerical integration of the barotropic vorticity equations. *Tellus* 2 (1950) No. 4, S. 237-254.
- 2) EDELMANN, W.: On the behaviour of disturbances in a barochinic channel. In: *Research in objective weather forecasting* (Research Division, Deutscher Wetterdienst, Offenbach a. M. 1964) Part F = Summary Report No. 2 (1. July 1961 - 31. Dec 1963) AFCRL, OAR, under Contract No. AF 61(052) - 373.
- 3) CHANDRASEKHAR, S.: *Radiative transfer*. Oxford: Clarendon Press 1950.
- 4) SMAGORINSKY, J. et al.: Numerical results from a nine-level general circulation model of the atmosphere. *Monthly Weather Rev.* 93 (1965) S. 727-768.
- 5) MANABE, S.; SMAGORINSKY, J.: Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle. II. Analysis of the tropical atmosphere. *Monthly Weather Rev.* 95 (1967) S. 155-169.

- 6) MANABE, S.; HUNT, B.G. : Experiments with a stratospheric general circulation model. I. Radiative and dynamic aspects. Monthly Weather Rev. 96 (1968) S. 477-502.
- 7) MIYAKODA, K.; SMAGORINSKY, J. et al. : Experimental extended predictions with a nine-level hemispheric model. Monthly Weather Rev. 97 (1969) S. 1-76.
- 8) MANABE, S.; SMAGORINSKY, J. et al. : Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle. III. Effects of increased horizontal computational resolution. Monthly Weather Rev. 98 (1970) S. 175-213.

L. Milow, I. Promachina:

Geschichtsforschung

und

Mathematik

Rezension des Sammelbandes

"Mathematische Methoden in der Geschichtsforschung"

Verlag Nauka, Moskau 1972

(in russischer Sprache)

Nachdruck aus der von der Akademie der Wissenschaften der UdSSR
herausgegebenen Zeitschrift "Gesellschaftswissenschaften" 1 (1975),
Heft 1, 227-230 - mit freundlicher Genehmigung der Redaktion

50-Ges

Das Erscheinen der ersten sowjetischen Facharbeit zur Anwendung quantitativer Methoden in unserer Geschichtsschreibung ist ein wichtiges Ereignis. An diesem Sammelwerk sind sowohl dessen konkret-historische Thematik als auch die methodischen Studien zur Anwendung des modernen mathematischen Instrumentariums in der Geschichtsforschung von Interesse. Im Vorwort betont J. BESSMERTNY, daß die weitgehende Anwendung quantitativer Methoden es ermöglicht, nicht nur mehrere Probleme des historischen Prozesses eingehender zu erforschen, sondern auch prinzipiell neue Aufgaben zu stellen wie etwa die Analyse sozialer und ökonomischer Wechselbeziehungen in der Gesellschaft, die Herausgliederung der wichtigsten Faktoren in inneren historischen Prozessen, die Intensitätsmessung sozialer Prozesse sowie verschiedenartige Klassifikationsaufgaben usw.

K. CHWOSTOWA demonstriert in ihrem Artikel einen ganzen Komplex verschiedenartiger, mitunter komplizierter Methoden zur Anwendung des mathematischen Instrumentariums bei der Erforschung sozialökonomischer Erscheinungen des Mittelalters.

Der Beitrag stellt gleichsam einen methodischen Leitfaden für die Anwendung quantitativer Methoden dar. Bedeutenden Raum nimmt im Artikel eine der kompliziertesten und umstrittensten Fragen der Anwendung der mathematischen Statistik ein - die Behandlung überlieferter Fragmente dokumentarischen Materials als eine natürliche Auswahl. Der Autor interpretiert recht geistreich byzantinische Vermögenssteuerlisten einer Reihe von Klosterdörfern Süd-mazedoniens aus dem Jahren 1317 und 1321 als Klumpenhäufigkeitsauswahl. In diesem Beitrag wird wohl erstmalig in der Geschichtsliteratur eine der interessantesten Methoden der Klassifikation nach vielen Merkmalen angewandt. Mittels der sogenannten Vektoranalyse klassifiziert K. CHWOSTOWA 1255 Bauernwirtschaften gleichzeitig nach sechs Merkmalen (Anzahl der Familienmitglieder, Steuerbehörde, Größe der Ackerbodenparzelle, Fläche der Weinberge und Besitz an Zug- und Nichtzugvieh). Große Aufmerksamkeit gilt der Methode, mit der das Verfahren bei der Besteuerung der Bauernwirtschaften rekonstruiert wurde. Die Rekonstruktion wird durch Korrelationsanalyse wie auch durch die einfachere Häufigkeitsberechnung durchgeführt.

In einigen Fällen benutzt CHWOSTOWA Methoden der Informationstheorie. In der Arbeit werden auch Methoden der Strukturanalyse sozialökonomischer Erscheinungen aufgezeigt, die als bestimmtes System betrachtet werden. Die Strukturen solcher Erscheinungen wie der Steuerimmunität oder des Besteuerungssystems analysiert K. CHWOSTOWA mittels verschiedenster Methoden (Regressionsanalyse, Entropie usw.), wobei sie vor allem auf theoretische Ausgangsmomente dieser oder jener Methode eingeht. Aufmerksamkeit verdienen die äußerst interessanten historischen Verallgemeinerungen des Verfassers über den Charakter der Entwicklung der sozialen Verhältnisse im späten Byzanz.

Mathematische Statistik findet auch in einigen anderen Artikeln Anwendung. Der Korrelationsanalyse bedient sich u. a. N. SELUNSKAJA, die Besitzregister in der Adelsbodenkreditbank verpfändeter russischer Güter vom Ende des 19. /Anfang des 20. Jahrhunderts untersucht. Der Verfasser betont, daß die in der Literatur übliche Methode, mit der man den Anteil des kapitalistischen und des Fronarbeitersystems an der Gutsbesitzerwirtschaft bestimmt, begrenzt ist, weil sie faktisch nur ein einziges Merkmal, nämlich die Art der Bodennutzung in Betracht zieht.

Im Artikel wird eine Faktorenstrukturanalyse der Hauptkennwerte der Gutsbesitzerwirtschaft aus den Besitzregistern vorgenommen. Diese Analyse geht von den Korrelationsbeziehungen zwischen einer Anzahl von Faktoren (z. B. zwischen Reinertrag und Aufwand, zwischen Reinertrag und dem Wert lebenden und toten Inventars usw.) aus. Freilich ist nicht immer verständlich, welchen Korrelationskoeffizienten der Autor gerade wählte und warum. (Bedauerlicherweise enthalten nicht alle Arbeiten des Sammelbandes eine vorausgehende Charakteristik dieser oder jener Abhängigkeit, was aber gerade für die Auswahl des Koeffiziententyps entscheidend sein muß.) Die experimentelle Verarbeitung der Besitzregister von Landgütern der Moskauer Gouvernements zeigt nichtsdestoweniger die Brauchbarkeit der vorgeschlagenen Methode. Die Korrelationsanalyse belegt unter anderem, daß diese Besitzregister deutlich die vorrangige Entwicklung der Viehzucht zeigen, die jedoch noch keinen Handelscharakter trägt.

Eine interessante Anwendungsart der Korrelationsanalyse schlägt L. BRAGINA vor, die sich vornahm, mit quantitativen Methoden eine Quelle erzählenden Charakters, eine philosophische Abhandlung des italienischen Humanisten des 15. Jahrhunderts C. LANDINO zu untersuchen. Sie stellt einen Thesaurus philosophisch-ethischer Termini auf, sondert eine Gruppe führender synonymischer Termini aus und ermittelt durch Korrelationsanalyse den Grad des Zusammenhangs der sogenannten Zentraltermini (nabilitas, virtus u. a.) mit den übrigen Termini aus der gleichen Gruppe. Im Ergebnis erhält L. BRAGINA ein umfassendes Bild des Zentralterminus "Edelmut", bei dem solche Komponenten wie "Tugend", "Schaffen", "Abstammung", "Weisheit", "Wissen", "Gesellschaft", "Staat" usw. die Hauptrolle spielen. Nach Meinung des Verfassers stimmen die gewonnenen quantitativen Charakteristiken mit den Ergebnissen der inhaltlichen Textanalyse der Abhandlung überein.

Die meisten Autoren stellen sich die Aufgabe, den untersuchten Stoff zu formalisieren und statistisch zu verarbeiten. Formalisiert werden ihrem Wesen nach völlig unterschiedliche Erscheinungen. So formalisiert B. MIRONOW in seiner Arbeit die Antworten auf eine Umfrage des Senats über die Ursachen des Getreidepreisanstiegs aus dem Jahre 1767. Dabei macht der Verfasser eine Reihe wichtiger Beobachtungen, die zur Klärung der wahren Ursachen dieses Wachstums beitragen. Freilich gehen bei der Formalisierung wie eben bei jeder Verallgemeinerung viele konkrete Details, Besonderheiten etc. verloren, aber zugleich ermöglicht sie die statistische Verarbeitung einer riesigen Masse ethnographischer Objekte. Das Buch zeigt nur die ersten Schritte bei dieser großen und mühseligen Arbeit.

Wie interessant die Forschung selbst bei minimaler Formalisierung des Quellenmaterials sein kann, beweist gut der Beitrag von D. DEOPIK. Der Autor erforschte die Chronologie und die Wege der Verbreitung des Buddhismus in Burma nach den Daten der Tempelerrichtung. Er untersuchte die Bauchronologie in ihrer Gesamtheit und registrierte in einer Tabelle die Errichtung von Tempeln nach Jahrhunderten (vom 6. Jh. v. u. Z. bis hin ins 19. Jh. u. Z.) in diesen oder jenen vom Verfasser ausgewählten Landesregionen. Das Tabellenmaterial wurde in Diagramme mit Angaben über die Zeitperioden und die Tempelzahl umgesetzt. D. DEOPIK grenzt klar drei chronologische Perioden ab. Dabei bewertet der Autor (natürlich hypothetisch) nach dem Charakter des Diagramms mit den am realsten und genauesten

datierten Tempelbauzeiten den Realitätsgrad der Diagramme der zwei früheren Perioden. Somit hilft auch die einfachste Formalisierung, einige Seiten der Geschichte des frühen Buddhismus in Burma zu reproduzieren.

Im Sammelband sind auch Arbeiten von Archäologen vertreten. D. DEOPIK, A. USJANOW und M. STIGLITZ untersuchten Ornamentenkeramik des 10. bis 8. Jh. v. u. Z. aus einer der Ansiedlungen in der Nähe des Dorfes Koban in Nordossetien mit statistischen Methoden. Nach Einteilung der Ausgrabungsfunde in zehn angenommene Zeitperioden und Bewertung der Repräsentativität der Auswahl klassifizierten die Verfasser die Angaben über die Ornamente, deckten den Zusammenhang der verschiedenen Arten von Ornamenten untereinander und mit den Gefäßarten auf und ermittelten die Hauptgesetzmäßigkeiten der Evolution des Ornaments.

Der Schlußteil des Sammelbandes enthält historiographische Beiträge und Übersichten, darunter eine inhaltsreiche Übersicht W. JAKUBSKI's über die Erforschung der Agrargeschichte Polens in der Zeit der Fronarbeit und der Leibeigenschaft mit quantitativen Methoden. Der Autor verfolgt die Entwicklung jener Richtung in der polnischen Geschichtsschreibung, die quantitative Methoden anwendet, und hebt die verallgemeinernden Arbeiten von W. KULA, J. TOPOLSKI, A. WYCZANSKI u. a. hervor. W. JAKUBSKI verweist auch auf Schwierigkeiten der Quellenforschung, die der Anwendung der Regressions- und Korrelationsanalyse bei Materialien des 16. -17. Jahrhunderts im Wege stehen. Unter anderem zeigt er, wie kompliziert die Aufstellung dynamischer Reihen, die Bestimmung des Trendcharakters usw. sind.

Fragen an Historiker
zur Mathematisierung
der Geschichtswissenschaft

Es handelt sich um Fragen, die in einer Diskussion der Mathematisierungskommission mit dem Bielefelder Historiker Reinhart Koselleck aufgeworfen wurden. Die Ergänzung des Fragenkatalogs und ihre Beantwortung ist nur möglich mit Spezialisten, auch wenn die Fragen allgemeinere Bedeutung haben.

1. In welchem Verhältnis stehen Kategorien wie "Einmaligkeit" und "Gesetzmäßigkeit", "Ereignis" und "Struktur", "Erklärung der Vergangenheit" und "Prognose", "Erzählung" und "Geschichtswissenschaft"?

Ähnliche Fragen wurden in der Frühzeit der Mathematisierung anderer Wissenschaften, z. B. der Psychologie diskutiert, als an die Stelle des "Nachempfindens" naturwissenschaftliche Methoden traten, und so erst nach Auffassung mancher Autoren z. B. aus der "Kunst" Psychologie eine Wissenschaft wurde. (Auch die Physiker schlagen sich ja mit diesem Problem herum, so wenn HEISENBERG von einer Fehlentwicklung der Elementarteilchen-Physik mit ihrer hektischen Suche nach immer neuen Teilchen, mit ihrer "falsch gestellten Frage" nach Teilbarkeit spricht und dagegen die Aufdeckung von Symmetrien und anderen Gesetzmäßigkeiten zwischen den Teilchen für relevanter hält.)

2. Allgemeiner: Was hat es mit dem Strukturbegriff auf sich? Wird er aus einer Reihe von Ereignissen abgeleitet oder woher? Diese Fragen hat man ja schon in der Thermodynamik des letzten Jahrhunderts gestellt, als es bei der Untersuchung der Dampfmaschine um die Frage ging, wie die Eigenschaften z. B. eines Gases mit den Bewegungsformen der einzelnen Gasmoleküle zusammenhängen; zwischen Mathematikern und Biologen gibt es z. B. in der jüngsten Zeit eine Diskussion, wieweit etwa Fragen der Morphologie, der Embryologie, der Ontogenese auf eine Klassifizierung von Zellen oder Zellkernen nach ihren molekular-biologischen charakteristischen Eigenschaften zurückgeführt werden können. Eine Zwischenbilanz der innergeschichtswissenschaftlichen Diskussion zum Begriff "Struktur" kann also durchaus mit großem Interesse auch bei Nichthistorikern rechnen. (In der naturwissenschaftlichen Diskussion um die Entstehung des Lebens hat Manfred EIGEN z. B. gezeigt, daß die "Selektion" nicht Eigenschaft eines einzelnen Objektes, Gens usw. ist, sondern eines Systems - daß also eine Aussage wie "survival of the fittest" gar keinen Sinn habe, weil sie auf das einzelne Objekt und nicht auf die Masse der Objekte abstellt).

In dem Zusammenhang die Frage: Wie wird der Strukturbegriff von den Historikern - besonders seit DILTHEY - überhaupt verwendet? Hängt seine wachsende Verwendung mit zunehmenden Daten zusammen - oder ist der Strukturbegriff durch einen sich wandelnden Gegenstand der Geschichtswissenschaft

selbst, etwa durch die größere Komplexität moderner Gesellschaften oder durch stärkere Akzentuierung bestimmter Gegenstandsbereiche (wie Sozial- und Wirtschaftsgeschichte, Massen- statt Individualgeschichte) bestimmt? Wieso ist dann der Strukturbegriff auch auf ältere Geschichte übertragbar?

3. Erfordern unterschiedliche Epochen auch unterschiedliche Untersuchungsmethoden? Lassen sich daraus unterschiedliche Aufgabenstellungen und Perspektiven der Mathematisierung ableiten? Wie verhält sich die Mathematisierung einer lückenhaften Quellenlage früherer Zeiten (lassen sich überhaupt zufällige Überreste ergänzen und hochrechnen) zur mathematischen Bearbeitung bereits vorhandener Statistiken, die kritisch überprüft und ausgewertet werden?

4. Vor welchen Problemen steht der Historiker bei dem Transfer mathematischer Methoden aus anderen Einzelwissenschaften, z. B. aus der Ökonometrie, der Informationstheorie, Sprachwissenschaft und Psychologie oder der Geographie auf die Geschichtswissenschaft?

Im Verhältnis zum Stand der Mathematisierung anderer Disziplinen steht die Geschichtswissenschaft ziemlich weit hinten. Woran liegt das? An ihrem Selbstverständnis, an ihrem Gegenstand oder an andern Faktoren? Gibt es hier - ähnlich dem Defizit in der Wirtschaftsgeschichte - eine spezifisch westdeutsche Rückständigkeit?

5. Die Auswahl von Indikatoren bei Datenreihen oder allgemeiner die mathematische Ansetzbarkeit ist abhängig von vorhergehender inhaltlicher Analyse.

Gibt es dabei eine objektivierende Funktion der Mathematisierung für kontroverse Inhaltsanalysen (auch entgegen den modernen Versuchen, historisch fehlerhafte Ansätze und falsche Schlußfolgerungen daraus durch Gebrauch eines mathematischen Apparates als wissenschaftlich und objektiv erscheinen zu lassen)?

6. Welche historischen Erklärungsmodelle für sozio-ökonomische Prozesse oder politische Entscheidungslagen sind grundsätzlich auf Quantifizierung angewiesen oder haben einen besonders großen Bedarf an Quantifizierung. Wie haben bereits erfolgte Quantifizierungen auf Modellbildungen rückgewirkt?

7. Was hat es mit "Brüchen" und "Katastrophen" auf sich? Welche Bedeutung haben dabei insbesondere die Umrechnungen, die "Veredelungen" der Zeitreihen (Ausschaltung "exogener Faktoren")? Welche Erfahrungen sind mit der Simulation historischer Prozesse mit Hilfe mathematischer Modelle und elektronischer Datenverarbeitungsanlagen gemacht worden?

8. Ist die Mathematisierung vorerst auf Statistik und Wirtschaftsgeschichte beschränkt, oder kann man, zumindest für die nähere Zukunft, auch in anderen Teildisziplinen der Geschichtswissenschaft mit einer gewissen Nachfrage nach mathematischen Methoden oder Modellen rechnen? Wieweit sind die sozialgeschichtlichen Methoden bereits mathematisch angereichert worden?

Janos S. Petöfi:

Linguistik

und

Mathematik

Mathematische Methoden in der Linguistik

1. Vorbemerkungen
2. Über mögliche Aspekte und Methoden der linguistischen Forschung
3. Einige Bemerkungen über die Anwendung statistischer Methoden in der Linguistik
4. Mathematische Logik und Linguistik

Nach einem vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrag

56-Lin

1. Vorbemerkungen

1.1 "... this book ... does not attempt a general survey of what has been called mathematical linguistics. Such a survey could have no unified form at present, since the field is not yet an established one with interrelated problems and methods" - schreibt Z. S. HARRIS, einer der führenden Vertreter der amerikanischen deskriptiven Linguistik, im Vorwort seines 1968 erschienenen Buches *Mathematical structures of language*.

Diese Bemerkung gilt mit Recht auch für alle anderen vor oder nach dem Buch von HARRIS erschienenen zusammenfassenden Darstellungen über die sogenannte 'mathematische Linguistik'. Die wichtigste Ursache liegt darin - und dies wird immer deutlicher -, daß die mathematische Linguistik nie ein eigenständiges Gebiet der Linguistik war und es auch nie werden wird. Die Linguistik ist, wie auch so viele andere Wissenschaften, nicht nur imstande, mathematische Methoden zu verwenden, sie verlangt auch die Verwendung mathematischer Methoden (wenn auch in unterschiedlichem Maße auf ihren verschiedenen Teilgebieten). Daraus entsteht jedoch noch kein neuer Wissenschaftszweig. Die Bezeichnung "mathematische Linguistik" ist, auch wenn unter diesem Titel noch so viele Werke erscheinen und in den größten internationalen Bibliographien registriert werden, irreführend - wenn nicht gänzlich unberechtigt.

1.2 Mit Recht kann nur über die "Verwendung von mathematischen Methoden in der Linguistik" gesprochen werden. Man muß aber auch mit diesem Ausdruck vorsichtig sein, da er zwei grundverschiedene Bedeutungen haben kann.

Erstens kann er die Verwendung bereits vorhandener mathematischer Methoden bei der Erforschung verschiedener sprachlicher Phänomene bedeuten. Es ist zweifellos, daß auch diese passive Mathematisierung von Nutzen sein kann (allein das ist schon von nicht geringem Nutzen, daß der Linguist dadurch zu genaueren Fragestellungen erzogen wird), mit dieser Frage möchte ich mich hier jedoch nicht näher befassen.

Zweitens deutet die "Verwendung mathematischer Methoden" darauf hin, daß der Linguist bei der Untersuchung eines bestimmten Fragenkomplexes durch die Entdeckung von spezifischen Gesetzmäßigkeiten die 'eigene Mathematik' des Fragenkomplexes erstellen kann. Diese Bedeutung impliziert die Verwendung der mathematischen Denkweise als Methode und verspricht dadurch zu wesentlich wichtigeren Erkenntnissen zu führen, als wenn eine mathematische Methode mechanisch übernommen wird.

1.3 Die aktive Verwendung der mathematischen Methoden/Denkweise verlangt jedoch Voraussetzungen, über die die meisten Linguisten gegenwärtig noch nicht verfügen. (Die traditionelle Linguisten/Philologen-Ausbildung hat keine entsprechenden Grundlagen vermittelt.) Ein Linguist, der mathematische Methoden anwenden will, ist meistens auf eine interdisziplinäre Zusammenarbeit angewiesen, wogegen noch nichts einzuwenden wäre, wenn eine gemeinsame Sprache erarbeitet werden könnte. Dies gelingt jedoch nur ganz selten. Der Grund dafür liegt nicht darin, daß sich Linguisten und Mathema-

tiker hinsichtlich der Menge der zu verwendenden Termini technici nicht einigen könnten, sondern vielmehr darin, daß die Objekte der Linguistik selbst nicht immer gut definiert sind, die interne Struktur des Objektbereiches der Linguistik nicht klar genug ist. (Dies stellt selbstverständlich auch innerhalb der Linguistik ein grundlegendes Problem dar, nur sind sich, wie es scheint, diejenigen Linguisten, die keine mathematischen Methoden verwenden, dessen viel weniger bewußt als diejenigen, die im interdisziplinären Rahmen arbeiten bzw. mathematische Methoden zu verwenden versuchen.)

1.4 Diese Situation läßt sich an Hand der sogenannten mathematisch-linguistischen Arbeiten genau verfolgen, so daß es nicht verwunderlich ist, daß eine kritische analysierende/zusammenfassende Darstellung dieser Arbeiten bisher nicht erfolgt ist. Eine solche zusammenfassende Darstellung, die nicht nur nützlich, sondern auch notwendig wäre, macht einerseits eine umfassende Kenntnis der Mathematik, andererseits eine detaillierte Analyse der Entwicklung der Linguistik in den letzten fünfzig Jahren erforderlich. Diese Aufgabe scheint jedoch diejenigen, die über die entsprechende Kompetenz verfügen, gegenwärtig noch nicht zu reizen.

Worauf ich im Rahmen dieses Aufsatzes eingehen werde, stellt kaum mehr als eine elementare informative Einführung in den Themenkreis der Anwendung mathematischer Methoden in der Linguistik dar. Die Hauptpunkte sind dabei folgende: 1) ein Umriß möglicher Aspekte und Methoden von linguistischen Untersuchungen verschiedener Art; 2) einige Bemerkungen über die statistische Untersuchung sprachlicher Strukturen; 3) eine kurze Darstellung derjenigen linguistischen Richtung, die mathematische (logische) Methoden verwendet und seit etwa zwanzig Jahren im Mittelpunkt des Interesses steht; 4) eine metabibliographische/bibliographische Zusammenstellung über die wichtigsten einschlägigen Arbeiten.

2. Über mögliche Aspekte und Methoden der linguistischen Forschung

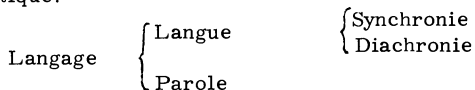
Die Sprache als Hauptmittel der menschlichen Kommunikation kann von den verschiedensten Aspekten und mit den verschiedensten Methoden untersucht werden.

2.1 Über alle möglichen Aspekte (alle möglichen Objekte der linguistischen Forschung) kann nicht einmal ein Überblick mit Anspruch auf Vollständigkeit gegeben werden. Was ich hier unternehme, ist lediglich eine kurze Darstellung von einigen grundlegenden Distinktionen und einigen globalen theoretischen Rahmen.

2.1.1 Der Anfang der modernen Linguistik ist mit dem Namen Ferdinand de SAUSSURE verknüpft, genauer mit seinem 1916 erschienenen Werk *Cours de Linguistique Générale*.

De SAUSSURE charakterisiert den Rahmen linguistischer Forschungen wie folgt:

"Le tableau suivant indique la forme rationnelle que doit prendre l'étude linguistique:



La linguistique synchronique s'occupera des rapports logiques et psychologiques reliant des termes coexistants et formant système, tels qu'ils sont aperçus par la même conscience collective.

La linguistique diachronique étudiera au contraire les rapports reliant des termes successifs non aperçus par une même conscience collective, et qui se substituent les uns aux autres sans former système entre eux." (139-140)

Unter *langue* wird nach de SAUSSURE das sozial gegebene grammatisch-lexikalische System einer Sprache verstanden, während *parole* die Aktualisierung des Sprachsystems, den (konkreten) Gebrauch der Sprache, bedeutet.

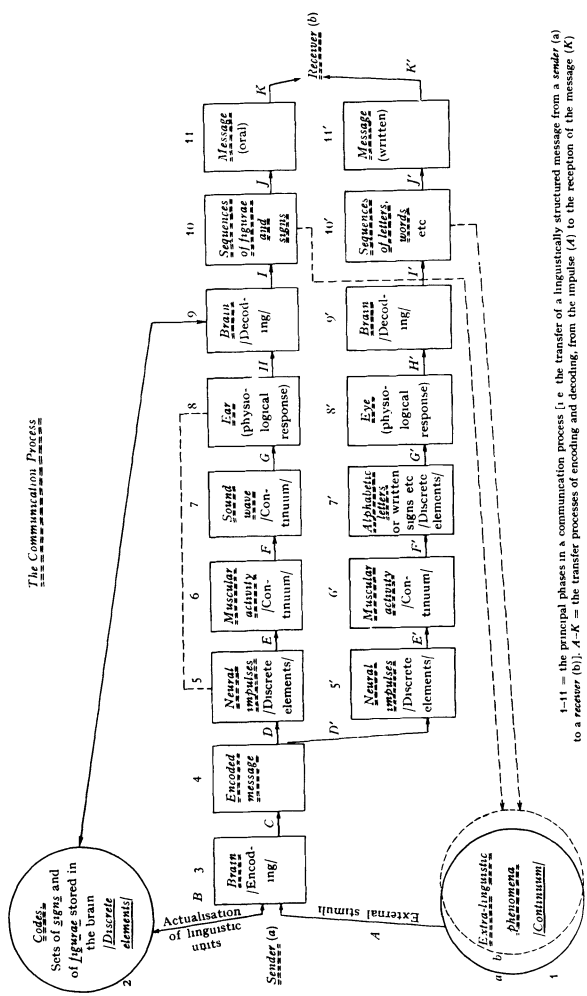
2.1.2 De SAUSSURE bezeichnete die synchronische Erforschung des sprachlichen Systems und die historische linguistische Forschung als die beiden Hauptgebiete der Sprachwissenschaft. (Die Betonung der Gleichwertigkeit von Synchronie und Diachronie hatte am Anfang des Jahrhunderts epochale Bedeutung!)

Ein anderer Rahmen - und andere Objekte/Aspekte - resultieren, wenn die Sprache im Hinblick auf ihre kommunikative Funktionsweise untersucht wird. Die einzelnen Phasen des sprachlichen Kommunikationsprozesses stellt MALMBERG im folgenden Schema (cf. Abb. 1) dar und kommentiert sie folgendermaßen:

"Commentary. To the left the sender (a), to the right the receiver (b). The arrows indicate the direction of the message, and of the relationships. Above, the code, i.e. the set of linguistic units, of content and of expression, stored in the brain of both interlocutors (condition for communication). The relations between the code and the two interlocutors are supposed to be the same (though this is a certain simplification). Below, the extra-linguistic phenomena to be communicated (with reference to the two interlocutors, 1 a and 1 b). The arrow from no. 3 back to no. 5 is the so called auditory feedback, i.e. the guidance of the muscular movements of the speech apparatus through the auditory impulses from one's own speech.

The following phases in the communication chain ought to be particularly pointed out as important and interesting from a linguistic point of view.

The encoding of the extra-linguistic continuum into a sequence of (complex and simple) discrete elements implies 1. a structuration, grammatically and semantically, of something (i.e. the content) which is neither, being composed of non-linguistic events and facts; 2. the building up of sequences of *figurae*, pre-existing in



1-11 - the principal phases in a communication process i. e. the transfer of a linguistically structured message from a sender (a) to a receiver (b). A-K - the transfer processes of encoding and decoding, from the impulse (A) to the reception of the message (K)

Abb. 1

the code and subject to pre-established rules of combination (i. e. the expression); 3. the combination, according to the prescriptions of the code, of a given content unit with a given sequence of expression units (i. e. the sign); 4. the building up of sequences of signes in accordance with the distributional laws of the same code (the sentence, and the sequence of sentences). Only in no. 4 do we have a complete message . Communication, however, is not established until the linguistic sequence of discrete elements has been again put into some kind of relationship with an extra-linguistic "reality", i. e. when the content form has been related again to a content substance, which for evident reasons is not always, and hardly ever can be, identical with the one which was present for the sender when he sent his message. This is why this relationship in the scheme is symbolized by a broken line. In fact, there is not complete identity between the speaker's and the listener's codes: they have each their own idiolect. We simplify by neglecting these differences here. The content substance evoked by the content form is a matter of the receiver's experience, just as his (reverse) identification of the expression units (phonemes) on the basis of an expression substance (sounds) is a matter of his experience of the speaker's sound habits. It has therefore seemed convenient to illustrate the sphere of extra-linguistic facts by two circles, only partly covering each other: 1 a and b

The transfer of the coded message through nerve impulses implies an encoding into another set of discrete elements, the neurones responding only in a yes-or-no way to the stimuli presented to them. We have to do with a transposition from one code to another. Through this transfer, the message is broken into its simplest form, a form which is identical as a structure with that of the Teletype Code.

Something important takes place when these nerve impulses result in continuous movements of the speech organs. The message, at this new stage, is no longer articulated, no longer structured. Continuity has taken the place of discreteness. The sound wave is a continuum just as articulations are. The vibrations which reach the ear drum are quite without physical delimitations and can be transferred into a sequence of discrete (linguistic) elements only by means of a decoding, which implies that the reference to a code permits a re-interpretation of the continuous sound-wave. The receiver recognizes the acoustic stimuli - i. e. those of them which are picked out as important according to the code - as manifestations of known linguistic units, belonging to the set stored in his brain (first subcode). This is the first stage of the decoding. The second is the identification of the phoneme sequences as signs (morphemes, words) and sequences of signs, according to the rules prescribed by the code (second subcode). The interrelations between these signs are in turn interpreted as sentences and sentence sequences according to the distributional rules of the code (third subcode)." (27)

Da die menschliche Kommunikation verschiedene Funktionen und folglich verschiedene Typen hat (umgangssprachliche, wissenschaftliche, literarische usw.), können die spezifischen Eigenschaften der einzelnen Typen einzeln zum Gegenstand der Untersuchung werden: die speziellen Codes, die spezielle Codierung, die speziellen Kanäle, die speziellen Mitteilungen, die spezielle Decodierung usw.

2.1.3 Jede Art von Kommunikation geschieht mit Hilfe von Zeichen. Auch die Elemente der Sprache sind Zeichen, und die Linguistik kann daher als einer der Zweige einer allgemeinen Zeichenwissenschaft betrachtet werden.

Zu dieser Erkenntnis ist bereits de SAUSSURE gekommen, obwohl seine Annäherung psychologischer Natur ist:

"On peut donc concevoir une science qui étudie la vie des signes au sein de la vie sociale; elle formerait une partie de la psychologie sociale, et par conséquent de la psychologie générale; nous la nommerons sémiologie (du grec *semeion*, "signe"). Elle nous apprendrait en quoi consistent les signes, quelles lois les régissent. Puisqu'elle n'existe pas encore, on ne peut dire ce qu'elle sera; mais elle a droit à l'existence, sa place est déterminée d'avance. La linguistique n'est qu'une partie de cette science générale, les lois que découvrira la sémiologie seront applicables à la linguistique, et celle-ci se trouvera ainsi rattachée à un domaine bien défini dans l'ensemble des faits humains." (33)

Diese allgemeine Zeichenwissenschaft wird mit anderem Namen Semiotik genannt. Gegenstand und Aspekte der Semiotik definiert G. KLAUS wie folgt:

"Allgemeine Lehre von den sprachlichen Zeichen und Zeichenreihen. Sie hat vier Aspekte: Der syntaktische Aspekt bezieht sich auf die Beziehungen zwischen Zeichen und anderen Zeichen bzw. zwischen Zeichenreihen und anderen Zeichenreihen. Der semantische Aspekt behandelt die Beziehungen zwischen den Zeichen und ihren Bedeutungen. Der pragmatische Aspekt untersucht die Beziehungen zwischen den Zeichen und den Schöpfern, Sendern und Empfängern von Zeichen. Der sigmatische Aspekt behandelt die Beziehungen zwischen den Zeichen und dem, was sie bezeichnen." (565)

Die Definition der Semiotik von KLAUS ist eine auf natürliche Sprachen bezogene Definition. Andere (allgemeinere) Semiotik-Definitionen machen nämlich keinen Unterschied zwischen semantischem und sigmatischem Aspekt; in diesen Definitionen behandelt die Semantik die Beziehungen zwischen den Zeichen und den Objekten, die sie bezeichnen. Die semiotische Forschung hat in den letzten drei Jahrzehnten einen bedeutenden Aufschwung erfahren und hat auf mehreren Gebieten zur Intensivierung der interdisziplinären Forschung beigetragen. Man muß dies anerkennen, auch wenn man mit den Resultaten der semiotischen Forschung von inhaltlichem oder methodischem Gesichtspunkt aus nicht immer einverstanden sein kann. (Zu den semiotischen Forschungen siehe die Jahrgänge der seit 1969 erscheinenden internationalen Zeitschrift *Semiotica*.)

2.1.4 Unter den einzelnen Teilwissenschaften der Semiotik wurde bisher im Hinblick auf die natürlichen Sprachen die Syntax am besten ausgearbeitet. Die Syntax (und die Phonologie und Morphologie) werde ich als Bezugssystem verwenden bei der folgenden kurzen Charakterisierung der Ebenen, auf die die linguistische Forschung ausgerichtet sein kann. (Hierzu eine Bemerkung: Eine als allgemein gültig akzeptierte, normierte linguistische Terminologie gibt es nicht, die Begriffe in den untenstehenden Aufführungen bilden kein kohärentes und konsistentes Begriffs-System.)

Phonologische Ebene

Die Phonologie ("Sprachgebildelehre" vgl. "langue") erforscht die zugrundeliegende Lautstruktur einer Sprache im Gegensatz zur Phonetik ("Sprechakt-lautlehre" vgl. "parole"), die die konkreten Sprechlaute untersucht.

Die Aufgabe der Phonologie besteht darin, die einzelnen Phoneme zu definieren und das System der Phoneme zu erforschen.

Ein Phonem kann als ein Bündel sogenannter distinktiver Merkmale definiert werden. (In Jakobsons System sind die distinktiven Merkmale wie folgt: ± vokalisch, ± konsonantisch, ± kompakt, ± gespannt, ± stimmhaft, ± nasal, ± abrupt, ± scharf, ± gehemmt, ± dunkel, ± erniedrigt. In diesem System wird z. B. das Phonem [t] folgendermaßen definiert:

[t]:	-vokalisch,	+konsonantisch,	-kompakt,	+gespannt,
	-stimmhaft,	-nasal,	+abrupt,	-scharf,
	+gehemmt,	-dunkel,	∅(erniedrigt)	

Morphophonologische Ebene

Die Phoneme besitzen keine Bedeutung, sie haben nur bedeutungsunterscheidende Funktion.

Die kleinste Einheit, die eine (lexikalische oder grammatische) Bedeutung besitzt, ist das Morphem, die sich mit den Morphemen beschäftigende Teildisziplin wird Morphologie genannt.

Das Grenzgebiet zwischen Phonologie und Morphologie (das die Morphologie teilweise deckt) kann als Morphophonologie bezeichnet werden. In dieses Gebiet fallen die Fragen der Silben/Silbentrennung, die Untersuchung von Zweier-, Dreier-, Vierer- usw. -Gruppen von Phonemen. (Die Untersuchung von möglichen Phonemkombinationen einer Sprache, die jedoch keine Bedeutung besitzen, spielt z. B. eine wichtige Rolle beim Testen von Fernsprechern.)

Morphologische Ebene

Zum Gebiet der Morphologie gehört die Untersuchung von

- (a) Fragen der Wortarten (syntaktischen/semantischen Wortart-Kategorien). (Die Wortarten sind: Verb, Substantiv (Nomen), Adjektiv, Adverb, Artikel, Pronomen, Numerale, Präposition, Konjunktion, Interjektion.);
- (b) Fragen der grammatischen Geschlechter (masculinum, femininum, neutrum)
- (c) Fragen der Kasus; (Die Anzahl der Kasus ist in einigen Sprachen - z. B. in den finno-ugrischen Sprachen, die keine Präpositionen kennen - über zwanzig; die möglichen Kasus sind wie folgt: nominativus, accusativus,

inessivus, elativus, illativus, superessivus, delativus, sublativus, adessivus, ablativus, allativus, locativus, terminativus, dativus, temporalis, multiplicativus, modalis-essivus, formalis, essivus -fromalis, essivus-modalis, distributivus, translativus-factivus, instrumentalis-comitativus, sociativus, causalis-finalis, genitivus.);

- (d) Fragen der Konjugation der Verben, Fragen des Tempus und Modus;
- (e) Fragen der Komparation von Adjektiven;
- (f) Untersuchung der inneren Struktur der Wörter, der zusammengesetzten Wörter, der abgeleiteten Wörter; im Zusammenhang mit der inneren Struktur eines Wortes kann zwischen Wortstamm und Affixen unterschieden werden. (Die Affixe sind die Präfixe (z.B.: e n t sprechen), die Infixe (z.B. vi n co, vi n cere, vici) und die Suffixe (z.B. entsprech e n).)

Syntaktische Ebene

Zum Bereich der Syntax gehört die Untersuchung

- (a) der Satzarten (die Satzarten sind: Aussagesatz, Aufforderungssatz, Ausrufesatz, Fragesatz);
- (b) der Satzglieder (die Satzglieder sind in der deutschen Sprache die folgenden Subjekt, Prädikat, Akkusativobjekt, Dativobjekt, Genitivobjekt, Präpositionalobjekt).

Es ist schwierig, zwischen den Fragen, die die syntaktische Struktur des Satzes - insbesondere des zusammengesetzten Satzes - und denen, die die syntaktische Struktur des Textes betreffen, eine Scheidungslinie zu ziehen. Die untenstehenden Objekte gehören sowohl zur Satz- wie auch zur Text-Syntax:

- (c) die verschiedenen Typen der zusammengesetzten Sätze (Satzreihe, Satzgefüge);
- (d) die Wortstellung (topic-comment (bekanntes Element-neue Information)-Struktur);
- (e) die Pronominalisierung (anaphorische, kataphorische und exophorische Verwendung der Pronomina);
- (f) die möglichen Negationstypen;
- (g) die verschiedenen Mittel und Typen der Textgliederung.

Diese Aufzählung ist bei weitem nicht vollständig, sie vermag jedoch vielleicht einen Eindruck von der Breite der Skala der möglichen linguistischen Objekte zu vermitteln, die von den phonologischen Merkmalen bis zu den verschiedenen Textstrukturen reicht.

Eine ähnlich breite Skala der möglichen Objekte würde resultieren, wenn wir die Menge der möglichen Objekte der semantischen und pragmatischen Untersuchungen zusammenstellen würden. Davon sehen wir hier jedoch ab.

Die Komplexität einer linguistischen Untersuchung können wir vermindern oder vergrößern, wenn wir das Volumen des zu untersuchenden Objektbereiches vermindern oder vergrößern, wenn wir die Untersuchung nur synchronisch, nur diachronisch oder in beiden Weisen durchführen, wenn wir die ausgewählten Objekte auf mehrere oder nur auf einige Komponenten

des Kommunikationsmodells bezogen untersuchen, wenn wir nur bestimmte kommunikative Funktionen erfüllende Subsprachen oder die gegebene Sprache selbst untersuchen usw.

2 . 2 Das Bild über die möglichen Methoden der Linguistik ist nicht weniger komplex als das über die möglichen Aspekte und Objekte der linguistischen Untersuchung.

2 . 2 . 1 Eine mögliche globale Klassifikation der Methoden ergibt folgende Gruppen:

- I. Analyse und Beschreibung ausschließlich mit Hilfe linguistik-interner Kategorien
(In diese Gruppe gehört ein Teil der traditionellen linguistischen/philologischen Forschung sowie die ganze strukturalistische Forschung)
- II. Analyse und Beschreibung mit Hilfe interdisziplinärer Kategorien
(In diese Gruppe gehören alle psychologischen, soziologischen, physiologischen, physischen, mathematischen Analyse- und Beschreibungsmethoden bzw. deren Kombinationen)

Zwei weitere Gruppen bilden die Methoden der historischen linguistischen und die angewandten linguistischen Methoden, die im Grunde genommen spezifische Kombinationen der in den obigen Gruppen aufgeführten Methoden darstellen.

2 . 2 . 2 Eine andere mögliche globale Gruppierung der Methoden resultiert, wenn wir danach fragen, ob eine linguistische Untersuchung eine strukturelle oder eine quantitative Untersuchung ist. Wir erhalten dadurch die folgenden vier Klassen:

- A. Analyse und Beschreibung sind weder strukturell, noch quantitativ.
(In diese Klasse gehört ein Teil der traditionellen linguistischen/philologischen Forschung sowie die Untersuchung einzelner sprachphilosophischer Fragen. - Diese Klasse ist im Hinblick auf die Problematik dieses Aufsatzes nicht relevant.)
- B. Analyse und Beschreibung sind strukturell
- C. Analyse und Beschreibung sind quantitativ
- D. Analyse und Beschreibung sind strukturell und quantitativ.

Analyse und Beschreibung, die in die Klasse B gehören, können (aber müssen nicht) sich ausschließlich linguistik-interner Kategorien bedienen, während die Analysen und Beschreibungen, die den Klassen C und D zugeordnet werden, nur mit interdisziplinären Kategorien operieren können.

2. 2. 3 Über die Verwendung von mathematischen Methoden kann nur im Zusammenhang mit Untersuchungen gesprochen werden, die in die Klassen B, C oder D eingeordnet werden können. Ich möchte hier kurz nur diejenigen mathematischen Disziplinen aufzählen, die im Zusammenhang mit diesen Untersuchungen in Frage kommen bzw. die Entwicklung einer linguistik-spezifischen Mathematik inspirieren können:

- (B) bei Untersuchungen struktureller Art: Mengenlehre, Topologie, Graphentheorie, Gruppentheorie (insbesondere die Theorie der Halbgruppen), Automatentheorie, (modale)Aussagen- und Prädikaten-Logik, Modelltheorie;
- (C) bei quantitativen Untersuchungen: Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Informationstheorie;
- (D) Über mathematische Theorien, die speziell bei Untersuchungen struktureller und quantitativer Art angewendet werden könnten, kann kaum gesprochen werden (es kommen hier höchstens die sogenannte "fuzzy set-Theorie" und die "fuzzy-logics" in Frage). Eine Untersuchung dieser Art kann im allgemeinen so zustandekommen, daß eine Beschreibung mit Hilfe einer mathematischen Disziplin aus B durch statistische Parameter ergänzt wird.

Eine systematische und vollständige Erörterung der Anwendung mathematischer Methoden in der Linguistik wäre in der Weise denkbar, daß wir uns einzeln alle möglichen Objekte/Aspekte linguistischer Untersuchungen vornehmen und Überlegungen anstellen im Hinblick darauf, welche mathematischen Methoden bei ihnen angewandt werden könnten. Anstatt dessen werde ich mich auf die Analyse einiger grundlegender Fragen von Untersuchungen beschränken, die in die Klassen B und C eingeordnet werden können.

Zunächst wenden wir uns der Klasse C zu.

3. Einige Bemerkungen über die Anwendung statistischer Methoden in der Linguistik

3. 1 Jedes mögliche Objekt der linguistischen Untersuchung, jede mögliche (vollständige oder nicht vollständige) Klasse dieser Objekte bzw. jede mögliche (vollständige oder nicht vollständige) Klasse dieser Objekt-Klassen können statistischen Untersuchungen unterworfen werden.

Objekt-Klassen können auf Grund formaler, halb-formaler oder nicht formaler Kriterien gebildet werden. Ein Beispiel der formalen Klassenbildung ist die Bildung einer Wortklasse in der Weise, daß wir die Anzahl der Phoneme/Grapheme, die die Wörter bilden, als Klassenbildungskriterium wählen. Die Klasse dieser Klassen wird dann durch die Gesamtheit derjenigen Klassen gebildet, die aus Wörtern, die ein, zwei, drei, ... n Phoneme/Grapheme enthalten, bestehen. Über eine halb-formale Klassenbildung sprechen wir, wenn die Klasse der Wörter z.B. so gebildet wird, daß die Homographen (Wörter des gleichen Schriftbildes) als ein einziges Wort betrachtet werden (d.h. wir machen z.B. keinen Unterschied zwischen (das) Schreiben,schreiben, (wir) schreiben, (sie) schreiben), oder zwischen Bank als Sitzgelegenheit und

Bank als Geldinstitut.) Die Klassenbildung ist nicht formal, wenn wir z. B. zwischen den Homographen unterscheiden

Je nachdem, wie differenziert oder wenig differenziert die möglichen Objekte statistisch untersucht werden, muß die Menge der zu untersuchenden Texte vorbereitet werden. (Gegebenenfalls - wie z. B. im Falle der völlig formalen Klassenbildung - kann eine statistische Untersuchung auch an einem manuell nicht vorbereiteten Text mit Hilfe eines Computers durchgeführt werden.)

3.2 Die Art der statistischen Untersuchung wird entscheidend dadurch bestimmt, ob die Untersuchung auf ein endliches Korpus (z. B. die Werke eines Autors) oder auf eine Sprache, die potentiell eine unendliche Menge darstellt, bezogen ist.

Im Falle der Untersuchung eines endlichen Korpus (d. h. wenn das gegebene Korpus selbst untersucht wird) erhalten wir in bezug auf das gegebene Korpus charakteristische Werte. Unsere Ergebnisse können überhaupt nicht (oder nicht ohne weiteres) verallgemeinert bzw. auf andere Korpora übertragen werden.

Wenn unser Ziel die Untersuchung einer Sprache ist, die als eine potentiell unendliche Menge betrachtet werden kann, besteht die erste Aufgabe in der Entnahme einer repräsentativen Stichprobe. Daß die Ergebnisse der meisten sprach-statistischen Untersuchungen kaum verwendbar sind, liegt darin, daß die Stichproben nicht adäquat entnommen worden sind. Die Stichprobenentnahme hat einen qualitativen und einen quantitativen Aspekt.

Der qualitative Aspekt bezieht sich auf die kommunikative Funktion der Sprache/Sprachen sowie auf ihre räumliche und zeitliche Determiniertheit. Ein grundlegendes Problem ist hier u. a. die Trennung der sogenannten Umgangssprache, literarischen Sprache (wenn es eine solche überhaupt gibt) und der Sprache der einzelnen Wissenschaften voneinander bzw. die Herstellung einer repräsentativen Mischung von ihnen; die Entscheidung darüber, wie z. B. der Ausdruck "die deutsche Sprache im 17. Jahrhundert" (wenn dies überhaupt eine sinnvolle Kategorie ist) zu interpretieren ist, welche Subsprachen und in welchem Umfang/Maße in diese Kategorie gehören; oder: wie kann die Sprache der Chemie von der der Biologie und/oder der Physik getrennt werden usw. Die Vordringlichkeit der Lösung dieses Problems ergibt sich aus der Notwendigkeit zu wissen, worauf bezogen das Ergebnis einer statistischen Untersuchung Relevanz haben soll.

Der quantitative Aspekt bezieht sich auf den Gültigkeitsbereich der einzelnen statistischen Werte. (Während der qualitative Aspekt in erster Linie linguistischer Art ist, ist der quantitative Aspekt in erster Linie mathematischer Art.) Es handelt sich hier einerseits um die Festlegung eines Konfidenzintervalls, das wir im Hinblick auf die Ergebnisse unserer Untersuchungen noch zu akzeptieren bereit sind, andererseits um die Festlegung der Größe des Korpus der zu untersuchenden Elemente/Klassen, die garantieren soll, daß die Ergebnisse unserer Untersuchungen innerhalb des Konfidenzintervalls liegen werden. Die Festlegung dieser beiden Werte (Konfidenzintervall und Korpusgröße) ist deshalb so wichtig, weil wir den Grad der Relevanz der Ergebnisse einer statistischen Untersuchung wissen müssen.

Obwohl die Stichprobenentnahme bei einem großen Teil der durchgeführten sprachstatistischen Untersuchungen nicht einmal in qualitativer Hinsicht adäquat ist, haben sich die Linguisten viel mehr mit diesem Aspekt beschäftigt als mit dem quantitativen. Der Grund dafür liegt wahrscheinlich darin, daß die (elementaren) statistischen Methoden von vielen Linguisten derart verwendet wurden, daß sie sich der tiefer liegenden Probleme statistischer Untersuchungen nicht bewußt waren oder glaubten, sie unberücksichtigt lassen zu können.

3.3 Eine weitere Frage, die bei den sprachstatistischen Untersuchungen viel zu wenig beachtet wird, ist die des strukturellen Aufbaus der natürlichen Sprachen. Auf anderen Anwendungsgebieten sind die statistisch zu untersuchenden Mengen homogen oder viel homogener als im Falle der Linguistik.

Zu diesem Problemkreis möchte ich nur ein Beispiel nennen: die von Linguisten oft praktizierte Bestimmung gewisser Proportionen, wie z. B. die Vorkommensproportion von Verben und Nomina in bestimmten Texten. So eine Bestimmung kann in mechanischer Weise auf keinen Fall durchgeführt werden, ohne daß das Ergebnis Relevanz (oder sogar seine "überhaupt irgendwie mögliche Interpretierbarkeit") einbüßt. Verben haben nämlich die verschiedensten Unterklassen: es gibt Verben, die im allgemeinen ein Nomen als Argument haben, es gibt Verben mit zwei Nomina als Argumenten usw. Wenn wir diese Unterklassen nicht berücksichtigen, können wir nicht wissen, was es bedeutet, wenn wir z. B. in einem Text zweimal so viel Nomina begegnen als Verben, da dies genauso gut der 'Normalfall' wie 'außer-gewöhnlich' sein kann. Dies ist nur ein Beispiel unter vielen ähnlichen, da die Sprache von einem Netz verschiedenartigster struktureller Relationen 'zusammengehalten' wird. Diese Tatsache muß zumindest zur Vorsicht hinsichtlich einer mechanischen Verwendung statistischer Methoden mahnen.

3.4 Schließlich noch eine Bemerkung: Die meisten sprachstatistischen Untersuchungen gehen nicht über die Ebene der 'Beschreibung' hinaus, sie bewerten ihre Ergebnisse jedoch oft, als ob diese bereits den Charakter der Voraussage hätten. (Oft ist leider nicht einmal die Art der 'Beschreibung' klar.) Da wir in den meisten Fällen über keine (oder keine brauchbaren) Etalon-Werte verfügen, auf Grund derer die Ergebnisse der verschiedenen Untersuchungen vergleichbar wären, besteht die übliche Vorgehensweise darin, zwei Korpora zu untersuchen und ihre Ergebnisse miteinander zu vergleichen. Was die aus solchen Vergleichen gezogenen qualitativen Folgerungen unterstützen können, ist schwer zu beurteilen. Solche Untersuchungen stellen kaum mehr dar als 'Beweise' von Intuitionen, die durch die gewonnenen statistischen Parameter 'suggeriert' worden sind, und zwar mit Hilfe derselben Parameter.

Bei der Bewertung einer sprachstatistischen Untersuchung sollten - auf Grund der obigen Ausführungen - folgende Fragen gestellt werden:

1. Welchem Zweck dient die betreffende Untersuchung?
 - a) Auf welche sprachliche(n) Ebene(n) bezieht sich die Untersuchung?
 - b) Wird die gegebene Sprache/Subsprache, d. h. eine potentiell unendliche Menge oder ein endliches Korpus untersucht? (Wird die gesprochene oder die geschriebene Sprache untersucht?)

- c) Welche Elemente, welche Klassen bzw. welche Klassen von ihnen werden untersucht? (Sind die zu untersuchenden Objekte eindeutig definiert?)
- d) Ist die Untersuchung synchronischer oder diachronischer Art?
2. Ist im Falle einer Untersuchung, die auf eine potentiell unendliche Menge (d. h. auf eine Sprache/Subsprache und nicht auf ein endliches Korpus) gerichtet ist, die qualitative und quantitative Entnahme der Stichprobe adäquat?
 3. Sind die Ergebnisse der empirischen Untersuchung eindeutig? (Ist der relative Fehler für jedes Ergebnis angegeben?)
 4. Wie tief ist die Untersuchung? (Beschreibung, Analyse, Voraussage?)
 5. Bleiben die Folgerungen, die aus den Ergebnissen gezogen worden sind, innerhalb des zulässigen Rahmens? (Wurden die strukturellen Zusammenhänge, die auf keinen Fall vernachlässigt werden dürfen, berücksichtigt?)

Obwohl sich meine obigen Ausführungen nur auf die sprachstatistischen Untersuchungen bezogen, gilt Analoges auch für alle linguistischen Untersuchungen quantitativer Art.

4. Mathematische Logik und Linguistik

Die Aufgabe der Sprachwissenschaft sieht bereits SAUSSURE darin, die Elemente der Sprache hinreichend zu definieren.

"En déterminant ainsi les éléments qu'elle manie, notre science remplirait sa tâche tout entière, car elle aurait ramené tous les phénomènes de son ordre à leur premier principe."

- stellt er in seinem Cours de linguistique générale fest und fährt folgendermaßen fort:

"On ne peut pas dire qu'on se soit jamais placé devant ce problème central, ni qu'on en ait compris la portée et la difficulté; en matière de langue on s'est toujours contenté d'opérer sur des unités mal définies." (154)

Um die - auf eine sprachliche Ebene bezogene - Verwirklichung dieses SAUSSURE.schen Programms bemühte sich die Prager Schule der Phonologie, und auf der Grundlage dieser Hauptgedanken, unter Berücksichtigung des Ganzen der SAUSSURE.schen Lehre, versuchte HJELMSLEV eine exakte Theorie der Sprache aufzubauen. Die Definition der sprachlichen Elemente war die Bestrebung auch der Schule der amerikanischen Deskriptivisten - die 'Definition' beschränkte sich bei ihnen jedoch immer auf das gegebene Korpus.

Ganz anders wird das Problem der hinreichenden Definition linguistischer Einheiten von der generativen transformationellen Forschung, die mit CHOMSKY verknüpft ist, und von der universellen grammatischen (logisch-semantischen) Forschung, die mit MONTAGUES Namen verknüpft ist, angegangen.

4.1 Da CHOMSKY die Definition der Sätze einer Sprache für die Hauptaufgabe der Grammatik hält, und angenommen werden kann, daß die Anzahl der konstruierbaren Sätze potentiell unendlich ist, bedeutet die Lösung der Aufgabe die 'Definition der Elemente einer unendlichen Menge'. CHOMSKY stellt, sich auf die Ergebnisse der mathematischen Forschung bezüglich der unendlichen Menge stützend, die Forderung an die Grammatik, daß sie fähig sein soll, unter Anwendung einer endlichen Anzahl von Regeln (in rekursiver Weise) alle in der gegebenen Sprache möglichen Sätze generieren zu können.

Der Terminus 'Generierung' wird also nicht im Sinne der physikalischen Produktion der Sätze, wie dies durch einen Sprecher oder einen Computer geschieht, gebraucht, sondern im mathematischen Sinne der "Aufzählung" durch eine Funktion. (Lees 1960, 55)

Innerhalb des language genannten Phänomens unterscheidet SAUSSURE zwischen langue, die als Klassifikationsprinzip aufgefaßt wird, und parole. In Analogie dazu macht HJELMSLEV die Unterscheidung zwischen system (Sprach-Schema) and forløb (Sprach-Gebrauch).

CHOMSKY führt die Termini competence (Kompetenz) und performance (Performanz) für die Bezeichnung der beiden Aspekte ein. Unter 'Kompetenz' versteht er die Fähigkeit des 'idealen Sprecher-Hörers', Lautfolgen und Bedeutungen mittels Regeln seiner Muttersprache einander zuzuordnen.

Die Grammatik einer Sprache muß die Kompetenz des 'idealen Sprecher-Hörers' modellieren, - d. h. Relationen feststellen zwischen Lautfolgen und Bedeutungen - stellt CHOMSKY fest.

Die Grammatik, die 'Lautfolge-Bedeutungs-Paare' generiert, besteht aus einer syntaktischen, einer semantischen und einer phonologischen Komponente.

Der sich in mathematischer (algebraischer, automaten-theoretischer) Form offenbarende Anspruch auf Exaktheit brachte natürlicherweise mit sich, daß CHOMSKYS Interesse in erster Linie auf die Syntax gerichtet war.

Die syntaktische Komponente definiert die infinite Klasse von abstrakten (D, S) Objekten, wobei D eine Tiefenstruktur (deep structure), S eine Oberflächenstruktur (surface structure) ist. (Die 'Tiefenstruktur' ist eine logische Relationen ausdrückende Konstruktion, die sämtliche zur semantischen Interpretation notwendigen Informationen enthält. Die 'Oberflächenstruktur' ist hingegen eine Konstruktion, die die zur phonetischen Interpretation notwendigen Informationen enthält.)

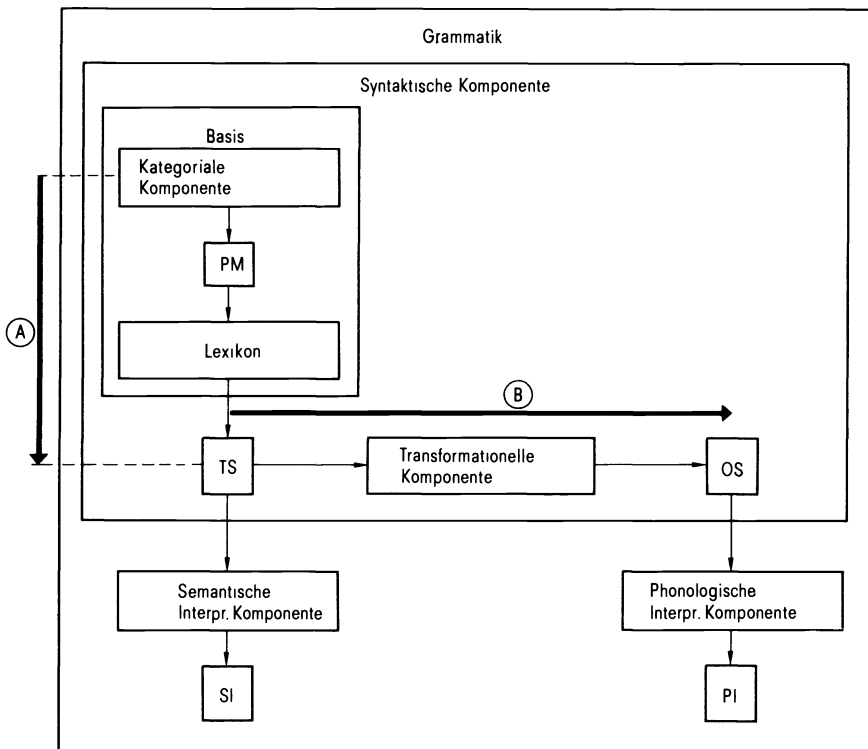
Die syntaktische Komponente ist die 'generative' Komponente der Grammatik.

Im Zusammenhang mit dem Begriff 'generativ'/'generieren' kann es vielleicht nützlich sein, die Definition von CHOMSKY auch wörtlich zu zitieren.

"In general, a set of rules that recursively define an infinite set of objects may be said to generate this set. Thus a set of axioms and rules of inference for arithmetic

may be said to generate a set of proofs and a set of theorems of arithmetic (last lines of proofs). Similarly, a (generative) grammar may be said to generate a set of structural descriptions, each of which, ideally, incorporates a deep structure, a surface structure, a semantic interpretation (of the deep structure) and a phonetic interpretation (of the surface structure)."
 /CHOMSKY 1967, 439/

Dieses Zitat weist deutlich auf die Parallelität zwischen grammatischer Generierung und mathematischer (logischer/automatentheoretischer) Generierung hin, wobei die Parallelität wörtlich und nicht metaphorisch verstanden wird. Über den Aufbau der CHOMSKYSchen generativen Grammatik vermittelt Abb. 2 ein Bild.



A: der generative Aspekt
 B: der "performative Aspekt"

PM : P-Marker
 TS : Tiefenstruktur
 OS : Oberflächenstruktur
 SI : semantische Interpretation
 PI : phonologische Interpretation

Abb. 2

Eine der möglichen Aufbauweisen der syntaktischen Komponente einer generativen Transformationsgrammatik ist in CHOMSKYs *Aspects* dargestellt.

Die syntaktische Komponente ist aus zwei Subkomponenten: aus einer Basis und einer transformationellen Subkomponente ausgebaut.

Der Hauptteil der Basis ist eine sogenannte kategorielle Komponente, die aus einem System von Formationsregeln (Ersetzungsregeln) besteht.

Die Bestimmung der Struktur der unmittelbaren Konstituenten von Sätzen ist durch kontext - freie Ersetzungsregeln sichergestellt. (Vgl. Spalte a in (1). CHOMSKY führt diese Folge von Regeln als ein 'illustratives Fragment' an. Die Konkatenation der Elemente ist hier durch das Zeichen "∧" gekennzeichnet. Das Symbol "S'" (der Satz-Platzhalter) weist darauf hin, daß an seiner Stelle ein 'Satz' eingebettet werden kann. Hierdurch ist innerhalb der Basis sichergestellt, daß 'unendlich viele' Sätze hervor - gebracht werden können. Dieses Symbol ist das rekursive Element des Regelsystems.

(1)

a. Kontext-freie Ersetzungsregeln

b. Kontext-sensitive Subkategorisierungsregeln

c. Kontext-freie Subkategorisierungsregeln

d. Kontext-sensitive Selektionsregeln

1. $S \rightarrow NP \widehat{\wedge} \text{Prädikatskomplex}$

2. $\text{Prädikatskomplex} \rightarrow \text{Aux} \widehat{\wedge} \text{VP (Lokal)(Temporal)}$

3.
$$VS \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Kopula} \widehat{\wedge} \text{Prädikativ} \\ V \left\{ \begin{array}{l} (NP)(PP)(PP)(\text{Art und Weise}) \\ S' \\ \text{Prädikativ} \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

4. $\text{Prädikativ} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Adj} \\ (\text{like}) \text{Prädikatsnomen} \end{array} \right\}$

5.
$$PP \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Richtung} \\ \text{Dauer} \\ \text{Lokal} \\ \text{Frequenz} \\ \text{usw.} \end{array} \right\}$$

6. $V \rightarrow \text{CS}$

7. $NP \rightarrow (\text{Det})N(S')$

a. b. c. d.

8. N → CS
9. [+Det_] → [±Ind]
10. [+Ind] → [±Belebt]
11. [+N, +_] → [±Belebt]
12. [+Belebt] → [±Mensch]
13. [-Ind] → [±Abstr]
14. [+V] → CS/ $\hat{\alpha}$ Aux_(Det $\hat{\beta}$)
15. Adj → CS/ α ...
16. Aux → Tempus (M) (Aspekt)
17. Det → (Prä-Artikel $\hat{\text{of}}$) Artikel (Post-Artikel)
18. Artikel → [±Def(init)]

Die kontext-sensitiven Subkategorisierungsregeln generieren die allgemeinste Kategorien ausdrückenden komplexen Symbole ("CS"). Die generalisierte Form dieses Regel-Typs (2) ist eine Abkürzung für die Ersetzungsregel (3).

$$(2) A \rightarrow X \hat{CS} Y / Z_W$$

$$(3) A \rightarrow X \hat{[+A, +Z_W]} Y / Z_W$$

(Dieser Regel-Typ bedeutet, daß dem Element A die 'syntaktischen Merkmale' der Umgebung, in der es vorkommt, als 'syntaktisches Merkmal' zugeschrieben werden.) Regeln dieses Typs determinieren, ob ein N ein Appellativum ist (d. h., daß es z. B. einen Artikel haben kann), oder ob ein V ein transitives Verb ist (d. h., daß ein Nominal-Teil neben ihm stehen kann). (Vgl. Spalte b in (1).)

Die weiteren Kategorien von Nomina sind durch kontext-freie Subkategorisierungsregeln bestimmt. (Vgl. Spalte c in (1).)

Die Verben und die Adjektive werden an Hand der Subkategorisierung der Nomina mittels der sogenannten kontext-sensitiven Selektionsregeln weiterspezifiziert. (Vgl. Spalte d in (1). α und β stehen hier für die durch kontext-freie Subkategorisierungsregeln festgestellten Kategorien der in der Umgebung der Verben bzw. Adjektive befindlichen Nomina.)

Abbildung 3 veranschaulicht das Funktionieren dieser Regeln.

Die angewandten Regeln

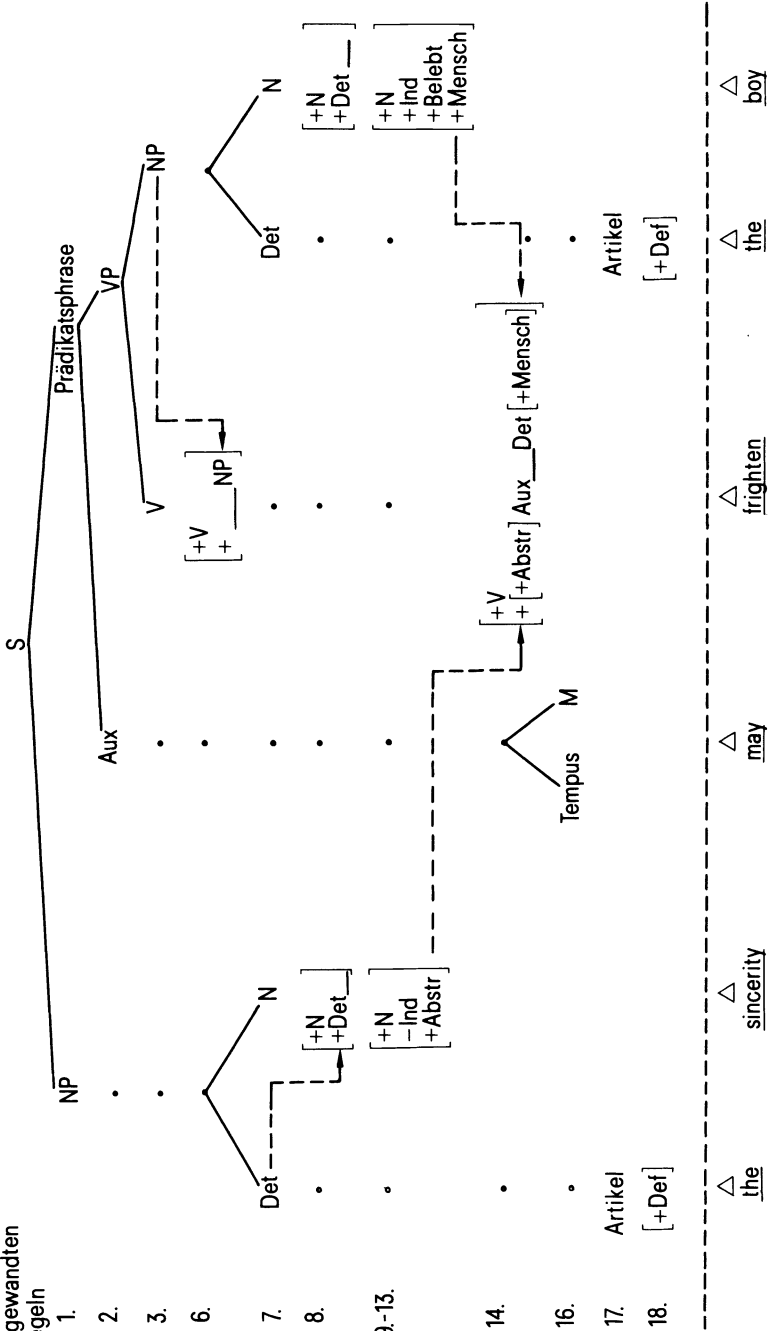


Abb. 3

Der P-Marker in Abbildung 3 der, um die Funktionsweise der Regeln zu veranschaulichen, als ein nicht zusammenhängendes Graph repräsentiert wurde, enthält als terminale Kette bereits lexikalische Einheiten. Diese sind durch das Funktionieren einer Lexikon-Regel eingesetzt. Das angemessene Funktionieren dieser Regel (und später das der Transformationsregeln und der Regeln der interpretativen Komponenten) setzt voraus, daß die lexikalischen Einheiten und auch das Lexikon selbst über eine wohl-definierte Struktur verfügen.

Ich möchte mich hier - schon aus Gründen des Umfanges - weder mit der Lexikon-Komponente noch mit den weiteren Komponenten der Grammatik beschäftigen. Bei der Charakterisierung der Theorie von CHOMSKY habe ich einige Absätze aus meinem 1971 erschienenen Buch übernommen. Eine vollständige Beschreibung des Aufbaus der CHOMSKYschen Theorie (sowie die Darstellung verschiedener kritischer Auseinandersetzungen mit ihr) sind unter anderem auch in diesem Buch zu finden.

Obwohl man auch heute noch darüber diskutiert, ob die transformationelle Komponente mit mathematischer Exaktheit aufgebaut werden kann, hat die Theorie von CHOMSKY einen entscheidenden Einfluß auf die Entwicklung der Linguistik ausgeübt. (Die sogenannte mathematische Linguistik hat ab 1955-57 einen erheblichen Aufschwung erfahren. Sie bedeutete bis Ende der 60-er Jahre fast ausschließlich die direkte oder indirekte Anwendung der Theorie der Halbgruppen, der Automatentheorie und der syntaktischen Theorie der formalen Sprachen in der Linguistik.) CHOMSKY hat ein neues Paradigma für die Linguistik geschaffen, und die Hauptrichtung der linguistischen Forschung (mathematischer Art) verläuft auch heute noch im Rahmen dieses Paradigmas, auch wenn das Paradigma selbst im Laufe der Zeit verschiedenen Änderungen unterworfen war.

4.2 Die wichtigste Änderung stellt die Konzeption der universalen Grammatik dar, die mit dem Namen von MONTAGUE verknüpft ist. Obwohl MONTAGUE von seiner Theorie behauptet, grundverschieden von der CHOMSKYschen Theorie zu sein (was auch insofern wahr ist, als er die Semantik - im Gegensatz zu CHOMSKY - als logische Semantik versteht), findet man heute immer mehr Hinweise darauf, daß auch eine Syntax vom CHOMSKY-Typ mit einer Semantik vom MONTAGUE-Typ ergänzt werden kann.

Der Konzeption von MONTAGUE liegen die logischen Forschungen von TARSKI, CARNAP und FREGE zugrunde, und die Linguistik, die auf dieser oder einer analogen Konzeption aufbaut, wird mit dem Adjektiv modelltheoretisch charakterisiert. (Unter den posthumen Schriften von MONTAGUE fand man zahlreiche Aufzeichnungen, die auf die Universal Algebra von GRÄTZER verwiesen, in der ein rund 50 Seiten langes Kapitel der Modell-Theorie gewidmet ist.)

Die Theorie von MONTAGUE ist so kompliziert, daß es weder hoffnungsvoll noch sinnvoll wäre zu versuchen, sie im Rahmen dieses Aufsatzes auch nur in groben Zügen darzustellen. Ich halte es statt dessen für sinnvoller, auf der Grundlage (und in erster Linie mit Zitaten aus einem der letzten Aufsätze von B. PARTEE (Montague and Transformational Grammar) zu zeigen, worauf die Anwendung der Modell-Theorie in der Linguistik abzielt.

Im Appendix des genannten Aufsatzes von PARTEE werden verschiedene sprachlichen Fragmente analysiert, an Hand derer die modell-theoretische semantische Interpretation demonstriert wird. Eines dieser Fragmente soll hier als Beispiel angeführt werden.

A. 3 A Predicate-Logic-Like Fragment with Names

A. 3.1 Syntax

A. Basic expressions

Terms: Individual constants: j, m, s

Individual variables: x, y, z, x', y', \dots

Predicates: 1-place: M, G

2-place: K, L

B. Formation rules

1. An n -place predicate followed by n terms is a sentence.
2. If ϕ is a sentence, and u is an individual variable, then $(\exists u)\phi$ is a sentence and $(\forall u)\phi$ is a sentence.
3. If ϕ, ψ are sentences, then $\neg\phi, (\phi \vee \psi), (\phi \wedge \psi)$ are sentences.

Note that " ϕ " and " ψ " are variables in the metalanguage that range over expressions in the object language; " u " is also a variable in the metalanguage that ranges over expressions in the object language. " ϕ " and " ψ " are used where the "relevant" object language expressions are sentences, and " u " where the relevant expression is an individual variable of the object language. Several expressions of the object language are used in the metalanguage as names of themselves: Parentheses, " G ", " M ", " K ", " L ", " \exists ", " \forall ", " \sim ", " \vee ", and " \wedge "; and the concatenation sign is suppressed.

A. 3.2 Semantics

Let the domain over which the individual variables range be the set of all (actual, real world) people, dead or alive. In the metalanguage we will let an assignment g be a function that assigns to every individual variable u a particular person in the domain, who will then be denoted by $g(u)$. That is, g is a function from individual variables to people. The function g is also called an assignment of values to variables.

We add now to the semantics a new notion, the value of a term τ with respect to an assignment g , written $|\tau|_g$.

We can then define recursively the conditions under which a formula is true - with respect - to an assignment - g (we could equivalently talk about an assignment g satisfying a formula ϕ to stay closer to TARSKI's original approach, but putting it in terms of truth with respect to an assignment is both easier to grasp intuitively and closer to MONTAGUE's approach).

(Der Ausdruck "with-respect-to-an-assignment-g" ist in den folgenden Regeln in der verkürzten Form "w.r.t.g" verwendet.)

(Truth Definition)

- 0.1 $|j|_g$ is John. (Here we must pretend either that there is only one John, or that we are all agreed on which John we mean.)
- 0.2 $|m|_g$ is Mary.
- 0.3 $|s|_g$ is Socrates.
- 0.4 $|u|_g$ is $g(u)$ (i.e. the person assigned to u by g).
1. $M\tau$ is true w.r.t. g iff $|\tau|_g$ is mortal.
2. $G\tau$ is true w.r.t. g iff $|\tau|_g$ is Greek.
3. $K\tau_1\tau_2$ is true w.r.t. g iff $|\tau_1|_g$ knows $|\tau_2|_g$.
4. $L\tau_1\tau_2$ is true w.r.t. g iff $|\tau_1|_g$ loves $|\tau_2|_g$.
5. $\sim\phi$ is true w.r.t. g iff it is not the case that ϕ is true w.r.t. g .
6. $(\phi\vee\psi)$ is true w.r.t. g iff either ϕ is true w.r.t. g or ψ is true w.r.t. g .
7. $(\phi\wedge\psi)$ is true w.r.t. g iff both ϕ is true w.r.t. g and ψ is true w.r.t. g .
8. $(\exists u)\phi$ is true w.r.t. g iff there is a person a such that ϕ is true w.r.t. $g(a/u)$, where $g(a/u)$ is an assignment like g except for the possible difference that g assigns the individual a to the variable u , i.e. $g(a/u)(u) = a$.
9. $(\forall u)\phi$ is true w.r.t. g iff for every person a , ϕ is true w.r.t. $g(a/u)$, where $g(a/u)$ is as above.
10. ϕ is true if ϕ is true w.r.t. every assignment g .
11. ϕ is false if there is no assignment g such that ϕ is true w.r.t. g .

Obwohl dieses sprachliche Fragment ziemlich klein ist, enthält es potentiell unendlich viele Sätze, deren Wahrheits-Bedingungen von den obigen Regeln abgeleitet werden können. (Betrachten wir als Beispiel das als A. 3. 3 angegebene Beispiel von PARTEE.)

A. 3. 3 Example. $(\exists x)\sim Lmx$

- (1) $(\exists x)\sim Lmx$ is true w.r.t. g iff there is a person a such that $\sim Lmx$ is true w.r.t. $g(a/x)$.
- (2) $\sim Lmx$ is true w.r.t. $g(a/x)$ iff it is not the case that Lmx is true w.r.t. $g(a/x)$.
- (3) Lmx is true w.r.t. $g(a/x)$ iff $|\mathbf{m}|_{g(a/x)}$ loves $|\mathbf{x}|_{g(a/x)}$.
- (4) $|\mathbf{m}|_{g(a/x)}$ is Mary.

- (5) $\exists x |_{g(a/x)}$ is a .
- (6) By (3), (4), and (5), $L m x$ is true w.r.t. $g(a/x)$ iff Mary loves a .
- (7) By (6) and (2), $\sim L m x$ is true w.r.t. $g(a/x)$ iff it is not the case that Mary loves a .
- (8) By (7) and (1), $(\exists x)\sim L m x$ is true w.r.t. g iff there is a person a such that it is not the case that Mary loves a, i.e. iff there is someone whom Mary does not love.
- (9) Since g was an arbitrary assignment, we can derive by clause 10 the desired T - sentence:
- $(\exists x) \sim L m x$ is true iff there is someone whom Mary does not love.

Bei der obigen Darstellung des sprachlichen Fragments A.3 wurde durch die Truth Definition der Begriff einer 'absoluten' Wahrheit definiert. Es ist jedoch denkbar, daß dem dargestellten Fragment verschiedene Modelle als Interpretationen zugeordnet werden können. "M" als 1-stelliges Prädikat kann nicht nur als "mortal", sondern z.B. auch als "gerade Zahl" interpretiert werden, und das 2-stellige Prädikat "L" kann nicht nur die Interpretation "love", (jemand liebt jemanden), sondern z.B. auch die Interpretation "greater than" (etwas ist größer als (ein anderes) etwas) haben. Die Möglichkeit einer solchen modelltheoretischen Interpretation erörtert PARTEE als Fragment A.5.

A.5 Truth in a Model: A Revision of Fragment A.3

At this point we switch from absolute to relative truth or truth in a model. To illustrate the difference, I will use the syntax of fragment A.3 (a predicate-logic-like fragment with names) and show what sort of semantics will lead to a definition of truth in a model, rather than (absolute) truth. The key difference is that instead of fixing the range of values of the variables and the interpretations of the individual constants and the predicate constants, these are left open. Then the notions of value, truth with respect to an assignment, and truth are defined relative to a given interpretation, or model.

A.5.1 Syntax . As in A.3

A.5.2 Semantics . A model $M = \langle D, F \rangle$ for the given language consists of:

- (1) A set D to serve as the range of values of the individual variables;
- (2) An interpretation function F with the following properties:
 - (i) To each of j , m , and s , F assigns some particular element of D , which can then be represented as $F(j)$, $F(m)$, and $F(s)$ respectively.

(ii) To each of M and G , F assigns some set of elements of D ; we will call these sets $F(M)$ and $F(G)$.

(iii) To each of K and L , F assigns some set of ordered pairs of elements of D ; we will call these sets $F(K)$ and $F(L)$.

We will still use assignments g of values to variables, but now the objects assigned to the variables must be members of D and thus will vary from model to model. The clauses in the definition of truth in M will be seen to closely parallel the clauses in the definition of truth given in A.3.

$$0.1 \mid j \mid_g = F(j)$$

$$0.2 \mid m \mid_g = F(m)$$

$$0.3 \mid s \mid_g = F(s)$$

$$0.4 \mid u \mid_g = g(u)$$

1. M_τ is true w.r.t. g in M iff $\mid \tau \mid_g \in F(M)$.

2. G_τ is true w.r.t. g in M iff $\mid \tau \mid_g \in F(G)$.

3. $K_{\tau_1 \tau_2}$ is true w.r.t. g in M iff $\langle \mid \tau_1 \mid_g, \mid \tau_2 \mid_g \rangle \in F(K)$.

4. $L_{\tau_1 \tau_2}$ is true w.r.t. g in M iff $\langle \mid \tau_1 \mid_g, \mid \tau_2 \mid_g \rangle \in F(L)$.

5. $\sim \phi$ is true w.r.t. g in M iff it is not the case that ϕ is true w.r.t. g in M .

6. $(\phi \vee \psi)$ is true w.r.t. g in M iff either ϕ is true w.r.t. g in M or ψ is true w.r.t. g in M .

7. $(\phi \wedge \psi)$ is true w.r.t. g in M iff both ϕ is true w.r.t. g in M and ψ is true w.r.t. g in M .

8. $(\exists u) \phi$ is true w.r.t. g in M iff there is an $a \in D$ such that ϕ is true w.r.t. $g(a/u)$ in M .

9. $(\forall u) \phi$ is true w.r.t. g in M iff for every $a \in D$, ϕ is true w.r.t. $g(a/u)$ in M .

10. ϕ is true in M iff for every assignment g , ϕ is true w.r.t. g in M .

11. ϕ is false in M iff there is no assignment g such that ϕ is true w.r.t. g in M .

A. 5. 3 Examples of Models

$$1. M_1 = \langle D_1, F_1 \rangle$$

(1) D_1 = the set of all actual people, living or dead.

(2) (i) $F_1(j)$ = John, $F_1(m)$ = Mary, $F_1(s)$ = Socrates

(ii) $F_1(M)$ = {x | x is mortal}

$F_2(G)$ = {x | x is Greek }

(iii) $F_1(K)$ = {<x, y> | x knows y }

$F_1(L)$ = {<x, y> | x loves y }

Note that the model M_1 coincides with the interpretation given for fragment A. 3. Model M_1 might be called the standard model for that language.

$$2. M_2 = \langle D_2, F_2 \rangle$$

(1) D_2 = the set of all integers

(2) (i) $F_2(j)$ = 1, $F_2(m)$ = -1, $F_2(s)$ = 0

(ii) $F_2(M)$ = {x | x is even }

$F_2(G)$ = {x | x is odd }

(iii) $F_2(K)$ = {< x, y> | x is greater than y }

$F_2(L)$ = {< x, y> | x is less than y }

Consider the following sentences:

$$1. \sim (\exists y)(My \wedge Gy)$$

Sentence 1 is false in M_1 and true in M_2 . The reader can verify that sentence 1 is true w.r.t. an assignment g in M_1 , iff there is no person who is both mortal and Greek, and that sentence 1 is true w.r.t. an assignment g in M_2 iff there is no integer that is both even and odd.

Vielleicht vermag bereits dieses einzige sprachliche Fragment zu verdeutlichen, daß die in logisch-semantischem Sinne verstandene modelltheoretische Interpretation es ermöglicht, eine exakte Semantik auch für die natürlichen Sprachen zu erstellen. Die Probleme des Aufbaus einer exakten Semantik stehen gegenwärtig im Vordergrund der linguistischen Forschung, und es interessieren sich dafür Linguisten sowie formale und philosophische Logiker gleichermaßen.

Linguistik und Logik, die vor zweitausend Jahren noch eine Einheit bildeten und sich dann (vermutlich zum Nachteil beider) trennten, scheinen sich allmählich wieder zu vereinigen.

* * *

Auf Grund der Klassifizierung in 2.2 müßte sich das nächste Kapitel denjenigen Forschungen widmen, deren Methode in der strukturellen und quantitativen Analyse und Beschreibung besteht. Von Forschungen dieser Art läßt sich jedoch gegenwärtig noch kaum sprechen.

Ich möchte hier lediglich auf eine Arbeit aufmerksam machen: Probabilistic Grammars for Natural Languages von P. SUPPES. In dieser Arbeit analysiert SUPPES kurz die Notwendigkeit probabilistischer Grammatiken und versucht, an Hand einiger Beispiele den Charakter ihres Aufbaus anzudeuten. Die Beispiele stammen aus der "Kindersprache" und beziehen sich ausschließlich auf die syntaktische Ebene. Die Analyse von SUPPES ist auch deshalb interessant, weil er sich bei der Erörterung der Beispiele als Bezugssysteme der beiden allgemein am weitesten bekannten Formen der kontextfreien Grammatiken (der Phrasen-Struktur-Grammatik, die CHOMSKY verwendet, und der kategorialen Grammatik, die von denjenigen Forschern verwendet wird, die sich mit Grammatiken vom Typ MONTAGUE beschäftigen) bedient.

Die Fragen der probabilistischen Grammatiken wurden in der bisherigen linguistischen Forschung ziemlich vernachlässigt. Da jedoch heute bei der Erörterung in den verschiedensten Zusammenhängen auch Fragen einer induktiven Methodologie aufgeworfen werden, ist es zu erwarten, daß die Erforschung der probabilistischen Grammatiken einen Aufschwung erfahren wird, wobei die Forschung nicht auf die syntaktische Ebene beschränkt bleibt.

Bibliographische Orientierungshilfe

Um die Orientierung zu erleichtern, habe ich untenstehend die Arbeiten in der hintenfolgenden Bibliographie(bzw. ihre laufenden Nummern) thematisch geordnet.

- 0) Sprachphilosophie, Wissenschaftstheorie:
26, 47, 67, 69, 80, 84.
- 1) Bibliographien/Forschungsberichte über die mathematische Linguistik:
22, 40, 63, 68, 72.
- 2) Einführung in die linguistische Forschung im allgemeinen:
3, 4, 24, 37, 44, 54, 65, 76, 78.
- 3) Überblick über die wichtigsten Fragen/Gebiete der gegenwärtigen linguistischen Forschung:
10, 11, 14, 27, 32, 51, 52, 64, 65, 66, 70, 71, 84, 88.

- 4) Allgemeine Fragen der mathematischen Linguistik:
1, 2, 5, 7, 19, 22, 25, 36, 38, 39, 40, 41, 56, 57, 59, 81, 82.
- 5) Sprachbezogene statistische Untersuchungen:
23, 28, 29, 30, 31, 45, 46, 55, 61, 85, 91, 92, 93
- 6) Algebraische/logische linguistische Forschungen:
8, 9, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 32, 33, 34, 43, 48, 49, 50, 53, 60,
62, 64, 73, 74, 75, 77, 79, 84, 86, 87, 90, 92.
- 7) Lehrbuch-artige Einführungen in die für Linguisten relevanten mathematischen/mathematisch-linguistischen Problemkreise:
6, 13, 15, 18, 19, 20, 34, 35, 53, 57, 62, 73, 84, 89.

Petre Tautu:

Medizin

und

Mathematik

Einige Betrachtungen zur Mathematisierung der Medizin

1. Einführende Bemerkungen
2. Dinge und Vorstellung: Eine zu bauende Brücke
3. Mathematisierung. Eine mögliche Definition und einige ihrer Probleme
4. Mathematische Biologie und medizinische Aspekte

Der Autor dankt Frau U. Wiegand und Dr. K. Schürger für ihre große Hilfe bei der Herstellung der deutschsprachigen Fassung dieses Beitrages.

1. Einführende Bemerkungen

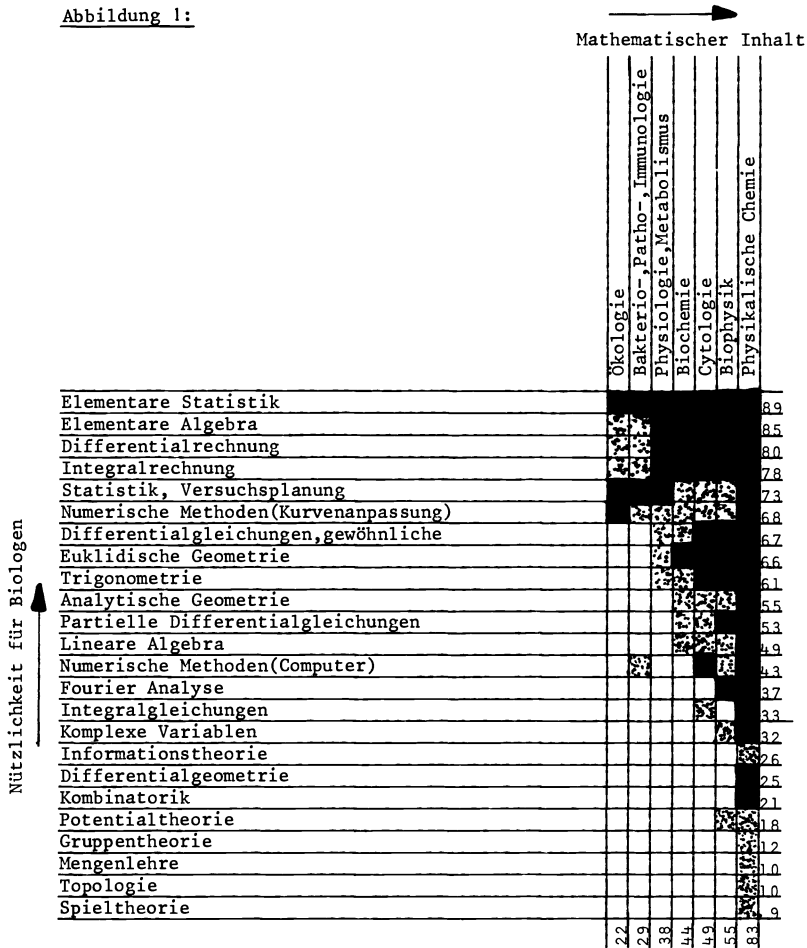
In diesem Artikel, der eher partielle Voraussch. 1 als Rückschau sein möchte, erörtere ich einige Probleme, die auftauchen, wenn man mathematische Methoden in der Medizin analysiert. Die Beschränkung auf die Medizin allein erscheint ein wenig unbefriedigend. Es ist im allgemeinen nämlich üblich, die Anwendungen in der Biologie mit jenen in der Medizin zu assoziieren, denn man sollte nicht vergessen, daß Medizin angewandte Biologie ist. Ohne Berücksichtigung der Biologie läßt man sich schöne und bedeutende Theorien entgehen, die zum ständigen Fortschritt in der Medizin beitragen.

Die Humanmedizin entlehnt aus allen anderen Wissenschaften, die auf den Menschen bezogen sind (z. B. Soziologie, Psychologie usw.), einige ihrer Konzepte. Diese Wissenschaften jedoch neigen schneller zur Mathematisierung als die Humanmedizin - leider ist in diesem Zusammenhang von der Veterinärmedizin selten die Rede. Angesichts des Phänomens der Mathematisierung der genannten Wissenschaften in den letzten 3 Jahrzehnten kommt man mehr und mehr von der Hypothese ab, daß das Gebiet der Medizin vielleicht nicht mathematisierbar sei. Die genannte Hypothese würde die Medizin in gefährliche Nähe zur Theologie bringen, denn jede Wissenschaft, die um Exaktheit bemüht ist, zieht aus der Formalisierung ihrer Konzepte und Theorien immer einen großen Nutzen. Die exakten Naturwissenschaften entstanden aus der mathematischen Interpretation der Natur (RANDALL, 1940). An dieser Stelle ist es vielleicht angebracht, das Beispiel der theoretischen Physik zu erwähnen, wo nach S. ULAM (1972) Ideen, die nicht mathematisch formuliert werden können, nicht als tatsächlicher Bestandteil einer physikalischen Theorie gelten. Unter diesen Umständen besteht kein Zweifel daran, daß viele große Erfolge in der Physik, Astronomie und anderen 'exakten' Wissenschaften in erheblichem Maße durch die Mathematikerrungen wurden (KAC und ULAM, 1968¹).

Es wäre also interessant herauszufinden, wie die Mathematik in ein Gebiet eingeführt werden kann, das bereits in gewissem Maße von den Anwendungen her geprägt wurde. Dringt die Mathematik durch die Biologie als Vermittlerin oder sogar auf direktem Weg in die Medizin ein? Es ist anzunehmen, daß der Kontakt (oder Durchschnitt) aufgrund der bekanntesten mathematischen Aktivität, nämlich mit Hilfe von Berechnungsverfahren zustande kommt. Im übrigen ist bekannt, daß man in der Antike zwischen Rechnen (Logistik) und Mathematik unterschied (van der WAERDEN, 1956). Später vollzog F. VIÈTE (1540-1603) die Trennung zwischen "logistica numerosa" und "logistica speciosa" (algebraisches Rechnen).

Im Jahre 1965 führte V. P. DOLE am Rockefeller Institut eine Umfrage über die Nützlichkeit der Mathematik durch. Jeder Forscher erhielt eine Liste mit mathematischen Gebieten und sollte die für seine Arbeit nützlichsten ankreuzen, wobei eines der folgenden drei Kriterien anzugeben war: Wesentlich, nützlich, kaum oder gar nicht von Nutzen. Die Befragten wurden willkürlich in 7 Fachgebiete - von der physikalischen Chemie bis hin zur Ökologie - eingruppiert. Zur Vereinfachung der Darstellung von Abb. 1 wurden die Spalten und Zeilen entsprechend dem mittleren Nützlichkeitsindex angeordnet; angenäherte Nützlichkeitswerte wurden durch Schattierung der einzelnen Felder gekennzeichnet.

Abbildung 1:



Ein Überblick der biologischen und mathematischen Themen.

Die schwarzen Felder bedeuten, daß die Technik von den meisten Biologen in der angegebenen Kategorie als wesentlich erachtet wird; die helle Schattierung zeigt die mittlere Nützlichkeit an, wohingegen die ganz weißen Felder zeigen, welcher Teil der modernen Mathematik von den meisten Biologen ignoriert wird. Die Randzahlen zeigen die durchschnittlichen Nützlichkeitsskizzen für Reihen und Spalten auf einer willkürlichen Skala, in der "wesentlich" mit 100 und "nützlich" mit 70 bewertet wurde (nach Dole, 1965)

Wie vorauszusehen war, wurden fast ausschließlich die elementare Statistik und elementare Mathematik angegeben²⁾. Die gestellte Frage betraf die Nützlichkeit einer mathematischen Methode für eine zur Zeit laufende persönliche Arbeit, also für eine sofortige Anwendung. Wenn eine Arbeit numerische Daten produziert, ist der einzige Grund für die Benutzung des mathematischen Instrumentariums der, daß man mit dessen Hilfe Zahlen verarbeiten kann. Um mit V. P. DOLE zu sprechen, ist diese Art Durchschnitt zwischen der Mathematik und den biomedizinischen Wissenschaften im Grunde eine Eklipse Ich bezeichne sie als eine "numerische Übung", die man unter keinen Umständen mit der Mathematisierung verwechseln darf³⁾. Dieses Bedürfnis, eine feststehende mathematische Formel zu benutzen, erklärt teilweise den weitverbreiteten Gebrauch von elektronischen Rechnern. Die darin liegende Gefahr ist nicht unmittelbar erkennbar. Tatsache ist, wie V. P. DOLE bemerkt, daß die Benutzung von Computeranlagen eine Datenschwemme mit sich bringt, denn die numerische Verarbeitung von Daten produziert neue Daten. Heute schon - und in der Zukunft in erhöhtem Maße - schwimmen diejenigen, die Untersuchungen anstellen, in einem Meer von Details, die jedoch die Wirklichkeit nur noch verschwommen erkennen lassen. Derartige Datenmengen müssen eines Tages auf ein vernünftiges Maß reduziert werden. Dieses wünschenswerte Ziel läßt sich mit Hilfe der Mathematik erreichen.

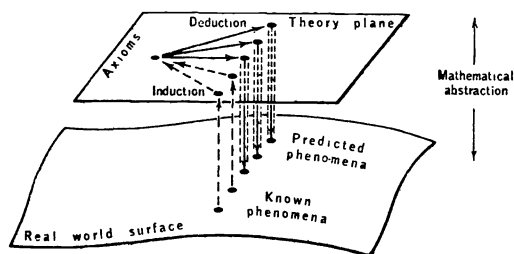
Ein Satz von R. QUENEAU drückt diese Notwendigkeit deutlich aus: "Eine durch Fakten aufgeblähte Wissenschaft sollte sich ständig überflüssig gewordener Daten entledigen". Wie W. A. LOCY (1951) bemerkt, wurden mit der Entwicklung in der Biologie durch Beobachtungen und Experimente mehr und mehr Fakten angehäuft, während sich allgemeingültige Erkenntnisse nur sehr langsam und periodisch herausbildeten, und zwar immer nur dann, wenn sich einem Forscher die Bedeutung der Fakten erschloß. Während einzelne Fakten manchmal nichtssagend sind, erweisen sich jedoch deren Interpretationen immer als interessant.

2. Dinge und Vorstellung: Eine zu bauende Brücke

Man kann sich die Frage stellen, ob es nur eine Definition der mathematischen Biologie gibt, nämlich als Arbeitsgebiet der Biomathematiker, d. h., der echten, an der Mathematisierung der Biologie und der Medizin wirklich interessierten Wissenschaftler (im Gegensatz zu denjenigen, die nur aus publizistischen Motiven heraus daran interessiert sind).

Sie kommen aus zwei Richtungen, nämlich der Medizin und der Mathematik. Welche Gründe haben die Mediziner? Ich glaube, die triftigsten Gründe bestehen in der Notwendigkeit, eine klare und allgemeine Formulierung einer Hypothese zu haben und die Möglichkeit, sie in einem deduktiven System zu verwenden (siehe auch NOONEY, 1965). Der Biologe ist gezwungen, auf formale Modelle zurückzugreifen, um die Komplexität der Welt um ihn herum besser zu verstehen. Wenn man die Auffassung vertritt, daß eine Wissenschaft das Besondere dadurch erklärt, daß sie es geeigneten allgemeinen Prinzipien unterwirft, dann versteht man leicht, daß die Mathematisierung in der Medizin einen Versuch darstellt, die Medizin zu einer exakten Wissenschaft zu machen (Abb. 2).

Abbildung 2:



Vereinfachtes Schema der Zusammenhänge zwischen Dingen und Vorstellungen (Ledley, 1965)

Dieser Versuch der Generalisierung erfordert eine adäquate Sprache, die die formalen Wissenschaften (Logik und Mathematik) kennzeichnet. Die auf Fakten beruhenden Wissenschaften machen entweder einzelne Aussagen für die Beschreibung beobachtbarer Fakten, oder allgemeine Aussagen, die als Hypothesen eingeführt werden. Anders ausgedrückt, die Aussagen, die in den formalen Wissenschaften gemacht werden, dienen als prinzipielle Hilfsmittel für alle unerlässlichen Operationen logischer Schlußfolgerungen. Der Unterschied ("nicht reduzierbar", sagt BRAITHWAITE, 1953) zwischen Aussagen der Logik und Mathematik und denen der Naturwissenschaft besteht darin, daß sie im ersten Fall logisch notwendig, im zweiten Fall logisch zufällig sind. Die Mathematik soll eher als eine spezialisierte vereinheitlichende Sprache denn als Berechnungsverfahren aufgefaßt werden. Die gekürzte Ausgabe von "Mathematics and Logic" leiten M. KAC und S. ULAM mit dem folgenden Satz ein: "Der technologische Fortschritt hat es erforderlich gemacht, daß sehr viel mehr Menschen verstehen sollten, daß die Mathematik eher eine Art des Denkens ist, als ein Mittel zur Problemlösung". Kommt die Problematik jedoch durch korrekte Fragestellung in der Formalsprache bereits deutlich zum Ausdruck, so stößt man von selbst auf die gesuchte Lösung. Dies bedeutet zweierlei:

- a) Bei der Erstellung von mathematischen Modellen - oder noch einfacher, von Gleichungen - entdeckt man keine biologischen Objekte. Die mathematische Analyse kann das biologische Experiment nicht ersetzen, da beide Verfahren die diversen Schichten der Realität auf verschiedene Weise untersuchen. Es ist nicht die Wirklichkeit in ihrer existentiellen Fülle, die mathematisch behandelt werden kann - und außerdem mathematisiert man nicht die gesamte Medizin. Die Hauptrolle bei einem Modell spielen nicht die Erklärung und die Prognose - obwohl darin letztlich die Hauptfunktion der Wissenschaft besteht - als vielmehr die Polarisierung des Denkens und die gezielten Fragestellungen (KAC, 1969). Manchmal wird das Gesamte einer wissenschaftlichen Tätigkeit als ein System bestehend aus einer "black box" und einer "white box" interpretiert, wobei die "black box" den Teil darstellt,

den es zu untersuchen gilt, und die "white box" das Modell oder Gesetz, das das Funktionieren der "black box" erklärt. Die wissenschaftliche Untersuchung beginnt empirisch entweder mit qualitativen oder quantitativen Daten, die den 'input' einer "black box" zu ihrem 'output' in Beziehung setzen. Danach folgt ein komplexer Prozeß, um die entsprechende "white box" zu konstruieren, wobei die Induktion aufgrund von Daten sowie Intuition und Deduktion sehr kompliziert sind.

- b) Das Erkennen der Mathematisierbarkeit eines medizinischen Problems und dessen verständliche (und möglichst intelligente) Formulierung ist für einen Mathematiker nicht immer einfach und erfolgreich. Es gibt nicht viele Mediziner, die mathematisch argumentieren und das entsprechende mathematische Problem bestimmen und lokalisieren können. Man weiß jedoch, daß G. A. BORELLI, G. CARDANO, J. F. FERNEL, J. und D. BERNOULLI, J. POISEUILLE, T. YOUNG und R. MAYER auch Mediziner waren. Die Entdeckung des Blutkreislaufs durch W. HARVEY (1620) bildet einen der großen Momente des "quantitativen Denkens" in der Medizin. Mathematik und Medizin sind also nicht "traditionell" miteinander unvereinbar (MIHOC und TAUTU, 1966). Die Forschung in der mathematischen Biologie sollte heute Aufgabe einer Gruppe sein, die eine fruchtbare Zusammenarbeit zwischen Biologen, Medizinern und Mathematikern ermöglicht. Ich bin in diesem Fall der Auffassung, ohne damit jemanden verletzen zu wollen, daß man oft ohne Vermittler - angefangen von Physikern bis hin zu Ingenieuren - auskommen kann (siehe auch STERLING, 1965), da diese vielfach lediglich aufgrund der mangelnden mathematischen Ausbildung der Biologen und Mediziner zu Rate gezogen werden. Wir brauchen stattdessen Biologen und Mediziner, die einerseits wichtige mathematische Grundbegriffe und die verschiedenen Stufen der mathematischen Formalisierung, andererseits aber auch die Grenzen der Mathematik kennen. Die Arbeit von J. SCHWARTZ (1962) über den "schädlichen Einfluß" der Mathematik auf spezielle Wissenschaften zeigt uns deutlich, wie schwierig es ist, ein anstehendes Problem mathematisch zu behandeln: "Die mathematische Methode kann ihr Ziel nur erreichen, wenn sie von einfachen und zugleich wesentlichen Aspekten eines Problems (vorausgesetzt, daß solche Aspekte existieren) ausgeht". P. RAJAGOPAL (1974) hat seine Argumente übernommen und benutzt zu ihrer Formulierung mathematische Begriffe: "Dear Lord, please make the world linear, stationary, Gaussian and non-threshold". Dies würde die Aufgabe eines Mathematikers erleichtern. Aber die Welt scheint nicht-lineare, nichtstationäre und nicht-Gauss'sche Eigenschaften sowie Schwellen-Methoden vorzuziehen. P. RAJAGOPAL schließt daraus: Die Ausbildung sollte Möglichkeiten für die Entwicklung von Forschern der Größe EULERS, LAGRANGES, SCHRÖDINGERS und WIENERS bieten; letztere konnten geeignete Methoden für die Biologie (und Mathematik) schaffen und entwickeln, wie dies ihre Vorgänger für die physikalischen Wissenschaften (und die Mathematik) taten.

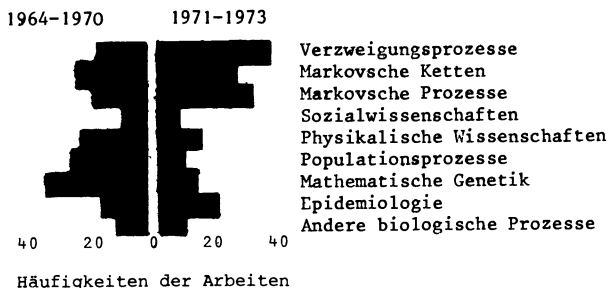
Welche Motive haben indessen die Mathematiker? Es gibt heute Mathematiker, die sich weniger den Standpunkt HILBERTs ("Reine und Angewandte Mathematik können sich nicht feindlich gesinnt sein, denn sie haben de facto nichts miteinander gemein") als vielmehr denjenigen von J. v. NEUMANN

("In großer Entfernung von seinem empirischen Ursprung ... läuft ein mathematisches Gebiet Gefahr zu degenerieren") zu eigen machen.⁴⁾ Aus einem einfachen Grund erweist sich auch hier die "goldene Mitte" als richtig. Die Forschung in der Mathematik hat einiges mit anderen Forschungsrichtungen gemeinsam: Es gibt eine spezifisch mathematische Arbeit mit oder über mathematische Objekte, die nicht mehr oder minder real sind als die Objekte anderer Disziplinen. Die mathematischen Objekte sind nur ein anderer Ausdruck der Realität, genauer, es sind auf verschiedenen Ebenen Abstraktionen von einigen der vielen Aspekte der Realität. Daher glaube ich nicht, daß ein Mediziner, der von einem Patienten spricht, "realistischer" ist als ein Mathematiker, der von einer vektorwertigen Variablen spricht.

Man weiß sehr wohl, daß in der Mathematik die formalen Konstruktionen auf die realen Situationen zurückführen, wobei letztere oft in Folge einer längeren und komplizierten Entstehungsgeschichte nicht sogleich durchschaubar sind. Zum Beispiel hatte die Wahrscheinlichkeitstheorie von Anfang an eine biologische und medizinische Motivation. Es ist möglich, daß der Begriff der Wahrscheinlichkeit zum erstenmal in China (durch SÜN-TSE, ca. 200 AC) im Zusammenhang mit der Chance, bei der Geburt einen Jungen oder ein Mädchen zu haben, auftritt (WOLFENDEN, 1942 - zit. SHEYNIN, 1974). Der Begriff der konkurrierenden Risiken, der im Zusammenhang mit der Epidemiologie der chronischen Krankheiten oft erwähnt wurde, ist auf eine Kontroverse über den Nutzen der Impfung zurückzuführen. D. BERNOULLI, D'ALEMBERT und LAPLACE entwickelten eine Methode, um jene Änderung in der Bevölkerungsstruktur zu bestimmen, die beim Wegfall von Windpocken als Todesursache eintreten würde (siehe MAISTROV, 1974). Eine Reihe von wesentlichen biologischen Prozessen, wie z.B. die Vermehrung von Organismen oder die Entwicklung von Arten führten zur Konstruktion einiger stochastischer Prozesse wie z.B. der Verzweigungsprozesse (1845: I. J. BIENAYMÉ; 1873: F. GALTON und H. W. WATSON). Man kann davon ausgehen, daß die Theorie der Geburts- und Todesprozesse auch biologischen Ursprungs ist. G. U. YULE (1924) ging nämlich vom Problem der Entstehung neuer Spezies aus, W. FELLER (1939) von der Theorie des Lebenskampfes, während D. G. KENDALL (1948) Migrationsprozesse untersuchte (siehe IOSIFESCU u. TAUTU, 1973). Die deterministische mathematische Theorie von Vito VOLTERRA (1926) über die biologischen Assoziationen hat die Konstruktion nicht-linearer Probleme in der Mathematik angeregt. Erst kürzlich hat die formale Studie über ein einfaches Zellsystem (LINDENMAYER, 1968) neue Dimensionen in der Theorie der formalen Sprachen (siehe HERMAN u. ROZENBERG, 1975) eröffnet.

Ich stimme mit R. BELLMAN darin überein, daß die Forschung auf dem biomedizinischen Gebiet das Betätigungsfeld für einen jungen Mathematiker ist, der angesichts der weißen Felder in Abb. 1 in sich einen Eroberungsdrang (ähnlich VESPUCCI!) verspürt. Für einen Mathematiker gibt es auf dem Gebiet der biomedizinischen Wissenschaften noch eine Menge zu tun (und zu überarbeiten). Die steigende Anzahl von Fachzeitschriften und Buchreihen, die der mathematischen Biologie gewidmet sind, bildet einen "quantitativen" Beweis für das beständige Interesse der Mathematiker an Biologie und Medizin. Selbst in Fachzeitschriften wie dem "Journal of Applied Probability" und "Advances in Applied Probability", die sämtliche Anwendungen der Mathematik berücksichtigen, findet man immer häufiger Arbeiten auf dem Gebiet der mathematischen Biologie.

Abbildung 3: Histogramm



Histogramme für die Anzahl von Arbeiten (Theorie und einige Anwendungen, besonders in der Biologie) die von 1964-1973 in dem Journal of Applied Probability und Advances in Applied Probability veröffentlicht wurden (nach Gani, 1975).

Ein echter Mathematiker strebt primär danach, kreative Mathematik zu treiben. Dies wird zuweilen in medizinischen Forschungsinstituten, in denen Mathematiker arbeiten, nicht bedacht. Häufig verfährt man dort mit ihnen nach der "Prokrustes-Methode", indem man sie auf das "Bett der unbedeutenden Fakten" legt und alles, was über dessen Rand ragt, abschneidet (d. h. gerade die Fähigkeit, mathematisch zu denken). Ich erwähne dies nicht, um jemanden lächerlich zu machen, sondern um auf die Unterschiede hinzuweisen, die Ziele, Methoden und Arbeitsweisen betreffen. In diesem Zusammenhang möchte ich noch erwähnen, daß in der heutigen technischen (oder technokraten) Gesellschaft ein starker Druck auf diejenigen Forscher ausgeübt wird, die Grundlagenforschung betreiben, indem man von ihnen sofortige praktisch verwertbare Ergebnisse, also "Effizienz" erwartet. Dies beruht teilweise auf einer Fehlinterpretation der grundlegenden Maxime BACONS für die Beherrschung der Natur: Wissen ist Macht. Verstehen und nicht Beherrschen sollte Ziel der wissenschaftlichen Forschung sein (MEDAWAR u. MEDAWAR, 1972). In Wirklichkeit hängt die "Gesundheit" der wissenschaftlichen Anstrengungen einer Nation von der Qualität der geleisteten Grundlagenforschung ab. Ein Teil der Grundlagenforschung in der Medizin gilt (und muß auch gelten) ihrer Mathematisierung und ihrer Zukunft als Wissenschaft.

3 Mathematisierung. Eine mögliche Definition und einige ihrer Probleme

Worin besteht nun im Grunde diese Mathematisierung? Ich möchte mich der Ansicht derjenigen anschließen, die die Auffassung vertreten, daß die

Mathematisierung einer empirischen Wissenschaft darin besteht, diese Wissenschaft so gut wie möglich als deduktives System darzustellen, das theoretische Begriffe, Axiome sowie strenge Definitionen aufweist und präzise Schlussfolgerungen zuläßt. Mit Hilfe einer solchen Mathematisierung entdeckt man unterhalb der Komplexität der Erscheinungen Strukturen und Gesetze, d. h. eine tiefere Realität. Im übrigen heißt es, daß Abstraktionen von größtem Nutzen sind. Das Ziel einer exakten Wissenschaft liegt in der Entwicklung eines leistungsfähigen Systems von grundlegenden Begriffen und Axiomen, das so tief und umfassend ist, daß Teile des gesamten Gebietes deduktiv als logische Folgerungen aus einer geringen Anzahl von fundamentalen Prinzipien erklärt werden können. Für diejenigen Leser, denen dies zu philosophisch ist, muß ich hinzufügen, daß schon damit begonnen wurde, solche Begriffe und Axiome in der Biologie und folglich auch in der Medizin zu entwickeln, die dann jedoch in Folge des Anwendungswahns außer Acht gelassen wurden. Dabei denke ich insbesondere an die Arbeiten von J. H. WOODGER (1937, 1952) über die logische Mathematik und die Axiomatik in der Biologie, an die Arbeiten von J. M. H. ETHERINGTON (1939, 1941) über genetische Algebren³⁾ und selbstverständlich an diejenigen von D. W. THOMPSON (1917), A. J. LOTKA (1924) und V. VOLTERRA (1931).

Die Mathematisierung ist ein Prozeß. Bereits 1900 sprach K. PEARSON in seinem Buch "The Grammar of Science" von vier Entwicklungsstufen. Zuerst kamen genaue und verifizierte Beobachtungen; die nächste Stufe bestand in der Einteilung der Beobachtungen in Gruppen mit gemeinsamen Merkmalen (dies nannte er einen "catalogue raisonné"); dieser Stufe folgte die Formulierung der Verallgemeinerungen, die die Kategorien miteinander in Beziehung setzten; und schließlich die Verifizierung der Hypothesen durch Beobachtungen.

An dieser Vorstellung hat sich seither noch nicht viel geändert. Für R. QUENEAU z. B. gibt es drei Stufen der Mathematisierung: (1) die experimentelle Stufe: Wenn man mißt; (2) die analytische Stufe: Wenn man rechnet; und (3) die axiomatische Stufe: Wenn man logisch ableitet. Diese Stufen sind nicht wirklich chronologisch: Die experimentelle Stufe endet praktisch nie, und die axiomatische Stufe besteht bereits. So gesehen ist die exakte Naturwissenschaft ein iterativer Prozeß, der zwischen Abstraktion und Experiment hin und her pendelt. Wenn die Erstellung von Modellen für die axiomatische Stufe charakteristisch ist, dann wird dieser Pendelvorgang leicht deutlich. Ein Modell sollte nicht nur mit den Daten, für die es erstellt wurde, verträglich sein, sondern schließlich auch mit Daten aus solchen Experimenten, die von den anfänglichen abweichen, möglicherweise nach einigen mathematischen Operationen. Man sagt dann häufig, daß sich das Modell zur Theorie entwickelt (van der VAART, 1962). Der Begriff "Verträglichkeit" muß vorsichtig benutzt werden. Es ist schwer zu definieren, wann ein Modell mit Daten verträglich ist. Sind die Daten wirklich genau? Selbst ein Modell zu "verifizieren" ist schwierig, weil sich häufig die Parameter von den anfänglichen unterscheiden. Man braucht dringend neue, noch komplexere Erfahrungen. Man kann z. B. stochastische Modelle erstellen, um die Entstehung irgendeiner Krankheit zu beschreiben (s. TAUTU 1973), aber der enorme, für die Beschaffung klinisch verifizierter Daten erforderliche Aufwand ist abschreckend. Ist das umgekehrte Verfahren möglich: Kann man die Experimente durch ein intern konsistentes Modell verifizieren? Wenn das mathematische Modell mit den bereits gewonnenen Daten verifiziert ist, so kommen wir zu keinen neuen Erkenntnissen.

Hiernach läge der Gedanke nahe, daß diejenige mathematische Methode, die als erste in der Biologie und Medizin Eingang findet, die statistische Methode sei. Die statistische Analyse unserer Messungen heißt demnach Biometrie, Morphometrie, Pharmakometrie, usw.⁶⁾ Es ist einfach, die statistische Methode als Methode zu interpretieren, die genau auf die Erfordernisse der experimentellen Methode zugeschnitten ist. In den Prinzipien von J. S. MILL - speziell im Prinzip der "concomitant variations" (Buch III der Induktion) - findet man den philosophischen Begriff, welcher der Idee der Variation und Korrelation entspricht (MIHOC und TAUTU, 1967). Diese Übereinstimmung zwischen beiden Methoden, der experimentellen und statistischen, erklärt vielleicht die Schwierigkeiten, die die "klassische" Statistik bei der Analyse nicht-experimenteller Situationen hat (z. B. bei der Epidemiologie chronischer Krankheiten). Ich teile die Auffassung nicht ganz, daß die Statistik deshalb ein Zweig der Mathematik sei, da sie Daten verarbeitet und aufgrund der dabei gewonnenen Resultate Entscheidungen trifft (KAC und ULAM, 1968). Der Gedanke liegt demnach nahe, daß die Statistik ein allgemeines Instrument der wissenschaftlichen Methodologie ist. M. G. KENDALL (1968) hat die Statistik als grundlegende Methode der experimentellen Wissenschaft dargestellt ("the statistics in its broadest sense is the matrix of all experimental science and is consequently a branch of scientific method, if not Scientific Method itself"). Wenn man trotzdem zu dem Schluß kommt, daß die Statistik nicht mit der experimentellen Methode identisch ist, so haben G. MIHOC und P. TAUTU (1971) die Statistik die Mathematik einer *in statu nascendi* befindlichen exakten Wissenschaft genannt und haben die begriffliche Bedeutung der Statistik folgendermaßen hervorgehoben: Eine neu entstehende Wissenschaft läßt Wahrscheinliches, Glaubwürdiges und Mögliches zu. Ferner hat die gegenwärtige Statistik, vor allem die (für die Medizin unerläßliche) mehrdimensionale, einen erheblichen Anteil an Mathematik in sich aufgenommen.

Der Gedanke ist durchaus berechtigt, daß die einfache, mechanische Benutzung statistischer Formeln in keiner Form eine Mathematisierung darstellt. Es wurde enorm viel Zeit verschwendet mit statistischen Analysen einiger Experimente wie etwa "ein Drittel der Mäuse reagierte auf eine Behandlung, ein Drittel reagierte nicht und das letzte Drittel wurde von einer Katze gefressen"⁷⁾. Ähnliches läßt sich über die unter fragwürdigen Voraussetzungen durchgeführte Kurvenanpassung sagen, wo in vielen Fällen bereits die graphische Darstellung der Daten genügt. In dem Vortrag von M. S. BARTLETT (1967) kommt eine noch stärkere Kritik zum Ausdruck: "Statistical investigations have, however, often to be carried out in rather an empirical manner, for example, in the biological and social sciences, at a stage when comprehensive theories and detailed deductions from them are not yet available".

Letztlich kann man feststellen, daß in Wirklichkeit die beiden ersten Etappen, die experimentelle und die analytische, nur vorbereitende Etappen sind, und daß die wirkliche Mathematisierung in der dritten Etappe, besonders durch die Erstellung von Modellen, realisiert wird. Da diese Arbeit nicht als Liste von Beispielen aus der Medizin gedacht ist, sondern vielmehr ein Essay über einige Probleme der Mathematisierung in der Medizin sein möchte, verweise ich den Leser was die Beispiele anbelangt, auf einige bereits genannte Arbeiten oder auf Bücher, die speziell diesem Thema gewidmet sind. Zur Zeit ist man intensiv mit der Erstellung von Modellen beschäftigt. W. S. YAMAMOTO und E. S. WALTON (1975) haben eine einfache Statistik über

die Zahl der zwischen 1969-1973 in einigen physiologischen Fachzeitschriften veröffentlichten mathematischen Modelle aufgestellt (Tafel 1). Selbst wenn man über die Klassifikation der Modelle diskutieren kann, so besteht doch wohl kein Zweifel an dem wachsenden Interesse für diese Art von Abstraktionen⁸⁾.

Tafel 1

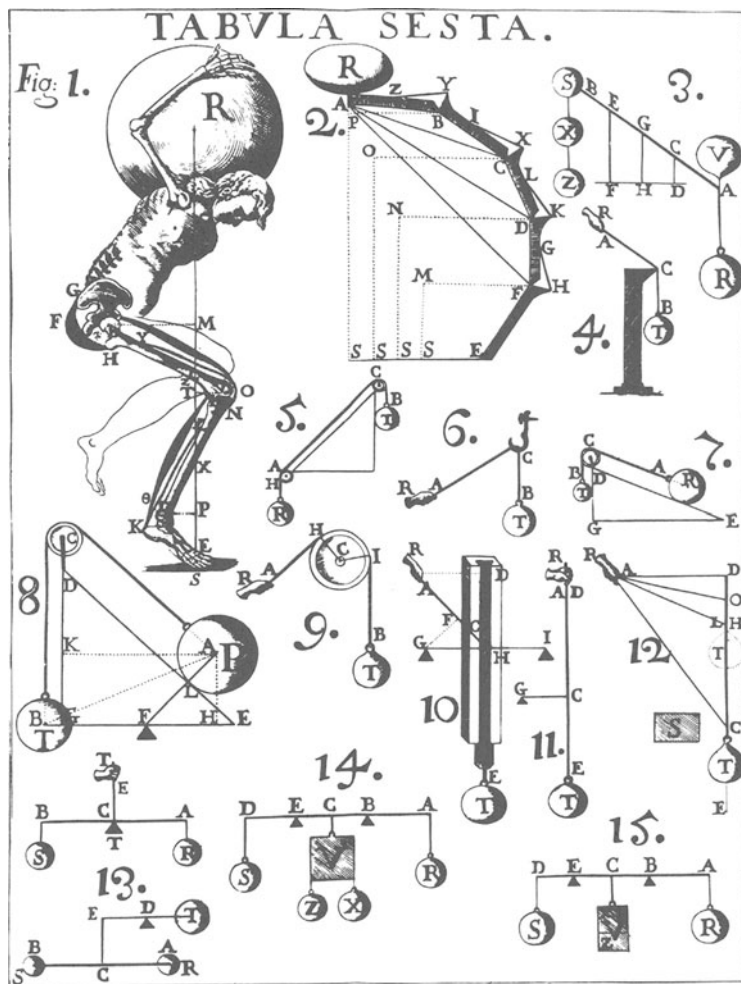
	1969	1970	1971	1972	1973
Mathematische Modelle	6	13	38	58	116
Computer Modelle	4	8	12	18	30
Modelle	8	3	31	136	148

Unterscheidet man zwischen deterministischen und stochastischen Modellen, so bemerkt man ein wachsendes Interesse für die letzteren, was für die Medizin vorauszusehen war. Es ist vielleicht bekannt, daß W. OSLER behauptete, daß "die Medizin eine Wissenschaft der Ungewißheit und eine Kunst der Wahrscheinlichkeit ist". G. W. PICKERING ergänzt diese Aussage in Bezug auf die Kliniker folgendermaßen: "Die Diagnose ist eine Sache der Wahrscheinlichkeit, und wenn wir eine Behandlung beurteilen, müssen wir unsere Beurteilung auf Kenntnisse von Wahrscheinlichkeiten stützen". Bei dem Bemühen um die Mathematisierung der klinischen Medizin hat man dieser Charakterisierung nicht viel Beachtung geschenkt. Ich glaube, daß dies darauf zurückzuführen ist, daß eine wesentliche Teilstufe der Mathematisierung ignoriert wird. Diese Teilstufe nenne ich die logische Klärung zur Präzisierung der Begriffe. Es wurde festgestellt (z. B. SHORTLIFFE und BUCHANAN, 1975), daß die Mediziner anscheinend ein schlecht definiertes Verfahren zur Herbeiführung von Entscheidungen benutzen, weil sie nur wenig formale Kenntnisse über die Wechselwirkungen zwischen allen von ihnen in Betracht gezogenen Variablen besitzen. Im Januar 1971 haben G. MIHOC und ich hervorgehoben, daß die Schlußweise in der Medizin eine Besonderheit aufweist, deren Typ "stochastisch" ist und die Form besitzt "Alle X, die S sind, sind auch P - ausgenommen endlich viele X, die S und nicht P sein können". Es wurde bereits ein anderer "universeller stochastischer Typ" von folgender Form vorgeschlagen: "Für die meisten X, die S sind und für einen Mittelwert des Charakteristikums \underline{P} besteht eine Relation R zwischen X und \underline{P} ". Diese Phase wird man nur dadurch überwinden, daß man die Logik unexakter Begriffe (GOGUEN, 1968/69) sowie das "fuzzy thinking" (ZADEH, 1965) in der Medizin studiert; anderfalls wird die Mathematisierung dieses "unexakten" Faches keine Fortschritte machen.

Auf welche Weise wird nun die Mathematik in die Medizin eindringen? Im allgemeinen wird dies durch (mehr oder weniger) mathematische Disziplinen geschehen, die zur Medizin benachbart sind, Da die Mathematik die Lingua Franca der Physik gewesen ist, denkt man in erster Linie an die Physik:

Biophysik und medizinische Physik. Zu DESCARTES' Zeiten wurde der Organismus als ein Uhrwerk aufgefaßt, weil es zu dieser Zeit möglich war, komplexe Automaten zu konstruieren, die einige der Eigenschaften aufwiesen, die man als charakteristisch für das Leben hielt. Vielleicht findet man das erste Modell in dem Buch "De Motu Animalium" (1680) von G. A. BORELLI, in welchem die menschliche Fortbewegung durch Betätigung der quergestreiften Muskeln mit Hilfe allgemeiner Hebelsysteme analysiert wird. (Abb. 4). In dieser Abhandlung, die etwa 10 Jahre vor NEWTONs "Principia" erschien, werden Probleme der Mechanik streng geometrisch formuliert.

Abbildung 4:



Tafel aus BORELLI's Buch "De Motu Animalium" (aus "Theoretical and Mathematical Biology", p.27, Blaisdell, 1965)

In späteren Analogien dieses allgemeinen Typs wurde die Lunge mit einem Gebläse, das Herz mit einer Pumpe (wie dies L. EULER bereits 1782 tat), eine Nervenzelle mit einer Batterie und ein Sauerstoff verbrennender Organismus mit Feuer, chemischen Fabriken oder Maschinen verglichen. Die zuletzt erwähnte Analogie stammt aus dem 19. Jahrhundert. In der heutigen Zeit führen uns die Computer und Kommunikationssysteme dazu, den Organismus primär als informationsverarbeitendes System zu behandeln.

Heute ist die Medizin eng zu anderen exakten Wissenschaften benachbart, und es gibt außerdem eine spontane mathematische Aktivität, so daß nicht nur eine Quelle der Mathematisierung existiert. Die Modelle in der Epidemiologie, in der Genetik, in der Embryologie haben offensichtlich überhaupt keinen äußeren Ursprung. Bedingt durch die enorme Verfeinerung seiner experimentellen Methoden und die wachsende Komplexität seines Arbeitsgebietes, hat sich der Physiker die mathematische Formulierung als entscheidendes Hilfsmittel zu eigen gemacht.

4. Mathematische Biologie und medizinische Aspekte

Jetzt kann man die mathematische Biologie folgendermaßen definieren: Sie ist diejenige Disziplin, die die mathematischen Formulierungen biologischer Phänomene untersucht, insbesondere Struktur und Gesetzmäßigkeiten dieser Phänomene und Prozesse. Benutzt man die "worker's definition" von R. PYKE für angewandte Wahrscheinlichkeit⁹⁾, so läuft diese Definition darauf hinaus, daß die mathematische Biologie denjenigen Teil des Gesamtwissens der Menschen (Biologen und Mathematiker) darstellt, der sowohl deduktive als auch induktive Schlußweisen benutzt, um Phänomene des Lebens zu beschreiben oder zu erklären. Die mathematische Biologie macht dann spezifische Annahmen über die Mechanismen biologischer Phänomene und Prozesse, formuliert diese Annahmen mit Hilfe mathematischer Begriffe, leitet aus diesen Annahmen quantitative mathematische Resultate ab und vergleicht - wenn möglich - die gewonnenen Schlußfolgerungen mit Daten, die durch Experimente und Beobachtungen erhalten wurden. Man unterscheidet drei Hauptaktivitäten: (1) Erstellung von mathematischen Modellen (auf hohem mathematischen Niveau) für wesentliche reale biologische Phänomene, (2) Analyse und Berechnung solcher Modelle zur Auffindung von Lösungen und (3) Entwicklung dieser Abstraktionen, die in der "reinen" Mathematik oder beim Erstellen von Modellen für andere verwandte Phänomene von Interesse sein können (siehe CINLAR, 1975; SYSKI, 1975).

Die Bezeichnung "mathematische Medizin" wurde eingeführt (BARTHOLOMAY, 1973), um das gesamte Spektrum dieser relativ neuen Disziplinen auszudrücken, die bei der Untersuchung und Lösung medizinischer und biomedizinischer Probleme mathematische und statistische Schlußweisen, Theorien und Methoden ebenso anwenden, wie Methoden und gewisse technologische und mathematische Aspekte der physikalischen, technischen und Computerwissenschaften. Man sieht, daß es sich hier eher um eine Aufzählung als um eine Definition handelt und wird Zweifel hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit hegen. Ich persönlich ziehe es vor, ebenso wie N. RASHEVSKY (1964) über medizinische Aspekte der mathematischen Biologie¹⁰⁾ zu sprechen, die, so N. RASHEVSKY (1964), nicht mit den Anwendungen der Mathematik in der Medizin verwechselt werden dürfen, da eine Anwendung einen direkten, praktischen Gebrauch mit guten Ergebnissen und sicheren Methoden impliziert.

Anmerkungen:

- 1) Erst im Januar 1975 wurde in New York ein Symposium veranstaltet: "Contributions of mathematical models to biological discovery" (American Association for the Advancement of Science).
- 2) Ein Jahr später schrieb G. C. NOONEY (1966) sehr ähnlich darüber, und zwar sinngemäß folgendermaßen: Eine nüchterne Untersuchung der Situation zeigt deutlich, daß mit wenigen Ausnahmen nur ein geringer und elementarer Teil der Mathematik zur Lösung von biologischen Problemen herangezogen wurde, und selbst wenn man sie zu Hilfe nahm, wurde sie häufig unlogisch und falsch angewandt. Die Situation hat sich während der letzten 10 Jahre jedoch etwas geändert, hauptsächlich in Spalte 13 (Benutzung von Rechenanlagen).
- 3) Für die Computersimulation wurde der Terminus "in numero approach" eingeführt (SHEA und BARTHOLOMAY, 1965): Er hebt hervor, daß, analog zu den in vitro und in vivo Experimenten, numerisches Experimentieren den medizinischen Basiswissenschaften eine neue experimentelle Dimension schafft (BARTHOLOMAY, 1968, 1973).
- 4) R. BELLMAN steht auf dem gleichen Standpunkt: "without the constant spur of scientific necessity, mathematics becomes baroque, sterile, and, even worse, boring" (1968). Seine folgende Behauptung wirkt jedoch leicht überspitzt: "Thanks to the influence of the BOURBAKI school, there is almost as much chance of finding ingenious solutions of mathematical problems in papers of engineers and physicists as in mathematical papers" (1962).
- 5) Der Leser möge mir verzeihen, wenn ich erwähne, daß den genetischen Algebren zum erstmalig ein ganzes Kapitel in einem Buch über deterministische Modelle in Medizin und Biologie gewidmet war (POSTELNICU und TAUTU, 1971).
- 6) Man könnte fortfahren: "und ähnliche Metrien" (etceterametrics: KENDALL, 1968)
- 7) J. CORNFIELD (1975) erwähnt ebenfalls diese Art von Experimenten. Für ihn erfordert die Anwendung Verstehen, und das Bemühen um Verstehen führt häufig zur Forschung und läßt sich von letzterer nicht unterscheiden.
- 8) Die zitierten Autoren äußern aus guten Gründen Bedenken über das starke Anwachsen der Anzahl der mathematischen Modelle. Die Mode, Modelle zu erstellen und aus jeder einfachen Gleichung ein Modell zu konstruieren, ist klar erkennbar. Wenn diese Mode vorüber ist, wird man gute und solide Arbeit in der mathematischen Biologie leisten.
- 9) Das Wort "angewandt" ("applied") ist leider unglücklich gewählt, da es in verschiedenen Bedeutungen gebraucht wird. Deshalb wurde kürzlich vorgeschlagen (NEY, 1975), dieses Wort u. a. durch "anwendbar" ("applicable") oder "motiviert" ("motivated") zu ersetzen. Zur Zeit BACONs begnügte man sich mit dem Wort "mixed": Mathematische Aspekte, kombiniert mit Prinzipien, die aus speziellen Beobachtungen gewonnen worden waren.
- 10) Manchmal wird der Begriff "Biomathematik" lediglich als Synonym für "statistische Anwendungen" gebraucht; dies ist jedoch eine unzulässige Vereinfachung und entstellt den Sinn des Wortes "Biomathematik".

Arne Raeithel:

Pädagogik

und

Mathematik

1. Kurze Charakteristik der Pädagogik
 - 1.1 Entwicklungsstufe der Pädagogik
 - 1.2 Grundwissenschaften der Pädagogik
 - 1.3 Besonderheit der Pädagogik

2. Stand der Mathematisierung der Pädagogik
 - 2.1 "Operative" Mathematikverwendung in der Pädagogik
 - 2.2 Andere Verwendungsarten der Mathematik
 - 2.3 Zur Rolle von Modellen in der (pädagogischen) Theoriebildung

3. Erfahrungsmodelle der Lehrer - Modellobjekte der Wissenschaftler:
Zwei Beispiele
 - 3.1 Das Oberziel "mathematische Strenge" und die extensionale Modellierung von Mikroprozessen: Die Stanforder Gruppe (ATKINSON, ESTES, SUPPES)
 - 3.2 Das Oberziel "praktische Herstellbarkeit" und die intensionale Modellierung von Lernprozessen:
Die britischen Ingenieure GAINES und PASK

1. Kurze Charakteristik der Pädagogik

Die Pädagogik ist eine "soziale Handlungswissenschaft", die die Organisation, Anleitung und Kontrolle von zielorientierten menschlichen Lernprozessen zum Gegenstand hat. Ihre theoretische Basis ist nicht einheitlich, sondern besteht aus divergenten Teiltheorien und ist daher unsicher. Charakteristisch ist eine scharfe Kluft zwischen den theoretischen Ansätzen und Praxisanleitungen, die an den Hochschulen und Teilen der Fortbildungsinstitute vertreten werden, und den praktischen Regeln, nach denen Pädagogen (vor allem Lehrer) tatsächlich handeln. Diese tradierten Regeln werden zumeist außerhalb der Hochschulen durch erfahrene ältere Pädagogen vermittelt, z. T. auch durch institutionellen Druck erzwungen.

Die Definition des Pädagogen als "Verhaltensingenieur", die in neueren angloamerikanischen Ansätzen auftaucht, bezeichnet - verglichen mit der Ausbildung der Ingenieure¹) - für die Pädagogik ein bisher noch nicht erreichtes Ausbildungsziel, das unter folgenden drei Fragestellungen diskutiert werden soll:

1. Mit welcher historischen Entwicklungsstufe der Ingenieurwissenschaft ist der heutige Stand der Pädagogik vergleichbar?
2. Was sind die "Grundwissenschaften" der Pädagogik im Unterschied zu denen der Ingenieurwissenschaft (Physik, Chemie, Kybernetik, Mathematik), und in welchem Entwicklungsstadium befinden sich diese?
3. Selbstverständlich würde eine Gleichsetzung des Gegenstandsbereichs von Ingenieurwissenschaft und Pädagogik einen reduktionistischen Ansatz bedeuten. Es ist also wichtig, die spezifischen qualitativen Unterschiede der Gegenstandsbereiche (Bauten, Maschinen, Produktionsprozesse gegenüber Kindern und Erwachsenen) zu diskutieren; gerade auch, um die typischen theoretischen und praktischen Schwierigkeiten der Pädagogik verständlich zu machen.

1.1 Entwicklungsstufe der Pädagogik

Die Ingenieurwissenschaft hat ihren historischen Ursprung in den Handwerkszünften des Mittelalters; die damaligen Handwerker verfügten über keine wissenschaftlichen Grundlagen im heutigen Sinn, sondern handelten aufgrund "geordneter Erfahrung" und tradierten Regeln (s. a. BERNAL 1961, 216 ff). Die zunächst vom Handwerk weitgehend unabhängige Entwicklung der Naturwissenschaften erbrachte noch keine Ergebnisse, die für praktische Zwecke unmittelbar relevant wurden. Erst mit Beginn der industriellen Revolution wurde die Verbindung enger, die Naturwissenschaften wurden allmählich zur bestimmenden Grundlage der sich entwickelnden Ingenieurwissenschaften. Der Anteil an tradierten Regeln im Methodeninventar verringerte sich deutlich gegenüber den heute vorherrschenden Konkretisierungen wissenschaftlicher Allgemeinaussagen.

Der französische Philosoph Lucien SÈVE hat kürzlich (1972, passim) das Ergebnis eines solchen Entwicklungsprozesses als Juxtastruktur bezeichnet: Die Ingenieurwissenschaften sind eine abhängige Nachbarstruktur der Naturwissenschaften; sie haben zwar einen historisch anderen, unabhängigen Ursprung, sind jedoch gegenwärtig insofern abhängig von den

übergeordneten Naturwissenschaften, als die naturwissenschaftlichen Aussagen zwingend beachtet werden müssen, soweit sie veridikale Abbildungen der natürlichen und technischen Prozesse darstellen. Diese Unterordnung geschah in dem Maß, wie die Ergebnisse der Naturwissenschaften relevant und notwendig wurden für die Entwicklung der industriellen Produktionsprozesse. Gleichzeitig ist charakteristisch, daß der Vorlauf der naturwissenschaftlichen Theorie vor ihrer Anwendung in der Praxis größer geworden ist: Die theoretischen Probleme ergeben sich nicht mehr in dem Maße aus Problemen der Produktion, sondern zunehmend aus der Theorie selbst (besonders deutlich bei der Physik).

Ein entsprechender Prozeß, der die Pädagogik in Juxtastruktur zu den Human- und Sozialwissenschaften bringen wird, ist nach meiner Meinung bisher nicht abgeschlossen: Die Pädagogik ist also am ehesten vergleichbar mit der Vorstufe der Ingenieurwissenschaft vor der industriellen Revolution. Das bedeutet gleichzeitig, daß die Grundwissenschaften der Pädagogik gegenwärtig noch nicht den Entwicklungsstand der Naturwissenschaften erreicht haben können - sonst müßte ihr bestimmender Einfluß auf die Pädagogik größer sein, als er tatsächlich ist.

1.2 Grundwissenschaften der Pädagogik

Bei der Bestimmung der Wissenschaften, die für die Pädagogik bestimmend sind - oder werden könnten - ergibt sich eine spezifische Schwierigkeit: Bis zum Ende des 19. Jahrhunderts waren Versuche sehr häufig, die theoretische Pädagogik entweder ganz in die Philosophie einzuordnen, oder sie zumindest (als eigenständige Wissenschaft) der Philosophie logisch nachzuordnen (vor allem durch DILTHEY). Dies hängt mit dem hohen Gewicht der normativen, zielsetzenden Komponente der Pädagogik zusammen (s. unten). Seitdem aber die Philosophie ihre eigene normative Funktion auf dem Gebiet der Zielsetzung für praktisches menschliches Handeln fast vollständig verloren hat²⁾ bzw. sich auf Aufstellung von Normen für wissenschaftliches Handeln oder gar nur Sprechen (z. B. der frühe CARNAP und andere logische Positivisten) zurückgezogen hat, wurden gegenteilige Versuche häufiger, die Pädagogik ganz von der Philosophie abzutrennen und sie den Gesellschaftswissenschaften einzuordnen.

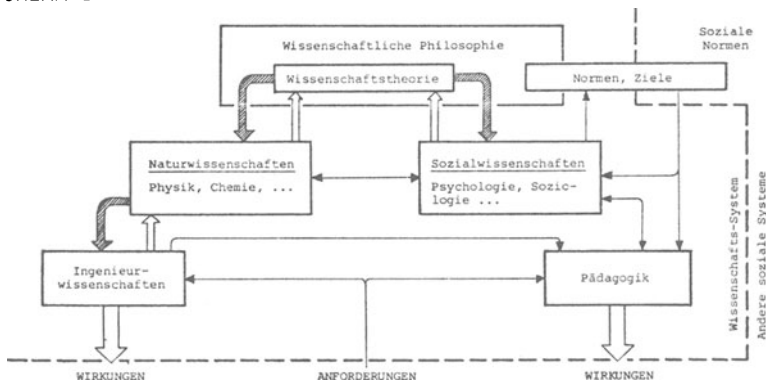
Gegenwärtig ist der Einfluß der Philosophie auf die Pädagogik in den westlichen Industriestaaten sehr unterschiedlich³⁾: Im praktischen Bereich sind viele Pädagogen noch stark durch die Leitbilder der geisteswissenschaftlichen Philosophie und Pädagogik (DILTHEY, SPRANGER, NOHL u. a.) beeinflusst. Die wissenschaftliche Pädagogik wird dagegen zunehmend - vor allem soweit sie sich empirisch versteht - nur noch vermittelt durch die Philosophie beeinflusst, d. h. vor allem wissenschaftstheoretisch über die Grundlagewissenschaften Psychologie und Soziologie.

Die beiden genannten Grundlagenwissenschaften sind nun ihrerseits noch nicht auf dem Entwicklungsstand der Naturwissenschaften. Dies zeigt sich vor allem darin, daß theoretische Arbeit und Anwendung in der Praxis noch nicht das entwickelte Verhältnis haben, das oben für die Naturwissenschaften beschrieben wurde: Der theoretische Vorlauf ist äußerst gering, typisch ist vielmehr, daß für die Lösung aus der Praxis kommender Fragestellungen ad-hoc-Theorien konstruiert werden, die nur mittlere Reichweite aufweisen, und von denen es eine enorme Fülle gibt.

Als Reaktion auf diese Situation ist auch die Aussage von STAPF zu verstehen, daß der Psychologie noch "Jahrzehnte in der Grundlagenforschung" fehlen, bis sie "brauchbare psychologische Technologien entwickeln, die sozietären Fragen beantworten bzw. sozietäre Probleme lösen helfen" kann (Materialien des USP III, 15). STAPF sprach sich entschieden dafür aus, daß die psychologische Grundlagenforschung an den Universitäten in weit höherem Maß zu sichern ist als bisher. Ich würde diese Forderung prinzipiell unterstützen: In der Tat sind gründliche theoretische Arbeiten nötig - und bereits möglich. Dieser Zusatz bezeichnet aber gleichzeitig eine Differenz zur Meinung von STAPF, "daß die Psychologie heute noch in erster Linie eine Grundlagenwissenschaft ist" (aaO, 15, Hervorhebung A. R.).

Wie bereits angedeutet, führt die Entwicklung der Wissenschaften nicht linear von der Grundlagenwissenschaft zur angewandten Wissenschaft, sondern historisch gehen zunächst die Impulse von der gesellschaftlichen Praxis aus, werden Theorien aufgrund von Problemen konstruiert, die aus der praktischen Tätigkeit stammen. Erst nachdem ein bestimmter Entwicklungsstand der praktischen Methodik erreicht ist (d. h. der gesellschaftlichen Anwendung naturwüchsiger Erkenntnis) - und damit einhergehende auch der theoretischen Abbildung des Gegenstandsbereichs -, kann der Umschlag eintreten: Die theoretische Entwicklung wird nunmehr durch theoretische Probleme vorangetrieben, die Theorie erhält einen zunehmend größeren Vorlauf vor der Praxis, kann diese darum jetzt erst anleiten und führen⁴). Mit anderen Worten, ich meine, daß die Psychologie heute noch nicht in erster Linie eine Grundlagenwissenschaft ist, sondern daß sie gegenwärtig außer der gewiß notwendigen und wichtigen Arbeit der Modell- und Theoriekonstruktion die Hauptaufgabe hat, die tatsächlich bereits gesellschaftlich angeeigneten Kenntnisse über ihren Gegenstandsbereich, die bereits vorhandenen Methoden und Regeln "praktisch-psychologischer" Tätigkeit zu sammeln, zu analysieren, auf ihren rationalen Kern zu untersuchen und letztlich theoretisch zu verallgemeinern. Diese Forderung sollte nicht so verstanden werden, als werde hier einem rein induktiven Vorgehen das Wort geredet, sondern hypothetisch-deduktives Vorgehen und induktive Verallgemeinerung sollten in der wissenschaftlich-psychologischen Tätigkeit eine Einheit bilden⁵).

SCHEMA 1



Das Schema 1 stellt den in diesem Abschnitt beschriebenen Zusammenhang von Philosophie, Grundlagenwissenschaften und Anwendungswissenschaften zusammenfassend dar. Dabei sind entwickelte juxtastrukturelle Verhältnisse durch flächige Pfeile dargestellt (der bestimmende Einfluß ist schraffiert), noch unentwickelte Beziehungen als Strichpfeile.

Demnach kann man das Verhältnis der Pädagogik zu anderen Wissenschaften wie folgt darstellen: Die Pädagogik besteht noch weitgehend aus einer Ansammlung von Regeln und Erfahrungen, die nur teilweise wissenschaftlich organisiert ist. Zunehmend werden Teilerkenntnisse aus den Human- und Sozialwissenschaften (vor allem aus der Psychologie) verwendet, jedoch überwiegend eklektisch, pragmatisch. Sehr starke Einflüsse gehen von normativen Aussagen aus, entweder gesellschaftlich erzeugten oder solchen einzelner philosophischer Schulen. Schließlich kommen in neuerer Zeit mit der Entwicklung des operations research und der Systemtheorien auch Übernahmen aus den Ingenieurwissenschaften vor (Regelungstheorie, Netzplantechnik etc.).

Wie die Ingenieurwissenschaften hat die Pädagogik gesellschaftliche (politische, wirtschaftliche, soziale, ökologische ...) Aufgaben zu erfüllen, auf deren Definition die Pädagogen zwar in weit größerem Maß Einfluß zu nehmen suchen als die Ingenieure, deren Zwängen jedoch beide Anwendungswissenschaften in höherem Maße ausgesetzt sind, als die Grundlagenwissenschaften. Häufig bewirkt dieser Zusammenhang ein Zurückstellen wissenschaftlichen Erkenntnisinteresses zugunsten praktisch-technischer Lösungsversuche. Durch die Ergebnisse der praktischen pädagogischen Tätigkeit ist eine Rückwirkung in die Gesellschaft möglich.

1.3 Besonderheit der Pädagogik

Als angewandte Sozialwissenschaft hat die Pädagogik die typische Schwierigkeit aller Human- und Sozialwissenschaften: Theorien über den Gegenstandsbereich beschreiben mindestens implizit auch den Theoretiker bzw. Anwender und seine soziale Umgebung. Daher müssen sozialwissenschaftliche Theorien, wenn sie angewandt werden sollen, letztlich auch Theorie der Anwendung selbst sein.

Ich will dies kurz an einem Beispiel erläutern: Angenommen, eine Theorie des Unterrichtsprozesses sei entwickelt worden, die nunmehr in Algorithmen, Methoden oder Regeln zur praktischen Gestaltung von Unterricht umgesetzt werden soll. Die typische Schwierigkeit besteht darin, daß zur Umsetzung die Theorie selbst vermittelt, also unterrichtet werden muß: Die Lehrer müssen ausgebildet werden, und dazu könnte bereits die genannte Theorie verwendet werden. Das bedeutet aber, daß eine Theorie vor ihrer eigentlichen Anwendung (d.h. auch Konkretisierung) bereits angewandt werden muß, was unmöglich ist, wenn nicht schon vor der Entwicklung der Theorie Regeln, Methoden etc. bestanden haben, deren Verallgemeinerung sie darstellt.

Dieser Sachverhalt wird häufig als Reflexivität der sozial- und humanwissenschaftlichen Erkenntnis bezeichnet. Er hat einerseits Ähnlichkeit mit dem Begriff der Rekursivität, wobei die jeweils folgenden Rekursionen eine höhere Konkretisierung, Detaillierung als die vorausgegangenen aufweisen, wenn die Theorie bereits eine adäquate, allgemeine Abbildung des Gegenstandsbereichs ist. Andererseits ist die Reflexivität ähnlich dem Begriff der Regelung als auf sich selbst zurückwirkende Steuerung.

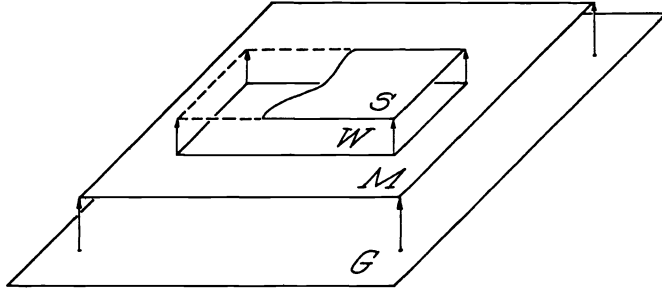
Typisch für die gegenwärtig in der Pädagogik versuchsweise angewandten human- und sozialwissenschaftlichen Theorien ist nun, daß sie verglichen mit den zu ihrer Vermittlung benutzten Methoden - erheblich ärmer, d. h. daß sie reduktiv sind. Zum Beispiel erklären behavioristische Lerntheorien Verhaltensänderungen (also Lernen) vor allem durch Verstärkung von mit Reizkonfigurationen verbundenen Reaktionen. Folgerichtig wurde eine Technik entwickelt (der verhaltenstherapeutische Förderunterricht), mit der versucht wird, durch einen "Verstärkungsplan" erwünschtes Verhalten beim betreffenden Kind zu erzeugen. Die Vermittlung dieser Theorie und der daraus entwickelten Technik erfolgt aber keineswegs immer nach eben diesem Modell, sondern meist durch die tradierten Methoden Lehrbuchstudium, Seminare, Übungen etc. - bei denen geplante Verstärkungen durchaus die Ausnahme darstellen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die behavioristische Lerntheorie zwar eine Methode des Lehrens angeben kann, aber nicht gleichzeitig auch eine Theorie des Lehrens (d. h. des Lehrerverhaltens) ist.

Die Reduktivität von vorhandenen sozialwissenschaftlichen Theorien gegenüber dem Reichtum der praktisch verwendeten pädagogischen Regeln und Methoden ist nur ein anderer Ausdruck für die bereits oben behauptete Unentwickeltheit der Grundlagenwissenschaften der Pädagogik und gilt eigentlich generell - nicht nur für behavioristische Theorien. Dennoch scheint sich in letzter Zeit eine Änderung anzubahnen mit dem Aufkommen von systemtheoretischen Ansätzen, die das menschliche Verhalten integrativ als aktiven Regulationsprozeß betrachten, d. h. den Begriff der bewußten, gesellschaftlichen Handlung, der Tätigkeit als zentral ansehen. Mit diesem Begriff kann das Problem der Reflexivität prinzipiell besser gelöst werden: Sowohl beschreibt eine Handlungstheorie die Tätigkeit von Menschen allgemein, als auch die Anwendung ihrer selbst, da Anwendung stets menschliches Handeln impliziert.

In diesem Sinn kann eine Anwendungswissenschaft als Verbindung von Theorie mit menschlicher Tätigkeit definiert werden, oder anders gesehen als Verwissenschaftlichung der gesellschaftlichen Praxis. Eine Anwendungswissenschaft entwickelt eine Technologie, die ich wie folgt allgemein beschreiben möchte (s. a. Schema 2):

1. Die Technologie enthält ein "Modell" M, ein Abbild des Gegenstandsbereichs G (über dem die Technologie entwickelt wird);
2. in M wird ein "Wegesystem" W entwickelt, das die möglichen Tätigkeiten mit den Gegenständen aus G abbildet, und das die Integration aller in M für G bekannten Algorithmen, Methoden und Regeln darstellt;
3. sozusagen "über" W ist ein "Spannungssystem" S vorhanden, das - ähnlich wie die Nutzenoberfläche eines Entscheidungsmodells oder der EINSTEINsche gekrümmte Raum - den einzelnen Pfaden in W je nach aktueller Lage in G bzw. nach dem Ziel der aktuellen Tätigkeit eine unterschiedliche "Anziehung" gibt⁶).

SCHEMA 2



Wenn wir nun vergleichen, wie entwickelt M, W und S in den Ingenieurwissenschaften einerseits und andererseits in der Pädagogik sind, so läßt sich gegenüber dem ersten Abschnitt folgendes präzisieren.

M, die Abbildung des Gegenstandsbereichs, ist in den Ingenieurwissenschaften bereits integriert, hochentwickelt und dynamisch; in der Pädagogik dagegen noch uneinheitlich, oft statisch und einfach: Es existieren z. B. verbale Beschreibungen, die die konkreten Erfahrungen mit G (hier: Lehr- und Lernprozesse) in meist mehrdeutiger und begrifflich uneinheitlicher Form systematisieren; aber auch eine Anzahl abstrakter Modelle, die bereits formalisierbar oder mathematisierbar sind, für die Anleitung der pädagogischen Tätigkeit aber zu allgemeine oder zu spezielle Konzepte ergeben.

Am inhaltsreichsten ist noch - verglichen mit den Ingenieurwissenschaften - das "Wegesystem" W: Hier sind die jahrhundertealten pädagogischen Erfahrungen und Regeln in den letzten 50 Jahren zum großen Teil systematisiert und zum kleineren Teil empirisch geprüft, in Methoden transformiert worden. Eine weitere, schnelle Integration zu einer allgemeinen, einheitlichen Methodik oder gar "Algorithmik" der Pädagogik ist aber aus zweierlei Gründen nicht zu erwarten:

1. Einmal beziehen sich selbstverständlich die einzelnen Methoden $W_1 \dots W_n$ aus W stets auf bestimmte Teilmodelle $M_1 \dots M_n$ aus M, was bedeutet, daß W eine nur wenig höhere Ordnung haben kann, als sie M aufweist⁷⁾. Anders ausgedrückt: Ohne einheitliche Theorie des Lehr- und Lernprozesses keine einheitlichen Lehr- und Lernmethoden.

Weiter ist die Methodik davon abhängig, wie M G abbildet. So ist etwa die Rohrstockmethode des 19. Jahrhunderts zweifellos im Zusammenhang damit zu sehen, wie der Lernprozeß aufgefaßt wurde: Nämlich als vom Lehrer allein gesteuerter Dressurakt von Noch-nicht-Menschen (drastisch ausgedrückt).

2. Zum anderen ist die Wissenschaft von Regeln, Methoden und Algorithmen, von komplexen Regulationsprozessen - Kybernetik, Teile der Mathematik gehören dazu - noch nicht alt genug, um bereits eine konkret-allgemeine Theorie der Methodik vorlegen zu können. Auch hier muß erst die methodisierende, algorithmisierende, regulative Tätigkeit die Erfahrungsgrundlage für Verallgemeinerung, Abstraktion, Systembildung usw. herstellen.

Wenn nun noch das "Spannungssystem" S verglichen werden soll, so zeigen sich die wichtigsten Unterschiede nicht so sehr in der formalen Behandlung des Problems "Welche Klasse möglicher Wege ist auszuwählen?", sondern in der inhaltlichen Frage "Welcher Weg ist am nützlichsten?".

Die entscheidende Besonderheit der Pädagogik als angewandte Sozialwissenschaft liegt nämlich darin, daß sie in höchstem Maße gesellschaftlich und politisch relevant ist: Ihre allgemeine Aufgabe ist ja die Reproduktion der gesellschaftlichen Lebens- und Arbeitsfähigkeit in den heranwachsenden Generationen. Diese Aufgabe ist aber nicht einheitlich in einem Zielsystem (in S) formuliert, sondern es gibt eine Vielfalt von gesellschaftlichen Instanzen (neben den individuellen Eltern natürlich), die - oft gegensätzliche - pädagogische Zielvorstellungen haben und diese durchzusetzen suchen. Hier ist nicht der Ort, um auf diese Problematik näher einzugehen; nur soviel sei angemerkt:

1. Eine Trennung der Definition der obersten Ziele des Systems von ihrer Differenzierung in Teilziele in einem Entscheidungssystem läßt sich nicht vollständig durchführen, da sich Widersprüche zwischen Oberzielen ergeben können (und sich auch regelmäßig ergeben). Entweder entscheiden dann die Anwender der pädagogischen Technologie und behaupten dabei einen "Zwang der Faktizität" (der real in G vorliegen, aber auch lediglich dadurch erscheinen kann, daß M und/oder W nicht vollständig die Möglichkeiten in G abbilden). Oder es entscheiden politische Instanzen, dann aber (wegen der Trennung) notwendigerweise ohne genaue Kenntnis der Folgen in der Zieldifferenzierung bzw. des Nutzens/Schadens der festgelegten Oberziele.
2. Man kann sagen, daß es in der Pädagogik bisher zwei Hauptgruppen von Zielen gibt, die in einem nicht ohne weiteres auflösbaren Spannungsverhältnis stehen: Einmal eine Gruppe, die Bildung und Ausbildung vor allem auf die heranwachsenden Individuen bezieht (Stichworte: Persönlichkeitsbildung, Emanzipation, Autonomie); zum anderen solche Ziele, die vor allem die gesellschaftliche Dimension betreffen (Qualifikation, Flexibilität, Kooperationsbereitschaft). Ein Konflikt, der aus dem Widerspruch beider Zielsysteme entsteht, und der weitestgehend zieht, ist die Numerus-Clausus-Prozedur, oder allgemeiner die Chancengleichheitsforderung für Kinder aus allen Schichten der Bevölkerung.

Auf diese Zielsysteme bereits heute entscheidungstheoretische Modelle anzuwenden, bedeutet eigentlich immer eine Reduktion ähnlicher Art wie bei den angewandten Theorien. Andererseits können Simulationsstudien in der Bildungsplanung zur Erkundung möglicher Folgen von Entscheidungen außerordentlich wichtig werden - sofern stets klar bleibt, daß die Ergebnisse immer nur relativ zum verwendeten (reduktiven) Modell "richtig" sind.

3. Die vorläufige, praktische Lösung der Zielproblematik kann meiner Meinung nach nicht in einer "Autonomie der Pädagogik" bestehen, wie sie von der geisteswissenschaftlichen Pädagogik gefordert wurde (wobei selbstverständlich die Pädagogen einen Entscheidungsbereich für eigenverantwortliches Handeln behalten müssen). Dies würde eine Trennung erfordern, die - wie oben ausgeführt - letztlich nicht sinnvoll sein kann. Sondern es ist das System demokratischer Entscheidungs- und Planungsinstanzen so weiterzuentwickeln, daß sowohl politische, wie wie pädagogische und fachwissenschaftliche Fachleute, als auch gesellschaftliche Gruppen einschließlich der Eltern angemessen an der Definition der Oberziele und an deren Differenzierung beteiligt werden.

Im folgenden wird nun zu zeigen sein, welche Rolle bereits heute mathematische Methoden, Modelle oder Theorien in der Pädagogik spielen.

2. Stand der Mathematisierung in der Pädagogik

Rein phänomenal betrachtet, ist die Pädagogik zu einem gewissen, geringen Grad bereits mathematisiert: In einigen einschlägigen Zeitschriften finden sich Artikel, die formalisierte Beschreibungen zugrundelegen; häufiger sind Artikel und Bücher mit Tabellen, Grafiken, Funktionsformeln etc., die Meßergebnisse darstellen. Es ist mir nicht gelungen, Artikel oder Bücher über das Problem der Mathematisierung der Pädagogik selbst zu finden, ausgenommen zwei Veröffentlichungen eines sowjetischen Pädagogen (ITELSON 1967, 1973; vgl. auch die Kritik von NICK LIS 1969).

Stattdessen gibt es eine zunehmende Fülle von Lehrbüchern über Forschungsmethoden in der Pädagogik (vgl. "Klassiker" wie THORNDIKE & HAGEN 1969 und EBEL 1972; allein 1974 sind 4 deutschsprachige erschienen). Dort wird die Mathematisierung nur teilweise und cursorisch problematisiert, die Hauptabsicht der Verfasser besteht meist in der Vorstellung von Meß-, Beobachtungs- und Datenanalysemethoden und deren statistischer Grundlage. Diese Methoden sind zum größten Teil aus der Psychologie und Soziologie übernommen, was sich auch darin ausdrückt, daß die Verfasser selten als Pädagogen ausgebildet sind.

Neben diesen übernommenen Methoden gibt es vor allem im Problembereich "Unterrichtsbeobachtung" in den letzten Jahren verstärkte Anstrengungen von Pädagogen, Abbildungs- und Analysemethoden zu entwickeln, die dem komplexen Gegenstandsbereich einer Schulklasse mit Lehrer und 30 Schülern gerecht werden (vgl. DUNKIN & BIDDLE 1974). Hier stehen jedoch vor allem konzeptuelle und technische Probleme im Vordergrund; bis zu deren Lösung werden die dabei verwendeten mathematischen Verfahren weiterhin relativ einfach bleiben.

Die Mathematisierung der Pädagogik beschränkt sich - mit einer wichtigen Ausnahme (s. u.) - außerdem auf die wissenschaftliche Forschung, und dort auf den Forscherkreis, der sich zur empirischen Erziehungswissenschaft zählt. Dieser Kreis scheint in den letzten Jahren in der Bundesrepublik stark zuzunehmen, und diese Entwicklung wird in der Pädagogik noch stark

diskutiert: Vgl. BREZINKA (1971 a und b), der die Pädagogik säuberlich dreiteilt in Philosophie der Erziehung, (empirisch und historisch arbeitende) Erziehungswissenschaft und Praktische Pädagogik; BOLLNOW (1971) und STRASSER (1972), die BREZINKA kritisieren; MEILE (1972), der wissenschaftstheoretische Voraussetzungen der empirischen Pädagogik prüft, RUMPF (1971), der "Zweifel am Monopol des zweckrationalen Erziehungskonzepts" anmeldet (die ohne Zweifel berechtigt sind).

Ich werde in diesem Artikel nicht darauf eingehen, welche Einwände gegen die Mathematisierung in der Pädagogik vorgebracht werden; im wesentlichen handelt es sich um ähnliche Einwände, wie sie auch von geisteswissenschaftlichen Psychologen und vitalistischen Biologen in ihren Wissenschaften erhoben wurden. Es sei hier nur verwiesen auf BUNGE (1973, 44-66), der die (vitalistischen) Einwände zusammenfaßt und (m. E. schlagend) widerlegt.

2.1 "Operative" Mathematikverwendung in der Pädagogik

Die wichtige Ausnahme, von der oben die Rede war, betrifft die Verwendung mathematischer Methoden bei der Anwendung von Tests in der Forschung und in der pädagogischen Praxis.

Die Art dieser Verwendung möchte ich als "operativ" bezeichnen und zwar in folgendem Sinn: Die Arbeitspsychologie unterscheidet in der Arbeitstätigkeit (als oberstes Ganzes) einzelne Handlungen, die bewußt und zielgerichtet ausgeführt werden. Teile von Handlungen werden dann als Operationen bezeichnet, wenn ihre Resultate nicht bewußt erbracht werden und wenn sie automatisiert, generalisiert und "verkürzt" (optimiert) sind (vgl. HACKER 1973, 67-72). Operationen werden durch entsprechende Handlungspläne gesteuert, die ich "Operatoren" nenne (vgl. STADLER, SEEGER & RAEITHEL, 200-203).

Solche Operatoren können auf zwei verschiedene Weisen entstehen:

1. Eine Handlung, die zunächst bewußt geplant und bei verschiedenen Ausführungen verbessert wurde, wird zusehends automatisiert, generalisiert und verkürzt, und verwandelt sich so in einen "top-down" Operator (Beispiel: Gangschaltungsoperator, der in der Fahrschule zunächst bewußt angeeignet wird, dann aber ohne Bewußtseinsbeteiligung ablaufen kann).
2. Ein Operator wird durch Versuch und Irrtum aufgebaut, indem erfolgreiche Bewegungen oder Operationen verkettet werden. Der so entstehende "bottom-up" Operator ist nicht generalisiert, sondern so spezialisiert, daß er schon bei ähnlichen Aufgaben versagen kann (Beispiel: Bedienungsoperator eines Vierjährigen für ein Tonbandgerät).

Nun können mathematische Methoden zwar nicht "ohne Bewußtseinsbeteiligung" aufgebaut werden, aber man kann durchaus davon sprechen, daß mathematische Methoden operativ, also als Operatoren im obigen Sinn verwendet werden. Ein Beispiel hierfür ist der Operator (im mathematischen Sinn) \bar{A} aus der Programmiersprache APL, der - vor dem Namen einer quadratischen Matrix - die Inverse dieser Matrix liefert. Ein Benutzer des APL-Systems braucht keine Ahnung von dem Kalkül zu haben, das hier verwendet wird, er ist dennoch in der Lage, eine invertierte Matrix z. B. an die richtige Stelle des Ausdrucks zur Berechnung einer Diskriminanzfunktion zu setzen.

In diesem Sinn ist die wohl häufigste Verwendung von Mathematik in der Pädagogik - die Verwendung bei Leistungstests - sicherlich als operativ zu bezeichnen: Das Ergebnis des mathematischen Kalküls ist eine Zahl, deren Zustandekommen den meisten Lehrern sicherlich nicht völlig klar ist, und die erst im Rahmen einer bestimmten Handlung des Lehrers (z. B. der Entscheidung darüber, ob ein Schüler für das Gymnasium geeignet ist) eine Bedeutung erhält. Ähnliches gilt bei vielen Forschungsarbeiten in der Erziehungswissenschaft (und anderen Sozialwissenschaften) für Verfahren wie die parametrischen Signifikanztests oder die Faktorenanalyse: Zumal seit umfangreiche Programmpakete (wie SPSS, OSIRIS, DATATEXT, P-STAT etc.) als Operatoren existieren, können statistische und analytische Daten gewonnen werden, ohne daß der Benutzer den betreffenden Kalkül kennen müßte.

Im Unterschied zu den Operatoren, die ein Mensch in seinem Kopf aufbaut, können diese externalisierten, objektivierten Operatoren ihren Charakter zum schlechteren verändern: Ein Verfahren mag mit den gewissenhaftesten wissenschaftlichen Überlegungen begründet worden sein, mit aller Sorgfalt generalisiert und automatisiert, so daß es ein top-down Operator im obigen Sinn ist. Dennoch muß es vom Benutzer erneut angeeignet werden, der das natürlich auch "bottom-up" machen kann - und dann die Gefahr läuft, die Daten, die ihm das Verfahren liefert, falsch zu interpretieren, bzw. Daten zu erhalten, die er zwar für sinnvoll hält, die aber durch "garbage in - garbage out" entstanden sind.

Ein Beispiel für einen solchen Wandel des Charakters eines Verfahrens, das allerdings ernstere Konsequenzen hat als die bisherigen Beispiele, ist die Einführung "psychometrischer" Tests in die Pädagogik. Diese Tests - deren Grundstruktur auf BINET zurückgeht - sind entwickelt worden, um bestimmte Personen aus einer Population zu selektieren. Diese Funktion zeigt sich klar in der Methodik: Es werden solche Teilaufgaben zusammengestellt, bei denen sich am Produkt, an der Lösung klar zeigen kann, welche der zu selektierenden Personen erwünscht sind; gleichzeitig sollen die Teilaufgaben möglichst gut zwischen verschiedenen Personen trennen, d.h. maximal viele Unterscheidungen gestatten. Diese Selektionsfunktion ist den Testtheoretikern natürlich gut bekannt (vgl. CRONBACH et al. 1972), und sie ist auch historisch nachzuweisen (vgl. KAMIN 1974).

Nach dem Modell der psychometrischen Tests (ursprünglich "Intelligenz"-Tests) wurden in der Folge weitere Meßverfahren entwickelt, durch die Personen bezüglich einer bestimmten Dimension in eine Rangfolge gebracht werden können (diese abstrakte Fassung der Funktion gilt auch für ein Metermaß, nur daß hier bekannt ist, was "Höhe" bedeutet, während sehr viele Psychologen auch heute noch die Definition akzeptieren: "Intelligenz ist, was der entsprechende Test mißt"). Die so entstehenden Rangplatz-Zahlen wurden aber nicht mehr bezüglich einer bestimmten (Selektions) Aufgabenstellung interpretiert, sondern als generelle "Eigenschaften" der gemessenen Personen.

Werden solche Tests in der Pädagogik als Selektionsinstrumente verwendet, so ist das im Sinne der Erfinder. Aber durch das Gerücht, sie könnten "Eigenschaften von Schülern" messen ("Intelligenz", Lernfähigkeit, Schulfähigkeit etc.), verwandeln sie sich unter der Hand in instrumentalisierte Vorurteile, wie das Beispiel der Intelligenztests nur zu deutlich macht.

Diese Bedenken gegen Tests erhöhen sich noch, wenn die Testwerte aus psychometrischen Verfahren zur Voraussage der Entwicklungsmöglichkeiten der Schüler verwandt werden (vgl. LANGEVELD 1973): Die Eigenschaften von Schülern, also von Kindern, die sich noch entwickeln, zeigen sich erstens nur in der Interaktion mit Problemen, und die meisten Tests bieten wahrlich nur eine enge Untermenge von für Schüler relevanten Problemen. Zweitens sind "Eigenschaften" nur als Struktur- oder Prozeßmerkmale von Menschen zu verstehen, die sich in einem Tätigkeitsprodukt (wie dem Kreuz in einem Test) nur sehr vermittelt zeigen.

Für den Pädagogen ist zur Erfüllung seiner erzieherischen Aufgabe das Wissen um den Rangplatz seiner Schüler relativ bedeutungslos. Wichtiger wäre es für ihn, durch Testinstrumente zu erfahren, warum seine Schüler eine Aufgabe lösen oder nicht lösen können, wie er sie unterrichten soll, damit sie es lernen (vgl. PROJEKTGRUPPE 1973).

Die Entwicklung von Verfahren, die diese Fragen beantworten helfen, ist seit etwa 5 bis 10 Jahren im Gang (vgl. CARVER 1974, der "edumetrische" Tests fordert, oder die reiche Literatur zu "kriterienorientierten" Tests, z.B. in BRACHT, HOPKINS & STANLEY 1972). Es steht zu hoffen, daß die operative Mathematikverwendung in Zukunft auf einer qualitativ höheren Stufe stattfindet.

2.2 Andere Verwendungsarten der Mathematik

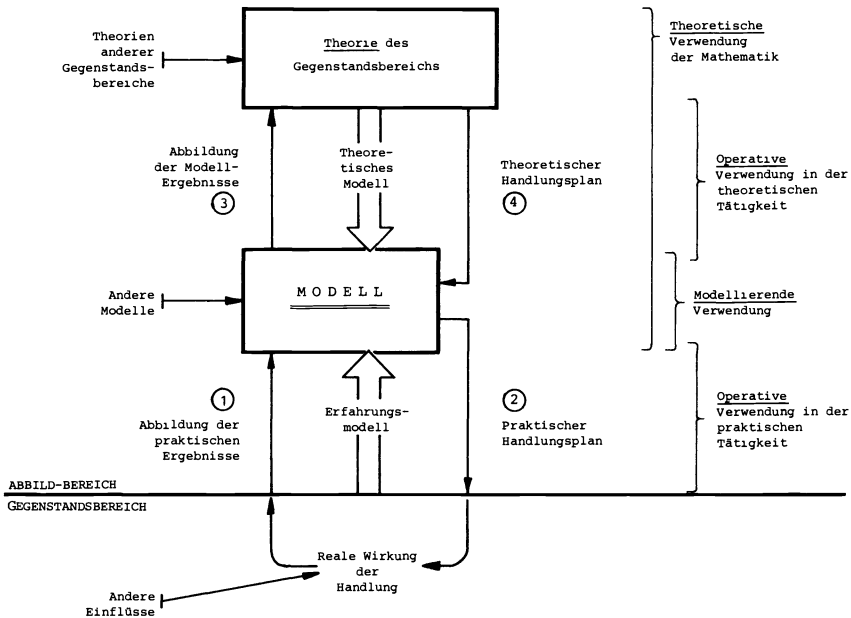
Nach dem bisher Gesagten gibt es eine Art von Mathematikverwendung in der Pädagogik (und sicherlich auch in anderen Wissenschaften), bei der die mathematischen Verfahren quasi automatisch, ohne spezielle Beachtung angewandt werden. Dies hatte ich als "operative" Verwendung bezeichnet. Die eigentliche Stärke der Mathematik liegt jedoch nicht darin, für andere Wissenschaften fertige "Operatoren" zu liefern, sondern darin, Strukturen und allgemeine Prozesse zu erforschen, in denen die Einzelwissenschaften ihre Gegenstandsbereiche und deren Prozesse modellieren, ja sogar in einem gewissen Sinn reproduzieren können. Ich möchte demgemäß noch zwei weitere Verwendungsarten - die "modellierende" und die "theoretische" - unterscheiden und sie am folgenden Schema 3 erläutern.

Als zentraler, praktische und theoretische Wissenschaft verbindender Bestandteil der wissenschaftlichen Tätigkeit wird hier wieder ein Modell des Gegenstandsbereichs angenommen. Die theoretisch-wissenschaftliche Tätigkeit ist vor allem durch die Pfeile 3 und 4 dargestellt, obgleich selbstverständlich auch empirische Untersuchungen "reale Wirkungen" haben, die jedoch zunächst nur im theoretischen Kontext interessant und gesellschaftlich vorläufig belanglos sind.

Die praktisch-wissenschaftliche Tätigkeit (Pfeile 1 und 2) stellt sich nach dem Schema folgendermaßen dar: Durch sie werden aufgrund des Modells bestimmte Ausschnitte, Aspekte der (gesellschaftlichen) Realität so reguliert, daß die Abbildung der Ergebnisse (und damit in der Regel auch die realen Wirkungen) eine minimale Abweichung von einem festen oder variablen Sollwert aufweisen (homöostatische Regulation mit negativen Feedback). Oder aber - das ist gerade in der Pädagogik die wesentlichere Form - die realen Wirkungen werden so reguliert, daß ihre Abbildungen zunehmend mehr vom Ausgangspunkt abweichen, und zwar auf einem Weg,

der keine vordefinierte obere Grenze aufweist (homöörhetische⁸⁾ oder Entwicklungs-Regulation, z. T. mit positivem Feedback⁹⁾).

SCHEMA 3



Die operative Verwendung¹⁰⁾ von Mathematik kennzeichnet nun eine erste, qualitative Stufe der Tätigkeit des Wissenschaftlers: Die Funktionen der Abbildung (im weitesten Sinn) der realen Prozesse und der plangerechten Steuerung seiner Handlungen werden hier durch mathematisch fundierte Methoden als "Operatoren" erfüllt. BOOSS hat die erste Funktion in seinem einführenden Referat zur Konstituierung des Universitäts-Schwerpunkts "Mathematisierung" und dem Stichwort "Diagnose" zusammengefaßt (USP Materialien I, 10f). Dort ist auch notiert, daß in dieser Funktion die historische Wurzel der Mathematisierung der Einzelwissenschaften liegt; daß hierdurch die Prozesse des Gegenstandsbereichs in ihrer Erscheinungsweise beschrieben werden (Oberflächenbeschreibung).

Wie bereits gesagt, ist der weitaus größte Teil der - an sich wenigen - Mathematisierungsansätze in der Pädagogik hier anzusiedeln, was eine empirische Bestätigung der obigen These darstellt. Die Analyse, die BOUDON (1972) für die UNESCO vorgelegt hat, beschäftigt sich in großen Teilen mit dem

Umschwung in der Hauptrichtung der operativen (hier: diagnostischen) Mathematikverwendung innerhalb der Sozialwissenschaften: Dem Übergang von der induktiv-statistischen und kurvenanpassenden Methodik zu multivariaten und taxonomischen Methoden, die für formalisierte Modelle bessere Diagnose-daten (als Input-Funktion) liefern. Außerdem sind Versuche zu nennen, Methoden zu entwickeln, die mehr als bisher möglich den Prozeßcharakter der untersuchten Gegenstände in der Abbildung erhalten (Stichwort "Kinematik" bei BOOSS, USP Materialien I, 10; Abschnitt 3.2 "Dynamik und Statik" bei HARDER, USP Materialien II, 15 ff und in diesem Band).

Dieser Umschwung - so meine ich - kennzeichnet gleichzeitig den Übergang zur stärkeren Verwendung der Mathematik als Modellierungsinstrument. Hierbei werden z.B. die bisher als brauchbar erwiesenen "Erfahrungsmodelle" vereinfacht, z.T. formalisiert und in "Modellobjekte" (model objects, BUNGE 1973, 92-99) umgewandelt. Häufig kann auf mathematisch bereits gut bekannte Strukturen und Funktionsbeziehungen zurückgegriffen werden, zumal wenn die für das Modellobjekt zu konstruierende spezielle Theorie in Analogie zu bereits bewährten Theorien gebildet werden soll, oder sie aus einer allgemeineren Theorie ableiten läßt. Seltener finden sich Versuche, für ein Modellobjekt die entsprechende mathematische Struktur erst zu suchen, wie das z.B. MARKOFF tat, als er Dostojewski zu analysieren hatte.

Die Pädagogik ist gerade erst dabei, diese zweite, qualitative Stufe ihrer Entwicklung zu überschreiten - weder gibt es bereits Modellobjekte (begriffliche Repräsentationen des Gegenstandsbereichs), auf die sich die Mehrzahl der Pädagogen einigen könnte, und die gleichzeitig das Spezifische menschlichen Lernens in der Abstraktion erhielten¹¹) - noch gar mathematische Modelle, die außerhalb eines engen Kreises von Spezialisten bekannt wären. Die formalisierten Theorien über den Lernprozeß (z.B. nach dem Modell von MARKOFF-Ketten, dem Modell adaptiver Automaten etc., s.a. die Beispiele in Abschnitt 3) werden jedoch vermutlich in naher Zukunft an Zahl und Kompliziertheit zunehmen, da der wachsende, operative Gebrauch von Mathematik Daten liefert und Versuchspläne gestattet, für die die bisherigen Modelle zu einfach sind.

Einen theoretischen Gebrauch von Mathematik sehe ich erst auf der Entwicklungsstufe einer Wissenschaft gegeben, auf der sowohl die allgemeine Theorie, wie auch das theoretische Modell mathematisch gefaßt sind (z.B. Thermodynamik, Astrophysik). Hier wird es dann möglich, die Theorie bereits am Modell vorläufig zu prüfen - wie es wohl gegenwärtig am stärksten bei der Astrophysik der Fall ist, und nicht ausschließlich via Modell an der Realität selbst, wie das gegenwärtig in den Sozialwissenschaften durchgehend notwendig ist.

Damit soll nicht etwa gesagt sein, es gäbe ein Entwicklungsstadium einer Wissenschaft, in der es generell genügen könnte, ihre Theorien an Modellen zu testen. Vielmehr ist klar, daß die Modelle eine gewisse Komplexität, Reichhaltigkeit, Vielfalt überschreiten müssen, bevor sie als ausreichender erster Test der Theorien fungieren können. Dies wäre eine erste notwendige Bedingung dafür, daß die Modelle dann auch eine vollständigere, die wesentlichen Eigenschaften des Gegenstandsbereichs erfassende Reproduktion des jeweiligen Realitätsausschnitts sein müssen - m.a.W. es müssen theoretische Modelle sein, sie müssen eine "Tiefenbeschreibung" in Gegensatz zur Oberflächenbeschreibung leisten¹²).

Diesen zweiten Übergang von dem Vorherrschen der modellierenden Mathematikverwendung zum theoretischen Gebrauch der Mathematik wird man gleichsetzen können mit dem Dominantwerden der Grundlagenwissenschaft gegenüber der Anwendungswissenschaft im Sinne der Erzeugung einer Juxtastruktur-Position der Anwendungswissenschaft. Das Modell der jeweiligen Technologie (s. Schema 2) wird dann nicht mehr vor allem durch praktische Erfahrung bestimmt sein, sondern im Kern durch theoretische Modelle, die die Grundlagenwissenschaft erarbeitet hat.

Eine solche Entwicklung ist für die Pädagogik in der nächsten Zukunft nicht zu erwarten - hier ist es zunächst einmal notwendig, den modellierenden Gebrauch von Mathematik zu ermöglichen und als notwendig und praktisch zu erweisen.

2.3 Zur Rolle von Modellen in der (pädagogischen) Theoriebildung

Es wurde bereits mehrfach erwähnt, daß in der Pädagogik eine tiefe Kluft zwischen Theorie und Praxis besteht, die ich im folgenden Abschnitt (3.) als Divergenz der Erfahrungsmodelle der Lehrer und der Modell-Objekte der Wissenschaftler behandeln möchte.

Eine bekannte Kritik von HOLZKAMP (1972, ähnlich auch von SANFORD 1970) an der psychologischen Theoriebildung verwies auf den Umstand, daß die Versuchsbedingungen bei der Prüfung der meisten speziellen psychologischen Theorien Abstraktionen aus der gesellschaftlichen Realität darstellen, indem mittels Parzellierung von Handlungen, Labilisierung der Zielhierarchie der "Versuchspersonen", ihrer Isolierung von den "normalen" gesellschaftlichen Bezügen usw. ein der (abstrakten) Theorie entsprechendes materielles Modellobjekt erst hergestellt wird. Ein solches Vorgehen ist aber untauglich für die Lösung praktisch-pädagogischer Probleme, weil sich die Abstraktionen bei der Modellbildung später nicht mehr rückgängig machen lassen: Die theoretischen Aussagen selbst bleiben zu allgemein für die Komplexität pädagogischer Praxis.

Die Alternative, die ich hier vorschlagen möchte, ist, daß die Modellobjekte der pädagogischen Theorie aus einer "vernünftigen" Verarbeitung der Erfahrungsmodelle der pädagogischen Praxis gewonnen werden (wie das in der geisteswissenschaftlichen Pädagogik dem Anspruch nach stets der Fall war), daß aber andererseits bei der Konstruktion solcher realistischer Modellobjekte stärker als bisher theoretische (begriffliche, kybernetische, mathematische) Methoden verwendet werden. Um dies zu eräutern, sei ein Exkurs über den Modellbegriff eingeschoben

In "The Concept of Model" unterscheidet BUNGE (1973) folgende drei Gebrauchsweisen des Modellbegriffs:

1. Eine Theorie "modelliert" einen bestimmten, genau explizierten Gegenstandsbereich. Eine solche begrenzte, nicht-allgemeine Theorie heißt bei BUNGE "theoretical model" oder - diese Bezeichnung zieht er vor - "specific theory".

2. Tatsächlich ist es nicht möglich - wie unter 1. noch unsauber formuliert, daß eine spezifische Theorie einen Gegenstandsbereich insgesamt direkt und unvermittelt modelliert, sonst wäre der Gegenstandsbereich in der Theorie vollständig reproduziert. Ein theoretische Modell beschreibt vielmehr ein Modellobjekt (model object), das seinerseits den Gegenstandsbereich unmittelbar abbildet - allerdings abstraktiv, d.h. verallgemeinernd oder reduktiv. Diese Art von Modell¹³⁾ ist für eine Technologie entscheidend, sie stellt die begriffliche Reproduktion der relevanten Aspekte des realen Gegenstands in seinen Verhältnissen dar.
3. Die dritte Definition des Modellbegriffs ist die "semantische", die einerseits eine reduktive Abstraktion von 1. darstellen kann (und dann abzulehnen ist), andererseits aber die Modellierungsregulation zwischen Begriffssystemen richtig beschreibt: Im einen Fall wird behauptet, daß das Modell und sein Gegenstand eine Isomorphierelation aufweisen, was wegen des "Verkürzungsmerkmals" (s. STACHOWIAK 1973, 132) von Modellen nicht möglich ist. Im anderen Fall wird ein Morphismus nur zwischen Begriffssystemen erklärt, wie bei BUNGE (1973, 110 ff), der das Beispiel der Struktur $\mathcal{Z} = (Z, +, \cdot, 0, 1)$ anführt, die ein Modell der Ringtheorie darstellt, wenn Z die ganzen Zahlen sind.

Um semantische Modelle wird es im folgenden nicht gehen, da eine Anwendungswissenschaft es stets mit der Realität zu tun hat, also immer ein Modell zweiter Art, ein Modellobjekt braucht, um praktische Handlungen planen zu können. Semantische Modelle brauchen sich dagegen überhaupt nicht auf einen angebbaren Realitätsteil zu beziehen. Nach der obigen Definition wäre es möglich, auch ein Modell erster Art, also eine spezifische Theorie, die ein Modellobjekt modelliert, als semantisches Modell anzusehen: Es liegt nämlich auch hier ein Morphismus zwischen Begriffssystemen vor, da ja das wesentliche eines Modellobjekts in dessen begrifflicher Repräsentation des Gegenstandsbereichs liegt (LEONTJEW & DSCHAFAROW 1973/74, 7). Im folgenden werden dennoch Modelle, die sich - vermittelt über ein Modellobjekt - auf definierte Gegenstandsbereiche beziehen (theoretische Modelle bzw. spezifische Theorien), von solchen (semantischen) Modellen unterschieden, die durch rein innerbegriffliche Beziehungen definiert sind.

HEIPCKE (1970, 244-253) unterscheidet in seinem Versuch, die Verwendung des Modellbegriffs in der Erziehungswissenschaft zu klären, drei Klassen von Modellen: Theoretische Prozeßmodelle, methodologische Modelle und Organisations- und Planungsmodelle. Die letzteren entsprechen den Modellobjekten von BUNGE; sie dienen dazu, eine erste Abbildung des Gegenstandsbereichs festzulegen, die als Planungs- und Organisationsgrundlage genutzt werden kann.

HEIPCKEs Unterscheidung von Prozeß- und methodologischen Modellen ist dagegen eine Differenzierung innerhalb der BUNGEschen theoretischen Modelle, die zugleich meine oben erläuterte Unterscheidung zwischen operativem und modellierendem Mathematikgebrauch trifft: Werden nämlich methodologische Modelle (z. B. die Varianzanalyse) von den Methodenspezialisten eines Faches erarbeitet, so liegt modellierende Mathematikverwendung vor, da eine Erkenntismethode für bestimmte Gegenstände modelliert wird. Sobald aber diese Methoden eine gewisse Anerkennung und Erprobung hinter sich haben, werden sie als "fertige Modelle", als Werkzeuge, hauptsächlich operativ verwendet.

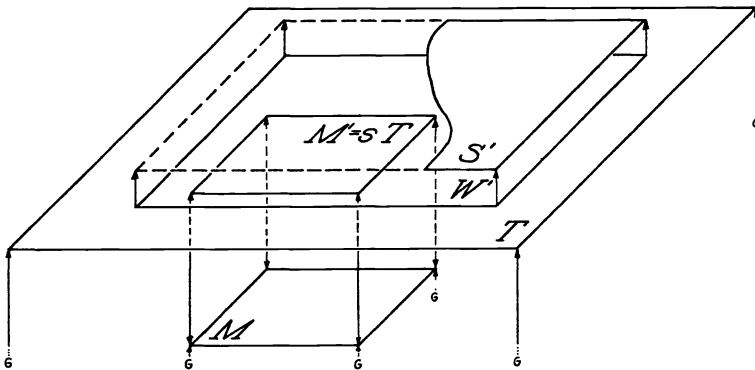
Hierbei kann es dann dazu kommen, daß das Werkzeug für Gegenstandsbereiche oder Probleme verwendet wird, für die es nicht entwickelt wurde (Beispiel der psychometrischen Tests, s. o.). Eine solche Verwendung ist natürlich nur dann möglich, wenn das neue Verhältnis Methode-Gegenstand der ursprünglichen Modellierung entspricht. Der methodisch-mathematisch nicht versierte Fachwissenschaftler kann dies aber im Regelfall nicht selbst überprüfen, da seine methodisch spezialisierten Kollegen selten explizit das von ihnen verwendete Modellobjekt angeben.

Die methodologischen Modelle wandeln sich also während ihrer Entwicklung - aus spezifischen Theorien über ein bestimmtes Verhältnis von Gegenstand und Erkenntnismethode werden "operative Modelle", wenn nicht mehr an ihnen, sondern mit ihnen gearbeitet wird.

Auch die eigentlich inhaltlichen Modelle einer Einzelwissenschaft (Prozeßmodelle nach HEIPCKE) wandeln sich während ihrer Entwicklung, was BUNGE noch nicht ausreichend beachtet. Um analysieren zu können, inwieweit sich Erfahrungsmodelle, technische und theoretische Modelle unterscheiden, müssen wir den Entstehungsprozeß der theoretischen (Prozeß-) Modelle untersuchen. Hierbei werden wir auch beachten müssen, daß das "Modell" für den Grundlagenwissenschaftler einen anderen Stellenwert hat, denn im Gegensatz zur Tätigkeit des Anwendungswissenschaftlers ist seine Motivation (sein Spannungssystem) nicht unmittelbar auf den Gegenstandsbereich bezogen, sondern seine Tätigkeit zielt auf die Herstellung von Theorien, Modellen und noch nicht auf die Verwendung derselben zur Herstellung realer Effekte.

Im Gegensatz zur Technologie, dem Handlungsplansystem des Anwendungswissenschaftlers (s. Schema 2), wäre das Handlungsplansystem des theoretischen Wissenschaftlers wie in Schema 4 zu veranschaulichen¹⁴⁾.

SCHEMA 4



- $M' = sT$: theoretisches Modell / spezifische Theorie
- S' : Spannungssystem der Grundlagenwissenschaft
- W' : Wegesystem "the scientific method" (BUNGE)
- T : allgemeine Theorie
- G : Gegenstandsbereich
- M : Modellobjekt

Der Zusammenhang des verwendeten Begriffssystems zur Beschreibung eines Gegenstandsbereichs (Modell), der Untersuchungs- und Herstellungsmethoden (Wegesystem) und des Zielkomplexes der theoretischen oder praktischen Tätigkeit (Spannungssystem) stellt sich wie folgt dar:

1. Die Bildung eines Modellobjekts und einer spezifischen Theorie, die den Gegenstandsbereich in den vom Forscher oder Praktiker als wesentlich erachteten Dimensionen abbilden, geschieht stets auf der Basis des bisher angeeigneten Wissens über die Realität, sei es "Alltagswissen" oder wissenschaftliches Wissen. Wie auch TATSUOKA (1968, 8) betont, existiert stets bereits ein (figuratives oder analogisches) Modell, wenn Mathematisierer daran gehen, ein formales System zu entwickeln, das das Modellobjekt beschreibt.
2. Die Methoden, die für das Modellobjekt bisher bekannt sind, wurden stets in definierten Zweckzusammenhängen entwickelt, mithin wird (unter der Hand oder bewußt) auch eine bestimmte Zielsetzung der theoretischen oder praktischen Tätigkeit mit übernommen. Als Beispiel mag der Unterschied von Black-Box-Modellen und "Translucid-Box-Modellen" (BUNGE 1973, 102 f) dienen: Mit einem Zielkomplex, der die Manipulation von vorgegebenen Objekten umfaßt, sind von vornherein Methoden impliziert, die typisch sind für Black-Box-Modelle, nämlich das Input-Output-Mapping, das darauf abzielt, solche Inputs zu finden, die verläßlich einen bestimmten output auslösen (Beispiel: Tierdessur).
Dagegen sind mit dem Oberziel Herstellung von bestimmten Objekten, Strukturen oder Prozessen von vornherein andere Vorgehensweisen verbunden: Primär ist hier die konstruktive Aktivität, die auf die Entdeckung oder Erfindung eines "Mechanismus" abzielt (Beispiel: Untersuchungen an Lebewesen zur Lösung technischer Konstruktionsprobleme: Bionik).

Die Entwicklung der Modellobjekte und der zugehörigen spezifischen Theorien ist also von vornherein mit bestimmten Methoden und Zielsetzungen verbunden. Jedoch werden in der täglichen theoretischen oder praktischen Arbeit die Optionen, die mit der Übernahme bestimmter Modellobjekte verbunden sind, nicht mehr reflektiert, sondern im Zentrum der bewußten Tätigkeit stehen einerseits die begriffliche Struktur der speziellen Theorie und ihr Bestätigungsgrad (theoretische Tätigkeit), oder andererseits das konkrete Zielsystem und die praktischen Herstellungshandlungen zu seiner Erreichung (praktische Tätigkeit). Betrachten wir den Entwicklungsprozeß von Modellen genauer, so entdecken wir einen wichtigen Unterschied zwischen Modellen der Grundlagen- und der Anwendungswissenschaften: Die theoretischen Modelle werden eher noch selbst verändert, die theoretisch-wissenschaftliche Tätigkeit zielt auf möglichst einfache und zugleich veridikale Modellobjekte, die die wesentlichen Eigenschaften (also die in allen betrachteten Wechselwirkungen invarianten Eigenschaften) des Gegenstandsbereichs repräsentieren sollen. Gegenstand der Arbeit des Theoretikers ist mithin des Modellobjekt und die spezifische Theorie selbst,

sein Spannungssystem (Ziel: Gesetzeserkenntnis) bleibt relativ stabil, ebenso das Wegesystem (the scientific method im Sinne von BUNGE 1967).

Dagegen ist der praktisch arbeitende Wissenschaftler, der Techniker, Ingenieur und - Lehrer eher geneigt, das Modell selbst als invariant, als feste Größe zu betrachten. Er konzipiert sich auf die Entwicklung des Wegesystems (also der Regeln, Methoden und Algorithmen) unter wechselnden Zielen. Die Entwicklung im Modell selbst beschränkt sich auf Konkretisierungen der allgemeinen Eigenschaftsaussagen und Funktionsbeziehungen, und weiter auf die Bildung von "Ausnahmmodellen" für Fälle, in denen sich unter dem gegebenen Modell trotz Variation der Methoden die Ziele nicht erreichen lassen.

Typisch für die Pädagogik und andere unentwickelte Technologien ist weiterhin, daß eigentlich eine additive Menge von alternativen Modellen vorliegt (eine Folge der anwachsenden Zahl von Ausnahmmodellen), die miteinander erstens logisch unverträglich sind, und zweitens verschiedene Spannungssysteme implizieren, die aber nebeneinander verwendet werden¹⁵).

Hieraus ergibt sich nun eine Definition für den Terminus Erfahrungsmodell: Dies sind solche Modellkonglomerate, die den Handlungen von Praktikern zugrundeliegen, wenn sie nicht auf ausgearbeitete theoretische Modelle zurückgreifen können. Sie enthalten verschiedene Fassungen des Gegenstandsbereichs als Modellobjekte, in ihnen existiert keine klare, reflektierte Beziehung zwischen Modellobjekt und spezifischer Theorie, sondern eine nach Modellobjekten geordnete Menge von Theoriestücken, die besonders eng mit spezifischen Methoden und Zielen verknüpft sind. Dieser Zustand des Modellvorrats einer Wissenschaft wurde von LEWIN (1931) in Verbindung mit einer "aristotelischen" Denkweise gebracht, nach der die Objekte in disjunkte Klassen zerfallen, deren jede eigene Gesetze aufweist, wohingegen ein entwickelter Zustand mit einheitlichen theoretischen Modellen eine "galileische" Denkweise impliziert, nach der oberstes Ziel die Erkenntnis allgemeiner Gesetzmäßigkeiten ist (vgl. SIGMORELLI 1947).

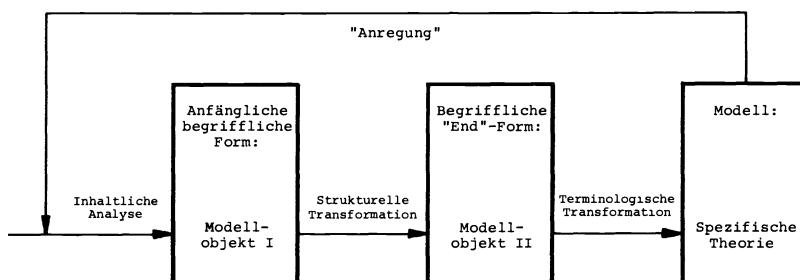
Demgegenüber sind technische Modelle solche, die austheoretischen Modellen gewonnen wurden, die demgemäß wesentlich einheitlicher sind, da in der Entwicklung des theoretischen Modells die Beziehung zwischen ihm und dem Modellobjekt bewußt zur Verbesserung der Veridikalität des Modellobjekts verwendet wurde (s. u.). Ein technisches Modell unterscheidet sich von einem theoretischen durch seine reichere, präzisere Beziehung zu einer Vielfalt von Zielen, mithin auch durch Verbindung zu anderen Methoden als der theoretisch-wissenschaftlichen, da ja die Aufgabe der Anwendungswissenschaft - wie bereits betont - die tatsächliche Änderung der Realität im Sinne der Herstellung von angestrebten Zuständen oder Eigenschaften von Objekten, oder der Kontrolle von Prozessen ist.

Was nun die Entwicklung theoretischer Modelle angeht, so zeigen LEONTJEW & DSCHAFAROW (1973/74) einen wichtigen Zwischenschritt auf, der bei BUNGE (1973, "The concept of Model") nur am Rande beachtet wird, und verweisen weiter auf die entscheidende Rolle der fachwissenschaftlichen, inhaltlichen Analyse im Modellierungsprozeß.

Sie stellen den Modellierungsprozeß in folgendem Schema 5 dar¹⁶). Der Zwischenschritt, der hier gegenüber BUNGE eingeführt wird, besteht in der strukturellen Transformation: "a transformation affecting (the)

terms (of a conceptual system), the system of term definition, the way in which statements are generated, etc., but not its factual basis" (LEONTJEW & DSCHAFAROW 1973/74, 21). Diese Transformation hängt ab vom Ziel der Modellierung und wandelt das Modellobjekt I in eine Form, die seine Übersetzung (terminologische Transformation) in die spezifische Theorie erlaubt. LEONTJEW & DSCHAFAROW stellen fest, daß das so entstehende Modellobjekt II eine reduzierte Struktur aufweist - eine Struktur vom gleichen Typ, wie das in Aussicht genommene theoretische Modell (die spezifische Theorie). Diese strukturelle Transformation aber "cannot be accomplished except with methods and means from the field of knowledge to which it (das Modell, A. R.) belongs" (LEONTJEW & DSCHAFAROW 1973/74, 13).

SCHEMA 5



Dies ist eine äußerst wichtige Feststellung. Was sie im einzelnen bedeutet, möchte ich im folgenden Abschnitt an zwei Beispielen erläutern. Der Nutzen des Modells für die Entwicklung der Theorie (und, wie ich hinzufügen möchte, für die Lösung praktischer Probleme) besteht nach LEONTJEW & DSCHAFAROW (1973/74) in der "Anregung" zur vertieften, erweiterten fachwissenschaftlich-inhaltlichen Analyse. Das heißt aber, daß bezüglich der Entwicklung der Fachwissenschaft die Mathematik eine Hilfsrolle einnimmt, auch wenn sie die Erstellung einer spezifischen Theorie sensu BUNGE erst ermöglicht. Nicht die Konstruktion eines theoretischen Modells selbst ist also das bestimmende Moment der Theoriebildung, sondern die Abbildung des bisher schon Erkannten in das Begriffssystem eines Modells. Diese Abbildung aber kann nur der Fachwissenschaftler (Theoretiker oder Praktiker) verantwortlich vornehmen, da nur er entscheiden kann, was an der begrifflichen Form des Modellobjekts I so wesentlich ist, daß es in der strukturellen Transformation erhalten bleiben muß.

3 Erfahrungsmodelle der Lehrer - Modellobjekte der Wissenschaftler: zwei Beispiele

Nach dem bisher gesagten ist klar, daß die Pädagogik noch nicht über technische Modelle verfügt. Es gibt jedoch - verstärkt in den letzten Jahren - theoretische Anstrengungen in der Psychologie (Lerntheorie) und im

Zwischenbereich Psychologie-Pädagogik, (zu dem z. B. die Zeitschriften "Instructional Science" und "Artificial Intelligence" gerechnet werden können), die zu interessanten Modellvorschlägen geführt haben. Es ist derzeit noch nicht abzusehen, inwieweit diese Modelle in der pädagogischen Praxis Verwendung finden können. Ich möchte deshalb an zwei Beispielen aufzeigen, daß sich eine Annäherung der Modellobjekte, die den jeweiligen spezifischen Theorien zugrundeliegen, an die Erfahrungsmodelle der Lehrer abzeichnen scheint.

Dazu werde ich in aller Kürze eine Charakterisierung der Erfahrungsmodelle von Lehrern versuchen, wengleich ein solcher Versuch notwendig spekulativ bleiben muß, da es nicht genügend empirische Kenntnisse darüber gibt, wie Lehrer den Gegenstandsbereich "Unterricht" kognitiv repräsentieren. Die folgende Charakterisierung gibt folglich einen großen Schwankungsbereich der Erfahrungsmodelle an, innerhalb dessen die meisten realen Modelle zu finden sein müßten.

Die wichtigsten Bestandteile eines Modells von Unterricht sind zweifellos Modelle der Schüler, der Lehrer, der Unterrichtsinhalte und der Lehr- und Lernmittel. Im einzelnen kann man die entsprechenden Teilmodelle wie folgt charakterisieren:

- a) Die Schüler werden aufgefaßt als bewußt handelnde, ziel- bzw. bedürfnisgeleitete, noch unfertige Menschen, deren Haupttätigkeit, das Lernen, in zwei unterschiedlichen Hauptformen stattfindet: Erstens in der Aufnahme von Informationen, die der Lehrer begrifflich (verbal oder symbolisch) darbietet, zum zweiten in der aktiven Informationssuche bei der tätigen Auseinandersetzung mit den Lerngegenständen ("reception learning" und "discovery learning" bei AUSUBEL 1968).
Diesen beiden Formen kann man - grob typisierend - zwei unterschiedliche Lehrmethoden zuordnen: Die verbalen und anschaulichen als hauptsächlich informationsvermittelnde und die "aktiven Methoden" (PIAGET 1972 b, 59-67), die die Schüler vor allem zur eigenen Tätigkeit anregen sollen.
- b) Die Lehrer verstehen sich selbst ebenfalls als zielgeleitet und bewußt handelnde Subjekte, definieren jedoch ihre Aufgabe je nach der Lehrmethode und den Lehrzielen verschieden; d. h. das Modell des Lehrers ist immer auf die Schüler bezogen, also zugleich wesentlich ein Modell des Lehrer-Schüler-Verhältnisses. Dieses Verhältnis zu klären, war eines der zentralen Anliegen der geisteswissenschaftlichen Pädagogik. Nach NOHL (1961, 130 ff) ist dies Verhältnis - der "pädagogische Bezug" - als eine zweiseitige, persönliche Beziehung zu charakterisieren, in der der Lehrer versucht, zum Vorteil des jungen Menschen Anregungen zu dessen Weiterentwicklung zu geben, wobei er stets zu beachten hat, daß sich der junge Mensch aus dieser Beziehung wieder lösen muß, und daß das Verständnis dessen, was "dem jungen Menschen zum Vorteil gereicht", sich historisch ändert. Dieser normativen Bestimmung steht in der Realität die Tatsache gegenüber, daß der Lehrer einen staatlichen Auftrag zur Qualifikation und Selektion der Schüler hat (s. o. 1.3 zur Zielproblematik), durch den eine unpersönliche, abstrakte Produzent-Produkt-Beziehung zwischen Lehrer und Schüler erzeugt wird.

- c) Die Lehrer-Schüler-Beziehung ist tatsächlich sehr selten eine Zweier- beziehung. Die Schüler bilden vielmehr eine Gruppe mit vielfältigen sozialen Beziehungen. Ob im Erfahrungsmodell des einzelnen Lehrers Gruppenprozesse als ausgeführte Teilmodelle existieren, hängt wiederum vor allem von den Lehrzielen und -methoden ab (aber z. B. auch von der räumlichen Situation der Klassenzimmer): Im "klassischen", streng reglementierten Frontalunterricht braucht der Lehrer eigentlich kein Modell der Gruppenprozesse, da diese bis auf einen unvermeidbaren Rest ("Stören", "Schwätzen") eingeschränkt sind und die Schüler sich im wesentlichen wie isolierte Individuen verhalten müssen¹⁷). Für offenere Situationen (z. B. auch für das Verhalten außerhalb des Unterrichts) sind unterschiedlichste Modelle anzutreffen - von primitiven "Masse"-Konzepten bis zu differenzierten Modellen aus der Klein- gruppenforschung.
- d) Schließlich bestimmen Lehrziele und -methoden auch die Art, wie Unterrichtsinhalte, Lehr- und Lernmittel im Erfahrungsmodell abgebildet sind. Ein Extrem wäre hier, daß das zu lernende Wissen als Folge von festgelegten Tatsachen aufgefaßt wird; das andere Extrem, daß die Lernziele nicht explizit festgelegt und die Lehr- und Lernmittel vor allem als vom Schüler "frei" zu verwendende Materialien bei selbst- bestimmter Tätigkeit betrachtet werden.

Die Erfahrungsmodelle der Lehrer enthalten als Randbedingung des Unterrichts weiterhin Modelle des Schulsystems, der soziokulturellen Umgebung der Schüler, der Arbeitswelt, auf deren Anforderungen hin (mindestens zum Teil) ausgebildet wird, etc. Für den Zweck dieses Abschnitts kann auf die Charakterisierung der entsprechenden Teilmodelle verzichtet werden, da die Modellobjekte der vorhandenen formalisierten Theorien diese Randbedingungen höchstens als "Störgröße" enthalten.

Aus der Beschreibung der einzelnen Teilmodelle geht hervor, daß eine der wichtigsten Dimensionen von Unterricht die Zeit ist (vgl. BLOOM 1974), d. h. mindestens die Teilmodelle Schüler und Schülergruppe (a und c) werden dynamisch aufgefaßt. Lehrer und Unterrichtsinhalte jedoch werden nicht selten statisch begriffen, wobei die offensichtliche Tatsache, daß sich sowohl die Lehrer (z. B. in ihrem Lehrstil) als auch die Unterrichtsinhalte historisch ändern, durch die Annahme von sich ablösenden Typen von Lehrern/Inhalten abgebildet wird, die jede für sich statisch sind¹⁸).

Während also in der Regel in den Teilmodellen "Lehrer" und "Lerninhalte" kein Entwicklungsprozeß des individuellen Falls enthalten ist, muß dies von der Natur der Sache her bei den Schülern der Fall sein - denn, Lernen nicht als Prozeß, als fortschreitende Änderung und Entwicklung zu betrachten, scheint unmöglich. Der Lernprozeß der Schüler wird von den Lehrern meist auf einer mittleren Prozessebene betrachtet (Vorgänge von etwa 1 bis 5 Minuten Dauer) und periodisch auf einer Makroebene (z. B. bei der Korrektur von Arbeiten oder bei Zeugiskonferenzen). Mikroprozesse dagegen, wie das Dekodieren von sprachlicher Information oder die Anwendung einer Regel (z. B. Notiz des Übertrags beim Addieren) können vom Lehrer nur selten oder gar nicht beobachtet werden und werden daher auch nicht modelliert.

Im folgenden sollen zwei Arten wissenschaftlicher Modellobjekte mit den soeben grob skizzierten Erfahrungsmodellen verglichen werden:

1. Die "stimulus-sampling"-Modelle der Stanforder Gruppe um P. SUPPES, R. C. ATKINSON und W.K. ESTES, die eine extreme Abstraktion bei gleichzeitig hohem mathematischen Rigorismus darstellen.
2. Die Regelungsmodelle des Unterrichts der britischen Ingenieure G. PASK und B. R. GAINES, die bei wesentlich höherer Modellkomplexität dennoch eine vergleichbare Exaktheit aufweisen, was nicht zuletzt darauf zurückzuführen ist, daß die Modelle aus umfangreichen praktische Erfahrungen mit komplizierten "adaptiven Lehrautomaten" entstanden sind.

Hiebei werde ich neben der Charakterisierung der Modellobjekte auch darauf eingehen, inwieweit die Ergebnisse der jeweiligen Modelltests für die pädagogische Praxis relevant sein könnten, und ansatzweise darauf, welche Forschungsziele (welches Spannungssystem) für diese Relevanz verantwortlich sind.

3.1 Das Oberziel "mathematische Strenge" und die extensionale Modellierung von Mikroprozessen: Die Stanforder Gruppe (ATKINSON, ESTES, SUPPES)

Dieses Beispiel wurde gewählt, weil die zugrundeliegende "statistische Lerntheorie" (ausgehend von ESTES 1950) allgemein als erster Versuch einer strengen Mathematisierung in der Psychologie angesehen wird, und weil nach 20 Jahren der Modellentwicklung mit einiger Präzision abzuschätzen ist, was es praktisch geleistet hat. Das Modell ist eine Ausformung des S-R-Paradigmas¹⁹), des generellen Typs von Modellobjekten, die den ganzen Organismus als eine Black Box modellieren, in der eine rechtseindeutige Abbildung von S (Reize) auf R (Reaktionen) stattfindet.

Von den drei bekanntesten Mitgliedern der Stanforder Gruppe sind ATKINSON und ESTES ausgebildete Psychologen; SUPPES war ursprünglich Physiker, spezialisierte sich dann wissenschaftstheoretisch und wurde schließlich Direktor des "Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences", Stanford, das um 1960 gegründet wurde.

Man kann sagen, daß etwa mit Erscheinen des "Handbook of Mathematical Psychology" (LUCE, BUSH & GALANTER 1963-67) die stochastische Lerntheorie nach dem S-R-Paradigma in der "scientific community" durchgesetzt war (vgl. die Darstellung von STAPF, USP Materialien III, 5). Deshalb ist es vielleicht interessant, einige programmatische Aussagen dieser Jahre anzuführen, um sie später mit den Ergebnissen zu vergleichen, die heute vorliegen.

SUPPES & ATKINSON (1960, 2 ff) beschreiben den damaligen Status der Theorie wie folgt:

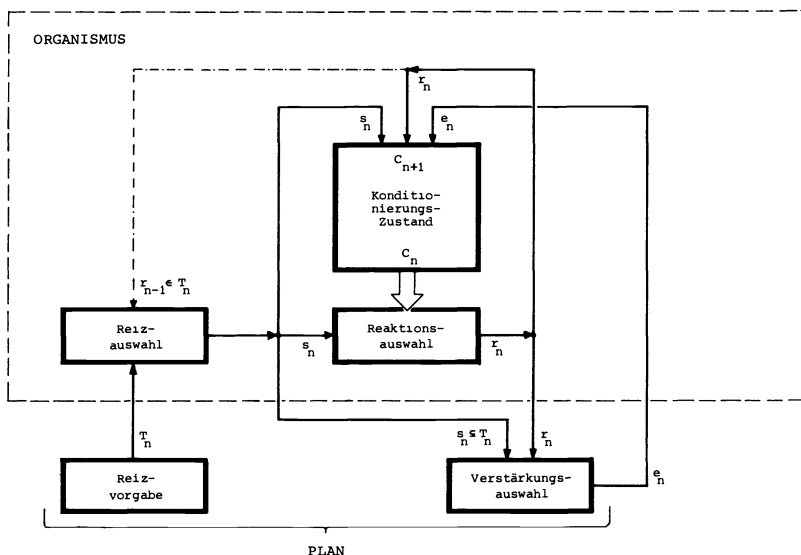
1. Die Theorie beruhe auf den drei "Kategorien" Reiz, Reaktion und Verstärkung, und auf den Prozeßbegriffen Reizauswahl und Reizkonditionierung.
2. Diese Grundbegriffe seien von den frühen Behavioristen WATSON, THORNDIKE, GUTHRIE, TOLMAN, HULL und SKINNER in wissenschaftliche Form gebracht und dabei von den unklaren Vorstellungen des "common sense" und der älteren philosophischen Psychologie befreit worden.

3. Man könne eine Analogie zu NEWTONs Entwicklung der klassischen Mechanik ziehen (!), der ebenfalls auf begrifflichen, qualitativen Arbeiten (Descartes) aufgebaut hätte.
4. Frühere Versuche zu einer Mathematisierung (z. B. HULLS) hätten nur triviale Ableitungen und Voraussagen erlaubt. Ihre Theorie jedoch hätte "the same sort of 'feel' about it that theories in physics have". Sie gestatte es, sobald Reize und Verstärker experimentell identifiziert seien, Voraussagen in einer Weise abzuleiten, die nicht-ad-hoc und mathematisch exakt ist.

Diese Betonung der mathematischen Exaktheit einer Theorie findet sich auch in späteren Arbeiten, an denen SUPPES beteiligt ist: "We would maintain that until a theory is capable of clear mathematical expression it is scarcely a systematic theory at all. . . . Whether the language is behavioristic or cognitive in tone is of little importance, we feel, compared to the question of whether or not the theory has been formulated in a mathematically viable fashion" (CROTHERS & SUPPES 1967, 7).

Das heißt, die Autoren legen weniger Wert darauf, zunächst die begriffliche Fassung des Gegenstandsbereichs so zu gestalten, daß die wesentlichen Objekte, Strukturen und Prozesse erfaßt werden, sondern sie begnügen sich mit dem vorhandenen Modellobjekt I der S-R-Theorie und richten ihre Arbeit vor allem auf die Erstellung einer spezifischen Theorie in mathematisch stenger Fassung. Hierzu müssen sie ein Modellobjekt II konstruieren, das ich kurz beschreiben will (Schema 6).

SCHEMA 6



Der Gegenstandsbereich wird zunächst in zwei Teile gegliedert: In den Organismus und die Umgebung. Gegenüber den Erfahrungsmodellen der Lehrer findet also eine Reduktion der Teilmodellzahl statt: Es gibt kein explizites Modell des Lehrers oder der Schülergruppe. Vom Lehrer bleibt lediglich ein "Plan" übrig, durch den die Reizvorgabe und das Eintreten oder Nichteintreten einer Verstärkung bestimmt wird. Die Bildung dieses Plans ist selbst nicht Gegenstand der Theorie, sondern die Theorie dient dazu, für vorgegebene, wie auch immer zustandegekommene Pläne die Lerneffekte, d. h. die Änderung des Konditionierungszustands C vorauszusagen. Die Theorie ist mithin höchstens²⁰⁾ eine Theorie des Lernens und keine Unterrichtstheorie wie sie z. B. BRUNER (1974) gefordert hat.

Eine weitere Abstraktion von den Erfahrungsmodellen ist bei den Teilmodellen des Schülers (= Organismus) und der Lerninhalte (= Menge der zu erreichenden S-R-Verbindungen) festzustellen. In den meisten Versionen der Reizauswahltheorie (stimulus-sampling theory) besteht die Menge der Reize S aus unverbundenen, einzelnen Reizelementen. Aus dieser Menge wird gemäß dem Plan jeweils eine Untermenge T_n entnommen und dem Organismus "angeboten"²¹⁾. Durch einen zufällig arbeitenden Mechanismus der Reizauswahl im Organismus wird schließlich die Untermenge s_n aus T_n (der eigentliche Reiz) ausgewählt.

Je nach Konditionierungszustand erfolgt dann eine Reaktionsauswahl aus der Menge R der möglichen Reaktionen, die ebenfalls elementar und unverbunden sind. Ist die Verbindung $s_n \rightarrow r_n$ im Verstärkungsplan vorgesehen, wird eine Verstärkung e_n gegeben, die den Konditionierungszustand in bestimmter Weise ändert.

Dieser ist nun nichts weiter als die Zuordnung der Reizelemente, die bisher als s_n aufgetreten sind, zu einzelnen Reaktionen r_n , also eine (rechtseindeutige) Abbildung von S auf R. Gibt es am Anfang des Lernprozesses noch keine Zuordnung eines s_n zu einem $r \in R$, so wird irgendeine Reaktion zufällig ausgewählt.

Der Lernprozeß vollzieht sich in vielen Wiederholungen des geschilderten Ablaufs, sogenannten Versuchen (trials), die jeweils mit einer neuen Reizvorgabe seitens des "Lehrers" beginnen. Eine besondere, inhaltliche Schwierigkeit des Modells (wie des S-R-Paradigmas allgemein) ist, daß für die Reizelemente, für die elementaren Reaktionen und für die Verstärkungen keine eindeutigen empirischen Entsprechungen angegeben werden können (vgl. SUPPES & ATKINSON 1960, 3 f; CROTHERS & SUPPES 1967, 19). Während die Reaktionen noch verhältnismäßig einfach empirisch bestimmt werden können, wenn es sich um Körperbewegungen, Äußerungen etc. handelt, ist es unklar, was an der physikalischen Umgebung des Organismus die Reizvorgabe darstellt, sofern diese Umgebung nicht z. B. auf eine uniforme "Skinner-Box" mit einer Signallampe und einer Futtertaste reduziert ist. Prinzipiell nicht beobachtbar ist die Menge der ausgewählten Reize s_n , da die Auswahl im Organismus stattfindet. Es steht daher größtenteils im Belieben des Forschers, welche Teile des realen Prozesses er als Reiz, Reaktion oder Verstärkung ansehen will, sofern der theoretisch postulierte Zusammenhang sich statistisch nachweisen läßt.

Diese Schwierigkeit ist Ausdruck des prinzipiell rein extensionalen Charakters von Aussagen aus Black-Box-Theorien. Das heißt, diese Theorien können lediglich die Klasse von Objekten angeben, die zu einer bestimmten Aussage gehören, aber nicht die Bedeutung dieser Klasse für den betrachteten Organismus, da dieser nicht als zielorientiertes System gefaßt ist. Bedeutung haben die so definierten Mengen von Ereignissen natürlich für die Theorieüberprüfung, also für den Forscher, aber diese Bedeutung wird von der Theorie nicht miterfaßt.

Das geschilderte Modellobjekt zeichnet sich also dadurch aus, daß jeweils das eine Extrem der Erfahrungsmodelle der Lehrer in hochabstrakter Form gewählt ist: Der Schüler wird als passiv reagierender Organismus modelliert; der Lehrer als ein ihm gleichgültig gegenüberstehender Verstärkungsplan; eine Schülergruppe existiert nicht; als Lerninhalte treten Listen von unverbundenen S-R-Paaren auf; Lernen ist definiert als systematische Veränderung des Konditionierungszustandes, d. h. der Abbildung von S auf R.

Es ist klar, daß dieses Modell, wenn es zudem deterministisch gefaßt würde, auf keinen Fall die tatsächlichen Handlungen von Schülern voraussagen könnte. Das wird von den Autoren durchaus gesehen; gerade deshalb werden an verschiedenen Stellen probabilistische Annahmen eingeführt, um "the proper degree of tightness in expressing the relation between theory and data" (CROTHERS & SUPPES 1967, 14) zu erreichen.

Werden solche probabilistischen Verknüpfungen bei der Reiz- und Reaktionsauswahl eingeführt, so ist die Folge der Konditionierungszustände $C_1 \dots C_n$ als Markoffprozeß behandelbar, was die Anwendung der hierfür bekannten Grenzwertsätze gestattet. Parameter, je nach Fragestellung an verschiedenen Stellen eingeführt, können empirisch geschätzt, mit diesen Schätzungen können Voraussagen über den Lernverlauf, über die Effekte verschiedener Reizvorgaben oder Verstärkungspläne gemacht und mit den experimentellen Ergebnissen verglichen werden.

Die pädagogischen Probleme, die die Stanforder Gruppe mit diesem Modell behandelte, stammen vor allem aus dem Bereich des Fremdsprachenlernens, wobei nur sehr elementare Prozesse untersucht wurden. So berichten CROTHERS & SUPPES (1967) u. a. über Versuche, die optimale Länge von Vokabellisten zu ermitteln. Danach wurden zwar die Vorhersagen der Richtung nach bestätigt, die Verbesserung des Lernens bei längeren Listen war aber so gering, daß das Ergebnis kaum praktische Relevanz hat (aaO, 196). In ihrer abschließenden Einschätzung kommen die Autoren zu dem Schluß, daß die Modellannahme der unverbundenen Reizelemente für den Bereich des Sprachlernens zu simpel ist, und ferner, daß die Annahmen über den Lernprozeß selbst komplexer werden müßten (aaO, 314). Jedoch sind CROTHERS & SUPPES (1967) nach wie vor der Meinung, daß ein S-R-Modell mit entsprechenden Erweiterungen für die Erklärung des Sprachlernens herstellbar sei.²²⁾

Diese Behauptung ist von seiten kognitiver Theoretiker grundsätzlich in Frage gestellt worden, so daß SUPPES (1969) sich gezwungen sah, den formalen Beweis zu führen, daß ein S-R-Modell asymptotisch zu einem endlichen Automaten wird. Da aus der Automatentheorie bekannt ist (Theorem von KLEENE), daß jeder endliche Automat eine reguläre Sprache generiert (vgl. z. B. MAURER 1969, 52 f und 93), ist mit dem Beweis der Behauptung auch bewiesen, daß ein S-R-Modell prinzipiell den Erwerb einer regulären Sprache erklären kann.

SUPPES muß aber eine wichtige Erweiterung des S-R-Modells vornehmen: Da der nächste Zustand eines endlichen Automaten durch den Input und den gegenwärtigen Zustand bestimmt wird, muß in die Reizvorgabe T_n auch die vorige Reaktion des Organismus eingehen (strichpunktierter Pfeil in Schema 6). Dies bedeutet aber, daß eine Komponente der Reizvorgabe durch den Organismus, die andere durch den "Lehrer" bestimmt wird (SUPPES 1969, 431), womit die Passivität des Organismus prinzipiell aufgehoben ist. Allerdings ist damit ebenso die Voraussetzung entfallen, die Folge der Konditionierungszustände als einfachen Markoffprozeß zu behandeln, da C_{n+1} nicht nur von C_n sondern über r_{n-1} auch von C_{n-1} abhängt.

Diese Anstrengung von SUPPES zur Rettung des S-R-Paradigmas scheint mir vorläufig der Schlußpunkt der Entwicklung dieses speziellen Modellobjekts zu sein, dann alle drei genannten Autoren behandeln in ihren neueren Arbeiten andere Modelle:

- SUPPES arbeitet jetzt häufig mit dem Modell der "Registermaschinen", die der Komplexität nach zwischen Turingmaschinen und digitalen Rechenautomaten einzuordnen sind. Er vertritt weiterhin den Primat der mathematischen Präzision, seine Arbeiten sind kaum anwendungsbezogen (vgl. SUPPES 1973).
- ESTES ist ebenfalls an pädagogischen Anwendungen nicht speziell interessiert; er hat weitere mathematische Modelle von kognitiven Mikroprozessen (Gedächtnis) entwickelt.
- ATKINSON beschäftigt sich am intensivsten mit Unterrichtsfragen. Er setzt große Hoffnungen in einen entscheidungstheoretischen Ansatz (s. etwa ATKINSON 1972 oder ATKINSON & PAULSON 1972) zur empirischen Entwicklung von optimalen Unterrichtsstrategien.

Bei ATKINSONs neuem Ansatz werden notwendigerweise stets mathematisierte Modelle des Lernprozesses gebraucht, damit die Optimalisierungsmethoden (lineare, dynamische Programmierung etc.) anwendbar sind. Diese Modelle werden jedoch ad-hoc für die zu erreichenden Lernziele, vorhandenen Lernstrategien etc. konstruiert und erheben nicht den Anspruch, "den ganzen Schüler" oder gar den Unterricht insgesamt zu modellieren. Interessant ist, daß ATKINSON von praktischen Problemen ausgeht, diese begrifflich faßt und dann erst ein mathematisches Modell entwirft. Dieses Vorgehen erlaubt tatsächlich wichtige Aussagen über die Optimalität von Lehrstrategien (zumaß bei computerunterstütztem Unterricht). Aber es ist zu bedenken, daß mit diesem Ansatz die Optimalität einzelner Verfahren für den gesamten Lernprozeß keineswegs gesichert ist. Wie z. B. CHURCHMAN (1973, 39) betont, ist es wichtig, die Eigenart des Gesamtsystems zu verstehen, um sektorale Verbesserungen richtig planen zu können.

Fazit dieses Abschnitts: Die Vertreter der mathematisch gefaßten Lerntheorien nach dem S-R-Paradigma haben ihren ursprünglichen Anspruch, ihre Theorie könne tendenziell den gesamten Lernprozeß erfassen, aufgeben müssen. Dementsprechend müßte das Ergebnis des Vergleichs dieses Modellobjekts mit den Erfahrungsmodellen der Lehrer nunmehr so formuliert werden: Vom Schüler werden lediglich Teilsysteme modelliert; einige Teilaspekte der Handlungen von Lehrern (nämlich ihre verstärkende Wirkung auf Handlungsalternativen der Schüler) werden isoliert, um die Arbeitsweise der Teilsysteme im Schüler extensional zu beschreiben.

Als Lerninhalte können nur unverbundene Listen von S-R-Paaren ohne Schwierigkeiten im Modell abgebildet werden, weshalb die Beschreibungen sich im wesentlichen auf kurzzeitige Mikroprozesse des Lernens (Auswendiglernen, Diskriminanzlernen etc.) beschränkt. Dies bedeutet aber, daß die Ergebnisse aus empirischen Tests der mathematischen Modelle für die wesentlich gehaltvolleren Probleme der Pädagogen kaum relevant sind.

ATKINSON & PAULSON vergleichen die so entstehende Kluft zwischen theoretischer Lernforschung und praktischer Erziehungswissenschaft mit der Situation der Hydrodynamik im 19. Jahrhundert, die BIRKHOFF so schildert: Zu dieser Zeit gab es zwei getrennte Lager der Hydrodynamiker - die Hydraulikingenieure, die beobachteten, was man nicht erklären konnte, und die Mathematiker, die erklärten, was nicht beobachtbar war (nach ATKINSON & PAULSON 1972, 61).

Wie Erziehungswissenschaftler und Lehrer reagieren, wenn sie ähnliche Literatur wie die in diesem Abschnitt zitierte lesen, sei an einem Zitat von NICKLIS illustriert²³): "Ohne die außerordentliche Bedeutung der Grundlagenforschung jeder Art zu verkennen, drängt sich dem Erziehungswissenschaftler, zumal dem in konkreter Verantwortung stehenden Lehrer, die Frage auf, ob hier nicht Superkomplexität in Pseudopräzision aufgelöst wird, die ... in der Praxis keinen Schritt weiter führt" (NICKLIS 1967, 226).

Ohne daß ich sagen könnte, was in der Hydrodynamik zur Überbrückung der Kluft beigetragen hat, möchte ich doch die Voraussage wagen, daß ein handwerkliches, eher noch ein ingenieurmäßiges Herangehen an praktische pädagogische Probleme die Kluft zwischen Theorie und Praxis in der Pädagogik aufheben könnte, wie dies exemplarisch im zweiten Beispiel deutlich wird.

3.2 Das Oberziel "praktische Herstellbarkeit" und die intensionale Modellierung von Lernprozessen: Die britischen Ingenieure GAINES und PASK

Während die Wissenschaftler des ersten Beispiels vor allem darum bemüht waren, mathematisch strenge, nicht-triviale Theoriestücke zu entwickeln, und sie danach praktisch, d.h. meist experimentell zu testen, geht es B. R. GAINES in seiner Arbeit zunächst vor allem darum, die Konstruierbarkeit und Nützlichkeit von "automatischen Trainern" zu erforschen, und weiter auch darum, eine theoretische Basis für den allgemeinen Gebrauch solcher Trainer zu schaffen (GAINES 1972 a, 263 f).

Die historischen Wurzeln für die Entwicklung solcher kybernetischen Maschinen sind allgemein bekannt: Wie die Kybernetik insgesamt entwickelten sie sich vor allem durch den militärischen Bedarf nach automatisierten Waffensystemen, in diesem Fall durch den steigenden Bedarf nach trainierten Bedienern hochkomplexer Steuerungsanlagen (daß auch der Bedarf, der durch den Raumflugwettbewerb der USA und der UdSSR entstand, als militärisch anzusehen ist, setze ich hier voraus).

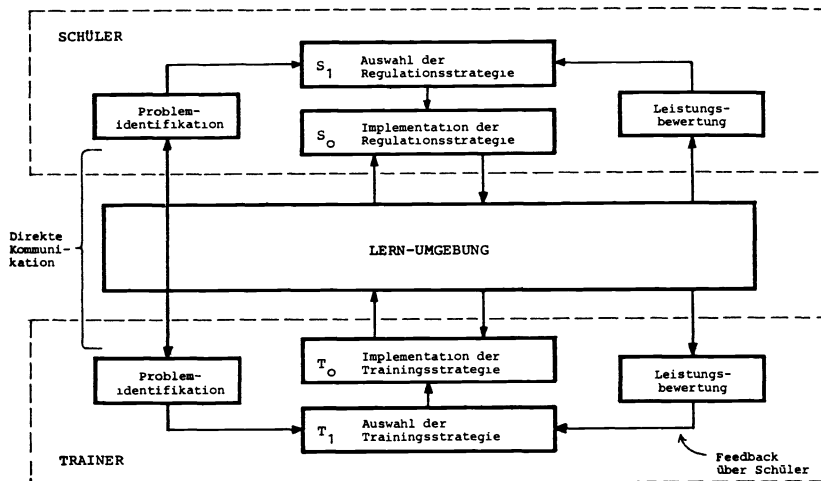
Praktische Probleme führten also dazu, daß sich Ingenieure daran machten, Apparaturen zu konstruieren, die die Anforderungen der genannten Steuerungssysteme simulierten. Die Lerninhalte der Trainings waren - entsprechend diesen Anforderungen - vor allem sensumotorische Fertigkeiten

(skills), die man unter dem Oberbegriff "Stabilisierung von Objekten bezüglich Lage- und Bewegungscharakteristika" zusammenfassen kann. Dabei konnten sich die Ingenieure auf Ergebnisse der Entwicklung von automatischen Steuerungssystemen stützen, und es lag nahe, zur Modellierung der Menschen, die trainiert werden sollten, auf das Modellobjekt des "adaptiven Automaten" zurückzugreifen, das materiell bereits vorlag, und dessen Eigenschaften bekannt waren.

Ein wichtiges Ergebnis der Entwicklung adaptiver Automaten war die exakte Formulierung eines - wie GAINES (1972 a, 272) meint - grundlegenden erkenntnistheoretischen Problems: Des "doppelten Regulationsproblems" (dual control problem). Dies entsteht bei lernenden Systemen, weil sie gleichzeitig zwei Regulationsaufgaben²⁴⁾ erfüllen müssen (vgl. Schema 7, Kästen S₀ und S₁):

1. Der zu regulierende Aspekt des Gegenstandsbereichs muß mit einer bestimmten Strategie in vorgegebenen Grenzen gehalten werden; und
2. muß die für die erste Aufgabe optimale Strategie durch eine hierarchisch höhere Regulationseinheit einreguliert, d. h. entweder ausgewählt (Ultrastabilität sensu ASHBY) oder parametrisch eingestellt, werden.

SCHEMA 7



PASK (1962, 182 ff, und genauer 1971, 292-314) untersucht die Bedeutung der genannten zwei Hierarchieebenen für die Theorie- bzw. Modellbildung und für die geeignete experimentelle Methode zur Untersuchung von Lernvorgängen. Er unterscheidet theoretische Modelle danach, ob sie den Wechsel oder die Parametrisierung von Strategien mit abbilden (vergl. PASK 1971, 295 f und 1972 a, passim):

1. "Funktionale" Modelle tun dies nicht, sondern sie modellieren (wie etwa die S-R-Modelle des vorigen Beispiels) lediglich eine Strategie der Regulation, d.h. der Input-Output-Verknüpfung. Damit ist nur eine rein extensionale Behandlung möglich.
2. "Programmartige oder Organisations-" Modelle enthalten die zweite Hierarchieebene, was aber bedeutet, daß sie intensional modellieren, da ja das hierarchisch höhere System S_1 die Situation im Gegenstandsbereich bezüglich der Bedeutung für das niedrigere System S_0 analysieren muß. Das heißt gleichzeitig, das S_1 den Gegenstandsbereich in einer "Sprache" L_1 beschreibt, die Strategien und zugehörige Situation als Ganzheiten (bei PASK "states of knowing" 1971, 302) bezeichnet, während S_0 den Gegenstandsbereich mittels "seiner" Sprache L_0 in den einzelnen, zu regulierenden Aspekten erfaßt²⁵⁾.

Nur die zweite Art von Modellen entspricht dem, was über den Menschen seit langem auch ohne Kybernetik und Regelungstheorie bekannt ist. PASK zeigt in den genannten Aufsätzen (1962 und 1971), daß das aus der Naturwissenschaft übernommene methodische Paradigma des kontrollierten Experiments gerade nicht geeignet ist, Systeme des Typs 2 zu untersuchen, sondern ausschließlich auf solche des ersten Typs zugeschnitten ist und erst generalisiert werden muß, um für sozialwissenschaftliche (also auch pädagogische) Anwendungen geeignet zu sein. Dies ist im folgenden begründet (nach PASK 1962):

Die klassische Methode des kontrollierten Experiments beruht auf der Hypostasierung eines Systems $C = (A^*, L, U)$.

- U ist eine Menge von Aussagen über das modellierte System, das durch eine Menge V von Variablen beschrieben wird. V kann unterteilt werden in $X \subset V$, die Menge aller Variablen, die Attributen des Systems entsprechen, und $Y \subset V$, die Menge aller Parameter, die im Experiment verändert werden sollen.
- A^* ist die Menge aller hypostasierter Zustände $A = \{ a_1 \dots a_n \}$ des Systems, wobei die a_i die durch Meßinstrumente oder -verfahren festgestellten Attribute des Systems sind. Werden die $A_i \in A^*$ nach einem Zeitindex geordnet, so entspricht die entstehende Folge dem hypostasierten Prozeß des modellierten Systems.
- L ist eine Abbildung von A in V , also die Operationalisierung der Variablen und Parameter.

Zur Beschreibung des Verhaltens des Systems kann eine Matrix von Übergangswahrscheinlichkeiten P angenommen werden (statistisch zustandsdeterminiertes System, z.B. Markoffprozeß), oder eine Menge $\{ P_1 \dots P_m \}$ solcher Matrizen, wobei entweder eine Funktion eines mittleren Meßwerts über die zurückliegenden Zustände zur Auswahl der jeweils zutreffenden P_i

herangezogen wird, oder aber eine Funktion eines Parameters des Systems (d.h. eines $y_i \in V$), in welchem Fall Ultrastabilität nach ASHBY hypostasiert wird.

Durch das Theoriesystem C wird also eine feste Struktur des modellierten Systems angenommen, die im kontrollierten Experiment durch Variation der Parameter und Beobachtung der Attribute überprüft wird. Ist das modellierte System nun ein Mensch, der in einer Experimentalsituation Lernen zeigen soll, so wird regelmäßig folgendes eintreten:

1. Zunächst wird die Versuchsperson einen Quasi-Vertrag mit dem Versuchsleiter schließen, in dem festgelegt ist, was z.B. als Signal (Reiz) anzusehen ist, welche Handlungen (Reaktionen) erlaubt sind, was als Ziel der Handlung (Verstärkung) zu betrachten ist. Dieser Vertrag muß nicht explizit durch eine Versuchsinstruktion geschlossen werden, sondern kann auch implizit durch eine reduzierte, parzellierte, labilisierte Versuchssituation erzwungen werden (s. o. 2. 3).
2. Die Versuchsperson sieht sich zunächst einer großen Zahl von Signalen und Handlungsmöglichkeiten gegenüber, die informationstheoretisch als Redundanz oder als Vielfalt (variety) meßbar ist. Lernen ist nun gerade dadurch beschreibbar, daß die Vielfalt ab- und die Redundanz zunimmt. Bei einer Vielfalt von 0 und einer Redundanz von 1 bleibt nichts mehr zu lernen.
3. Es ist nun bekannt, daß Menschen (überhaupt Organismen) eine gewisse minimale Vielfalt bzw. maximale Redundanz aufsuchen, damit sie genügend ausgelastet sind (das sog. Bedürfnis nach neuen Eindrücken, s. etwa BERLYNE 1974). Andererseits darf die Vielfalt nicht zu groß, die Redundanz nicht zu klein werden, da sonst Überlastung eintritt. In beiden Fällen sind viele Strategien bekannt, mit denen Menschen die optimalen Werte zu erreichen versuchen: So beschäftigen sich Fließarbeiter wegen Unterlast durch eine Spaltung der Aufmerksamkeit mit Phantasien, oder Versuchspersonen beginnen, ein anderes Handlungssystem als das für den Versuch vereinbarte zu implementieren, oder sie verfallen - bei Überlast - auf "abergläubische" Handlungen, die Erfolg zu bringen scheinen.

Die Effekte, die sich aus dem dritten Punkt ergeben, führen dazu, daß sich die Versuchsperson als modelliertes System nicht mehr "vertragsgerecht" gemäß dem hypostasierten System C verhält, sondern gemäß einem anderen, unbekanntem, vom Versuchsleiter unter den Bedingungen des klassischen kontrollierten Experiments auch nicht erschließbaren System (außer man befragt die Versuchsperson einfach).

PASK schlägt nun vor, mit der Modellierung von Menschen ernst zu machen: Den Versuchspersonen prinzipiell die gleichen Fähigkeiten zuzuschreiben, die der Versuchsleiter sich selbst zuschreibt (1962, 184): Daß sie nämlich fähig sind, selbst auch ein System $G = (A_G^*, L_G, U_G)$ zu konstruieren, um die Versuchssituation zu erklären und zu beherrschen. Dieser Vorschlag bedeutet, daß der Forscher damit rechnet, daß die modellierten Menschen eine Folge von Systemen $\lambda_G = [G_0 \rightarrow G_1 \rightarrow \dots G_n]$ entwerfen, um mit verschiedenen Problemlagen in ihrer Umgebung fertig zu werden, und daß es demgemäß auch

eine Folge φ von Matrizenmengen $\{P_1 \dots P_m\}$ gibt, wobei jede Matrizenmenge ein abgeschlossenes Handlungsplansystem darstellt.

Demgemäß bestünde dann die angemessene Struktur von Theorien über (menschliche) Lernhandlungen in der Angabe einer Sequenz $[\lambda, L, \varphi]$ und die Aufgabe von Lernexperimenten darin, die hypostasierte Folge λ_C mit der realen Folge λ_G möglichst zur Deckung zu bringen. Dazu muß die Schnittmenge von V_G mit V_C für jedes Systempaar der Sequenz maximiert werden, d.h. die Menge der von Versuchspersonen und Versuchsleitern gleichartig erfaßten Attribute der Versuchsperson und der Situation (die wiederum den Versuchsleiter enthält). Ist dies der Fall, so werden sich auch gleichartige Matrizenmengen bilden, da ja die Struktur der Realität nur bestimmte richtige Handlungen erlaubt.

Diese noch sehr abstrakt beschriebenen Experimentalmethode ist in der Tat eher geeignet, Lernprozesse abzubilden, denn sie enthält von vornherein die Reflexität, die ich oben (in 1.3) als entscheidende Besonderheit von sozialwissenschaftlichen (speziell auch pädagogischen) Theorien bezeichnet habe. Auf eine prägnante Formel gebracht, spricht PASK davon, er habe hiermit den Grundstein für eine Theorie der Gespräche (conversations) gelegt.

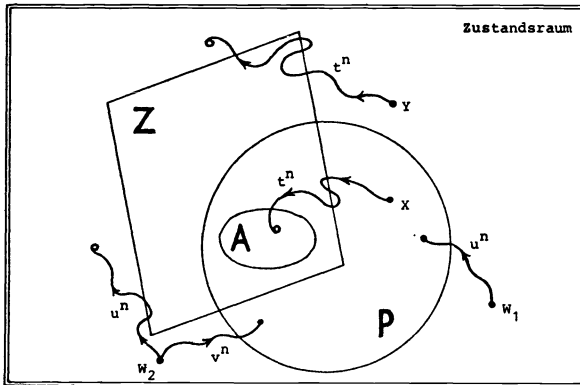
Es ist nach diesen Überlegungen ein konzeptueller Fortschritt gegenüber den S-R-Modellen, wenn GAINES (1972 a) als Modellobjekt für den Schüler und den Lehrer den adaptiven Automaten der Regelungstheorie auswählt (vgl. für regelungstechnische Eigenschaften des Menschen: GAINES 1969 und die dort zitierte Literatur). Das Grundmodell des Unterrichts nach GAINES ist in Schema 7 skizziert.

Gegenüber dem S-R-Modell aus Schema 6 ist hier deutlich zwischen der Umgebung des Schülers und dem Lehrer unterschieden, die innere Struktur der Kästen Lehrer und Schüler ist hierarchisch. GAINES weist darauf hin, daß die Trennung in zwei Hierarchieebenen recht beliebig vorgenommen werden kann (1972 a, 272 f), daß jedoch beachtet werden muß, daß eine zu niedrig (etwa bei elementaren Bewegungen) angesetzte Trennungslinie natürlich eine Komplizierung der höheren Regulationsebene nach sich zieht.

Wie wird nun mit diesem Modellobjekt der Lernprozeß abgebildet? Ähnlich wie ein endlicher Automat hat ein adaptiver Automat zu jedem Zeitpunkt einen bestimmten Zustand, der jedoch als distinkte Interaktionsweise mit dem Gegenstandsbereich, d.h. als Programm oder als Strategie aufgefaßt werden muß (entsprechend den Matrizen von Übergangswahrscheinlichkeiten $\{P_1 \dots P_m\}$ nach PASK, s.o.). Alle möglichen Zustände des adaptiven Automaten kann man sich in einem "Zustandsraum" (state-space) so angeordnet denken, daß benachbarte Zustände "ähnliche" Strategien/Programme darstellen (Schema 8). Bestimmte ausgezeichnete Bereiche im Zustandsraum entstehen dadurch, daß eine bestimmte Aufgabe (task), ein Problem für den Automaten definiert wird.

- Ein solcher Bereich umfaßt Zustände (Strategien), mit denen die Aufgabe optimal gelöst werden kann (Bereich A in Schema 8). In diesem Bereich ist der Automat an die Aufgabe adaptiert.
- Ein zweiter Bereich (Z) umfaßt die Zustände (Strategien), mit denen eine "zufriedenstellende" Interaktion mit der Aufgabe möglich ist, gemessen durch ein Effektivitätskriterium der Leistungsbewertung.

SCHEMA 8



Mit diesem Konzept des Zustandsraums²⁶⁾ kann GAINES nun sehr klar formulieren, wie Lehren (Trainieren) und Lernen in seinem Modell abgebildet wird: Lernen findet stets bezüglich bestimmter Aufgaben statt und ist nur nötig, wenn der Automat sich in einem Zustand außerhalb des Bereichs A der Adaption an die Aufgabe befindet. Lehren besteht darin, dem Automaten eine Aufgabenfolge anzubieten, die ihn aus seinem gegenwärtigen Zustand in den Bereich A überführt. Es sind hierbei zwei generelle Fälle denkbar:

1. Der Anfangszustand des Automaten ist innerhalb eines Bereichs, in dem eine endliche Wiederholung der Aufgabe t zum Ziel führt: der Bereich P, der solche Zustände umfaßt, heißt "potentiell adaptiv bezüglich der Aufgabe"; in Schema 8 findet sich eine mögliche Zustands- "Fahrtrlinie" t^n , die von X zur Adaption führt.
2. Liegt der Ausgangszustand außerhalb des Bereichs P, dann kann eine endliche Wiederholung der Aufgabe t nicht zur Adaption führen (so ist P definiert), sondern t^n führt allenfalls zu gelegentlich zufriedensstellender Interaktion des Automaten mit der Aufgabe (Fahrtrlinie t^n beginnend bei Y).

In diesem Fall besteht Lehren, also die Aufgabe des Trainers darin, eine Aufgabe u zu finden, deren endliche Wiederholung den Automaten zunächst in den potentiell adaptiven Bereich P überführt (u^n beginnend bei w_1), so daß Fall 1 gegeben ist. Die Aufgabe u mag jedoch nur für bestimmte Ausgangszustände angemessen sein, für andere (etwa für w_2) führt u^n nicht in P, und es ist eine weitere Aufgabe v zu finden, die dies erreicht.

Es ist klar, daß die Auswahl der richtigen Aufgabe (u oder v in Schema 8) nur möglich ist, wenn der Lehrer über die Information verfügt, in welchem Zustand sich der Schüler gerade befindet. Diese Art von Unterricht nennt GAINES deshalb "feedback training" und unterscheidet davon ein "open-loop training", in dem Informationen nur über definierte Gruppen von Schülern

verfügbar sind, so daß lediglich die durchschnittlich beste Methode u oder v gewählt werden kann. Weitere Definitionen, die GAINES versucht, kann ich hier aus Platzmangel nicht referieren - sie umfassen z. B. die Begriffe Transfer, Adaption an mehreren Aufgaben gleichzeitig usw. (1972 a, 267 ff; formale Definitionen s. GAINES 1972 b und 1974).

Neben den bereits genannten Unterschieden ist GAINES' Modell also von dem Reizauswahlmodell des letzten Beispiels durch eine ganzheitliche Definition des Lerninhalts (als Aufgabe oder Problem) zu unterscheiden. Insofern behandelt dieses Modell den Makroprozeß des Lernens über längere Zeiträume. Der Lernprozeß ist auch hier noch recht abstrakt modelliert, die Relationen zwischen In- und Output werden auch von GAINES noch vor allem extensional betrachtet; in seinen Experimenten kommt GAINES jedoch zu Ergebnissen, die - konsequent verfolgt - zur expliziten Analyse von Bedeutungs- oder Wissensstrukturen führen müssen.

In dem Versuch, über den GAINES in dem bereits zitierten Artikel berichtet (1972 a), werden als unabhängige Variable neben der Art des Trainings (open-loop vs. feedback) zwei verschiedene verbale Vorinformationen für die Schüler eingeführt ("schwache" vs. "starke" Instruktion). Bei der Aufgabe handelt es sich um einen "tracking task", bei dem ein oszillierender, durch Störbeschleunigungen abgelenkter Punkt auf einem Fernsehschirm stabil gehalten werden soll. Zur Steuerung gibt es in den Stuhllehnen des Schülers zwei Druckknöpfe. Die Schwierigkeit der Aufgabe besteht darin, daß nicht das übliche gilt (linker Knopf bewegt nach links, rechter nach rechts), sondern jeder Knopf hat ein "Gedächtnis" der Länge 1 und bewegt den Leuchtpunkt zum Zeitpunkt $t+1$ entgegengesetzt wie zum Zeitpunkt t . Durch diese Anordnung erreicht GAINES, daß die Schüler ein doppeltes Regulationsproblem haben: Einerseits die Strategie der Knopfbedienung zu erwerben, andererseits diese bereits anwenden zu müssen, um den Leuchtpunkt zu stabilisieren.

In der "starken" Instruktion wird den Schülern mitgeteilt, wie die Knopfsteuerung funktioniert, in der "schwachen" nicht; m. a. W. die Knöpfe erhalten für die Schüler verschiedene Bedeutungen. Dies hat nun zur Folge, daß Schüler mit starker Instruktion im leichten open-loop training ebenso große Lernerfolge zeigen, wie Schüler mit schwacher Instruktion im feedback training²⁷). GAINES erklärt dies mit seinem Konzept der "sub-environments", die durch die Anwendung einer bestimmten Ausgangsstrategie im Zustandsraum der Lernumgebung entstehe. Im Falle falscher Ausgangsstrategien verändere sich hierdurch die Aufgabe so, daß sie objektiv unlösbar werde. Den Erfolg der "starken" Instruktion erklärt er somit durch die Begünstigung von solchen sub-environments, in denen die tracking-Aufgabe lösbar bleibt (GAINES 1972 a, 274 und 297).

Mit diesem Konzept ist gut getroffen, was die Bedeutung einer Situation operativ ausmacht: Falsche Regulierungen mischen der Bewegung des Punktes auf dem Bildschirm zusätzliche Störungen bei, die zu einem objektiv anderen Verhalten des zu regulierenden Systems führen. Für den Anfänger sind aber die Wirkungen seiner Handlungen von den systemeigenen nicht zu unterscheiden: Er kennt die Bedeutung seiner Wahrnehmungen nicht. Die Tatsache, daß eine verbale Instruktion das Verhältnis von Schüler und Aufgabe von vornherein günstig gestalten kann, verweist auf die Wichtigkeit, die Rolle der Sprache als Transportmedium von Bedeutung im Lernprozeß zu studieren²⁸).

Dieser Aufgabe hat sich nun die Arbeitsgruppe um G. PASK seit etwa 8 Jahren intensiv gewidmet, nachdem PASK zunächst wie GAINES hauptsächlich den Erwerb sensumotorischer Fertigkeiten mit automatischen Trainern studiert hatte. PASKs Modellobjekte sind, ebenso wie die von GAINES, komplizierte elektronische Apparaturen, seine Arbeit ist von Anfang an eng mit praktischen Versuchen verbunden. PASK bildet die Modellobjekte jedoch von vornherein konzeptuell differenzierter ab. Dies zeigt sich programmatisch an dem Titel eines seiner Artikel "Man as a System that Needs to Learn" (PASK, 1967) und daran, daß er den Menschen nicht lediglich als Regelsystem oder adaptiven Automaten bezeichnet, sondern versucht, das Spezifische des Menschen als Regelsystem herauszuarbeiten. Er nennt folgende Punkte (1967, 138 f):

1. Menschen sind aktive Regelsysteme, sie können nicht "abgestellt" werden, sondern benötigen stets eine mittlere Informationslast.
2. Auch der kleinste (psychologisch) unterscheidbare Teil eines Menschen ist ein aktives Regelsystem; atomare Bestandteile eines Modells des Menschen sind darum Regelsysteme.
3. Menschen sind adaptive, hierarchische Regelsysteme mit einem Bedürfnis zu lernen, d. h. ihre innere Struktur zu ändern. Sie suchen aktiv nach Gelegenheiten, dies zu tun.
4. Die Regulation, derer Menschen fähig sind, ist am besten als Problemlösen zu beschreiben, wobei für ein Problem eine Prozedur, ein Plan gesucht wird, der es in einen Zielzustand überführt.
5. Die Zielzustände werden von Menschen - anders als bei problem-lösenden Automaten - selbst bestimmt.

Besonders interessant für Pädagogen sind nun neuere Ergebnisse der Arbeitsgruppe in PASKs Labor (System Research Ltd., Richmond), die gegenwärtig in einer Folge von 7 Artikeln veröffentlicht werden (bis Ende 1974 waren drei Artikel erschienen: PASK & SCOTT 1972, 1973; PASK, SCOTT & KALLIKOURDIS 1973). Ich werde hier nur kurz die Fragestellung skizzieren; die drei Artikel umfassen fast 200 Seiten. Diese Arbeiten sind deshalb so interessant, weil der Lerninhalt, der hier mit Lehrautomaten vermittelt wird, nicht nur eine sensumotorische Fertigkeit, oder eine einfache kognitive Struktur ist, sondern ein kompliziertes Wissensgebiet (biologische Taxonomien und die mathematische Wahrscheinlichkeitstheorie²⁹).

Bei GAINES war die Beschreibung und Parametrisierung des Lerninhalts noch relativ einfach, da es sich um bekannte Regulationsprobleme (tracking) und -mechanismen (diskrete Steuerung) handelte. PASK und Mitarbeiter aber müssen erstens eine Vorstellung davon entwickeln, welche Struktur "Wissen" hat, damit eine Strategie zu seiner Vermittlung herstellbar wird (s. zu Ansätzen in dieser Richtung u. a. GARVIN 1970, NEWELL & SIMON 1972, DALENOORT 1973, SHANK & COLBY 1973). Zweitens muß ein Kriterium für den Erfolg des Lernprozesses definiert werden, das auf den Lerninhalt abgestimmt ist. War bei GAINES genau anzugeben, daß Erfolg dann vorlag, wenn der Leuchtpunkt in einem definierten Bereich gehalten wurde, so muß beim Erwerb von Wissen angegeben werden, wann ein Verständnis des Inhalts erfolgt ist. Nach einer operativen Definition dieses Kriteriums mußten PASK und Mitarbeiter drittens ein Verfahren entwickeln, das in der Praxis gestattet zu entscheiden, wann ein "Wissenselement" verstanden ist.

Hierzu entwickelten sie eine "teachback"-Strategie, d.h. der Schüler lehrt nach einem Lernschritt, was er gelernt hat. Um schließlich viertens eine automatische Regulation der Vielfalt/Redundanz eines Lernschritts aus dem Wissensbereich möglich zu machen (die ja für das rückgekoppelte Lehren konstitutiv ist), mußte ein weiteres Verfahren entwickelt werden, das die Unsicherheit der Schüler bezüglich der Wissens Elemente zu messen in der Lage ist³⁰).

Als "anfaßbares" Ergebnis ihrer Arbeit können PASK und Mitarbeiter den Apparatekomplex "CASTE" (ein System zur Offenlegung von Lernstrategien und zur Regulation von Unsicherheit - so der Titel von PASK & Scott 1973) vorzeigen. In der Folge von Artikeln im "International Journal of Man-Machine Studies" haben sie begonnen, eine generelle Theorie des Denkens und des "Sprechens über Wissen" (d.h. der "Gespräche" in einem präzisen Sinn) vorzustellen, die für PASK "a radical departure from the tacit norms of behavioural science" (1972 b, 215) darstellt. Ich kann erst in einer späteren Arbeit versuchen, diese Theorie einzuschätzen.

Fazit dieses Abschnitts: Sobald eine gründliche Neuorientierung der im Modellobjekt I zu verwendenden Konzepte auf die spezifisch menschlichen Eigenschaften der Menschen erfolgt - und dies war erst möglich, nachdem eine fachwissenschaftliche Analyse der Ergebnisse aus kontrolliert-adaptiven "Unterrichts"-Versuchen stattgefunden hatte - kann es gelingen, Modellobjekte II und (meist in der Sprache der Mengenlehre) formalisierte Theorien zu entwickeln, die den Erfahrungsmodellen der Lehrer genügend nahekommen³¹). Dies gilt bis zur Komplexität von Unterrichtssituationen, die aus Lehrer, Schüler und komplexen (hochstrukturierten) Lerninhalten bestehen, aber noch nicht für die Modellierung einer wirklich sozialen Unterrichtssituation, in der eine Schülergruppe gemeinsam lernt. Für diese - häufigste - Situation bleibt der Erziehungswissenschaft nur eine operative Hilfe der Mathematik beim Problem der ädaquaten Abbildung von Lernprozessen.

Gegenwärtig liegt demnach die Hauptaufgabe von mathematisch vorgebildeten Erziehungswissenschaftlern im Bereich der Entwicklung von Unterrichtsbeobachtungsverfahren (vgl. hierzu die glänzend organisierte Übersicht bei DUNKIN & BIDDLE 1974) und von solchen Test- und Diagnoseverfahren, die nicht lediglich Produkte der Schülertätigkeit erfassen, sondern die Charakteristika der (kognitiven oder instrumentellen) Tätigkeit, die diese Produkte erzeugt hat.

Anmerkungen:

- 1) Hierunter sollen auch die Organisationsfachleute (Systemanalytiker, Programmierer, Wirtschaftsingenieure) verstanden werden.
- 2) Eine Ausnahme bildet z.B. die LORENZEN-Schule, die explizit einen wissenschaftsübergreifenden, handlungsanleitenden Anspruch hat, sowie weitere Ansätze der praktischen Philosophie.

- 3) In den sozialistischen Ländern wird bekanntlich die einheitliche Philosophie des dialektischen und historischen Materialismus als bestimmend für alle Wissenschaften angesehen. Das Verhältnis von Pädagogik und Philosophie gestaltet sich demgemäß dort anders. Hierauf kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden.
- 4) Vgl. den Diskussionsbeitrag von GÖRNER (Materialien des USP III, 36), in dem hervorgehoben wird, daß die Entwicklung der Physik und wahrscheinlich auch der Biologie den Umschlagspunkt bereits überschritten hat.
- 5) Von verschiedenen Seiten wird als die adäquate Methode der jetzigen Psychologie die sog. "Aktionsforschung" (LEWIN, Tavistock Institute etc.) vorgeschlagen. Sie wurde bisher vor allem im industriepsychologischen Bereich verwendet. Sie ist meiner Meinung nach besonders zur systematischen Erfahrungsbildung geeignet, weniger jedoch zur Überprüfung von Theorien.
- 6) Vermutlich läßt sich auch das Ergebnis einer Grundlagenwissenschaft so darstellen: M wäre hier die Abbildung der statischen Struktur von G; W die Gesamtheit der als möglich erkannten Prozesse in G; S das System der dynamischen Gesetze von G (soweit bereits erkannt). Allerdings besteht ein wichtiger Unterschied: Bei Technologien muß M bereits ein dynamisches Abbild sein (d. h. die Einheit von M, W und S der Grundlagenwissenschaft). In der Technologie stellt W menschliche Tätigkeit dar, die durch bewußte Ziele (in S) gesteuert ist.
- 7) Höher kann die Ordnung sein, wenn verschiedene M_1 objektiv ähnliche Struktur aufweisen, dies aber nicht in M, sondern beim Vergleich der zugehörigen W_1 erkannt wird. Dies kommt sehr häufig vor, und ist oft ein Verdienst der Mathematik (Beispiele s. OTTE 1974 a).
- 8) Der Ausdruck stammt von dem Biologen WADDINGTON (s. PIAGET 1974 a, 13 und 20 f.), der die Pfade, auf die hin reguliert wird, als "Kreoden", notwendige Entwicklungslinien, bezeichnet. Hier ist jedoch Vorsicht geboten: In der Entwicklung von Embryonen sind diese Pfade vererbungsmäßig und naturgesetzlich bestimmt; bei Kindern sind solche festgelegten, notwendigen Entwicklungslinien sicher anzunehmen (durch PIAGET im Bereich der kognitiven Fähigkeiten erforscht), aber in der Entwicklung z. B. der sozialen Verhaltensweisen oder der praktisch-technischen Fähigkeiten sind die möglichen Wege hauptsächlich gesellschaftlich-historisch bestimmt, also auch gesellschaftlich veränderbar.
- 9) Vgl. den Aufsatz von MARUYAMA (1963), in dem er eine "zweite Kybernetik" - die des positiven Feedbacks - als Ergänzung der vor allem homöostatisch ausgerichteten Regelungstheorie fordert, und MILSUM (1968).
- 10) Nicht zu verwechseln mit der "instrumentellen Funktion" von Mathematik (s. OTTE 1974 b, DRESS 1974), da alle drei unterschiedenen Verwendungformen den Werkzeugcharakter von Mathematik implizieren.
- 11) Das am weitesten verbreitete Modellobjekt für Lernen ist der schwarze Kasten der Reiz-Reaktionstheorie des Lernens (s. u. Abschnitt 3.1), bei dem eine extreme Abstraktion von menschlichem Lernen stattfindet: Die Theorie trifft auf einfache Säugetiere genauso zu wie auf Menschen - jedenfalls ihrem Anspruch nach.
- 12) Die angegebene Bedingung (Komplexität . . .) ist noch nicht hinreichend für eine Tiefenbeschreibung. Nach BUNGE (1973, 103) muß mindestens noch hinzukommen, daß eine "translucid-box theory" vorliegt.

- 13) LEONTJEW & DSCHAFAROW (1973/74) weisen darauf hin, daß ein Modell-objekt kein Modell im präzisen Sinn ist, da der reale Gegenstandsbereich reicher ist als es ein "morphes" (BOURBAKI) Modell je sein kann. Dieser Einwand ist besonders in der Psychologie zu beachten, wo es z. B. falsch wäre, die Wahrnehmung als Modellierung (im präzisen Sinn) aufzufassen.
- 14) Daß die Motivation der praktischen und der theoretischen wissenschaftlichen Tätigkeit so auseinanderfällt, wie in den Schemata 2 und 4 durch getrennte S und S' angedeutet, muß nicht so sein. Es ist jedoch leider die Regel.
- 15) Die Widersprüchlichkeit von Modellen des gleichen Gegenstandsbereichs wird oft dadurch wegeskamotiert, daß einfach postuliert wird, es lägen verschiedene Gegenstandsbereiche vor. So nimmt etwa JENSEN (1969) eine genetisch verschiedenen Ausstattung von Negern und Weißen an, die einen unterschiedlichen Unterricht und verschieden hohe Ziele rechtfertigen soll. Damit wird die real vorkommende unterschiedliche Behandlung von Weißen (intellektualisierender Unterricht) und Schwarzen (drillorientierter Unterricht) "theoretisch" gerechtfertigt.
- 16) Übersetzung und Ergänzung durch die BUNGESchen Begriffe durch mich (A. R.).
- 17) Das gleiche gilt für den Spezialfall des programmierten Unterrichts mit Lernmaschinen, allerdings aus anderen Gründen (Vereinfachung der Apparatur, der Programme; Vorteil des hier tatsächlich gegebenen 1 : 1 Verhältnisses zwischen Schüler und "Lehrer" (=Programm) etc.).
- 18) Dies ist ein Beispiel für die oben (Abschnitt 2. 2) genannten additiven, disjunkten Teilmodelle der "aristotelischen Denkweise". Die neueren pädagogischen Richtungen an den Hochschulen ("emanzipatorische", "kritische" usw.) versuchen, gerade diese Vorannahme zu durchbrechen, und den Lehrer gleichzeitig als Lerner zu verstehen. Ansätze hierzu sind auch aus der älteren Pädagogik bekannt (z. B. DEWEY's pragmatischer Ansatz).
- 19) Inwieweit die S-R-Theorie ein Paradigma im KUHNschen Sinn darstellt, und inwieweit das Vordringen "kognitiver" Theorien einen revolutionären Paradigmawechsel darstellt, kann ich hier nicht untersuchen. Vgl. hierzu die Diskussion in "American Psychologist" (ab 1972) und in den "Science Studies" (ab Band 1, 1971).
- 20) Wie z. B. PASK (1962, 174 f) überzeugend darlegt, kann man die S-R-Theorien nur als Lerntheorien anerkennen, wenn man gewillt ist, den Begriff "Lernen" auch für die erzwungene Adaption an durch einen "Plan" total bestimmte Situationen gelten zu lassen.
- 21) Daß auch r_{n-1} Element der Reizvorgabe ist, wird in einer späteren Erweiterung der Theorie postuliert, auf die ich weiter unten eingehen werde.
- 22) Wesentlich bessere Modelle des Sprachlernens, Sprachverstehens und Sprechens sind inzwischen entwickelt worden: z. B. WINOGRAD 1973 a und b oder PAPERT 1973.
- 23) NICKLIS bezieht sich hier auf Arbeiten von FRANK, der inzwischen das Institut für kybernetische Pädagogik, Paderborn, leitet. Die Gruppe um FRANK geht ebenfalls von S-R-Paradigma aus, bettet dieses jedoch in eine eigene Auffassung von Kybernetik ein, die in ihrem Anspruch noch weit umfassender ist, als das bei der Stanforder Gruppe je der Fall war (s. etwa FRANK 1969 und die Zeitschrift "Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaften").

- 24) Die Unterscheidung findet sich in den meisten kybernetischen Abhandlungen als Trennung zwischen äußerem Regelkreis und innerem "Modell der Außenwelt" (s. z.B. OPPELT 1975), ohne daß die Bedeutung dieser Unterscheidung so deutlich herausgearbeitet wäre wie bei GAINES und vor allem bei PASK (s. unten).
- 25) Diese Unterscheidung von L_0 und L_1 trifft sich mit und präzisiert PAWLOWS Vorstellung von einem "ersten" und "zweiten Signalsystem" (s. etwa KOSTJUK 1973, 130).
- 26) Eine Generalisierung dieses Konzepts ist der Problemraum von NEWELL & SIMON (1972, 809-823).
- 27) Wie erwartet, war der Lerneffekt beim feedback training mit "starker" Instruktion am größten. Das feedback training bestand in der automatischen Regulierung des Schwierigkeitsgrads der Aufgabe, so daß die Fehlerrate der Schüler bei etwa 34 % gehalten wurde. ATKINSON & PAULSON (1972) z. B. fanden im Bereich des computerunterstützten Lesenlernens ähnliche optimale Strategien, die die Lernaufgabe für den Schüler so regulieren, daß ein konstanter Lernzuwachs erreicht wird. Sie verwenden jedoch (s. o. 2. 3. 1) kein Gesamtmodell des Schülers.
- 28) GAINES kann übrigens nachweisen, daß elektronische Modelle der Schüler ein ähnliches Lernverhalten zeigen, und auch aus "Instruktionen" ähnliche Vorteile ziehen können (1972 a, 300 ff).
- 29) Dies sind allerdings hochstrukturierte Wissensgebiete; eine Generalisierung auf die Vielzahl der niedrigstrukturierten Schulfächer (z. B. Sozialkunde oder eben Pädagogik) wäre sicher recht schwierig. Aber gerade weil PASK und Mitarbeiter hochstrukturierte Wissensgebiete untersuchten, sind ihre Ergebnisse für den USP "Mathematisierung der Einzelwissenschaften" der Universität Bielefeld sicher außerordentlich wichtig; wenn es etwa um didaktische Fragen im geplanten "Mathematik-Grundkurs für Nicht-mathematiker" geht.
- 30) Dieses Verfahren stellt eine wichtige Generalisierung der klassischen Testverfahren dar.
- 31) In der UdSSR wurde ebenfalls ein sehr reiches Modell des Unterrichts entwickelt, über das man aber wegen der geringen Literaturmenge nichts Genaues über den Formalisierungsgrad sagen kann (vgl. TALYZINA 1973 und LANDA 1975).

Ludwig Streit :

Physik
und
Mathematik

Interdisziplinarität als Voraussetzung

- 1 Eine Physikalische Landkarte
- 2 . Mathematik und Physik
- 3 . Bielefelder Zustände
- I Physik - Lehre und Forschung
- II "Mathematik für Physiker" (Forschung und Lehre)
- 4 . Aufgaben
- 5 . Lösungen

Nach einem vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrag

1. Eine physikalische Landkarte

Der außenstehende Betrachter gewinnt seine Einblicke in das Gebiet der Physik auf zwei ganz verschiedene Weisen: Er kann erst einmal seinen Alltagsumkreis betrachten, der hat gewisse Berührungen vor allem mit der klassischen Mechanik, das ist der Nahbereich. Die zweite, viel aufregendere Methode ist, daß er sich informieren läßt durch die tollkühnen Männer in ihren Fesselballons, die Wissenschaftsjournalisten, die etwa in der "Zeit" oder in der "Frankfurter Allgemeinen" publizieren, in die Ferne schauen, exotische Gipfel betrachten und davon farbige Schilderungen geben, je ferner desto farbiger.

Das Merkwürdige ist: Den ersten Bereich kontrolliert man, und das geht heutzutage schon etwas über die klassische Mechanik hinaus, also Steckdose und dergleichen. Da hat man völliges Zutrauen zu sich selbst - dahinter aber ist etwas ganz Exotisches, eigentlich sehr Interessantes, jeder wollte das doch auch einmal verstanden haben. Und merkwürdigerweise, was dazwischen stattfindet, darüber hört man ganz Entsetzliches. Warum? Das liegt daran, daß die dritte Methode, über das Gebiet der Physik etwas zu erfahren, im großen Ganzen scheitert. Die dritte Methode ist die, ganz einfach, daß man jemanden hinein schickt. Aber wenn er wiederkommt, hat er, je gründlicher mathematisiert, desto mehr die Sprache verloren. Der untaugliche Versuch, die zu befragen, die die dort gewesen sind, hat also auch schon einen Mathematisierungsaspekt.

2. Mathematik und Physik

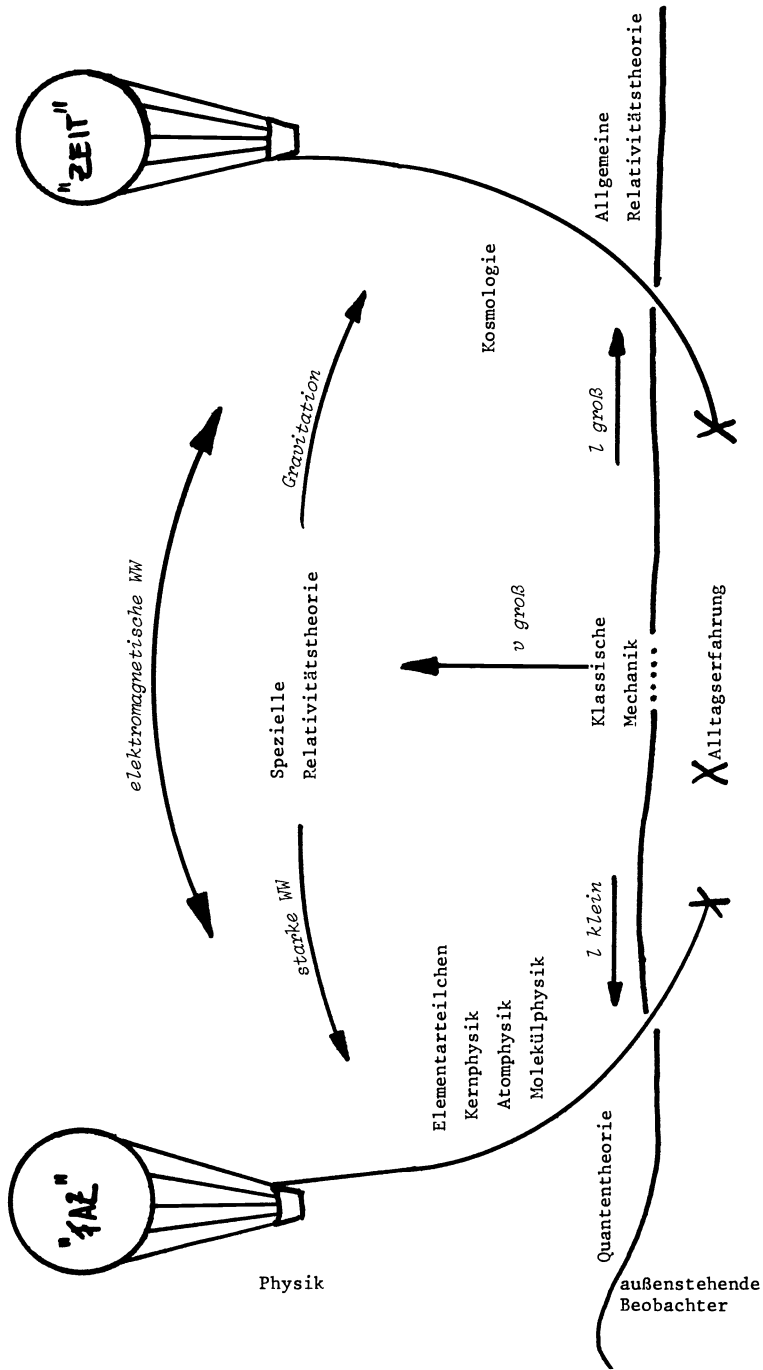
Das sind ominöse Vorsprüche, trotzdem werde ich versuchen, diese Landkarte mit Ihnen weiter auszumalen, und zunächst überlegen, was die Mathematik dazutut. Das will ich sehr viel kürzer abtun, als es dem Thema eigentlich gerecht wird, indem ich in dürren Worten bemerke, daß Physik, so wie sie ist, eine mathematische Naturbeschreibung und -"Erklärung" ist.

Sie könnte auch anders sein, und das ist eine sehr interessante, aber eine metaphysische Frage. Und ich glaube, daß die aktuellen Probleme innerhalb der vorhandenen Beziehungen zwischen Mathematik und Physik so drängend sind, daß wir uns nicht erlauben dürfen hier, wo es viel Arbeit gibt, dieser Versuchung nachzugehen und über andere Physiker zu spekulieren. Nehmen wir also für den Bedarf des Tages an, daß die Physik mathematisch ist.

Damit sind wir natürlich in vollem Einklang, das will ich nur dazu sagen, mit dem Selbstverständnis des ganzen Faches. Es ist nicht so, daß ich hier von einer mathematischen Schule rede - und es gäbe auch eine nichtmathematische Physik. Insofern ist die Situation hier schon etwas anders als in manchen anderen Fächern, einfach erwiesen durch den Iststand. Mathematik, was für welche, das werden wir sehen, ist ein wesentlicher, ein unabdingbarer Bestandteil der Physik, der Physik so wie sie ist.

Aus dem gleichen Nützlichkeitsgrund, nämlich um zu dem gewünschten Ziele zu kommen, fehlt hier ein weiterer wichtiger Abschnitt, ein Abschnitt über einerseits die Entwicklung der mathematischen Symbolik, der Mathematik als Symbol in der Naturerklärung von PLATON über Nicolaus CUSANUS bis KEPLER, und andererseits in einem gewissen Gegensatz dazu, den Aufstieg der mathematischen Methodik: GALILEI, NEWTON usw.

Abbildung 1: Eine physikalische Landkarte



Diese Fragen leben nicht eigentlich auf dem Bewußtseinsniveau des theoretischen Physikers jeden Tag. Aber es ist interessant, daß sie gelegentlich wieder auftauchen. Nehmen Sie das Vorwort des Buches von REED und SIMON, wo ein gewisses Staunen zu spüren ist über den Symbolaspekt. Wir haben so viel Mathematik als Methode betrieben über die letzten dreihundert Jahre, daß Mathematik als Symbolik staunend vermerkt wird. Also so viel und nicht mehr zu dieser Sache.

Es ist ferner ein Gemeinplatz, daß die Mathematik, ein Großteil der älteren und auch ein Großteil der neueren und neusten Mathematik, entwickelt wurde, um als Vehikel zur Erschließung des physikalischen Geländes zu dienen. Das dienen sage ich, um es gleich in Frage zu stellen und sozusagen zu widerrufen, das ist ein sehr spätes Mißverständnis, man kann viel eher von einer Führerrolle der Mathematik in dieser Landschaft reden. Und die Führerrolle besteht, teils sogar in Personalunion ausgeübt, wenn man in der Geschichte zurückblickt, (1) in der Aufdeckung noch nicht bewiesener Zusammenhänge und, das jetzt mehr im Sinne des Symbolcharakters, (2) in der Entwicklung von Intuition und Denkmodellen.

Gleichzeitig mit dieser Führerrolle der Mathematik hat sie sich auch selber entwickelt, hat wesentliche Impulse bekommen. Und im Sinne des Papiers von DYSON, das Herr BOOSS freundlicherweise ausgegraben hat, kann man bis ins 19. Jahrhundert hinein von einer durchaus glücklichen Ehe zwischen Physik und Mathematik sprechen, wobei natürlich dieses Glück, wie bei allen solchen langen Ehen, zum Teil aus Liebe, zum Teil aus Gewöhnung besteht.

Und dann ging etwas schief, und daran haben wir heute zu laborieren. Was nämlich dann eintrat, war zunächst die Identitäts- und dann die Grundlagenkrise der Mathematik, manifestiert an dem staunenden Bemerkten der nicht-euklidischen Geometrien zunächst, und später der Konsistenzprobleme der Mengenlehre. Das Ergebnis war eine Ablösung der Mathematik vom naiv akzeptierten Substrat der dinglichen Realisierungen. Ich möchte nun kein Psychogramm der Mathematik entwickeln, aber hier und andernorts ist schon über das gestörte Verhältnis der Mathematik zur Empirie (und Numerik) geklagt worden: Nicht alles davon ist gottgewollt, man kann überlegen, woher es kommt. Wenn man die Ursprünge kennt, dann kann man das Problem kurieren - und hier zeigt sich jedenfalls ein Hinweis auf die Anfänge und Ursachen.

Wohin führt uns nun aber die mathematische Naturbeschreibung? Werfen wir in diesem Zusammenhang einen Blick auf die "physikalische Landkarte". Unser Erfahrungsbereich und damit auch das Wesen der klassischen Mechanik als fundamentaler physikalischer Theorie sind bestimmt durch die Dimensionen unserer Alltagswelt, nämlich von Körpern, die aus etwa 100 000 000 000 000 000 000 000 Molekülen bestehen. Auf zwei, drei Nullen mehr oder weniger kommt es dabei nicht an. Keinesfalls aber dürfen wir erwarten, daß die am Menschenmaß orientierte Beschreibungsweise der klassischen Mechanik auch für Systeme von zwei oder drei Molekülen oder gar für deren Bestandteile, die Atome und Elementarteilchen zureichend sei. Diesen durch die experimentelle Forschung der letzten hundert Jahre erst erschlossenen Bereich ("1 klein") beschreibt die Quantentheorie. Auch bei der Erforschung des Welt-raums verlassen wir Menschenmaß: Von Bielefeld zum Andromeda-Nebel sind es 100 000 000 000 000 000 000 000 Schritte. Die Allgemeine Relativitätstheorie ist eine Erweiterung der Klassischen Mechanik im Hinblick auf solch astronomische Längen.

Wir könnten uns drittens, auch vorstellen, daß wir unsere Erfahrungswelt der Döschewos und BMWs verlassen und uns viel schneller bewegen, vielleicht fast so schnell wie das Licht. Es ist nicht a priori klar, daß solch schnelle Bewegung von der klassischen Mechanik richtig beschrieben wird; und in der Tat ist das auch nicht der Fall. Die Modifikation, die hier notwendig wurde, ist die Spezielle Relativitätstheorie. Notieren wir schließlich noch: Elementarteilchenphysik erforscht den Bereich kleinster Abstände und zugleich höchster Geschwindigkeiten, Energien.

3. Bielefelder Zustände

I Physik - Lehre und Forschung

Experimentelle Atom- und Molekülphysik und Theorie der Elementarteilchen - das sind die Forschungsschwerpunkte der Bielefelder Physik.

Ich will mich nun einschränken und im weiteren die Problematik aus der Sicht dieser Forschungsrichtung beschreiben. Dadurch wird einiges weggelassen, aber wenn die Schwerpunkte woanders lägen, dann träten ganz ähnliche Probleme auf unter etwas anderen Titeln, da wäre dann vielleicht Spektraltheorie linearer Operatoren zu ersetzen durch moderne Differentialgeometrie oder dergleichen. Aber das grundsätzliche Verhältnis von Mathematik und Physik kann man durchaus, und natürlich für uns besonders relevant, am hiesigen Beispiel besprechen.

Zur Lehre sollte ich hier eine kurze Skizze (Abbildung 2) unseres Studienplans für Physiker einschieben. Nämlich: Wir haben zwei Semester "Einführung in die Physik", da ist es guter Brauch, den hereinkommenden Studierenden die Phänomene der Physik vorzuführen. Das ist Standard. Wie es dann weitergeht, variiert. In unserem Modell folgt im nächsten Semester "Theoretische Physik", das sind Einführungen in die Mechanik und in die Quantenmechanik, im vierten Semester "Einführung in die Elektrodynamik und die Statistische Mechanik".

Frage: Werden Sie auch genauer die Themen, die da behandelt werden, angeben? Zum Beispiel was Sie da im dritten Semester an Mechanik machen und auch an Quantenmechanik.

Antwort: Ich kann das auf eine banale Formel bringen, die andererseits den Vorteil hat, erfolgreich erprobt worden zu sein. Die Formel lautet, daß das Mechaniklehrbuch von KIBBLE verwendet wird, unter Weglassung der Kreiseltheorie. Das für den, der sich in die Einzelheiten der Vorlesung vertiefen will. Für den, der den Geist der Vorlesung, wie ich sie zu halten versucht habe, verstehen will: Es kommt in diesem Vorlesungsblock darauf an, die klassische theoretische Physik zu präsentieren (die elementare Quantenmechanik ist heute schon klassisch, alles andere wäre eine künstliche Unterscheidung), damit man mal sieht, was gibt es für Strukturen, warum gibt es die und keine anderen. Man wird kein Hexenrechenmeister: Die berühmte Rolle, die eine schiefe Ebene heruntergeht, wird peinlich und bewußt vermieden. Hier soll der harte Kern der klassischen theoretischen Physik vorgeführt werden, das ist der Geist der Sache. Z.B. aus der Mechanik die NEWTONschen Gesetze - und eine Kritik der zugrundeliegenden Begriffe: Was ist das eigentlich, Beschleunigung, Impuls,

Masse, träge, schwere! Vorkommen soll der Übergang von den NEWTONschen Gleichungen zum LAGRANGE-Formalismus, nicht damit man dann den harmonischen Oszillator auf zweierlei Weise berechnen kann, so wie wir das alle durchgemacht haben. Aber warum denn den LAGRANGE-Formalismus, was sind seine Möglichkeiten? Im gleichen Sinne, warum der HAMILTON-Formalismus, und was sind seine Möglichkeiten, kanonische Transformationen, Symmetrien, Erhaltungssätze! Dann hineinführen in die Quantenmechanik; und in der Quantenmechanik wird nun nicht das 7fach angeregte Heliumatom studiert, sondern Exemplarisches gezeigt. Hier sollen die typischen Bausteine der Quantenmechanik vorgeführt werden, nämlich daß die Theorie von einem HAMILTON-Operator bestimmt wird, der gewisse Eigenschaften haben kann, nämlich daß es Streuzustände gibt, daß es gebundene Zustände gibt, das wird an Beispielen vorgeführt.

Abbildung 2:

Studienplan für Physiker (Skizze)

Physik

Mathematik - "Bedarf"

0. Niveau:

"Einführung in die Physik" I

"Einführung in die Physik" II

1. Niveau:

"Theoretische Physik"
(Einführungen in die klassische
und in die Quantenmechanik)

Differential- und Integralrechnung,
lin. Algebra, Elemente über Hilberträume,
lin. Operatoren, Fourier-Analyse,
Differentialgleichungen 2. Ordnung

"Einführung in die Elektrodynamik
und Statistische Mechanik"

Vektoranalysis

2. Niveau:

Quantenmechanik II

Funktionentheorie, Funktionalanalysis
(Distributionen), Gruppentheorie
(Darstellungstheorie, Liesche Gruppen),
Wahrscheinlichkeitstheorie, Numerik, ...
je nach Interessenrichtung: Liste unvoll-
ständig (Differentialgeometrie etc. etc.)

Spezialveranstaltungen

3. Niveau:

selbständige Arbeit (s. u. Forschung)

Um einen ersten Begriff von der Quantenmechanik geben zu können, und das gilt für die ganze Physik des 1. Studienabschnittes, ist es wichtig (und möglich), eine sehr ökonomische Verwendung der Mathematik zu betreiben. Man kommt, ohne daß ich das jetzt im einzelnen ausführen möchte, aber es gibt zum Beleg dafür jede Menge Lehrbücher in der US-Literatur, man kommt hier mit wenig aus, und man kann sogar die Gefahr vermeiden, daß man Halbwahrheiten erzählt. Das ist eine Praxis, die diesseits vom Atlantik noch nicht verbreitet ist, auf die wir aber mit tödlicher Sicherheit zusteuern. Ich möchte hier nur sagen: Wir reden von Regelstudienzeiten, wir reden womöglich sogar von Kurzstudiengängen, wenn wir aber den exponentiell angewachsenen Wissensstoff der Physik in einem Kurzstudiengang unterzubringen auch nur träumen wollen, müssen wir das, wofür Herr HEISENBERG 1932 den Nobelpreis bekommen hat, den Studenten im dritten Semester beibringen. Dazu gehört natürlich eine stromlinienförmige Unterrichtsweise. Ich behaupte nicht, daß ich sie habe, aber ich behaupte, daß man sie entwickeln muß.

Und es muß in diesem Kompaktum der ersten vier Semester zu schaffen sein, das sind einfach unsere Randbedingungen. Man kann einfach einen Studenten heute nur so lange studieren lassen wie damals, und der Wissensstoff ist phantastisch angewachsen. Wir können uns nicht leisten, im 1. Studienabschnitt, wie es früher Sitte war, an theoretischer Physik nur eine klassische Mechanik zu bringen, die nicht nur wenig Effekt hat, sondern auch negativen. Nämlich man sitzt da mit dieser Leiche und weiß nicht, wofür sie gut ist, weil die Anwendung meilenweit entfernt ist. Bis man dahin kommt, hat der Student das meiste längst vergessen, weil er überhaupt nicht motiviert ist.

Im 2. Studienabschnitt wird's diffus, weil sich die Interessenrichtungen verzweigen und die Freiheit größer wird. Es gibt hier einen Fixpunkt, nämlich Quantenmechanik II. Ich warte darauf, daß jemand sagt, "aha, alles doppelt". Aber ich habe auch schon Quantenmechanik III gelesen, auf der anderen Seite des Atlantiks, Material gibt es genug, das ist kein Problem. Man kann durchaus Wiederholungen über das Sinnvolle hinaus vermeiden. Jetzt kommt der ganz diffuse Block: Spezialvorlesungen. Darunter subsumiere ich alles, was dem Einzelnen lieb und wert sein mag, - das ist wohl ein Mißbrauch des Wortes spezial. Der entscheidende Punkt ist, hier verzweigt es sich.

Bevor ich nun auf die dazugehörige Mathematik eingehe, noch ein paar Worte über die Feinstruktur unseres theoretischen Gebietes, Elementarteilchenphysik. Daß diese Einschränkung zur Not vertretbar ist, wird vielleicht später noch klar werden. Ich würde die Behauptung wagen, daß der Schrei nach Mathematisierung hier noch lauter ist als in manchen anderen Spezialgebieten.

Wenn ich die Bielefelder Theorie im Detail herausmale (Abbildung 3), kommt eine neue Dimension hinzu, die bisher unterdrückt war, das ist die Dimension des z. Zt. noch unübersteigbaren Gebirges, das zwischen den Grundlagen und den Phänomenen liegt. Die Gipfel liegen in den Wolken mit den Symbolen \hbar und c . Das ist das Problem: Die Synthese der Quantentheorie und der speziellen Relativitätstheorie. Neugierige seien dahingehend gewarnt, daß ich sogar sagen könnte, warum das so besonders tückisch ist, ich will das aber zurückstellen.

Nun, was liegt auf beiden Seiten dieses Gebirges? Und wohin möchte man von den Daten? Man möchte von den Daten, und das ist natürlich keine Einbahnstraße, zu den Grundprinzipien. Auf beiden Seiten wird heftig Tunnelbau betrieben, und zwar auf der einen, ich will das nur schlagwortmäßig sagen, durch das, was man als phänomenologische Modelle bezeichnet, die eine Zusammenschau der

Daten in begrenzter Weise erzielen durch Symmetrieüberlegungen, statistische Modelle, analytische Zusammenhänge und die dann aufhören, phänomenologisch zu sein, wenn der Tunnel durchbrochen ist. Und auf der anderen kann man die Grundprinzipien hinschreiben, man kann sagen, die Theorie soll so aussehen, daß der Raum, in dem die Welt sich abspielt, homogen ist, daß er isotrop ist (das hat gewisse Konsequenzen), daß die Abläufe im relativistischen Sinne kausal sind; das ergibt dann einen Haufen Postulate, und es entsteht das, was man als Rahmentheorien bezeichnet, was auch von Übermütigen manchmal als axiomatische Theorie bezeichnet wurde; wir sagen lieber vorsichtiger Rahmentheorie. Darüber hinaus haben sich wagemutige Männer in Seilschaften hinaufbegeben, haben sich von der Mitte hinuntergebohrt, das ist ja auch eine Praxis im Tunnelbau, und versuchen nun, aus einem mittleren Bereich heraus beide Extreme zu erreichen: Dynamische Modelle.

Und wenn man solche unvollständigen Tunnel sieht, ist natürlich die naheliegendste Frage: Woher weiß man denn, daß die da wirklich (und das ist ja auch schon manchmal daneben gegangen), woher weiß man, daß die sich irgendwo einmal treffen werden? Da gibt es, wie es in der Tunnelbauersprache heißt, einen Richtstollen, hergestellt durch die Quantenelektrodynamik. Das ist eine Theorie, die die Phänomene beschreibt, die elektrodynamische Wechselwirkung im Quantenbereich; das ist eine Theorie, die den Grundprinzipien genügt, die aber doch nicht mit Anstand zu postulieren ist, weil sie innere mathematische Konsistenzschwierigkeiten hat. Darüber ließe sich viel sagen, ich kann das antönen. Man macht störungstheoretische Näherungen, wie schon in der Astronomie, nur weiß man hier mit ziemlicher Sicherheit, daß die Störungsreihe, Approximationsfolge, nicht konvergiert. Trotzdem werden die Phänomene merkwürdigerweise richtig beschrieben. Man hat sich herumzuplagen mit der relativistischen Kausalität, die uns Punktteilchen aufzwingt. Wenn Sie eine geladene Kugel auf einen Punkt zusammendrücken, dann brauchen Sie eine unendliche Energie, um die Selbstabstoßung zu überwinden, das sind Unendlichkeiten, die der Theorie inhärent sind. Man fragt sich, wie kriegt man sie heraus. Es gibt dafür ein ausgebautes Verfahren, das heißt Renormierungstheorie und besteht im wesentlichen darin, daß man diese Punktenergien abzieht. Das geht tatsächlich inkonsistenterweise, durch Limitierungsverfahren, aber da ist noch viel zu tun, was einen von dem Ehrgeiz im grundsätzlichen trennt; dieser Ehrgeiz ist mathematische Konsistenz. Von der kann noch gar keine Rede sein. Formal, wenn man von allen diesen Schwierigkeiten absieht, genügt diese Theorie den Grundprinzipien und beschreibt die Daten. Sie ist damit die ständige Ermunterung der Tunnelbauer.

Es gibt auch eine Entmunterung, die darin liegt, daß diese Störung, von der ich gesprochen habe, in der Quantenelektrodynamik klein, in der Dynamik der Elementarteilchen aber sehr groß ist. Wenn man da nach einem Störparameter entwickelt, dann wird es eben noch schief gehen als in der Quantenelektrodynamik.

Es gibt ferner eine gewisse Durchlässigkeit, es gibt Emanationen der Grundprinzipien, die sich in Aussagen über die Daten ummünzen lassen, ohne daß man schon eine volle Theorie hätte. Man kann z. B. sagen, wenn die Grundprinzipien gelten, dann können gewisse Funktionen, die die Streuung von hochenergetischen Teilchen beschreiben, bei hoher Energie nicht beliebig ansteigen. Wenn sie das täten, dann müßten nach unserem Verständnis die Grundprinzipien verletzt sein. Solche losen Verbindungen, solche Diffusionen von der einen Seite zur anderen, finden schon statt, interessanterweise mehr in die Richtung auf die Phänomene.

Abbildung 3: Das Theoriegebirge

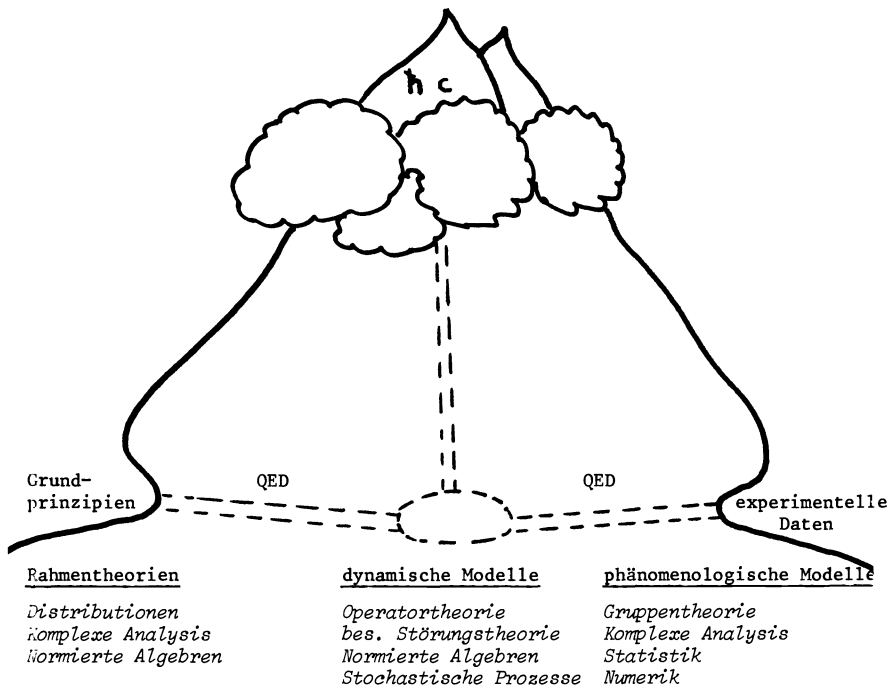
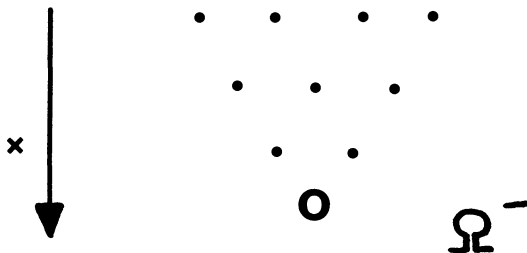


Abbildung 4: Prognosebeispiel



Die Grundprinzipien sind relativ stabil, das ist eine gewisse Beruhigung.

Wenn man ein solches Bild sieht, mit "angewandt" und "grundlegend", soll man sich vor Werturteilen unbedingt hüten. Man muß sich vor Augen halten, beide Richtungen arbeiten aufeinander zu. Es ist nicht etwa so, daß die Daten schön parametrisiert und abgelegt werden, sondern es sind Prognosen möglich, ganz drastische; es kann z. B. die Existenz neuer Elementarteilchen vorausgesagt werden. Ich will Ihnen ein einfaches Beispiel geben (Abb. 4). Man hat entdeckt, daß man Teilchen nach ihren Eigenschaften, wie z. B. Ladung, ordnen kann, man hat vier Teilchen mit der Eigenschaft x gefunden und, eins tiefer liegend, drei und wieder eins tiefer zwei Teilchen gefunden. Die Leute haben gesagt, dann muß es darunter ein weiteres Teilchen geben, man hat es gesucht und gefunden. Die Geschichte ist sehr viel schneller erzählt als geschehen. Sie illustriert die Arbeitsweise phänomenologischer Modelle; nicht daß sie so kindisch wäre, um gotteswillig; das wichtige Ingrediens ist, daß hier Daten auf gescheite Weise korreliert werden, und daß daraus eine gewisse, beschränkte Aussagekraft möglich ist. Ich erinnere an die Spektraltheorie vor der BOHRschen Erklärung der Spektrallinien. Phänomenologie ist eine voraussagekräftige Methode nicht im Gegensatz zu den Zielen der anderen Seite, nämlich zu dem Ziele der Erstellung einer relativistischen Theorie der Elementarteilchen. Die gibt es bis jetzt noch nicht. Sie wird auf verschiedene Weise angestrebt.

II "Mathematik für Physiker" (Forschung und Lehre)

Wenn wir das mathematische Rüstzeug der Tunnelbauer auflisten, sind wir beim nächsten Punkt, bei der Mathematik für Physiker.

Wo es darum geht, die Daten zusammenzufassen: Gruppentheorie, komplexe Analysis, Statistik, ganz wichtig vom rohen Material herkommend Numerik. Auf der anderen Seite die Rahmenthorien. Wie gesagt, wir haben es mit punktuell konzentrierten Größen zutun, wir werden hier der Distributionentheorie begegnen, wieder komplexe Analysis, - die gängigste Rahmentheorie drückt sich aus in Korrelationsfunktionen - hierfür also Funktionentheorie mit vielen, vielen Variablen. Normierte Algebren: Sie erinnern sich vielleicht aus irgendwelchen Quellen, Observable in der Quantentheorie sind lineare Operatoren; viele Observable sind normierte Algebren.

Bei den dynamischen Modellen muß man Operatoren, die die Dynamik beschreiben, tief ins Herz gucken, Operatortheorie; lineare Operatoren im Hilbertraum; wir interessieren uns für die Störungen, für äußerst singuläre Störungen, das muß man dazu sagen, das ist die Crux, die durch c hereinkommt. Die nichtrelativistische Quantendynamik kann man erfassen als (in allen gängigen Fällen) KATOstörungen eines selbstadjungierten Operators; und in keinem Fall ist das noch wahr, wenn man versucht, die relativistischen Axiome mitzinkorporieren.

Und dann geht alles schief bei unbeschränkten Operatoren im allgemeinen; die Definitionsbereiche stimmen nicht mehr, die Spektren machen Gott weiß was. Das sind Einblicke in die Hexenküche, ich werde noch einmal darauf zu sprechen kommen. Neuerdings ganz wichtig: Stochastische Prozesse, verallgemeinerte stochastische Prozesse. Man sieht mit bloßem Auge, wenn man in der SCHRÖDINGER-Gleichung die Zeit imaginär macht, daß dann die Wärmeleitungs-gleichung dasteht, diese Ableitung war bekannt.

Das Umgekehrte ist das wichtige neue Ingredienz, daß man nicht nur in dieses Paradies der elliptischen Operatoren und Wiener-Integrale hineinwandert, man kann sogar wieder zurückfinden.

Was kann man zu diesem Diagramm des "Theoriegebirges" allgemein sagen? Je weiter man nach links wandert in diesem Diagramm, um so massiver, um so unausweichlicher wird man angewiesen sein auf neueste mathematische Ergebnisse. Je weiter man nach rechts wandert, um ein so umfänglicheres Können muß man haben in einem überwiegenden Großteil des Apparates der "praktischen Mathematik", was natürlich auch nicht so wohldefiniert ist, aber sagen wir es einmal so. Das heißt: Beherrschung des klassischen mathematischen Wissens und seiner Anwendungen, wobei das Hauptproblem das der Breite der Kenntnisse ist. Der interdisziplinäre Austausch findet auf dem Niveau der neuesten mathematischen Erkenntnisse statt. Es gibt Leute, die reden miteinander, und nachdem diese Strukturen ja nicht aufgeklärt sind - und die sind deswegen nicht aufgeklärt, weil man die Mathematik vor kurzem noch gar nicht kannte, die uns jetzt schon beim Stollenbau hilft - wird sehr vieles in der Mathematik von der Physik absorbiert und umgekehrt wird die moderne Mathematik in gewissen Richtungen stimuliert durch die physikalischen Probleme. Man muß also Strukturen schon erkennen oder doch ahnen können, obwohl die mathematische Theorie noch nicht da ist. Es wird mit nichtwohldefinierten Größen gearbeitet. DIRAC war ein großer Meister darin, er hat die Quantenmechanik mit solchen Größen aufgebaut; später kamen die Mathematiker und haben erklärt, was Distributionen sind.

Mit den Axiomen geht es noch. Die nächste Frage ist nach den Konsequenzen. Und da stößt man selbst in scheinbar harmlosen klassischen Bereichen an die Grenzen. Wir haben in unserer Fakultät glücklicherweise Herrn SOMMER, der hier ein 15 Jahre altes Problem lösen konnte, und wie er mir versicherte, ist es ihm nicht gelungen, die dazu notwendigen Sätze aus der Theorie analytischer Funktionen mehrerer Variablen in der wissenschaftlichen Literatur zu finden. Er hat sie z. T. selber streng und sozusagen "rein mathematisch" beweisen müssen. Darüber hinaus implizieren die Axiome algebraische Strukturen, und man kann sich über deren Eigenschaften Gedanken machen, Realisierung als C^* -Algebren, die Frage nach der Realisierung und Brechung von Symmetrien, da wird es dann schon kompliziert. Ausgehend von diesem Ansatz hat die Theorie gewisser normierter Algebren einen gewaltigen Aufschwung genommen, bei gegenseitiger Befruchtung, ich will über die Kausalitäten keine dilettantischen Urteile treffen, aber man sieht, wie der Fortschritt vernetzt ist.

Was dynamische Modelle angeht, so verleiht der Richtstollen ein gewisses Zutrauen. Denn was man da verwandt hat bei der tentativen unwohldefinierten Formulierung einer Bewegungsgleichung, war dasselbe Korrespondenzprinzip, das bei der Quantenelektrodynamik auch funktioniert. Wenn man den dynamischen Ansatz halbernst nimmt, wie man das mit der Quantenelektrodynamik gemacht hat, so gibt er auch gewisse rudimentäre phänomenologische Aussagen, man kann die auch jetzt schon testen. Man kann fragen, ob es denn so total unsinnig wäre, sich vorzustellen, daß die Theorie der Elementarteilchen ähnlich strukturiert wäre und kann das natürlich immer weiter einengen. Ich wollte das eigentlich überschlagen, aber nachdem ich vorher behauptet habe, daß beide Richtungen zusammenwirken, bin ich Ihnen doch zumindest eine Andeutung schuldig über die Notwendigkeit der Zusammenschau der Versuche, die Daten zu korrelieren - und der Grundprinzipien. Da gibt es eine unlängst modern gewesene Geschichte, von der ich Sie bitte, einige Brocken zu schlucken:

Es ist schon gelegentlich eingeflossen, - wenn man Elementarteilchen studiert, schießt man sie aufeinander, man streut sie aneinander. Die Streuung wird parametrisiert durch Funktionen, die von der Energie und von dem übertragenen Impuls der Streuung abhängen, also Funktionen $T(s,t)$ von zwei Variablen. Streuamplitude heißt dieses Ding technisch, das brauchen Sie sich nicht zu merken; Einzelheiten spielen überhaupt keine Rolle. Die Grundprinzipien sagen, daß das eine symmetrische Funktion ist, also $T(s,t) = T(t,s)$. Das soll der Phänomenologe wissen. Dieses Grundprinzip heißt "Crossing Symmetry".

Der Phänomenologe weiß aus ganz anderen Quellen, oder er sollte das wissen, daß sich diese Amplituden bei niedrigen Energien beschreiben lassen als eine Summe von einzelnen peaks:

$$T \approx \sum \frac{a_i(t)}{s - s_i(t)}$$

D.h. einerseits haben wir crossing, andererseits diese Beschreibung durch Resonanzen, meromorphe Funktionen also.

Ein wieder ganz anderes Prinzip sagt, daß bei hohen Energien sich T so verhält wie eine gewisse Potenz der Energie s :

$$T \sim s^{\alpha}(t)$$

Das ist typisch für das Korrelieren der halbphänomenologischen Daten. Was hier korreliert wird, das sind alles mehr oder weniger theoretische inputs. Der Theoriegrad ist variabel, und ein Versuch der Theoriebildung ist typischerweise der, daß man sagt: Na ja, das sind vielleicht verschiedene Energien, einerseits niedrige, im anderen Fall hohe Energien, wie denn nun aber, wenn das Hochenergieverhalten erzeugt würde durch die Summation der Polterme, wenn dies vielleicht gar keine so verschiedenen Effekte sind. Man setzt also, grob gesprochen, die beiden Ansätze gleich. Das ist unter dem Titel Dualität ins Gespräch gekommen und hat viele Arbeiten ausgelöst.

Und dann sagt man: Wie ist das alles erfüllbar? Dies sind ja asymmetrische Ansätze, andererseits dann das Prinzip, daß eigentlich diese Funktionen alle symmetrisch in s und t sein sollen. Wie ein Abführmittel hat es gewirkt, daß jemand diese Überlegungen zusammengebracht hat mit der 200 Jahre alten EULERSchen β - Funktion; die hat nämlich all diese Eigenschaften. Das hat eine ganze Subkultur ausgelöst an Modellbauerei, Modellbauerei, die sich dann in Richtung verstärkter Verallgemeinerung und Abstraktion bewegt hat, aber mit wiederum ganz anderen Mitteln, die in der Mathematik noch relativ neu sind, übervollständige Basen im Hilbertraum, das wieder verkoppelt mit Pseudo-hilberträumen, und das muß alles in dieselben Köpfe rein.

Ich erzähle diese Geschichte nicht etwa, weil hier durch diesen massierten Einsatz der verschiedensten alten und neuen Erkenntnisse das Ei des Kolumbus gelegt worden ist, sondern weil dem gerade nicht so war. Das ist nämlich nur einer von zahlreichen Ansätzen, mit denen sich jeder rumschlagen muß, der auf diesem Gebiet auf dem laufenden bleiben will - mit dem ganzen mathematischen Apparat, der daranhängt.

Ich glaube, über die zentrale Rolle der verschiedenartigsten Mathematik in der Forschung habe ich mit diesem Beispiel genug gesagt. Was brauchen wir nun an Mathematisierung in Ausbildung und Forschung?

4. Aufgaben

Ich würde mir die "Einführung in die Physik" in den ersten beiden Semestern so wünschen, daß man nicht Gott weiß wie viel Mathematik dafür braucht. Der ökonomischste Weg muß gesucht werden. Aber dann setzt es natürlich voll ein (vgl. die Tabelle von Abb. 2): Differential- und Integralrechnung, lineare Algebra; und dann kommt ein Block, von dem Elemente da sein müssen, z. B. Hilbert-Räume, lineare Operatoren, Fourieranalyse, Differentialgleichungen 2. Ordnung, aber ohne den sehr gefährlichen Anspruch auf Vollständigkeit! Da setzt die Ökonomie ein. Man kann hier Sachen unterdrücken, die nur so minimal vorhanden sein müssen, daß man sie in der Vorlesung ohne Aufwand bringen kann.

Funktionentheorie. Funktionalanalysis. Gruppentheorie. Darstellungstheorie. LIEsche Gruppen. Wahrscheinlichkeitstheorie. Numerik. Usw. Das ist eine absolut unvollständige Liste. Da würde noch eventuell die Differentialgeometrie zu stehen haben. Das richtet sich natürlich auch nach der Wahl des Schwerpunktes. Ein Experimentalphysiker wird sich etliches ersparen können und vielleicht bei der Numerikfrage einen sehr viel mehr aufgefächerten Katalog an Problemen haben, also z. B. on-line-Verarbeitung von Experimenten, etc. Es kommt noch ein drittes Niveau dazu. Das ist dann die selbständige Arbeit, Diplom oder Doktorat. Hier liegt die Nahtstelle zwischen dem Mathematikbedarf der Lehre und dem der Forschung (s. u.).

Ich möchte jetzt ganz scharf formulieren. Was sind die Aufgaben, die wir ins Auge fassen müssen, wenn wir von Mathematisierung der Physik reden? Der Physik so wie sie ist, so wie sie hier ist. Was müssen wir tun?

Wir müssen zweierlei tun. Wir müssen erstens den Studenten und den Anwendern die nötigen praktischen Kenntnisse in Mathematik vermitteln. In irgendeiner Weise.

Die zweite Aufgabe, ohne die unser Tunnelbau absolut nicht weitergehen kann: Wir müssen einen lebendigen Dialog zwischen den mathematischen und physikalischen Fakultäten laufend in Gang halten, über den neuesten Stand - das ist entscheidend - der für die mathematische Physik wichtigen Entwicklungen. Wieso müssen wir, um produzieren zu können, diesen neuesten Stand austauschend diskutieren? Da verweise ich Sie auf ein Diagramm, auf dem man unser Dilemma sieht. Ich habe mir 100 Artikel angeguckt von "Communication of Mathematical Physics", das ist die tonangebende Zeitschrift der Grundlagen-Fraktion der Tunnelbauer. In diesen 100 Arbeiten habe ich mir einmal das Alter der zitierten mathematischen Literatur angesehen. Nun ist es natürlich sinnlos, die Monographien mitzuzählen, denn die könnten ja über die 200jährige EULERSche Funktion referieren; ohne sie blieb die Hälfte der Zitate übrig. Und die bündeln sich in den letzten sieben Jahren, älter ist einfach die verwendete Literatur nicht. Das ist Originalliteratur, herausgezogen aus rein mathematischen Zeitschriften, deutlich erkennbare Originalbeiträge der Mathematik. Und die ist einfach brandneu. Das ist die Mathematik, die heute in der mathematischen Physik verwendet wird. Aber diese Mathematik muß auch kommuniziert werden. Und das ist unser spezifisches Problem. Der Witz ist ja, daß wir es einfach nicht fertigbringen, systematisch mathematische Originalliteratur zu lesen. In Breite. Bewußt. Ausgewählt. Aber das fällt unter das Kapitel Lösungen.

Also ich will es noch einmal sagen. Die beiden Aufgaben sind, daß man (1) den Studenten und den Anwendern den benötigten Apparat praktischer mathematischer Kenntnisse vermittelt und (2) daß man einen dauernden lebendigen Dialog mit der mathematischen Fakultät aufrecht hält – und zwar nicht nur so irgendwie, sondern gezielt über die neuesten Entwicklungen in bestimmten Subgebieten.

Nun zu den Lösungen.

5. Lösungen

Mit Lösungen ist es ja immer so eine Sache. Ich werde es so halten wie manche Lehrbuchautoren, nicht für alle Aufgaben werden die Lösungen angegeben. Es gilt aber entsprechend, daß unsere Arbeit nur dann Sinn hat, wenn wir uns ernsthaft bemühen, beide Aufgaben zu lösen.

Die Lösungen des ersten Problems, die Vermittlung der praktischen Mathematik im wesentlichen an die Studierenden, ist sicher nicht eindeutig und hängt ab von einer Unmenge an Detail-Entscheidungen, die nur in Zusammenarbeit von Mathematik und Physik zu fällen sind. Was man jetzt und hier tun kann, ohne dauernde Abstimmung mit den Mathematikern über die Details, in denen der Teufel sitzt, ist eine Benennung der allgemeinen Gesichtspunkte. Das soll angestrebt werden bezüglich Aufgabe Nummer 1.

Was sind die Schwierigkeiten? Es ist ein Datum, um das wir überhaupt nicht drum herum können, daß die Physik wie keine andere Disziplin, nämlich wesentlich, mathematisiert ist. Auf diese Anschauung müssen wir uns einigen, um nicht über andere Physiker als die vorhandene zu reden. Das bedeutet und bedingt ganz zwangsläufig ungewöhnlich hohe Eingangsvoraussetzungen an mathematischem Apparat. Und das wird natürlich verschärft durch dauerndes Anwachsen. Die physikalische Landkarte, die Zeitdimension ist weggelassen, diese Szene sah ja viel harmloser aus, als man noch auskam mit klassischer Mechanik als Repräsentativobjekt der theoretischen Physik bis ins hohe Greisenalter eines Studenten. Heute müssen wir mit den Studenten sehr früh über HEISENBERGs Dissertation reden. Und deswegen ist alles beschleunigt.

Es gibt eine gewisse Kompensation dieses ungünstigen Trends. Man kann einiges auffangen durch eine "stromlinienförmige", äußerst ökonomische Anwendung des mathematischen Apparats, der Art, daß man nicht sagt, jetzt wird erst einmal alles über Differentialgleichungen 2. Ordnung gelernt, und dann kommst Du wieder. So sicher nicht. Wie denn dann aber? Und darauf gibt es eine Teilantwort. Und diese Teilantwort ist implizit in einem Satz zu geben. Man sehe sich die undergraduate-Ausbildung in den USA an, da haben die Leute schon sehr viel über die Ökonomie der mathematischen Mittel gelernt. Warum nicht hier?

Das berührt einen weiteren Aspekt, und das ist der Aspekt der mathematischen Strenge. Man könnte es für einen Vorteil halten, daß die Strenge-Anforderungen, die von der Physik herkommen, gering sind. Die steigern sich dann, wenn es darauf ankommt, Existenzsätze zu beweisen, also je mehr man die Existenz von Strukturen herauspräparieren will. Unter das, was wir mit mathematischer Strenge meinen, schließe ich in diffuser Terminologie den Abstraktionsgrad mit ein, auch da sind ähnliche Kompromisse nötig.

Warum steht es damit ähnlich? Woran liegt denn das eigentlich, wenn man die Anfängerausbildung in Mathematik betrachtet, daß die Kultivierung des Selbstverständnisses, des richtigen Bewußtseins, immer mehr ausufert auf Kosten praktischer Erkenntnisse? (Das läßt sich an der Menge der vermittelten praktischen Erkenntnisse belegen, wobei natürlich die Schwäche dieser Aussage in der Definition 'praktisch' liegt, aber trotzdem ist etwas dran.) Woran liegt diese große Sorge um das, was man unter mathematischem Selbstvertrauen subsumieren kann, Strenge, Abstraktionsgrad etc. Ich weiß nicht, woran es liegt. Aber es hat eine Wurzel in der noch nicht völlig bewältigten Identitäts- und Grundlagenkrise der Mathematik. Die Verklärung der reineren und reinsten Mathematik auf Kosten derjenigen, die sich am Substrat entlang bewegt, hat viele Wurzeln, aber eine dieser Wurzeln geht zurück auf die Situation, als sich die Mathematik vom realen Substrat abgehoben hat.

Warum nun sind die amerikanischen Universitäten und Lehrbücher in der Lage, für die Masse der naturwissenschaftlichen Studenten das nötige Rüstzeug zu vermitteln: Nämlich die sehr sehr sorgfältig, didaktisch geschickt ausgewählten Elemente? Weil sie pragmatischer vorgehen und weil sie, ich will nicht sagen, weniger von des Gedankens Blässe angekränkt sind, sondern weil sie nicht in der Erinnerung an das Geburtstrauma dieser reinen Mathematik, dieser Mathematik ohne Substrat, angekränkt sind.

Hierzulande ist Ingenieur-Mathematik ein Schimpfwort. Es gibt einen sehr interessanten Leserbrief von Bob HERMAN, einem Mathematiker in Princeton, der darauf hinweist, was für eine gute Mathematikausbildung die Ingenieure heutzutage mit auf den Weg bekommen. Er sagt übrigens in diesem Zusammenhang: Für die amerikanische Situation eine bessere als die Physiker. Ich meine, dies kann man auf denselben Urgrund zurückführen, nämlich daß sie "skupelloser" mathematisch ausgebildet sind, dann nachher effektiver sind, dann nachher, am Rande bemerkt, auch sehr viel besser für die Berufssituation adaptiert sind. Man mag darüber schimpfen, man kann ja sagen, das geht uns nichts an, wir bilden hier keine Leute aus, die hinterher den Ehrgeiz haben, mit ihrer Kunst Geld zu verdienen, das soll uns nicht anfechten. HERMAN hat es in "Physics today" den Physikern ins Stammbuch geschrieben, daß sie doch in vielem, von seiner mathematischen Warte aus gesehen, weniger und nutzlosere Mathematik lernten als die Ingenieure.

Und ich glaube, von den zugrundeliegenden Vorurteilen sollte man runterkommen. Ich möchte nicht behaupten, daß dies in gelehrten Köpfen herumginge, aber wir müssen versuchen zu verstehen, warum schon dem hereinkommenden Studenten das Anwendbare suspekt erscheint. Unrein, unrein, usw. Es könnte uns eminent helfen, wenn sich diese pragmatischere Anschauung etwas mehr durchsetzen würde. Ich weiß nicht, ob hier nicht ein anderes Bewußtsein entwickelbar wäre, nur ein bißchen, wir brauchen ja gar nicht viel. Nun, so viel an Allgemeinem zu einem notwendigen Umdenken, das dann erst ein tragfähiges Programm möglich machen kann.

Zur Aufgabe 2, dem Dialog zwischen den Fakultäten auf dem Forschungs-niveau - auch hier noch einmal eine Bemerkung in dieselbe Richtung: Ich glaube nicht, daß man als Mathematiker so unbedingt angeekelt abwinken soll. Er ist keine Einbahnstraße und kein Abflußrohr von unreiner Mathematik und Ab- und Spezialfällen der Analysis in die Niederungen der Physik hinunter, das ist nicht das richtige Bild.

In die Niederungen überhaupt der Anschauungswelt, denn wir Physiker wir sind ja nicht die Einzigen, die an diesem fragwürdigen Empirieverhältnis der Mathematik laborieren. Wir brauchen, um zu dokumentieren, daß es sich hier nicht um eine Einbahnstraße handelt, nicht ins Barock zurückgehen; ich erinnere an die symbiotische Entwicklung von Differentialrechnung und NEWTONSchen Bewegungsgleichungen. Wir brauchen nicht einmal in den Expressionismus zurückzugehen, als die Quantentheorie mit der Operatortheorie Hand in Hand entwickelt wurde. Heute findet genau dasselbe statt, die TOMITA-theorie etwa hat als Hauptingredienz die KMS-Randbedingung, eine Idee aus der statistischen Thermodynamik, aus der Festkörper-Physik, also den anwendungs-trächtigsten Gebieten der Physik. Derlei stimuliert auch heute noch mathematische Forschung!

Der Austausch zwischen Mathematik und Physik findet an der Front der jeweiligen mathematischen und physikalischen Forschung statt. Diese Aufgabe kann nicht, meinetwegen im Rahmen der Analysis, von irgendjemandem so nebenbei mit erledigt werden. Es ist auch absolut nicht ausreichend, wenn es irgendjemanden in der Physik gibt, der nun fleißig die mathematische Literatur liest, so viel er das kann. Das tun wir schon, das reicht nicht aus. Dort wo wirklich bedeutendste mathematische Physik gemacht wird, ob das nun in New York, Princeton oder in Zürich an der ETH ist, dort herrscht ein lebhafter Dialog zwischen Mathematik und Physik und deswegen muß eins ganz klar gesagt werden: Wenn wir wirklich über den Durchschnitt der landläufigen physikalischen Anstalt hinaus die Mathematisierung der Physik betreiben wollen, dann geht das nur, wenn die erwähnten Gebiete personell stark in der mathematischen Fakultät vertreten sind. Ob das nun in der Gruppierung Analysis geschieht, ob das unter dem Titel "Mathematisierung" geschieht, ist völlig gleichgültig. Physik können Sie nur durch den engagierten Dialog über die neueste Forschung beider Disziplinen mathematisieren, das muß einmal gesagt werden. Nicht mathematisieren aus zweiter Hand. Soweit sind die vieren unter unseren Kollegen auch schon selbst, Mathematik aus zweiter Hand beziehen wir mit einer Verzögerung von nicht mehr als ein paar Jahren schon in der physikalischen Literatur. Nur wird die dann leider von jemand anders geschrieben, unter solchen Bedingungen wird die Physik am Ort dann eben nicht mathematisiert. Das ist das Hauptproblem.

Aus der Diskussion

Im Mittelpunkt der Diskussion standen drei Fragenkomplexe:

1. Wo liegt in der gegenwärtigen theoretischen Physik die Spezifik der einzelwissenschaftlichen (physikalischen) Erkenntnis gegenüber der Mathematik?
2. Lassen sich gleichberechtigte Kooperationsbeziehungen zwischen Mathematik und theoretischer Physik entwickeln?
3. Kann man mit "Mülleimerkursen", "Mathematikpraktika" etc. die Probleme der Mathematikausbildung für angehende Physiker lösen?

Zum ersten Fragenkomplex:

Mathematiker: Ich mache nicht einen so großen Unterschied zwischen meinetwegen Physikern, die sich mit Grundlagen der Quantenfeldtheorie beschäftigen, und Mathematikern. Genau genommen, für mich existiert er gar nicht.

Physiker: Für mich auch nicht. Aber es handelt sich um ein kontinuierliches Spektrum. Und wie das Geschäft mit der konstruktiven Feldtheorie einmal anfing, da war GLIMM noch Mathematiker und JAFFE war ein in Physik ausgebildeter Schüler von WIGHTMAN. So, und dann haben die sich zusammengesetzt, der eine hatte den background und der andere hatte den. So ist das entstanden. Es gibt Einzelfälle, NELSON, der sich mit einem mathematischen Hintergrund ganz stark hat infizieren lassen, teils durch JOST teils durch WIGHTMAN, und da ist es einmal in einer Brust vereinigt worden. Aber auf NELSON können wir hier nicht warten. Und deswegen müssen wir die Disziplinen zusammenführen.

Mathematiker: Warum warten Sie darauf, daß nun die mathematische Fakultät solche Leute beruft, die für Sie von Interesse sind? Können Sie das nicht von sich selbst aus machen?

Physiker: Gerade weil diese Trennung von den Personen her nicht machbar ist, kommt es hier auf das Zusammenspiel der Hintergründe, des kulturellen Umkreises an; formal oberflächlich der Zeitschriften, die man liest, der Leute, mit denen man redet. Das ist einfach ein Erfahrungssatz. Wir beschäftigen ja solche Leute, von denen Sie sagen würden, das ist müßig zu fragen, ist der wirklich Physiker oder Mathematiker, solche Leute werden ja in unsere Fakultät berufen, so mathematisch wie man sie kaum kriegen kann. Aber das reicht noch nicht, der Austausch mit dem ganzen kulturellen Hinterland den brauchen wir. Nicht nur den einen Mann, der da herausgenommen wird und bei uns isoliert sitzt.

Rechtswissenschaftler: Ich möchte zum Dialog noch einige Präzisierungen haben, weil es für jemanden, der weder Physiker noch Mathematiker ist, nicht so leicht zu konkretisieren ist. Offenbar gibt es doch zumindest drei Grundfunktionen, bei denen der Mathematiker helfen kann: Die erste ist, daß der Physiker zum Mathematiker geht und sagt, ich habe ein physikalisches Problem, du hast die Übersicht, welche mathematische Theorie hier eventuell einschlägig ist. Die gesteigerte Hilfe wäre die, daß der Physiker sagt, du hast nicht nur die Übersicht, sondern du kannst die Sache sogar mathematisch lösen, ich kann das nicht, du mußt mir das angeben. Und die dritte wäre die, daß der Physiker an den Mathematiker die Forderung stellt, wir haben ein Strukturproblem, da gibts in der Mathematik noch offenbar keine Lösung, such die, weil ich weniger Kenntnisse habe als du. Für alle drei unterschiedlichen Funktionen gibt es sicher, jedenfalls in Teilbereichen, wohl unterschiedliche institutionelle Wege. Was sind die Hauptprobleme, die Sie haben?

Physiker: In der Natur ist Variante Nr. 5 realisiert, die Sie nicht angegeben haben. Variante 5 ist die, daß der Physiker im vollen Vertrauen auf die nachholbare Strenge der Formulierung je länger je mehr, im Laufe der Entwicklungen der Quantenmechanik, sich daran gewöhnt hat, mit nicht wohldefinierten Größen formal zu operieren. Der multipliziert zwei Distributionen, frage nicht wie, er tut es. Der Mathematiker sagt dann, du spinnst. Und daraus entstehen dann neue mathematische Theorien. Und wenn die dann entstanden sind, dann kann man beweisen, was der Physiker schon lange vermutet hat. So hat DIRAC gearbeitet. Das ist, vielleicht nicht in solcher Reinkultur, der allerdings

typischste Weg. Das liegt einfach daran, daß man ein Korrespondenzprinzip hat, daß man weiß, wie man ganz langsame Teilchen quantifizieren muß; man wurstelt so weiter und was man hinschreibt, hat auf einmal keinen strengen mathematischen Sinn mehr. Wie läßt sich das retten? Das ist das Dilemma. Wie kann ich diesen Engpaß umgehen, indem ich meinetwegen den Rahmen formuliere, das war ja eine große Umgehungstaktik. Wie kann ich vielleicht neu formulieren, so daß diese Divergenz, jene unendliche Größe nicht mehr vorkommt. Das geht meistens auch nicht gut, denn wenn einmal der Wurm drin ist, ist er drin. Aber da entsteht wieder ein neuer Aspekt, der dann durchmathematisiert wird, wie z. B. der, die observablen Größen als eine so oder so topologisierte Algebra aufzufassen, und da entsteht wieder ein mathematischer Überbau. Das ist der Punkt, das Ganze ist ein Austausch, keine Einbahnstraße.

Physiker: Die Arbeiten, die hier zitiert werden, sind doch nur zum Teil von physikalischen Fragestellungen angeregt worden. Soweit man nur auf moderne mathematische Sachen zurückgreift, sehe ich die Gefahr, daß man die Physik einschränkt, die man machen sollte, und einfach Physik aus dem heraus zu machen versucht, was gerade an Mathematik gemacht wird.

Physiker: Da kommt Variante 5 ins Spiel. Wir sitzen ja da mit unserem Problem, das wir lösen wollen, das auch schlecht formuliert ist. Jetzt können Sie sagen, na ja, die Formulierung wird beeinflusst, aber wenn sie nun in Richtung auf mathematische Konsistenz beeinflusst wird, aber immer unter der Kontrolle der mitarbeitenden Physiker, dann scheint es ja eine Entwicklung in die richtige Richtung zu sein, denn wir suchen ja eine konsistente Struktur.

Physiker: Nach dem was Sie gesagt haben, habe ich den Eindruck, daß das nur funktioniert, wenn wirklich die linke Seite, diese ganzen Axiome, wirklich stimmen. Wenn die in Ordnung sind, dann o. k., dann wird irgendwann einmal ein Durchbruch erfolgen. Aber nehmen wir die dualen Modelle, die Sie auf der rechten Seite angeführt haben, dann ist da ein merkwürdiger Aspekt drin, daß die nur unter einer bestimmten Anzahl von Raum-Zeit-Dimensionen funktionieren, das heißt, daß da plötzlich ein ganz unerwarteter Kontakt zu der linken Seite geschlagen worden ist, von dem noch nicht zu sehen ist, ob er wirklich in Ihr physikalisches Schema reinpassen wird. Oder eine andere Sache, die man vielleicht mit einer etwas größeren Berechtigung in der Mitte ansiedeln könnte, die Frage, warum ist eigentlich die elektrische Ladung gequantelt. Da gab es eine alte Antwort von DIRAC: Magnetische Monopole; und es gibt eine neuere Antwort: Nicht-Abelsche-Eichtheorien; und jetzt ganz langsam fängt man an zu sehen, wie die zusammenhängen können. Ich weiß nicht, ob man nicht von dieser Frage eher abgelenkt worden wäre durch Beschäftigung mit neuesten mathematischen Theorien. Wenn man sich ansieht, wie EINSTEIN zu seiner allgemeinen Relativitätstheorie gekommen ist, dann ist er auch von ganz konkreten physikalischen Fragestellungen ausgegangen.

Physiker: Braucht man eigentlich praktisch eine Mathematik für verschiedene Wissenschaften? Hat man Mathematiker, die auf Gebieten arbeiten, die für die Physik interessant sind. Und die Ökonomen werden wohl eine ganz andere Mathematik brauchen. Wie sollen diese verschiedenen Mathematiken nun zusammenhängen? Das ist für mich eine grundlegende Frage. Sonst hat man einen Brocken Mathematik, und es wird von verschiedenen Seiten gezogen, an der einen Seite ziehen die Physiker, an der anderen Seite ziehen die Ökonomen und in der Mitte sitzen die Mathematiker.

Mathematiker: DYSON schrieb, daß er in der Woche seine Physik und am Wochenende seine Zahlentheorie gemacht hat und daß er zwar beidesmal, er gibt da ein anschauliches Beispiel, auf dieselbe Folge von Zahlen kam; aber weil das eben in unterschiedlichen Zusammenhängen war, realisierte er selbst zunächst gar nicht, daß es sich dabei um dieselben Zahlen gerade gehandelt hat. Kann man nicht solche Erfahrungen dahingehend verallgemeinern, daß einer fruchtbaren Zusammenarbeit von Mathematik und Einzelwissenschaften, z. B. Physik, nicht so sehr Sprachbarrieren, fehlende Information über einzelne Probleme oder andere allgemeine Kommunikationsprobleme entgegenstehen, sondern vielleicht viel gravierendere Unklarheiten, die in der Mathematik wie in den verschiedenen Einzelwissenschaften über die den Beobachtungen oder Ableitungen zugrunde liegenden inhaltlichen Konzepte bestehen. Danach würde eine Verbesserung der Zusammenarbeit nicht so sehr von irgendwelcher Kooperationbereitschaft oder Angepaßtheit der Mathematiker, sondern vielleicht noch mehr von der bewußten Herausarbeitung ihrer Grundkonzepte durch die Physiker selber abhängen, also von einer gezielten Gewinnung und systematischen Verallgemeinerung ihrer original-physikalischen Erfahrung.

Physiker: DYSON ist ein ganz singulärer Fall. Nämlich ein hochgezüchteter sowohl Mathematiker als auch Physiker. Wichtig ist halt, daß das gleichzeitige Aufkommen von solchen Features in verschiedenen Disziplinen bewußt gemacht wird. Und im Normalfall, wo es nicht im Herzen von Herrn DYSON passiert, bedarf es der Gegenüberstellung durch den Dialog. Der Dialog muß mit Ernsthaftigkeit betrieben werden; und das ist die Frage des zeitlichen Aufwandes, was nützt wem. Aber wenn erst einmal eine gewisse Schwelle an Bereitwilligkeit, Bereitwilligkeit zum Hinhören, Arbeit, vorhanden ist, dann stellt die Sprache tatsächlich keine besonderen Schwierigkeiten mehr. Das läßt sich abbauen, wo es zunächst vorhanden ist, und nachher redet man fließend miteinander.

Zum zweiten Fragenkomplex:

Physiker: Es ist aktenkundig, daß wir seit nunmehr neun Semestern nichts anderes tun, als uns um das Interesse der Mathematiker zu bemühen; und wir finden das Interesse bei den Leuten, die ein verwandtes Arbeitsgebiet haben. Und die anderen kommen nicht, auch wenn wir Kaffee trinken und uns auf den Kopf stellen. Das ist nun einmal so. Weil sie zu weit von ihrer Karriere abgeführt werden. Und das will kein Mensch. Und warum sollte er auch, er hat ja Probleme, die ihm schon interessant genug sind, wenn er darauf arbeitet.

Mathematiker: Ich habe seit einigen Semestern mit einem weiteren Mathematiker Seminare über Quantenfeldtheorie gemacht. Ich habe immer wieder bei den Physikern die Seminare angeschlagen, die Zeit; ich habe mehrere Assistenten z. B. gebeten und orientiert darüber, über das und das, was wir machen; und eine Zeitlang sind zwei gekommen, und dann ist niemand mehr gekommen.

Mathematiker: Das ist genau der Punkt. Der Eine hat halt sein mathematisches Forschungsgebiet und sagt, jetzt hätte ich noch gern die und die Physiker, die mir noch das Eine oder Andere erklären könnten. Oder Sie haben jetzt hier Ihr physikalisches Forschungsgebiet und suchen entsprechende Hilfsmathematiker. Ich glaube, wir müssen da prinzipiell anders herangehen.

Zum dritten Fragenkomplex:

Mathematiker: Ich habe mich lange Zeit dafür eingesetzt, daß in der Mathematik in der Anfängerausbildung in diversen Analysis-Semestern, wie ich das bezeichnet habe, "Mülleimerkurse" eingerichtet werden, wo eben gerade in einem Semester Funktionentheorie und Differentialgleichungen zusammen untergebracht werden. Die Fakultät Mathematik hat sich bisher sehr wenig bereit erklärt, etwa Differentialgleichungen oder so etwas auf gedrängtem Raum unterzubringen; das heißt, die Kritik ist nach wie vor in dieser Hinsicht berechtigt. Aber auf der anderen Seite muß man auch sehen, daß Mathematiker auch andere Leute anderer Fakultäten auszubilden haben und natürlich auch andere Maßstäbe der Korrektheit haben als die Physiker.

Physiker: Es wäre ja beispielsweise denkbar, daß sich einige Übungsgruppen ganz bewußt als ein Praktikum der Mathematik verstehen, daß also der Übungsbetrieb dort in eine etwas andere Richtung geht, eben in die praktischere Richtung. Seien es nun Beispiele, sei es nun stärkere Betonung der Techniken, des Integrierens oder was auch immer. Und damit müßte dann Hand in Hand gehen - ich weiß ja, daß diese Übungsgruppen oft keinen hohen Stellenwert im Bewußtsein der Studenten haben - daß man dann den naturwissenschaftlich interessierten Studenten darauf hinweist: Es gibt diese praktikumsartigen Übungsgruppen. Da werden gewisse Dinge betont, die du vielleicht später einmal brauchen kannst. Da wird in der linearen Algebra beim Matrizenmultiplizieren meinetwegen etwas benützt, was nachher als Spinmatrix wieder auftritt. Oder ... Natürlich liegt der schwarze Peter bei dem Übungsassistenten, der sich die Übungsaufgaben ausdenken muß, aber da wäre jede Hilfe von der Physik vorhanden, daß man sagt, die und die Strukturen wären für uns besonders wichtig.

Physiker: Es ist sicher richtig, es gibt nicht nur die Physiker, die in der Mathematik auszubilden sind. Ich weiß aber nicht, ob da nicht nur vom Gesichtspunkt der Mathematikausbildung der Physiker, sondern ganz allgemein unter dem Gesichtspunkt der Mathematikausbildung des größten Teils der Studenten, die an der Fakultät für Mathematik Vorlesungen hören, ein gewisses Umdenken notwendig ist.

Mathematiker: Ich finde, das tut mir etwas leid, die Diskussion über die Mathematikausbildung etwas oberflächlich. Es ist eigentlich immer wieder das selbe Argument, daß die Mathematiker bis heute nicht in der Lage sind, in vernünftiger Weise praxisbezogen oder anwendungsbezogen die Mehrzahl ihrer Studenten zufrieden zu stellen, daß sie also zu abstrakt sind oder zu allgemein. Ich meine, dem muß man widersprechen. Denn wenn es wirklich so wäre, dann wären alle Mathematiker ziemliche Holzköpfe. So einfach ist es nicht. Das hat auch methodische Vorteile, also allgemeinere Strukturen gerade zu Beginn der Ausbildung in den Vordergrund zu stellen. Man müßte konkret diskutieren über Vorlesungen in Analysis, die stattfinden und stattgefunden haben.

Kurt H. Stapf:

Psychologie

und

Mathematik

Vorbemerkungen

1. Historischer Abriß
2. Die Herausbildung der Mathematischen Psychologie
3. Mathematik und ihre Anwendung in der Psychologie
 - 3.1 Mathematische Grundlagen
 - 3.2 Angewandte Statistik
 - 3.3 Teilgebiete der Psychologie
 - 3.4 Themenrelevante psychologische Fachzeitschriften
4. Mathematisierung in der Angewandten Psychologie
5. Rückwirkungen von der Psychologie auf die Mathematisierung
6. Schlußbemerkungen

Überarbeitete Fassung eines vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrags.

Für wertvolle Anregungen dankt der Autor seinen Marburger Kollegen D. ALBERT, H. SCHEIBLECHNER und U. SCHULZ.

156-Psy

Vorweg sei betont, daß ich in diesem Referat nur sehr skizzenhaft und ohne jeden Anspruch auf Vollständigkeit auf das Verhältnis von Psychologie und Mathematik bzw. auf die "Mathematisierung" der Einzelwissenschaft Psychologie eingehen kann. Dennoch werde ich versuchen, im Sinne der hier gestellten Aufgabe in groben Zügen die Bedeutung der Mathematik und ihrer Anwendung für die Psychologie darzulegen.

Und noch eine einschränkende Vorbemerkung: Eine Reihe von grundsätzlichen methodologischen Sachverhalten, über die ich hier berichten könnte, hat Herr HARDER in seinem Vortrag im Januar bereits vorweggenommen. Demnach gibt es quasi eine Durchschnittsmenge von diesbezüglich gemeinsamen Problemen bei der Soziologie und der Psychologie. Auch die Psychologie hat es beispielsweise mit Massenphänomenen zu tun, auch die Psychologie versteht sich als empirische Wissenschaft, auch sie besitzt geisteswissenschaftliche Relikte, ebenfalls ist der Empiriebegriff auch heute noch in der Psychologie nicht ganz unstrittig usf. Dies wären einige Beispiele für Ähnlichkeiten. Allerdings haben wir in der Psychologie auch einige Besonderheiten: Hier wird vorwiegend auf der Ebene des Individuums bzw. des individuellen Verhaltens gearbeitet, was in der Soziologie eher die Ausnahme ist. Hinzu kommen - methodisch gewendet - in der Psychologie Möglichkeiten des Messens und des (Labor-) Experiments. Historisch gesehen, führten Quantifizierungsbestrebungen, oder anders ausgedrückt: Messen und Experimentieren zur Herauslösung und Konstituierung der empirischen Psychologie aus einer übergreifenden geisteswissenschaftlich-philosophischen Disziplin.

Mein Referat möchte ich wie folgt gliedern: Nach einem (1) knappen psychologiegeschichtlichen Abriß komme ich auf die (2) Herausbildung der sog. Mathematischen Psychologie zu sprechen. Sodann werde ich versuchen, die (3) Rolle der Mathematik und ihrer Anwendung in der Psychologie anhand einer quasi-taxonomischen Auflistung von den mathematischen Grundlagen über die Angewandte Statistik und die spezielle Psychologische Methodenlehre bis zu einer Reihe von inhaltlich-psychologischen Teilgebieten zu demonstrieren und mit Hilfe einer angefügten Literaturliste zu illustrieren. Danach werde ich einen kurzen Blick auf die (4) Mathematisierung in den Teilfächern der Angewandten Psychologie werfen, (5) einige Beispiele für Rückwirkungen von der Einzelwissenschaft Psychologie auf die Mathematik anführen und (6) mit zusammenfassenden Bemerkungen schließen.

Auf die wechselseitigen "Kommunikationschwierigkeiten" zwischen Psychologen und Mathematikern möchte ich nicht gesondert eingehen; hier trifft ein Gutteil von dem zu, was Herr HARDER in seinem Beitrag seitens der Soziologie (s. dort) bereits ausgeführt hat.

1. Historischer Abriß

Zu Beginn meiner Ausführungen möchte ich also auf einige historische Wurzeln und Zusammenhänge verweisen, welche zum methodologischen Hintergrund des Themas gehören und zu seinem wissenschaftsgeschichtlichen Verständnis beitragen können.

Hermann EBBINGHAUS hat einmal gesagt, die Psychologie habe zwar eine lange Vergangenheit, jedoch eine kurze Geschichte. Betrachtet man die historische Zeitspanne der letzten 150 Jahre, so gibt es eine Reihe von Zeitmarken, mit deren Hilfe man demonstrieren kann, wie sich die Psychologie zu einer selbständigen empirischen Disziplin entwickelte. Dies kann zweckmäßigerweise unter den methodologischen Blickwinkeln der zunehmenden Ausrichtung auf Erfahrung, der Quantifizierungsbemühungen und der Etablierung des psychologischen Experiments geschehen.

Ich erinnere zunächst an die interessante Monographie von Johann Friedrich HERBART "Psychologie als Wissenschaft, neu gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik" (1824). HERBART versuchte im Gegensatz zu zeitgenössischen idealistischen Strömungen eine Psychologie (und Philosophie) auf Erfahrung zu gründen. Seine Lehre von den Vorstellungen und deren Gesetzen gestaltete er nach dem Vorbild der Mathematik. Der experimentellen Methode in der Psychologie stand er allerdings noch kritisch gegenüber.

Ein Vierteljahrhundert später - 1850 - schrieb ein Autor namens Moritz Wilhelm DROBISCH eine Monographie mit dem Titel "Erste Grundlagen der Mathematischen Psychologie". Er entwickelte HERBARTs Ansatz zum Teil weiter und nahm zusätzliche Formalisierungen vor.

Im Jahre 1860 publizierte Gustav Theodor FECHNER sein Hauptwerk "Elemente der Psychophysik". Damit verhalf er der naturwissenschaftlich-exakten Arbeitsweise in der Psychologie, dem Messen und dem Experimentieren, zum Durchbruch. FECHNER griff die sinnesphysiologischen Schwellenuntersuchungen des Leipziger Anatomen und Physiologen Ernst Heinrich WEBER auf. Das von FECHNER so bezeichnete WEBERsche Gesetz, wonach ein gerade noch empfundener Reizzuwachs zu dem Ausgangsreiz in konstantem Verhältnis steht, führte er fort zu seiner "Psychophysischen Maßformel" (auch FECHNERsches Gesetz genannt), wonach einem Anwachsen der Reize in geometrischer Folge ein Anwachsen der Empfindungsstärken in arithmetischer Folge entspricht, oder anders ausgedrückt: die Empfindungsstärke proportional dem Logarithmus der zugehörigen Reizstärke anwächst ($E = K + c \cdot \log R$). FECHNER betrachtete dieses Prinzip als das erste Gesetz der Psyche, weil er glaubte, es beschreibe exakt die Beziehung zwischen physischen und psychischen Gegebenheiten. In den Lehrbüchern der Psychologie wird gemeinhin das Erscheinungsjahr von FECHNERs "Psychophysik" als Datum des Beginns der Psychologie als selbständiger empirischer Wissenschaft genannt.

Mit dem dreibändigen "Handbuch der physiologischen Optik" (1856-1862) von Hermann von HELMHOLTZ ist ein weiteres epochemachendes Werk zu nennen. In diesem Handbuch stellt er seine anspruchsvollen theoretischen Konzeptionen und experimentellen Befunde zu einer Grundlegung der visuellen Wahrnehmung dar. Es ist beeindruckend zu lesen, beispielsweise über welche tiefgreifenden mathematischen Kenntnisse, speziell der Geometrie, von HELMHOLTZ verfügte. Selbst für moderne Theoretiker der Wahrnehmungspsychologie stellt dieses Werk noch heute Anregung und Herausforderung zugleich dar.

Gilt 1860, das Erscheinungsjahr der "Elemente der Psychophysik" FECHNERs, als Geburtsjahr der modernen Psychologie, so gilt Wilhelm WUNDT mit seinem wissenschaftlichen Gesamtwerk als (Mit-) Begründer der modernen Psychologie.

Er verhalf der Psychologie nach Gegenstand und Methode zu einer selbständigen naturwissenschaftlichen Disziplin; das Experiment wurde durch ihn für die psychologische Forschung zur Methode der Wahl. WUNDT überblickte das gesamte psychologische Wissen seiner Zeit. In seinem dreibändigen Werk "Grundzüge der physiologischen Psychologie" (erste Fassung 1874) stellte er die Prinzipien und Ergebnisse der Psychologie systematisch dar. Im Jahre 1879 gründete er in Leipzig das erste Psychologische Institut der Welt.

Als weiteres wichtiges historisches Datum möchte ich 1882 anführen. In diesem Jahre eröffnete Francis GALTON, übrigens ein Vetter DARWINs, in London sein anthropometrisches Laboratorium, das erste Testzentrum der Welt. Er widmete sich neben anderem insbesondere der Begabungsforschung und Begabungsvererbung, konstruierte die ersten psychologischen Testverfahren zur Messung der menschlichen Intelligenz und Begabung und wandte erstmals die GAUSSsche Normalverteilungskurve auf psychologische Daten an. GALTON beschäftigte sich intensiv mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung; er gilt allgemein als Begründer der Psychometrie. Auf seine Anregung hin entwickelte sein Schüler Karl PEARSON das statistische Verfahren der Produkt-Moment-Korrelation. GALTON und PEARSON gründeten 1901 mit der "Biometrika" die erste Zeitschrift für wissenschaftliche Statistik.

Ein weiterer Bahnbrecher und Mitbegründer der experimentellen Psychologie war Hermann EBBINGHAUS, dessen berühmt gewordene Monographie "Über das Gedächtnis" 1885 erschien. Er untersuchte Lern- und Gedächtnisvorgänge mit den Mitteln des Experiments und fand, daß gelerntes Material (sogenannte sinnfreie Silben) in Abhängigkeit von der Zeit in nichtlinearer Weise vergessen wird. Für die Geschwindigkeit des Vergessens gab er eine negativ akzelerierte Kurve, die sogenannte Ebbinghaus-Kurve an. Auf dem Gebiet der Lern- und Gedächtnispsychologie hat EBBINGHAUS als erster Forscher systematisch experimentiert und gemessen und bestimmte numerische Methoden der Mathematik angewandt. Zwischen dem Experimentalpsychologen Hermann EBBINGHAUS und dem Philosophen Wilhelm DILTHEY kam es über die Frage der methodischen Grundlegung der Psychologie zu einer heftigen Kontroverse. DILTHEY versuchte eine methodische Neubegründung der Geisteswissenschaften, griff dabei auf das "Erlebnis" und das "Verstehen" zurück und stellte dieses in Gegensatz zur erklärenden Methode der Naturwissenschaften (1894). Als Grundwissenschaft betrachtete er eine "Verstehende Psychologie", deren Methode nicht das Experiment, sondern die "beschreibende und zergliedernde Methode" sein sollte. Die Platzanweisung der Psychologie im Bereiche der Geisteswissenschaften durch DILTHEY hatte auf dem europäischen Kontinent nicht geringen Einfluß. Die experimentelle, naturwissenschaftlich orientierte Psychologie erlitt hierdurch einen gewissen Rückschlag und eine geisteswissenschaftlich begründete psychologische Schulrichtung blühte auf.

Dieser Entwicklung völlig entgegengesetzt gestaltete sich Anfang des 20. Jahrhunderts eine extreme Richtung der objektiven Psychologie in den USA, der sog. Behaviorismus. In gewisser Weise fußt diese Forschungsrichtung einerseits auf der Reflexiologie und objektiven Psychologie der russischen Physiologen V. M. BECHTEREW und I. P. PAWLOW, andererseits auf Ideen des amerikanischen Philosophen J. DEWEY und des Psychologen W. JAMES. Das radikale Programm des Behaviorismus legte J. B. WATSON 1913 mit seiner Abhandlung "Psychology as the behaviorist views it" vor, in welchem die Methode der Introspektion strikt abgelehnt wird und für die psychologische

Forschung nur noch die Begriffe "Reiz" und "Reaktion" von Bedeutung sind. Die zentrale Forderung des Behaviorismus' WATSONs ist die Objektivität der psychologischen Daten. Als Beobachtungstatsachen sollen - wie in den exakten Naturwissenschaften - nur Ereignisse anerkannt werden, die von einem Versuchsleiter gemessen und aufgezeichnet werden können. Es lag nahe, daß sich der frühe Behaviorismus methodisch hauptsächlich auf Tierexperimente (zumeist mit Albinoratten) stützte und tierische Lernverläufe untersuchte. Die radikalen und wissenschaftstheoretisch unhaltbaren Momente des Behaviorismus wurden bald abgeschwächt bzw. eliminiert. Sein Verdienst mag man in der Tatsache sehen, an der Entwicklung der Psychologie zu einer objektiven Wissenschaft historisch beigetragen zu haben.

An dieser Stelle ist nicht der Raum, das facettenreiche Bild der historischen Entwicklung der Psychologie des 20. Jahrhunderts und ihrer Schulen nur annähernd nachzuzeichnen. Es geht mir vielmehr nur - wie bereits betont - um den Verweis auf einige ausgewählte historische Daten und Ereignisse, von denen ich glaube, daß sie zum Verständnis und zum Thema der "Mathematisierung" in der Psychologie gehören.

Die methodologische Situation der Psychologie zwischen den beiden Weltkriegen wird in eindrucksvoller Weise in der berühmt gewordenen Schrift von Karl BÜHLER "Die Krise der Psychologie" (erschienen 1927 bei G. FISCHER, Jena) charakterisiert. Karl BÜHLER versuchte hierin nach einer kritischen methodologischen Bestandsaufnahme der Psychologie eine Aus-söhnung ihrer verschiedenen Schulen und Theorieansätze.

Zu einer allgemeinen Stagnation, ja sogar zu einem Entwicklungsrück-schritt für die deutsche Psychologie führte die politische Machtübernahme des Nationalismus in Deutschland. Für den wissenschaftlichen Niedergang der bis dato führenden deutschen Psychologie sind dabei nach meiner Auffassung in erster Linie zwei gewissermaßen wissenschaftssoziologische Sachverhalte von Bedeutung gewesen: Erstens der verheerende Einfluß der nationalsozialistischen Ideologie auf die Psychologie und zweitens die Vertreibung bzw. Emigration der Mehrzahl der führenden Fachvertreter, da sie jüdischer Abstammung waren. Die Emigration vieler deutscher und österreichischer Psychologen ins westliche Ausland macht aber nicht nur den Niedergang der Psychologie im deutschsprachigen Raum verständlich, sondern auch den simultanen Aufschwung der Psychologie insbesondere in Amerika und England, an dem die Emigranten sehr hohen Anteil hatten. Viele Fachkollegen sind der Meinung, daß wir bis zum heutigen Tag an dem in den dreißiger Jahren erlittenen Rückschlag laborieren.

Nach dem Zweiten Weltkrieg, etwa um 1950 herum, kam dann wieder die ersten Kontakte zu der anglo-amerikanischen Psychologie zustande, d. h. es kamen Emigranten zurück, und einige deutsche Psychologen nahmen durch Besuche im Ausland wissenschaftliche Beziehungen auf. In dieser Phase des Wiederbeginns haben beispielsweise Curt BONDY und Peter R. HOFSTÄTTER sehr viel für die deutschsprachige Psychologie getan. Sie bauten in Hamburg das Psychologische Institut wieder auf und eröffneten durch Forschungsthemen und Publikationen vielen jüngeren Psychologen den Blick auf die Entwicklungen der internationalen Psychologie. An dieser Stelle muß neben Walter TOMANS "Einführung in die moderne Psychologie" (1952) HOFSTÄTTERS Buch "Einführung in die quantitativen Methoden der Psychologie" (1953) genannt werden, welche guten Anteil an der Verbreitung statistischer Methoden einschließlich der Faktorenanalyse im deutschsprachigen Raum hatten.

2. Die Herausbildung der Mathematischen Psychologie

Die skizzierte historische Entwicklung muß unter dem Blickwinkel der Herausbildung einer mathematisch orientierten Richtung der Psychologie, kurz: der Mathematischen Psychologie, um einige Namen ihrer frühen Vorläufer ergänzt werden. Wenn auch die gedanklichen Wurzeln ins 19. Jahrhundert zurückreichen, so möchte ich doch bei Louis Leon THURSTONE beginnen. THURSTONE studierte zunächst Elektrotechnik an der Cornell-University und arbeitete anschließend als Assistent bei Thomas EDISON in dessen Laboratorium in East Orange. Im Jahre 1914 nahm THURSTONE das Psychologiestudium auf und widmete sich sodann der experimentellen Lernforschung. Aus dieser Zeit stammen seine Bemühungen, mathematische Funktionen an empirisch gewonnene Lernkurven anzupassen. ("The learning curve equation", 1919). (Es handelte sich noch um rein induktive Modellierungsversuche von empirischen Lernkurven mittels hyperbolischer Funktionen und Potenzfunktionen, die er 1930 revidierte.)

Im Jahre 1927 eröffnete er in Chicago ein Psychometrisches Laboratorium. Er wandte sich nun stärker der Einstellungsmessung, der Psychophysik und der Intelligenzforschung zu. Im gleichen Jahre publizierte er z. B. sein "Law of comparative judgement" (1927), mit welchem er gezeigt hat, daß es möglich ist, aus der Verteilung von Alternativdaten auf den subjektiven Größenunterschied zu schließen, den Paare von Beurteilungsobjekten bezüglich eines gemeinsamen Merkmals für einen Beurteiler haben. Neben einer Fülle von psychometrischen Beiträgen (z. B. "The measurement of attitudes", 1929) und theoretischen Begründungsversuchen der modernen Psychophysik stellte er in den dreißiger Jahren in kritischer Auseinandersetzung mit Charles SPEARMAN seine Theorie der multiplen Intelligenzfaktoren auf ("The vectors of mind", 1935; "Primary mental abilities", 1938). Als mathematisches Modell entwickelte er hierfür die multiple Faktorenanalyse. THURSTONE zählt zu den Gründern der "Psychometric Society", deren Zeitschrift "Psychometrika" 1935 erstmals erschien und deren erster Präsident (1936) er war.

Als zweiten großen Wegbereiter möchte ich Clark Leonard HULL nennen. Aus der behavioristischen Tradition kommend und aufbauend auf Konzeptionen von PAWLOW und THORNDIKE ("The fundamentals of learning", 1932), schuf er die erste systematische Lern- bzw. Verhaltenstheorie ("The principles of behavior: An introduction to behavior theory", 1943). Neben den objektiv meßbaren Reiz-(Input-) und Reaktions-(Output-) Variablen postulierte HULL eine Reihe von hypothetischen (Zwischen-)Größen innerhalb des Organismus, die sog. intervenierenden Variablen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen Reiz- und Reaktionsgrößen herstellen. HULLs Verhaltenstheorie wird häufig hypothetico-deduktiv genannt. Sie besteht aus 17 Postulaten und 17 daraus deduzierten Korollarien; sie sind teils verbal, teils in Form von mathematischen Gleichungen gefaßt. HULLs stringente Theorie übte lange Zeit einen großen Einfluß auf die Lernpsychologie und darüber hinaus auf die gesamte verhaltenswissenschaftlich orientierte Psychologie aus. Erst als in den sechziger Jahren neue mathematische Modelle in der Lernpsychologie entwickelt wurden, ließ ihre Wirkung allmählich nach.

Ende der vierziger und Anfang der fünfziger Jahre erschienen eine Reihe von Aufsätzen, in denen mit Hilfe mathematischer Modellvorstellungen psychologische Fragestellungen bearbeitet wurden, so etwa die frühen lernpsychologischen Arbeiten von William K. ESTES (z. B. "Toward a statistical theory of learning", 1950).

Durch eine Monographie von SHANNON & WEAVER (1949) verbreitete sich die (mathematische) Informationstheorie und hielt auch Einzug in die Psychologie. Man kann sagen, daß etwa in diesem Zeitraum die Geburtsstunde der Mathematischen Psychologie liegt, daß sich etwa ab 1950 die Mathematische Psychologie i. e. S. als spezielle Arbeitsrichtung in den angelsächsischen Ländern etablierte. Diese Entwicklung wurde maßgeblich inspiriert durch die mathematische Lerntheorie, die Informationstheorie, durch kybernetische Modellvorstellungen sowie durch die mathematischen Theorien der Entscheidung und Nützlichkeit. In Deutschland haben wir davon erst nach und nach erfahren. Inzwischen hat sich die Mathematische Psychologie - jedenfalls in den USA - sehr stark weiterentwickelt, aber es gibt auch bereits in der Bundesrepublik eine Reihe von Kollegen, die sich als mathematische Psychologen verstehen.

Schauen wir uns einmal kurz an, was Mathematische Psychologie eigentlich darstellt. Nach dem Selbstverständnis der mathematischen Psychologen ist Mathematische Psychologie nicht einfach eine Sparte der Psychologie, die sich damit beschäftigt, mathematische Methoden auf bestimmte psychologische Prozesse oder auf das Verhalten schlechthin anzuwenden, sondern es geht ihnen darum, daß man zunächst einmal mit den Mitteln des Experiments und des Messens ernst macht und daß man versucht, mit Hilfe von mathematischen Modellierungen zu Aussagen über spezielle Verhaltensbereiche zu kommen. Diese Aussagen sind, wie man glaubt, erstens prä z i s e r als nur verbal formulierte Aussagen oder Modelle oder Theoriegebäude und haben zweitens den großen Vorteil, daß sie besser explizierbar bzw. expliziert sind und daher schließlich besser falsifiziert werden können. Diese Argumentation findet sich vor allem in Aufsätzen aus den fünfziger und sechziger Jahren, in denen sich die Mathematische Psychologie gegen Angriffe zu verteidigen hatte. Mittlerweile hat sich die Mathematische Psychologie in den USA fest etabliert; man sagt vielerorts schon nicht mehr "mathematical psychology", sondern spricht gar von "psychonomic science". Es existiert übrigens seit einigen Jahren neben dem "Journal of mathematical psychology" eine Zeitschrift namens "Psychonomic science". Man spricht auch neuerdings in diesem Zusammenhang zunehmend häufiger von "Theoretischer Psychologie". (Dieser Begriff könnte suggerieren, daß es so etwas wie eine nicht-theoretische, etwa praktische Psychologie gibt.) Tatsächlich sind dies natürlich programmatische Titel. Wenn man sich aber anschaut, was diese mathematischen Psychologen oder Psychonomiker eigentlich treiben, so ist es überwiegend schlicht Allgemeine Psychologie. Sie unterscheidet sich kaum von der sonst üblichen, experimentell orientierten Allgemeinen Psychologie, nur dadurch, daß sich die mathematischen Psychologen um einen präziseren theoretischen Begriffsapparat bemühen und sich eine Fülle von Möglichkeiten der Mathematik zunutze machen.

Der Widerstand einzelner Fachvertreter gegen die Mathematische Psychologie bzw. gegen die Mathematisierung in der Psychologie entpuppt sich bei näherer Betrachtung sozusagen als ein im engeren Sinne psychologisches Problem. Gelegentlich wurde das Argument vorgebracht, die Mathematisierung "schade" der Psychologie bzw. weite Bereiche der Psychologie seien "ihrem Wesen nach" nicht mathematisierbar und wer dies dennoch versuche, verstehe eben nichts von Psychologie. Ich wage zu vermuten, daß die Vertreter dieses pauschalen Arguments gegen die Mathematisierung ihrerseits über geringe Kenntnisse der mathematischen Methoden und Modelle verfügen. Möglicherweise liegt darin das Motiv der Ablehnung begründet. Wie anders soll man sich diese Haltung erklären? Natürlich mag es auch Beispiele geben, wo Psychologen

inhaltsleere Anwendungen von Mathematik auf Psychologie betrieben haben oder gar nur dasjenige an der Psychologie für wissenschaftlich brauchbar erachten, was sich in mathematische Formeln kleiden läßt. Mit Recht ist solches Vorgehen zu kritisieren, kann aber nicht als Argument generell gegen die Mathematisierung in der Psychologie verwendet werden. Immerhin hat die Mathematische Psychologie eine Reihe von Erfolgen aufzuweisen. Dies wird durch das "Handbook of mathematical psychology" belegt, dessen drei Bände zwischen 1963 und 1965 erschienen sind. Obwohl nicht mehr ganz rezent, stellt es nach meiner Auffassung auch heute noch eine Visitenkarte der Mathematischen Psychologie dar und vermittelt eindrucksvoll einen ersten Überblick über dieses Gebiet.

Die Publikationen zur Mathematischen Psychologie nahmen inzwischen ständig zu. Dies liegt nicht nur daran, daß allgemein mehr publiziert wird, sondern gerade auf diesem Gebiet nehmen auch die besseren, die produktiven Publikationen zu. Und die Mathematisierungsbestrebungen in der Psychologie allgemein nehmen zu. Auf GALILEI und KANT gehen die Auffassungen zurück, innerhalb einer Wissenschaft möglichst alles meßbar zu machen und die Wissenschaftlichkeit einer Disziplin danach zu beurteilen, "wieviel Mathematik in ihr steckt" bzw. in welchem Ausmaße sie mathematisiert ist. Seitens der modernen Wissenschaftstheorie hat Karl POPPER in seiner "Logik der Forschung" (1966) ausgeführt, daß der empirische Gehalt bzw. der Informationsgehalt (und damit der Prüfbarkeitsgrad) empirisch-wissenschaftlicher Theorien umso größer ist, erstens je allgemeiner und zweitens je präziser sie sind. Über die methodologische Forderung nach möglichst hohem Präzisionsgrad empirisch-wissenschaftlicher Theorien tritt die Mathematisierung ins Spiel. Wie Mario BUNGE ("Scientific research", Vol. I und II, 1967) gezeigt hat, erhöht die Mathematisierung empirisch-wissenschaftlicher Theorien deren Informationsgehalt; sie führt zu einem reicheren und präziseren Begriffsapparat und zu einer größeren Folgerungsmenge.

3. Mathematik und ihre Anwendung in der Psychologie

Im folgenden Abschnitt will ich anhand einer quasi taxonomischen Auflistung von den mathematischen Grundlagen über die Methoden der Angewandten Statistik bis zu einzelnen Teilgebieten der Psychologie versuchen zu erläutern, welche Bereiche der Mathematik und Angewandten Statistik in der Psychologie eine Rolle spielen und in welchen Teilgebieten der Psychologie man von Mathematisierung sprechen kann. Ausgewählte Literaturangaben (vgl. Anhang) und ein Katalog der wichtigsten Fachzeitschriften (vgl. 3.4) sollen dieses Vorhaben verdeutlichen.

3.1 Mathematische Grundlagen

Bei gründlichem Durchsehen der einschlägigen psychologischen Literatur läßt sich gewissermaßen herausfiltern, welche Bereiche der Mathematik als Voraussetzungen in nennenswertem Maße aufscheinen. Es handelt sich im folgenden um eine alphabetisch geordnete Aufzählung, nicht etwa um eine Rangordnung nach Häufigkeit oder Wichtigkeit:

- Algebra (lineare Algebra, Gruppentheorie),
- Analysis (Differential- und Integralrechnung, Differentialgleichungen),
- Geometrie (analytische Geometrie und Differentialgeometrie),
- Mathematische Logik und Mengenlehre,
- Mathematische Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie,
- Numerische Methoden,
- Spieltheorie und Optimierungstheorie.

Spezielle Literaturangaben für den mathematischen Grundlagenbereich können unterbleiben. Nach meinem Eindruck wird Einführungsliteratur, die für Nichtmathematiker geschrieben ist, von vielen Psychologen verständlicherweise bevorzugt.

3.2 Angewandte Statistik

Die nachfolgenden Methoden der Angewandten Statistik kommen in praktisch allen Zweigen der Bio- und Sozialwissenschaften, ebenso z.T. in den Agrar- und Wirtschaftswissenschaften, jedenfalls auch in der Psychologie zur Anwendung:

- Inferenzstatistik,
- Multivariate Verfahren (einschließlich Faktorenanalyse),
- Stichprobentheorie,
- Theorie der Versuchsplanung (z.B. Varianzanalyse),
- Theorie stochastischer Prozesse,
- Zeitreihenanalyse.

Das mehrbändige Werk von KENDALL, M. G. & A. STUART "The advanced theory of statistics" gehört nach wie vor zum unentbehrlichen Handapparat. Aus der Fülle der vorfindlichen Literatur über Angewandte Statistik scheint mancherorts das Buch von C. R. RAO "Linear statistical inference and its applications" ²1973, neuerdings recht beliebt zu sein.

3.3 Teilgebiete der Psychologie

Wir kommen nun zur Auflistung derjenigen Teilgebiete der Psychologie, die in bezug auf unser Thema relevante Entwicklungen zeigen. Im Anhang ist eine Literaturliste beigelegt, die zur Illustration für jedes Teilgebiet einige ausgewählte Literaturangaben enthält.

Zu Beginn seien vier methodische Teilgebiete genannt, die - im Vergleich mit Nachbarwissenschaften - überwiegend in der Psychologie eine Rolle spielen und insbesondere auch aus der psychologischen Forschung Anregungen erfahren haben. Sie werden daher gewöhnlich zur Psychologischen Methodenlehre gerechnet.

(1) (Psychologische) Meßtheorie: Das Messen bildet in historischer und methodischer Hinsicht eine der Grundlagen jeglicher empirischer Wissenschaft. Ohne Zweifel hatte die Meßtheorie ursprünglich ihre Domäne ausschließlich in den sog. exakten Naturwissenschaften, insbesondere in der Physik. Nach dem Zweiten Weltkrieg widmeten sich jedoch zunehmend intensiver sowohl Mathematiker, Logiker und Wissenschaftstheoretiker als auch Psychologen der Frage, ob und auf welche Weise auch psychische Eigenschaften gemessen werden können (vgl. ORTH, 1974). Heute ist eine Theorie psychologischer Messung unstrittig. Eine Reihe von meßtheoretischen Entwicklungen wurden sogar durch die Psychologie mit ihren besonderen (Meß-) Erfordernissen angeregt, so z. B. die simultane oder additiv-verbundene Messung (conjoint measurement). Sie dient der Messung mehrdimensionaler Eigenschaften und erfordert bei ihrer Anwendung keine metrischen, sondern lediglich ordinale Urteile.

(2) Skalierung: Die Entwicklung der eindimensionalen Skalierungsverfahren ist mit der Entwicklung der Psychophysik, aber auch der Einstellungsmessung verknüpft. In den fünfziger und sechziger Jahren verbreitete sich die Verallgemeinerung der eindimensionalen Skalierung, die mehrdimensionale Skalierung. Ihre Anwendung wurde durch die Entwicklung der elektronischen Großrechenanlagen stark begünstigt, die nun gestatteten, auch große Datenmengen zu bewältigen; Gleiches gilt für die rapide Ausweitung der wissenschaftlich häufig problematischen Anwendung der Faktorenanalyse in der Psychologie und anderen Sozialwissenschaften. (Mathematisch gesehen handelt es sich bei der mehrdimensionalen Skalierung wie bei der Faktorenanalyse im Kern um eine Bestimmung der Eigenvektoren und Eigenwerte von Skalarprodukt-Matrizen, also um den Bereich Lineare Algebra. In weiterentwickelten Formen der mehrdimensionalen Skalierung wird auch mit nicht-euklidischen Metriken gearbeitet.)

(3) Theorie psychologischer Tests: Die Theorie psychologischer Tests ist als methodisches Gebiet traditionell zur Psychologie gehörig. Den besten Überblick über die Testtheorie bis 1968 liefert das Buch von F. M. LORD & M. R. NOVICK (1968). Nach 1968 fand eine erhebliche Weiterentwicklung statt. So wurden u. a. einige probabilistische Testmodelle konzipiert; diese bauen im wesentlichen auf Arbeiten des Dänen G. RASCH (1960, 1966) auf. Aus dem deutschsprachigen Bereich haben zu dieser Weiterentwicklung die Psychologen G. FISCHER und H. SCHEIBLECHNER beigetragen; FISCHERs neues Buch (1974) informiert u. a. über den Entwicklungsstand der probabilistischen Testmodelle.

In Princeton, USA, gibt es beispielsweise ein spezielles Institut, genannt "Educational Testing Service" (ETS), an dem zahlreiche Psychologen, Mathematiker und Statistiker u. a. an der Weiterentwicklung der psychologischen Testtheorie arbeiten.

(4) Informationstheorie und Kybernetik: Diese von Hause aus nichtpsychologischen Gebiete haben in der Psychologie lebhaft Verbreitung und Anwendungsmöglichkeiten gefunden. So hat z. B. die Informationstheorie innerhalb der Wahrnehmungspsychologie und Psychophysik interessante theoretische Wege eröffnet (z. B. Modell des Rezeptors als Informationskanal).

Die Kybernetik hat als "Querschnittsdisziplin" die Erforschung der Struktur und Funktion informationsverarbeitender Systeme zum Gegenstand. Bei der Behandlung des konkreten Forschungsgegenstandes

"Mensch als informationsverbreitendes System" treffen Kybernetik und Psychologie (Wahrnehmungs-, Lern-, Denk- und Sprachpsychologie) zusammen. Einen guten Einblick in dieses Forschungsgebiet liefern die Monographien von W. OPPELT & G. VOSSIUS (1970) und F. KLIX (1971).

(5) Mathematische Psychologie im engeren Sinne: Unter diesem Punkt habe ich in der vorliegenden Literaturliste neben dem Überblick gewährenden "Handbook of mathematical psychology" einige Einführungen und Reader zusammengestellt sowie diejenigen Titel, welche die zeitgenössische Entwicklung auf diesem Sektor widerspiegeln (vgl. hier vor allem KRANTZ et al., 1974, Vol. I + II). Inhaltlich handelt es sich um Problemstellungen vorwiegend aus den nachfolgend aufgeführten Teilgebieten (6) bis (10) der Psychologie.

(6) Wahrnehmungspsychologie und Psychophysik: Wie wir in den historischen Ausführungen des Referats bereits gesehen haben, handelt es sich seit FECHNER um ein klassisches Teilgebiet der Allgemeinen Psychologie. Innerhalb der modernen Wahrnehmungspsychologie und Psychophysik haben sich inzwischen neben Modellvorstellungen aus der Informationstheorie und Kybernetik eine Fülle weiterer mathematischer Modelle und Methoden angesiedelt. Speziell hervorheben möchte ich die Signalentdeckungstheorie, die in dem Buch von D. M. GREEN & J. A. SWETTS (1966) dargestellt wird.

Der zweite Band der von KRANTZ et al. (1974) herausgegebenen "Contemporary developments in mathematical psychology" mit dem Untertitel "Measurement, psychophysics, and neural information processing" vermittelt den neuesten Stand der Mathematisierung im Bereich der Wahrnehmungspsychologie und Psychophysik.

(7) Lernen, Gedächtnis, Denken: Auf diesem Teilgebiet sind wohl die meisten mathematisch-psychologischen Arbeiten durchgeführt und auch publiziert worden. Mir scheint, daß das Buch von R. R. BUSH & F. MOSTELLER, "Stochastic models for learning" (1955) - wengleich heute weitgehend überholt - so doch ehemals bahnbrechend für den Einsatz mathematischer Modelle in der Lernpsychologie war. Der gegenwärtige Entwicklungsstand der Mathematisierung dieses Bereichs läßt sich dem ersten Band der von KRANTZ et al. (1974) herausgegebenen Reihe (s. o.) mit dem Untertitel "Learning, memory, and thinking" entnehmen; so auch die Tatsache, daß entgegen den Prophezeiungen einiger Skeptiker die Entwicklung zur mathematischen Modellierung auch komplexerer kognitiver Prozesse fortgeschritten ist.

(8) Spiel - und Entscheidungsverhalten: Die psychologische Theorie des Spiel- und Entscheidungsverhaltens ist relativ neu, sie darf nicht verwechselt werden mit der zur Mathematik gehörenden mathematischen Spiel- und Entscheidungstheorie. Die angegebene Literatur illustriert recht gut die Problemstellungen dieses Teilgebiets.

(9) (Mathematische) Sozialpsychologie: Die mathematische Sozialpsychologie steht der mathematischen Soziologie thematisch und methodisch nahe, wie z. B. das Buch von COLEMAN (1964) zeigt.

In dem von J. H. CRISEWELL, H. SOLOMON & P. SUPPES herausgegebenen Sammelband (1962) werden u. a. Versuche vorgestellt, mathematische Modelle auf Kleingruppenprozesse anzuwenden. Hier wäre auch die unter (7) aufgeführte Monographie von P. SUPPES & R. C. ATKINSON "Markov learning models for multiperson interaction"(1960) zu nennen.

(10) Sprachpsychologie: In der Sprachpsychologie oder Psycholinguistik hat die Mathematisierung bei weitem nicht in dem Maße wie in den vorstehenden Gebieten Platz gegriffen. Hier beschäftigt man sich mit Logifizierung und Formalisierung sprachlich-kognitiver Strukturen, die Anwendung mathematisch-numerischer Techniken steckt noch in den Anfängen. Die beiden Bücher von G. A. MILLER stehen allerdings keinesfalls im Verdacht, "verbale" Darstellungen zu sein.

Erste mathematische Modellansätze für das Problem des Zweitsprachenlernens findet man bei E. CROTHERS & P. SUPPES (1967). Für die Beschreibung z. B. der Grammatikformaler und auch natürlicher Sprachsysteme bietet die Mathematik algebraische Formalstrukturen an (vgl. SCHNELLE, 1968).

3.4 Themenrelevante psychologische Fachzeitschriften

Nachfolgend führe ich die wichtigsten psychologischen Fachzeitschriften auf, aus denen man einen Überblick über den Stand der Mathematisierung in der Psychologie gewinnen kann:

- Biometrika
- Psychometrika
- Journal of Experimental Psychology
- Psychological Review
- Journal of Mathematical Psychology (ab 1964)
- British Journal of Statistical Psychology
- British Journal of Mathematical and Statistical Psychology
- Perception and Psychophysics
- Educational and Psychological Measurement
- Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior
- Acta Psychologica (ab 1969)

Die "Biometrika" wurde von GALTON und PEARSON gegründet und 1901 erstmals herausgegeben. Ich habe sie aus historischen Gründen hier aufgeführt. Die "Psychometrika" stellt sozusagen das Pendant seitens der Psychologie dar; sie erschien zum ersten Male 1935 als Organ der Psychometric Society.

Die beiden Hauptzeitschriften der Experimentellen Psychologie sind "Psychological Review" und "Journal of Experimental Psychology". In ihnen finden sich auch ab etwa 1950 die meisten Aufsätze zur Mathematisierung in der Psychologie.

Seit 1964 gibt es ein eigenes "Journal of Mathematical Psychology", dem etwa auch vergleichbar die beiden folgenden Journale sind: "British Journal of Statistical Psychology" und "British Journal of Mathematical and Statistical Psychology".

Eine weitere renommierte Zeitschrift stellt "Perception and Psychophysics" dar, in der es ebenfalls viele illustre Beispiele für den theoretischen Fortschritt der Psychologie durch Mathematisierung gibt.

Die übrigen Zeitschriften sind deshalb angefügt, weil sie am ehesten unter den über hundert Zeitschriften der Psychologie einen Hinweis auf Mathematische Psychologie bringen.

Zur "Psychonomic Science" ist zu erwähnen, daß es sich um eine Zeitschrift handelt, die möglichst viele Publikationen aufnehmen möchte und daher die Vorschrift herausgebracht hat, daß kein Beitrag länger als zwei Seiten sein darf. Mathematisch knappe Artikel werden hierdurch in gewisser Weise begünstigt, "prosaisch ausgebreitete" Beiträge werden unterbunden. Allerdings leidet wegen der Kürze der Beiträge häufig auch deren Verständlichkeit.

"Acta Psychologica" ist eine traditionsreiche Zeitschrift, deren Herausgeber es sich seit 1969 vorgenommen haben, ein Publikationsorgan für "Basic research" und u. a. auch für Mathematische Psychologie zu werden. Damit sollte erreicht werden, daß auch auf dem europäischen Kontinent eine Zeitschrift für diese Belange existiert. Seit 1970 findet man in dieser Zeitschrift denn auch vorwiegend testtheoretische und skalierungstheoretische Aufsätze oder Beiträge zur mathematischen Lerntheorie etc.

4 Mathematisierung in der Angewandten Psychologie

Der Vollständigkeit halber werfen wir nun noch einen Blick auf die verschiedenen Teilgebiete der Angewandten Psychologie, um das Ausmaß der Mathematisierung hierin abzuschätzen. Erklärlicher Weise blieb der Mathematisierungsgrad im anwendungsnahen Bereich gegenüber dem Grundlagenbereich deutlich zurück, da sich Mathematisierung überwiegend auf die theoretischen Sachverhalte einer Disziplin erstreckt. Allerdings lassen sich einige umschriebene Themenkreise ausmachen, in denen durchaus mathematisch-statistische Methoden und Modellvorstellungen zum Einsatz gelangen:

(1) Im Bereich der Psychodiagnostik beispielsweise werden computer-gesteuerte Explorations- und Diagnoseverläufe erprobt; auch werden erste Ansätze zur Modellierung des Interaktionsprozesses zwischen Klient und Diagnostiker versucht.

(2) In der Betriebspsychologie findet man mathematisch formulierte Personalauslese-Modelle (Klassifikations- und Selektionsmodelle), die neben der prognostischen Valenz auch Nutzenparameter beinhalten. Recht gut gibt hierüber das Buch von L. J. CRONBACH & G. C. GLESER "Psychological testing and personnel decisions" (1965) Auskunft. Bezüglich der Arbeitspsychologie wäre beispielsweise auf den speziellen Tätigkeitssektor der Signalüberwachung zu verweisen und hierzu die mathematisch formulierte Signalentdeckungstheorie anzuführen. Ebenfalls gewinnt die Anwendung von Methoden und Modellen aus der Operationsforschung (Operations research) zunehmend an Boden, so z. B. bei Optimierungsproblemen.

Bei der Analyse von Mensch - Maschine - Systemen spielen mathematische Methoden und kybernetische Modellvorstellungen eine erheblich Rolle.

(3) Zur Verkehrspsychologie und psychologischen Unfallforschung läßt sich feststellen, daß hier das von der Angewandten Statistik bereitgestellte methodische Rüstzeug einen festen Platz erobert hat.

(4) In der Markt- und Werbepsychologie kommen statistische Stichproben- und Prüfverfahren, aber auch die mehrdimensionale Skalierung und die Faktorenanalyse routinemäßig zum Einsatz. Im engeren Sinne mathematische Marktmodelle und Trendanalysen werden von seiten der Ökonometrie beigesteuert.

(5) In der Forensischen Psychologie und (6) in der klassischen Pädagogischen Psychologie werden zwar inferenzstatistische Verfahren angewendet, die Mathematisierung spielt jedoch - soweit ich dies überblicke - praktisch noch keine Rolle. Ein wenig anders mag es im interdisziplinären Bereich zwischen Psychologie und empirischer Pädagogik aussehen (Unterrichtstechnologie, programmierter Unterricht, computerunterstützter Unterricht). Hierüber wird uns ja anschließend Herr RAETHEL informieren.

5 Rückwirkungen von der Psychologie auf die Mathematik

Ich möchte nun noch kurz zu der Frage Stellung nehmen, ob von der Psychologie aus eine Rückwirkung auf die Mathematik stattgefunden hat. Hierfür gibt es einige Beispiele, und zwar erstens die Konstruktion und ständige Verbesserung des Modells der Faktorenanalyse. Man kann sagen, daß die Faktorenanalyse aus der Psychologie stammt, d. h. ursprünglich von Psychologen für psychologische Zwecke entwickelt worden ist. Mit der Verbreitung der Faktorenanalyse wurden Mathematiker und Statistiker auf den Plan gerufen, die sich des Modells annahmen und mathematisch weiterentwickelten.

Ein zweites Beispiel findet man in der psychologischen Entscheidungstheorie. Durch die Tatsache, daß man es in der Psychologie im Gegensatz zur Mathematik mit subjektiven Entscheidungsgrößen zu tun hat, wurden neue entscheidungstheoretische Konzeptionen angeregt. Das spezifische Problem psychologischer Entscheidungsprozesse hat also zu einer Rückwirkung auf die mathematische Entscheidungstheorie geführt.

Ein drittes Beispiel bietet die Wechselbeziehung zwischen der Lern- und Automatentheorie. Die angewandt-mathematische Automatentheorie (Theorie lernender Automaten, vgl. auch Computer Science) ist von dem Gedankengut der psychologischen Lerntheorie beeinflusst worden, es gab also eine Rückkopplung von der Lernpsychologie auf die Automatentheorie.

Das wären wohl die markantesten Beispiele. Überwiegend hat folglich die Psychologie von der Mathematik profitiert, wie ja andere Natur- und Sozialwissenschaften auch. Die Mathematisierung in der Psychologie wurde von solchen Wissenschaftlern vorangetrieben, die ausbildungsmäßig nicht nur Psychologen, sondern zusätzlich z. B. Mathematiker, Ingenieure, Physiker, Statistiker u. ä. waren.

6. Schlußbemerkungen

Wenn man vorläufig Bilanz ziehen und abschätzen will, zu welchen bisherigen Resultaten die Mathematisierung in der Psychologie geführt hat, so läßt sich nach meiner Auffassung ein allgemeiner theoretischer und methodischer Fortschritt konstatieren. Angefangen von den mathematisch-statistischen Hilfsmitteln im Methodeninventar der Psychologie über deskriptive Formalisierungen von psychologischen Sachverhalten bis zur Konstruktion und Prüfung mathematischer Modelle über Verhaltensprozesse, in allen diesen Fällen hat die Psychologie von der Mathematik profitiert bzw. sich Möglichkeiten zunutze gemacht, die ihr die Mathematik bot. Ich beurteile auch die Weiterentwicklung von Teilbereichen der Psychologie unter dem Aspekt der Mathematisierung - vielleicht im Gegensatz zu manchen Kollegen - optimistisch, d. h. nach meiner Auffassung führt die Fächerkooperation zu einer fruchtbaren Weiterentwicklung breiter Teile der Psychologie in methodischer und theoretischer Hinsicht. Dieses optimistische Bild wird nur wenig von dem gewissen "Modellplatonismus" und "Parameterinduktivismus" (nach Hans ALBERT) getrübt, den naiverweise einige mathematische Psychologen betreiben.

Allerdings darf bei alledem nicht übersehen werden, daß es in der Psychologie zahlreiche Fragestellungen und Problembereiche gibt, die sozusagen der Formalisierung und Mathematisierung nicht oder noch nicht zugänglich sind. Es wäre völlig falsch, diese Bereiche als "nicht wissenschaftsfähig" zu deklassieren; ebenso falsch wäre es aber auch, diese Gebiete gegenüber Bearbeitungsversuchen mit mathematischen Mitteln abzuschirmen. Ohne einem naiven Forschungsoptimismus das Wort reden zu wollen, mag es doch nach meiner Auffassung zunehmend mehr gelingen, klassische psychologische Fragestellungen ohne Inhaltsverlust so zu transformieren, daß sie mit dem modernen methodologischen Rüstzeug der Mathematik angebar sind.

Aus der Diskussion

Pädagoge: Wieso haben die mathematischen Methoden noch keinen nennenswerten Eingang in die Praktische Psychologie genommen? Mit Praktischer Psychologie meine ich in diesem Fall Angewandte Psychologie.

Psychologe: Einige Beispiele für die Anwendung von mathematischen Modellen in der Angewandten Psychologie habe ich erwähnt. Im wesentlichen sehe ich folgende Gründe: Erstens spielt die Mathematisierung verständlicherweise zunächst in den theoretischen Bereichen und in der Grundlagenforschung eine größere Rolle, und es dauert längere Zeit, bis sich dies im anwendungsnahen Bereich durchsetzt. Die Psychologie ist ja eine noch junge Disziplin. Zweitens treten in der psychologischen Praxis häufig völlig andere Aufgabenstellungen auf als im Bereich der psychologischen Forschung.

Ein forensischer Psychologe oder ein Diagnostiker z. B. hat es gewöhnlich mit der Begutachtung eines psychologischen Einzelfalles zu tun. Hierfür benötigt er keine mathematischen Methoden und Modelle als vielmehr große praktische Erfahrung. Man muß auseinanderhalten: Einerseits Diagnostiktheorie, sie gehört methodisch zum Grundlagenbereich, sie ist wohl mathematisierbar; andererseits psychologische (Einzelfall-) Diagnostik als praktisch-psychologische Tätigkeit.

Soziologe: Ein Zusatzproblem in diesem Bereich ist natürlich die Erfolgskontrolle. Eine interessante Frage bezüglich der Erfolgskriterien ist, ob man scharfe statistische Methoden anwenden muß, um Erfolg etwa in der forensischen Psychologie zu haben. Es muß ja Gütemaßstäbe, Kriterien zur Beurteilung geben, mit denen die Entscheidung, die getroffen wurde, beurteilt werden kann. Hier spielt also die Frage herein, die Sie in Ihrem Referat weggelassen haben, was heißt überhaupt Erfolg bei der psychologischen Analyse?

Psychologe: Hier gibt es ebenfalls einen großen Unterschied zwischen Theorie und Praxis. In den Lehrbüchern gibt es diese statistischen Modelle für verlässliche Erfolgskontrollen. Ob diese Modelle in der Praxis angewendet werden bzw. ob überhaupt die Randbedingungen für diese Modelle erfüllt sind, ist eine andere Frage.

Der Erfolg der Psychologen beruht gelegentlich darauf, daß er von anderen Leuten in psychologischen Problemlösungsfragen um Entscheidungshilfe gebeten wird. Und er leistet Entscheidungshilfe. Er sagt beispielsweise: Nehmt von drei zur Auswahl stehenden Werbeanzeigen die oder von zwei Konkurrenten den. Eine statistische Erfolgskontrolle läßt sich nur auf einer großen Zahl von Entscheidungen aufbauen. Das ist ähnlich im forensischen Bereich oder etwa im Personalauslesebereich: wenn es z. B. darum geht, zwischen drei oder vier Bewerbern für die Stelle eines Betriebsleiters eine Auswahl zu treffen. Ein wichtiger Gesichtspunkt besteht darin, daß nicht beliebig viele Bewerber mit ganz unterschiedlichen Fähigkeiten zur Auswahl stehen. Der Psychologe muß eine Entscheidung nur zwischen wenigen, annähernd gleich gut geeigneten Bewerbern treffen. Da liegt er nie ganz falsch, denn diejenigen, die sich bewerben, stellen ja schon durch ihre Bewerbung eine Auslese dar. Fazit: Erfolgskontrollen können prinzipiell durchgeführt werden, nur wird dies in praxi nicht oft getan.

Mathematiker: Wodurch kam nun eigentlich der Durchbruch der Mathematisierung? Sie haben ihn zwar eingehend beschrieben, aber es ist mir nicht ganz klar geworden, was eigentlich die treibende Kraft war. Gab es einen Ansatz in der Praxis oder geistesgeschichtliche Vorgänge? Meine zweite Frage ist: Wo, meinen Sie, ist im Moment eigentlich die stürmischste Entwicklung innerhalb der Psychologie und welche Gebiete sind am stärksten abgeschlagen? Meine dritte Frage betrifft die erhobenen Daten: Mathematikstudenten, die in der Psychologie geholfen haben, berichten oft, daß die mathematischen Methoden nicht richtig eingesetzt werden können, weil die Daten, mit denen gearbeitet werden soll, nicht exakt genug ermittelt worden sind. Meine vierte Frage betrifft die spezielle Situation am Marburger Psychologischen Institut.

Psychologe: Die erste Frage nach der treibenden Kraft ist schwer zu beantworten. Ich will nicht sagen, daß es nur die wissenschaftlichen Erfolge, die besseren Modelle usw. waren. In gewissem Sinne hat durch das Aufkommen einer neuen "Philosophy of Science" nach dem Zweiten Weltkrieg das "mathematische Denken" auch in der Psychologie Platz gegriffen. Ich möchte beinahe behaupten, daß es eine fächerübergreifende Triebkraft gewesen ist. Allein aus der Psychologie heraus wäre es wohl nicht gelungen.

Zur zweiten Frage: Die stürmischste Entwicklung spielt sich - soweit ich das von Europa aus beurteilen kann - in den Bereichen Wahrnehmungs-, Lern-, Gedächtnis- und Denkpsychologie ab, also bei der Bearbeitung psychologischer Informationsverarbeitungsprozesse. Hinzu kommt noch die psychologische Testtheorie. In diesen Bereichen sind vor allem durch die Aufgabe deterministischer Modelle und die Entwicklung stochastischer Modelle große Fortschritte erzielt worden. Ich sollte noch hinzufügen, daß Wahrnehmungs-, Lern-, Gedächtnis- und Problemlösungsprozesse theoretisch nicht mehr nur voneinander isoliert gesehen werden, sondern sozusagen als verschiedene Komponenten eines Informationsverarbeitungsprozesses; außerdem werden noch sozialpsychologische Faktoren und Momente des Entscheidungsverhaltens mitberücksichtigt.

Demgegenüber geschieht unter dem Blickwinkel der Mathematisierung in den Bereichen der Persönlichkeitsforschung oder der Entwicklungspsychologie kaum etwas

Zur dritten Frage: Nicht selten werden Untersuchungen von Psychologen durchgeführt, ohne daß sich die Untersucher vorher hinreichend Gedanken um die mathematisch-statistischen Auswertungsmöglichkeiten gemacht haben. Dann suchen sie beim Mathematiker Hilfe. Gelegentlich fällt es Mathematikern auch schwer, sich in die Probleme empirischen Forschens einzufühlen. Die Daten in der Psychologie sind eben oft "weich", jedenfalls nicht mit der Physik vergleichbar. Allerdings meine ich, man sollte bereits bei der Planung von Untersuchungen das Problem der Datenqualität und Datenverarbeitung mit einrechnen.

Zur vierten Frage nach der Marburger Situation ist folgendes zu sagen: An unserem Institut arbeiten viele Psychologen, die an methodischen Problemen interessiert sind. Wir haben uns lange mit der Frage beschäftigt, wie wir den Studenten optimal die Mathematische Statistik beibringen können, die sie nach unserer Auffassung unbedingt benötigen. Hierzu gab es sogar ein von der VW-Stiftung gefördertes Didaktik-Projekt. Heute läuft diese Ausbildung recht gut. Ohne Statistik, Versuchsplanung, ohne experimentelle Methoden usw. ist nach unserer Auffassung kein vernünftiges Psychologie-Studium möglich. - Ein einzelner Hochschullehrer kann natürlich ein solches Programm nicht realisieren; wir haben hierfür eine "Methodiker"-Gruppe, die auch mit interessierten Mathematikern und Statistikern kooperiert. Neben der regulären Ausbildung in Psychologischer Methodenlehre werden spezielle fakultative Lehrveranstaltungen über mathematische Grundlagen, fortgeschrittene Statistik, Programmier-techniken, aber auch in Mathematischer Psychologie angeboten. Wir wollen damit über die normale Ausbildung hinaus interessierten Studenten weiterreichende methodische und theoretische Inhalte vermitteln. Das führt evtl. dazu, daß ein Bruchteil der Studenten zu "Theoretikern" ausgebildet wird; die Mehrzahl der Studenten ist nur an der Anwendung von Psychologie interessiert. - Wir sind der Meinung, daß man die breiten Anwendungsgebiete der Psychologie - z. B. Klinische Psychologie, Arbeits- und Betriebspsychologie - nicht vernachlässigen darf, aber auch nicht die Allgemeine (oder Theoretische) Psychologie. Denn die Allgemeine Psychologie bildet nun mal die Grundlage für die verschiedenen Gebiete der Angewandten Psychologie. Es wäre ein Rückschritt, wenn jedes Gebiet seine eigenen theoretischen Wege ginge.

Ich finde übrigens, daß auch oder gerade diejenigen Studierenden, die nur an der Anwendung von Psychologie interessiert sind, eine gute theoretische und methodische Grundlagenausbildung erfahren sollten.

Soziologe: Wo würden Sie den gesamten Bereich des "Human engineering" ansetzen? Meiner Ansicht nach ist im Bereich des "Human engineering" eine ähnlich stürmische Entwicklung zu erkennen, wie Sie sie für den Bereich der Lerntheorie angegeben haben.

Psychologe: Der Bereich "Human engineering" gehört zur Arbeitspsychologie und beinhaltet die Anpassung der Arbeitsbedingungen und der Arbeitsgeräte an die sensorischen motorischen und sozialen Eigenheiten des Menschen. Hier hinein fällt z. B. die Analyse von Mensch-Maschine-Systemen. - Ich stimme Ihnen zu, daß auf diesem Gebiet eine starke Entwicklung stattfindet. Im Bereich des "Human engineering" wird der Mensch z. B. als informationsverarbeitendes System betrachtet. Viele Methoden und Modellvorstellungen sowie Resultate aus der Grundlagenforschung, so etwa aus der Wahrnehmungs-, Lern- und Gedächtnispsychologie und Psychomotorik kommen hier zur Anwendung. Auf diesem Sektor arbeiten neben Psychologen vor allem Arbeitswissenschaftler und Ingenieure. Die Psychologie muß aufpassen, daß sie mit der Entwicklung Schritt halten kann, sonst verliert sie diesen Bereich an die Ingenieurwissenschaften.

Ich möchte noch hinzufügen, daß in der DDR ein diesbezüglicher applikationsorientierter Studiengang, die sog Ingenieurpsychologie, geschaffen wurde.

Wilhelm Opfermann:

Rechtswissenschaft

und

Mathematik

1. Vorbehalte und Einwände gegen eine Kooperation von seiten der Rechtswissenschaft
 - 1.1 Entwicklungsgeschichtlicher Vorbehalt (Begriffsjurisprudenz)
 - 1.2 Hauptformen inhaltlicher Einwände

2. Wo finden sich Ansätze im Recht (Überblick)?
 - 2.1 Vorbemerkungen: Zum Begriff der "mathematischen Methoden"
 - 2.2 Besondere Offenheit juristischer "Entwicklungsgebiete"
 - 2.3 Zwei Hauptebenen einer Kooperation

3. Einzelaspekte der Kooperation in der juristischen Grundlagenforschung
 - 3.1 Zur juristischen Logik
 - 3.2 Sonstige Mathematisierungsansätze in der Grundlagenforschung

4. Anwendungen mathematischer Methoden in konkreten Sachgebieten
 - 4.1 Vorbemerkungen
 - 4.2 Beispiele für Mathematisierungsansätze in juristischen Gebieten

5. Zusammenfassung und Ausblick

Nach einem vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrag

174-Rec

1. Vorbehalte und Einwände gegen eine Kooperation von seiten der Rechtswissenschaft

Im folgenden will ich zunächst auf einige Einwände und Vorbehalte eingehen, die in der Rechtswissenschaft, sei es latent, sei es explizit ausgesprochen, gegen eine Zusammenarbeit von Recht und Mathematik zu finden sind. Ich möchte hierbei zwischen einem allgemein zu findenden Vorbehalt gegen eine Zusammenarbeit einerseits und zwischen Einwänden andererseits unterscheiden, die aus bestimmten inhaltlichen Erwägungen erhoben werden. Lassen Sie mich mit dem Generalvorbehalt beginnen und hierbei versuchen, eine Erklärung für ihn zu liefern. Sie dürfte für die Mathematiker deshalb von Interesse sein, weil bei seiner Berücksichtigung die Schwierigkeiten einer Zusammenarbeit zwischen beiden Disziplinen auch in psychologischer Hinsicht durchsichtiger werden.

1.1 Entwicklungsgeschichtlicher Vorbehalt (Begriffsjurisprudenz)

Wenn wir in der Rechtswissenschaft auf Aversionen gegen eine Zusammenarbeit von Recht und Mathematik stoßen, dürfte sicher gelegentlich eine Rolle spielen, daß der geisteswissenschaftlich ausgebildete Jurist sich, auch wenn er von einer Fruchtbarkeit der Kooperation zwischen beiden Disziplinen überzeugt sein sollte, in der Regel erst der Mühe unterziehen muß, eine neue Sprache, nämlich das Umgehen mit mathematischen Symbolen, zu lernen. Erst recht wird er kaum diese Mühe auf sich nehmen wollen, wenn noch offen ist, ob und inwieweit eine Zusammenarbeit zwischen beiden Wissenschaften überhaupt Ertrag verspricht. Dieser genannte Umstand ist aber meines Ermessens gleichwohl nur als sekundär anzusehen; auch in anderen Wissenschaften, z. B. in der Wirtschaftswissenschaft hat sich das Arbeiten mit mathematischen Modellen ja in wenigen Jahrzehnten durchsetzen können.

Als einen wesentlichen Grund für die bestehenden grundsätzlichen Aversionen von Rechtswissenschaftlern gegen die Heranziehung mathematischer Methoden wird man vielmehr eine Abwehrhaltung ansehen müssen, die nur aus der historischen Entwicklung der Rechtswissenschaft zu erklären ist und zunächst grundsätzlich als positiv zu bewerten ist; dies auch dann, wenn man eine Kooperation zwischen Recht und Mathematik als fruchtbar ansieht.

Der Rückgriff auf mathematisches Denken bei der Lösung juristischer Fragen ist der Rechtswissenschaft der Neuzeit an sich nicht unbekannt. Vielmehr gab es in der Geschichte der Rechtswissenschaft Epochen, die in starkem Maße durch eine Verbindung juristischer mit mathematischer Denkweise geprägt waren. Besonders deutlich trat diese Verbindung in der wissenschaftlichen Tätigkeit von LEIBNIZ hervor. LEIBNIZ, der neben NEWTON Entdecker der Integral- und Differentialrechnung war, nahm seinen wissenschaftlichen Ausgang in der Jurisprudenz. Während seines ganzen Lebens versuchte er, juristische und mathematische Methoden zu verbinden. Ihm schwebte als Ziel die Begründung einer rationalen Jurisprudenz vor, in der in Form eines mathematischen Systems analog der euklidischen Begründung der Geometrie die juristischen Lehrsätze syllogistisch aus Definitionen, Axiomen und bereits bewiesenen

Theorien abgeleitet werden sollten¹).

Dieser Einbezug mathematischen Denkens war keine spezielle Eigenart der LEIBNIZschen Jurisprudenz, sondern ein charakteristisches Merkmal des damaligen sog. Vernunftrechts²).

In analoger Weise hatte z.B. HOBBS "more geometrico" seine Staatslehre entwickelt; auch GROTIUS, einer der Begründer des modernen Völkerrechts, war stark durch mathematisches Denken geprägt.

Die Verbindung von rechtswissenschaftlichem und mathematischem Denken hielt bis zum 18. Jahrhundert an und fand ihren Abschluß in einer rechtswissenschaftlichen Schule des 19. Jahrhunderts, die als sog. Begriffsjurisprudenz bezeichnet wird. Ihr bekanntester Vertreter war der Jurist PUCHTA (1798 - 1846), dessen Lehrbücher die praktische juristische Arbeit seiner Zeit maßgeblich geprägt haben. Die Begriffsjurisprudenz verstand das Recht als ein in sich geschlossenes System von Institutionen und Rechtssätzen, aus denen für alle im praktischen Leben auftauchenden Rechtsfälle die Antwort allein durch eine logische Operation mit den Begriffen abgeleitet werden könne³).

Man hält es heute allgemein als erwiesen, daß diese Begriffsjurisprudenz unmittelbar auf den Ansatz des Vernunftrechtes zurückzuführen ist, durch eine Kooperation zwischen Rechtswissenschaft und Mathematik das Recht operationabel zu machen.

Dieser historische Zusammenhang sollte bewußt sein; aus ihm läßt sich ein großer Teil der auch heute noch so handfest zu greifenden negativen Einstellung der Rechtswissenschaft gegenüber der Mathematik erklären:

Die Begriffsjurisprudenz kann heute, ungeachtet des jeweils von den verschiedenen Richtungen und Schulen der Rechtswissenschaft eingenommenen Standpunktes, als allgemein überwunden gelten. Sie hatte insbesondere zwei entscheidende Mängel. Zum einen führte die Begriffsjurisprudenz zum Verzicht auf jeglichen Einbezug der sozialen Realität der durch die Rechtssätze geschaffenen oder von ihnen angetroffenen Lebensverhältnisse. Entscheidend war für die Brauchbarkeit eines juristischen Systems nicht, ob und inwieweit von Sinn und Regelung eine von mehreren Rechtsfolgealternativen getragen war, sondern inwieweit das System eine möglichst exakte Klassifikation der Sachverhalte zuließ⁴). Zum anderen stellte das Denken in den Kategorien der Begriffsjurisprudenz einen Verzicht auf die Diskussion der eingenommenen Rechtspositionen unter Gerechtigkeitsgesichtspunkten dar. Die Methode der Begriffsjurisprudenz war getragen von der "Überzeugung, daß die logische Begriffs- und Systemgerechtigkeit eines wissenschaftlichen Satzes auch seine Richtigkeit begründet"⁵).

Die die Begriffsjurisprudenz ablösende Schule der sogenannten Interessenjurisprudenz stellt demgegenüber in den Vordergrund, daß gesetzliche Regelungen die Funktion besitzen, Interessenkonflikte zu lösen und daher der Wertungsentscheidung, die in der Norm enthalten ist, der Vorrang gebührt. Inzwischen ist dieser Ansatz der Interessenjurisprudenz in verschiedenen Richtungen weiterentwickelt worden. Das bedeutet nicht etwa, um Mißverständnissen vorzubeugen, daß mit der heute allgemein vertretenen Absage begriffsjuristischer Denksysteme Postulate der Logik als irrelevant angesehen werden. So wird z.B. keineswegs das Postulat konsistenter Rechtsfolgen aufgegeben; eher wird man sagen können, daß die Betonung des Zweckes rechtlicher Normen in verstärktem Umfang dazu führt, daß auf

funktionale Konsistenz von Auslegungsergebnissen geachtet wird. Die Verwerfung begriffsjuristischen Denkens läßt auch unberührt, daß juristische Argumentationen wegen "Verstoßes gegen die Denkgesetze" gerügt und ggfl. von der Rechtsmittelinstanz aufgehoben werden können⁶).

Die Überwindung des begriffsjuristischen Denkens muß als einer der großen Fortschritte in der Entwicklung der Rechtswissenschaft angesehen werden. Wenn wir, um den anwesenden Mathematikern und Naturwissenschaftlern einen plastischen Vergleich vor Augen zu führen, der ihnen geläufiger ist, eine Parallele ziehen wollen, so können wir etwa sagen: Das begriffsjuristische Denken läßt sich im Bereich der Rechtswissenschaft mit den Versuchen der Scholastik vergleichen, naturwissenschaftliche Erkenntnisse durch spekulative logische Überlegungen statt durch Beobachtung der Natur zu gewinnen.

Welche Folgerungen ergeben sich aus diesen historischen Zusammenhängen für eine Zusammenarbeit zwischen Rechtswissenschaft und Mathematik? Aus ihnen ergeben sich eine Reihe von Aufgaben, die in unterschiedlicher Weise an die Rechtswissenschaft einerseits und an die Mathematik andererseits gestellt werden müssen: Die Rechtswissenschaft als von der Begriffsjurisprudenz "gebranntes Kind" muß sich der Frage stellen, ob sie in ihrer Aversion gegen mathematisches Denken nicht das Pendel zu weit in die andere Richtung schlagen läßt und dem Einbezug mathematischer Methoden vorschnell auch dort eine Absage erteilt, wo die negativen Überzeichnungen logisch-mathematischen Denkens begriffsjuristischer Art nicht zu befürchten sind⁷).

Die Mathematik andererseits sollte aufgrund der gezeichneten entwicklungsgeschichtlichen Lage besonderes Verständnis dafür haben, daß die Rechtswissenschaft zunächst notgedrungen einer Zusammenarbeit beider Disziplinen skeptisch gegenübersteht. Ein Abbau dieser Skepsis wird erleichtert werden, wenn es der Mathematik gelingt, den eigentümlichen Denkansatz mathematischen Denkens den Juristen verständlich zu machen. Ansatzpunkte hierfür werden deutlich werden, wenn wir im folgenden darauf eingehen, welche inhaltlichen Gründe im einzelnen gegen eine Zusammenarbeit von Recht und Mathematik in der Rechtswissenschaft geltend gemacht werden.

1.2 Hauptformen inhaltlicher Einwände

Versucht man, neben entwicklungsgeschichtlich begründeten Aversionen gegen eine Kooperation mit der Mathematik, inhaltlich formulierte Einwände zu erfassen und auf ihre Stichhaltigkeit hin zu überprüfen, so stellt man fest, daß die Argumentation hier auf verschiedenen Ebenen verläuft.

Nicht selten wird eine grundsätzlich negative Einstellung zur Kooperation darauf gestützt, daß aus dem Wesen des Rechtes notwendig folge, daß einer Kooperation beider Disziplinen von vornherein prinzipielle Hindernisse entgegenstünden⁸).

Der Rückgriff auf das "Wesen" einer Sache ist nun in der Tat in der Rechtswissenschaft eine nicht seltene Denkfigur. Das hat seinen Niederschlag sogar in der Verfassung gefunden: Nach Art. 19, Abs. 2 Grundgesetz darf, wenn ein Grundrecht an sich zulässig durch ein Gesetz eingeschränkt wird, in keinem Fall das Grundrecht in seinem Wesensinhalt angetastet werden.

Es ist aber überflüssig, gegenüber Mathematikern darauf hinzuweisen, daß der bloße Rückgriff auf das Wesen von Dingen nichts anderes als einen Verzicht auf nähere Begründung der jeweiligen Position darstellt. Die Mathematik kann sogar wohl mit Recht als diejenige Disziplin gelten, in der am radikalsten die Begründung von Lehrsätzen aus einer Art "Wesensschau" ausgemerzt ist. Erkenntnisse werden auf der Grundlage von expliziten Annahmen (Axiomen), exakten Definitionen und Schlußregeln gewonnen; sie gelten daher auch nur, soweit an den jeweils gemachten Annahmen festgehalten wird.

Jeder Einwand gegen eine Zusammenarbeit von Recht und Mathematik aus dem "Wesen" des Rechts und dem "Wesen" des mathematischen Denkens muß sich daher zumindest der Forderung stellen, genauer anzugeben, in welcher speziellen Hinsicht er solche prinzipiellen Einwände geltend macht.

Wenn ich es richtig übersehe, lassen sich insbesondere drei grundsätzliche Einwände unterstreichen:

- (1) Mathematik hat es primär mit Quantifizierungen zu tun, rechtliche Probleme hingegen entziehen sich weitgehend einer Quantifizierung.
- (2) Mathematisches Denken ist wertneutral; das Recht hingegen hat es mit Bewertungen von Verhaltensweisen bzw. Zuständen zu tun.
- (3) Die eigentlichen Probleme der Rechtswissenschaft liegen nicht in dem logischen Ablauf der Anwendung von Normen, sondern in den Prämissen, die der logischen Deduktion zugrunde liegen.

a) Zur Entgegensetzung qualitativer/quantitativer Denken

Aus diesem Einwand wird deutlich, daß Juristen häufig geneigt sind, Mathematik mit Rechnen gleichzusetzen⁹). Es dürfte daher zu den wesentlichen Aufgaben, die an die Mathematiker gestellt sind, gehören, den Geisteswissenschaftlern und insbesondere den Juristen zu verdeutlichen, daß in der modernen Mathematik zumindest in gleichem Umfang wie quantitative Größen auch qualitative Eigenschaften Gegenstand der Untersuchungen sind. In einer Einführung in die Mathematik findet sich die bezeichnende Feststellung, daß der Mathematiker, wenn man ihm die Frage nach dem Gegenstand der Mathematik stellt, heute zuallererst auf den Begriff der Struktur hinzuweisen pflegt¹⁰). D. h., daß die Mathematik sich neben numerischen Fragen in gleicher Weise mit Ordnungsstrukturen, mit der Untersuchung von Beziehungen zwischen Elementen eines Bereiches, mit Zuordnungen von Elementen zu anderem usw. beschäftigt. Das weitverbreitete Mißverständnis der Juristen ist natürlich weitgehend durch die ihnen früher vermittelte Schulmathematik bedingt. Ein Rechtswissenschaftler hat in der Regel keine Ahnung, was unter "Gruppen", "Verbänden", "Halb-ordnungen", was unter symmetrischen oder transitiven Relationen, was unter Graphen usw. zu verstehen ist. Erst wenn dieses grundlegende Mißverständnis beseitigt ist, wird sich auch von seiten der Rechtswissenschaft ein größeres Interesse an einer Kooperation zwischen beiden Disziplinen zeigen. Als institutionelle Folgerung ließe sich daraus ableiten, daß - soweit Juristen mit mathematischem Denken vertraut gemacht werden sollten - gerade diese Ordnungskategorien an erster Stelle

einer Einführung in mathematisches Denken stehen sollten; andere mathematische Disziplinen, wie z. B. die Differential- und Integralrechnung, sollten kaum behandelt werden, mögen sie von mathematischer Sicht auch noch so interessant sein. Zugleich ergeben sich damit auch bestimmte didaktische Anforderungen an die Mathematiker: Diese sind es wohl gewohnt, Beispiele für ihre Ordnungskategorien in der Regel aus dem Bereich der Zahlentheorie zu entnehmen. Das ist, soweit es sich um die Darlegung allgemeiner logischer Struktureigenschaften handelt, keineswegs erforderlich. Man sollte, soweit dies möglich ist, bewußt andere Beispiele nehmen, um den Geisteswissenschaftlern den Einstieg zu erleichtern.

b) Zum Einwand der Unverträglichkeit von wertendem mit wertfreiem Denken:

Dieser Einwand dürfte in der Rechtswissenschaft weit verbreitet sein. Es verwundert daher nicht, daß eine neuere sehr breit angelegte Untersuchung über den Einfluß von Naturwissenschaft und Mathematik auf das Rechtsdenken in den letzten zweitausend Jahren in die Feststellung mündet, "eine strukturell wertfreie Wissenschaft kann keine Erkenntnisse über Werte vermitteln"¹¹). Auch dieser Einwand beruht auf einem Mißverständnis, das von seiten der Mathematiker, Logiker und sonst an formal-logischen Methoden arbeitenden Wissenschaftler ausgeräumt werden muß, um für eine Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik Wege frei zu machen. Folgende Einzelpunkte erscheinen mir hierbei beachtenswert:

Wenn man mit mathematischen oder formallogischen Methoden Strukturanalysen im Bereich des Rechts betreibt, im Extremfall sogar formale axiomatische Kalkülsysteme heranzieht, so bedeutet dies nicht, daß man damit eine umfassende Klärung oder inhaltliche Festlegung des jeweiligen Rechtsproblems, eine umfassende Strukturbeschreibung anstrebt. Geklärt wird nur die Rolle, die logisches Arbeiten im Recht und logische Strukturbeziehungen bei der normativen Steuerung sozialer Verhältnisse spielen¹²). Logische Analysen treten also im Recht immer nur komplementär zu den Wertungsentscheidungen, die im Recht vorgegeben sind, hinzu.

Bei der genannten Entgegensetzung von wertendem und wertfreiem Denken wird aber noch ein zweiter Gesichtspunkt übersehen. Diese Auffassung ist offenbar von der Erwägung getragen, Wertungsentscheidungen seien, da subjektiv, nicht intersubjektiv nachvollziehbar und eine Diskussion von Wertungsproblemen sei streng formalen Rationalitätsprinzipien nicht unterwerfbar. Richtig daran ist nur, daß wertende Sätze als solche, da sie keine Aussagesätze darstellen, nicht verifizierbar und falsifizierbar sind. Falsch wäre aber schon die Schlußfolgerung, im Wertungsprozeß selbst gäbe es keinerlei Veri- bzw. Falsifizierungsmöglichkeiten. Eines der wichtigsten Rationalitätselemente von Wertungsentscheidungen ist der Einbezug der Folgen unterschiedlicher normativer Alternativen in die Wertungsargumentation¹³). Folgebeschreibungen sind, da deskriptiver Natur, stets verifizierbar bzw. falsifizierbar.

Von der hier im Vordergrund stehenden Problematik der Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik ist aber ein anderer Aspekt bedeutsamer. Man kann Wertungsprozesse auch reflektierend von der Metaebene (Sprechen über Wertungen) statt von der Basisebene (Sprechen, um zu werten) angehen.

Gegenstand der wissenschaftlichen Betrachtungsweise sind dann nicht die Gründe, die für und wider bestimmte Alternativen geltend gemacht werden können, sondern ist der Wertungsprozeß als beschreibbares Auswahlverfahren. In der neueren wissenschaftlichen Entwicklung gibt es eine Disziplin, die von dieser Metaebene aus Wertungsprozesse analysiert. Dies ist als Teildisziplin der modernen Entscheidungstheorie die sog. Präferenztheorie. Die Präferenztheorie befaßt sich mit der logischen Struktur von Wertungsentscheidungen. Sie arbeitet durchgängig mit mathematischen Modellen im weiteren Sinn, d. h. mit formal-logischen Kategorien und Darstellungsweisen¹⁴). Die Präferenztheorie hat die These widerlegt, eine strukturell wertfreie Disziplin könne keine Erkenntnisse über Wertungsfragen ermitteln. Es ist daher völlig uneinsichtig, wieso aufgrund der Gegenüberstellung von wertfreiem und wertendem Denken diejenige Theorie, die speziell Gesetzmäßigkeiten von Wertungsentscheidungen untersucht, im Recht als wertender Wissenschaft nicht fruchtbar herangezogen werden könnte. Man wird umgekehrt sagen müssen, daß die Heranziehung der Methoden der Präferenztheorie gerade für rechtswissenschaftliche Problemstellungen interessant ist. In Ansätzen ist diese Theorie in der Rechtswissenschaft auch bereits fruchtbar gemacht worden. Ich werde weiter unten Beispiele für die Verwendung dieser Methoden in der Jurisprudenz schildern. (Vgl. unten 3. 2 und 4. 2a).

Daß natürlich die Verwendung dieser Methoden im Recht nicht dazu führen darf, vorgegebene Wertunterscheidungen des Gesetzgebers zu überspielen, ist selbstverständlich und entspricht dem oben formulierten Ausgangspunkt, daß mathematische Strukturuntersuchungen im Recht nur komplementär zu den durch hermeneutische Methoden gefundenen Ergebnissen der Rechtsauslegung hinzutreten. Man könnte dies so formulieren, daß jede neue wissenschaftliche Methode bei ihrer Einbeziehung in das Recht an bestimmte hermeneutische Randbedingungen gebunden ist.

c) Der Einwand des praktischen Primates der nichtlogischen Methoden im Recht:

Dieser Einwand wird vor allem in der Form erhoben, nicht die logischen Deduktionen, sondern die Prämissen im Recht seien entscheidend, daher seien die logisch-formalen Methoden im Recht keine große Bedeutung einzuräumen¹⁶). Zu beachten ist zunächst, daß dieser Einwand im Gegensatz zu den vorher diskutierten nur abgeschwächte Vorbehalte gegen eine Anwendung mathematischer Methoden im Recht geltend macht: Der Anwendung dieser Methoden wird nicht jede Fruchtbarkeit abgesprochen; es wird aber doch bezweifelt, ob sich aus dieser Zusammenarbeit wesentliche Antworten auf die eigentlich bedeutsamen inhaltlichen Fragen des Rechts gewinnen lassen.

Was ist von diesem Einwand zu halten? Er ist meines Erachtens von allen drei unterschiedlichen Vorbehalten der diskussionswerteste, letztlich aber ebenfalls nicht durchschlagend. Insbesondere aus zwei Gründen scheint mir die Betonung der Prämissenorientierung im Recht nicht stichhaltig, um die Heranziehung mathematisch-logischer Modelle abzulehnen. Diese Gründe lassen sich thesenartig so formulieren:

- aa) Auch bei nichtlogischer Prämissenabhängigkeit einer Wissenschaft können formale Strukturuntersuchungen eine hervorragende Rolle spielen.

- bb) Im Recht ist vieles gar nicht eindeutig von den Prämissen aus (auch unter Einbeziehung der Hermeneutik) klärbar. Hier können formale Strukturuntersuchungen u.U. eine wichtige Hilfsfunktion übernehmen.

Lassen Sie mich für jede der beiden Gegenthesen ein Beispiel geben, um den Vorbehalt des dritten Einwandes zu entkräften. Auch Erkenntnisse der Physik sind sämtlich solche nichtlogischer Art. D.h.: Die Aussagen der Physik gehören zu den sog. faktischen Aussagen i. S. der Logik und Wissenschaftstheorie. Man kann z.B. nicht durch rein logische Deduktion ermitteln, welchen Inhalt die Gravitationsgesetze besitzen. Es wäre aber offensichtlich widersinnig, daraus den Schluß zu ziehen, mathematische Modelle hätten, da mathematische Erkenntnisse ja stets formal-logischer Art sind, in der Physik nichts zu suchen. Die Entwicklung der modernen Physik hat ihren Aufschwung ja vor allem dem Einbezug solcher Methoden zu verdanken; das beginnt mit den "principia mathematica" von NEWTON.

Für die zweite Gegenthese kann man auf die gegenwärtige Situation in der Rechtswissenschaft verweisen. Gerade in der neueren Methodendiskussion der Rechtswissenschaft ist deutlich geworden, daß häufig der Sinn und Zweck gesetzlicher Regelungen nicht eindeutig ermittelt werden kann. Hier bleibt den Gerichten oft nichts anderes übrig, als auf Gerechtigkeitsüberlegungen zurückzugreifen. Mit der Entwicklung von Kriterien der Gerechtigkeit steht es aber in der Rechtsphilosophie und -theorie im argen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß bei der Diskussion von Interessenschlichtungen im Recht unter Gerechtigkeitsgesichtspunkten neuere formale Methoden eine wesentliche Hilfe leisten können. Zu erwähnen ist nur, daß z.B. die Spieltheorie gerade zur Ermittlung von gerechten Lösungen von Entscheidungen verschiedene Gerechtigkeitsmodelle formaler Art entwickelt hat.

Abschließend läßt sich daher zu dem dritten Einwand sagen: Ob und inwieweit formale Methoden im Recht einmal wesentliche Bedeutung erlangen können, kann im vornherein weder verifiziert noch falsifiziert werden. Man vergleiche nur die Situation in den Wirtschaftswissenschaften. Dort ist heute erwiesen, daß mathematische Modelle jedenfalls in Teilbereichen zur Durchdringung der Probleme wertvolle Hilfen liefern.

2. Wo finden sich Ansätze im Recht (Überblick)?

2.1 Vorbemerkung:

Zum Begriff der "mathematischen Methoden"

In den folgenden Überlegungen zu Möglichkeiten einer Kooperation zwischen Jurisprudenz und Mathematik wird der Begriff "Mathematik" im weiteren Sinn verwendet. Was bedeutet das?

Wenn hier von Ansätzen zu einer Mathematisierung im Recht gesprochen wird, so sind damit nicht nur solche Methoden gemeint, die von dem Selbstverständnis der Mathematiker aus als ihrem Gebiet zugehörig angesehen werden. Vielmehr verstehen wir darüberhinaus allgemein solche Methoden, bei denen mit Hilfe formalisierter Symbole und formaler Operationen Strukturuntersuchungen logischer Art durchgeführt werden.

Diese Ausweitung führt insbesondere in zweierlei Hinsicht zu einer Erweiterung:

- a) Einbezogen werden auch solche Ansätze, die zwar mathematisch oder formal-logisch arbeiten, von der Mathematik aber mehr in den Bereich der Grundlagen der Mathematik verwiesen werden. Dazu gehören: Anwendung der Mengenlehre, der mathematischen Logik, Untersuchungen von Symmetrien und Transitivitäten von Relationen, graphentheoretische und Matrizenmethoden im Recht u. ä.
- b) Berücksichtigt werden auch Ansätze, die sich zwar mathematischer Methoden bedienen, von der Mathematik aber wohl eher bestimmten Einzelwissenschaften zugerechnet werden, so z.B. Anwendungen der Methoden der Entscheidungstheorie, der Spieltheorie¹⁾).

2.2 Besondere Offenheit juristischer "Entwicklungsgebiete"

In der Mathematisierungskommission ist zu Beginn der Beratungen darauf hingewiesen worden, die Berichterstatter der Einzelwissenschaften möchten auch einen Überblick über die Entwicklung neuer Teildisziplinen in der jeweiligen Wissenschaft geben. Dahinter dürfte die Vorstellung stehen, daß für eine Zusammenarbeit besondere Offenheit vermutet oder erhofft werden könnte, wo neue inhaltliche Fragestellungen in der jeweiligen Wissenschaft auftauchen.

Versucht man, für die Rechtswissenschaft diese Hypothese zu veri- oder falsifizieren, so gilt es zu beachten, daß unter "Entwicklungsgebieten" im Recht verschiedenes gemeint sein kann. Wir können insbesondere drei Fallgruppen unterscheiden. (Es ist nicht ausgeschlossen, daß in anderen Einzelwissenschaften inhaltliche Neuentwicklungen sich ebenfalls primär auf diese drei Hauptgruppen konzentrieren.) Die Fallgruppen sind:

- a) Neuentwicklungen in ausgebauten Disziplinen
- b) Ausbau von rudimentär strukturierten Rechtsgebieten
- c) Schaffung selbständiger neuer Teilgebiete im Recht

Für alle drei Hauptgruppen gilt meines Erachtens, daß die Hypothese der besonderen Offenheit für Mathematisierungsansätze nicht verifizierbar ist. Man kann vielmehr die folgende These formulieren:

Die Entwicklung neuer juristischer Fragestellungen ist als solche für eine Kooperation zwischen Recht und Mathematik uninteressant; entscheidend ist weder der Gegenstandsbereich noch das Alter der Problemstellung, sondern das Ausmaß, in dem der jeweils tätige Rechtswissenschaftler persönlich offen für neue methodische Ansätze ist. Es gibt sogar Gründe, die für neue juristische Problemstellungen eine Erschwerung der Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik annehmen lassen.

Die These sei kurz für jede der drei unterschiedenen Entwicklungsgebiete erläutert; ich werde mich dabei bemühen, den Nichtjuristen anhand von Beispielen zu verdeutlichen, worum es bei solchen Neuentwicklungen geht.

Zur Fallgruppe a):

Es gibt juristische Neuentwicklungen in Disziplinen, die seit jeher zum Kern der Rechtswissenschaft gehören und ein seit langem ausgebautes Niveau besitzen. Als Prototyp hierfür kann das Bürgerliche Recht oder das Strafrecht genannt werden. Auch auf diesen Gebieten ergeben sich laufend neue Problemstellungen grundsätzlicher Art, die die rechtswissenschaftliche Forschung stark beeinflussen. Dazu ein Beispiel:

Das Bürgerliche Gesetzbuch von 1900 ging davon aus, daß der Besitz, d.h. die tatsächliche Sachherrschaft, als Indiz für das Eigentum behandelt werden kann. Durch die enorme Ausweitung der auf Kreditbasis getätigten Geschäfte ist aber eine weitgehende, wenn auch nicht generelle Aufspaltung zwischen Besitz und Eigentum eingetreten (Kauf von Möbeln auf Abzahlung, Erwerb von Maschinen und Produktionsmaterialien auf Darlehensbasis u. ä.). Dieser Befund ist auf die etwas provozierende Formel gebracht worden "Besitz spricht gegen Eigentum" (so K. THIEDIG, Handlexikon zur Rechtswissenschaft, 1972, S. 396).

Die Rechtswissenschaft ist an das Problem herangegangen, in dem für die Fälle des Eigentumsvorbehaltes und der Sicherungsübereignung ein zum Eigentumsrecht analoges Rechtsinstitut, die sog. "Anwartschaft" entwickelt worden ist. Ob dieses Institut einer Erfassung in formallogischen oder mathematischen Modellen fähig ist, muß bezweifelt werden. Es mag sein, daß in anderen Wissenschaften, so evtl. in der Chemie die Analogie von Strukturen formal und exakt erfaßt werden kann. Bei den in der Jurisprudenz geläufigen Analogieschlüssen handelt es sich aber nicht um logisch exakte Schlüsse, sondern um materiale Ähnlichkeitserwägungen¹⁸). Infolgedessen verlief die Entwicklung des Instituts der "Anwartschaft" auf teleologischer Basis: Es wurde geprüft, inwieweit vom Sinn und Zweck der das Eigentum betreffenden Gesetzesvorschriften diese auf das neugeschaffene Institut der "Anwartschaft" übertragen werden können.

Zur Fallgruppe b):

Für eine zweite Fallgruppe ist typisch, daß früher nur rudimentär entwickelte Disziplinen ein voll ausgebautes Niveau erhalten. Als Beispiel sei die Entwicklung im sog. Öffentlichen Recht (Staats- und Verwaltungsbereich) und im Arbeitsrecht genannt; der Umfang der für diese beiden Disziplinen wesentlichen Rechtsgrundsätze ist heute erheblich größer als vor dem 2. Weltkrieg. Der Ausbau dieser Disziplinen erfolgte ebenfalls ohne Zuhilfenahme mathematischer oder logischer Methoden.

Zur Fallgruppe c):

Schließlich können auch im Recht neue inhaltliche Teildisziplinen entstehen. Als Beispiel für die Rechtsordnung der Bundesrepublik sei die Entwicklung des Umweltschutzrechtes zu einer eigenständigen Disziplin genannt; im internationalen Völkerrecht, das die Beziehungen zwischen den Nationen regelt, kann man als Beispiel das in der Entstehung befindliche Weltraumrecht nennen.

Auch für diese Fallgruppe gilt, daß eine besondere Affinität zur Heranziehung mathematischer Methoden nicht ersichtlich ist.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß für keine der drei unterschiedlichen Entwicklungsdimensionen im Recht gesagt werden kann, daß sie für eine Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik besonders prädestiniert sind. Man wird sogar noch schärfer formulieren können: Gerade in den rechtswissenschaftlichen Gebieten, in denen am stärksten eine inhaltliche Veränderung und Entwicklung zu verzeichnen ist, werden die Vorbehalte gegen eine Heranziehung mathematischer Methoden besonders groß sein. Das ist damit zu erklären, daß neue Institute im Recht in der Regel nicht nur neue Ordnungskategorien, sondern auch veränderte Wertungen enthalten. Wird zur Begründung eines neuen normativen Ergebnisses aber zusätzlich auf die Erkenntnisse mathematischer Disziplinen zurückgegriffen, so muß die Neuheit des Ergebnisses sich nicht nur inhaltlich gegen eine herrschende Lehre durchsetzen, sondern zugleich eine herrschende methodologische Sicht überwinden.

2.3 Zwei Hauptebenen einer Kooperation

Nach den bisherigen Darlegungen vorwiegend negativer Art könnte man geneigt sein, einer Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik jedenfalls für die nähere Zukunft wenig Chancen einzuräumen. Das wäre aber eine vorschnelle Schlußfolgerung. Gerade in den letzten Jahren sind durchaus einige interessante Ansätze zur Verwendung mathematischer Methoden in der Rechtswissenschaft zu verzeichnen. Es sollte nur im Vorangegangenen aufgezeigt werden, daß keine Patentformel der Art angegeben werden kann, daß neue Probleme eine besondere Mathematisierungs Offenheit implizieren.

Das steht wohl in erheblichem Gegensatz zum Verhältnis von Mathematik und Physik: Vermutlich wird in der Physik, wenn bei einer Fragestellung zwar empirische Daten, aber noch keine klare Theorie vorhanden ist, von seiten der Physiker durchaus eine große Bereitschaft bestehen, durch Zusammenarbeit mit Mathematikern ein theoretisches Erklärungsmodell zu schaffen, in das sich die empirischen Daten einordnen lassen.

Versucht man, ohne auf die inhaltliche Thematik im einzelnen näher einzugehen, für die bisher vorliegenden Mathematisierungsansätze im Recht eine Grobeinteilung vorzunehmen, so lassen sich zwei Hauptbereiche unterscheiden, die auch institutionell verschiedene Eigenschaften aufweisen.

Die erste Anwendungsebene erfaßt Mathematisierungsansätze, die im Gebiet der rechtstheoretischen Grundlagenforschung tätig werden. Der zweite Anwendungsbereich erfaßt Ansätze, bei denen in einem der materiellen Gebiete des Rechts ein konkretes juristisches Problem aufgegriffen wird und versucht wird, mit Hilfe mathematischer oder logischer Methoden Lösungen oder Klärungen zu erzielen. Zwischen beiden Anwendungsbereichen bestehen wegen der verschiedenen Funktion erhebliche Unterschiede:

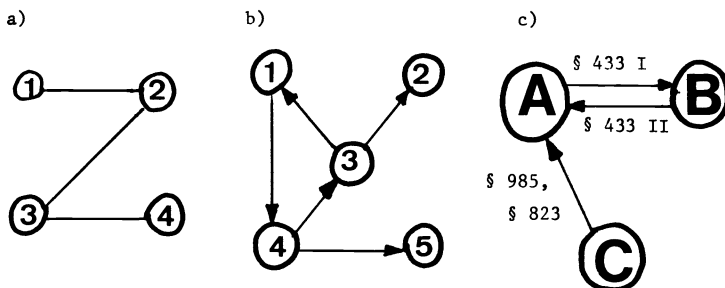
Anwendungen mathematischer Methoden im Bereich rechtstheoretischer Grundlagenfragen bewegen sich in der Regel in voller rechtsdogmatischer Freiheit, während Anwendungen bei der Lösung von Problemen des geltenden positiven Rechts dies nicht tun können.

Das bedeutet nicht etwa, daß mathematische Gesetze im letzteren Bereich nur dann als gültig behandelt werden können, wenn sie von der jeweiligen Rechtsordnung auch akzeptiert werden. Als logische Gesetze gelten sie in allen Rechtsordnungen. Aber die Grundlage, auf der Mathematisierungsansätze aufzubauen haben, ist jeweils verschieden.

Ein zweiter Unterschied hängt eng mit dem ersten zusammen, betrifft aber einen anderen institutionellen Aspekt der Forschung. Die Diskussion rechtstheoretischer Grundlagenforschung kann weitgehend auf internationaler Basis erfolgen. Infolgedessen können die Erkenntnisse bei der Analyse einer Rechtsordnung in der Regel auch auf andere Rechtsordnungen übertragen werden. Bei der Heranziehung von mathematischen Methoden auf Fragen des positiven Rechts muß hingegen hinsichtlich der Austauschbarkeit der Ergebnisse differenziert werden: Die Freiheit der nationalen Rechtsordnungen, bei Wertproblemen eine bestimmte normative Alternative zu wählen, verbietet es, daß Ergebnisse auf Rechtsordnungen übertragen werden, deren Lösungsweg anderer Natur ist. Nur wenn und insoweit die Antwort auf ein Regelungsproblem in zwei Rechtsordnungen sowohl der rechtlichen Konstruktion nach wie auch in den Sachgegebenheiten sich deckt, können Mathematisierungsansätze in beiden in gleicher Weise herangezogen werden.

Um den Unterschied zu verdeutlichen, möchte ich den Nichtjuristen ein einfaches Beispiel geben.

In praktisch allen nationalen Rechtsordnungen taucht bei der Lösung zivilrechtlicher Probleme die Frage auf, welche Ansprüche von den einzelnen beteiligten Personen (oder Gesellschaften) geltend gemacht werden können. Zur Veranschaulichung der Anspruchsbeziehungen bedienen sich die Juristen häufig einer Darstellungsweise, die nur eine Abwandlung der in der Graphentheorie benutzten Verfahren ist:



Erläuterung:

- a) ist ein Beispiel für einen sog. zusammenhängenden, ungerichteten Graphen
- b) ist ein Beispiel für einen zusammenhängenden, gerichteten Graphen
- c) ist ein graphentheoretisches Modell aus der Rechtswissenschaft (Sachverhalt: A hat eine Sache S dem C entwendet und an B verkauft): A hat gegen B einen Anspruch auf Kaufpreis (§ 433 I BGB), B gegen A auf Überweisung (§ 433 I), C gegen A auf Herausgabe (§ 985) und auf Schadensersatz (§ 823).

Die in der Rechtswissenschaft verwendete Darstellung ist eine Modifikation des Modells der gerichteten Graphen. An Stelle der Knoten stehen Personen, von denen oder gegen die Ansprüche geltend gemacht werden können; die gerichteten Kanten (Pfeile) geben den diskutierten Anspruch wieder. Man kann die Frage stellen, wieviel verschiedene Anspruchsebenen denkbar sind, wenn in einem gegebenen Sachverhalt n Personen auftreten. Es handelt sich hierbei um eine für beliebige Rechtsordnungen, die mit Anspruchssystemen arbeiten, auftauchende Frage, somit um ein Problem der rechtstheoretischen Grundlagen. D.h., das Problem ist "dogmatik invariant"¹⁹). Für die Lösung der Frage gibt es eine einfache mathematische, in der Graphentheorie wohlbekannte Gesetzmäßigkeit²⁰). Es ist erstaunlich, daß in der juristischen Literatur, soweit ersichtlich, hierauf noch nicht eingegangen worden ist:

Bei zwei Personen A und B gibt es zwei Anspruchsebenen: A kann Ansprüche gegen B und dieser Ansprüche gegen A haben²¹).

Die erwähnte Frage löst sich nun graphentheoretisch einfach in der folgenden Weise: Da in Rechtsgutachten davon ausgegangen werden muß, daß möglicherweise jede Person gegen jede zumindest einen Anspruch besitzen kann, kommt hier das Modell des sog. vollständigen gerichteten Graphen zur Anwendung. Die Anzahl der Kanten eines solchen Graphen gibt wieder, wieviel Anspruchsbeziehungen zu unterscheiden sind. Während bei einem vollständigen ungerichteten Graphen (jeder Knoten ist hier mit jedem verbunden) es stets bei n Knoten genau

$$\frac{n}{2} (n - 1)$$

Kanten gibt, können bei einem vollständigen gerichteten Graphen die Pfeile in beide Richtungen gehen. In juristischen Anspruchsbeziehungen entspricht dies dem Umstand, daß nicht nur die Person A einen Anspruch gegen B, sondern auch B gegen A haben kann. Es gilt daher:

Bei n Knoten gibt es stets genau $n(n - 1)$ Kanten.

Wir kommen damit zu der einfachen grundlegenden Gesetzmäßigkeit: Bei n Personen kann es maximal $n(n - 1)$ Anspruchsbeziehungen zwischen den Personen geben.

Sind 5 Personen in einen Unfall verwickelt, sind also z. B. maximal 20 verschiedene Anspruchsbeziehungen zu unterscheiden.

Denkbar ist es, daß auch bei der Untersuchung von einzelnen Ansprüchen, z. B. Haftung für Mängel einer verkauften Sache, mathematische Methoden herangezogen werden können. Hier handelt es sich aber um keine dogmatik-invariante Fragestellung: Wann welche Ansprüche bestehen, hängt von der Ausgestaltung durch die jeweilige Rechtsordnung ab. Nur wenn die gesetzliche Regelung und die Fortentwicklung durch die Praxis in zwei Ländern sich in der Rechtsfrage deckt, können Mathematisierungsansätze problemlos von einem Recht auf das andere übertragen werden.

3. Einzelaspekte der Kooperation in der juristischen Grundlagenforschung

3.1 Zur juristischen Logik

Anders als die meisten sonstigen Einzelwissenschaften kennt das Recht traditionell eine selbständige Teildisziplin der "Juristischen Logik". Da die Logik heute allgemein - von hier nicht zu diskutierenden Ausnahmen abgesehen - als symbolisierte mathematische Logik betrieben wird, ergibt sich zwangsläufig hier eine gewisse Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik. Von größerem Interesse ist allerdings hierbei die Heranziehung der logischen Grundlagen der Mathematik, weniger die Anwendung spezieller Methoden der Mathematik: Das führende deutsche Lehrbuch der Juristischen Logik²²⁾ ist so aufgebaut, daß zunächst in die allgemeine Aussagenlogik und in Grundzüge der Prädikatenlogik erster Stufe, sodann in den Klassen- und Relationenkalkül eingeführt wird. Hierbei werden als Beispiele juristische Schlüsse und juristische Beziehungen verwendet; das hat aber nur didaktische Gründe. Es hätten auch Beispiele aus anderen Bereichen verwendet werden können.

Daß die Jurisprudenz auch heute noch Schwierigkeiten in der Rezeption des allgemeinen Niveaus der einfachen Logik hat, zeigt sich daran, daß es noch Lehrbücher der Juristischen Logik gibt, die, anstatt die Methoden der mathematischen Aussagen- und Prädikatenlogik zu verwenden, sich der traditionellen Syllogismuslehre der Scholastik bedienen. Von dort her ist natürlich eine Zusammenarbeit zwischen Recht und Mathematik kaum möglich.

Besondere Bedeutung hat in der Normlogik die sog. "Deontische Logik" erlangt. Die Beschäftigung mit der "Deontischen Logik" stellt ein Querschnittsgebiet zwischen Philosophie, Linguistik und Recht dar. Die "Deontische Logik" hat ihren Aufschwung nach dem zweiten Weltkrieg genommen und befindet sich in stürmischer Entwicklung. Eine neue im Jahre 1974 zusammengestellte, bisher unveröffentlichte Bibliographie der Deontischen Logik und Normlogik von CONTE und BERNARDO enthält 646 Titel²³⁾.

Durch die Deontische Logik, die ihrerseits häufig Rückgriffe auf die sog. Modallogik vornimmt, ist eine gewisse Akzentverschiebung eingetreten. Gegenstand der Rechtslogik nach ihrem bisherigen Selbstverständnis ist die "Lehre von den im Rahmen der Rechtsfindung zur Anwendung gelangenden Regeln der formalen Logik"²⁴⁾, sie ist also primär anwendungsorientiert und dies wiederum bezogen auf juristische Probleme.

Die Deontische Logik hat demgegenüber mit logischen Problemen zu tun, die allgemein die Beziehungen zwischen Verhaltensregelungen betreffen, sie schließt also soziale, ethische und andere Verhaltensregeln mit ein. Das schließt nicht aus, daß es im Bereich der Deontischen Logik Teilgebiete gibt, bei denen in der semantischen Deutung sich primär eine Anwendung im Recht anbietet. Dafür ein Beispiel: In der Deontischen Logik werden u. a. die Beziehungen zwischen sog. Metanormen (Normen für Normen) diskutiert²⁵). Dasjenige Gebiet, auf dem am ehesten eine sinnvolle semantische Deutung von Kalkülen für Metanormen möglich ist, ist der Bereich des Verfassungsrechts. Denn hier handelt es sich um Normen zweiter Stufe (Verfassung), die den Inhalt von Normen erster Stufe (Gesetze) regeln.

Interessant ist, daß Fragen der Deontischen Logik zwar von den Juristen, Philosophen und Linguisten, aber, soweit ersichtlich, bisher kaum von den Mathematikern diskutiert werden. Dabei dürfte es die Mathematiker interessieren, daß der mathematische Grundlagenstreit sich auch in der Deontischen Logik widerspiegelt: Während häufig der klassische Aussagenkalkül zugrunde gelegt wird, hat der deutsche Jurist PHILIPPS einen "intuitionistischen" Kalkül der deontischen Modalitäten entwickelt²⁶).

Ein allgemein anerkannter Kalkül hat sich in der Deontischen Logik bisher nicht durchsetzen können. Das liegt nicht etwa daran, daß mehrere Lösungswege bisher als gleichwertig taugliche Konkurrenten aufgetreten sind; sondern alle bisher entworfenen Systeme haben noch zu große Mängel, um sie in dieser Gestalt akzeptieren zu können²⁷).

Abschließend sei zur Normlogik noch auf folgendes hingewiesen. Wenn oben davon gesprochen ist, daß die Juristische Logik als eigenständige rechtswissenschaftliche Teildisziplin "anerkannt" ist, so bedeutet dies nicht, daß die Methoden der juristischen Logik inzwischen in der Rechtswissenschaft allgemeine Anwendung finden. In der Rechtswissenschaft wird man nur in den seltensten Fällen feststellen können, daß bei Auftauchen von spezifisch rechtslogischen Fragen die eigentlich adäquate Methode, d. h. das Instrumentarium der mathematischen Logik herangezogen wird. Der Grund hierfür liegt vor allem wohl darin, daß schon von der Ausbildung in aller Regel den Juristen das Rüstzeug für ein Arbeiten mit diesen Methoden fehlt.

3.2 Sonstige Mathematisierungsansätze in der Grundlagenforschung

Der österreichische Jurist Anton MENGER (1841 - 1906) nannte die Jurisprudenz "die zurückgebliebenste aller Wissenschaften, einer entlegenen Provinzstadt vergleichbar, wo die abgelegten Moden der Residenz noch immer als Neuheiten getragen werden" ²⁸).

MENGERs Kritik am wissenschaftlichen Niveau der Rechtswissenschaft war nicht zuletzt von den Einwänden bestimmt, die MENGER gegen begriffsjuristisches und positivistisches Denken in der Rechtswissenschaft, namentlich gegen eine Ausklammerung der sozialen Bezüge im Recht geltend gemacht hatte (vgl. dazu WIEACKER, Privatrechtsgeschichte der Neuzeit, 2. A., 1967, S. 457.).

Inzwischen ist auch hier ein Wandel eingetreten. Verstärktes Interesse hat in der neueren Rechtstheorie einerseits die moderne Wissenschaftstheorie gefunden²⁹).

Auch die Beziehungen zwischen Recht und Sprache stoßen verstärkt auf Interesse³⁰). Hingegen sind Ansätze zur Heranziehung mathematischer Methoden - außerhalb der Logik - in der juristischen Grundlagendiskussion wenig zu finden. Auf einige wenige Beispiele, die zudem noch unveröffentlicht sind, sei im folgenden kurz hingewiesen:

Mit Anwendung mathematischer Methoden im Recht hat sich insbesondere die von der DFG getragene Arbeitsgruppe "Recht und Mathematik" Heidelberg/Darmstadt, Leitung Prof. PODLECH, befaßt:

In zwei Untersuchungen von SCHLINK und POPP wurde die vor allem durch die Paradoxa von ARROW³¹) bekannte Methode der Präferenztheorie auf Wertungsfragen im Recht angewendet³²).

Der Brückenschlag der Untersuchungen zur Verfassungstheorie liegt insbesondere deshalb nahe, weil bekanntlich das Bundesverfassungsgericht seit langem die Grundrechte als Elemente einer Wertordnung interpretiert³³).

In einer weiteren, aber noch überarbeitungsbedürftigen Untersuchung von HOFMAN wurde der interessante Versuch unternommen, Kategorien der mathematischen Gruppentheorie auf die Strukturanalyse des Rechts anzuwenden³⁴).

HOFMAN ging so vor, daß er Situationen in der unbelebten und rechtsfreien Umwelt so definierte, daß die Gruppenaxiome anwendbar sind. Er prüfte dann weiterhin, ob und in welchem Maße auch in rechtlichen Beziehungen insb. in Dreipersonenbeziehungen Rechtsprinzipien eingeführt werden müssen, um die Axiome anwendbar zu machen.

Schließlich sei noch ein vom Verfasser selbst unternommener Ansatz erwähnt, spiel- und entscheidungstheoretische Methoden für die Frage nutzbar zu machen, in welcher Weise operationalisierbare Kriterien für Gerechtigkeit gewonnen werden können. Gerade in der neueren Methodendiskussion ist verstärkt ins Bewußtsein gerückt, daß die Rechtsanwendung sich in der Regel nicht als bloße Subsumtion unter das Gesetz verstehen läßt, sondern daß das jeweilige Vorverständnis des Auslegenden im Spielraum der vertretbaren Alternativen die Auswahl leitet. Das führt dazu, daß verstärkt auf die Gerechtigkeit als letztlich entscheidendes Inhaltskriterium zurückgegriffen wird.

Der von mir entwickelte Ansatz orientiert sich an dem der Spieltheorie geläufigen Begriff des sog. symmetrischen Spieles und versteht infolgedessen Gerechtigkeit als Symmetriegebot. Es soll damit versucht werden, den der traditionellen Gerechtigkeitslehre immanenten Gedanken der unparteilichen Entscheidung i. S. einer Nichtidentifikation mit einer von zwei im Interessengegensatz liegenden Parteien zu präzisieren. Dabei taucht allerdings das Problem auf, daß der Ausweg der mathematisch formulierten Spieltheorie, in der sog. Auszahlungsmatrix angenommene quantitative Nutzengrößen zu verwenden, im Recht in der Regel nicht gangbar ist. Es wird daher versucht, auf anderem Wege die Operationalisierung durchzuführen.

4. Anwendungen mathematischer Methoden in konkreten Sachgebieten

4.1 Vorbemerkungen

a) Einschränkungen des Überblicks:

Wir geben im folgenden einen Überblick über Mathematisierungsansätze, die nicht generelle Fragen der juristischen Grundlagendiskussion betreffen, sondern bestimmten Rechtsgebieten zuzuordnen sind. Der Überblick bezieht sich hierbei nur auf Veröffentlichungen in der Bundesrepublik. Wir schränken hierbei die Darstellung in doppelter Weise ein.

Rechtssoziologische Fragestellungen und Untersuchungen sind nicht einbezogen. Soweit die Rechtssoziologie als kritische oder als strukturell-funktionale Theorie (im Sinn LUHMANNs) betrieben wird, arbeitet sie durchweg ohne Mathematisierungsansätze. Allenfalls in der Rechtssoziologie als sog. Rechtstatsachenforschung kommen gelegentlich Mathematisierungsansätze, insb. die Heranziehung statistischer Gesetzmäßigkeiten, vor. Insoweit ist aber die Rechtssoziologie eher als Soziologie im Bereich des Rechts anzusehen und daher im Verhältnis Soziologie und Mathematik zu diskutieren. Wir lassen im folgenden weiterhin Untersuchungen zur sog. Rechtsinformatik (EDV und Recht) außer Betracht. Zwar ist die gesamte Datenverarbeitung letztlich auf der mathematischen Theorie der BOOLEschen Algebra begründet³⁵). Die mit der BOOLEschen Algebra zusammenhängenden Fragen der Rechtsinformatik sind aber wohl nicht rechtsspezifisch, sondern betreffen die EDV allgemein.

b) Charakteristik des Standes

Wir können in der Rechtswissenschaft drei Hauptgebiete unterscheiden: Das Öffentliche, das Zivil- und das Strafrecht. Schließlich läßt sich innerhalb dieser Gebiete noch das sog. materielle vom Prozeßrecht unterscheiden.

Überblickt man die Literatur zu diesen Gebieten, so ist festzustellen, daß Mathematisierungsansätze, auch in dem oben erörterten weiten Sinn, außerordentlich selten sind. Das Ausmaß des Einbezugs mathematischer Methoden in den Sozialwissenschaften übersteigt die Anwendung im Recht bei weitem.

Andererseits ist festzustellen, daß die wenigen vorhandenen Ansätze sich keineswegs auf ein Gebiet konzentrieren. Vielmehr sind die Ansätze relativ gleichmäßig gestreut. Auch das Prozeßrecht ist inzwischen davon nicht mehr ausgenommen.

4.2 Beispiele für Mathematisierungsansätze in juristischen Gebieten

Im folgenden sei kurz an einigen in den letzten fünf Jahren erschienenen monographischen Arbeiten exemplarisch verdeutlicht, wie im deutschen Recht in den einzelnen oben unter b) unterschiedenen Rechtsgebieten die Heranziehung mathematischer Methoden durchgeführt wurde.

a) zum Öffentlichen Recht:

In der Untersuchung von A. PODLECH "Gehalt und Funktionen des allgemeinen verfassungsrechtlichen Gleichheitssatzes", 1971, wurden logische, mathematische und präferenztheoretische Methoden zur Analyse des Gehaltes des Gleichheitssatzes herangezogen³⁶).

Darüberhinaus wurde der der Graphentheorie geläufige sog. Klassenbaum verwendet, um in komplexen Teilmengenstrukturen eine klare und übersichtliche Darstellungform für rechtliche Ungleichbehandlungen zu gewinnen³⁷).

b) zum Strafrecht:

K. HAAG hat 1970 in einer strafrechtlichen Dissertation³⁸) ein entscheidungstheoretisches Modell zur Erarbeitung von Rationalitätskriterien bei der richterlichen Strafzumessung entwickelt.

c) im Zivilrecht:

Hier sei auf eine Untersuchung von KEUTH hingewiesen³⁹). In ihr wurde unter Zuhilfenahme der allgemeinen Prädikatenlogik die logische Struktur zivilrechtlicher Urteile und Institute⁴⁰ analysiert. Die Untersuchung bezieht sich sowohl auf sachenrechtliche Fragen⁴¹) wie auf Institute des Allg. Teiles des BGB⁴¹).

d) zum Prozeßrecht:

Hier ist die Habilitationsschrift von J. RÖDIG zu nennen⁴²). Gegenstand dieser prozeßrechtlichen Untersuchung sind nicht die gesetzlichen Vorschriften der einzelnen Prozeßordnungen, sondern ist eine Analyse der logischen Struktur des richterlichen Rechtsordnungsprozesses. Die Arbeit verwendet durchgängig die allgemeine mathematisierte Prädikatenlogik.

Von allen genannten Arbeiten muß gesagt werden, daß sie in gewisser Hinsicht durch ihre Verbindung von inhaltlicher Problemlösung mit den genannten Methoden rechtswissenschaftliches Neuland betreten haben. Das führt naturgemäß allerdings auch zu institutionellen Schwierigkeiten: Da die Arbeiten nicht nur inhaltlich neue Thesen vertreten, wie dies für eine wissenschaftliche Arbeit die Regel ist, sondern methodisch bisher unbekannte Wege gehen, taucht die Frage auf, von wem solche Arbeiten bewertet werden können. In der Regel hilft hier nur der Weg, daß komplementär zur juristischen Begutachtung noch Gutachten aus anderen Disziplinen, die mehr mit den neuartigen Methoden vertraut sind, herangezogen werden.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Mathematische Methoden sind für das Recht nicht nur nicht repräsentativ, sondern atypisch. Eine Ausnahme bildet nur der Bereich der Juristischen Logik, der aber nur eine kleine Minderheit in der Rechtswissenschaft interessiert.

Bestimmte mathematische Disziplinen (z. B. Integral- und Differentialrechnung) spielen im Recht keine Rolle; es ist auch nicht absehbar, wie sie herangezogen werden könnten.

Eine Prognose für die zukünftige Entwicklung läßt sich allenfalls durch Extrapolation stellen:

Berücksichtigt man, daß die vorhandenen Ansätze durchweg aus den letzten 8 - 10 Jahren stammen, so kann vermutet werden, daß in näherer Zukunft auch auf bisher nicht bekannten Gebieten mathematische Modelle herangezogen werden. Da die bisherigen Ansätze aber außerordentlich gestreut sind, kann nicht angenommen werden, daß eine bestimmte juristische Teildisziplin gegenüber Mathematisierungsansätzen besonders prädestiniert ist.

Anmerkungen:

- 1) Vgl. D.v. STEPHANITZ, Exakte Wissenschaft und Recht, S. 72ff.
- 2) Vgl. D.v. STEPHANITZ, S. 52ff. WIEACKER, Privatrechtsgeschichte der Neuzeit, 2. Aufl., S. 249ff.
- 3) WIEACKER, S. 433, LARENZ, Methodenlehre der Rechtswissenschaft, 2. Aufl., 1969, S. 19f.
- 4) Zur Klassifikation als zentrale Funktionsorientierung der Begriffsjurisprudenz s. auch neuerdings N. LUHMANN, Rechtssystem und Rechtsdogmatik, 1974, S. 11.
- 5) WIEACKER, S. 434.
- 6) Vgl. dazu insb. U. KLUG, Juristische Logik, 3. Aufl., S. 141ff.
- 7) Eine Zusammenstellung solcher scheinlogischer Fehlschlüsse der Begriffsjurisprudenz enthält die Darstellung von v. STEPHANITZ, S. 110/111.
- 8) Vgl. z.B. CANARIS, Systemdenken und Systembegriff in der Jurisprudenz, 1969, S. 23: "Denn wie es das Wesen des Rechts ist, Wertungen verstehend nachzuvollziehen, zu Ende zu denken und schließlich, auf einer letzten Stufe, selbst vorzunehmen". Dieses Verstehen, diese Wertung könne von der Logik "wesensmäßig nicht geleistet werden".
- 9) Diese Einstellung dürfte in enger Beziehung zu dem bekannten Ausdruck stehen "Judex non calculat", der Richter rechnet nicht. Dieser Ausdruck besagt nicht, daß Rechnen in der Rechtspraxis keine Bedeutung hat; in jedem Schadensersatzprozeß muß z.B. die Feststellung der Höhe des Schadens durch eine Saldoermittlung (Ermittlung der Differenz der Vermögensstände mit und ohne das schädigende Ereignis) durchgeführt werden. Gemeint ist vielmehr, daß das Rechnen zu den trivialen Nebentätigkeiten gehört, die mit der spezifisch juristischen Tätigkeit nichts gemein haben.
- 10) So Fischer-Lexikon, Mathematik I, Stichwort "Mengen, Abbildungen, Strukturen" (bearb. v. STEINER), S. 247.

- 11) So v. STEPHANITZ, Exakte Wissenschaft und Recht, 1970, S. 231.
- 12) S. dazu E. v. SAVIGNY, Die Rolle der deduktiv-axiomatischen Methode in der Rechtswissenschaft, in: Rechtstheorie. Beiträge zur Grundlagendiskussion, Hrsg. v. G. JAHR und W. MAIHOFER, 1971, S. 315ff.
S. auch J. RÖDIG, Axiomatisierbarkeit juristischer Systeme, in: Münchener Ringvorlesung EDV und Recht - Möglichkeiten und Probleme, 1973.
- 13) So treffend PODLECH, Wertungen und Werte im Recht, AÖR Bd. 95 (1970), S. 185ff.
- 14) Vgl. hierzu z.B. die Darstellung bei W. KRELLE, Präferenz- und Entscheidungstheorie, 1968.
- 15) Vgl. unten 3. 2 und 4. 2a).
- 16) Vgl. z.B. CANARIS, Systemdenken, S. 22f. D. GRIMM, Rechtswissenschaft und Nachbarwissenschaften, Bd. 1, 1973, Vorwort S. 7.
- 17) Von diesem weiten Mathematisierungsbegriff geht wohl auch die Wirtschaftswissenschaft aus; vgl. MÜLLER-MERBACH, Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I, 1974, passim.
- 18) Vgl. hierzu insb. U. KLUG, Jurist. Logik, 3. Aufl., 1966.
- 19) Zum Begriff der Dogmatikinvarianz als Schlüsselbegriff für eine allgemeine Rechtstheorie s. insb. neuerdings A. PODLECH, "Dogmatik, Rechtstheorie, Mathematik. Vorüberlegungen zu Strukturuntersuchungen juristischer Dogmatik". Unveröff. Manuskript der Arbeitsgruppe "Recht und Mathematik" der DFG.
- 20) Vgl. z.B. MÜLLER-MERBACH, Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I, 1974, S. 120f.
- 21) Wieviele und welche Ansprüche jeder gegen jeden hat, ist mit Hilfe mathematischer Methoden natürlich nicht entscheidbar. Dies wird durch die nationalen Rechtsordnungen entschieden.
- 22) U. KLUG, Juristische Logik, 3. Aufl., 1966.
- 23) Amadeo CONTE, Guillelmo di BERNARDO, Bibliography of Deontic Logic and Logic of Norms, vorläufige Erstfassung.
- 24) So U. KLUG, Juristische Logik, 3. Aufl., 1966, S. 6.
- 25) Vgl. hierzu z.B. die Darstellung bei v. WRIGHT, Norm and Action, 1966, S. 189.
- 26) Lothar PHILIPPS, Rechtliche Regelung und formale Logik, Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie Bd. 50, 1964, S. 317ff; ders., Sinn und Struktur der Normlogik, Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie Bd. 52, 1966, S. 195ff.
- 27) Zu den Schwierigkeiten s. z.B. die Übersichten von WAGNER/HAAG. Die moderne Logik in der Rechtswissenschaft, 1970 und von KALINOWSKI, Einführung in die Normenlogik, 1973.
- 28) MENGERS Kritik am wissenschaftlichen Niveau der Rechtswissenschaft war nicht zuletzt von den Einwänden bestimmt, die MENERG gegen begriffsjuristisches und positivistisches Denken in der Rechtswissenschaft, namentlich gegen eine Ausklammerung der sozialen Bezüge im Recht geltend gemacht hatte; vgl. dazu WIEACKER, Privatrechtsgeschichte der Neuzeit, 2. Aufl., 1967, S. 457.
- 29) Vgl. z.B. J. KLÜVER, J. M. PRIESTER, J. SCHMIDT, F. O. WOLF, Rechtstheorie - Wissenschaftstheorie des Rechts, in: Rechtstheorie, Beiträge zur Grundlagendiskussion, hrsg. v. G. JAHR und W. MAIHOFER, 1971, S. 1ff.

- 30) S. z.B. D. HORN, Rechtssprache und Kommunikation. Grundlegung einer semantischen Kommunikationstheorie, 1966; I. GLASER, Sprachkritische Untersuchungen zum Strafrecht. Am Beispiel der Zurechnungsfähigkeit, 1970; D. RAVE, H. BRINKMANN, K. GRIMMER (Hrsg.) Paraphrasen juristischer Texte, 1971.
- 31) K. J. ARROW, Social Choice and Individual Values, Aufl. New York - London - Sidney, 1963.
- 32) SCHLINK/POPP, Präferenztheoretische Bedingungen einer sozialen Wertordnung; dies., Rechts- und staatstheoretische Implikationen einer sozialen Präferenztheorie.
- 33) S. z.B. BVerfGE 7, 198ff., 215; seitdem in ständ. Rechtsprechung.
- 34) HOFMAN, "Formale Struktur der Rechtsordnung". Das Manuskript liegt der Arbeitsgruppe "Recht und Mathematik" vor.
- 35) Dazu s. z. B. J. E. WHITESITT, BOOLEsche Algebra und ihre Anwendungen 2. Aufl., Vieweg, 1968.
- 36) Vgl. den Anhang S. 224-279.
- 37) PODLECH, S. 68ff.
- 38) K. HAAG, Rationale Strafzumessung. Ein entscheidungstheoretisches Modell der strafrichterlichen Entscheidung, 1970.
- 39) H. H. KEUTH, Zur Logik der Normen. 1972.
- 40) Vgl. S. 48ff. zum Herausgabeurteil nach § 985 BGB.
- 41) Vgl. KEUTH, a. a. O., S. 87ff.
- 42) J. RÖDIG, Die Theorie des gerichtlichen Erkenntnisverfahrens, 1973.

Aus der Diskussion

Im Mittelpunkt der Diskussion standen die folgenden Fragen:

- Widerspruchsfreiheit von rechtlichen Regelungen,
- historische Exkurse zur Kooperation Mathematik - Rechtswissenschaft und
- das Verhältnis von "logischen Gesetzen" und "Denkgesetzen", besonders in der Rechtspraxis.

Mathematiker: Gibt es schon einen Widerspruchsbeweis für das bürgerliche Gesetzbuch? Ich will das präzisieren: Ein Widerspruch wäre, wenn aufgrund eines Paragraphen der A gegen den B unter den und den Umständen einen Anspruch hat, aufgrund eines anderen unter keinen Umständen einen Anspruch haben kann, und es zugleich keine Bestimmung gibt, die sagt, daß dann der eine Paragraph gegenüber dem anderen zurückzutreten hat.

Jurist: Es geht hier um die Konsistenz von Verhaltensregelungen. Die Konsistenzproblematik ist meiner Meinung eine der zentralen Fragen der Normenlogik. Hierbei muß man zwei Dinge unterscheiden.

In der Grundlagendiskussion ist es so, daß die bisherigen Logik-Systeme noch nicht, wenn ich das richtig übersehe, geeignet sind, die Konsistenzfragen ausreichend zu diskutieren, weil die Axiomensysteme noch zu große Mängel haben. Anders verläuft die Praxis. Die Rechtswissenschaft ist nicht nur eine gegenüber neuen Methoden sehr vorsichtige, sondern auch, gerade was Konsistenzprobleme angeht, eine sehr trickreiche Wissenschaft. Sie entwickelt nämlich besondere Prinzipien, wie man solche Inkonsistenzen von Rechtsnormen löst. Es gibt spezielle Kollisionsnormen. In der Regel gilt die spätere Entscheidung des Gesetzgebers, die die frühere "derogiert", aufhebt. Was aber, und das gibt es wohl häufig, oder öfter jedenfalls, wenn es bei Inkonsistenzen zwischen Verhaltensregelungen keine Kollisionsnormen gibt? Dann sagt der Rechtswissenschaftler: Das ist kein Problem, wir entwickeln eine neue Kollisionsnorm. Wir machen das aus eigener Kraft. Es gibt wenige Kollisionsnormen die explizit in Gesetzesformen formuliert worden sind; im internationalen Privatrecht gibt es so etwas. Im übrigen ist es so, daß solche Kollisionsnormen ja metanormative Regeln sind, deren Normen ihrerseits das Verhältnis von anderen Normen regeln. Metanormative Regelungen sind in aller Regel (abgesehen von Kompetenzvorschriften, die sich in Verfassungen finden) nicht explizit formuliert. Es bereitet der Rechtswissenschaft keine großen Probleme, die Sache zu lösen. Aber eine Heranziehung mathematischer Methoden, um eine Art Widerspruchsfreiheitsbeweis zu finden, gibt es nicht, und die normalen Rechtswissenschaftler werden sagen, das brauchen wir auch gar nicht. Wir machen die Gesetze widerspruchsfrei. Wir machen das nämlich so, daß wenn eine Norm A mit der Norm B in Widerspruch steht, einer gegenüber der anderen der Vorrang erklärt wird.

Mathematiker: Das setzt aber voraus, daß die Kollisionen schon entdeckt sind. Sonst gibt es u. U. zeitliche Verzögerungen. Gibt es einen Algorithmus, wie man sehr schnell Kollisionen entdecken kann?

Jurist: Teilweise. Ich habe versucht, eine Art Matrizendarstellung für den Gehalt von Normen zu entwickeln. Ich gehe davon aus, daß man Verhaltensregelungen eigentlich recht gut vom mathematischen Funktionsbegriff her verstehen kann, d. h. einer genau definierten Menge von Verhaltensweisen werden bestimmte Werte zugeordnet (erlaubt, verboten). Wenn man jetzt Darstellungen des Gehaltes unterschiedlicher Normen hat, läßt sich ein Konsistenzkriterium eindeutig angeben. Um das zu verdeutlichen: Wenn wir für einen bestimmten Verhaltensbereich eine Norm N_1 und eine zweite Norm N_2 haben, dann können Sie eine Konsistenzbedingung formulieren; wenn diese eingehalten ist, sind die beiden Normen miteinander verträglich, und wenn sie nicht eingehalten ist, liegen Inkonsistenzen vor. Sie können noch weiter gehen und die Frage stellen: Kann ich den Inkonsistenzbereich, d. h. die Menge der einzelnen normativen Bewertungen, in denen sich die beiden Normen widersprechen, kann ich die angeben? Es läßt sich auch hier ein Algorithmus angeben. Es ist genau so, wie Sie bei Aussageformen angeben können, in welchem Umfang sich die Aussagen allein wegen der Verknüpfung widersprechen.

Mathematiker: Kann man den leicht praktisch programmieren, über Maschinen?

Jurist: Ja, das ließe sich vermutlich machen.

Jurist: Ich finde es interessant, daß es bis vor wenigen Jahren mehr Abwehrungsversuche gegen die Einführung mathematischer Methoden in die Rechtswissenschaft gab als Einführungsversuche, schon allein deswegen,

weil es so gut wie keine Einführungsversuche gab. Die Abwehrversuche waren schon seit so vielleicht 50 Jahren mehr oder weniger zahlreich. Das muß einen Grund haben. Wenn man sich nicht angegriffen fühlt, braucht man sich nicht zu verteidigen. Die Juristen mußten also schon immer ein schlechtes Gewissen haben, auch schon zu dem Zeitpunkt, als es noch gar keiner versuchte, ihnen das schlechte Gewissen explizit vorzuhalten. Ein weiterer Grund liegt dahinter - wir kommen bei den Fragen der Inkonsistenzbeweise und ähnlichem darauf - die Juristen vermeiden beim Umgang mit Texten keineswegs Widersprüche; widersprüchliche Texte verlagern Kompetenzen im rechtlichen Verfahren. Jeder, der versucht in diesen Bereich über Wissenschaft einzugreifen, erzeugt natürlich ganz enorme institutionelle Abwehrmechanismen, das kann man sich vorstellen, das könnte man soziologisch weiter untersuchen. Schon unsere ganz zaghaften Ansätze, so etwas zu machen, erzeugen solche Abwehrmechanismen, da wird man also in Zukunft auf einiges gefaßt sein müssen.

Die Rechtsinformatik wurde im Vortrag rausgelassen. Die Begründung, die dafür für den Großteil der Bemühungen auf dem Gebiet der Rechts- und Verwaltungsinformatik gegeben wurde, besteht zu recht, insofern keine strukturell unterschiedlichen Probleme auftauchen als bei der Anwendung der EDV auf anderen Gebieten. Es gibt aber, wenigstens in einem Punkt, einen sehr wichtigen Unterschied. Diese Überlegungen sind entstanden aus Versuchen der Anwendung der EDV auf dogmatische Probleme. Es zeigt sich nämlich hier, daß das keineswegs ein dem Rechtsgebiet äußerlicher Vorgang ist. Der Versuch, die EDV auf dogmatische Texte anzuwenden - vorläufig nur im Rahmen von Dialogsystemen - führt dazu, dogmatische Texte zu rekonstruieren, dabei muß der Widerspruchgehalt dieser Texte explizit gemacht werden. Da Widersprüche vorläufig unvermeidbar und möglicherweise immer unvermeidbar sind - das vorläufig soll keine Aussage über die Möglichkeit der Vermeidung enthalten - müssen diese Widersprüche in eine Form gebracht werden, die trotzdem eine korrekte Bearbeitung ermöglicht, man muß dann dogmatische Texte in einer Form produzieren, die vorhandenen umschreiben, daß die bisher als sachliche Gegensätze vorhandenen Gegensätze etwa in die logische Form der Disjunktionen gebracht werden: Der BGH in der Entscheidung sagt das und das, diese Entscheidung widerspricht einer anderen. Man muß jetzt einen dogmatischen Text formulieren, in dem diese Lösungsvorschläge für soziale Probleme distinguert erst einmal nebeneinander gestellt werden, damit man einen Überblick hat über das, was Dogmatik eigentlich sagt, das führt dazu, daß man Strukturuntersuchungen über dogmatische Bereiche vornehmen muß, das führt zu sehr schwierigen Problemen, wie überhaupt dogmatische Bereiche abgegrenzt werden, und wie über ihnen mögliche Widersprüche formuliert werden können, und das führt zu dem weiteren Problem, daß Widersprüche bei uns nicht nur Probleme der Deontischen Logik sind, sondern zum großen Teil inhaltlich widersprüchliche Probleme sind, und die sind wiederum nicht ganz ohne linguistische Methoden zu behandeln, es geht nämlich dann um den Widerspruch aufgrund semantisch inhaltsreicher Aussagen, die sich auf Fakten beziehen, und das ist ohne Wortbedeutungsregelungen nicht festzustellen. Es ist kein rein logisches Problem, eine Reihe der Widersprüche sind im logischen Mechanismus aufdeckbar, die heimtückischeren verbergen sich aber in Gehaltsbestimmungen von Ausdrücken, eine Tätigkeit, die hauptsächlich die von Gerichten ist, sie legen Texte dadurch aus, daß sie sagen, Eigentum gemäß Art. 14 Grundgesetz ist etwas anderes als Eigentum im Sinne von § 985 BGB und weisen Wortgebrauchsregelungen den Ausdrücken zu. Dabei gibt es nun Verfahren, kombiniert linguistisch-mathematischer Art, um möglichst die Widersprüche bei diesen

Verfahren aufzudecken, und es gibt auch schon Versuche, das für Gesetzestexte, die im Gesetzgebungsverfahren sind, algorithmisch festzustellen; der mathematische Apparat, der EDV-Apparat, ist hier gar nicht so schwierig; das ist Arbeit, aber das ist abzarbeiten, wenn man eine saubere Fragestellung hat. Die bisherige Klippe, an der das gescheitert ist, ist linguistischer Art.

Jurist: Welche Untersuchungen wären da zu nennen: Die Paraphrasen juristischer Texte?

Jurist: Nein, Analyseverfahren werden im Moment hauptsächlich in Wien in Zusammenarbeit mit IBM und dem Kanzleramt vorgenommen; die Strukturuntersuchungen scheinen mir schon sehr weit gediehen zu sein und weiter gediehen, als die bisher publizierten Texte das erkennen lassen; IBM bereitet eine größere Veröffentlichung vor, aber alle linguistischen Probleme sind ausgeklammert, einschließlich der topologischer Ausdrücke, also Wertungsausdrücke, und das setzt sehr schwierige linguistische Untersuchungen voraus, gerade im Wertungsbereich.

Jurist: Ich komme nochmals zu dem Widerspruchsproblem. Man käme vielleicht im Recht weiter, wenn es so etwas wie eine Funktionslogik gäbe. Jetzt ist "Funktion" im soziologischen Sinne gemeint, nicht im mathematischen Sinn. Bei Verhaltensregelungen ist es in der Regel so: Es gibt ein bestimmtes Lösungsproblem, und da wird, um ein Ergebnis zu erzielen, dieses und jenes Mittel eingesetzt. Wenn man jetzt eine Art Funktionslogik hätte, dann könnte man z. B. nachweisen, die Begründungen für die einzelnen Normen sind inkonsistent. Oder: Wenn man in einem Fall so vorgeht, müßte man das im anderen Fall konsequenterweise auch so machen. Soweit ich das übersehe, gibt es bisher noch keine Logik funktionalen Handelns, funktional operativen Handelns, auf die man da zurückgreifen könnte.

Jurist: Man müßte das auf semantische Widersprüche reduzieren. Aber das ist ein großer Theorienstreit, ob man die Pragmatik hier braucht und dafür besondere logische Regeln, oder ob man durch geeignete Fassung von semantischen Problemen schon weiterkommt.

Auf der rein syntaktischen Ebene wird man sicher das Problem nicht abarbeiten können, darüber sind sich alle die, die sich damit beschäftigen, klar, der Streit der Schulen geht momentan dahin, braucht man Regeln der Pragmatik, die über die Semantik hinausgehen, die etwa von Verhaltensweisen sprechen, oder gelingt es mit Hilfe von Tricks - für mich ist, wenn ich das den Mathematikern so nebenbei sagen darf, die Mathematik ein unerschöpfliches Reservoir solcher Tricks - durch Umformulierungen, kontrollierbare Umformulierungen, das Problem auf eine lösbare Ebene zu verlagern. Die Semantik bietet schon genügend Probleme, aber es ist nicht ausgeschlossen, es da zu lösen, im Moment ist es sicher auf der pragmatischen Ebene unlösbar.

Jurist: Wäre Ihr Problem so formulierbar, wie man das auf der semantischen Ebene machen kann?

Jurist: Ob es geht, das steht noch dahin; man sollte es jedenfalls versuchen.

Mathematikstudent: Sie haben eben die Spieltheorie erwähnt. Ist es nicht möglich, die sicherlich qualitativen Unterschiede, die im Recht vorkommen, und die qualitativen Begriffe mit mathematischen, insbesondere spieltheoretischen Methoden, d. h. also jetzt Nutzentheorie und dgl., Nutzenskalen aufzustellen, soweit runterzuspielen, daß man hinterher über die qualitativen

Unterschiede einer kardinalen Messung, wenn man also eine echte Messung hat, dann wohldefinierte Aussagen machen kann? Ich meine, die Spieltheorie könnte gerade viel liefern, weil sie auch in der Wirtschaftswissenschaft z. B., wo auch quantitative Messungen manchmal nicht mehr möglich sind, wenn es an den Begriff des Nutzens geht, auch da noch etwas liefert.

Jurist: Die intersubjektive Nutzenmessung ist aber ein Problem, das von der Entscheidungstheorie aus selbst bisher nicht befriedigend gelöst ist. Das ist unbestritten. Man könnte bei der Lösung von Interessengegensätzen im Recht sicher daran denken, daß man eine Art Nutzenskala aufstellt; man kann aber kaum quantifizieren. Wonach wollen Sie hier quantitative Größen feststellen? Eine unmittelbare Bedeutung könnte die Heranziehung spieltheoretischer Erwägungen zur näheren Analyse von Fragen der Verhältnismäßigkeit bekommen. Die Verhältnismäßigkeit ist ja eines der entscheidenden verfassungsrechtlichen Prinzipien, die immer wieder bei der Messung der Korrektheit von gesetzgeberischen und richterlichen Entscheidungen herangezogen werden. Wenn der Nutzen für die Allgemeinheit im krassen Gegensatz zu der Schwere des Eingriffs gegen eine individuelle Person steht, dann ist es wegen Verstoß gegen die Verhältnismäßigkeit unzulässig, in dieser Weise vorzugehen. Dahinter steckt aber ein zentrales Problem, das in der Kosten-Nutzenanalyse der modernen Planungstheorie eine wichtige Rolle spielt: Wie messe ich gesellschaftlichen Nutzen quantitativ? Das ist sehr schwierig zu machen. Da kann man weitgehend nur argumentativ vorgehen. Auf der einen Seite können Sie konkret den Nachteil einer Person messen, aber wie messen Sie jetzt und wie bauen Sie die Skalierung auf, wenn Sie den gesellschaftlichen Nutzen feststellen wollen? Bisher macht man das weitgehend intuitiv. Anders ist es bei Redundanzfragen. Es läßt sich häufig nachweisen, daß, wenn die Verfassungsrechtsprechung mit Verhältnismäßigkeit argumentiert, sie in Wirklichkeit Redundanz feststellt, d. h. sie sagt, du brauchtest gar nicht hier in dieser Weise vorgehen, es gibt ein anderes Mittel, bei dem die Interessen der Allgemeinheit in gleicher Weise gesichert werden, ohne daß diese Nachteile für den Bürger entstehen, und hier kommt man dann um die Skalierung herum.

Theologe: Ist eigentlich schon direkt bei der Rechtsprechung Mathematik angewandt worden? Ich stelle mir z. B. vor, daß bei einem Prozeß eine Vielzahl von Zeugen befragt werden, im Laufe von Wochen und Monaten so viel Information zusammenkommt, daß es unmöglich ist, daß diejenigen, die das zu beurteilen haben, einen Überblick behalten. Hat man z. B. schon versucht, die Aussagen eines jeden einzelnen Zeugen, alles auf einen Nenner zu bringen, und alles dann zusammen mathematisch zu bearbeiten, daß man versucht, auf diese Art und Weise überhaupt zu einer Lösung zu kommen?

Jurist: Mir ist nicht ganz klar, was hier mathematisch heißt. Bei jedem Schadensersatzprozeß haben Sie Mathematik, weil Sie nämlich den Schaden im Wege der Differenzberechnung ermitteln müssen. Also wenn Sie nur feststellen, so und so viel Zeugen haben wir, 95 sprechen dafür, und die restlichen wissen es nicht genau, also stimmt es, was ist daran "Mathematik"?

Theologe: Das ist im Prinzip schon so, in der Regel ist es sehr viel komplizierter. Man kann oft eine einzelne Zeugenaussage schwer auf einen Nenner bringen, man muß es aber irgendwie tun, und es ist wahrscheinlich im Laufe eines langen Prozesses nicht möglich, die Informationen an einer Stelle aufzuspeichern, im Gehirn desjenigen, der es zu beurteilen hat. Gibt es abstrahierende Formen, die man für diese Beispiele zu Hilfe nehmen kann?

Jurist: Für diese Frage der Beweiswürdigung ist mir kein Fall bekannt. Aber es gibt verwandte Probleme. Ich weiß, daß das Bundesverfassungsgericht in einem rechtspolitisch sehr neuralgischen Punkt, nämlich bei der Überprüfung der Prognosen, die der Gesetzgeber gestellt hat, um bestimmte gesetzliche Regelungen zu rechtfertigen, sich mathematisch-statistischer Berechnungen bedient. Und eine neuere Untersuchung von PHILIPPI hat festgestellt, daß die Argumentationen des Bundesverfassungsgerichtes und die empirische Überprüfung sehr positiv zu bewerten sind. Es gibt z. B. einen Fall, ich glaube das war der Kassenarztbeschuß. Hier hat das Gericht überprüft, was passiert, wenn Konzessionen wohl im Kassenarztwesen aufgehoben werden und hat genau ausgerechnet, aufgrund der Statistiken führt das zu einer Zunahme von 12 %. Diese Zunahme war unerheblich. Die Konsequenz war, daß das Gesetz aufgehoben wurde. Aber im Zeugenbereich weiß ich nicht, ob mathematische Methoden einmal irgendwo herangezogen wurden.

Mathematiker: Da wir gerade bei der Statistik sind, kann ich das präzisieren: Die Ansätze des 18. Jahrhunderts, wahrscheinlichkeitstheoretische Methoden zu verwenden, die zusammenfielen mit der Entstehung der Wahrscheinlichkeitstheorie und z. T. sogar Anlaß gegeben haben zum Aufbau der Wahrscheinlichkeitstheorie. Das waren so ganz primitive Dinge, wie etwa: Wenn die und die Zeugen mit der und der Wahrscheinlichkeit die Wahrheit gesagt haben und sich ein Spruch darauf gründet, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der dann richtig? Und natürlich kann man das weit ausbauen. Zunächst geriet das in Vergessenheit, und dann sogar explizit in Mißkredit aufgrund der Häufigkeitsinterpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffes, der ja hier gar keinen Sinn mehr hat, und vor allen Dingen die Autorität von v. MISES hat sich da verheerend ausgewirkt. Inzwischen ist man ja weitgehend zu BAYESSchen Vorstellungen zurückgekehrt, und das hat natürlich auch wieder seinen Sinn, das will mir vernünftig erscheinen. Ich hab das auch erwartet, als ich damals bei der Forschungsgemeinschaft die ersten Projektentwürfe gesehen habe, daß man mit spieltheoretischen Ansätzen kombiniert. Und in der Tat ist ja ein spieltheoretischer Ansatz ohne zufälliges Element etwas, was praktisch gesehen ziemlich in den Wolken hängt. Und ich meine, das müsse früher oder später mal geschehen, z. B. um auch Dinge wie Verhältnismäßigkeit, Entscheidungen unter Unsicherheit, und dgl. zu präzisieren. Es wäre also im Grunde eine Rückkehr zu den allerersten Ansätzen.

Jurist: CONDORCET hat einige Sachen darüber geschrieben. Er war Mathematiker und der hat die Probleme entdeckt, im Gegensatz zu den heutigen Leuten, die sich zwar mit Abstimmungsfragen immer rumschlagen, da weiß man nie, was der weitergehende Antrag ist, und diese Diskussionen haben ja genau ihre Ursachen in diesem Punkt, aber CONDORCET als Mathematiker hat nicht nur aktiv ins Geschehen der Revolution eingegriffen, sondern gleichzeitig entdeckt, daß dem ganzen Abstimmungsgeschehen ein mathematisches Problem zugrunde liegt und hat es behandelt auf tausend Seiten. Während unsere heutigen Leute, na ja, ich will hier nichts über Geschäftsordnungsrecht sagen, das ist halt ein großer Unterschied. Insofern ist es schon ganz interessant, was die alten Leute so zu sagen haben.

Mathematikstudent: Es gibt so etwas wie Stützungslogik. Man hat Hypothesen oder ein bestimmtes Evidenzmaterial. Es gibt da formale Modelle, wie man das vergleichen kann. Ich meine, es wäre naheliegend z. B. in der Rechtswissenschaft, so gerade bei Angeklagten, wo Beweisfragen verwendet werden.

Jurist: Wird nicht angewandt. Ich vermute, daß sich das auf Probleme der induktiven Logik reduzieren läßt. Diese Fragestellung ist schon im naturwissenschaftlichen Bereich sehr schwierig. Die sogenannte induktive Logik, von der viele Naturwissenschaftler behaupten, daß sie bei ihrer Theorienbildung eine große Rolle spiele, ist entsprechend den Regeln dieser Logik, ich will nicht sagen nie angewandt, aber relevant nicht angewandt worden - weder PLANCKs Quantentheorie noch SOMMERFELDs Atom-Modell sind nach solchen induktiven Logiken entwickelt, sie sind phantasievoll gefunden worden, man kann sie hinterher vielleicht danach testen, aber selbst die Testversuche sind normalerweise nicht entsprechend den Regeln der Wissenschaftstheoretiker, also etwa CARNAP oder solcher Leute, vorgenommen worden, so daß auch selbst im naturwissenschaftlichen Bereich die praktische Anwendung sehr schmal bisher ist im Gegensatz zu der großen Zahl der Literatur, die es darüber gibt, und bei uns überhaupt noch nie versucht worden ist.

Jurist: Am stärksten wird eigentlich auf logische Korrektheit geachtet im Strafprozeß. Die Verletzung von Denkgesetzen ist dort ein anerkannter Grund, ein Strafurteil aufzuheben.

Jurist: Von Denkgesetzen, das sind aber keine logischen Gesetze. Also das, was ein normaler Mensch unter einem Denkgesetz versteht. In einer eigenen Relation, da habe ich das einmal versucht, den mathematischen Nachweis, daß die Kurve, in der ein angefahrenes Kraftfahrzeug, so wie es in der landgerichtlichen Feststellung war, überhaupt nicht gefahren oder geflogen sein kann, und das habe ich mit Hilfe geometrischer, physikalischer Erörterungen nachgewiesen. Ich habe also bewiesen, daß die landgerichtliche Feststellung so nicht richtig sein konnte, als der Senatspräsident Protest einlegte. Dann hat mein Berichterstatter gesagt, das ist doch aber genau die Frage, ob das Unfallfahrzeug so gefahren sein kann, denn sonst liegt Verletzung der Denkgesetze vor und das landgerichtliche Urteil muß aufgehoben werden. Das war eine Fragestellung an die man nur mit Hilfe der Geometrie und Physik rankommt, aber der normale Jurist, der das sich angesehen hätte, hätte gesagt, man kann das dann schon so fahren. Es könnte anders sein, das hat der Anwalt gesagt. Daß da ein Problem liegt, das habe ich erst beim Rechnen gemerkt.

Also das sind so Denkgesetze im Strafrecht. Wenn man sie rügt, und sie festnagelt, dann ist das natürlich ein absoluter Revisionsgrund, aber wenn man sich die Urteile daraufhin durchsieht, was da an Verletzung von Denkgesetzen gerügt wird, dann sind das in der Mehrzahl der Fälle laienhafte naturwissenschaftliche Thesen, das sind gar keine Denkgesetze. Es sind Laien-Vorstellungen: Wie stellt sich der Laie, etwa der physikalische Laie, vor, daß so ein Vorgang in der unbelebten Natur, oder ein anthropologischer Laie, oder ein psychologischer Laie, wie stellt er sich vor, was so beim Menschen innen vorgeht, wenn das krass der Evidenz dieses Laien widerspricht, dann sagt man, dann liegt die Verletzung von Denkgesetzen vor, das ist dann ein Hebel, daran zu kommen. Anwälte beim BGH schreiben dann so Anleitungen über die Verletzung von Denkgesetzen, das ist eine Fundgrube für Kuriosa, aber hat mit Wissenschaftstheorie und Korrektheit wenig zu tun, die soziale Funktion ist enorm, also ich will das nicht abwerten, das ist ein ganz interessanter von den Gerichten eingefügter Revisionsgrund, der vom Prozeßrecht her sich gar nicht nahelegt, weil es hier ja keineswegs um die Verletzung von Recht geht und in der Revisionsinstanz Tatsachenbehauptungen nicht mehr gerügt werden dürfen.

In der Wirklichkeit ist das eine Rechtsregel, die von den Gerichten eingeführt worden ist, um das Revisionsproblem menschlich erträglich zu machen, denn wenn man hier streng vorgeht, handelt es sich um Tatsachenbehauptungen in einem laienhaften Theoriezusammenhang und der dürfte im Revisionsprozeß nach strengem Recht nicht gerügt werden. Und dann hat man diesen Revisionsgrund der Verletzung der Denkgesetze eingefügt, weil man gesagt hat, na ja also, wenn die Richter da nicht richtig gedacht haben, wenn das schon falsch ist, dann darf das Urteil natürlich keinen Bestand haben, in Wirklichkeit haben die da nicht falsch gedacht, sondern sie haben sich nur eine falsche Vorstellung über die Wirklichkeit gemacht, und das ist eine Erweiterung der Revisionsgründe.

Jurist: Das hat seine Rechtfertigung darin, die Revisionsinstanz darf eigentlich nicht die konkrete Situation des Einzelfalls prüfen. Hier wird aber geprüft und gerügt falsche Feststellung von generalisierten Sachverhalten.

Jurist: Ja, also es wäre interessant, die Fälle einmal zu untersuchen; aber das führt an und für sich wieder in das Problem der Geschichtswissenschaft, zu dem Unterschied zwischen einer generellen Theorie, deren Falschheit etwa logisch behauptet wird, und einer Einzelfeststellung; es kann durchaus eine Theorie geben, die nur für das psychologische Geschehen des Angeklagten MÜLLER in diesem Mordprozeß funktioniert, ich denke da an diesen MÜLLER, den großen Mordprozeß in den 50er Jahren, der seine Frau angeblich oder vielleicht auch wirklich im Auto verbrannt hat, der damals großes Aufsehen erregte. Was ist hier eine allgemeine Theorie und was ist eine Einzelfeststellung. Die Einzelfeststellung ist nicht zu lösen von ad hoc-Theorien, die zur Formulierung dieses einmaligen Sachverhaltes benützt werden. Das ist auch ein sehr schwieriges Problem, das mit Argumentationsstrukturen zu tun hat, die man vielleicht auch einmal mathematisieren kann. Das ist auch so ein Forschungsgebiet von uns. Jedenfalls sind wir darüber noch nicht sehr weit gekommen, ob solche Argumentationsschemata sich formal darstellen lassen.

Theodor Harder:

Soziologie

und

Mathematik

1. Historischer Hintergrund
 - 1.1 Geschichtstheorie und Sozialstatistik
 - 1.2 Psychologie, Sozialpsychologie und Soziologie
 - 1.3 Kritische Soziologie und Empirismus
 - 1.4 Ausblick

 2. Methodologische Ortsbestimmung der Soziologie
 - 2.1 Elemente der Standortbestimmung
 - 2.1.1 Realität
 - 2.1.2 Daten
 - 2.1.3 Theorie
 - 2.1.4 Modelle
 - 2.2 Traditionelle und heutige Beziehungen zwischen Realität, Datentheorie und Modellen
 - 2.2.1 Empirismus und Verbalspekulation
 - 2.2.2 Aktivismus und Scientismus
 - 2.2.3 Modellplatonismus und empirische Forschung

 3. Theoretisch-methodologische Hauptprobleme der Soziologie
 - 3.1 Das Mikro-Makroproblem
 - 3.1.1 Einheiten verschiedener Ebenen
 - 3.1.2 Individuum, Person, Kollektiv
 - 3.1.3 Die traditionelle Kluft zwischen Mikro- und Makrosoziologie
 - 3.1.4 Überbrückungsversuche
 - 3.1.5 Mehrebenenmodell und die Forschung
- 202-Soz

- 3.2 Dynamik und Statik
 - 3.2.1 Identität und Änderung von Einheiten
 - 3.2.2 Systeme, Gleichgewichte und Kontrolle
 - 3.2.3 Datenlage und Schätzprobleme
- 3.3 Subjektivität und Struktur

- 4. Modelle in der Soziologie
 - 4.1 Messen und Skalieren
 - 4.2 Datenreduktion und Datenanalyse
 - 4.3 Graphentheorie
 - 4.4 Dynamische Modelle
 - 4.5 Entscheidungsmodelle

- 5. Probleme der Kommunikation zwischen Mathematikern
 und Soziologen
 - 5.1 Soziologieseitige Hindernisse
 - 5.1.1 Die krisenähnliche Situation
 - 5.1.2 Synkretismus der Fachsprachen
 - 5.1.3 Antiscientismus und Antirationalismus
 - 5.2 Mathematikseitige Hindernisse
 - 5.2.1 Die sogenannte Grundlagenkrise und ihre Behebungsversuche
 - 5.2.2 Traditionelle Physiknähe der Mathematik
 - 5.3 Verschiedenes und gleiches Sozialverhalten von Mathematikern und
 Soziologen

Ich werde im folgenden auf fünf Hauptgesichtspunkte eingehen, die das Verhältnis von Mathematik und Soziologie zu bestimmen scheinen, und zwar auf folgende:

1. Historischer Hintergrund
2. Methodologische Ortsbestimmung der Soziologie
3. Theoretisch-methodologische Hauptprobleme der Soziologie
4. Modelle in der Soziologie
5. Kommunikationsprobleme zwischen Soziologen und Mathematikern

Man könnte meinen, dieser Aufriß sei zu weitmaschig, er beziehe sich nicht eng genug aufs Thema. Dies ist aber nicht der Fall. Ich werde an allen Stellen, ob es sich um methodologische, theoretische, historische oder praktische Erörterungen handelt, immer die Verbindung zu den Problemen der Mathematisierung und der Kommunikation mit Mathematikern aufzuzeigen versuchen.

1. Historischer Hintergrund

Hier möchte ich kurz auf vier Dinge eingehen.

1. Auf die Tradition der Geschichtstheorie, die der Soziologie vorherging und sich später auch auf Sozialstatistik erstreckte
2. Auf das Heraufkommen der Psychologie, ihres Einflusses auf die Soziologie
3. Auf das besondere Verhältnis zwischen den sogenannten Empiristen in der Soziologie und der kritischen Frankfurter Schule, so wie es sich bereits vor 40/50 Jahren abzeichnete
4. Auf die gegenwärtige Situation und die mögliche Weiterentwicklung

Damit wäre kurz historisch skizziert, was sich vollzieht.

1.1 Geschichtstheorie und Sozialstatistik

Die letzten Wurzeln der Soziologie kann man natürlich, wie zu erwarten, in der Antike suchen. Gehen wir von der Utopie der Politeia, dem Staat von PLATO aus, so haben wir dabereits ein Konzept, das intensiv über die Beziehungen zwischen Individuum und Gesellschaft reflektiert, eine Staatstheorie vorträgt in normativer Absicht, um durch rein denkerische Bemühung zu einer Art Optimum zu kommen, wie das Staatswesen gestaltet werden sollte. Die Spekulationen, die PLATO anstellt, sind nicht die ersten. Bereits bei den Vorsokratikern sind explizite Überlegungen zur Ethik, zum Verhalten des Einzelnen

zu seinen Mitmenschen angestellt worden. Und die gleichzeitige Tradition etwa bei DEMOKRIT, die kosmologisch spekuliert, die gedanklich so etwas wie Physik vorbereitet, geht teils verbunden, teils unverbunden, neben den staatstheoretischen Überlegungen einher.

Durch das Christentum kommt eine neue Komponente in die Geschichte der Geschichtsspekulation, d. h. die Geschichtsspekulation kommt eigentlich erst auf, und es geht um die Frage des Endes und des Zieles der Geschichte, eine Frage, die im Christentum mehr oder weniger deutlich aber entschieden spekulativ beantwortet wird - spekulativ in dem Sinne, daß der Glaube als innere Schau dem äußeren Schauen, wie es PAULUS genannt hat - entgegentritt. Diese Spekulationen, die unter dem Namen "Utopien" bekannt sind, treten in der Neuzeit wieder auf bei Thomas MORUS, bei CAMPANELLA, bei Francis BACON, und hier erhalten wir bereits einen antitheologischen Trend, wie auch gerade bei COMTE, dem sogenannten Vater der Soziologie, zum Ausdruck kommt.

Das Dreistadiengesetz verheißt und fordert ein drittes Stadium, nach dem theologischen und nach dem metaphysisch-philosophischen ein technisch-wissenschaftliches Zeitalter, in dem die Menschheit ihre eigenen Probleme wissenschaftlich analysiert, technisch durchplant und damit die Zukunft selber gestalten kann. Das Planen in der Soziologie geht direkt auf diesen Ursprung zurück. Gleichzeitig gibt es eine lange Tradition, die auch bis in die Antike zurückreicht, um vorherzusagen, was mit dem Menschen geschieht. Die atheoretischen Formen der alten Ägypter, Zukunft vorauszusagen, werden abgelöst durch andere besondere Maßnahmen, etwa bei den Römern die Vogelschau, in denen der Mensch versucht, zahlenmäßig und zeitmäßig zu bestimmen, was mit ihm geschehen wird.

Gar nicht mehr spekulativ, sondern direkt empiristisch ist die Lehre von den Staatsmerkwürdigkeiten, die im 18. und 19. Jahrhundert an Einfluß gewinnt und schließlich in eine Art Sozialstatistik übergeht - noch 1904 hat SCHNAPPER-ARNDT eine große Vorlesung als Teil der Geschichtswissenschaft aufgefaßt, die in Wirklichkeit Sozialstatistik ist und auch bereits Ideen des internationalen Vergleichs, der Moralstatistik, der Sozialstatistik in neuem Sinne enthält. QUETELET ist zum Wegbereiter der Statistik geworden, die auf Sozialverhältnisse und andere Dinge als angewandte Mathematik Vorstellungen der Kennzeichen von Verteilung durch Maßzahl entwickelte. Das entscheidende eben an diesen Statistiken war, daß man damit etwas mehr als Einzelbeobachtung, Individuen, Geschichten, Anekdoten oder Rechtsvorschriften erfassen wollte, daß es ein anderes Etwas gab, auf das man hier seine Bemühungen richtete.

1.2. Psychologie, Sozialpsychologie und Soziologie

Die Psychologie als alte Wissenschaft wurde erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts richtig flügge, insbesondere durch die Einrichtung des großen Experimentierlabors von Wilhelm WUNDT. Die Arbeiten in dem Labor bzw. bei anderen Psychologen des 19. Jahrhunderts richteten sich zentral auf das Individuum als Gegenstand auch der Medizin und der Physik. Die Naturwissenschaften gewannen einen sehr großen Einfluß auf das gesamte Denken, auf das Weltbild im 19. Jahrhundert, wovon natürlich auch MARX und ENGELS zutiefst beeindruckt worden sind, was dazu geführt hat, auch HEGEL stark im 19. Jahrhundert in den Hintergrund zu drängen. Diese naturwissenschaftliche Situation führte dazu, daß man sich in der Psychologie mit der sogenannten Psychophysik,

also der Messung von Reizen der Außenwelt und Empfindungen der Innenwelt des Menschen beschäftigte und versuchte, funktionale Beziehungen zwischen diesen zu finden. Dies war die Form, in der die Grundfrage des Verhältnisses von Seele und Körper behandelt wurde. Daß sie selbstverständlich von der modernen Psychologie abgelehnt wird, braucht hier nur am Rande erwähnt zu werden.

Die deutlichste Abwendung von einer rein individualpsychologischen Betrachtung des Menschen vollzog sich dann in der amerikanischen Sozialpsychologie in den ersten Jahrzehnten dieses Jahrhunderts. Hier wurden auch ingroup- und outgroup-feeling, Stereotypen, entwickelt. Diese Tradition der amerikanischen Sozialpsychologie wurde experimentell betrieben, stand damit ganz in der Tradition des 19. Jahrhunderts, und natürlich ist die gegenwärtige Arbeit in der Sozialpsychologie auch ganz vom Experiment und von der Tatsachenforschung bestimmt. Diese Richtung wurde von PARSONS 1937 zwar aufgenommen, als er bekanntlich mit dem Werk über die allgemeine Handlungstheorie seinen Namen zum Symbol einer theoretisch orientierten, allgemeinen Soziologie, die nicht nur der Sozialpsychologie unterworfen war, nicht mehr dem Historismus unterworfen war, machte.

1.3. Kritische Soziologie und Empirismus

Die gesamte auf Politik und auf gesellschaftliche Veränderung gerichtete Entwicklung, die in MARX ihren Höhepunkt fand und später durch die Kathedersozialisten und durch die Diskussionen im Revisionismus aufgenommen, verfeinert, aufgefächert wurde, schlug sich in einer gewissen Form in der Frankfurter Schule nieder, die sich in den Zwanziger Jahren etablierte und dann kurz darauf zur Auswanderung gezwungen wurde. Auf der anderen Seite gab es ausgesprochen empirische Richtungen, die unabhängig von der Sozialpsychologie und eigentlich auch der akademischen Soziologie, durch die Meinungsforschung, durch die Umfragenforschung gekennzeichnet waren. Nehmen wir als Exponenten der kritischen Soziologie ADORNO und als Exponenten einer stark empirisch orientierten Soziologie LAZARSELD, so können wir mit der Gegenüberstellung dieser beiden und der Darstellung ihres Zusammentreffens in New York in den Dreißiger Jahren sehr deutlich machen, welche Schwierigkeiten diese Dichotomie einerseits der geschichtstheoretischen und überhaupt theoretischen Tradition in der Soziologie und der empirischen Tradition ausmachte.

ADORNO war bekanntlich Schüler von Alban BERG, hatte bei ihm Kompositionslehre und Musik gelernt, und dies ist später in seine gesamte Musiksoziologie eingegangen. Die anderen großen Einflüsse, die sich bei ADORNO vereinigen, sind FREUD und MARX, wobei sein philosophischer Hintergrund, der auch größtenteils von HEGEL bestimmt wird, ihn quasi zu einem Antiempiriker gemacht hatten. LAZARSELD dagegen hat über ein Problem der Relativitätstheorie promoviert, und während er noch Physiker und Naturwissenschaftler und Mathematiker im alten Sinne war, bereits empiristische Erhebungen in den Zwanziger Jahren in Wien, in Österreich gemacht, z.B. seine berühmte Studie über die Arbeitslosen von Mariantal. Politisch stand LAZARSELD auf Seiten des Austro-Marxismus, und dieses jugendliche Engagement hat sich bis in sein Alter fortgesetzt und Spuren hinterlassen, obwohl er dann in keinsten Weise mehr in den USA als ein Vertreter des Austro-Marxismus selber angesehen werden kann.

Das Zusammentreffen von ADORNO und LAZARSELD zeigt, welche Schwierigkeiten sich in der Zusammenarbeit zwischen dieser Richtung der kritischen

Soziologie, wie sie ADORNO vertrat, und einer empirisch mehr oder weniger wertfrei, oder sagen wir kryptonormativen Richtung, wie sie LAZARSFELD vertrat, ergeben. LAZARSFELD hatte den Auftrag, empirische Musiksoziologie zu betreiben, d. h. ein sogenanntes Projekt, das die Hörgewohnheiten von Radiohörern genauer beschreiben und erfassen sollte. Er erhoffte sich von ADORNO einen theoretischen Beitrag, der auf dieses Projekt gemünzt war und aus der Sicht der kritischen Soziologie die einfacheren Vorstellungen überhöhen, dann Radiomusik verfeinern, verbessern, vielleicht konzeptionell ändern konnte. ADORNO ist auf die ihm zugedachte Rolle nicht eingegangen, konnte es gar nicht, er fand diesen platten Empirismus, den er darin sah, unmöglich und hat stattdessen seine Theorie des Musikfetischismus entwickelt. Die spätere Leistung der "Autoritären Persönlichkeit", die er mit BRUNSWICK und anderen herausbrachte, hat ihn sehr bekannt gemacht. Aber die Frage ist, welche Art von Empirismus denn jetzt hier bei ADORNO Eingang fand? Nun, es handelte sich um Skalenkonstruktionen, um Individualpsychologie, die allerdings theoretisch dann verbunden wurde mit Vorstellungen über die Familie und über die Gesellschaft.

Als 1968 auf dem Soziologentag, als ADORNO die deutsche soziologische Gesellschaft an DAHRENDORF als Vorsitzenden abgab, diese Frage angeschnitten wurde, wer hat eigentlich für die Soziologie mehr geleistet, die "Autoritäre Persönlichkeit", also ADORNOs empirisches Hauptwerk, oder die Studien, die LAZARSFELD im Krieg und kurz nach dem Krieg im "American Soldier" betrieben hatte, war das Urteil einhellig, daß theoretisch ADORNO mehr fasziniert hatte, daß eine größere Aktualität im Nachkriegsdeutschland haben mußte die Frage der autoritären Persönlichkeit, aber die Skalenentwicklung, mit der sich LAZARSFELD, GUTMANN u. a. beschäftigt hatten, selbstverständlich für die rein technische Diskussion, sowohl in der Psychologie als vor allem auch in der Soziologie sehr viel weiter gewirkt hatten. Der Einfluß, den LAZARSFELD und die Columbia Schule auf den Fortgang der quantitativ arbeitenden Soziologie nahm, geht heute noch lebhaft weiter und ist einer der Quellpunkte für die Frage, ob Soziologie überhaupt mathematisiert werden könne oder solle. Einzelheiten zu dem Dissens ADORNO-LAZARSFELD sind in FLEMINGS "The Intellectual Migration" nachzulesen.

1.4 Ausblick

Ohne die Tatbestände der gegenwärtigen geistesgeschichtlichen Entwicklung allzusehr zu vereinfachen, kann man wohl sagen, daß der Kampf der Traditionen, die schon sehr alt sind, durchaus weitergeht. Man könnte fragen, ob die Soziologie eine autonome Wissenschaft sei, ob es ihr gelungen sei, schon jetzt eine Einzelwissenschaft zu werden. Die Frage wird vom akademischen Katalogsystem, vom Bibliothekswesen, von den Fächern, von der Lehrplanung hier in Bielefeld bejaht; sieht man auf Inhalte, kann man deutlich Zweifel daran anmelden. Selbst wenn die Soziologie jetzt eine Einzelwissenschaft sein sollte, welche Art von Einzelwissenschaft ist das? Ich werde gleich noch näher darauf eingehen.

Im Moment möchte ich aber einen Punkt hervorheben, der sich darauf bezieht, daß die alte, die uralte anthropologisch-philosophische Frage nach der Stellung des Menschen, nach der Beziehung von Individuum und Gesellschaft keineswegs abgetan ist. Man kann natürlich sagen, das ist gar keine Frage mehr, das ist Wortzauber. Mit diesen Unterscheidungen und diesen Gegenüberstellungen kann

man die Komplexität des Problems nicht erfassen. Das ist richtig. Nun sind alle Wortformulierungen der Art, daß sie zusammenfassen, sie nicht auf Einzelnes gerichtet sein können, sondern immer mehr im Hintergrund enthalten. Man kann durchaus sagen, "Individuum und Gesellschaft" hat sich heute in eine andere Form gekleidet, nämlich die Frage der vernachlässigten Subjektivität und der anonymen Struktur. Daß der Einzelne als Einzelner nichts gilt, scheint ein Tatbestand der Alltagserfahrung zu sein; daß man plakativ fordert, daß der Einzelne sich dem Kollektiv einzufügen oder zu unterwerfen hat, ist bereits eine politisch umstrittene Angelegenheit. Die theoretische Frage, ob Strukturen oder Persönlichkeitsvariablen bestimmen, was mit dem Ganzen geschieht, ist eine so natürlich viel zu ungenau formulierte Fragestellung, die dauernd wiederkehren wird.

Ich vermute, daß in den nächsten Jahren, vielleicht Jahrzehnten, eine Zurückdrängung des strukturellen Gesichtspunktes und eine sehr starke Wiederbelebung des individualistischen Gesichtspunktes sich in der Soziologie vollziehen wird und daß die Mathematisierung diese Entwicklung, diesen Trend, ernst zu nehmen hat. Natürlich wird es nicht eine Wiederauferstehung des heroischen Einzelnen sein, der sich dem Schicksal entgegenwirft, der mit der Gesellschaft nichts zu tun hat, der in hehrer Introvertiertheit seinen eigenen Gedanken nachgeht und der Gesellschaft seinen Stempel aufdrückt. Dieses romantische Bild kann es natürlich überhaupt gar nicht mehr geben. Aber es wird darum gehen, wieweit die Gesellschaft auch um des Einzelnen willen da ist, was man unter kollektiver oder kollektivistischer Freiheit zu verstehen hat. Alle diese Fragen scheinen sich nicht mit Theorie zu beschäftigen und daher nicht zur theoretischen Soziologie zu gehören. Ich werde zu zeigen versuchen, daß dies falsch ist.

2. Methodologische Ortsbestimmung der Soziologie

Ich möchte zunächst die Elemente einer solchen Standortbestimmung kurz erörtern und dann auf die Beziehung zwischen diesen Elementen in einem zweiten Abschnitt eingehen.

2.1. Elemente der Standortbestimmung

Es handelt sich um vier Elemente oder Elementenbereiche, und zwar die Realität, die Daten, die Theorie und die Modelle.

2.1.1 Realität

Die Realität als Gegenstand oder Objekt der Soziologie kann in dreifacher Form mit ihr in Berührung kommen, als Erfahrungsgegenstand, als Erkenntnisgegenstand und als Handlungsgegenstand. Als Erfahrungsgegenstand geht sie als Erlebnis in den Menschen ein, wobei die Quellen, aus denen er erlebnismäßig seine Erfahrungen schöpft, im Leben selber, in einem sehr großen Umfang in der Literatur, in Belletristik und in der Geschichte liegen können, d. h. natürlich in seinen Geschichtskenntnissen. Diese erste Form, in der die Realität Objekt der Soziologie wird, die Erfahrung, wird heute in steigendem Maße ernst genommen, ohne daß die Beziehung zu dem zweiten, daß die Realität der Soziologie als Erkenntnisobjekt in Betracht kommt, d. h. daß es sich um eine wissenschaftliche Behandlung der Realität handelt, die von Erlebnissen selber gereinigt wird, davon

frei ist. Das Erkenntnisobjekt Gesellschaft oder gesellschaftliche Realität kann so durch die soziologische Theorie richtig eingeordnet, erfaßt, überhaupt angegangen werden. Die Methodologie allerdings hat, wie gesagt, das Verhältnis zwischen Erfahrungs- und Erkenntnisobjekt dieser Realität keineswegs so geklärt, daß es darüber eine einhellige Meinung in der Soziologie gibt. Das liegt nicht zuletzt daran, daß es eben diesen dritten Aspekt gibt, daß die Realität Handlungsobjekt ist, sein soll, sein will, zu sein beansprucht.

Und damit sind wir im Bereich der praktischen Politik und der Politikberatung durch Sozialwissenschaftler. Auch in den USA hat sich wiederholt die Diskussion darüber ergeben, ob denn der Soziologe nur seine Berichte, seine Ergebnisse, seine Koeffizienten abliefern soll, um dann dem Politiker zu überlassen, was er damit mache, und wenn der Soziologe die politische Wirklichkeit und auch die Verwendung seiner Ergebnisse analysiert, ob das dann schon reiche, um einen Einfluß auf die Politik zu nehmen. Die dahinter stehende Frage ist, ob denn die Soziologie eine normative Wissenschaft sein soll oder mehr, selbst eine Handlung, Wissenschaft als Handlung darstelle, und zwar nolens volens, also daß sie sich lieber gleich offen dazu bekennen soll und sagen, "wenn ich Wissenschaft treibe, handle ich bereits politisch, daher will ich das auch explizit machen und eine Politologie der soziologischen Erkenntnis entwickeln". Auch diese Frage ist in der neueren methodologischen Diskussion aufgeworfen worden, und die Klärung ist alles andere als abgeschlossen. Soweit zur Frage der Realität, zu der noch viel im einzelnen zu sagen wäre.

2.1.2 Daten

Die Daten der Soziologie können 1. Produkte sozialer Realitäten selber sein, also etwa aus Verwaltungsprozessen, aus der Staatswirklichkeit hervorgehen, 2. Produkte der Forschung und der wissenschaftlichen Tätigkeit sein und schließlich sind sie 3. auch immer Gegenstände der Interpretation. Für das, was man vielleicht eines Tages zu recht wird mathematische Soziologie nennen können, spielen die Daten eine störende und eine durchaus andere Rolle als in der Physik, weil hier nicht einfach ein Gegensatz zwischen Theorie und Experiment wie in der Physik Tradition hat, sondern weil es außerdem die nicht experimentell erzeugten Daten gibt, was ich vorhin schon erwähnte, etwa die alten Statistiken, die Staatsmerkwürdigkeiten, die Aufzeichnungen der Finanz- und Steuerbehörden, die Statistiken über die Kriege, die die Militärapparate seit Jahrhunderten aufstellen, um einigermaßen zu wissen, was sie da tun.

Ein besonderes Problem sind die von der Forschung selber hergestellten Daten wie im Experiment. So vor allem in dieser Sonderform des Experiments, das man als Befragung bezeichnet; darauf werde ich gleich in anderem Zusammenhang noch eingehen. Haben die Daten selber eine bestimmende Funktion für den Fortgang der Theorie, der Soziologie im ganzen? Dies ist ebenfalls nicht ohne weiteres zu beantworten. Es scheint so zu sein, daß viele Datenquellen und viele Datentypen, die heute entdeckt werden, durchaus einen eigenständigen Einfluß auf die Bemühungen der soziologischen Forschung im Ganzen haben und daß sie sehr stark mitbestimmend sind dafür, welche Chancen formalisierte Soziologie in Zukunft haben wird.

2.1.3 Theorie

Der Kern der Behauptung, Soziologie sei eine Einzelwissenschaft, liegt natürlich darin, daß man sie als eine theoretische Wissenschaft ansieht. Theorie kann vielerlei heißen, und ich will jetzt nicht in einen methodologischen Exkurs

des Theoriebegriffs selber ausbrechen, sondern ganz grob drei mögliche Theorieverständnisse skizzieren.

1. Theorie als Erklärung und Verstehen.
2. Theorie als Prognose oder Prognosebasis mit praktischer Anwendung für Planungen.
3. Theorie als Selbstverständigung des Menschen mit sich selber, eventuell in apoletischer und ideologischer Funktion.

Diese drei Theorieverständnisse sind keine scharfe methodologische Einteilung, sondern mehr eine an der äußeren Lebenserfahrung orientierte. Sie folgt etwa dem Schema von Max SCHELER, der das Bildungswissen (Erklärung und Verstehen), das Herrschaftswissen (Prognosen für Planungszwecke) und das Heilswissen (also die apoletische und die ideologische Funktion etwa, die Form der Selbstbeeinflussung von Personen durch ihr eigenes Denken) unterscheidet. Natürlich ist dieser dritte Aspekt (apoletische und ideologische Funktion) polemisch formuliert, wenn man an den Gesamtzusammenhang der politisch-soziologischen Diskussion denkt. Es scheint mir aber verfrüht zu sein, dies nur als Polemik aufzufassen. Die therapeutische Funktion, die die Wissenschaft auch immer hatte, ist vielleicht von ihrem Selbstverständnis her keine gewollte Funktion, aber sie stellt sich faktisch ein, und man kann kaum verhindern, daß die Soziologie genauso wie die Philosophie immer wieder den Charakter hat, dem einzelnen Menschen zu helfen, orientierungsmäßig mit sich selber, mit seiner Umwelt zurecht zu kommen und damit automatisch in die Probleme der individuellen Rechtfertigung, der Apologie oder auch der Verstellung der Wirklichkeit durch ideologische Vorstellungen einzutreten. Die Ideologiekritik innerhalb der Soziologie, insbesondere die Wissenssoziologie von Karl MANNHEIM, aber auch die ideologiekritischen Traditionen innerhalb des Marxismus haben mit Entschiedenheit zur Voraussetzung, daß es so etwas wie richtige Erkenntnis gibt.

Da gibt es nun eine Auseinandersetzung, die in der Gegenwart fortwirkt, ja eigentlich, man könnte fast sagen, noch gar nicht richtig begonnen hat, modern zu werden, nämlich die Unterscheidung zwischen der verstehenden zu einer erweiterten über Max WEBER hinausgehenden verstehenden Theorie und einer prognostisch zusammenfassenden Theorie, die es also ermöglicht, etwas zu sagen, ohne sagen zu können, warum etwas geschieht. Natürlich würde der Strukturfunktionalismus glatt bestreiten, daß es immer um Prognosen ging, und sagen, daß es ihm durchaus um Erklärung ging, aber eben eine andere Erklärung als die emphatische Erklärung, d. h. das Verstehen in dem intimeren Sinne des sich Hineinversetzens in den Akteur der sozialen Handlungen. Die Richtung des symbolischen Interaktionismus der hermeneutischen Ansätze in der Soziologie steht heute sehr stark im Vordergrund und bestreitet denen, die mit Formeln, mit naiv interpretierten Interviewdaten und mit einfachen Skalierungs- oder auch Meßverfahren (auch komplizierten Meßverfahren) die soziale Wirklichkeit in den Griff zu bekommen versuchen, daß sie das Wesentliche erfassen. Insbesondere taucht immer wieder die Unterscheidung zwischen technologischem und nicht technologischem Erkennen und Theoretisieren auf, die in der Nachhut oder in der neuesten Version der Frankfurter Schule, insbesondere in den Schriften von HABERMAS eine bestimmte Stelle einnimmt. Wir werden darauf noch zurückkommen.

Ob die Theorie der Soziologen als einheitliche Theorie existiert, braucht man

gar nicht erst zu fragen, so etwas wie eine einheitliche Theorie gibt es nicht. Es gibt theoretische Ansätze neben den Methoden und einen theoretischen Pluralismus. Worauf es ankommt, ist, die Elemente dieser Theorien, die Funktionen dieser Theorien zu analysieren, um dann zu sehen, daß wirklich ein Gegensatz vorhanden ist, wo eine Weiterführung möglich ist. Es könnte sein, daß viele Dinge, die heute spekulativ anmuten, die sehr literarisch anmuten, vor allem die Beschäftigung mit dem Individuum, wie sie in einigen sogenannten "weichen Soziologien" vorgetragen wird, sich hervorragend zu einer Formalisierung eignen, wobei allerdings nicht mehr an eine rein algorithmische Mathematik gedacht werden darf.

2.1.4 Modelle

Modelle treten auf als Denk- und Rechenmodelle, die Rechenmodelle stehen heute gerade durch den Fortschritt der Computertechnologie sehr weit im Vordergrund. Ihre Funktion ist die Fortsetzung der alten statistischen Analyse als Datenreduktion und als Datenanalyseinstrumente. Natürlich kann man die Theorie selber modellartig formulieren, wenn man jetzt unter Modellen eine irgendwie formalisierte Fassung von Theorien meint. Außer diesen Funktionen (Modelle als Datenreduktionen, Modelle als Theorie selber) kommen ihnen aber vor allem die Brückenfunktionen zwischen Daten und Theorie zu, Modelle sollen die Kluft zwischen einer verbalen Theorie und einer datenmäßigen Überprüfbarkeit dieser Theorie überbrücken helfen. Das setzt eben voraus, daß die Theorie sich dazu herabläßt, dazu eignet, modelliert zu werden, d. h., daß die Theoretiker, die Autoren, die die Theorien machen, zugeben, daß das Modell das faßt, was sie im Sinne gehabt haben bei der Formulierung ihrer Theorie. Dies ist eins der Kernprobleme, auf das ich zurückkommen werde.

Es scheint mir ganz entscheidend, daß man hier auf Daten hinweist, die, wie ich schon sagte, einen störenden Einfluß haben können. Wenn man prüfen will, muß man mit irgendwelchen Daten prüfen, die man selbst erhoben hat oder die vorgegeben sind. Man kann die Daten verändern, transformieren, skalieren, meßtechnisch umwandeln, man kann sie auch vergessen, man kann sie als ungeeignet erklären, irgendwie muß man sich zu den Daten als einer besonderen Wirklichkeit verhalten, und selbst wenn man sie schafft, ist man darauf angewiesen, sie zu interpretieren und interpretierend in die Theorieüberprüfung oder die Theoriefüllung einzubeziehen. Hiermit habe ich kurz die Elemente, Daten, Realität, Theorie und Modelle also, vorgestellt. Ich möchte noch kurz auf einige Beziehungen eingehen, die etwas umfassender und weicher zu formulieren sind.

2.2 Traditionelle und heutige Beziehungen zwischen Realität, Datentheorie und Modellen

2.2.1 Empirismus und Verbalspekulation

Natürlich provoziert man, wenn man von Spekulation spricht, wie bereits oben geschehen. Verbalspekulation scheint nun darauf hinzuweisen, daß es auch eine Formalspekulation gäbe, die gibt es in der Tat, gleich an dieser Stelle möchte ich das betonen. Die formale Spekulation im Gegensatz zu der verbalen ist natürlich, daß man hier weiß, was man tut, während bei der verbalen noch die Schwierigkeit hinzukommt, daß man sehr schwer so etwas wie

Widerspruchsanalyse treiben kann. Anwendung der Aussagenlogik etwa auf soziologische Texte stößt immer wieder auf den zum großen Teil berechtigten Einwand, daß ja die Nuancen und der Gesamtkontext der Argumentation nicht erfaßt sind. Im strengen Sinne stellen viele soziologische Texte gar keine Argumentation dar, sondern eine Aneinanderreihung von Anklängen, von Assoziationen, von einem Versuch, verbal auf einen gedanklich erfahrungsmäßigen Komplex einzugehen, und die harte Sprache wiederkehrender terminologischer Einheiten täuscht eine Exaktheit vor, die durch die Verknüpfungspraxis dieser Termini keineswegs erfüllt wird.

Die eigentliche Kritik an verbalen Mustern, über deren logische und auch theoretische Substanz wenig Genaues gesagt werden kann, ist die empirische Kritik: Kann man wissen, ob das stimmt oder ob das nicht stimmt. Weist man diese Frage zurück und sagt, in der Soziologie geht es nicht nur um solche Zusammenhänge, wo es stimmt oder nicht stimmt, dies sei verkürzender Positivismus, dann allerdings ist es fraglich, wie man den Wissenschaftsbegriff fassen will, unter dem hier geforscht wird. Eine philosophische Kritik ist nicht nur ohne weiteres möglich, die ist tatsächlich geleistet in der gesamten Philosophiegeschichte. Und diese Diskussion wird in anderen Gewändern, nämlich als soziologischer Methodenstreit weitergeführt. Dort lebt sie wieder auf, ohne daß sie mit der Schärfe und Klarheit, etwa wie im 18. Jahrhundert oder teilweise auch in diesem geführt werden kann, weil man denkt, man bespreche politische und innersoziologische Probleme; in Wirklichkeit behandelt man philosophische Probleme.

2.2.2 Aktivismus und Scientismus

Hier geht es um die Handlungsobjekte der Soziologie oder die Realität als ein anderes Objekt, eine Art Aktivismus, der sich in Revolutionen oder in vermeintlichen vorrevolutionären Phasen sehr stark anbietet und sich so zeigt, als stehe er zentral dem Scientismus entgegen. Es gibt einen Antiscientismus, eine Wissenschaftsfeindlichkeit, die sich an den verschiedenen Stellen der Welt breitmacht. Die Frage ist: Kann man erkennen, ob Unwissenschaftlichkeit oder sogar Wissenschaftsfeindlichkeit in eine Wissenschaft selber einzieht? Diese Frage muß sich die Soziologie gefallen lassen, auch und gerade dann, wenn ungeklärt ist, was denn nun die Wissenschaftlichkeit der Soziologie ausmacht, nämlich in dem einfachen Sinne, welchen Status Sätze haben sollen, die von sich selber behaupten, ihre Richtigkeit oder Unrichtigkeit könne per se nicht festgestellt werden, nicht aus technischen Gründen, sondern sie seien gar nicht von dieser Art. Der Aktivismus ist eine solche Stoßrichtung, die sich sehr oft darauf verlegt, so zu argumentieren. Das berühmte, vielzitierte Marxwort, es käme nicht nur darauf an, die Welt zu erklären, sondern zu verändern, zeigt, was ich meine. Wenn eine wissenschaftliche Äußerung selber eine Änderung der sozialen Wirklichkeit zur Absicht und zur Folge hat (allein die Folge reicht), dann geht es um die Frage: Kann man nun, was durch dieses Aussagen geschieht, meta-theoretisch wieder einholen und selber fassen? Hier zeigt sich direkt eine Beziehung zwischen der Theorie und der Realität, auf die MERTON unter dem Stichwort "Self-fulfilling prophecy" ja deutlich hingewiesen hat.

2.2.3 Modellplatonismus und empirische Forschung

Hierbei geht es jetzt um die theoriegesteuerte empirische Forschung, und der ALBERTsche Ausdruck Modellplatonismus richtet sich gegen das, was ich oben als Spekulation bezeichnet habe. Jetzt geht es also um verbal oder formal irgendwie gestaltete Spekulation, die den Anschein von Geordnetheit, Sachkunde

hat, vielleicht auch sachkundig ist, aber sich so aufgebaut hat, daß sie immun ist gegen empirische Zugriffe, gegen verändernde Erfahrung, die in die Modellwirklichkeit oder Verbalwirklichkeit eindringt. Daß Modelle selbst schon innerhalb der verbalen Soziologie mit Empirie identifiziert werden, hängt eben damit zusammen, daß man ziemlich blind mathematische und statistische Verfahren als empiriegerichtete Verfahren ansah. Dies muß aber nicht unbedingt der Fall sein. Und selbst wenn der Computer numerischen Output produziert und dazu ja Modelle braucht, ist damit nicht gesagt, daß das in sinnvoller Weise geschieht. Die heutigen Beziehungen zwischen den Daten, der Theorie und den Modellen, um sich auf diesedrei einmal zu beschränken, sind ebenfalls alles andere als geklärt. In der Praxis der Sozialforschung wird furchtbar vieles gemacht, ohne daß die Theorie dabei Pate gestanden hat, die Theorie ist sozusagen Beerdigungsunternehmer sehr vieler Forschungen, sie steht da und hält nachträglich Reden, nachdem die Untersuchung schief gelaufen ist oder zu Ende geführt worden ist. Die Modelle der Soziologie, der Anfang der formalisierten Modelle scheinen noch keineswegs soweit gediehen zu sein, daß eine empiriebezogene Theorie damit sehr stark verbessert werden könnte. Und damit komme ich zum dritten Teil.

3. Theoretisch-methodologische Hauptprobleme der Soziologie

Die Probleme kann man so und so auffächern. Ich möchte drei Blöcke kurz nennen, um die es mir jetzt hier im folgenden geht und unter die ich die Hauptprobleme subsumiere:

1. Das Mikro-Makroproblem
2. Das Problem von Dynamik und Statik
3. Das Problem der Subjektivität und der Struktur

3.1 Das Mikro-Makroproblem

Neuerdings ist unter dem Stichwort Mehrebenenanalyse, Kontextualanalyse oder Mikro-Makroprobleme in der Soziologie ein Thema wieder in den Vordergrund getreten, was schon in der Geschichte der Soziologie eine größere Rolle gespielt hat. Es geht hier nicht einfach in einem verschwommenen Sinne um Individuum und Gesellschaft, sondern um die empirische und forschungstechnische Fassung dieses Problems, wenn auch mit konventionellen Modellen.

3.1.1 Einheiten verschiedener Ebenen

Mit Ebenen sind Zusammenfassungen, um es einmal locker zu sagen, Zusammenfassungen von Einheiten verschiedener Größenordnung gemeint, d. h. es handelt sich um Ebenen von Kollektivitäten. Die einfachste Ebene des Individuums etwa, dann die Gruppe, die Familie als eine Ebene höherer Kollektivität oder eine Klasse, eine Kompanie, zu der man gehört; dann als weitere Ebene, wenn man an eine hierarchische Gliederung denkt, käme die Gemeinde, die selbst Familien als Unterebenen enthält; schließlich wäre etwa eine Nation eine ziemlich hohe Ebene der Kollektivität. Diese verschiedenen Ebenen können also als Einheiten oder als Mengen von Einheiten aufgefaßt werden, die Träger von Merkmalen sein können.

3.1.2 Individuum, Person, Kollektiv

Jetzt ist natürlich die Frage, ob das Individuum selbst ein soziologischer Gegenstand ist, da die Soziologie sich ja mit Gruppen, mit Systemen, mit Gesellschaften, mit Beziehungen zwischen Gesellschaften zu beschäftigen hat. Nun gibt es da das andere Wort Person, das bereits in sich einen soziologischen Charakter trägt, eben die Person von der Maske des Schauspielers her einzuführen und die Vorstellung der Rolle als eines zentralen Konzepts der Soziologie, und diesen gesellschaftlichen Bezug des Einzelwesens in sich ausdrückt. Der Soziometrierer MORENO hat in dem kleinen Aufsatz "The social atom and death" darauf hingewiesen, daß nicht das Individuum, sondern das Individuum mit seinem Bekanntenkreis, mit den Personen, die für dieses Individuum die soziale Wirklichkeit in erster Instanz darstellen, eigentlich als Atom, als kleinste Einheit der Soziologie- und der Soziometrie, mit der sich MORENO befaßt, anzusehen ist. Demnach hätte die Soziologie es nur mit Kollektiven zu tun, und diese unterste Ebene Individuum gäbe es gar nicht, es könnte allenfalls die Person sein, diese Person, die bereits eingebunden ist in die Sozialbeziehung.

Wenn man so argumentiert, stellt das eine Absage an den sogenannten Reduktionismus dar, der auch in der Biologie eine gewisse Rolle spielt. Reduktionismus bedeutet, daß alle Aussagen über höhere Kollektivitäten reduziert werden können und sollen schließlich auf die untersten Einheiten, so daß alle Aussagen über Gesellschaft schließlich auf Aussagen über Individuen, über individuelle Merkmale und ihre Ausprägungen zurückgeführt werden können. Die Soziologie selber versteht sich als nicht reduktionistische Wissenschaft, DÜRKHEIM hat ausdrücklich programmatisch erklärt, in der Soziologie müsse Soziales durch Soziales erklärt werden, dies ist der Antireduktionismus, dem auch die Unterscheidung von Person - Individuum zugrunde liegt.

3.1.3 Die traditionelle Kluft zwischen Mikro- und Makrosoziologie

Mit "traditionell" ist hier vor allem die neuere Tradition gemeint, die sehr stark experimentell arbeitende Soziologie etwa in der Kleingruppenforschung, in der Analyse der Beziehung zwischen einzelnen, wenigen Personen auf der einen Seite und der Makrosoziologie, die ganz und gar nicht experimentell forschen kann, zum großen Teil auch nicht empirisch forschend (mit Hilfe des Interviews, der Beobachtung, des Experiments) sich vollzieht. Die Makrosoziologie war früher Geschichtssoziologie oder geradezu Geschichtswissenschaft. Nur, daß man da natürlich fragen konnte: Wo ist da die Soziologie?

Das Aufeinandertreffen der Klein- und der Großforschung, so der mikro- und makrosoziologischen Perspektive vollzog sich in den letzten Jahren in Form zweier Schriften, die das direkt im Titel ausdrückten, nämlich HOMANS "Bringing man back in" auf der einen Seite und PARSONS' "Bringing society back in". Während HOMANS vermißte, daß der Einzelmensch, der Akteur in der soziologischen Theorie, vor allem von PARSONS, noch irgendeine Rolle spielte und ihn hier attackierte, um dann eine Kleingruppen-Dynamik aufzubauen, zunächst reduktionistisch, später durchaus mehr kollektivistisch "argumentierte", hat BARTON mit seinem "Bringing society back in" darauf verwiesen, daß es wichtig sei, wenn man von der Umfrageforschung und der Datenerhebung vom Einzelnen ausgeht, schließlich zu einer solchen Verbindung zu kommen, die der soziologischen Theorie auch gemäß ist. Denn wenn diese Technik der Umfrageforschung hauptsächlich auf der Zufallsstichprobe beruht, der sich dann das

individuelle Interview anschließt, so muß man ja sehen, daß diese Zufallsstichprobe die natürlichen gruppenmäßigen Zusammenhänge zwischen den Personen zerreißt.

Die Voraussetzung einer einwandfreien Zufallsstichprobe ist ja gerade, daß die einzelnen Flle, Realisationen im Sinne der Stichprobentheorie voneinander streng unabhängig sind, und zwar unabhängig hinsichtlich der Dimensionen der Zusammenhänge, die nun das Thema soziologischer Erhebung sein sollten, zerrissen werden. Man fragt Einzelmeinungen ab und geht nicht dem Prozeß der Meinungsbildung etwa von Person zu Person, von Mund zu Mund nach. Andere Stichprobenformen wie die sogenannte Schneeballtechnik, wo man einer Person und der Quelle ihrer Äußerungen nachgeht, dann auf andere Personen stößt, von da aus wieder weiter, sind eben gerade keine Zufallsstichproben und von der mathematischen Statistik her sehr viel schwerer wenn überhaupt zu bewerten, zu ordnen und verantwortlich zu praktizieren. Auf diese Schwierigkeit hat BARTON und haben andere hingewiesen, und wenn sie Mehrebenenanalyse oder Kontextualanalyse fordern, dann geht es darum, auch eine Datenerhebung zu organisieren, die die Zusammenhänge nicht stört oder zerreißt, sondern schon und feststellt, daß es um sie ja eigentlich bei sozialen Prozessen geht.

3.1.4 berbrckungsversuche

Wenn man zwischen der Mikro- und Makroebene, sagen wir nun einmal kleinen Gruppen (face-to-face-groups) und großen anonymen Gebilden, die Teile der Gesellschaft oder die gesamte Gesellschaft darstellen, vermitteln will, so kommen da mehrere Brücken im allgemeinsten Sinne in Betracht:

1. Organisationen
2. Perzeption und der Informationsverkehr zwischen Personen
3. Die universalen Medien, vor allem die Sprache

Nun muß man bei 2. und 3. natürlich unterscheiden. Informationsverkehr bei der Sprache ist ein anderer als der reinen Perzeption, weil die Sprache noch eine besondere Ausgestaltung erfahren, ein festes Vokabular hat, durch das verbindlich bestimmte Bedeutungen bestimmten Worten beigemessen werden. Aber zunächst zur ersten Brücke, der Organisation. Es ist empirisch noch keineswegs durchgestanden und war bis jetzt nur ein Vorschlag, der sich etwa manifestierte im Programm des letzten Weltsoziologenkongresses, nämlich Organisationen als Bindeglieder zwischen dem Einzelnen und der Gesellschaft aufzufassen. Dieser Gedanke ist durchaus vernünftig und plausibel, wie gesagt, nur noch nicht durchgeführt.

Was die Perzeption angeht, so ist sie mindestens ein Bestandteil von Mehrebenenmodellen, indem sie die Frage betrifft: Wie beeinflt der Einzelne die gesellschaftlichen Strukturen oder wie geht aus vielen Einzelnen eine gesellschaftliche Struktur hervor, genauer gesagt aus vielen individuellen Merkmalen und ihren Ausprägungen, ihren Verteilungen und umgekehrt, wie wirkt eine gesellschaftliche Struktur, ein Prozeß als Stück gesellschaftlicher Wirklichkeit auf die Einzelnen zurück. Natürlich geschieht dieses immer über die Perzeption, über die Wahrnehmung durch die Einzelnen, so daß das, was die Sozialpsychologie über Wahrnehmung lehrt und herausfindet, auch verbindlich ist, so ist es als Zwischenstück für die Soziologie. Die Soziologie kann keine eigene und von der Sozialpsychologie abgetrennte Wahrnehmungslehre aufbauen, da ihr dazu die individualwissenschaftlichen Voraussetzungen fehlen. Die etwas merk-

würdige Frage, ob Kollektive selber Wahrnehmungen betreiben, Wahrnehmungen haben könnten, beruht wahrscheinlich auf unklaren Formulierungen; natürlich ist in unserer Sprache Wahrnehmung auf individuelle Wahrnehmung beschränkt, nicht dagegen die Kommunikation. Man muß also unterscheiden, ob Nachrichten mitgeteilt werden, kommuniziert werden oder ob Reize der Außenwelt sich physiologisch intern einzeln niederschlagen.

In dieser dritten Kategorie, die eine Brücke bilden könnte, nämlich den universalen Medien, geht es nicht nur um Sprache, sondern es geht auch vor allem um Normen oder etwa um das Geld. Universal oder universell heißt hier, daß die Bedeutung und der Sinn der einzelnen Elemente dieser Medien für alle in gleichem Maße gilt und keinen spezifisch angeht. Da die Sprache eine Wirklichkeit über den Individuen darstellt, kann man sie durchaus als ein interessantes Gebiet ansehen, auf das sich soziologische Forschung erstrecken kann, um herauszubekommen, wie zwischen Einzelnen und der Gesellschaft insgesamt vermittelt wird. Das wird von den Empirikern mißverstanden, die dann sagen, sie stelle keine Ebene oder Einheit höherer Ordnung dar. Das ist zwar richtig, aber die Sprache leistet die Vermittlung, und indem ein Einzelner spricht, tut er etwas Gesellschaftliches, indem er mit den Worten dieser Gesellschaft denkt, hat er sich bereits einbezogen und kann sich nicht mehr als Individuum, sondern als sozial eingebundene Person interpretieren.

3.1.5 Mehrebenenmodelle und die Forschung

Das, was uns jetzt am stärksten interessiert, ist natürlich die Frage: Wie sehen denn nun Mehrebenenmodelle aus? Das ist ziemlich einfach. Es handelt sich um Aggregationsmodelle, wobei das Entscheidende ist, daß jede Ebene in mindestens zwei Dimensionen, in der Dimension zweier verschiedenen Ebenen ausgeprägt ist. Damit treten ganz charakteristische Schätzprobleme auf, ja es taucht ein theoretisches Problem auf, nämlich, wie kann eigentlich eine Variation und Kovariation zwischen individuellen und kollektiven Merkmalen gleichzeitig beobachtet und aufeinander bezogen werden. Ich will auf die technischen Details hier nicht eingehen, dazu gibt es bereits eine kleine und sich um Präzision bemühende Literatur; die Tatsache, daß man bisher nur mit Regressionsmodellen arbeitete und natürlich auch noch mit linearen, ist kennzeichnend für den Beginn der Formalisierung auf vielen Gebieten, es werden meist Elemente traditioneller statistischer Erfahrungen benutzt, wenn man beginnt, in diese Dinge formalisierend einzugreifen. Abschließend möchte ich zum Mikro-Makroproblem noch sagen, daß hier sicher eine Forschungsrichtung vorliegt, die geeignet ist, integrierend auf die verschiedenen Ansätze der Soziologie einzuwirken, wenn man auch eine ganze Reihe modelltechnischer Problemlösungen kann. Die Hauptsache allerdings sind bestimmte theoretische Überlegungen, die zum Teil noch gar nicht angestellt worden sind.

3.2 Dynamik und Statik

Das Dynamikproblem tritt in verschiedenen Wissenschaften auf und ist verknüpft mit der Erfindung der Infinitesimalrechnung durch NEWTON und LEIBNIZ; in den Sozialwissenschaften tritt es zunächst in Form des Problems der historischen Dynamik bereits zur Zeit der Gründung der Soziologie auf und verschwindet dann quasi in der Mitte dieses Jahrhunderts unter dem Einfluß von PARSONS, obwohl in seiner systemtheoretischen Perspektive viel von Evolution die Rede ist. Das neuere Vokabular der Soziologie strotzt

geradezu, worauf ich in meinem kleinen Dynamikbuch hingewiesen habe, von dynamischem Vokabular. Aber von Versuchen, es nun in die Theorie selbst mit einzubeziehen, zu einer Überwindung statischer Theorieansätze zu kommen, ist noch nicht sehr viel zu spüren. Das Statik-Dynamikproblem möchte ich hinsichtlich unseres Hauptthemas kurz in drei Unterabschnitte aufgliedern, und zwar hinsichtlich folgender Aspekte:

1. Identität und Änderung von Einheiten
2. Systeme, Gleichgewicht und Kontrolltheorie
3. Die Datenlage und das Schätzproblem

3.2.1 Identität und Änderung von Einheiten

Die Einheiten der soziologischen Forschung, insbesondere die Auswahlheiten etwa der Stichprobentheorie oder die Beschreibungseinheiten und Analyseeinheiten der deutenden Theorie, können einmal auf verschiedenen Ebenen gesehen werden, z. B. auf der Makroebene. Es handelt sich hier um sozialen Wandel in größeren Einheiten, Nationen, Kommunen, Gemeinden, ganze Organisationen, Gruppen. Der soziale Wandel bezieht sich auf die Makrostruktur. Die Frage taucht aber auf und wird heute mit Intensivität gestellt, was sich im kleinen ändern muß, damit sich im großen etwas ändert, und das ist nicht normativ gemeint, sondern analytisch und möglicherweise deskriptiv. Dies ist das erste große Problem: Bleiben Gesellschaften eigentlich dieselben, wenn sie sich in dem und dem Maße und in der und der Hinsicht ändern (z. B. bei der Entwicklung)?

Das ist aber schon das zweite Thema: Evolution und die Beziehung zur Revolution. Sind das Gradunterschiede, gibt es eine technische Revolutionierung der Gesellschaft, Revolutionierung in dem technischen Sinne, daß die Zeitreihen und die Datenreihen so große Brüche aufweisen, daß wir keine Zeitreihenanalyse mehr sinnvoll betreiben können? Wie steht es mit Kriegen, handelt es sich hier um Unterbrechungen der Entwicklungen, die sich nachher fortsetzen? Sie können das an vielen statistischen Graphiken, die sich um den Krieg herum lagern, ablesen. Oder handelt es sich um einen Einschnitt, um eine Strukturveränderung? Dieses Problem, das sich bei ökonomischen Modellen und entsprechenden Prognoseversuchen gestellt hat, kommt nun mit aller Schärfe auch auf die Soziologie zu. Wo fängt ein Bruch an, wo handelt es sich lediglich um eine Unterbrechung, die später quasi wieder rückgängig gemacht wird?

Dies ist durchaus nicht nur eine Frage der Daten, sondern der Theorie über das Zusammenwirken verschiedener Elemente oder Subsysteme eines gesellschaftlichen Systems. Die Frage, ob alle Teile, wenn sie sich schon wandeln, in der gleichen Richtung, gleichsinnig oder in gleichen Beziehungen zueinander verbleiben, ist dabei durchaus offen und muß in der Modellbildung nachher ihren Niederschlag finden. Disparitäten, Disproportionalitäten der Entwicklung von Teilsystemen sind aus der ökonomischen Theorie bestens bekannt - auch die daraus abgeleiteten Wellenverläufe. Eine solche Theorie des Auseinanderfallens, des zeitlichen Auseinanderfallens in Form von "lags" ist z. B. von OGBURN unter dem bekannten Stichwort "cultural lag" postuliert worden, wo bestimmte Teile der Gesamtkultur verschiedenen Geschwindigkeiten unterliegen, so daß es dadurch zu zusätzlichen Konfliktstoffen, ja zu solchen Disparitäten in der Gesellschaft kommt, daß die Teilsysteme schon nicht mehr richtig funktionieren können.

Der dritte Bereich, wo die Identität und Änderung von Einheiten eine große Rolle spielt, ist schließlich ein praktischer, den ich hier einmal besonders hervorhebe: Eine inhaltliche Theorie der Mobilität kann an der Vorstellung der Identität, und zwar der Identität der mobilen Individuen nicht vorbeigehen. Es ist, glaube ich, einleuchtend, daß die Mobilität beschrieben werden kann als ein Wechsel von Kontexten, ein Individuum verläßt eine liebgewonnene Gewohnheit, einen Ort, eine bestimmte Position in einer Hierarchie oder einen Arbeitsplatz, bewegt sich an eine andere Stelle. Die Frage ist, was wird mit diesem Individuum, das aus seinen sozialen Verflechtungen sich selbst herausreißt, welcher Prozeß geht dem voraus, was geschieht dann, wie lange dauert die Anpassung? Bekanntlich gibt es eine ganze Reihe von Studien, die sich mit der Rückanpassung von Gastarbeitern, wenn sie wieder in ihr Land zurückkehren, beschäftigen. Da stoßen wir immer wieder auf dieses Phänomen: Ist eigentlich die Identität durchgehalten worden? Seine Integration in die alte Kultur, in die alte Gesellschaft ist enorm strapaziert worden, und jetzt kehrt er zurück. Die Frage ist: Wie affiziert das seine Identität? Die Identitätskrise bei Mobilität kann so stark sein, daß sie sich in pathologischen Formen äußert, sie kann sich auch in Form eines sehr starken innovativen oder auch exzentrischen Verhaltens äußern. Die Varianten, die mögliche Reaktionen auf eine solche Krise darstellen, sind z.B. von MERTON aufgezeigt worden. Diese Probleme müssen, will man Mobilitätsmodelle auf die Dauer so bauen, daß man damit vernünftige und brauchbare Prognosen machen will, miteinbezogen werden in die Theorie und dann in die Modellierung; dann verkompliziert sich das Problem natürlich erheblich.

3.2.2 Systeme, Gleichgewichte und Kontrolle

Aus den Ingenieurwissenschaften ist die Kontrolltheorie in die Nationalökonomie eingedrungen, wobei die Aufnahmebereitschaft der Ökonomen für derartige Ansätze bereits vorgegeben war durch die alten Gleichgewichtstheorien. Der Systemgedanke fügt dem eigentlich wenig hinzu, denn Interdependenz, Beziehung zwischen Elementen, Unübersichtlichkeit der Beziehung zwischen Elementen sind schon in der nationalökonomischen Tradition verankert. Neu ist der Gedanke der Kontrolle und der Rückkontrolle, und da haben die Ingenieurwissenschaften und auch die entsprechende Mathematik eine Fülle von Modellansätzen geboten. Die Frage taucht auf: Ist so etwas anwendbar bei der Formalisierung der Soziologie? An zwei Stellen entstehen hier die Probleme:

1. Planung und Zeithorizont hängen eng miteinander zusammen
2. Das Konzept der Sozialzeit, das darauf verweist, daß nicht physikalische Zeit das Entscheidende bei den Abläufen in gesellschaftlichen Prozessen sei

Zunächst zur Planung. Wenn die Soziologie, wie bereits COMTE sie konzipiert, eine Planungswissenschaft oder - wie es in der DDR heißt - eine Führungs- und Leitungswissenschaft sein soll, die den Politikern und der Gesellschaft Möglichkeiten gibt, ihre Zukunft in die Hand zu nehmen, praktisch durchzuplanen, so taucht natürlich die interessante Frage des Zeithorizontes gerade unter dem Gesichtspunkt der Kontrolltheorie auf. Auf wie lange Sicht wird eigentlich geplant? Das einzelne Individuum sollte nach der alten individualistischen Ethik höchstens bis zu seinem Tode planen; bereits ein Erbschaftsvertrag, ein Testament ist eine Überschreitung individueller Interessenlagen, und man könnte hier

218-Soz

von Transrationalität sprechen. Die Fünf-Jahres-Pläne der sozialistischen Wirtschaften, aber auch die mittelfristige Finanzplanung und ähnliche Ansätze stellen Formen dar, wo der Zeithorizont von jeweils gewählten Politikern oder an der Macht befindlichen Personen noch einhaltbar, noch überschaubar ist. Bei Planungen, die das Jahr 2010 oder 2050, also den möglichen Weltuntergang nach dem Meadows-report betreffen, müssen Institutionen geschaffen werden, die weit über den Horizont des Einzelnen und über seine möglichen Interessenlagen hinausgehen. Hier wird also eine Transrationalität kollektiver Art, makrosoziologischer Art gefordert. Kann man auf solche Probleme der langfristigen Planung, der Langzeitplanung die Konzepte der Kontrolltheorie und die erweiterte Gleichgewichtstheorie anwenden? Dies ist sicher zunächst sehr fraglich, wenn man sich die Verschiedenheit der Gesellschaftssysteme und die Heterogenität der Einzelplanungen in den verschiedensten Bereichen, z. T. auch in einigen sozialistischen Gesellschaftssystemen betrachtet.

Der zweite Gesichtspunkt, die soziale Zeit, die sich nicht deckt mit der chronologischen Zeit, ist fast noch einschneidender. Maurice HALBWACHS hat in den zwanziger Jahren seine Theorie des sozialen Gedächtnisses entwickelt, die eigentlich nur eine Aneinanderreihung von Gesichtspunkten darstellt, der Art, daß die Feiern, die Feste, die eine Gesellschaft hat, das Zurückkommen auf den eigenen Geburtstag, die Teilnahme anderer an den individuellen Lebensdaten, die Einschnitte, die periodisch wie bei Geburtstagen oder aperiodisch wie bei Karriereabschnitten selbst eine soziale Bedeutung haben und so etwas wie ein soziales Gedächtnis hervorbringen, daß diese steuern, welche Termine, welche Wiederholungen, welche Daten eigentlich interessant sind. Dazu kommen die Fragen der historischen Epochen, der historischen Feiern, die jetzt zufällig in Deutschland auf ein Minimum heruntergeschraubt sind, oder der kirchlichen Feiern, wovon wir ein Maximum bis vor kurzem in Italien hatten.

Die soziale Zeit und ihre Existenz bedeutet eine Störung für mechanische Modellbautätigkeit, denn hier kann nicht mehr mit festen Abschnitten gerechnet werden. Verträgt es sich noch mit der MARKOFF- Kettenvorstellung, daß es ein dieses Mal, ein nächstes Mal, ein übernächstes Mal gibt? Aber es läßt sich dies dann nicht mehr interkollektiv oder individuell unbedingt synchronisieren. Dies ist also ein Hinweis zu Gleichgewicht und Kontrolle, ob sich ein System schließlich in einem statistischen oder in einem dynamischen Gleichgewicht befindet. Ob das dynamische Gleichgewicht nicht seinerseits wieder dynamisiert wird oder dynamisiert werden kann, hängt von den einzelnen Untersuchungsobjekten ab, auf die man sich konzentriert. Es ist aber ganz klar, daß die Dynamisierung des Gleichgewichts größere Datenprobleme, größere analytische Probleme, statistische Schätzprobleme aufwirft, als sie in der Ökonometrie erscheinen, wenn man diese Dinge nun in der Soziologie betreiben will.

3.2.3 Datenlage und Schätzprobleme

Wie schon gesagt, hat sich die historische Forschung mit Langzeitproblemen immer beschäftigt; ihre Daten fallen nicht nach einem bestimmten Rhythmus an, obwohl es so etwas wie eine Wiederholung von Kriegen, so etwas wie Einflüsse von Konjunkturen und Krisen in mehr oder weniger periodischen, bestimmten historischen Abschnitten, in bestimmten Teilen der Welt gibt und Einflüsse dieser wirtschaftlichen Wellenbewegungen auf das politische Geschehen. Die historische Forschung hat es mit Quellen zu tun, die nicht unter dem Gesichtspunkt gesammelt worden sind, nun gar in Modelle einzugehen. Obwohl man Rhythmen in der Geschichte - wie gesagt - feststellen kann, sind diese Rhythmen auch al-

les andere als starr oder von einer festen Periodizität; der Historiker zielt auch darauf gar nicht ab, sondern im Vordergrund seiner Überlegungen steht die Zusammenfassung, die zusammenfassende Beschreibung von Epochen oder von Einzelpersonen, von speziellen Konflikten, eingebettet in den Zusammenhang anderer Quellen, anderer Daten, wobei methodisch die Quellenkritik für ihn einen sehr großen Teil der Arbeit ausmacht.

Der zweite Gesichtspunkt konzentriert sich auf Probleme der Zeitreihenanalyse. Diese sind, wie gesagt, in der Ökonometrie am intensivsten behandelt worden. Nichtökonomische Zeitreihen werfen andere Probleme auf, da vielfach eine Quantifizierung noch aussteht, Lücken in den Daten vorliegen oder diese so heterogen sind, daß man sie nicht als Schätzbasis verwenden kann. Trotzdem gibt es bereits interessante historische statistische Arbeiten.

3.3 Subjektivität und Struktur

Ein drittes Hauptproblem der gegenwärtigen Soziologie liegt darin, daß die anthropologische Dimension, insbesondere der Einzelne als Subjekt, durch das Strukturdenken weitgehend verdrängt worden ist. Hierbei geht es um folgende Einzelprobleme:

1. Bewußtsein und Zweckbegriff
2. Einzigartigkeit bzw. Einmaligkeit von Einheiten
3. Determination, Rollenzwang und Zufall (Freiheit)
4. Existenzielle Probleme

Mit allen diesen Fragen haben sich die Antike, die Theologie und die Weltreligion und neuerdings die Psychiatrie bereits befaßt. Adam SCHAFF hat in seiner Gegenüberstellung von MARX und SARTRE, Karl JASPERS in seiner Philosophie der Kommunikation, Martin BUBER mit seiner Behandlung des "Ich-Du-Verhältnisses", Martin HEIDEGGER mit seiner "Man-Kritik" (von der Herbert MARCUSE "große Verweigerung" abstammt) neben vielen anderen auf die Krise des Individuums und seiner Vernachlässigung hingewiesen, wobei der eine Autor mehr die Intensivbeziehungen zwischen einzelnen Individuen, der andere mehr das "einsame Ich" hervorholt. Neben diesen Vermittlern geistesgeschichtlicher Traditionen stehen heute technisch-wissenschaftliche Versuche, die sich mit der Simulation von Bewußtsein und Intentionalität, mit den bio-sozialen Handlungsmöglichkeiten des Menschen, seiner Belastbarkeit, seiner Leistungsgrenzen sowie den Chancen von Spontaneität und Kreativität allgemein befassen. In der Soziologie gibt es kaum Personen, die die technische, z. B. experimentalpsychologische, spieltheoretische oder entscheidungstheoretische Fassung dieser Probleme und gleichzeitig ihren geistesgeschichtlichen Niederschlag kennen oder auch nur zur Kenntnis nehmen wollen. Der seit alters her bekannte gegenseitige Idiotieverdacht zwischen Gruppen und einzelnen Denkern oder Wissenschaftlern feiert innerhalb der Sozialwissenschaften heute fröhliche Urständ.

Die "zwei Kulturen" C. P. SNOWs, nämlich die literarische und die technische, bilden eine sich weitende Kluft, die auch die Soziologie, alle neomarxistischen Diskussionen und verschiedene Humanwissenschaften spaltet und verwirrt. Der Verfall des Bildungsbürgertums, für das ADORNO hauptsächlich
220-Soz

geschrieben hat, hat allgemein ein solches Defizit von Kenntnissen hinterlassen, daß einige soziologische Modeautoren Massenaufgaben durch Publizieren von Binsenwahrheiten erzielen und eine Originalität vortäuschen können, die kaum einer zu "hinterdenken" wagen kann. Dazu kommt noch, daß die Soziologie nolens volens zum potentiellen Lieferanten von Heilswissen aller Art geworden ist, eine Rolle, die sie glatt überfordert und heute stark daran hindert, einer ruhigen und geordneten Entwicklung einer Einzelwissenschaft entgegenzusehen zu können. Sie hat sozusagen Daseinsprobleme, die real und einschneidend sind, gegessen oder verschluckt, ohne sie technisch verdauen zu können.

Hier scheinen mir auch die wesentlichen Hindernisse für eine eventuelle Mathematisierung zu liegen und keineswegs in irgendwelchen politologischen Konflikten oder Auffassungen, die ebenfalls nur Kombinate falscher Diagnosen darzustellen scheinen. Man denke daran, daß John von NEUMANN, nach den Quellen seiner Kreativität gefragt, die ungeheure Spannung und Konfliktgeladenheit der politisch-geistigen Situation im Österreich der zwanziger Jahre als Hauptfaktor nannte. Der Ausbau der Spieltheorie als ein rationaler Versuch, Konfliktlagen allgemein zu analysieren, ist in diesem Klima entstanden. Denen, die etwas darüber lesen wollen, sei Alvin W. GOULDNERS "Die westliche Soziologie in der Krise" (The Coming Crisis of Western Sociology, N. Y. 1970) empfohlen (rde 360/361).

4. Modelle in der Soziologie

Wenn ich im folgenden einige Modelle, die innerhalb der soziologischen Forschung an Boden gewinnen, mehr skizziere als eigentlich deutlich darstellen kann, so wird auffallen, daß es sich bei diesen Modellen mehr oder weniger um einen Import aus anderen Wissenschaften handelt. Die Soziologie als Einzelwissenschaft hat kaum, wenn nicht gar nichts zur Entwicklung statistischer oder sonstiger formalisierter Modelle beigetragen, im Gegensatz etwa zur Psychologie, zur Ökonometrie und zu anderen Teilbereichen der Sozialwissenschaften im weiteren Sinne.

4.1 Messen und Skalieren

Die Meßtechniken der Soziologie reduzieren sich im großen und ganzen auf Skalierungsverfahren, die in der Psychologie entwickelt worden sind, oder Verfeinerungen von Umfragetechniken, insbesondere strukturierten Fragebögen, mit der bewußten Absicht, nun zu einer vergleichbaren Messung zwischen Personen in verschiedenen Situationen, z. B. verschiedenen Situationen der Befragung zu kommen. Man könnte die Skalierungsverfahren auch als verbesserte Datenerhebungsverfahren auffassen. Es ist ganz klar, daß der Bereich der mathematischen Soziologie eigentlich diese Techniken nicht mitumfaßt, denn auch in der Physik wird man ja die Experimentierverfahren, die Experimentiertechnik und alles, was an sonstigen Einzelwissenschaften dazu gehört, nicht etwa zur mathematischen Physik, noch nicht einmal zur physikalischen Theorie rechnen. Schlägt man aber Bücher wie das Buch "Theorie und Modell" von Rolf ZIEGLER auf, das durchaus als deutsches Standardwerk auf dem Gebiet der mathematischen Soziologie bezeichnet werden kann, so findet man darin auch statistische Verfahren und Dinge, die man eigentlich mit zu den vorbereitenden Datenanalysen rechnen muß. Die interessanten Entwicklungen auf dem

Gebiet der psychologischen Messung und Skalierung, wie sie etwa durch die Namen KRUSKAL, GUTTMAN und andere bezeichnet wird, bieten durchaus auch dem Mathematiker bereits Interessantes, etwa auf dem Gebiet der Topologie, aber damit befindet man sich auch schon nicht mehr auf dem Boden der Soziologie, und ich muß hier meinen psychologischen Kollegen das Feld überlassen. Ein fast schon rein mathematisch zu nennendes Buch wie das von Johann PFANZAGL über "Theory of measurement" schließlich führt auf interessante Funktionalgleichungen, aber auch hier sind wir natürlich von der Soziologie bereits weit entfernt.

4.2 Datenreduktion und Datenanalyse

Hier wäre zunächst die Regressionsanalyse zu nennen, die in soziologischen Untersuchungen weitgehend Anwendung gefunden hat. Die Bezugsquelle ist hier selbstverständlich die allgemeine Statistik und insbesondere wieder die Ökonometrie. Wie bei allen anderen Anwendungen in der Soziologie, die durch ihre empirische Richtung eingeführt wurden, handelt es sich zunächst um eine ziemlich naive Übernahme der Kalküle, ohne die Probleme die in den Wissenschaften, die eine fortgeschrittenere Erfahrung damit haben, gesehen und analysiert werden, weiter zu berücksichtigen.

Ein zweiter Bereich in den Verfahren der Datenreduktion und der Datenanalyse sind die Dimensionsanalysen. Hier ist vor allem die Faktorenanalyse und in neuester Zeit die "Smallest Space Analysis" zu nennen, beide in der Psychologie und in der Psychometrie entwickelt; die Faktorenanalyse ist dabei z.B. in der kriminologischen Forschung angewandt worden, hauptsächlich, um Daten zu reduzieren, und weniger mit dem ursprünglichen Gedanken, den der Erfinder der Faktorenanalyse SPEARMAN analog hinsichtlich der Intelligenz vertrat, nämlich grundlegende Faktoren sozialen Geschehens zu entdecken. Trotzdem ist darauf hinzuweisen, daß im sogenannten "World Handbook of Social and Political Indicators" eine Herausforderung an viele Sozialwissenschaftler gelegen hat, die Faktorenanalyse auf umfangreiche Daten über sehr viele Länder und größere Zeiträume anzuwenden, um dadurch eine Bündelung des gesamten Materials und eine Inspiration für die Theoriebildung zu finden. Die "Smallest Space Analysis" stellt eine Entwicklung dar, die tatsächlich auch von soziologischen Forschungen mitbefruchtet worden ist, da hierbei auf die spezielle Datenlage sozialwissenschaftlicher Forschungen, nämlich auf die Tatsache, daß es sich weitgehend um nicht metrische Daten, sondern nur um Nominalskalen handelt, Rücksicht genommen wird. Die "Smallest Space Analysis" ermöglicht die Auffindung der kleinsten Zahl von Dimensionen, in denen nicht metrisch gemessene Daten in einer bestimmten Weise dargestellt werden können. Diese Technik ist mehr ein Veranschaulichungsinstrument als eine eigentlich formalisierte Analyse von Daten; insbesondere stellt sie nicht soziologische Theorie in formalisierter Form dar, sondern hat mehr die Funktion, Entdeckungen von Zusammenhängen zu machen und ein komplexes Material übersichtlich zu beschreiben.

Eine dritte Form von Modellen, die bei der Datenreduktion und Analyse eine Rolle spielen, sind die sogenannten Kausalmodelle. Sie knüpfen an die Regressionsanalyse an. Man bezeichnet solche Modelle, wie sie jetzt vielfach in der Mobilitätsforschung angewandt werden, als Pfadanalyse; sie wurde zuerst in der Genetik entwickelt, und zwar im Jahre 1921, und fand 40 Jahre später in der Soziologie Anwendung. Der Grundgedanke ist der, daß durch

lineare Gleichungssysteme Zusammenhänge zwischen vielen Variablen ausgedrückt werden, und zwar so, daß der Einfluß zwischen je zwei Variablen entweder als nicht existierend vorher spezifiziert werden kann oder, wenn er als möglicherweise existierend vorausgesetzt wird, unabhängig von den anderen, paarweisen Kausalzusammenhängen in einem Kausalnetz analysiert werden kann. Man hat hier also einen Graphen vor sich, und die Verbindung zwischen zwei Punkten dieser Graphen kann auf verschiedenen Wegen erfolgen, so daß eine Beeinflussung von einem Punkt zu einem anderen schließlich in einer Zahl ausdrückbar ist, die ihrerseits wieder als Produkt der Zahlen, die die Teilstrecken bilden, also der Teilzusammenhänge zwischen je zwei benachbarten Punkten, ausgedrückt werden kann. Damit ist die uralte Idee der reinen Monokausalität nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch verlassen und darüber hinaus die Vorstellung einer Kausalkette zugunsten eines Kausalnetzes aufgegeben. Diese Form der Pfadanalyse als eine spezielle Form von Kausalmodellen ist besonders von BLALOCK in den USA und von BOUDON unter dem Namen "Dependenzanalyse" in Paris weiterentwickelt worden. Hier handelt es sich darum, verbale Theorien sozusagen Punkt für Punkt in diese linearen Kausalstrukturen zu übersetzen, dann mit Hilfe von Daten Schätzungen der entsprechenden Quotienten vorzunehmen und Aussagen darüber zu machen, wie möglicherweise die Verursachungsprozesse ablaufen. Eine Schwäche dieser Kausalmodelle ist die Diskrepanz zwischen dieser Bezeichnung und der Tatsache, daß es sich um statische Modelle handelt, obwohl Kausalität ja eigentlich nur dynamisch wirken kann.

4.3 Graphentheorie

Die Graphentheorie ist in sich ein mathematisches Gebiet, das in den dreißiger Jahren bekanntlich vom König in Budapest entwickelt wurde und dessen Anwendung über die Soziometrie und die Sozialpsychologie in die allgemeine Soziologie und ihre Formalisierung eingedrungen ist. Hier sind vor allem zwei Grundrichtungen der Forschung zu nennen.

1. Kognitive Dissonanztheorie
2. Soziometrische Anwendungen

Die kognitive Dissonanztheorie ist ein typisches Gebiet der Sozialpsychologie, die aber unmittelbare Bedeutung auch für die soziologische Forschung, die sich in letzter Zeit immer mehr auch kognitiven Prozessen zuwendet, hat. Die soziometrischen Anwendungen gehen davon aus, daß grundsätzlich die Beziehungen zwischen Personen in einer Gruppe als Matrix oder als Graph darstellbar sind. Die Anwendung elementarer matrixenalgebraischer Regeln, also Rechenoperationen, ermöglicht dann bereits eine Analyse dessen, was in Gruppen an primären, sekundären, tertiären usw. Beziehungen, also etwa Bekanntschaften oder Beliebtheiten oder Verhaßtheiten 1., 2. und 3. Grades vorliegt. Zu der Bezeichnung Soziometrie sei einschränkend gesagt, daß es sich hierbei nicht wie bei der Ökonometrie um einen umfassenden Versuch, alle sozialen Erscheinungen in meßbarer Form und in Modellform darzustellen, handelt, sondern um eine kleine Spezialrichtung innerhalb der soziologischen Forschung, die sich mit Mikrophänomenen der Soziologie und da auch nur mit ganz bestimmten Gruppenbeziehungen beschäftigt. Insofern ist "Soziometrie" im Vergleich zu anderen Wissenschaften vielleicht etwas irreführend. Liest

man die Zeitschrift "Sociometry", so findet man, daß ein großer Teil ihrer Artikel in Wirklichkeit Sozialpsychologie darstellt, so daß wiederum die Möglichkeit der Soziologie, Einzelwissenschaft auch als empirische Wissenschaft zu sein, in Frage gestellt wird.

4.4 Dynamische Modelle

Die Quellen dieser Modellvorstellungen und ihrer Elemente sind hier die Ökonometrie mit ihren makrodynamischen Modellen bereits seit den dreißiger Jahren, dann die Versicherungsstatistik, die Linguistik, wenn man den Ursprung der Markoffketten bedenkt, sowie einige andere Gebiete. Das erste Großgebiet sind die stochastischen Prozesse, das bisher im Deutschen nur in der Übersetzung von BARTHOLOMEW vorliegt: "Stochastische Modelle sozialer Prozesse". Hierbei geht es um Mobilitätsforschung. Im gewissen Sinne kann man hier schon von mathematischer Soziologie insofern reden, als die Datenprobleme hierbei etwas im Hintergrund stehen und auch rein theoretisch mit dem Experimentieren mit Formeln Aussagen gewonnen werden. So hat kürzlich der erwähnte BOUDON in einem Buch über soziale Mobilität (Mathematical Structures of Social Mobility, Elsevier 1973) theoretisch nachgewiesen, daß die Vergrößerung der Chancengleichheit im Bildungswesen nicht notwendig zu einer Verbesserung der ökonomischen Gleichheit, sondern sogar zum Gegenteil führen kann. Eine Kurzfassung dieses Gedankens findet man in der Zeitschrift "Quality and Quantity", die sich stark mit Themen der mathematischen Soziologie beschäftigt, und zwar im letzten Heft Nr. 8, 1974. Daß einfache stationäre Markoffketten mit Erfolg zur Analyse des Wählerverhaltens angewandt wurden und auch zu richtigen Prognosen geführt haben, sei hier nur am Rande erwähnt. Der Gebrauch, der von Markoffprozessen in der Marktforschung gemacht wird, zeigt auch, daß man mit verhältnismäßig einfachen Annahmen schon sehr gut über die Daten hinausgelangt und erfolgreich Verläufe extrapolieren kann. Es wird allerdings durchaus bestritten, daß es sich hierbei um echte Theorieformalisierung handle. Anders als in der Physik, wo Differentialgleichungen seit geraumer Zeit das Feld beherrschen, ist auf dem Gebiet der dynamischen Modelle in den Sozialwissenschaften die Differenzgleichung das beherrschende Modell. In einem kleinen Einführungsband über dynamische Modelle (Dyn. Mod. in der empirischen Sozialforschung, Stuttgart, 1973) habe ich daher der Darstellung von Differenzgleichungen besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Das Buch "Difference equations" von GOLDBERG aus dem Jahre 1958 enthält ebenfalls soziologische Anwendungsbeispiele, die natürlich auch auf einem sehr simplen Niveau bleiben. Daß man mittels einer Differenzgleichung zweiter Ordnung bereits Sinuskurven und Zeitverläufe in Form von gedämpften oder explodierenden Schwingungen erzeugen kann, war zwar für die Konjunkturforschung und insbesondere die Konjunkturtheorie recht interessant, hat aber für die sozialwissenschaftliche Forschung keine entsprechende Bedeutung.

Ein zweiter großer Bereich dynamischer Modellforschung könnte in den Simulationstechniken gesehen werden, die jetzt auch in der Makrosoziologie in wachsendem Maße Anwendung finden. Herr STREIT hatte bereits in der Diskussion darauf hingewiesen, daß Simulationsmodelle auch für den Physiker besonders einleuchtend und leichter zugänglich seien und er sich daher für diese Art der Modellbildung besonders interessiere. Wie weit man nun die Weltmodelle (wie z. B. im Meadows-Report dargestellt) und diese

Simulationen selbst als mathematische Techniken oder als mathematische Modelle für soziologische Theorien ansehen will, muß offen bleiben. Mindestens ist klar, daß es sich oft einfach um ein Nachmachen von Rechenprozessen handelt, darüber hinaus aber auch keineswegs eine Beschränkung auf Soziologie vorliegt, sondern ökonomische, ökologische, biologische, geologische und sonstige Fakten und Daten in diese Simulationsmodelle Eingang finden. Simulationsmodelle mikrosoziologischer Art finden wir häufig bei Verhandlungsspielen wie sie in der "management science" üblich geworden sind. Insbesondere auch die Bevölkerungswissenschaftler arbeiten gerne mit diesem Verfahren, um durch die Wiederholung in bestimmten Zyklen Bevölkerungsentwicklungen, Reproduktionsverläufe und Restriktionen, die der Bevölkerungsentwicklung entgegenstehen, vorausszusehen und numerisch beschreiben zu können. Ein Hinderungsgrund für die weitere Entwicklung oder Anwendung vorhandener dynamischer Modelle liegt in dem unterentwickelten Stand der dynamischen soziologischen Theorie. Zwar hat es immer ein evolutorisches Denken und Analogien der Evolutionstheorie aus der Biologie auf soziologische und gesellschaftliche Überlegungen gegeben; diese sind aber nicht so präzise formuliert, daß man sie unmittelbar mit Daten konfrontieren oder in eine Form bringen könnte, daß diese Datenkonfrontation möglich wird. Die Philosophie der Zeit steht noch im Vordergrund der Betrachtungen, worauf ich am Anfang hingewiesen habe.

4.5 Entscheidungsmodelle

Hier ist die Quelle wieder die ökonomische Wissenschaft, vor allem die Mikroökonomie und das "operations research". Die Soziologie hat trotz ihrem starken Hang, auch individuelles Verhalten zu erklären, z. B. wie der Einzelne Normen der gesamten Gesellschaft in sich aufnimmt, trotz ihrer Nähe zu vielen sozialpsychologischen Forschungen kaum etwas zur Entscheidungstheorie beigetragen. Sie hat keine der vielen Modelle, die wir in den anderen Fachdisziplinen finden, bisher auch nur wirkungsvoll angewandt. Dies gilt für den Bereich der Spieltheorie, der kollektiven Entscheidungen und der Denkmodelle, die hinter diesen z. T. formalisierten Theorien stehen. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, möchte ich hier HARSANYI und SELTEN, sowie auch SHUBIK, SCHELLING und einige andere Autoren, von denen einige Arbeiten in dem bekannten Buch von SHUBIK zusammengefaßt sind, erwähnen. Die Übertragung zunächst von Zwei-Personen-Spielen auf internationale Konflikte, dann die erweiterte Anwendung auf andere soziologische Konflikte bzw. Konflikte, die die Soziologie zum zentralen Gegenstand hat, überhaupt steckt noch ganz in den Anfängen. So ist das Gebiet der Verhandlungsspiele, der Versuch, Koalitionsbildungen innerhalb solcher Spielsituationen vorausszusagen und auch experimentell zu behandeln, sehr vielversprechend, wird aber von sehr wenigen betrieben.

Die statistische Entscheidungstheorie selbst wird von den Soziologen nur zum ganz geringen Teil und auch nur insofern zur Kenntnis genommen, als es um statistische Anwendungen etwa in der statistischen Testtheorie geht. Hier geht es also nicht darum, das Entscheidungsverhalten von Gesellschaftsteilnehmern selbst zu formalisieren und analysierbar zu machen, sondern einfach um die Anwendung entscheidungstheoretischer Konzepte zu einfachen Zwecken der empirischen Sozialforschung. Der heroische Versuch der Fakultät für Soziologie in Bielefeld, mit einem Fach "sozialwissenschaftliche Planungs- und Entschei-

dungstheorie" den Soziologen selbst ein modernes Rüstzeug in die Hand zu geben, um Möglichkeiten, die aus der allgemeinen Soziologie erwachsen, in die Praxis umzusetzen, um sie vor allem in Berufen, die mit Planung zusammenhängen, wirkungsvoll einzusetzen, steckt doch ganz in den Anfängen und verdient die intelligente Unterstützung aller derer, denen die Anwendung der Mathematik und die Pflege ihrer Erweiterungsmöglichkeit auch in praktischen Berufsfeldern am Herzen liegt.

Kommunikationsprobleme zwischen Soziologen und Mathematikern

Es ist klar, daß sich die Mathematisierung der Sozialwissenschaften, aber auch einiger Nachbarwissenschaften nur weiter entwickeln kann und auch das nur in vernünftiger Weise, wenn die Kommunikationssperren, die jetzt zwischen Mathematikern und Sozialwissenschaftlern liegen, beseitigt oder wenigstens verkleinert werden.

5. Probleme der Kommunikation zwischen Mathematikern und Soziologen

Die allgemeine Klage darüber, daß die Kommunikation zwischen den Menschen gestört sei, insbesondere auch der Dialog oder das sogenannte "echte Gespräch" nicht mehr richtig stattfände, ist eigentlich eine neue Erscheinung. In theologischen, philosophischen, therapeutischen und auch soziologischen Diskussionen, Tagungen und in einer sehr allgemein gehaltenen Literatur wird immer wieder dieser Defekt des modernen Lebens besonders hervorgehoben. Einige Philosophen (im weitesten Sinne) haben sich geradezu darauf spezialisiert, diesen Mißstand der gestörten Kommunikation und darüber hinaus der gestörten Beziehungen zu dem einzelnen Menschen zum diagnostischen Angelpunkt einer Theorie unseres Zeitalters zu machen. Eine intensive Auseinandersetzung mit dem Verhältnis von Dialog und Monolog begann bei den Prager Formalisten mit MUKÁROVSKY der in seinen Studien über den Dialog den Soziologen TARDE und den Linguisten JAKOBINSKI analysiert. Mir scheinen die hier vorhandenen Phänomene der Verschränkung von Dialog und Monolog für das Kommunikationsverhalten von Wissenschaftlern überhaupt, ganz besonders über die Probleme, die zwischen Mathematikern und anderen Wissenschaftlern auftreten, einschlägig zu sein. Das Miteinander-Reden wird in der sogenannten Krise des Dialogs sehr oft zu einem Gegeneinander - oder Aneinander-Vorbei-Reden. Dies wird von den Kommunikanten aber meist geleugnet. Sie beschuldigen sich gegenseitig, jeweils an dem anderen vorbeizureden, ohne die Relativität des "Vorbei" und des "Aneinander" selbst klar im Blick zu haben. Ob eine These, die gelegentlich in der Verhaltensforschung auftritt, stimmt, daß es beim Dialog eigentlich um ein Imponiergehabe von zwei Personen gehe, will ich dahingestellt sein lassen.

Ein Zitat von TARDE, das bei MUKÁROVSKY angegeben ist, möchte ich in diesem Sinne erwähnen. Er sagt: "Das Gefallen an Streitigkeiten entspricht dem kindlichen Instinkt, der mit dem bei allen Jungtieren sich äußernden Instinkt identisch ist. Doch verringert sich der Anteil des Streitens am Gespräch mit dem Reifwerden." TARDE würde also wahrscheinlich jetzt empfehlen müssen, daß nur alte Mathematiker mit älteren Soziologen zu sprechen haben, damit der Streit über die Verständigungsprobleme selber und auch über den

Gegenstand aufhört. Ich werde auf die Probleme des Dialogs und der Pathologie der Kommunikation zwischen Mathematikern und Soziologen zurückkommen und möchte zunächst ganz schlicht die soziologiseitigen Hindernisse und dann die mathematikseitigen hier kurz skizzieren.

5.1 Soziologiseitige Hindernisse

Die relative Gesprächsunfähigkeit und Kooperationsunfähigkeit der Soziologie scheint mir in dreierlei zu liegen:

1. Ihrer krisenähnlichen Situation
2. Im Synkretismus ihrer Fachsprachen
3. In einem gewissen Antiscientismus und Antirationalismus, der in der neueren Soziologie Eingang gefunden hat

5.1.1 Die krisenähnliche Situation

Ein je länger je weniger bewältigter Komplex innerhalb der Sozial- und Politikwissenschaften ist die unausgestandene Werturteils- und neuerdings Relevanzdebatte, die nicht nur im Zusammenhang mit der Debatte über den Neomarxismus und innerhalb des Neomarxismus steht. Für die positiven Wissenschaften ist irritierend, daß in der Soziologie überhaupt die Frage gestellt wird, ob man wertende Aussagen zu machen habe oder lediglich Tatsachenfeststellungen und Beschreibungen zu liefern habe. Noch irritierender muß es sein, daß die Frage der praktischen Relevanz sich bis in die Methodendiskussion hinein fortgepflanzt hat. Wenn man das Prinzip der "Partinost", der Parteilichkeit im Sinne LENINs so interpretiert, daß die Ziele des wissenschaftlichen, insbesondere auch des politologischen und soziologischen Forschens von einem politischen Ziel selbst her bestimmt zu sein haben und damit auch bestimmte Methoden, die sich auf Erfassung der gegenwärtigen Lage, also die Diagnose beziehen, sich diesem Ziel anzupassen haben, kommt man natürlich in eine Reihe von Erkenntnisschwierigkeiten.

Frage man einmal, unabhängig von der politischen und ideologischen Diskussion, woher eine Wissenschaft ihre Ziele, ihre erkenntnisleitenden Interessen bezieht, so kommt man auf Dinge, die Gunnar MYRDAL bereits 1932 in seinem Buch "The Political Element in the Development of Economic Doctrine" herausgebracht hat. Daß heute mit großem staatlichen Aufwand, jedenfalls noch in diesem Jahrhundert, über kosmologische Grundpositionen - man denke nur an das Schicksal der Molekulargenetik und der Relevanztheorien in der Sowjetunion in den letzten 50 Jahren - gerungen wird, muß nicht notwendig ein Zeichen dafür sein, daß die Wissenschaft selber in Frage steht. Möglicherweise handelt es sich hier um verschleierte Grundlagenkrisen, wie sie auch in der Mathematik aufgetreten sind; denn man darf nicht vergessen, daß auch die positiven Wissenschaften von der kosmologischen Spekulation herrühren. Die Frage, was ein Forscher bei einer bestimmten Forschung mit einem bestimmten Erkenntnisziel selbst wieder bezweckt, wird mindestens seit den Zeiten der Wissenssoziologie und Karl MANNHEIM mit Intensität bis in die siebziger Jahre hinein wieder und wieder gestellt. Der Ideologieverdacht sich streitender Parteien ist dabei durchaus gegenseitig. Die große Uneinheitlichkeit der Soziologie, ihres Wissenschaftscharakters, ihrer Erkenntnisziele ist dabei der Teil der Krise, der wohl dem nichtsoziologischen Gesprächspartner am meisten zu schaffen macht.

Ein zweiter Aspekt dieser Krise hängt mit der Rückbezüglichkeit, der Reflexivität soziologischer Aussagen selbst zusammen. Wie bei der sich selbst beeinflussenden Prognose, die der Soziologe Robert MERTON besonders hervorgehoben hat, geht es hier darum, daß gesellschaftliche Gesamtdiagnosen oder auch bestimmte Gesellschafts- oder Menschenbilder, wenn sie publiziert, ausgesprochen und zum Leitmotiv bestimmter Stimmungen gemacht werden, ihr Denken, ihre Attitüden und ihr Handeln zutiefst mitbestimmen. Dieser Effekt der Selbstaffektion tritt nun aber auch schon im Kleinen ein, etwa im Experiment oder in der Befragungssituation des feldforschenden Soziologen. Hier werden oft leichtfertige Analogien zur Unschärferelation von Werner HEISENBERG gebildet. Das einzig Gemeinsame hierbei ist aber, daß der messende und damit erkennende Zugriff das Objekt selber ändert und damit nicht mehr klar ist, ob alle Aspekte des Meßobjekts gleichzeitig erfaßt werden können, ob man insbesondere vorher genau festlegen kann, ob das Erkenntnisobjekt schon so existiert, wie man es zu messen hofft.

Die Psychologen und Linguisten werden über diese Darstellung lächeln und zumindest erkennen, daß es hier um Probleme geht, die bei ihnen auch schärfer und genauer analysiert werden. Dem positiv forschenden Humanwissenschaftler wird es befremdlich erscheinen, in diesem Phänomen der Selbstaffektion eine Krisenquelle für die Soziologie zu sehen. Er muß zu der Auffassung stehen, daß sich solche Probleme doch genau formulieren und auch lösen lassen. Daß dies möglicherweise geschieht, ist aber nicht allen Soziologen klar. Ich erwähne hier nur die Stichworte: "Pattern Recognition", Gehirnsimulation, Simulation von Bewußtsein überhaupt. Möglicherweise sind hier andere als Kontakte mit Mathematikern für die Soziologen heilsam.

Eine dritte Krisenquelle ist die unausgestandene Diskussion über die Bejahung von Konflikten im sozialen Geschehen an sich bzw. ihre Bekämpfung, d. h. der sogenannte Harmonismus gegenüber konfliktfreudigen Vorstellungen innerhalb der Soziologie. In dem Moment, wo man, wie etwa der Physiker SCHRÖDINGER, Bewußtsein und inneren Zwiespalt als notwendig zusammengehörig definiert oder im Gesellschaftlichen den Kampf und die Auseinandersetzung, sei es Klassenkampf, sei es eine andere Form der Konfliktwirklichkeit, als konstituierendes Element von Gesellschaft und von täglichem Leben überhaupt ansieht, kann man mit harmonistischen Vorstellungen, wie sie bei PARSONS und bei anderen Strukturfunctionalisten durchscheinen, nicht mehr viel anfangen. Umgekehrt werden diejenigen, die eine positive, einleuchtende und sozusagen tragikfreie Beschreibung und Theoretisierung sozialer Phänomene befürworten, in konfliktfreudigen Thesen entweder nur die persönlichen Probleme einzelner Soziologen oder doch eine gewisse Gedankenverwirrung zu sehen haben.

Mit der Frage des Harmonismus hängt zutiefst die Einstellung zur Kunst, insbesondere zum Poetischen und Musikalischen zusammen. Sieht man in der spontanen oder auch in der organisierten Kunst ein Therapeutikum, das die Gesellschaft funktionsfähig halten soll, Menschen beruhigen und zum Frieden bringen, so vertritt man sicher ein ganz anderes Konzept als ein Ästhetiker wie NIETZSCHE oder ein künstlerischer Praktiker wie PICASSO. Das gebrochene Verhältnis zum künstlerischen Ausdruck, zum Stil und zur Frage der spontanen Kreativität vieler Soziologen hängt sicher hiermit zusammen. Dies mindert natürlich auch seine Dialogfähigkeit mit dem Mathematiker. Meine vielleicht ganz und gar nicht repräsentative Beobachtung ist es, daß sich unter den Mathematikern und Naturwissenschaftlern mehr an künstlerischem Potential befindet als unter Sozialwissenschaftlern. Dies ist

aber einfach für die Flexibilität, für die Umgänglichkeit im Zwiegespräch und in der Situation der Kooperation etwas unbedingt Erforderliches.

5.1.2 Synkretismus der Fachsprachen

Da die Soziologie heute ein Konglomerat verschiedener Teildisziplinen und auch verschiedener geistesgeschichtlicher Strömungen darstellt, ist es kein Wunder, daß sich die uneinheitlichsten Elemente sprachlicher Art in ihr wiederfinden, nur scheinbar verbinden und zu großen Schwierigkeiten auch bei der innersoziologischen Verständigung führen. Das bezieht sich auf das Vokabular, auf den Satzbau und die Logik. Wie in die Werbesprache so ist auch in die Soziologensprache der Amerikanismus eingedrungen. Dazu kommen lateinische und griechische Sprachelemente, die im Zuge der Wiederaufnahme bestimmter geistiger Traditionen nun in die Soziologie Eingang finden.

Das einfache und viel strapazierte deutsche Wort "hinterfragen" stammt von dem Theologen Rudolf BULTMANN und ist eigentlich jetzt schon ein soziologisches Wort geworden. Das dahinterstehende kritische Programm, Texte des Neuen Testaments nicht einfach prima facie anzunehmen, sondern gemäß der formgeschichtlichen Methode die einzelnen Schichten der Gemeintheologien, die in die Redaktion und die Anfertigung der Texte Eingang gefunden haben, zu durchleuchten, um so auf die sprachlichen Herstellungsbedingungen genauer eingehen zu können, ist innerhalb der Soziologie mit dem Wort "hinterfragen" zu einem allgemeinen Kritizismus geworden, der sich natürlich auch gegen jeden Fachwissenschaftler richtet, der sagt: "Angenommen, daß". Verbieht man einem Mathematiker jede Annahme, jede Setzung, jede Prämisse, so kann er mit der Deduktion bekanntlich nicht beginnen. Die "Hinterfragung" zu einer totalen Strategie der Bestreitung des Gegenüber zu machen und eigentlich darin die Fortsetzung der Aufklärung zu sehen, wie es bei HABERMAS der Fall zu sein scheint, könnte oberflächlich gesehen zu einer erfreulichen Klärung der Grundlagenprobleme verschiedener Wissenschaften führen. Es könnte aber auch als kritizistische Manier jedem Gespräch den Boden entziehen. An dieser Vokabel "hinterfragen" kann man also erklären, welche Probleme bestimmte Wortfetischismen entweder verhüllen oder mit sich bringen. Ich habe, um auf diesen Sachverhalt hinzuweisen, mir angewöhnt, nur noch von "hinterzweifeln" und "hinterdenken" zu sprechen.

Ein noch größeres sprachliches Problem liegt linguistisch gesehen im Satzbau bei soziologischen Texten. Diese Frage hängt aber innerlich mit der Benutzung der Logik oder Außerachtlassung der Logik zusammen.

Herr KAMBARTEL hat einmal einen Vortrag mit der Analyse eines soziologischen Satzes begonnen und dabei festgestellt, daß daran alles so gut wie unklar war. Mir selbst ist oft unklar, ob eigentlich das Nichtverstehen eines Textes der Kampfsituation einer Auseinandersetzung mit einem wissenschaftlichen Gegner oder einem Nichtverstehen entspringt. Daß lange Sätze an sich, ob aus Kampfmotiven oder aus anderen so gebildet, schwerer verständlich sind, leuchtet unmittelbar ein und kann empirisch überprüft werden. Wilhelm FUCHS, der Plasmaphysiker aus Aachen, hat in einem populärwissenschaftlichen Buch mit dem Titel: "Nach allen Regeln der Kunst" die Länge von Sätzen und Wörtern verschiedener Autoren untersucht. Natürlich sind die Sätze der Philosophen am längsten. Das Problem beim Soziologen scheint mir aber nicht die Länge, sondern die Struktur der Sätze selber zu sein. Wenn der Soziologe sich damit verteidigt, sein Erkenntnisstand sei eben von der Art, daß er nur in dieser Art von Satzschrauben darstellbar sei, so

schaltet er sich damit eigentlich aus dem Gespräch mit anderen Wissenschaftlern aus. Die Tatsache, daß er sich sprachlich mit dem anderen darüber einigen muß, welche Sprachform nun Verwendung finden soll, dürfte es ihm außerordentlich erschweren, sich überhaupt bei anderen Fachwissenschaftlern darin durchzusetzen, daß dieser zugibt, seine Sätze seien auch verständlich.

Die allgemeine Verteidigung der Soziologen, sie seien eben eine Einzelwissenschaft, sie hätten daher einen Anspruch auf ein esoterisches Vokabular, oder doch, es sei nicht zu vermeiden, daß sie ein solches haben wie alle anderen Einzelwissenschaften auch, dasselbe gälte auch für ihre anderen sprachlichen Formen wie den Satzbau, ist rein apologetischer Natur und nicht geeignet, offensiv in den Dialog mit den anderen Wissenschaften einzutreten. Natürlich gibt es klare Sätze über die Soziologie und auch über den Gegenstand der Soziologie. Sehr oft stammen diese aber von Nichtsoziologen, von Historikern und bisweilen sogar von Politikern. Der Soziologe wirkt nach meiner Erfahrung dann am klarsten, wenn er den Charakter der Soziologie als Einzelwissenschaft dahingestellt sein läßt und sich alltagssprachlich auszudrücken bestrebt ist. Es geht weit über die Kraft eines einzelnen oder auch einer ganzen soziologischen Fakultät hinaus, die babylonische Sprachverwirrung, die durch den Synkretismus der Fachsprachen infolge der Vermischung der Fächer in der Soziologie entstanden ist, wieder aufzuheben oder auch wesentlich zu mildern. Sicher ist es auch sehr schwer, jemanden oder ein ganzes Gremium zu überreden, hierin ihre Hauptaufgabe zu sehen.

5.1.3 Antiscientismus und Antirationalismus

Diese Bezeichnungen sind nun selbst nicht absolut wertfrei, und man könnte meine Äußerungen über die Kunst und die Kunstfeindlichkeit innerhalb der Soziologie selber als einen Antiscientismus bezeichnen. Daß ein Mißtrauen gegen die Vernunft, so wie es sich in diesem Jahrhundert dargestellt hat, keineswegs auf den Faschismus beschränkt ist, sondern unter allen politischen Systemen und in Verbindung mit fast allen Ideologien der Gegenwart auftritt, ist sicher kein Geheimnis. Die Hippiebewegung ist zwar historisch tot, setzt sich aber "inhaltlich" durchaus in zahlreichen neueren Strömungen, die durch die Ökologiekrise und die Art des Sprechens darüber verstärkt werden, durchaus weiter fort. Daß die Soziologie von einem gewissen Trend des Skeptizismus oder gar der Wissenschaftsfeindlichkeit mitergriffen ist, hängt natürlich mit ihrer großen ideologischen Gastfreundlichkeit zusammen. Eine wesentliche Komponente dieses Skeptizismus kann man auf die Formel bringen, daß die Soziologie Frankfurter Observanz eigentlich danach fragt, ob es erlaubt ist, den Menschen zum Erkennungsobjekt zu machen. Sie wird das zwar expressis verbis nie leugnen, aber, soweit sie Erkennen als Handeln, als handelnden Zugriff und damit mindestens als eine schwache Spielart der Manipulation sieht, muß sie den wissenschaftlichen Zugriff auf den Menschen selber als Manipulation empfinden und damit im Grunde ablehnen. Die Frankfurter Schule und ihre Nachläufer geraten damit in das Dilemma, daß sie einerseits dem Menschen die Therapie des "Hinterfragens", des Bezweifeln der Grundlagen seines Denkens, seines Selbstverständnisses zum therapeutischen Programm erheben, andererseits aber meinen, wissenschaftlich dürfe der Mensch nicht bis auf den Grund durchbohrt und analysiert werden.

Nun einfach zu sagen, das sei eben ein ethisches Problem, das es immer in der Wissenschaft gegeben habe, scheint mir die Sache zu stark zu vereinfachen. Dahinter steht wahrscheinlich das Problem, wieviel Erkenntnis der

Mensch über sich selbst aushalten kann. Ob man die Natur des Menschen als undurchdringlich oder als besonders leicht zerstörbar empfindet, jedesmal läuft diese Ansicht auf eine Art anthropologischen Irrationalismus hinaus, der bei verschiedenen soziologischen Autoren Eingang gefunden hat, wenn auch nicht in dieser schlichten umgangssprachlichen Form, in der ich es hier vortrage. Daß Denker wie HAMANN, HEIDEGGER und KLEIST, um nur ganz wenige zu nennen, diese Probleme längst artikuliert und durchschaut haben, sei hier nur am Rande vermerkt. Das Wesentliche scheint mir zu sein, daß viele Soziologen die gedanklichen Bemühungen der Sprachphilosophen und Naturphilosophen früherer Jahrhunderte so wenig ernst nehmen, daß sie GOFFMANN immer noch für originell halten. Daraus schließen sie dann, daß sie Erkenntnisse haben, die dem Geistesgeschichtler, dem Linguisten und dem Philosophen nicht unmittelbar zu Gebote stehen, und daran krankt dann ihr Kommunikationsverhalten gegenüber diesen Wissenschaften. Nach diesem Muster scheitern auch viele Kommunikationen mit Mathematikern.

5.2 Mathematikseitige Hindernisse

Die Kommunikationsschwierigkeiten zwischen Mathematikern und Soziologen können natürlich nicht nur an den Soziologen liegen. Wenn ich jetzt als Nicht-mathematiker etwas zu den Schwierigkeiten auf seiten der Mathematiker sage, so ist das alles natürlich cum grano salis zu verstehen. Mir scheinen die Sperren auf zwei Gebieten zu liegen. Einmal hängen sie mit der sogenannten Grundlagenkrise der Mathematik und ihren Behebungsversuchen zusammen, zum anderen mit der traditionellen Physiknähe der Mathematiker.

5.2.1 Die sogenannte Grundlagenkrise und ihre Behebungsversuche

Über die sogenannte Krise möchte ich mich hier nicht äußern, nicht nur, weil ich davon wenig verstehe, sondern auch darum, weil es ein Krisengerede in allen Wissenschaften gibt, wovon wahrscheinlich auch die Mathematik nicht verschont geblieben ist. Daß die Hauptarbeit der Mathematiker heute im Tieferlegen der Fundamente besteht, scheint jedenfalls der Eindruck für den Außenstehenden zu sein. Daraus folgt dann eine geringere Begeisterung für Algorithmen, wie sie früher die Mathematik ausgezeichnet hat, und das hat wieder Konsequenzen für die akademischen Karrierechancen. Man kann mit einer Arbeit über angewandte Mathematik kaum promovieren, geschweige denn sich habilitieren. Das bedeutet wahrscheinlich, daß Anwender den akademischen Bereich früh verlassen, daß davon die Lehre mitgeformt und mitbestimmt wird, die in der Mathematik die herrschende Form ist, d. h., es geht also um strukturelle Mathematik, um fundamentale Fragen, und die Anwendungen treten ganz in den Hintergrund, wenn sie nicht überhaupt von der Bildfläche der Lehre ganz verschwinden. Wir haben diese Fragen bereits mit Mathematikern des öfteren diskutiert, und an diesem Bild scheint jedenfalls nicht alles falsch zu sein.

Das führt zu dem praktischen Problem für den Soziologen und auch für andere Wissenschaftler, vor allem für die Geisteswissenschaftler und die Naturwissenschaftler, wer die Ansprechpersonen nun eigentlich sein sollen bei den Mathematikern. (Jüngere Leute, die mit einem Bein im "operations research" stehen, Assistenten, die sich aus irgendwelchen biographischen Zufällen heraus für Aspekte der angewandten Mathematik interessieren, Leute des zweiten Bildungsweges oder Ingenieure, die nachträglich in die Mathematik

hereinkommen, nachdem sie bereits massiv "gesündigt" haben, indem sie Mathematik angewandt haben, die sie selbst nicht mathematisch beherrschten usw.) Die Schwierigkeit, daß dann die Dinge, die der angewandte Nichtmathematiker an die Mathematik heranträgt, dem Fachmathematiker zu langweilig, zu trivial erscheinen, wirkt dann auch noch abschreckend.

Auf jeden Fall kann sich das Bindemittel kontinuierlicher Geselligkeiten nicht herausbilden, wenn man diese Art von Zusammenkünften einmal positiv sieht, nämlich als Chance, daß je nach Ermüdungsgrad, je nach Interessengebiet der daran Teilnehmenden doch von Zeit zu Zeit etwas zum Diskussionsthema wird, was man nicht systematisch in ein Programm oder in einen Plan eingebaut hat oder gar einbauen kann. Diese Beiläufigkeit von Diskussionen über angewandte Mathematik im Salonstil wird heute nicht sehr gerne gesehen, weil die Grundvorstellung, daß Wissenschaft inhaltlich planbar sei, als ein riesiger Aberglaube die gesamte Universitätswirklichkeit und zum Teil die bildungspolitische Wirklichkeit durchzieht. Ich erkläre mir den Tatbestand dieses Aberglaubens mit einem historischen Kenntnisverlust, also damit, daß man nicht mehr weiß, wie Wissenschaft faktisch tatsächlich empirisch geworden und entstanden ist.

Die meisten, die dann über Wissenschaftsplanung reden, haben auch selbst in keiner Einzelwissenschaft etwas zustandegebracht und sind für den einzelnen und spezialisierten Forscher überhaupt keine ernst zu nehmenden Gesprächspartner. Mit dieser Feststellung bahne ich die Herausstellung eines neuen Dilemmas an, nämlich, daß die Hochachtung, die der mathematische Einzelforscher und der Grundlagenforscher verdient, in einem Kontrast steht zu der Schwierigkeit, gerade mit ihm in ein Gespräch über Anwendungen der Mathematik zu kommen. Am liebsten würde ich für eine Reihe gutmeinender Kollegen Mathematikstipendien beantragen, so daß die Forschungsjahre zusammengelegt zu 2 oder 3 Jahren darauf verwandt würden, daß wir gründliche Kenntnisse darüber, was der Mathematiker heute treibt, soweit erwerben, wie man das neben anderen Nachholverpflichtungen überhaupt noch kann, damit wir uns dann auch als etwas lohnendere Gesprächspartner erweisen können. Dies schiene mir ein besserer und konkreter Beitrag zur Frage der Mathematisierung zu sein als ein allgemeines Gerede darüber, ob man quantifizieren soll oder nicht, und was eigentlich strukturelle Mathematik sei.

5.2.2 Traditionelle Physiknähe der Mathematik

Das zweite Gebiet, wo ich mathematikseitige Hindernisse bei der Kommunikation sehe, hängt also mit der traditionellen Physiknähe oder der Nähe zu den sogenannten exakten Naturwissenschaften zusammen. Es handelt sich hier um ein zeitliches Auseinanderfallen der Mathematikentwicklung, die diese heutige Physik ermöglicht hat, und der neuen Mathematik, die sich nicht so unmittelbar und in großen Teilen überhaupt nicht auf das bezieht, was in den heutigen Naturwissenschaften betrieben wird. Die Kalküle, die der Soziologe nun übernimmt, stammen aus der alten Mathematik und damit aus den Anwendungsbereichen, die in der Physik oder in den Naturwissenschaften prominent geworden sind. Daß er damit, ob er will oder nicht, auch Denkvorstellungen und Modelle, Deutungsmuster der Naturwissenschaften in die Sozialwissenschaften zurück überträgt, wird ihm nur zum geringen Teil bewußt. Ein Kommunikationshemmnis liegt also sicher darin, daß der Soziologe den Mathematiker anspricht, aber ihn gar nicht meint, sondern er meint den Physiker. So würde er sich mit dem Physiker über zahlreiche Modelle, wir hatten bereits das Beispiel der Simulationen, leicht verständigen können,

weil der Physiker es mit den Modellvorstellungen und den traditionellen Mathematikanwendungen zu tun hat, die - wenn auch nur schattenrößartig - gerade bei den Soziologen erstmalig bekannt werden. Man könnte sagen, so wie HEGEL in seiner Logik die Infinitesimalrechnung mißverstanden, so ziehen heute einige ältere Algorithmen der Mathematik verspätet in die Soziologie ein und werden mißverstanden.

Aus der traditionellen Physiknähe der Mathematiker folgt noch, daß es eine entsprechende traditionelle Entfernung von den Sozialwissenschaften gibt, so daß heute das zuerst von der Soziologie an den Mathematiker als einen soziologischen Laien herantritt, was man sehr bössartig als Boulevardsoziologie bezeichnen könnte. Davon werden auch die anderen Wissenschaftler nicht verschont, ich will jetzt nicht von Medizinern und Juristen sprechen, obwohl ich daran denke. Aus der Tradition und dem Renommee der Germanistik heraus kann man die selbstbewußte Vorlesungstitulatur "Deutsch für Soziologen" (was vom Sprachlabor angeboten wird) durchaus günstig beurteilen. Im Vergleich dazu ist es schwieriger, "Soziologie für Mathematiker" anzubieten. Was heißt überhaupt "für"? Mit den Präpositionen ist das schon so eine Sache. Selbst bei dem sehr guten doppelbändigen Werk von MÜLLER und KLIEMANN: "Logik und Mathematik für Sozialwissenschaftler" (UTB 208) kann man auch die Frage stellen, was hier "für" heißt. Es ist ein großer Unterschied, ob ein Mathematiker sozusagen zu seiner geistigen Fortbildung oder zu seiner Unterhaltung nach Feierabend ADORNO liest(oder auch andere, die weniger unterhaltsam sind) oder ob er sich wie Norbert WIENER mit einem Herzspezialisten bzw. mit einem Gehirnspezialisten unterhält und daraus Anregungen für seine Arbeit im Gebiet der angewandten Mathematik erhält.

5.3 Verschiedenes und gleiches Sozialverhalten von Mathematikern und Soziologen

Es gibt natürlich Kommunikationshindernisse, die nicht aufzuteilen sind und den Mathematikern oder den Soziologen in die Schuhe zu schieben sind. Erstens gibt es Geheimsprachen oder auf jeden Fall Geheimhaltungswirkungen der Ausdrucksweise beider Einzelwissenschaften, die, soziologisch gesehen, etwas mit der Machtfunktion von Geheimhaltung zu tun haben. Fachsprachen und Spezialisierung haben sicher nicht nur diese Funktion, sondern einen sehr guten Sinn für die interne Verständigung, sie wirken sich aber gewollt oder ungewollt gruppenbildend, gruppenstabilisierend und "numerus clausus-artig" aus. Das Überspringen dieser esoterischen Schranken wird von der eigenen Gruppe mit Ironie bedacht und von der Zielgruppe vielleicht auch mit Herablassung. Man braucht nämlich bei dieser Überschreitung eine dritte Sprache. Nimmt man dazu die Umgangssprache, so ist sofort der Wissenschaftscharakter nicht mehr manifest.

Zweitens haben wir es mit einem Asymmetriephänomen zu tun. Es ist leichter für einen Mathematiker in die Soziologie einzusteigen als umgekehrt. Wenn er aber in die Soziologie einsteigt, dann findet er dort Krise, Selbstzweifel und sprachliche Ungeklärtheiten, die ihm das Gebiet, wenn er sie mit z. B. logischen Mitteln oder mit Techniken der Präzision, wie er sie in der Mathematik gelernt hat, angeht, stärker fragwürdig machen, als es dem Soziologen selber erscheint. Die leichtere einseitige Zugänglichkeit der Soziologie von der Mathematik her, hängt auch mit dem Alter zusammen. Das beste Alter für Mathematik liegt 10 bis 20 Jahre früher als das beste Alter für Soziologie. Wer nicht von vorn herein mathematische Interessen

hatte, wird es als Soziologe Mitte der vierziger Jahre, wo er seine Akme erreicht, sehr schwer finden, noch in die Mathematik einzusteigen, und mein Stipendienantrag, den ich vorhin stellte, wird sicher auch zu nichts führen. Dem jungen Mathematiker, der genug intellektuelle Vitalität besitzt, um in die Soziologie noch nebenbei einzusteigen, etwa im Zweitstudium, möchte ich empfehlen, sich durch die traditionellen Selbstzweifel in der Soziologie nicht irre machen zu lassen, sondern selbst schöpferisch tätig zu werden, sowie er sich das erforderliche Grundwissen und Spezialwissen dazu angeeignet hat. Dabei sollte er sich nicht scheuen, problemorientiert und nicht disziplinorientiert zu denken, also die Grenze zwischen Ökonomie, Soziologie, Sozialpsychologie einfach zu mißachten und die Probleme mit dem Werkzeug und den Denkmodellen anzugehen, die ihm aus den verschiedenen Einzelwissenschaften geeignet zu sein scheinen. Die Pioniere der Statistik sind fast alle so vorgegangen.

Schließlich gibt es drittens noch Mißverständnisse auf beiden Seiten, die nun in dem Gespräch entweder Thema werden oder unterschwellig mitspielen oder zum Abbruch der Kommunikation führen. Die Mißverständnisse der Soziologie seitens des Mathematikers liegen erstens darin, daß er die Soziologie als eine Art Politik-Software ansieht, zweitens, daß er darin eine Art Therapiearsenal für persönliche oder für Gruppenprobleme sieht, und drittens, daß er sie für eine interessante Form von Belletristik und von höherer Unterhaltung ansieht. Positiv ausgedrückt, würde ich in der Soziologie eine Sammel- und Koordinationswissenschaft für verschiedene Humanwissenschaften sehen. In dieser Funktion ist sie aber noch nicht etabliert, und viele würden es ablehnen, sie so zu kennzeichnen.

Schließlich beruhen die Mißverständnisse, die beim Soziologen über die Mathematik vorliegen, darauf, daß der Soziologe nicht weiß, was reine Mathematik ist, was sie tut und was sie nicht tut. Weiterhin, daß er sich über den Charakter der mathematischen Statistik nicht im klaren ist und damit auch nicht klar sehen kann, was angewandte Statistik ist. Statistik ist für den Sozialwissenschaftler eine Hilfswissenschaft, tritt sie ihm aber im mathematischen Gewande entgegen, kriegt er einen großen Schreck und sieht hierin eine Art Hilfe oder einen Diener, der ihm über den Kopf gewachsen ist, dem er intellektuell gar nicht gewachsen ist. Das bezieht sich nicht nur auf die Wahrscheinlichkeitstheorie, sondern auch vor allem auf die statistische Entscheidungstheorie und viele andere Gebiete, die der Mathematiker durchaus als angewandte Statistik bezeichnen würde, die dem normalen Statistiker aber Bücher mit sieben Siegeln sind.

Dazu kommt noch das ganze Problem der unsauberen Daten und der sauberen Kalküle, also der statistischen Verfahren. Die statistische Methodenlehre wurde zunächst in der Nachkriegszeit nur an den ökonomischen Fakultäten gelehrt, wenn auch nur in sehr rudimentärer Form, was z. B. die Regressionsanalyse oder andere Formen der multivarianten Analyse angeht, die außerordentlich stiefmütterlich von den ökonomischen curricula behandelt worden sind. Später setzt dann eine Entwicklung ein (Ende der sechziger Jahre), wo Soziologen sich ihre eigenen Statistikkurse geben. Nun treffen sie auf die Statistik mathematischer Observanz bereits in den Lehrbüchern; sie stellen fest, daß man in Amerika da weiter ist, und wissen nun nicht genau, an welcher Stelle können sie nun Mathematiker da einsetzen, von Mathematikern etwas lernen, ihnen selbst Fragen stellen, mit ihnen auf diesem Gebiet kooperieren. Die unsauberen Daten, mit denen der Soziologe arbeiten muß, natürlich auch der Ökonom, machen es dem Mathematiker schwer, deren Probleme ernst zu

nehmen. Der Mathematiker fängt erst an zu denken, wenn ihm die Dinge, die ihm geliefert werden, die Problemstellungen und auch die Daten so sind, daß er auf die Bereinigung oder das Zurechtmachen der Daten selbst keine mathematischen Überlegungen mehr anwenden muß. Genau das kann und muß er aber. Dazu gibt es einschlägige Studien etwa im statistischen Bundesamt. Diese Probleme habe ich unter die Überschrift des verschiedenen und gleichen Sozialverhaltens gestellt und möchte das noch kurz erläutern.

Wenn man mit sozialwissenschaftlichen Daten, anders noch als der Historiker, also mit Interviews, mit Beobachtungsdaten, mit Experimentdaten zu tun hat, dann stellt sich heraus, daß im Sauberkeitsgrad dieser Daten, je nach dem, wie artifiziell, wie selbstgefertigt diese Daten sind, ein großer Unterschied in der Exaktheit, in der Aussagefähigkeit dieser Daten liegt. Wenn man individualpsychologisch argumentieren darf, so liegt hier eine starke Attraktion für einen anderen Persönlichkeitstyp vor als bei dem Mathematiker. Die alte Vorstellung, der Mathematiker sei introvertiert, zum großen Teil Einzelarbeiter, nicht unmittelbar interessant an Dingen der äußeren Welt (vom Persönlichkeitstyp her), ist sicher nicht ganz falsch. Ich selber habe keine klaren Auskünfte darüber erhalten können, ob man eigentlich wirklich in Gruppen, in Kollektiven, elegantere Beweise finden kann als als Einzelner und was so etwas wie mathematisches Verständnis im einzelnen Kopf eigentlich ist.

Nehmen wir also an, es gäbe diese Persönlichkeitsunterschiede, dann ist es klar, daß sich das auch im Sozialverhalten niederschlagen muß. Die Formen, in denen dann Soziologen einerseits und Mathematiker andererseits zusammenarbeiten oder nebeneinander herarbeiten oder auch gegeneinander arbeiten, leiten sich natürlich nicht nur daraus, sondern auch aus den Organisationsformen ab, die sich in den einzelnen Wissenschaften und auf Grund auch dieser Probleme, die ich eben nannte, eingestellt haben.

Ein gewisses Defizit in der Universität liegt auch darin, daß es in ihr keine Tradition der Kommunikation über angewandte Mathematik angesichts der neuen Entwicklungen außerhalb der Universität gibt. Dagegen dringen durchaus Verfahren und andere Anwendungen von außerhalb der Universität in diese ein (teils über Computerprogramm-Pakete), und die Frage ist, ob diese nicht mehr ein Hindernis bei kreativen und sachgemäßen Lösungen darstellen als Hilfen. Ich könnte mir denken, daß ein Teil der Misere und der mangelhaften Kommunikation behoben wird, wenn man an ganz bestimmte gemeinsame Projekte herantritt. Ein Projektvorschlag beträfe hier die Kritik von "Software-Paketen", soweit sie mathematisch-statistische Probleme enthalten, die der Soziologe alleine nicht durchschauen kann. Selbstverständlich sollte diese Kritik eine konstruktive Tendenz haben, d.h. Entwicklung besserer, flexiblerer Programme und Entwicklung von Verständnis dafür, welche Pakete man nun für welche Probleme anwenden kann, welche man lieber meiden sollte und wann es die Mühe lohnt, sich selber etwas einfallen zu lassen.

Zum Schluß noch eine Bemerkung zur Didaktik der Curriculaentwicklung, der post-graduate Programme, der Propädeutik für Sozialwissenschaftler (einschließlich Ökonomen und Psychologen). Es scheint mir sehr wichtig, daß man, anstatt nur von Hochschuldidaktik zu reden, einmal daran denkt, Erwachsenenbildung und Kontaktstudien für in der Lehre Befindliche auf anderen als ihren Spezialgebieten anzubieten. Das gilt ganz allgemein und besonders eben auch für mathematische Unterrichtung, aber auch für die Anwendung der Mathematik in den Nebenfächern. Ich meine, daß es wichtig ist,

daß Dozenten der Soziologie erfahren, wie ein Physiker denkt, wie er zu einer Tatsachenbehauptung kommt, wie er diese überprüft, wie er darauf kommt, bestimmte Modelle anzusetzen, um einen Sachverhalt zu beschreiben, wie er Entdeckungen macht, was für ihn überhaupt einen Beweis konstituiert. Für die sogenannten Systemtheoretiker und den Soziologen wäre es von immensem Vorteil, wenn sie sich nicht nur einmal intensiv mit einem Biologen, mit einem Genetiker, mit einem Evolutionstheoretiker unterhielten, sondern wenn sie ein Fragenprogramm entwickelten, um dieses den Anwendern von Modellen in diesen biologischen Wissenschaften vorzulegen.

Umgekehrt würde ich mir von einer Intensivbefragung der Soziologen durch Naturwissenschaftler eine ungeheure Bereicherung der Soziologie auch in methodologischer Hinsicht versprechen, und ich glaube, daß dies auch eine Voraussetzung dafür ist, daß man wirklich multidisziplinär über Mathematisierung sprechen kann. Nur so scheint mir auch die Utopie konkret werden zu können, später einmal an gemeinsamen Projekten zur Förderung aller Wissenschaften gemeinsam arbeiten zu können. Solche konkreten und Einzelbefunde von Einzelwissenschaften in der Zusammenarbeit interdisziplinärer Art nicht zu vernachlässigen, scheint mir die Voraussetzung für eine Curriculumentwicklung für angewandte Mathematik in weitestem Sinne zu sein. Möglicherweise lösen sich viele der von mir nur locker formulierten und skizzenhaft angesprochenen Probleme der Verständigung zwischen Mathematikern und Soziologen bei einer solchen konkreten Arbeit ganz von selbst.

Ergänzende Bemerkungen Niklas Luhmann

Aus einem Briefwechsel mit dem Geschäftsführer des Forschungsschwerpunktes "Mathematisierung der Einzelwissenschaften" der Universität Bielefeld

Herr Harder hat in seinem Vortrag einen globalen Überblick über die "Infrastruktur" möglicher Beziehungen zwischen Mathematik und Soziologie gegeben. Ich selbst bin nicht kompetent genug, um zu prüfen, wie weit das, was Herr Harder ausgeführt hat, für die Leitfrage der möglichen Beziehungen zwischen beiden Fächern im einzelnen relevant ist. Die Frage ist vielleicht zu breit gestellt, um hinreichende Struktur zu geben für mögliche Antworten. Als Alternative dazu könnte man überlegen, von besonderen Problemen auszugehen, die sich in der soziologischen Theorieentwicklung ergeben haben oder ergeben könnten, und von dort aus Fragen an die Mathematik zu stellen. Da Mathematiker nach meinen Erfahrungen häufig mutiger und phantasievoller sind als Logiker, könnten dies ruhig Probleme sein, in denen erkennbare logische Schwierigkeiten auftauchen.

Leider bin ich weder in der Logik noch in der Mathematik kompetent genug, um solche Fragen unter Einschätzung der Antwortkapazität auf seiten der Mathematik formulieren zu können. Ich möchte nur zur Verdeutlichung dessen, was ich meine, die folgenden Beispiele nennen:

1. Stichwort Kontingenzverringering durch Relationierung

Ich gehe aus von der scholastischen Annahme "ex multis contingentibus non potest fieri unum necessarium". Man könnte auch sagen: Aus Unsicherem kann nichts Sicheres entstehen, aus Fließendem nichts Festes usw.. Ich habe bestimmte theoretische Interessen, in deren Verfolgung ich diese These umkehren muß. Diese Absicht führt zu der Annahme, daß hohe Kontingenz (= Möglichkeit, andere Zustände anzunehmen) von Elementen sich verringert, wenn sie miteinander relationiert werden.

Beispiel: Mit einem Draht kann man viel anfangen; wenn er in eine Klingel eingebaut ist, kann man damit nur noch klingeln. Diese These der Kontingenzverringering durch Relationierung wird wichtig für die Systemtheorie. Diese geht davon aus, daß mindestens zwei Subjekte, Ego und Alter, beide ihre eigene Kontingenz und die des anderen wahrnehmen und aufeinander beziehen. Das kann nur durch Verringerung der Kontingenz geschehen, durch Einschränkung möglichen Erlebens und Handelns. Dadurch bildet sich ein System mit Grenzen gegenüber der Umwelt. - Dieses Konzept läßt sich dynamisieren mit dem Gedanken, daß die Zulassung von Kontingenz in den Elementen, hier also die Freiheit von Ego und Alter, gesteigert werden kann, wenn die Möglichkeiten der Relationierung mit hoher Kontingenz kompatibel sind. Sie werden Zusammenhänge mit der kantischen Theorie der Moral, mit der Geldtheorie usw. erkennen. Schließlich soll auf all das noch eine Theorie der Rationalität aufgesetzt werden, die Rationalität ausdrücken möchte durch die Zahl der Beschränkungen (im Entscheidungsprozeß: Werte und Interessen), die ein System relationierter Kontingenzen aufnehmen kann. Dies wiederum hängt mit einem spezifischen, an HUSSERL lose anschließenden Begriff von Technik zusammen. Da all dies ausgeht von dem Grundgedanken der Kontingenzverringering durch Relationierung, wäre es wichtig zu wissen, ob die Mathematik entsprechende Überlegungen kennt oder ausarbeiten könnte. Dabei käme es nicht so sehr darauf an, daß man den Gedanken in der Sprache der X und Y an die Tafel schreiben kann, sondern mehr darauf, ob die Mathematik einschränkende Bedingungen der Möglichkeit beisteuern kann, die dem zunächst nur intuitiv gewonnenen Gedanken präzisere Konturen verleihen und die daran angehängten Überlegungen straffen, inspirieren und kontrollieren könnten. Mich interessieren in diesen Abstraktionsgraden also weniger Formalisierungen und Kalkülisierungen als vielmehr Eliminierungseffekte, die man aus einer strengeren Fassung des Grundgedankens gewinnen könnte.

2. Stichwort Autokatalyse, Selbstselektion

Ich denke hier an die Tatsache, daß die Gesellschaft konditionierte Möglichkeiten der Systembildung bereitstellt, die, wenn immer geeignete Bedingungen vorliegen, zur Systembildung führen, zum Beginn einer Systemgeschichte, die dann Schritt für Schritt strukturelle Voraussetzungen für anspruchsvollere System/Umwelt-Beziehungen aufbaut.

Beispiel: Das literarische Klischee der romantischen Liebe, das sozusagen als Vorschrift und als Anlaufhilfe für die Rekrutierung von Partnern für Intimbeziehungen und für die Entwicklung eines entsprechenden Sozialsystems dient - eines Systems, das sich dann durch seine eigene Geschichte selbst stabilisiert oder selbst ruiniert. Auch hier wäre die Frage: Können mathematische Modelle uns Soziologen sensibilisieren für Probleme, auf die man beim Aufbau eines solchen Modells der Selbstselektion von Sozialsystemen besonders zu achten hat.

Ich denke auch hier zunächst einmal ganz bescheiden nicht an prognostische und testbare Modelle oder gar an Berechnungen, wie sie im Rahmen des Neodarwinismus angestellt worden sind, sondern zunächst nur an eine erste Anregung zum Gedankenaustausch, zum Beispiel an die Frage, wie die Form konditionierter Bereitschaft zum Systemaufbau zusammenhängt mit der Häufigkeit konditionierender Ereignisse, besonders welche Nebenbedingungen die Variation dieses Zusammenhanges steuern.

3. Stichwort Selbstorganisation von Systemen

Es scheint, daß die kybernetischen Modelle, die zu dieser Frage entworfen worden sind, ebenso wie zum Beispiel das organisationstheoretische Kontingenzmodell des Verhältnisses von System und Umwelt immer eine Entscheidung darüber voraussetzen, welche Variablen man als Abhängige und als Unabhängige ansehen will. Das befriedigt mich theoretisch nicht und ist auch unrealistisch in bezug auf die soziale Wirklichkeit. Vor allem stört mich die Tendenz, entweder die Umwelt oder das System als unabhängige Variable anzusehen und entsprechend entweder Anpassungsmodelle oder Einflußmodelle zu entwerfen. Faktisch muß man, besonders auf der Ebene der Gesellschaftsanalysen, davon ausgehen, daß die Anpassungsprobleme der Gesellschaft bestimmt sind durch ihr eigenes Auflösungsvermögen in bezug auf ihre Umwelt, und zwar sowohl in bezug auf die physische als auch in bezug auf die psychisch-personale Umwelt. Dies Auflösungsvermögen ist seinerseits aber wiederum keine unabhängige Variable, weil es von Strukturen (Technik, Wissenschaft, Arbeitsteilung usw.) abhängt, die ihrerseits immer schon Lösungen von Anpassungsproblemen in bezug auf die Umwelt sind. Hieraus ergibt sich die Frage: Weiß die Mathematik hier Rat, sei es, daß sie Modelle mit kompletter Interdependenz entwerfen kann; sei es, daß sie sich System/Umwelt-Modelle vorstellen kann, in denen sowohl im Systembereich als auch im Umweltbereich abhängige und unabhängige Variable vorkommen und außerdem die Stellung als abhängige bzw. unabhängige Variable ihrerseits abhängt von einer historisch gegebenen Ausgangslage der Beziehung zwischen System und Umwelt und mit dieser variiert?

4. Stichwort Komplexität

Mein Ausgangspunkt ist, daß der Begriff Komplexität die Einheit von Mannigfaltigkeiten bezeichnet. Ich setze als sicher voraus, daß man das Mannigfaltige nicht ohne Informationsverlust aggregieren kann. Ferner möchte ich mehrdimensionale Modelle von Komplexität bilden, sowohl in bezug auf Welt als auch in bezug auf Systeme. Ich brauche jeweils Angaben über die Elemente (die letzten Einheiten z. B. Ereignisse, Handlungen, Entscheidungen), und ich brauche Angaben über die Aggregationsweisen. In beiden Richtungen erfordern Operationalisierungen Spezifikationen, die dazu führen, daß mit Komplexität Unvergleichbares bezeichnet wird und daß es dann auch keinen präzisen Sinn mehr gibt, wenn man sagt, die Welt sei komplexer als jedes einzelne System. Diese Aussage brauche ich aber als Problemgesichtspunkt für funktionale Analysen. Das gleiche gilt für die Aussage: Mögliches ist komplexer als Wirkliches. Beide Aussagen halte ich für auf begrifflicher Ebene evident. Infolge der Schwierigkeiten mit dem Begriff der Komplexität läßt sich aber weder zeigen, daß es sich um Tautologien handelt, noch, daß sich forschungsmäßig brauchbare Analysen anschließen lassen.

Mir würde in diesem Zusammenhang daran liegen zu wissen, ob die Mathematik sich Möglichkeiten vorstellen kann, verschiedene Arten der Bestimmung von Elementen bzw. Aggregationsweisen von Komplexität ineinander zu überführen bzw. anzugeben, für welche Art von Argumenten man den Unterschied der Operationalisierungsweisen in diesen beiden Hinsichten ignorieren kann. Anders formuliert lautet die Frage: Eignet sich der Begriff der Komplexität a) zum Vergleich von System und Umwelt b) als Gleitschiene für das Auswechseln von Operationalisierungen verschiedener Art unter Rückhaltung eines Mindestmaßes an begrifflicher Konsistenz.

Ich stelle mir jetzt für die Zusammenarbeit zwischen Mathematikern und Soziologen folgendes Modell vor: Der Soziologe berichtet dem Mathematiker über die weichen Stellen in seiner Theorie, von denen er erkennen kann, daß größere Begriffsschärfe, größere Kontrollierbarkeit der Konsistenz und vor allem größere Eliminierungseffekte einen analytischen Gewinn erbringen würden. Der Mathematiker müßte dann prüfen, ob er zumindest Suchhinweise, wenn nicht gar Modelle oder Erfahrungen mit Modellkonstruktionen zur Verfügung stellen kann. Meine Befürchtung ist, daß genuin soziologische Theorieüberlegungen, die nicht vorweg im Blick auf mathematische Modelle oder statistische Methoden der Datenanalyse konzipiert sind, ihre Abstraktionsgewinne mit einer Unschärfe bezahlen müssen, die für den Mathematiker nichts mehr besagt.

Kuno Füssel:

Theologie

und

Mathematik

Hinweise und Postulate

1. Historischer Rückblick auf das Verhältnis von Theologie und Mathematik
2. Die wissenschaftstheoretische Standortbestimmung des Mathematisierungsproblems in der Theologie
3. Mathematisierung als Formalisierung theologischer Theoriesprache

1. Historischer Rückblick auf das Verhältnis von Theologie und Mathematik

1.1 Gegenwärtige Theologie als vorwiegend hermeneutisch-kritisch ausgerichtete Text- und Handlungswissenschaft tut sich vermutlich zunächst schwer, wenn sie die Frage beantworten soll, ob eine Mathematisierung der Theologie möglich ist. Bevor sie sich jedoch in die Gegenfrage rettet, was der Theologie eine Mathematisierung nützt, ist es angebracht, auf einige historische Brückenschläge einen Blick zu werfen und von dort aus die Frage mit neuem Mut anzugehen.

1.2 In den antiken Mythologien und Kosmogonien, wo anders als heute noch nicht die Signale die absolute Herrschaft über die Symbole angetreten hatten, haben Mathematik und Theologie noch denselben Objektbereich: Die von Zahlen und Zahlverhältnissen regierten räumlichen und zeitlichen Zyklen der Natur und die in sie eingelagerten qualifizierten Zeiträume. Homogenität und Harmonie bilden auch noch in der darauf folgenden Phase der Versöhnung von Mythos und Logos durch die platonische Philosophie die Basis der Übereinstimmung von geometrischem und göttlichem Geist.

1.3 Der große Theologe und Philosoph AUGUSTINUS (+430) hat aus der Arithmetik einen meist übersehenen Gottesbeweis zu gewinnen versucht. AUGUSTINUS geht dabei davon aus, daß die Behauptung "Es gibt einen Gott" bewiesen ist, wenn gezeigt werden kann, daß es ein x gibt, für welches gilt, daß zu ihm kein y existiert, welches erhabener ist als x . Er benutzt zur Beweisführung eine Axiomatisierung des Erhabenen und eine Annahme über die Wahrheit der Arithmetik (vgl. SCHOLZ 1961, 302-308).

1.4 Bei so unterschiedlich ausgerichteten Denkern wie Giambattista VICO und Galileo GALILEI in der frühen Neuzeit gilt die Mathematik als Ausdruck des gottanalogen Moments menschlicher Theoriebildung, insofern aufgrund einer operationalen Definition der mathematischen Erkenntnisleistung die mathematischen Gegenstände durch selbige nicht passiv abgebildet, sondern konstruktiv neu erstellt werden, so daß Schaffen und Erkennen wie bei Gott zusammenfallen. Die Vergöttlichung der mathematischen Erkenntnisgewißheit darf zwar nicht mit einer Mathematisierung des theologischen Denkens verwechselt werden, gibt aber trotzdem über eine weltbildbedingte Nähe Auskunft.

1.5 Von dem großen Algebraiker L. KRONECKER (+1891) wird der prägnante Satz überliefert: "Die natürlichen Zahlen (1, 2, 3 ...) hat der liebe Gott geschaffen; alles übrige ist Menschenwerk" (vgl. SCHOLZ 1961, 293). Wie so oft in der Geschichte des abendländischen Denkens dient auch hier die Berufung auf Gott der Unterstreichung der Unantastbarkeit der Arithmetik, die damit auch keiner Reduktion auf Logik bedarf, da ihre Fundamente ein Gottesgeschenk sind und daher nicht mehr tiefer gelegt werden können.

1. 6 Diese wissenschaftshistorisch rekonstruierbare Nähe von Mathematik und Theologie zeigt, daß beide sich in der Frage nach der eigentümlichen Faszination der formalen Symbolismen für die menschliche Erkenntnis treffen. Anerkennt man, daß Operationen und Strukturen den Schlüssel zu einer Antwort auf diese Frage bilden, dann ist die Hinwendung zur Mathematik bereits implizit vollzogen, denn die Operationen und Strukturen bilden die Domäne mathematischen Denkens.

2. Die wissenschaftstheoretische Standortbestimmung des Mathematisierungsproblems in der Theologie

2. 1 Nicht nur die Krise des spekulativen Denkens und ein methodischer Atheismus werden den heutigen Mathematiker hindern, zur Begründung seiner Erkenntnisgewißheit auf Gott zu verweisen, sondern es sprechen auch gute theologische Gründe dagegen, eine Synthese von Mathematik und Theologie über den Gottesbegriff zu versuchen. Da der Gottesbegriff zudem sowohl syntaktisch, semantisch und pragmatisch eine Sonderstellung unter den theologischen Grundbegriffen einnimmt, soll er bei den folgenden Betrachtungen ausgeklammert bleiben.

2. 2 Unter Mathematisierung der Theologie als Wissenschaft wird hier die Darstellung und Begründung ihrer Argumente und Theorien durch ein geeignetes formales System, welches mit Hilfe der Mathematik aufgebaut wird, verstanden. Formalisierung ist also nicht die punktuelle Abbildung der Begriffe, Relationen und Strukturen der Theologie auf solche der Mathematik. Dies ergibt sich als spezielle Konsequenz aus der allgemeinen Einsicht, daß es unmöglich ist, immer und in allen Stücken eindeutige Zuordnungen von Termen eines Kalküls zu Elementen der erfahrbaren Wirklichkeit vorzunehmen bzw. alle formalen Operationen je für sich empirisch zu interpretieren. Das formale System als Ganzes muß daher zu der nicht formalisierten Theorie als Ganzer in Beziehung gesetzt werden. In unserem Falle bildet die theologische Theorie eine Interpretation des formalen Systems. Die so geforderte Relation von Totalitäten läßt sich am besten als Verhältnis zwischen einem formalisierten Sprachsystem zu einer natürlichen Sprache darstellen.

Mathematisierung ist also keineswegs gleichbedeutend mit Metrisierung oder Aufbereitung und Bearbeitung des im jeweiligen Bereich anfallenden Datenmaterials.

2. 3 Geht man von der wissenschaftsorganisatorischen Einteilung der Theologie in vier Sektionen aus, dann teilen historische, exegetische und praktische Theologie die Mathematisierungsprobleme der ihnen verwandten Geschichtswissenschaft, Linguistik und Literaturwissenschaft, Religionssoziologie, Entscheidungstheorie usw. Dabei entstehen aber keine spezifisch theologischen, sondern allenfalls methodologisch importierte Mathematisierungsprobleme. Da in der systematischen Theologie die sprachanalytischen und wissenschaftstheoretischen Grundlagen der Theologie behandelt werden müssen,

kann hier der Standort des eigentlichen Mathematisierungsproblems gesehen werden. Die Verwendung der Sprache der Mathematik und der Logik zur Darstellung und Begründung theologischer Theorien setzt allerdings bei diesen eine klare Problemformulierung, exakte Begriffsbildung und einen hohen Grad der Konsistenz und Abstraktion voraus.

3. Mathematisierung als Formalisierung der theologischen Theoriesprache

3.1 Will systematische Theologie eine exakte Wissenschaftssprache aufbauen, was theoretisch wie praktisch sinnvoll ist, dann muß sie feststellen, ob es eine logisch mathematische Theorie gibt, innerhalb deren eine hinreichend reichhaltige Syntax und Semantik theologischen Redens entwickelt werden kann. Bei der Formalisierung einer theologischen Theorie, die nicht als äußerlicher wenn auch nützlicher Kunstgriff, sondern als legitimer Ort einer authentischen Manifestation des Theologischen anzusehen ist, ist ein doppeltes Postulat zu beachten: Einerseits sind die Einsichten und Differenzierungen der modernen Logik und Mathematik voll zu berücksichtigen, andererseits müssen bei der Formalisierung die als unvermeidlich und fruchtbar anerkannten Kategorien der Theologie (wie Glaube, Hoffnung, Liebe, Offenbarung, Auferstehung) bewahrt werden.

3.2 Werden diese beiden Teilforderungen als miteinander verträglich anerkannt, dann ist zunächst zu überlegen, welches formale System für die Theologie geeignet ist. Es kann als wahrscheinlich gelten, daß eine strenge Kalkülisierung theologischer Theorien nicht in Frage kommt, denn bei einem reinen Kalkül wird nicht nur von der inhaltlichen Bedeutung der Zeichen abstrahiert, sondern die im Kalkül erzeugten symbolischen Entitäten können nur solche Eigenschaften haben, die ihnen aus der Eigenart der gewählten Operationen zuwachsen können. Für die Theologie müßte daher die sehr weitgehende Forderung an einen Kalkül gestellt werden, daß nur Operationen durchgeführt werden dürfen, die im Kalkül genau die in der Realität vorgegebenen oder erwünschten Eigenschaften erzeugen. Als globale und eher durchführbare Alternative bietet sich ein semantisch-syntaktischer Sprachaufbau an. In der Regel bilden die Angaben der Tabelle der verwendeten Zeichen, der Formregeln zur Bildung der zulässigen Ausdrücke sowie der intensionalen Interpretationsregeln oder extensionalen Designationsregeln die ersten drei Schritte dieses Aufbaus (vgl. STEGMÜLLER 1968, 174-215). Darüber hinaus ist jedoch im Anschluß an A. TARSKI, R. CARNAP, D. DAVIDSON, R. MONTAGUE (vgl. SCHNELLE 1973, 168-264) als vierter Schritt die semantische Grundaufgabe der Definition des Begriffes des wahren Satzes und, darauf aufbauend, des Begriffes der logischen Folgerung, ohne den die Schlüsseligkeit der vorgetragenen Argumente nicht überprüft werden kann, zu bewältigen.

Bezüglich der Voraussetzungen und Konsequenzen eines solchen Aufbaus sind hier zwei Bemerkungen unerlässlich.

- a) Ein formales System dieser Art wird nicht nur durch exakte Regeln, sondern durch ein ganzes Bündel diesen vorausliegender Konventionen konstruiert. So ist es beispielsweise in der Arithmetik eine reine Konvention, ob zehn oder zwei Grundzeichen als Basis eingeführt werden.

Erst recht treten bei sprachlichen Systemen weiterreichende Konventionen in Kraft, was beim folgenden Hinweis auf die verschiedenen Logiksysteme noch deutlicher wird.

- b) Es ist ein gesichertes Ergebnis der formalen Semantik, daß für alle Sprachen, unabhängig davon, ob in ihnen die Ausdrücke in semantische Kategorien eingeteilt werden oder nicht, gilt, daß der Wahrheitsbegriff nur in einer Metasprache inhaltlich adäquat und formal korrekt definiert werden kann, welche wesentlich reichhaltiger ist als die betrachtete Objektsprache (vgl. STEGMÜLLER 1968, 88-98).

Diese Erkenntnis enthüllt gleichzeitig die charakteristische Unabschließbarkeit der formalen Systeme (vgl. LADIERER 1972, 27-78) und begrenzt so die Reichweite von Kalkülen, algorithmischen Entscheidungsverfahren und Widerspruchsfreiheitsbeweisen. Die unhintergehbare Existenz eines nicht formalisierbaren Restes darf jedoch nicht als Alibi dafür mißbraucht werden, die Fruchtbarkeit der Formalisierung in der Theologie generell zu bestreiten. Vielmehr sollte sie Quelle und Anreiz sein, neue Modelle zu erproben. Im folgenden soll daher von Theologie als unvollständigformalisiertem System, dem ein teilweise interpretierter Kalkül zugeordnet werden kann, ausgegangen werden. Für die Theologie folgt daraus sowohl, daß sie (weder) ihre Identität nicht vollständig durch ein formales System reproduzieren kann, als auch, daß sie bei der semantischen Interpretation eines Kalküls durch ein konkretes Modell die vorhandenen Freiheitsgrade in legitimer Weise im Sinne ihrer eigenen Denktradition ausnützen kann. Wie das näher aussieht, soll mit den folgenden Hinweisen skizzenhaft angedeutet werden.

3. 3 Ein erster interessanter Freiheitsgrad liegt in der Wahl der Basisontologie (vgl. STEGMÜLLER 1969, Einl.), durch die der Wertbereich der Variablen des zu konstruierenden Sprachsystems und damit der Operationsbereich der logischen Quantoren festgelegt wird. Läßt man nur Individuen, nicht aber auch Klassen von Individuen oder Klassen von Klassen als Elemente zu, dann kann das zwar Sprachwucherungen und überflüssige Differenzierungen vermeiden helfen, aber auch die Ausdrucksmöglichkeiten empfindlich einengen. Der Theologe wird sich dabei ein Interpretationsuniversum wählen, das möglichst viele seiner traditionellen Unterscheidungsmöglichkeiten zuläßt. Da die theologischen Grundbegriffe jedoch durchweg intensionale Begriffe oder Reflexionskategorien sind, können ihnen nicht unmittelbar Extensionen sondern bestenfalls Intensionen als Bedeutungen zugeordnet werden. Die Individuen und Entitäten des Interpretationsuniversums sind daher zweckmäßigerweise durch Mengen von Eigenschaften zu ersetzen, die genau für dieses Individuum oder diese Entität stehen. Dies erzwingt jedoch nicht nur die Anwendung höherer Systeme der formalen Logik (intensionale Logik zweiter Stufe) bei der Analyse theologischer Sätze (wie z. B. "Jesus ist von den Toten auferstanden"), sondern schafft auch ein Zuordnungssystem zwischen theologischen Konstrukten einerseits und Situationen, Handlungen, Ereignissen andererseits. Eine modifizierte Form der CARNAPschen Theorie der irreduziblen theoretischen Terme (vgl. CARNAP 1969, 225-270) und des triadischen Aufbaus einer umfassenden Wissenschaftssprache (Beobachtungssprache, Theoriesprache, Korrespondenzregeln)

kann hier bereits ein ganzes Stück weiterhelfen. Dabei ist jedoch für die Klärung der Bedeutungszuordnung die CARNAPsche Auffassung von Intensionen als extensionsbestimmenden Funktionen auf möglichen Welten nicht hinreichend, da theologische Begriffe immer auch spezifische Gebrauchskontexte als Referenzen bei sich haben. Es muß also zumindest mit geordneten Tripeln (Intension, Welt, Kontext) gerechnet werden. Je nachdem, in welche Parameter man die einzelnen Größen zerlegt, entstehen relativ schnell komplizierte Funktionen. Inwieweit dabei die Reduktion auf einfachere Formeln, etwa der Prädikatenlogik erster Stufe möglich ist, muß von Fall zu Fall entschieden werden.

Da in den theologischen Sätzen jedoch nicht allein die logischen Ausdrücke wesentlich vorkommen, sondern neue Ausdrücke wie Notwendigkeit, Möglichkeit, Glaube, Geoffenbartsein, Gebotensein, Erlaubtsein usw. ebenfalls wesentlich sind, müssen die Bedeutungspostulate für logische Ausdrücke durch solche für die erwähnten nichtlogischen Ausdrücke ergänzt werden. Dadurch entstehen über die formale Logik hinausführende Logiksysteme, die sich teilweise auffällig mit Überlegungen beschäftigen, die man früher im Rahmen der Metaphysik und spekulativen Theologie angestellt hat.

In der Modallogik (vgl. von WRIGHT 1967, 75-126) werden Bedeutungspostulate für die Modalbegriffe notwendig, möglich, unmöglich hinzugenommen. Die deontische Logik (vgl. von WRIGHT 1967, 58-74) untersucht die logischen Beziehungen zwischen normativen Sätzen, was besonders für die Moralthologie von großem Gewicht ist, da dort ja die Begriffe der Verpflichtung, des Erlaubtseins, des Verbotenseins eine zentrale Rolle spielen. Trotz der vielfältigen und konkurrierenden Angebote in den beiden genannten Sektoren könnte die Theologie meines Erachtens hier am schnellsten zu für sie folgenreichen Formalisierungen gelangen.

Zu den für die Theologie theoretisch wichtigsten nicht-formalen Logiken gehört die Logik des Glaubens und Wissens (epistemische Logik), wo allerdings bisher die Einzeluntersuchungen so stark divergieren, daß eine Rezeption für die Theologie erschwert wird. Bei der Einführung von "glaubt, daß" als logischem Operator treten nicht nur bei der adäquaten Charakterisierung des Glaubensbegriffs eine Menge Schwierigkeiten auf, sondern auch das Problem der Extension-Intension-Dualität wird auf einem neuen Niveau reproduziert. Zudem ergeben sich verschiedene Alternativen zur Deutung dessen, was der Status von "p" ist, wenn man sagt, "x glaubt, daß p" (vgl. RESCHER 1968, 40ff). Da in der Theologie auch kontingente Zukunftsereignisse eine zentrale Funktion haben (vgl. Eschatologie), liegt es nahe, einerseits die Wahrheitswerte "wahr" und "falsch" in einer dreiwertigen Logik um einen neuen Wert zu ergänzen (z. B. "unbestimmt"), andererseits die temporale Modalität der Kopula "ist" in einer temporalen Logik näher zu untersuchen (vgl. RESCHER 1968, Kap. XII).

Damit ist hinreichend sichtbar gemacht, daß Theologie, wenn sie eine umfassende Grammatik der Glaubenssprache entwickeln will, auf die Mithilfe von Mathematik und Logik unausweichlich angewiesen ist, was nicht heißt, daß strenge Axiomatisierung und die Regeln der deduktiven Logik als die einzigen Paradigmata vernünftigen Argumentierens anerkannt werden müssen.

Reinhard Selten:

Wirtschaftswissenschaft

und

Mathematik

1. Überblick
2. Entwicklung der mathematischen Wirtschaftstheorie
3. Operations Research
4. Ökonometrie
5. Theorie
6. Probleme der Kooperation Wirtschaftswissenschaft-Mathematik

Nach einem vor der Mathematisierungskommission der Universität Bielefeld gehaltenen Vortrag

1. Überblick

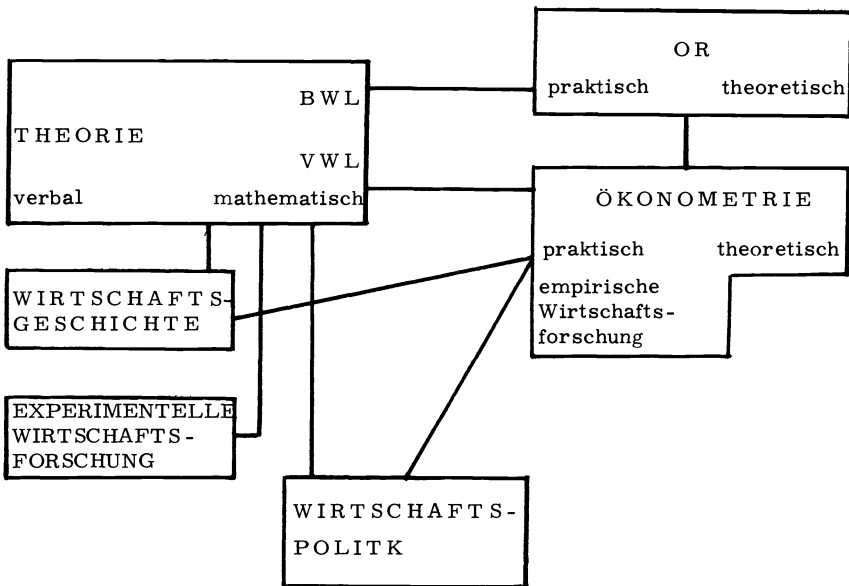
Ich möchte zunächst einen Überblick über das geben, was mathematische Ökonomie ist. Wir haben drei Gebiete in der mathematischen Ökonomie, die man heute deutlich unterscheiden kann. (Noch vor zehn Jahren wurde die mathematische Ökonomie viel stärker als eine Einheit betrachtet).

Das erste dieser Gebiete ist die mathematisch-ökonomische Theorie. Die Aufgabe der mathematisch-ökonomischen Theorie ist die Aufgabe der Theorie überhaupt. Es besteht keine klare Abgrenzung zwischen mathematisch-ökonomischer Theorie und anderer wirtschaftswissenschaftlicher Theorie. Es ist die Aufgabe der mathematisch-ökonomischen Theorie, mathematisch-ökonomische Modelle zu konstruieren und zu analysieren.

Das zweite Gebiet ist die Ökonometrie, deren Aufgabe gerade darin besteht, solche Modelle auf die Wirklichkeit anzuwenden, also ökonometrische Modelle, die wegen der Operationalität, die sie haben müßten, etwas anderes sind, als einfach nur ökonomische Modelle. Man möchte mit solchen ökonometrischen Modellen, die man in der Wirklichkeit findet, erklären und prognostizieren.

Und als drittes haben wir das Gebiet "Operations Research", kurz OR genannt. Hier geht es um Probleme und Verfahren der rationalen Gestaltung einzelwirtschaftlicher Realität - so könnte man es beschreiben. Meist läuft das auf Optimierung hinaus, aber es muß nicht unbedingt Optimierung sein. Ich möchte deshalb von rationaler Gestaltung einzelwirtschaftlicher Realität sprechen, die hier angestrebt wird.

Ich möchte zu dem Zusammenhang dieser Gebiete untereinander und anderen Gebieten, die hier eine Rolle spielen, ein kleines Schaubild geben, das natürlich keinen Anspruch auf Exaktheit erhebt, aber immerhin etwas darüber sagt, wie die Zusammenhänge sind.



Sie sehen oben links einmal einen Kasten für die Theorie. Nun gibt es in der Theorie ein Kontinuum, das von der verbalen Theorie zur mathematischen übergeht. Wie bereits bemerkt wurde, ist eine ganz klare Grenze zwischen verbaler und mathematischer Theorie gar nicht zu ziehen, und natürlich ist es nur ein Unterschied des Grades, ob jemand mehr oder weniger mathematische Methoden innerhalb der ökonomischen Theorie anwendet. Wir müssen dann auch noch unterscheiden zwischen Theorie, die Volkswirtschaftslehre ist, und der Betriebswirtschaftslehre. Nun, auch zwischen Volkswirtschaftslehre und Betriebswirtschaftslehre besteht nach Meinung vieler Gelehrter keine scharfe Trennungslinie. Man könnte sagen, daß die Wirtschaftswissenschaft doch noch etwas Einheitliches ist, obwohl eine gewisse Aufgaben- und Arbeitsteilung vorliegt. Die Betriebswirtschaftslehre befaßt sich eben mehr mit einzelwirtschaftlichen Fragen, obwohl natürlich einzelwirtschaftliche Fragen auch in der volkswirtschaftlichen ökonomischen Theorie behandelt werden, aber da etwas mehr summarisch, abstrakter, als in der Betriebswirtschaftslehre. Die Betriebswirtschaftslehre hängt natürlich mit dem Gebiet "Operations Research" zusammen. In der Zeichnung wird dies durch die Verbindungslinie zwischen Betriebswirtschaftslehre und Operations Research verdeutlicht. Hier eingezeichnete Zusammenhänge - Hauptverbindungen - sind nicht gerichtet, denn es ist natürlich so, daß eine Wechselwirkung stattfindet. Es hat also gar keinen Sinn, Richtungen einzuzeichnen. Wir haben in der Zeichnung eine mehr praktische Seite des Operations Research und eine theoretische Seite des Operations Research. Die praktische Seite entspricht der Betriebswirtschaftslehre, die theoretische zwar auch, aber theoretisch erforscht man eben Optimierungsverfahren - manchmal ohne direkten Bezug zur Anwendung -, Verfahren, von denen man hofft, daß sie später einmal angewendet werden können. In der praktischen Operations Research ist der Ausgangspunkt mehr die betriebliche Praxis. Man sucht nach Problemen, die man dann tatsächlich mit solchen Verfahren behandeln kann. Man könnte die verschiedenen Forscher auf diesem Gebiet alle auf einem Kontinuum praktisch-theoretischer Forschungsweise anordnen.

Als drittes Gebiet erkennt man in der Zeichnung die Ökonometrie. Die Ökonometrie hat ebenfalls einen praktischen und einen theoretischen Zweig. In der theoretischen Ökonometrie geht es darum, Verfahren zu entwickeln, die auf Schätzprobleme und Vorhersageprobleme angewandt werden können, z. B. Schätzverfahren für Mehrgleichungssysteme und Untersuchungen darüber, welche Auswirkungen Fehlspezifikationen haben usw. Ein praktischer Ökonometriker ist jemand, der solche Verfahren anwendet, aber nicht weiterentwickelt. Praktische Ökonometrie hat eine enge Verbindung mit der empirischen Wirtschaftsforschung und ist auch dagegen nicht so leicht abzugrenzen. In der empirischen Wirtschaftsforschung werden u. a. Regressionstechniken verwendet. Ob man nun gewisse Nachfrageuntersuchungen der empirischen Wirtschaftsforschung zurechnet - wenn etwa jemand eine Nachfragefunktion für Baumwolle oder ähnliches mißt - oder ob dies zur Ökonometrie zählt, das ist an und für sich nur eine Frage des Standpunkts. Die Verwendung von Mehrgleichungssystemen und komplizierteren Schätzverfahren gehört sicher zur Ökonometrie, während zur empirischen Wirtschaftsforschung zu rechnen ist, wenn man sich darauf beschränkt, bestimmte Prozentzahlen festzustellen und mit ihnen weiter nichts anzufangen, sie so nackt hinzustellen. Das ist natürlich u. U. auch wichtig, und manchmal ist es ganz wichtig, eine Prozentzahl festzustellen, und es ist gar nicht wichtig, mathematisch etwas damit zu machen. Aber es gibt dann eben ein Kontinuum zwischen praktischer Ökonometrie und

empirischer Wirtschaftsforschung. Natürlich gibt es Zusammenhänge zwischen der Operations Research und der Ökonometrie. Das kommt einfach durch die Verwendung ähnlicher Methoden. Wenn wir also stochastische Modelle in der Operations Research haben, dann wird man u. U. auch ähnliche Fragestellungen haben wie in der Ökonometrie. Es gibt auch so etwas wie eine Betriebsökonomie, die ebenso gut Operations Research zugerechnet werden könnte.

Als weiteren Bereich zeigt die Zeichnung das Gebiet der Wirtschaftsgeschichte. Die Wirtschaftsgeschichte ist insofern von Bedeutung, als sie einer der Erfahrungshintergründe für die Theorie ist - neben der empirischen Wirtschaftsforschung und der praktischen Ökonometrie. Die Wirtschaftsgeschichte hat auch eine Verbindung zur Ökonometrie, und zwar in der "New Economic History". Das ist der Versuch, ökonometrische Modelle auf historische Verläufe (Wirtschaftsverläufe) anzuwenden, die im vorigen Jahrhundert oder noch weiter zurück liegen. Jedoch befassen sich verhältnismäßig wenige Wirtschaftshistoriker damit.

Ein anderer Erfahrungshintergrund, den ich hier vielleicht nur deshalb erwähne, weil ich persönlich auch damit befaßt bin, ist die experimentelle Wirtschaftsforschung, d. h. die Erforschung wirtschaftlicher Modelle im Laboratorium. Viele Dinge kann man nur schwer beobachten in der Realität. Vor allem kann man Annahmen über das menschliche wirtschaftliche Verhalten am besten im Laboratorium überprüfen. Die Modelle der Wirtschaftstheorie sind oft sehr abstrakt. Die Voraussetzungen, die sie machen, können in der Wirklichkeit gar nicht als voll erfüllt gelten, so daß eine gerechte Überprüfung dieser Theorien eigentlich nur im Laboratorium möglich ist. Daher ist experimentelle Wirtschaftsforschung meiner Ansicht nach ein wichtiger Erfahrungshintergrund für die Theorie.

Sehr wichtig ist die Wirtschaftspolitik; damit ist hier nicht die Wirtschaftspolitik gemeint, die von den Politikern - z. B. beim Beschließen von Konjunkturprogrammen - gemacht wird, sondern diejenige, die in den Universitäten als Fach vertreten ist. Zu deren Eigenart ist zu sagen: Wollte man ganz streng theoretisch und exakt wissenschaftlich die Fragen beantworten, die uns die wirtschaftliche Praxis laufend stellt - z. B. was man in einer konjunkturellen Situation wie der jetzigen tun muß -, so wäre man vielleicht in vielen Fällen dazu gar nicht in der Lage. Die Wissenschaft muß aber auf solche aktuellen Fragen eine Antwort geben, und genau das ist dann die Aufgabe der Wirtschaftspolitik. Die Wirtschaftspolitiker müssen also die Standards der Wissenschaftlichkeit so weit der Realität anpassen, wie es nötig ist, um überhaupt eine Antwort auf aktuelle Fragen geben zu können, denn die Wissenschaft kann zu diesen aktuellen Fragen nicht schweigen, nur weil sie noch nicht die Instrumente entwickelt hat, die es ermöglichen, diese Fragen nun wirklich einwandfrei zu beantworten. Eine Antwort, die vielleicht nicht den letzten wissenschaftlichen Kriterien genügt, mag aber doch sehr viel besser sein, als eine Antwort, die ganz ohne wissenschaftliche Leitung zustande gekommen ist.

Natürlich geht in der Zeichnung eine Linie von der empirischen Wirtschaftsforschung und der Ökonometrie zur Wirtschaftspolitik, weil ja heute auch ökonometrische Modelle verwendet werden; um zu wirtschaftspolitischen Empfehlungen zu gelangen. Es gibt einige Staaten - wie z. B. die Niederlande - die bereits ein offizielles Modell haben. Das Arbeiten mit solchen Modellen setzt sich immer mehr durch; immer mehr wirtschaftspolitische Entscheidungen werden darauf begründet. Wenn Sie aufmerksam Nachrichten verfolgen, werden Sie häufig hören: "Wenn wir dies machen, so wird das soviel Milliarden ausmachen". Man könnte diese Schätzungen gar nicht ohne

ökonomische Modelle machen. Man könnte vielleicht ohne ökonomische Modelle qualitativ vermuten, a wird steigen, wenn b steigt. Aber um wieviel? Um dies zu beantworten, braucht man wirklich numerische Modelle, die solche Voraussagen gestatten.

Selbstverständlich wirken die wirtschaftspolitischen Fragestellungen auch auf die Theorie zurück, denn in der Theorie ist man auch bemüht, den aktuellen Fragen näherzukommen. Und oft ist in der Theorie die Behandlung solcher Fragen gerade modern, die sich aus der derzeitigen wirtschaftspolitischen Lage anbieten. Aber man kann dann häufig nur nicht sehr gut fundierte theoretische Empfehlungen für die wirtschaftswissenschaftliche Praxis geben. Das muß leider zugegeben werden, allerdings gilt das nicht nur für die mathematische Theorie, sondern für die Theorie als Ganzes.

2. Entwicklung der mathematischen Wirtschaftstheorie

Ich möchte jetzt etwas über die Entwicklung der mathematischen Wirtschaftstheorie sagen. Mathematische Wirtschaftstheorie ist in ihren Anfängen schon ziemlich alt. Man kann sagen, daß der erste wirklich wichtige Aufsatz in der mathematischen Wirtschaftstheorie 1730 von Daniel BERNOULLI geschrieben worden ist: "Specimen theoriae novae de mensura sortis". Es handelt sich um den ersten Aufsatz auf dem Gebiet der NEUMANN-MORGENSTERN - Nutzenfunktionen, wie man das heute nennt, also der Entscheidung unter Risiko. Dieser Aufsatz ist auch heute noch lesenswert. Er ist natürlich in deutsch und englischer Übersetzung vorhanden, man braucht ihn nicht auf lateinisch zu lesen. Der zweite große Meilenstein, den ich hier erwähnen möchte, ist nach meiner Ansicht das Werk von COURNOT, 1838: "Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses". Aus diesem Werk stammt nicht nur die COURNOTsche Doutholtheorie, die sehr wichtig ist, sondern auch das Konzept der Nachfragefunktion - ein Konzept, mit dem die Wirtschaftstheorie ständig arbeitet.

Ein drittes Buch, das ich erwähnen möchte, ist das Buch von GOSSEN, 1854: "Entwicklung der Gesetze des menschlichen Handelns und daraus fließende Gesetze für das menschliche Verhalten". Hier könnte man die Entdeckung der Grenznutzentheorie ansetzen. Schließlich möchte ich dann als Letztes aus dem vorigen Jahrhundert als etwas sehr Wichtiges noch die Begründung der Theorie des allgemeinen wirtschaftlichen Gleichgewichts durch WALRAS erwähnen: "Eléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale". Dies ist das fundamentale Werk von WALRAS, das 1874 bis 1877 in zwei Teilen erschienen ist.

Alle diese Werke haben zu ihrer Zeit kaum Anerkennung gefunden, da die Ökonomie diese frühen Bemühungen mathematischer Ökonomen zu ihrer Zeit kaum wahrgenommen hat. Anders als bei BERNOULLI war für COURNOT sein Buch schon eine sehr wichtige Bemühung, aber es ist nur von wenigen Leuten damals verstanden worden und von den Ökonomen, die damals lebten, wohl auch gar nicht zur Kenntnis genommen worden. Bei GOSSEN war das noch schlimmer: GOSSEN war so erbost über die Tatsache, daß sich niemand um sein Buch kümmerte, daß er schließlich die gesamte noch vorhandene Auflage wieder einstampfen ließ. Er war außerordentlich enttäuscht über die geringe Aufnahme, die sein heute noch als wichtig anerkanntes Werk fand. Über WALRAS wird folgende Anekdote erzählt: "WALRAS hatte nur gegen den

Willen seiner Kollegen eine Stelle in Lausanne bekommen, und zwar deshalb, weil er eine Reihe von populären Vorträgen über Ökonomie gehalten hatte, die Verwaltungsleuten gut gefallen hatten. Daraufhin wurde ihm dann eine solche Stelle gegeben. Vermutlich hat er in diesen Vorträgen nicht sein System des allgemeinen Gleichgewichts entwickelt, denn das wäre wohl damals nicht ein Gegenstand populärer Vorträge gewesen. Immerhin, auch später dauerte es einige Zeit, bis es seine Anerkennung fand.

Generell kann man sagen, daß die mathematische Ökonomie bis zu dem zweiten Weltkrieg eher eine Außenseiterstellung innehatte. Noch während meines Studiums und während des Beginns meiner Laufbahn hatten wir alle, die wir uns mit mathematischer Ökonomie beschäftigten, das Gefühl, Pioniere zu sein, die kämpferisch für etwas Neues eintreten. Es war gar nicht klar, daß sich das durchsetzen würde. Aber heute kann man davon ausgehen, daß der Durchbruch gelungen ist. Es herrscht allgemeine Anerkennung, und die Kritik, die immer wieder auftaucht gegen die Verwendung mathematischer Methoden in der Ökonomie, ist nicht mehr so schwerwiegend, wie sie es einmal war. Die mathematische Ökonomie kann heute als etabliert gelten und wird nicht mehr verschwinden. Ihre Außenseiterstellung, die sie bis vor etwa 20 - vielleicht sogar bis vor 15 Jahren - sicherlich hatte, hat sie verloren.

3. Operations Research

Ich komme jetzt zu den Fragen, wozu eigentlich mathematische Wirtschaftsforschung gut ist, wozu wir mathematische Wirtschaftsforschung brauchen und was die mathematische Wirtschaftsforschung bisher überhaupt geleistet hat. Dabei möchte ich zunächst mit Operations Research und Betriebswirtschaftslehre beginnen. Hier sind wahrscheinlich die erzielten Erfolge sehr leicht zu sehen und zu verstehen, weil sie rein praktischer Natur sind. Hier schlagen sich Erfolge in Heller und Pfennig nieder. Es gibt hier Probleme, die aus dem Bereich der Produktion stammen, aus der Lagerhaltung, aus dem Bereich der Investition, sowie Transportprobleme, Warteschlangenprobleme, und eigentlich nicht zu Operations Research gehörend, aber doch zum betriebswirtschaftlichen Bereich, Marketingprobleme. Auch im Marketingbereich sind mathematische Techniken im Vordringen: Optimierung von Werbeetats in dem Sinne, daß man den Werbeetat so auf die Medien verteilt, daß man mit den zur Verfügung stehenden Mitteln möglichst viele potentielle Konsumenten aus der Zielgruppe erreicht. Die Operations Research-Verfahren, die verwandt werden, sind vielfältiger Natur. Wir haben hier ein ganzes Sammelsurium von verschiedenen mathematischen Verfahren: Lineares Programmieren, nicht-lineares Programmieren, ganzzahliges Programmieren, dynamisches Programmieren, Kontrolltheorie, stochastische Prozesse und dann eben auch eine Vielzahl von speziellen Algorithmen, die aufwandsgünstiger sind als die allgemeinen (weniger Variable, Rechenzeit, etc...). Im Vordergrund des Interesses in der O R stehen immer noch Probleme des ganzzahligen Programmierens. Wenn es hier gelänge, effiziente Verfahren zu entwickeln, könnte man sehr viele Probleme kombinatorischer Natur, die in der Wirtschaftspraxis auftauchen, besser lösen. Dieses ganzzahlige Programmieren ist auch als Fragestellung ziemlich faszinierend und daher sehr viel behandelt. Ferner sind Dinge, die mit den stochastischen Methoden zu tun haben, von großem

Interesse - da ergibt sich vielleicht auch eine sehr große Chance der Weiterentwicklung. Die Schwierigkeiten liegen darin, daß das Kontinuum von der praktischen Anwendung zur rein theoretischen Arbeit nicht ganz optimal gefüllt ist - besonders hier in Deutschland. Es werden nur wenige neue theoretische Probleme aus der Praxis in die Theorie hineingetragen.

Der Zugang zur Praxis ist für die Universitätslehrer nicht immer in dem erforderlichen Maße vorhanden. Das hat institutionelle Gründe, da die Verbindung zur Praxis manchmal zu schwach ist. Wenn jemand, der über gute theoretische Kenntnisse verfügt, einen Einblick in die Praxis nimmt, könnten durchaus neuartige Probleme aus der Praxis gelöst werden. Die Unternehmensberater, die das tun könnten, haben natürlich meistens keine Zeit dazu, denn sie müssen schnell eine Antwort geben auf Fragen, die ihnen gestellt wurden, zumal sich die Beratung finanziell sonst nicht lohnen würde. Sie haben dabei natürlich keine Zeit, sich so intensiv mit den Problemen zu befassen, daß sie vielleicht aus dem Problem heraus neue Techniken entwickeln könnten, denn das kann man nicht auf kommerzieller Basis. Es gäbe natürlich die Möglichkeit, daß sich Universitätsprofessoren - also Hochschullehrer - auf nicht-kommerzieller Basis in die Praxis begeben und versuchen, dort Probleme aufzufinden und zu lösen. Hier besteht oft das Problem - wie auch sonst in der Wirtschaftswissenschaft, wenn man von Betrieben Daten haben will, - daß die Betriebe davon ausgehen: Es ist besser, daß die Konkurrenz nichts erfährt, auch wenn wir selbst nichts erfahren -, wie es einmal ein Marketing-Experte ausgedrückt hat.

4. Ökonometrie

Ich möchte mich nun nach diesen Bemerkungen der Ökonometrie zuwenden. Wie bereits erwähnt wurde, ist es die Aufgabe der Ökonometrie, Prognose und Erklärung mit Hilfe von ökonometrischen Modellen zu liefern, und hier sind auch große Erfolge erzielt worden: Prognosen mit Hilfe ökonometrischer Modelle sind heute sicherlich besser als Prognosen, die naiv durch Trendextrapolation gemacht werden. Das war am Anfang der Entwicklung nicht so. Es hat eine Weile gedauert, bis man soweit kam, daß diese Modelle wirklich bessere Vorhersagen geliefert hatten als naive Trendextrapolation.

Natürlich ist der Vergleich mit den naiven Trendextrapolationen nicht ganz gerecht, denn mit den naiven Trendextrapolationen kann man keine bedingten Vorhersagen machen, die man für den Fall benötigt, daß sich gewisse Parameter der Wirtschaftspolitik oder der ökonomischen Umwelt ändern. Mit naiven Trendextrapolationen kann man die Auswirkung neuer Gesetze bestimmt nicht vorhersagen. Mit Hilfe von guten ökonometrischen Modellen gelingt das aber bis zu einem gewissen Grade, so daß man schon aus diesem Grunde sagen kann, daß ökonometrische Modelle einer Trendextrapolation überlegen sind, selbst wenn sie gar keine besseren Ergebnisse liefern, solange die Trendextrapolation berechtigt ist. In vielen Fällen kann man mit Hilfe der Trendextrapolation überhaupt keine Antwort geben, und zwar eben dann, wenn es sich um Strukturbrüche handelt - partielle Strukturbrüche -, deren Folgen vorhergesagt werden sollen. So hat man z. B. mit Hilfe des niederländischen Modells durchgerechnet, was sich bei einer Aufwertung ergeben würde. Die wirtschaftspolitischen Empfehlungen, die sich daraus ergaben, wurden auch bei den Entscheidungen berücksichtigt. Es ist eben auch wichtig, hier zu sagen, daß

ökonomische Modelle heute durchaus schon zur Unterstützung wirtschaftspolitischer Entscheidungen herangezogen werden.

Was sind nun wichtige Probleme der Ökonometrie? Im Vordergrund des Interesses stehen nach wie vor Mehrgleichungssysteme und deren statistische Behandlung und natürlich auch, von der mehr praktischen Seite der Ökonomie her gesehen, die Verbindung nationaler Modelle. Man hat längere Zeit Modelle nur für einzelne Volkswirtschaften gemacht, und nun geht man daran - z. B. in dem sogenannten "projektmetrie" - nationale Modelle mehrerer Volkswirtschaften miteinander zu verbinden, letztlich mit dem Ziel, ein Weltmodell zu bekommen, das aus einzelnen Modellen der wichtigsten Volkswirtschaften zusammengesetzt ist. Dem wird immer noch ein großes Interesse entgegengebracht.

Meiner persönlichen Ansicht nach fehlt in der Ökonometrie die Branchenuntersuchung. Es gibt sehr wenige Branchenuntersuchungen, die wirklich ökonomische Untersuchungen sind, und so etwas wäre für Fragen der Wettbewerbspolitik sehr wichtig. Es sind dies Fragen, die beispielsweise damit zusammenhängen, wie man Kartellgesetze machen sollte, was man verbieten sollte und was man erlauben sollte. Dazu gibt es zu wenige Untersuchungen. Natürlich macht sich hier auch der allgemeine Datenengpaß bemerkbar, da es in vielen Bereichen sehr schwer ist, Daten zu bekommen, und die Daten, die man bekommt, häufig nicht verlässlich genug sind. Darauf mag es zurückzuführen sein, daß es nur ganz wenige Untersuchungen auf dem Wettbewerbsbereich gibt, die zur Wettbewerbstheorie etwas beitragen könnten, und nur ganz wenige Branchenuntersuchungen, und daß wir z. B. kaum ökonomische Hinweise darauf haben, welche von den vielen Oligopoltheorien, die es gibt, als richtig betrachtet werden können. Aber dieser Mangel bietet meiner Ansicht nach auch gewisse Chancen für Ökonometriker, die sich solchen Untersuchungen zuwenden möchten.

5. Theorie

Ich möchte mich jetzt der ökonomischen Theorie zuwenden und zunächst einmal ihre Erfolge nennen, die praktisch leicht sichtbar sind: Einmal der Erfolg, daß sie mit ihrer Makroökonomie die Grundlage der ökonomischen Modelle geliefert hat. Die makroökonomischen Modelle, die im Anschluß an KEYNES entwickelt worden sind, haben erst dazu geführt, daß man einen Begriff wie das Volkseinkommen definiert und auch statistisch gemessen hat. Es ist ja auch so, daß die Theorie da sein muß, bevor statistische Ämter dazu bewogen werden können, gewisse Zählungen und Messungen überhaupt durchzuführen. Man muß schon wissen, worauf man hinaus will, und so hat die Theorie der makroökonomischen Modelle, die schon vorher da waren, dann die Ökonometrie vorbereitet und ermöglicht.

Ein anderes wichtiges Gebiet, das aus der Theorie hervorgegangen ist, ist die Input-Output-Rechnung, die sich mit der interindustriellen und interregionalen Verflechtung befaßt. Man hat sogar Modelle, die die Wirtschaft in sehr viele Bereiche untergliedern, z. B. haben wir in der Bundesrepublik ein großes Input-Output-System, das im Ifo-Institut gemacht worden ist, mit 74 Sektoren und einigen hundert Produktgruppen. Man kann damit Fragen beantworten: Welche Industrien profitieren von einer Erhöhung der Straßenausgaben oder pflanzt sich eine erhöhte Primärnachfrage nach mehr Straßen

im System fort, auf welche Industrien wirkt sie sich aus? Man kann dann z. B. ausrechnen, daß aus irgendwelchen Gründen sogar der Fischfang noch etwas davon profitiert. Die Gründe kann man nur dann erkennen, wenn man sich die Ergebnisse genau ansieht.

Natürlich gibt es auch Regionalmodelle, in denen die Sektoren nicht Industrien sind, sondern einzelne Regionen, die dann auch mit der Input-Output-Rechnung behandelt worden sind, und da gibt es schon sehr viele Anwendungen, die auch wirtschaftspolitisch von Bedeutung sind.

Bisher haben wir von der Makrotheorie gesprochen. Nun können wir fragen, was hat die Mikrotheorie für die wirtschaftliche Praxis geleistet. Hierbei kann die Entwicklung der Kosten-Nutzenanalyse positiv erwähnt werden - ein vom mathematischen Gehalt her relativ einfaches Verfahren, aber doch ein Verfahren, das noch nicht so lange in Gebrauch ist und das sehr gut verwendbar ist. Es kann gerade bei staatlichen Investitionsprojekten oder auch bei anderen staatlichen Maßnahmen dazu eingesetzt werden abzuschätzen, welcher volkswirtschaftliche Nutzen den volkswirtschaftlichen Kosten gegenübersteht, und zwar nicht nur den Kosten, die unmittelbar aufgewendet werden müssen, sondern auch anderen Kosten aufgrund sekundärer Wirkungen. Die Verfahren, die man hierzu entwickelt hat, haben ihre Wurzel in der Mikrotheorie. Freilich, diese drei Verfahren sind nur Beispiele für das, was dabei gemacht worden ist, wenn auch vielleicht die wichtigsten Beispiele.

Die wichtigste Wirkung der Theorie besteht vielleicht nicht in diesen mehr praktischen Auswirkungen, sondern in ihrer Bewußtseinswirkung. Es ist ja so, daß nur verhältnismäßig wenige Leute wirtschaftspolitisch wichtige Entscheidungen treffen: Leute, die in den Ministerien sitzen, Politiker usw.. Es genügt nicht, daß diese wenigen Leute etwas über Wirtschaftstheorie wissen oder davon beeinflußt sind, weil die Entscheidungen, die man machen möchte, nicht nur richtig sein müssen, sondern es muß auch möglich sein, die Öffentlichkeit von der Richtigkeit dieser Entscheidungen zu überzeugen. Und das gelingt nur dann, wenn primitive ökonomische Erkenntnisse sehr weit verbreitet sind. Meiner Ansicht nach müssen ökonomische Kenntnisse und vor allem gerade die einfachen ökonomischen Erkenntnisse unbedingt verbreitet werden, und zwar auf eine ziemlich große Schicht von Gebildeten, denn sonst wird eine erfolgreiche Anwendung ökonomischer Theorie nicht möglich sein. Oft weiß man sehr gut, was man tun muß, aber sieht kaum Wege, die Öffentlichkeit davon zu überzeugen, daß es getan werden muß.

Die ökonomischen Praktiker verwenden sehr viel Theorie im Hintergrund, ohne es zu wissen. Was die ökonomische Theorie entwickelt, sickert manchmal unbemerkt in ihr Denken ein. Die Wirkung auf die Einstellung, die Denkweise und die ökonomische Fantasie ist jedoch beträchtlich. KEYNES hat einmal gesagt, jeder Praktiker ist Sklave eines längst verstorbenen Theoretikers, und das kennzeichnet die Situation. Natürlich zeigt das auch gleich das Problem dabei: Die Theorien, die in der Praxis wirksam sind, sind nicht immer die allerneuesten Theorien.

Welche Fragen stehen in der mathematisch-ökonomischen Theorie im Vordergrund des Interesses? In der Mikrotheorie ist es zweifellos die Theorie des allgemeinen Gleichgewichts, die sich in den letzten 20 Jahren sehr stark entwickelt hat und zu mathematisch recht anspruchsvollen Problemstellungen Anlaß gegeben hat. Die makroökonomische Wachstumstheorie, die lange Zeit im Vordergrund gestanden hatte, scheint jetzt einen Zustand erreicht zu haben,

der in der nächsten Zeit keine Durchbrüche erwarten läßt. Das Interesse wendet sich jetzt mehr der Konjunkturtheorie und überhaupt der ökonomischen Dynamik zu.

In der ökonomischen Theorie spielt heute der neoklassische Standpunkt eine weithin beherrschende Rolle. Ich möchte hier das Wort "Neoklassik" in einem sehr weiten Sinne verstanden wissen, als die Idee, daß sich ökonomisches Verhalten ausschließlich und vollständig durch Optimierungsvorgänge erklären läßt. Es ist inzwischen vielen Theoretikern klar geworden, daß man versuchen muß, von diesem Standpunkt wegzukommen. Hier wäre es meines Erachtens noch erforderlich, die Theorie des eingeschränkt rationalen Verhaltens weiterzuentwickeln. Diese Theorie steckt noch in ihren Anfängen, und das Verständnis für die Notwendigkeit ihrer Weiterentwicklung wächst nur langsam.

6. Probleme der Kooperation Wirtschaftswissenschaft - Mathematik

Ich möchte jetzt, nachdem ich über die Theorie auch etwas gesagt habe, über die Kooperationsprobleme zwischen Mathematik und Ökonomie sprechen. Diese Kooperationsprobleme sind wahrscheinlich nicht gravierend, und vielleicht sollte gar nichts darüber gesagt werden. Aber es ist ja dies nach dem Titel meines Vortrags meine Hauptaufgabe, etwas darüber zu sagen. Deshalb habe ich mir Gedanken über diese Kooperationsprobleme gemacht, worin sie nun eigentlich bestehen, soweit sie überhaupt bestehen. Ich bin zu der Überzeugung gekommen, daß Probleme der Kooperation - soweit sie bestehen - sich daraus ergeben, daß Mathematik und Ökonomie, wie auch andere Erfahrungswissenschaften, verschiedene Normensysteme besitzen. Die Wissenschaftsentwicklung wird von Normensystemen gesteuert. Jeder Wissenschaftler muß gewissen Normen folgen, wenn er Karriere machen will, nämlich denjenigen Normen, die von seinen Kollegen anerkannt werden. Nun ist es für die Mathematik z. B. eine ganz triviale Norm, daß das richtig sein muß, was man entdeckt und beschreibt: Ein Theorem, das falsch ist, widerspricht natürlich mathematischen Normen. Statt dieser trivialen Norm sollten hier eher etwas andere Normen betont werden. Ich will bei der Mathematik anfangen. Es mag nun sein, daß ich die Normen der Mathematik falsch sehe, daher will ich also auf das kein allzu großes Gewicht legen, sondern das eher als einen Diskussionsbeitrag verstanden wissen.

Normensysteme

Mathematik

Tiefe
Allgemeinheit
Eleganz
Kürze

Ökonomie

Wirklichkeitsnähe
Anwendbarkeit
Bedeutsamkeit
Fruchtbarkeit

Ich glaube, eine sehr wichtige Norm für die Mathematik ist die Tiefe. Ergebnisse werden oft danach beurteilt, ob sie tief sind. Das schlimmste Schimpfwort in der Mathematik heißt trivial, was also der Gegensatz zu Tiefe ist.

Eine zweite Norm, die in der Mathematik meinem Eindruck nach eine große Rolle spielt, ist die Norm der Allgemeinheit, d.h. Ergebnisse sollen möglichst allgemein sein. Man möchte etwas also nicht nur im euklidischen Raum darstellen, sondern man möchte es im Banachraum und noch allgemeiner - also so allgemein wie möglich - haben.

Diese Normen haben wahrscheinlich alle durchaus ihre Funktion und sind sinnvoll, so daß sie durchaus positiv zu werten sind. Aber das Festhalten an diesen Normen kann u. U. auch zu Schwierigkeiten führen, gerade in der Kooperation mit den Erfahrungswissenschaften. Von der Mathematik her gesehen, sind die Normen wahrscheinlich wichtig und keineswegs als etwas Negatives zu betrachten.

Dann haben wir die Norm der Eleganz. Das ist eine ästhetische Norm, nach der Ergebnisse der reinen Mathematik beurteilt werden.

Und dann eine Norm, die mehr den Stil der mathematischen Darstellung betrifft: Kürze. Man möchte ja alles sehr kurz darstellen. Vielleicht hängt das auch mit anderen Normen zusammen: Wenn man nämlich etwas zu lang darstellt, um es dadurch deutlicher zu machen, wird vielleicht der Eindruck entstehen, daß es nicht tief genug ist. Wenn man es sehr kurz macht, besteht diese Gefahr weniger.

Das sind wahrscheinlich noch nicht alle Normen, die in der Mathematik eine Rolle spielen. Die Normen sind auch nicht gut voneinander abgegrenzt.

Unter den Normen der Ökonomie spielt die Norm der Wirklichkeitsnähe wenigstens in den Proklamationen eine große Rolle. Sie spielt eine große Rolle, obwohl wir ihr nicht sehr nahe kommen können. Dagegen schaffen die Mathematiker es überhaupt recht gut, ihren Normen nahezukommen - und das macht sie uns ja auch so überlegen. Wir Ökonomen haben immer sehr große Schwierigkeiten, unsere Normen auch nur in etwa zu erfüllen. Die Wirklichkeitsnähe steht da vielleicht an erster Stelle, da wir ihr häufig nur sehr schwer gerecht werden. Trotzdem spielt sie in jeder wirtschaftswissenschaftlichen Diskussion eine Rolle. Wenn ein Vortrag gehalten wird - ein theoretischer Vortrag, ein ökonometrischer oder irgendein anderer Vortrag - dann wird bestimmt mindestens ein Teil der Diskussion auf die Wirklichkeitsnähe dessen abzielen, was da vorgetragen worden ist.

Dann kommen wir zu der Anwendbarkeit, was ein bißchen etwas anderes als die Wirklichkeitsnähe ist. Es könnte etwas sehr wirklichkeitsnahe sein, mit dem man aber überhaupt nichts praktisch anfangen kann. Dies ist in "wirklichkeitsnahe" noch nicht enthalten: Es ist zwar alles wahr, aber was folgt daraus? Gar nichts.

Die Norm der Bedeutsamkeit entspricht vielleicht ein bißchen der Tiefe als mathematischer Norm, aber es ist doch noch etwas anderes, nämlich die weltanschauliche oder philosophische Bedeutsamkeit der Ergebnisse. Die Ergebnisse müssen nicht tief liegen, können aber sehr bedeutsam sein. Und die Ergebnisse müssen auch nicht anwendbar sein, noch nicht einmal wirklichkeitsnah, weil vielleicht die Voraussetzungen, die gemacht werden, nur dazu dienen zu zeigen, daß so etwas nicht sein könnte, also gerade, wenn man Unmöglichkeitbeweise hat, wie etwa ARROWs Unmöglichkeitstheorem. Die Kategorie der Wirklichkeitsnähe kann man hier vielleicht gar nicht sinnvoll anwenden. Die Unmöglichkeit der Wohlfahrtsfunktion mit den Eigenschaften, die dort gefordert werden, ist ein sehr wichtiges Ergebnis, und es kommt dabei gar nicht darauf an, ob in Wirklichkeit von der Regierung so etwas wie eine Wohlfahrtsfunktion verwendet wird. Ob das der Fall ist oder nicht, ändert überhaupt nichts an der Bedeutsamkeit des Ergebnisses, das ARROW erzielt hat.

Die Norm der Fruchtbarkeit spielt natürlich auch in den anderen Wissenschaften - auch in der Mathematik - eine Rolle. Fruchtbarkeit bedeutet, daß wir gern Ergebnisse sehen, die wieder Anlaß zu neuen Fragestellungen ökonomischer Art geben - Ergebnisse, mit denen man weiterkommen kann, die also neue Wege eröffnen.

Welche Schwierigkeiten ergeben sich nun u.U. aus diesen unterschiedlichen Normensystemen? Ich möchte zuerst auf die Lehre eingehen. Die Ökonomen brauchen, wenn sie mathematische Ökonomen sind oder werden wollen, sehr viel Mathematik, und jeder muß sich dann eingestehen, daß er eigentlich zu wenig Mathematik kann. Man müßte also an und für sich viel mehr Mathematik lernen. Das Schlimme ist, man weiß gar nicht recht, was man lernen müßte. Man hat von vielen mathematischen Gebieten etwas gehört, von denen man vermutet, daß sie nützlich sein könnten, und man weiß nicht recht, ob sie nützlich sein könnten, daß man die Mühe aufwenden soll, sie zu erlernen. Die Motivation des Lernens mathematischer Ergebnisse und Techniken kommt eben nicht von der Stellung dieser Gebiete im inneren Aufbau der Mathematik, sondern von der Verwendbarkeit im Rahmen der mathematischen Ökonomie. Heute ist es so, daß in der Mathematik von ihrem inneren Aufbau her die Stukturmathematik - so könnte man es nennen - doch dominiert. Wir brauchen aber innerhalb der Ökonomie auch sehr viel traditionelle Mathematik, wie Analysis usw., und da ist vielleicht für uns das Vorherrschen der Strukturmathematik innerhalb der Mathematik nicht so günstig. Natürlich hat das Vorherrschen der Stukturmathematik mit diesen Normen etwas zu tun, aber die Anwendbarkeit liegt oft auch heute noch stärker bei der Analysis, gerade in Hinblick auf die ökonomischen Probleme.

Die Mathematiker wiederum können Ökonomie ziemlich leicht lernen, wenn sie sich wirklich dafür interessieren. Z.B. sind für uns Mathematikstudenten, die im Nebenfach Ökonomie studieren, sehr angenehme Studenten, weil sie die Schwierigkeiten mit den mathematischen Voraussetzungen nicht haben, die bei Ökonomiestudenten häufig vorkommen. Wenn wir diese Studenten früh genug bekommen als Nebenfachstudenten, dann werden sie auch gleich etwas von unserem Normensystem mitbekommen, denn darin liegt vielleicht die einzige Schwierigkeit, die der Mathematiker hat, wenn er sich der Ökonomie nähert, daß er die ihm vertrauten wissenschaftlichen Normen auf das Gebiet der Ökonomie überträgt und jetzt in der Ökonomie nach mathematisch interessanten Problemen sucht. Nun: das mathematisch Interessante ist nicht notwendig ökonomisch interessant und umgekehrt. Daher mag der Mathematiker, wenn er in die Ökonomie hineingeht, dann in die Gefahr kommen, ökonomisch relativ uninteressante Probleme mit einem riesigen mathematischen Aufwand zu behandeln, eben weil er an die Fragen der Ökonomie mit einem falschen, jedenfalls da nicht angemessenen Normensystem herangeht.

Ich möchte jetzt noch etwas zu den Fragen sagen, die nicht zur Lehre gehören, sondern eher zur Vermittlung der Mathematik. Es besteht ein Problem der Vermittlung an die Erfahrungswissenschaftler oder - wie Herr BOOSS das treffend genannt hat - das Problem der Verbreitung mathematischer Kultur: Wir sind als Erfahrungswissenschaftler da manchmal zu wenig kultiviert und müssen noch etwas lernen. Das wird uns nicht so leicht gemacht, denn die mathematischen Ergebnisse - gerade auf neueren Gebieten - sind ziemlich unzugänglich. Wenn man an die Ergebnisse herankommen will, muß man sich durch einen Wust von Dingen hindurcharbeiten, die einen nicht interessieren. Da spielen z.B. die Normen der Kürze und der Allgemeinheit

eine Rolle. Es könnte manches etwas verständlicher sein, wenn es ausführlicher dargestellt würde, und manches ist auch dadurch, daß es sehr allgemein dargestellt wird, sehr schwierig, weil man die Begriffe, die in den allgemeinen Formulierungen vorkommen, erst einmal verdaut haben muß, bevor man überhaupt verstehen kann, was diese allgemeinen Formulierungen für den speziellen Fall bedeuten.

Natürlich wären die Mathematiker am besten in der Lage, den Engpaß der Unzugänglichkeit der mathematischen Ergebnisse zu beseitigen, indem sie vielleicht den Versuch machen würden, leicht verständliche und auf die Bedürfnisse der Anwender zugeschnittene Darstellungen zu schreiben, aber dafür werden sie aufgrund ihres Normensystems und der daran anschließenden institutionellen Bedingungen nicht honoriert. Es wird niemand dafür honoriert, daß er vorhandene Ergebnisse leicht und verständlich darstellt. Das müßte und wird sich vielleicht ändern. Ich setze große Hoffnungen auf Institutionen wie das Institut für Didaktik der Mathematik, deren Aufgabe es meiner Ansicht nach auch sein sollte, sich um die Verständlichkeit der Lehrbücher zu kümmern, also um hochschuldidaktische Fragen.

Manche Lehrbücher sind zweifellos verständlicher als andere, und wahrscheinlich könnte man auf dem Wege der empirischen Forschung herausfinden, woran das liegt. Dadurch wäre man in der Lage, denjenigen, die Lehrbücher schreiben, Hinweise zu geben, wie sie das am besten machen sollten.

Es besteht auch ein Bedürfnis danach, daß die Anwender, die bereits nicht mehr Studenten sind, sondern schon im Universitätsbereich arbeiten, etwas mehr Mathematik lernen und erfahren, und vielleicht könnte man einmal daran denken, spezielle Kurse für solche Leute wie mich und andere einzurichten, in denen uns noch etwas Mathematik beigebracht wird, vorzugsweise vielleicht in den Ferien in Blockkursen. Wir würden wahrscheinlich doch auch dazu bereit sein, den Mathematikern etwas von unserer "Wissenschaft" zu erzählen, wenn sie überhaupt daran interessiert sind.

Schließlich möchte ich von der Kooperation in der Forschung noch etwas erwähnen: Es ist natürlich gut, wenn Mathematiker und Ökonomen in der Forschung zusammenarbeiten. Man darf sich aber diese Zusammenarbeit nicht nach einem ganz primitiven Schema vorstellen, das der mit diesen Problemen nicht Vertraute vielleicht naiverweise hier haben wird. Dieses Schema sieht so aus: Der Ökonom entdeckt bei seiner Arbeit ein mathematisches Problem, das er nicht lösen kann. Er nimmt dieses mathematische Problem und geht damit zu einem Mathematiker und sagt: "Hier, löse mir das!" Der Mathematiker setzt sich vielleicht vier Wochen hin, löst das Problem und gibt das Problem gelöst wieder ab. Diese Art der Zusammenarbeit gibt es meines Wissens gar nicht.

Das Problem, das der Ökonom entdeckt, ist mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Problem, das nur sehr schwer zu lösen ist. Wenn er überhaupt etwas erreichen will durch die Zusammenarbeit mit dem Mathematiker, so muß er schon von vornherein bei dem Aufbau des Modells bzw. der Theorie mit ihm zusammenarbeiten, um nämlich dieses Modell oder die Theorie von vornherein mit Rücksicht auf die mathematische Analysierbarkeit zu gestalten. Da muß der Mathematiker also von vornherein mitarbeiten, um zu sagen, so können wir das nicht machen; wenn wir das so machen, können wir das nachher nicht analysieren. Der Mathematiker muß selbst also Ideen anbringen - Ideen zur Modellkonstruktion - die es dann nachher gestatten, eine Analyse wirklich vorzunehmen.

Aus der Diskussion

Im Mittelpunkt der Diskussion standen die folgenden Fragenkomplexe:

1. Die Frage der unterschiedlichen Normensysteme in der Mathematik und der Ökonomie;
2. eine Kontroverse über die sogenannte "Übermathematisierung";
3. die Schwierigkeit, die "zu bearbeitende Realität ins Labor" zu bekommen.
4. Ansonsten wurden noch Fragen der Prognosegenauigkeit und des Eingangstempos der Mathematik in die verschiedenen Gesellschaftswissenschaften angeschnitten.

Zu 1: Von seiten der Mathematiker wurde darauf hingewiesen, daß die vier aufgeführten Normen mathematischer Tätigkeit innerhalb der Mathematik doch einen unterschiedlichen Stellenwert haben: "Tiefe ist eine wesentliche Norm. Allgemeinheit dagegen ist unter guten Mathematikern nicht ein so wichtiges Kriterium. Die Übertragung des Strebens nach sehr großer Allgemeinheit auf die Ökonomie ist eigentlich nicht etwas, was aus der wirklich ernsthaften, guten Mathematik kommt, sondern aus der zweitrangigen Mathematik. Ich persönlich halte Eleganz für ein wirklich fundamentales Kriterium, aber da sind viele Leute durchaus anderer Ansicht. Es ist allgemein akzeptiert, daß Kürze im Sinne einer Vereinfachung, eines Gewinns an Klarheit auf jeden Fall auch etwas sehr Wichtiges ist. Aber Kürze in dem Sinne, daß man einfach etwas gedrängter darstellt und dadurch schwieriger zu verstehen macht, das ist nicht erwünscht. Es gibt eben verschiedene Arten der Kürze. ... Die Norm der Tiefe hat übrigens in der angewandten Mathematik oft einen anderen Sinn als in der reinen Mathematik. So kann die Konstruktion eines mathematischen Modells etwas sehr Tiefes sein. Die Durchführung einer gemeinsamen Arbeit z. B. mit einem Ökonomen kann schwierig sein und tief - und dann kann es sich herausstellen, daß nachher in der mathematischen Behandlung nur relativ einfache mathematische Techniken erforderlich sind."

Zur Frage, wie die Ökonomie sich gegen die Übernahme der für sie negativen Aspekte von Normen, wie z. B. "Allgemeinheit" auf Kosten der Anwendbarkeit, wehren kann, wurde der Hinweis gegeben: "Mathematiker, die von der Mathematik auf die Ökonomie wechseln, machen häufig einen Entwicklungsprozeß durch. Am Anfang sind die Normen, die sie mitbringen, sehr stark; mit der Zeit werden sie dann der Kritik und Anregung ihrer Kollegen ausgesetzt, und verändern sich. Dies ist eben ein Ausfluß der gegenseitigen Beeinflussung."

Zu 2: Die Kontroverse um die sogenannte "Übermathematisierung" schloß sich an die folgende Frage an: "Man hört verschiedentlich von Ökonomen, auch von mathematischen Ökonomen, daß es soweit mit der Mathematik nun doch nicht her sei, daß dort, um es überspitzt zu sagen, eine ganze Menge Bluff getrieben wird, was vielleicht auch vom Karrieredenken her verständlich ist. Wenn jemand vorankommen möchte, dann treibt er Sachen, die irgendwie als schwierig gelten. Gibt es eine Übermathematisierung der Ökonomie?"

Zusammenfassend wurde dann festgestellt: "Eine innerökonomische Kritik läßt sich eigentlich nicht an der Mathematisierung der Ökonomie äußern, sondern daran, daß diese Mathematisierung zu lange bei der Verfeinerung schon erzielter Ergebnisse verharret. So sehen wir, daß an einer Theorie der vollständigen Konkurrenz immer noch sehr viel gemacht wird, während wir bei der unvollkommenen Konkurrenz noch gar nicht weit sind. Es sollte eben die Anstrengung wieder mehr auf die Konstruktion neuer Modelle verlagert werden, nicht so sehr auf die Analyse schon bekannter Modelle. Aber zu beidem sind doch mathematische Ökonomen notwendig. Solche Auseinandersetzungen gibt es in jeder Wissenschaft, daß gesagt wird, wir müssen mehr dies machen und nicht soviel das. Dabei handelt es sich aber nicht um eine Kritik an der mathematischen Ökonomie, sondern um eine Kritik an der Richtung der jeweiligen Ökonomie, um einen Wunsch nach Verlagerung der Schwerpunkte in der Entwicklung der Theorie." Man könne eben nicht abstrakt über mathematische Methoden in der Ökonomie sprechen, sondern immer nur im Hinblick auf die jeweiligen ökonomischen Theorien, Konzepte und Fragestellungen. Als Beispiel wurde einmal die Wachstumstheorie genannt, die lange Zeit im Vordergrund des Interesses gestanden hat, so daß "wir heute zwar keine Theorie niedergehender Industrien, aber eine niedergehende Industrie dynamischer Theorien liefern" können. Deshalb gerate jetzt wieder die Konjunkturtheorie mehr in den Vordergrund - wobei die Nachfrage nach mathematischen Methoden dabei nicht abnehme, sondern nur neu akzentuiere, hier z. B. in Richtung dynamischer Systeme.

Für ein weiteres Beispiel solcher Neuakzentuierungen wurde auf die Optimierungstheorie verwiesen: "Große Teile der Wirtschaftstheorie sind von dem Optimierungsgedanken beherrscht. An diesem Vorherrschen des Optimierungsgedankens entzündet sich auch ein gewisses Unbehagen innerhalb der Theorie, das schon lange da ist und das dazu geführt hat, daß man eine andere Theorie entwickelt, eine Theorie des eingeschränkt-rationalen Verhaltens (limited rationality). Auch hier, bei der Entwicklung einer realistischeren, nämlich verhaltenstheoretischen Ökonomie brauchen wir nicht weniger mathematische Methoden, sondern mehr."

In dem Zusammenhang wurden verschiedene und z. T. kontrovers diskutierte Begründungen dafür gegeben, warum die Übertragung von Ergebnissen der mathematischen Ökonomie auf die Realität häufig völlig fehl geht. (So wurde aus einer Veröffentlichung im "Handelsblatt" eine Statistik über die Richtigkeit volkswirtschaftlicher Prognosen der "Sachverständigen Gutachter" zitiert, wonach eine Auswertung von fünf Jahresgutachten gezeigt habe, daß 80 Prozent der Prognosen völlig gegenstandslos waren und überhaupt nicht eingetroffen sind, daß 15 Prozent der Prognosen zumindest dem Trend, also dem Vorzeichen und der Größenordnung nach zumindest diskutabel waren, aber nur 5 Prozent wirklich brauchbare Prognosen waren.) Gegen die Auffassung, daß der Prozeß des Umsetzens von Einsichten aus der mathematischen Ökonomie in die soziale Wirklichkeit vor allem an durch die mathematische Symbolik aufgerichteten Sprachbarrieren scheiterte wurden die Thesen vertreten, daß einmal die Mathematiker noch nicht genügend fein ausgearbeitete mathematische Modelle, Begriffe und Theoreme entwickelt haben, daß mathematische Konzepte noch nicht in ausreichendem Maße in die volkswirtschaftliche Theorie Eingang gefunden haben, daß ferner nicht die Mathematik unzureichend, sondern einfach die zugrunde liegenden ökonomischen Konzepte verfehlt sind und daß schließlich durch außerwissenschaftliche Einflüsse (man denke an den engen

Zusammenhang von "Prognose" und "Empfehlung") der Umsetzungsprozeß der mathematischen Ökonomie in die Praxis entstellt wird.

Von mathematischer Seite wurde dazu gefragt, welche grundlegenden theoretischen Konzepte - seien es mathematische Begriffe oder Grundideen anderer Wissenschaften oder der Ökonomie - für den weiteren Fortschritt der Ökonomie möglicherweise besonders aktuell werden könnten. Als Beispiele wurden genannt: "Das Konzept des Lernens. Das dringt jetzt vor in der Ökonomie. Früher hätte man gesagt, was hat Lernen mit der Ökonomie zu tun. Diese Idee, Lernprozesse zu untersuchen, ökonomische Lernprozesse, setzt sich mehr und mehr durch. Und ich hoffe, daß noch ganz andere Konzepte erfunden werden, die noch nicht da sind, so z. B. auf dem Gebiet der dynamischen Systeme; die Konzepte, über die wir hier verfügen, die wir auf dynamische Systeme anwenden können, sind ja relativ wenige."

Zu 3: Aus einer Erörterung der Norm "Wirklichkeitsnähe" ergab sich die Fragestellung: Wie begegnet man in den empirischen Wissenschaften der Schwierigkeit, die "zu bearbeitende Realität ins Labor" zu bekommen? Zum Begriff des Experiments in der Ökonomie wurde dabei ausgeführt: "Simulation möchte ich verstehen als Simulation auf dem Computer. Sobald Menschen beschäftigt sind, möchte ich es als Experiment betrachten. Mit einem Experiment verfolgt man eine wissenschaftliche Fragestellung, das ist etwas, was ausgewertet wird. Experimentelle Wirtschaftsforschungen erscheinen übrigens auch z. T. in sozialpsychologischen Zeitschriften. Soweit ist die experimentelle Wirtschaftsforschung Entscheidungsforschung. Das spezifisch Ökonomische kommt dadurch herein, daß die Versuchssituation, die wir schaffen, ökonomischen Modellen entnommen ist. Wir versuchen, das Verhalten von Versuchspersonen in diesen Situationen zu beobachten und zu erklären. Dabei wenden wir die in der ökonomischen Theorie vorhandenen Theorien an und sehen, ob sie das Verhalten im Labor erklären. Das ist ein fairer Test dieser ökonomischen Theorien, weil die Bedingungen, die eigentlich für ihre Anwendbarkeit erfüllt sein müßten, in der Wirklichkeit nicht erfüllt sind. Außerdem kann man viele Dinge, die man in der Wirklichkeit nicht beobachten kann, im Experiment einfach vorgeben. Es geht uns dabei nicht darum, eine Theorie zu haben, die vielleicht richtig vorhersagt, sondern sie soll auch aus den richtigen Gründen vorhersagen! Wenn man Mechanismen auf der Spur ist, von denen man annimmt, daß sie wirksam sind und die in der Theorie so wirksam sind, daß sie also auch in der Laborsituation wirksam sein müßten, dann ist die Laborsituation ein fairer Test."

In diesem Zusammenhang wurde nachdrücklich die Möglichkeit der Ableitung qualitativer Aussagen aus quantitativen Daten herausgearbeitet, wobei allerdings einschränkend auch darauf hingewiesen werden mußte, daß es natürlich auch "quantitative Dinge gibt, die sich einer Mathematisierung noch etwas entziehen." Das eigentliche Problem sei es, die Spezifik mathematischer und ökonomischer Begriffe einerseits herauszuarbeiten und andererseits auch wieder ihren Zusammenhang.

Statt eines Nachworts Bernhelm Booß:
Gemeinsame Problembereiche und
spezielle Züge bei der Kooperation
von Einzelwissenschaften und
Mathematik - Zwischenresümee

Die systematische Auswertung,
Vertiefung und Präzisierung der
vorliegenden Übersichtsvorträge
und Diskussionen ist Inhalt der
weiteren Arbeit der
Mathematisierungskommission.
Statt eines Nachworts will der
folgende Beitrag, mit dem die
Vortragsreihe eröffnet wurde,
Möglichkeit und Notwendigkeit
gezielter Zusammenarbeit auf
dem Gebiet der
Mathematisierung dartun.

In Vorbereitung unserer Konstituierung hatte ich die Gelegenheit, mit allen beteiligten Wissenschaftlern Vorgespräche zu führen, in denen Möglichkeiten einer Verständigung zwischen den verschiedenen Disziplinen tastend erkundet und erste Vorstellungen für die Arbeitsweise der Mathematisierungskommission entwickelt wurden. Dabei zeigte sich, daß die rasch voranschreitende Mathematisierung der Einzelwissenschaften

1. die Tendenz zur Kooperation, zum Erfahrungsaustausch verstärkt und
2. tiefgreifende neue Anforderungen an diesen Annäherungsprozeß stellt.

Diese beiden entgegengesetzten, aber aufs engste zusammengehörenden Tendenzen lassen sich deutlich am erreichten Niveau der Mathematisierung der Einzelwissenschaften ablesen, wie es sich ausdrückt in:

- Entwickeltheit der in den Einzelwissenschaften verwendeten Mathematik
- Umfang der Literatur zur Mathematisierung der Einzelwissenschaften
- Standard einer Mathematikausbildung im Studienplan der Einzelwissenschaften

- Sonstige Institutionalisierung der Mathematisierung in den Einzelwissenschaften (spezielle Zeitschriften / besondere wissenschaftliche Gesellschaften oder Vereinigungen / Anzahl der in Einzelwissenschaft tätigen vollausgebildeten Mathematiker / Art des Einsatzes / Bedeutung von Datenverarbeitungsanlagen usw.).

In extremer Weise äußern die beiden Aspekte sich dann gewöhnlich so:

Entweder will man die Mathematik als eine Art Querschnitt-Theorie oder Universalsprache etablieren, oder man wirft der Mathematisierung mit ihren Abstraktionen eklektizistische leere Präzision vor ohne relevanten inhaltlichen Problembezug. Die erste Position kehrt nur eine Seite der größeren Abhängigkeit der fortschreitenden Mathematisierung und Abstraktionsbildung vom Zusammenwirken verschiedener wissenschaftlicher Gebiete und verschiedener Praxisbereiche hervor, indem sie die interdisziplinäre Diskussion auf das Darlegen und die Entwicklung von Methoden ohne inhaltlichen Problembezug beschränkt. Sicher ist die unmittelbare Erweiterung des technischen Reservoirs von Methoden der Mathematisierung eine wichtige Aufgabe. Die ausschließliche Behandlung der Mathematisierung als Methode, als Summe von fertig chiffrierten Erkenntnissen und Verfahren, liefert allein noch keine Orientierungsgrundlage zum Erspüren des objektiven Zusammenhangs von Modell und Realität in den verschiedenen Wirklichkeitsbereichen. Die Entwicklung des Modells selbst erfordert mehr als nur formale Hinweise.

Gerade diese Feststellung, daß also Abstraktionen nur einschätzbar sind in einem Problemzusammenhang, in ihrem Verhältnis zur empirischen Wirklichkeit, zur Praxis, gerade dieser Aspekt wird in der zweiten Position zugespitzt, bis schließlich eine theoretische Relevanz der Mathematisierung nur für "einfache", z. B. physikalische Zusammenhänge zugestanden, für komplexere aber bestritten wird. Wo die erste Position auf eine technische und fachsprachliche Diskussion drängt, neigt die zweite Position zu einer Überschätzung von Verständigungsschwierigkeiten und ist meist davon überzeugt, daß in einer gemeinsamen Durchschnittssprache nur allgemein wissenschaftstheoretische Erörterungen oder noch elementarere Diskussionen auf noch höherer Ebene möglich sind.

Demgegenüber käme es jetzt darauf an, die Verschiedenartigkeit der Erfahrung der Einzelwissenschaften mit der Mathematisierung wirklich auszunutzen, d. h. die Diskussion von den Fachsprachen herunterzubringen - ohne in spekulatives Gerede zu fallen. Daß eine gemeinsame nichttechnische Reflexion grundlegender und für die Einschätzung und Fortentwicklung der Mathematisierung oft entscheidender Vorstellungen und Überlegungsschemata möglich ist, ist bereits im ersten Durchgang der vorbereitenden Einzelgespräche sichtbar geworden und soll durch die folgende Liste von gemeinsamen Problembereichen - allerdings in sehr persönlicher Auswahl, nicht repräsentativ - dokumentiert werden. Dabei zeigt sich auch, daß die radikale Ausweitung des Objektbezugs der Mathematisierung von vorwiegend physikalischen Fragestellungen auf das menschliche Verhalten selbst, auf die soziale und ökonomische Praxis, auf die biologische, sprachliche und Lern-Kommunikation neue Gesichtspunkte auftauchen läßt und alte modifiziert.

Wenn es klar ist, daß diese neuen Erfahrungsansätze und Probleme ausgewertet werden müssen, daß für die Erarbeitung von Entscheidungsgrundlagen für die zukünftige Gestaltung des Bereichs Mathematisierung an der Universität Bielefeld relevante Informationsgrundlagen, Faktenmaterial herausgefunden werden muß, dann soll die folgende Liste nur die Möglichkeit eines Erfahrungsaustausches belegen, einer Bestandsaufnahme, die dem rationalen Kern der beiden oben skizzierten Extrem-Positionen Rechnung trägt, nämlich der in der Mathematisierung zutagetretenden Interdependenz des Erkenntnisprozesses und seiner wachsenden Theoretisierung.

Auswahl grundlegender Vorstellungen und Überlegungsschemata bei der Mathematisierung der Einzelwissenschaften ¹⁾

Erläuterungen
(insbes. zur Mathematisierung)

Typische Beispiele aus
Einzelwissenschaften

1. "Diagnose"

Sprache der Beschreibung des status quo, Oberflächenbeschreibung.

Empirie. Beurteilung von Datenmaterial. Hier (und nicht bei der formalen Logik) historischer Beginn der Mathematisierung der Einzelwissenschaften.

1.1 "Kinematik"

Auswertung von Meßreihen und Durchschnittsbildung im Rahmen kinematischer Beschreibung von Veränderung, Bewegung. Vergleiche aber auch unten in 2.1.2 die Modellierung von "Funktion". Problem der "Unendlichkeit". Differentialgleichungen.

Achilles und die Schildkröte: Beobachtung "infinitesimaler Veränderungen". Zergliederung eines Bewegungsablaufs.

¹⁾ Weiterentwicklung von /10/ mit dem Material der Vorgespräche

1.2 "Statistik"

Auswertung von Meßreihen und Durchschnittsbildung im Rahmen wahrscheinlichkeitstheoretischer Beschreibung.

Theoretische Schwierigkeit (in der Fassung und Weiterentwicklung des Begriffs "Unbestimmtheit") und zugleich technische Unmittelbarkeit bis hin zu tendenziell unwissenschaftlichem Einsatz.

Beurteilung, ob Abweichungen zufällig oder relevant sind etc.

1.3 "Mehrfaktorenanalyse"

Statt Einfaktorexperiment:

Zeit der "ideal einfachen"

Wissenschaften vorbei, die noch rigorose Verfolgung eines Teilaspektes erlaubten.

Siehe auch unten 2.1 "System".

Mit M. F. ATIYAH unterscheiden wir drei verschiedene

Entwicklungen in der modernen Mathematik, die "durch dieses Problem der fortschreitenden Komplexität" motiviert wurden und die darauf Teilantworten geliefert haben /2/:

Überall durchgehend

(i) "Konsequente Ausnutzung der symmetrischen Eigenschaften"

Z. B. in Phänomenologie der Theorie der Elementarteilchen: Wie kann man explosive Prozesse (Mehrteilchen-Darstellungen) durch Kenntnis aller inklusiven Prozesse (Einteilchen-Beobachtungen) darstellen. Welches sind die relevantesten Parameter für die Darstellung in Matrizen - und schließlich zur Speicherung auf Lochkarten.

(ii) Wahrscheinlichkeitstheorie bzw. Statistik. Hauptmittel der Mehrfaktorenanalyse.

Siehe oben 1.2 und unten 2.1

(iii) Topologie, qualitative Mathematik, die mehr an allgemeinen Merkmalen als am Verhalten im einzelnen interessiert ist. (ATIYAH).

Höherdimensionale graphische Darstellungen entsprechend dem Plädoyer von E. C. ZEEMAN in /12/. Qualitative Klassifikationen. Hauptanwendungen bisher in Stabilitätsuntersuchungen. Siehe aber auch unten 2.1.3 .

2. "Modellierung"

Wechsel der Bewegungsebene, Simulation, Übergang z.B. zu einem Zeichensystem, "das auf der Grundlage einer Struktur-, Funktions- oder Verhaltensanalogie zu einem entsprechenden Original von einem Subjekt eingesetzt und ausgenutzt wird, um eine bestimmte Aufgabe lösen zu können, deren Durchführung mittels direkter Operationen am Original zunächst oder überhaupt nicht möglich bzw. unter gegebenen Bedingungen zu aufwendig ist."
(G. KLAUS/M. BUHR: Philosophisches Wörterbuch).

2.1 "System"

Nicht: Isolierung einzelner Ereignisse in ausufernder Summierung.
Sondern: Komplexität selbst als Forschungsgegenstand.

2.1.1 "Struktur"

Modellierung der Struktur vom Standpunkt der Logik, Algebra oder Wahrscheinlichkeits- (Informations-) theorie.

Synchrone Untersuchungen.
Erfassung von Ordnung und Regelmäßigkeit des Geschehens (Sprache, Recht usw.).

2.1.2 "Funktion"

Modellierung von Funktion, des aktuellen Funktionierens, Verhaltens der Strukturen.

Diachronische Untersuchung von Änderungs- und Entwicklungstendenzen.

2.1.3 "Störfaktoren"

Prinzipieller Zusammenhang von 2.1.1 und 2.1.2: Untersuchung der Verhältnisse, in denen die Forschungsgegenstände sich bewegen. Synthese von Starrem und Autonomem.

Störfaktoren als wesentlich erkennen, nicht eliminieren.

Physik: Resonanzphänomene, Bifurkation, Feynmangraphen etc.

Selektivität statt Nivellierung.

Berücksichtigung der Divergenzeffekte, bei denen "unbedeutende Änderungen in einem kritischen Moment größere Änderungen später als Ergebnis haben ... im Unterschied zur Physik, die im allgemeinen nicht-divergent ist: Sie benutzt meist HAMILTONsche Mathematik... Die Physik hat so lange die angewandte Mathematik bestimmt, daß viele Naturwissenschaftler und Mathematiker irrtümlich angenommen haben, daß Nicht-Divergenz notwendig ist zur

Biochemie: Anders als bei abgeschlossenen, im Gleichgewicht befindlichen Systemen (z. B. der Quantenmechanik), bei denen sich die Zufälligkeit des einzelnen Teilchens im Falle großer Teilchenzahl quasi ausgleicht, haben nach M. EIGEN "evolutionäre Entwicklungen durchweg ihren Ursprung in Einzelereignissen, die durch den Wachstumsprozess 'verstärkt' und damit makroskopisch 'abgebildet' werden. ... Das für die Evolution lebender Systeme charakteristische

Ermöglichung von Vorhersagen. Entsprechend wurde die Physik exakte Wissenschaft ' genannt, während die biologischen und Gesellschafts-Wissenschaften fälschlich als 'inexakte Wissenschaften' aufgeführt wurden." /12/

Bedeutung der Diskontinuitäten für Entwicklung: Krisen, Sprünge, instabile Gleichgewichtslagen, Singularitäten etc.

2.2 "Ordnungsraum"

1. Fall: Mathematisierung zunächst auf Diagnose beschränkt: Fülle des beobachteten Materials besitzt vorgegebenen natürlichen Rahmen. Intuitives Verständnis der Fakten.

2. Fall: Fülle des beobachteten Materials erfordert unmittelbare theoretische Verallgemeinerung (Modell). Von vornherein größeres Abstraktionsniveau notwendig, in dem erst Fragen formuliert und Versuchsergebnisse aufgeschrieben werden können.

2.3 "Reichweite"

Illusionär: Globale Modellierung, Pauschalaxiomatisierung. Möglichst wenig Hypothesen und möglichst weitgehende Konsequenzen. Diese mathematische Denkweise kann nicht unmittelbar auf die Mathematisierung der Einzelwissenschaften übertragen werden.

Realistisch: Wirklichkeit beobachten und von Fall zu Fall mathematische Theorie hinzuziehen. Beobachtungen lokal mit mathematischer Theorie überdecken. Nur keine weitreichenden Konsequenzen aus fraglichen Hypothesen ziehen.

Selektionsverhalten tritt bereits auf dieser Stufe (Reproduktionsmechanismen von Nukleinsäuren und Proteinen, B.B.) als eine spezielle Reduktionssystemen inhärente Materieeigenschaft in Erscheinung." /6, S. 521 /

Ökonomie: Wie setzen sich bestimmte Erscheinungen durch.

Pädagogik: Lernprozesse usw.

Z. B. Neurophysiologie der Fliege:
(i) Gehirnfunktion zerlegen
(ii) Elektrotests durchführen
(iii) Funktionen genauer bestimmen
(iv) vergrößertes und gegliedertes (spezifiziertes) Bild des Gehirns malen und beschriften.

Beispiel Pendel, freier Fall usw. :
Hier muß zur Mathematisierung gerade von der Konkretheit des Objektes (Material, Form, Farbe usw.) abgesehen werden.

"Die Theoreme der mathematischen (Statistik), logisch geschärft und entsprechend zugespitzt formuliert, können und sollten Orientierung und Aufhellung spezieller Aspekte bieten; werden sie aber oberflächlich für (ungerechtfertigte) Ableitungen im realen Leben gehalten, können sie vollständig irreführend sein.

In der Praxis ist es viel wichtiger, das Schlimmste zu verhüten in jedem erdenklichen Aspekt, einschließlich der von keiner geläufigen Theorie abgedeckten, als in eine einzige oder in wenige Richtungen zu optimieren - bei vollständiger Unkenntnis alles anderen."
F. HAMPEL in /7, S. 101 /

3. "Heuristik"

Denkökonomie und Effektivität der Mathematisierung in Entscheidungssituationen bei vollständiger Information: Worin liegt die Leistungsfähigkeit der Mathematisierung, ihre theoretische Relevanz.

3.1 "Gedankenexperiment"

Nicht: Bloßes Deduzieren.
Transformation von Aussagen in Aussagen innerhalb eines vorgegebenen begrifflichen Niveaus: "In der Tat weiß jeder Mathematiker, daß ein Beweis nicht wirklich 'verstanden' ist, wenn man nur Schritt für Schritt die Korrektheit der Deduktionen, aus denen er besteht, verifiziert hat, sich aber nicht bemüht hat um eine klare Einsicht in die Ideen, die dazu geführt haben, gerade diese besondere Kette von Deduktionen zu konstruieren und sie jeder anderen vorzuziehen."
N. BOURBAKI in /5, S. 163 /.

Sondern:

- Strikter nicht-metaphorischer Umgang mit Aussagen, der ihre Konsequenzen möglichst weitgehend einholt.
- Verzicht auf konkrete Eigenschaften und Hinzusehen wesentlicher Eigenschaften, Bedingungen, Zusammenhänge Verhältnisse.
- Gedankliche Vorwegnahme einer Tätigkeit (Experimentator, gesellschaftliche Tätigkeit) und Einbeziehung der Fülle der Möglichkeiten, die eintreten können.
- Simulation.

R. THOM gibt dazu folgenden Dialog zwischen einem "Experimentator" und einem "Theoretiker" wieder:

E.: Wenn Ihre Modelle zu etwas gut sind, müssen sie neue Fakten vorhersehen; und ich wünsche mir nichts mehr von Ihnen, als die entsprechenden Experimente zu machen.

Th.: Vor der Voraussicht neuer Fakten muß ich systematisieren, um die Masse der bereits bekannten Fakten zu verstehen. Nichts nützt die Erweiterung der bereits enormen experimentellen Kenntnis, wenn man nicht auch eine Theorie hat, die die bekannten Fakten erklärt - und vor allem die am klassischsten unter ihnen, wie sie in allen elementaren Lehrbüchern stehen.

E.: Aber kann dann Ihre theoretische Konstruktion einen Nutzen haben, irgendeine Beziehung mit dem Konkreten?

Th.: Das wird dazu dienen zu verstehen, was vor sich geht.

E.: Verstehen interessiert mich nicht, wenn ich nicht daraus eine Idee für ein Experiment ziehe ...

Th. : Sie müssen sich überzeugen, daß der Fortschritt der Biologie weniger von einer Anreicherung der experimentellen Daten abhängt als von einer Erweiterung der Fähigkeiten zur gedanklichen Simulation der biologischen Fakten, von der Schaffung einer neuen "Intelligenz" bei den Biologen. /11, S. 20f/.

3.2 "Technik der Erfahrung"

Neue Bestimmung des Verhältnisses von Beschreiben und Erklären.
Radikales Hinausgehen über bloßes "curve fitting".

"Man sucht nicht länger zu verifizieren, daß eine hypothetische Beziehung ... eine bestimmte Form hat ... Es geht also mit anderen Worten nicht mehr darum, eine Funktion einer Kurve anzupassen, sondern darum, die Kurvenform aus den hypothetischen und mathematisch formulierten Mechanismen zu deduzieren ... Dies impliziert natürlich eine völlige Wandlung in der Experimentalforschung ... Der erkenntnistheoretisch bedeutsamste Punkt ist, daß die Mathematisierung (der Lerntheorie) der experimentellen Forschung einen formellen, vorher nicht gekannten Rahmen auferlegt." Aus dem UNESCO-Report /4, S. 28f/.

"Strenge Forderung, daß 'Theorie' und 'Messung' als Teile eines Ganzen angesehen werden sollten."
L. JOHANSEN in der Ehrung für den ersten Nobelpreisträger der Ökonomie /8, S. 303/.

- Erklärung = Verringerung der Beliebigkeit von Beschreibung (THOM).
- Iterationsprozeß Modell/Empirie.

- Empirische Methoden, mit denen Abstraktionen gewonnen werden.
- Algorithmierung.
- Theorie erscheint als Technik, um Wirklichkeit zu befragen: "Nichts Praktischeres als eine Theorie" (BOLTZMANN).

Hauptprobleme vor allem in Psychologie und Ökonomie:

- Beliebigkeit der Modelle und
- Beliebigkeit der Beschreibung.

Methoden der Strukturanalyse zur inhaltlichen quantitativen Kenngrößen-ermittlung (z.B. in Lerntheorie):
(i) Zerlegung in einfach qualitative Elemente
(ii) Herausarbeiten der elementaren erzeugenden Operationen
(iii) Konstruktion von erzeugenden Algorithmen
(iv) Zahlenmäßige Bestimmung von (i) und (ii)

(v) Gewinnung der quantitativen Kenngrößen einer beliebigen konkreten Erscheinung der gegebenen Klasse mittels direkter Analyse des Algorithmus über die Entstehung dieser Erscheinung.
Nach /1, S. 285/.

3.3 "Dirty Theories"

Mathematisierung läßt sich nicht auf Verfahren, Rezepte reduzieren. Sondern: Problemlösungsverhalten, Darstellung von inhaltlichen Zusammenhängen.

Realistisches (richtiges) Verhalten in den Zwischenbereichen Nichtwissen/ Wissen, so wie nach BOURBAKI auch schon die Qualifikation des Fachmathematikers "in dem richtigen Erspüren des normalen Verhaltens besteht, das er von seinen mathematischen Wesen glaubt erwarten zu dürfen". /5, S. 213/

Vermittlungsinstrument zwischen Theorie und Praxis:

- (i) Mathematisierung abhängig von erreichtem Niveau ihres technischen Apparats
- (ii) Mathematisierung abhängig von Anforderungen und Voraussetzungen der Praxis der Einzelwissenschaften.
- (iii) Prinzipielle Notwendigkeit, beide Gesichtspunkte, den der technischen Verfügbarkeit und den der Parteilichkeit für Erkenntnisfortschritt, in Übereinstimmung zu bringen.

Damit stellt sich schon für den mathematischen Fortschritt die Frage nach der "Grundeinstellung" des Wissenschaftlers, nach seinem "außermathematischen Horizont", so wie es von W. BÖGE zugespitzt formuliert wurde (in einem Brief an H. ZIEZOLD zu Fragen der Spieltheorie): "Bei der Grundeinstellung geht es darum, ob man als Intellektueller helfen oder herrschen will.

Z. B. R. FRISCHs Ansatz zur Aufstellung ingenieurmäßiger Produktionsfunktionen, anstatt "mehr oder weniger außerhalb der Mauern des Unternehmens zu bleiben, im wesentlichen nur die inputs und outputs zu registrieren und dann statistische Methoden zur Analyse dieser Daten zu benutzen". /8/

Wie wenig die noch vorherrschenden Weisen des Einsatzes von Wissenschaft der vollen Entfaltung auch dieses Gesichtspunktes der Mathematisierung dienen, belegt eine Analyse der Berufspraxis von Mathematikern in der Wirtschaft der BRD: "... wird aber in den Berichten als Praxisbeziehung nur die betriebswirtschaftliche Komponente der Arbeit erwähnt, keineswegs die konkrete Seite der tatsächlichen mathematischen Arbeit. Dieser Verzicht auf "Praxis", der der Ausbildung angelastet wird, seinen Grund aber in der entfremdeten Anwendung der Mathematik hat, ist vermutlich der wesentliche Aspekt der beruflichen Dequalifikation..."
/9, S. 32/.

Wenn man helfen will, so kann man es m. E. nicht dadurch, daß man jenen, denen man helfen will, etwas Fremdes aufoktroziert, sondern nur dadurch, daß man sie in dem, was sie von sich aus tun würden, unterstützt."

Literatur

- /1/ Akademie der Päd. Wiss. d. UdSSR (ed): Allgemeine Grundlagen der Pädagogik. Berlin (VEB Volk und Wissen) 1972.
- /2/ ATIYAH, M. F. : Wandel und Fortschritt in der Mathematik. Bild der Wissenschaft 4/1969, 315-323.
- /3/ BOOSS, B., FRANKE, B. und OTTE, M. : Gesetzmäßigkeit in der Entwicklung mathematischer Tätigkeit. In: HEGEL-Jahrbuch 1972. Meisenheim (A. HAIN) 1972, 50-67.
- /4/ BOUDON, R. : Modèles et méthodes mathématiques. In: UNESCO (ed), Tendances principales de la recherche dans les sciences sociales et humaines. Partie I: Sciences sociales. Paris (Mouton) 1970, Kapitel VIII.
Deutsche Ausgabe: Mathematische Modelle und Methoden. Frankfurt, Westberlin, Wien (Ullstein) 1973.
- /5/ BOURBAKI, N. : Die Architektur der Mathematik I/II. Physikalische Blätter, Heft 4/5 (1961).
- /6/ EIGEN, M. : Selforganization of matter and the evolution of biological macromolecules. Die Naturwissenschaften 58 (1971), 465-523.
- /7/ HAMPEL, F. : Robust estimation: A condensed partial survey. Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. 27 (1973), 87-104.
- /8/ JOHANSEN, L. : Ragnar FRISCHs contributions to economics. Swed. J. of Economics (1969), 302-324.
- /9/ NEUMANN, Th. : Einleitung zum Ringkolloquium über die Berufspraxis des Mathematikers in der Wirtschaft der BRD. In: Materialien zur Analyse der Berufspraxis des Mathematikers, Heft 7. Bielefeld 1972, 12-38.
- /10/ OTTE, M. : Ein methodologischer Hinweis für die Didaktik der Mathematik. Vortrag vor Wahrscheinlichkeitstheoretikern bzw. Statistikern der Universität Frankfurt/M. Unkorrigiertes Manuskript 1973.
- /11/ THOM, R. : La théorie des catastrophes: Etat présent et perspectives. Manifold Spring 1973, 16-23.
- /12/ ZEEMAN, E. C. : The geometry of catastrophe. Thinking by numbers 13. Times Litterary Supplement 10. 12. 1971, 1556.

Anhang I Mögliches Gerüst zur Darstellung der
Mathematisierung der
Einzelwissenschaften

Dieser von Peter Flaschel aufgezeichnete Vorschlag ging aus Einzelgesprächen hervor, die zur Vorbereitung der Konstituierung der Mathematisierungskommission mit den von den Fakultäten nominierten Mitgliedern geführt wurden.

Die Referenten brauchten - und konnten sich natürlich nicht ganz starr an das Darstellungsgerüst halten, das nicht verbindlich, sondern anregend gemeint war.

Erstellung von grundlegender Information über die Voraussetzungen, Möglichkeiten, Analogien etc. des Einsatzes von Mathematik in den Einzelwissenschaften - aus der Sicht der jeweiligen Einzelwissenschaft

Welche notwendigen Vorarbeiten?

- A. Versendung einer 2-3seitigen Diskussionsvorlage (erweiterte Inhaltsangabe des Referates) an die Kommissionsmitglieder
- B. mit Definitionensammlung der jeweiligen Einzeldisziplin (z.B. Semantik, Pragmatik etc., soweit fürs Verständnis des Vortrages nötig), z.B. fotokopiert aus Lexika (mit Vorbehalten bzw. mit Angabe der dort vertretenen Forschungsrichtung)
- C. Vorschlag einer Auswahl dem Thema entsprechender (auch bzgl. der Einzelwissenschaft wissenschaftstheoretischer?) Bücher und Texte

Zum Aufbau eines Referates

Bem.: Alle folgenden Unterpunkte sind weder disjunkt noch möglicherweise getrennt darstellbar und würden bei voller Ausarbeitung natürlich weit über den Rahmen der Kommissionsarbeit hinausgehen. Sie sollen nur möglichst umfassend die verschiedenen möglichen Aspekte nennen.

Allgemeines zur Einzelwissenschaft (kurzer Überblick)

1. Allgemeine Entwicklung der Einzelwissenschaft
2. Wie hat sich die Definition des Untersuchungsgegenstandes (z. B. Sprache etc.) entwickelt und geändert? Welches sind die Haupt - fragestellungen des Faches?
3. Welches sind die wichtigsten Unterteilungen in Untersuchungsgebiete innerhalb der Disziplin? Welche Beziehungen zu Nachbardisziplinen gibt es?
4. Welche verschiedenen Ausgangspunkte, Betrachtungsweisen, Methoden, Schulen gibt es?

Spezielleres zur Beziehung zwischen Mathematik und Einzelwissenschaft

1. (statische) Bestandsaufnahme
 - 1.1 Welche mathematischen Gebiete treten im Zusammenhang mit welchen einzelwissenschaftlichen Fragestellungen auf? (Liste, beispielhaft ausfüllen?)
 - 1.2 Zu welchem Ziel und in welcher Weise wird die eingesetzte Mathematik dabei benutzt? (Welcher Explizitheitsgrad, Exaktheitsgrad, bis zu welchem Grad der jeweiligen mathematischen Theorie?)
 - 1.3 Exemplarische Darstellung ihres Einsatzes - um daran das diesbzgl. spezifisch mathematische Denken der Einzelwissenschaft darzustellen.
2. Entwicklungen bzgl. Mathematisierung
 - 2.1 Welche Umstände haben die Mathematisierung notwendig gemacht? Woher kamen die jeweiligen Anstöße (innere, äußere?)
 - 2.2 Welche Gebiete sind durch ihre Verbindung zur Mathematik fortgeschritten (welche nicht?)? Wo und wie haben sich dadurch neue Erkenntnisse eingestellt? (Beurteilung der jeweiligen Leistungsfähigkeit von Mathematisierung?)
 - 2.3 Originäre Mathematikentwicklung oder Mathematik zunächst mehr aus anderen Fragestellungen entlehnt (woher?)? Welche Rückwirkungen auf die Mathematik und ihre Fragestellungen hat es gegeben?
 - 2.4 Welche massenhaft zu lösenden praktischen Probleme treten im Rahmen der Einzelwissenschaft auf, und wie hat sich dies auf die Entwicklungsrichtung der Einzelwissenschaft ausgewirkt?
 - 2.5 Überwiegt die Seite der Quantifizierungen (Diagnose, empirisch-kausale Beschreibung lokaler Zusammenhänge) oder der Strukturierungen (Modellierung) und welchen Zusammenhang gibt es dazwischen?
3. Auseinandersetzung im Rahmen der Entwicklung
 - 3.1 Wie sieht der Negativkatalog (Typisierung) hinsichtlich der Mathematisierung bei der betreffenden Einzelwissenschaft aus (der verschiedenen Schulen etc., mit welchen Begründungen)?

Welche Kritik am Negativkatalog?

- 3.2 Besondere Schwierigkeiten bei der Kooperation von Mathematik und Einzelwissenschaft? Wie selbständig sind die mathematisierten Teile der Einzelwissenschaft gegenüber den anderen? (Später: Im Vergleich zu den anderen Einzelwissenschaften!)
 - 3.3 Wie ist das Verhältnis zu methodisch anders arbeitenden Einzelwissenschaftlern bzw. zu anderen Mathematik einsetzenden Disziplinen?
 - 3.4 Welche Verständigungsschwierigkeiten mit Mathematikern bzw. innerhalb der Einzelwissenschaft treten auf?
4. Ergänzendes zur Methode
 - 4.1 Welche Funktionen werden der Mathematik bei ihrem Einsatz zugesprochen:
 - a) Reduktion von Komplexität
 - b) Vergegenständlichung
 - c) Aufdecken logischer Widersprüche
 - d) Präzisierung durch Ausdiskutierung
 - e) Begriffsentwicklung vorantreibend
 - f) quantifizierend etc. ?
 - 4.2 Zu welcher spezifischen Betrachtungsweise der Einzelwissenschaft korrespondiert die Mathematik am besten?
 - 4.3 Wie konstituiert sich der mathematische Forschungsweg (Methoden der Übertragung)?

Ausblicke

1. Wo sind künftig die Probleme der Einzelwissenschaft zu sehen? In welcher Richtung ist der Ausbau nötig?
2. Welche mathematischen Probleme sind dabei in Zukunft für diese Einzelwissenschaft am interessantesten? (Wo hat sie verstärkt mathematische Forschung nötig?) Treten dabei über die Einzelwissenschaft hinausstreibende Fragestellungen (zu anderen Disziplinen) auf?
3. Wie sind die bisherigen Erfahrungen der Mathematisierung zu beurteilen, was erwartet man von zukünftiger Mathematisierung?

Organisatorischer Rahmen bzgl. Mathematik in der Einzelwissenschaft

1. Wie ist die mathematische Ausbildung in den Studiengang der Einzelwissenschaft eingebaut?

- 1.1 Allgemeinstudium
- 1.2 Spezialstudium

- 2. Wie ist die Kooperation Mathematik - Einzelwissenschaft hauptsächlich realisiert?
 - 2.1 Personalunion
 - 2.2 Colloquien, Tagungen
 - 2.3 auf Einzelinteressen beruhende Kontakte zwischen Einzelwissenschaft und Mathematik
 - 2.4 spezielle Institute?

- 3. In welchem Maße etwa sind bereits ausgebildete Mathematiker in der Einzelwissenschaft tätig?

- 4. Umfang der Literatur in diesem Bereich der Einzelwissenschaft (gibt es bereits mathematische Zeitschriften der Einzelwissenschaft?)?

- 5. Wie groß ist der Technisierungsstand (z. B. hinsichtlich der empirischen Forschung)?

- 6. Welche technischen Probleme gibt es in der inneren und äußeren Kommunikation mit der Mathematik (räumliche Trennung, Bibliotheken etc.)?

Anhang II Liste von Schwierigkeiten bei der
Kooperation zwischen Mathematik und
Einzelwissenschaften

Reelle Schwierigkeiten und
psychologische Hemmnisse sind bei der
Mathematisierung eng miteinander
verwoben. Die Auflistung wurde -
ebenso wie Anhang I -
von Peter Flaschel auf der Grundlage
zahlreicher Vorgespräche
durchgeführt. Sie will keine
"Grenzen der Mathematisierung"
postulieren, sondern zur Überwindung
der aufgeführten echten und eingebildeten
Schwierigkeiten aufrufen.

Bemerkung: Die folgende Liste ist versuchsweise systematisiert worden,
indem die Gesamtheit der Schwierigkeiten in Klassenähnlicher Schwierigkeiten
untergliedert wurde. Diese Untergliederung ist weder scharftrennend noch
vollständig noch endgültig. Wiederholungen wurden nicht vermieden, um die
Vielschichtigkeit der gebrachten Argumente und Formulierungen zu bewahren.
Es wurde kein Versuch gemacht, bei diesen Negativaussagen über Mathe-
matisierungen geeignet schwache Formulierungen zu finden. Das hier
erzeugte Gesamtbild entspricht keineswegs dem Gesamtbild der Vorgespräche.

Inhaltliche Schwierigkeiten

A) Schwächen der mathematischen Darstellungsweise in den
Einzelwissenschaften

1. Begriffsverselbständigung

- a) Mathematisierung bildet sich verselbständigende Begriffe, die keine
Beziehung zur Realität mehr anstreben.
- b) Mathematisierung erzeugt Vereinfachung und Festschreiben von
Sachverhalten.
- c) Mathematisierung liefert fiktive Sachverhalte.

2. Bloße Transformierung; Chiffrierung

- a) Mathematisierung ist oft bloße Übertragung inhaltsorientierter in formalisierte Sprache.
- b) Unterdrückung der Darstellung des Forschungsweges durch mathematisierende Verklausulierung.
- c) Mathematisierung verschleiert den Nichtgehalt von Aussagen.

3. Axiomatisierung

- a) Mathematisierung axiomatisiert Vorgänge, die sich bestenfalls nur kurzfristig so reduzieren lassen, und bewirkt dadurch Überdiskussion (übermäßige Theoriestabilisierung).
- b) Mathematisierung axiomatisiert unter Vernachlässigung von hierarchischen Strukturen und Querbeziehungen.
- c) Übertriebener Drang der Mathematisierung, alles auf möglichst wenige Grundannahmen zu reduzieren (um den Rest dann deduktiv abzuleiten).
- d) Tendenz der Mathematisierung zur Starrheit.

4. Unanschaulichkeit

- a) Mathematisierung vernachlässigt die Korrespondenz zur Empirie (die erforschten Beziehungen sind in der Darstellung nicht mehr erkennbar).
- b) Darstellung in nicht mathematisierender Form ist oft kürzer und umfassender.

B) Schwächen der mathematisierenden Forschungsweise

1. Inadäquatheit zwischen Mathematisierungsstand und Stand der Einzelwissenschaften.

- a) Mathematisierung formalisiert über die Bedürfnisse der Einzelwissenschaften hinweg (formalisiert nicht vorsichtig genug).
- b) Mathematisierung vernachlässigt die notwendige Einschränkung auf die (gemäß dem allgemeinen Stand der Methoden der Einzelwissenschaft) bearbeitbaren Probleme.
- c) Mathematisierung gibt sich zu streng und anspruchsvoll, statt Zwischenergebnisse (halbfertige Entscheidungsmodelle) anzustreben (geht über das sinnvollerweise nur Machbare hinaus).

2. Inadäquatheit zwischen betrachtetem Objekt und angewandter Mathematisierung
 - a) Mathematisierung vernachlässigt die Korrespondenz zur Empirie (die erforschten Beziehungen sind in der Darstellung nicht mehr erkennbar).
 - b) Mathematisierung ist nicht adäquat zur Komplexität und Mehrdeutigkeit insbesondere sozialer Vorgänge.
 - c) Mathematisierung korrespondiert meist nicht zu dem sonstigen methodischen Vorgehen der Einzelwissenschaften.
 - d) Mathematisierung formuliert zu schön und zu allgemein.
 - e) Mathematisierung kompliziert Strukturen, statt sie einfacher zu machen.
 - f) Die in der Mathematisierung verwandten Modelle sind oft von zu großer Beliebigkeit.

3. Stehenbleiben bei und Überbetonung von Einzelheiten
 - a) Mathematisierung lagert Probleme oder die Untersuchung von Daten aus ihrem theoretischen Kontext aus und untersucht insbesondere Empirisches ohne genaue Theoretisierung.
 - b) Mathematisierung prescht bei zu wenig Daten zu weit vor.
 - c) Zu weitgehende formale Ausdiskutierung einzelner formalisierter (quantitativer oder qualitativer) Sachverhalte.

4. Konsequenzen der unter I. aufgeführten Darstellungsweisen
 - a) Übertragung der mathematischen Exaktheit, Schärfe und Schematisierung auf das Objekt (Mathematisierungshypnose).
 - b) Mathematisierung stabilisiert Forschungstrends über Gebühr.
 - c) Mathematisierung entfernt sich soweit von der Einzelwissenschaft, daß sie nicht kommunikationsfähig gemacht werden kann, insbesondere betrachtet sie dann die eigenen Probleme, nicht die für die Einzelwissenschaft relevanten.
 - d) Mathematisierung führt zu formaler Spielerei, statt weiter zu konkreten Problemen zu drängen.
 - e) Mathematisierung reduziert gehaltvolle Theorien auf unbedeutendere Aussagen bzw. bringt nur Restatements schon bekannter Theorieteile.

5. Methodische Einseitigkeit

- a) Mathematische Modelle verkürzen die Wirklichkeit und insbesondere das "spezifisch Menschliche" durch Mißachtung individuell-menschlicher und gesellschaftlicher Zusammenhänge und Entwicklungen.

Formale und organisatorische Schwierigkeiten

C) Materielle

1. Räumliche Trennung - kein gemeinsames längerfristiges Verweilen an einem geeignet ausgestatteten Tagungsort
2. Keine gemeinsame Grund-Bibliothek
3. Mittel für:
 - a) Grundmaterialien zur Anfertigung und Vervielfältigung von Schriften etc. ?
 - b) Hilfskräfte?
 - c) Auswärtige Referenten?
4. Zu große Arbeitsbelastung.

D) Zeitliche

1. Notwendigkeit kontinuierlicher, ausreichend langer Treffen
2. Schwierigkeit der Aufrechterhaltung der Kontinuität zwischen den Treffen
3. Rechtzeitige Absprachen
4. Langfristigkeit des Vorhabens

E) Institutionelle

1. Klare Auftragsumreißung (Status, Rechte, Aufgaben) durch maßgebliche Stelle
2. Spätere Realisierungsmöglichkeiten der stattfindenden Entscheidungsvorbereitung der Kommission
3. Haushaltmäßige Kompetenzen?
4. Zu starke Abhängigkeit vom Interesse der Beteiligten (Struktur der interdisziplinären Zusammenarbeit hier besonders empfindlich)?

F) Wissensmäßige

1. Kommunikationsprobleme - keine interdisziplinäre Fachsprache -, da auch Mathematik oft fachspezifisch differenziert.

2. Mangelnde mathematische Kenntnisse der Einzelwissenschaftler - mangelnde einzelwissenschaftliche Kenntnisse der Mathematiker
3. Spezialisierung auch innerhalb der Einzelwissenschaft

G) Methodische

1. Keine konkreten Probleme gegeben - Metadiskussion
2. Sind Einzelinitiativen fruchtbarer - kommt der Versuch zu sehr von außen auf die Einzelwissenschaften zu?
3. Kein gemeinsames Problembewußtsein - reine Facherörterungen zur Technik der Mathematisierung?

H) Sonstige

1. Diskrepanz zwischen Geisteswissenschaft - Naturwissenschaft, z. B. unterschiedliche Literaturlage bzgl. Geisteswissenschaft und Naturwissenschaft: Wenig bzw. viel Mathematisierungsliteratur
2. Konkurrenzschwierigkeiten innerhalb einer jeden Einzelwissenschaft

Anhang III a Fragebogen für mathematische
Wissenschaftler

Nach einer Anregung aus der Mathematisierungskommission, "nun doch auch einmal die Mathematiker nach ihrem Verhältnis zu den Anwendungen zu befragen", wurde dieser Fragebogen von B. Booß und U. Knauer in Zusammenarbeit mit der Bielefelder Projektgruppe "Berufspraxis der Mathematiker" entwickelt. Hilfreich war auch ein Gespräch mit Angehörigen des Institutes für die Didaktik der Mathematik (IDM) der Universität Bielefeld. Der Fragebogen wurde einzelnen Mathematikern auf dem X. Internationalen Mathematikerkongreß, Vancouver 1974, vorgelegt, wo von den Verfassern auch ein Rundtischgespräch über die aufgeführten Fragenkomplexe organisiert wurde (siehe unten Anhang III b).

Von der Weiterentwicklung und einem systematischeren Einsatz des Fragebogens wurde bisher abgesehen. Es soll zunächst die Auswertung einer ähnlichen Fragebogenaktion, die inzwischen vom IDM begonnen wurde, abgewartet werden.

A. Verhältnis von Praxisproblemen und
mathematischer Hochschulforschung

Problem 1: Außermathematische Einflüsse auf die
Mathematik

1. Welche Bedeutung haben die Anwendungen für die Herausbildung und Fortentwicklung Ihres Forschungsgebietes?
2. Gibt es unmittelbare Einflüsse auf Ihr Spezialgebiet?
3. Wie werden sie ausgeübt, vermittelt? Sind sie organisiert, institutionalisiert, permanent?
4. Lassen sich mittelbare Einflüsse (über andere mathematische Gebiete) verfolgen?

5. Auf welchen Teilbereichen Ihres Spezialgebietes war die Entwicklung in den letzten 20 - 50 Jahren besonders stürmisch - und wo gibt es eher Stagnation?
6. Sehen Sie da einen Zusammenhang mit sich wandelnden Anforderungen oder Anregungen aus der Berufspraxis/ aus dem Gebrauch von Mathematik in anderen Wissenschaften?
7. Wieweit hat insbesondere die stürmische Entwicklung der Computertechnik sich auf Ihr Spezialgebiet ausgewirkt?
8. Würden Sie sich der Meinung von Donald E. KNUTH anschließen, der (aus dem Blick der computer science) sagt: "Nach meiner Erfahrung sind Theorien oft mehr strukturiert und interessanter, wenn sie auf realen Problemen beruhen"?
9. Oder führen Betrachtungen aus der Praxis in aller Regel doch nur zu "stupiden" (awkward) mathematischen Problemen, die für sich genommen "unrein" oder sogar "ekelhaft" sind?
10. Hat KNUTH recht, wenn er an uns Mathematikern kritisiert: "Statt nach dem besten Weg zur Lösung eines Problems zu suchen, denken wir uns erst einen Algorithmus aus - und suchen dann nach einem Sinn, in dem er optimal ist."
11. In Zusammenarbeit mit anderen Disziplinen besteht die Gefahr, daß die Mathematik zur Hilfswissenschaft degradiert wird. Dadurch daß sie reine Zulieferfunktionen ausführt, erhält sie selber keine Impulse. Dieses Problem ist auch für alle in der Praxis arbeitenden Mathematiker relevant und führt häufig zu einer realen Dequalifikation. Wie schätzen Sie diese Situation ein?

Problem 2: Instrumenteller Charakter der Mathematik

1. In der Berufspraxis/Mathematisierung der Einzelwissenschaften spielt das Finden geeigneter mathematischer Abstraktionen eine große Rolle. Wieweit trifft das auch schon innermathematisch für Ihr Fachgebiet zu?
2. Wie bewußt, wie systematisch geht man auf Ihrem Fachgebiet bei der Suche nach geeigneten Abstraktionen, Begriffsbildungen, Theorien vor? (Wir unterstellen, daß große Leistungen nicht aus blinder Axiomatik, stereotyper Deduktion oder kombinatorischer Willkür entspringen)
3. Woran orientiert man sich dabei?
 - Besitzt das Fach selbst einen Problemrahmen (z. B. durch klassische Problemstellungen, die noch ihrer Lösung harren)?
 - Wieweit kann man sich unmittelbar von außer-mathematischer Fragestellung leiten lassen?

4. Kann man den mathematischen Abstraktionen auf diese Weise einen instrumentellen, einen Werkzeug-Charakter zuschreiben?
5. Läßt sich das schon auf dem Niveau der Lehre den Studenten vermitteln?
6. In welchen Lehrbüchern oder Übersichtsartikeln auf Ihrem Fachgebiet ist dieser Gesichtspunkt besonders gut herausgearbeitet worden?

Problem 3: Mathematik in der Praxis

1. Haben Sie einen Überblick über frühere, derzeitige und zukünftige (potentielle) Bedeutung Ihres Forschungsgebietes für die "Praxis"?
 - unmittelbar
 - mittelbar (über andere math. Disziplinen)
 2. Norbert WIENER sagte einmal: "In der Wissenschaft genügt es nicht, daß man imstande ist, seine Probleme zu lösen, man muß diese Probleme von allen Seiten betrachten und feststellen, welche Probleme man gelöst hat." Würden Sie das als innermathematische Maxime in Ihrem Fachgebiet gelten lassen?
 3. Wieweit ist diese Forderung aber noch richtig, notwendig (und auch realistisch?) im Bezug auf die ganze Mathematik oder gar das System der Wissenschaften und beruflichen Praxisbereiche?
 4. Oder würden Sie sich - nach den Erfahrungen mit dem Mißbrauch von Wissenschaft - eher wie HARDY wünschen, daß Ihre Forschungsergebnisse möglichst weit weg von der Praxis führen?
- B. Möglichkeiten zur Vorbereitung auf die Berufspraxis im Studium

Problem 4: Innermathematische Qualifikationskriterien

1. Was sind charakteristische Merkmale mathematischer Intelligenz?
2. Was zeichnet einen guten Mathematiker aus?

3. Oft macht man einen Gegensatz zwischen den beiden folgenden Qualifikationen: Die Kompetenz in einem mathematischen Spezialgebiet ("Winkel") und die Breite mathematischer Bildung ("Oberflächlichkeit"). Wieweit bedingen sich diese beiden Qualifikationsmerkmale?
4. Gibt es typische Beispiele aus Ihrem Forschungsgebiet, wo der weitere Fortschritt entscheidend von der Sprengung der spezialisierten Betrachtungsweise abhängt?
5. Welche Rolle haben auf Ihrem Fachgebiet
 - die "Klarheit der Zielvorstellungen" und die "Gesamtschau der Phänomene" (die Anschauung)
 - die "schöpferische Vorstellungskraft" (die Intuition)
 - die "Beharrlichkeit" (der Kalkül), die nach H. CARTAN den "beispielhaften Mathematiker" (ATIYAH) auszeichnen.
6. Was sind Ihre Qualitätskriterien in der mathematischen Forschung (wie z. B. "Schönheit eines Beweises"):
 1.
 2.
 3.
7. Man spricht gerne von der "Einheit von Forschung und Lehre". Wie notwendig und wie realistisch ist eigentlich diese Einheit für die Ausbildung von Mathematikern?

Problem 5: Arbeitsmarkt

1. Welche Rolle spielt das Problem des "jobmarket" in Ihrem Land?
2. Wird der Student bei Ihnen auf diese Situation vorbereitet?
3. Kann die Ausbildung diesem Problem Rechnung tragen und wie?
4. Gibt es in der Ausbildung Informationen über Arbeitsmarkt, Berufschancen, Verdienstmöglichkeiten und Anforderungen?
5. Durch wen und aufgrund welcher Daten?

Problem 6: Fachspezifische Qualifikation für den Mathematiker in der Industrie

1. Welche Fähigkeiten sollte ein Absolvent einer mathematischen Abteilung Ihrer Meinung nach besitzen?

2. Welche Fähigkeiten werden Ihrer Kenntnis nach von ihm verlangt?
3. Wird eine Beschäftigung mit nichtmathematischen Gebieten gefordert?
4. Auf welche Weise können Sie von Ihren Spezialgebieten aus und in der Lehre allgemein zur Ausbildung solcher Fähigkeiten beitragen?
5. Nach einer weit verbreiteten Auffassung sind Mathematikabsolventen in der Regel überqualifiziert, was die theoretisch-fachliche Ausbildung angeht, aber unterqualifiziert, was die Probleme ihrer zukünftigen Arbeit betrifft. Ist das eine Einschätzung, die durch Erfahrung in Ihrem Land bestätigt wird?

Problem 7: Anwendungsbezogene Qualifikationen

1. Werden an Ihrer Hochschule mathematische Probleme aus der Berufspraxis in die Ausbildung oder Forschung aufgenommen?
Warum/warum nicht?
2. Welche? Wer sucht sie aus?
3. Haben evtl. Lösungen Anwendungen in der Praxis?
4. Welche Rolle spielen Modellierungsqualifikationen von Mathematikern in der Praxis?
5. Wie können solche Qualifikationen ausgebildet werden?
6. Welche Erfahrungen bestehen diesbezüglich an Ihrer Universität?
7. Mit welchen Maßnahmen könnte man hier eine Verbesserung erzielen?

Problem 8: Verhaltensspezifische Qualifikationen

1. Die Verantwortung des Wissenschaftlers in der Gesellschaft ist ein anerkanntes Problem geworden.
Fast alle in der Praxis arbeitenden Mathematiker werden mit diesem Problem konfrontiert. Wie schätzen Sie, auch unter dem Aspekt Ihres Spezialgebietes, dieses Problem ein?
2. Wie wird diesem Problem an Ihrer Hochschule Rechnung getragen?
3. Welche Möglichkeiten sehen Sie?
4. Welche Rolle spielt hierbei die Beteiligung von Mathematikern an nationalen oder internationalen Wissenschaftlervereinigungen (gewerkschaftliche Organisation)?

5. Hiermit im Zusammenhang stehen die Fähigkeiten zur interdisziplinären Kooperation, zur Kommunikation mit Nichtmathematikern, die Fähigkeit Verwertungszusammenhänge zu erkennen ebenso wie die Relevanz der eigenen Arbeit in den Anwendungen einzuschätzen.
6. Welche Rolle spielen diese Fragen in Ihrer eigenen Arbeit?
7. Wie kann man sie in die Ausbildung der Mathematiker aufnehmen?

C. Konsequenzen

Problem 9: Organisationsformen von Praxisbezug

1. Wieweit haben Sie selbst Erfahrung in der Zusammenarbeit mit Nichtmathematikern
 - in der Forschung
 - in der Lehre
2. Welche Schwierigkeiten haben sich dabei gezeigt?
3. Wie ist ein Praxisbezug an Ihrem Institut institutionalisiert?

Anhang III b Rundtischgespräch beim
10. Internationalen Mathematikerkongreß,
Vancouver 1974

Wir bringen hier einige Auszüge aus
einem informellen Gespräch über
Probleme der Mathematikentwicklung
und der Mathematikanwendung,
das von den Autoren des
"Fragebogens für Mathematiker"
(siehe oben Anhang III a) mit zwanzig
Mathematikern aus zehn verschiedenen
Ländern organisiert wurde.

Ein kanadischer Mathematiker: Wir Mathematiker richten uns in
unserer Arbeit nach Maßstäben, die falsch sind. Wir sprechen über die falschen
Dinge. Hier ein paar Beispiele für Verzerrungen in unserer Bewertung unserer
eigenen Arbeit: (i) Wir beschäftigen uns zu breit mit Beweisen und Lösungen
von Problemen und zu wenig mit der Entdeckung von Phänomenen. Die Ent-
deckung von Phänomenen, für die Mathematiker des 19. Jahrhunderts noch ein
aufregendes Erlebnis, ist im 20. Jahrhundert kaum noch von Belang. Eine Aus-
nahme ist z. B. die Morphogenese bzw. die Katastrophentheorie, die tatsächlich
eine ganze Reihe von uns angezogen hat. (ii) Wir überbewerteten Schwierigkeiten.
Einige der bedeutendsten Entdeckungen in der Mathematik sind einfach.
Im 20. Jahrhundert aber mißt man schwierigen Problemen bloß deshalb eine
große Bedeutung bei, weil sie schwierig sind. Ein Anwender dagegen wünscht
eine praktikable Antwort. Er wird sie nicht bewundern, wenn sie nichts als
schwierig ist.

Ein französischer Mathematiker: Bei uns arbeiten fast alle
Universitätsmathematiker in reiner Mathematik und nur sehr wenig angewandte
Mathematik wird gelehrt. Das ist ein echtes Problem, weil wir nicht in der
Lage sind, den Studenten Mathematik in der Art beizubringen, wie sie sie für
Arbeit in der Produktion benötigen. Die meiste angewandte Mathematik wird in
Privatfirmen von Technikern betrieben, die so zu Mathematikern werden. Seit
1968 gibt es so etwas wie einen Kampf zwischen den Universitäten und der
Regierung. In Frankreich ist allen klar, daß Hochschullehre und -forschung
sich nicht im Einklang mit der Außenwelt der Universität, der Gesamtheit der
Gesellschaft, der Ökonomie befinden. Das Problem besteht z. B. darin, zwar
Verbindungen zwischen der Universität und der Welt der Wirtschaft, der
Produktion zu entwickeln, jedoch diese Entwicklung nicht auf jeder x-beliebigen
Basis vorzunehmen. Es muß z. B. verhindert werden, daß sich bei dieser
Verbindung die Universität privaten Interessen unterordnet.

Eine vietnamesische Mathematikerin: Wir haben mehrmals vollkommen bei null angefangen. Unsere Leute haben vor allem während des Krieges ungeheure Anstrengungen bei der Anwendung der Mathematik unternommen, z. B. beim Wiederaufbau von bombardierten Brücken und bei der Lösung von Transportproblemen. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt haben wir durchaus Kräfte für das höhere Bildungswesen und für die Forschung, wenn auch in geringer Zahl; woran es uns mangelt, sind Räume und Bücher, damit diese Leute arbeiten können. Das ist die derzeitige Situation.

Ein sowjetischer Mathematiker: Ein großer Teil der Professoren an unseren Technischen Hochschulen und Universitäten möchte nur in reine Richtungen ohne Anwendungen unterrichten. Viele Studenten - zukünftige Biologen, Ingenieure usw. - verstehen nicht, warum sie Mathematik lernen sollen.

Wir haben eine zweite Schwierigkeit. Naturwissenschaftliche oder technische Spezialisten nutzen nicht immer das verfügbare mathematische Wissen. Deshalb bildeten wir letztes Jahr eine nichtoffizielle Kommission für Mathematikausbildung in der Universität, mit KOLMOGOROW als Vorsitzenden. Sie wird (i) die derzeitige Situation an allen Universitäten untersuchen, (ii) geeignete mathematische Lehrpläne für reine Mathematiker, für Ingenieure, für Biologen usw. entwickeln und (iii) eine breite Diskussion zwischen Mathematikern und Professoren anderer Fachrichtungen eröffnen.

Ich selbst begann vor einigen Jahren damit, Techniker in mathematischen Dingen zu beraten - viele Techniker aus Moskau, aber auch aus anderen Städten möchten nämlich bei praktischen Problemen wissenschaftlich beraten werden. Ich mache das in einem Sonnabend-Seminar, für viele Leute ein freier Tag; aber viele Techniker und Wirtschaftler nehmen an diesem Seminar teil. Sie kommen mit Problemen, die im mathematischen Sinne sehr schlecht, aber im wissenschaftlichen Sinne sehr interessant sind.

In Iwanowo z. B., dem Zentrum der Textilindustrie, fand ein gutes Seminar über mathematische Probleme in der Textilindustrie für das Lehrpersonal des mathematischen Institutes statt. Das führte zu neuen mathematischen Problemen, die zu einem guten Teil gelöst werden konnten, und ebenso zu sehr guter interdisziplinärer Arbeit. Nach zwei Jahren wußten alle Studenten, daß die Mathematik für die Textilindustrie sehr wichtig ist, und das Interesse sich in die Mathematik zu vertiefen, nahm bemerkenswert unter den Studenten zu.

Wir sind der Meinung, daß unsere Mathematiker die Mathematik nicht nur als abstrakte Wissenschaft kennenlernen sollen, sondern auch als Untersuchungsmethode für reale Probleme, aber das ist sehr schwierig. Für jeden zukünftigen Mathematiker sollte es unabdingbar sein, etwas über die reine Mathematik hinaus zu kennen. An der Moskauer Universität müssen alle Studenten auch angewandte Mathematik betrieben haben, entweder mathematische Biologie oder mathematische Wirtschaftswissenschaften oder Mathematik in einem anderen Fachbereich. Es gibt dafür eine Reihe von besonders angesetzten Lehrveranstaltungen. Unter unseren Studenten wird nun die Zahl derjenigen, die auf dem Gebiet der angewandten Mathematik arbeiten wollen, von Jahr zu Jahr größer.

Ein Mathematiker aus der DDR: Ich glaube, diese Frage, über die jetzt überall so viel diskutiert wird - das Verhältnis zwischen reiner und angewandter Mathematik - gehört zu den interessantesten Fragen für Mathematiker, die sich nicht nur dafür interessieren, Sätze zu beweisen, sondern die Mathematik als eine Wissenschaft für das Volk betrachten.

Aus Gründen der Tradition haben wir verhältnismäßig viel reine Mathematik in unserem Land und sehr wenig angewandte Mathematik. In den frühen 60er Jahren diskutierten wir diese Frage zunächst aus politischer Sicht und zwar, daß wir in einem Land, das an den Aufbau des Sozialismus herangegangen ist, auch einen großen Teil an angewandter Mathematik nötig haben. Wir sprachen mit vielen Mathematikern darüber - und das war nicht so einfach - wie man mathematische Bereiche auswählen könne, die enger mit mathematischen Problemen in der Praxis verknüpft sind. Weiter baten wir einige junge Mathematiker, an bestimmten Universitäten in der Sowjetunion zu studieren, wo sie die Fachrichtungen lernen konnten, die für die angewandte Mathematik wichtig sind. Nun, zwölf Jahre später, gibt es meiner Meinung nach eine gute Mischung zwischen reiner und angewandter Mathematik. Es reicht allerdings nicht, angewandte Mathematik an der Universität nur zu unterrichten. Wir wissen jetzt, daß es nicht nur notwendig ist, bestimmte mathematische Disziplinen zu entwickeln, sondern daß man auch nach Methoden suchen muß, wie sich Praxis und Universität miteinander verbinden lassen. Wir haben das hin und her diskutiert und sind zu dem Schluß gekommen, daß man einige gute Mathematiker in die Industrie stecken sollte, um dort an industriellen Problemen zu arbeiten. Die ersten Erfahrungen damit zeigen, daß wir auf dem richtigen Weg sind: Die einzige Methode, eine wirkliche Einheit zwischen Mathematik und den Problemen der Techniker zu schaffen, besteht darin, daß beide zusammenarbeiten.

Tatsächlich kann es dabei überraschende, fast unglaubliche Ergebnisse geben. Ich selbst bin z. B. Algebraiker und fand heraus, daß bei der Konstruktion einer bestimmten Maschine die Kategorientheorie, die zu den reinsten Teilen der Mathematik gezählt wird, von großem Nutzen war. Wir mußten eine Situation modellieren, bei der Wahrscheinlichkeit, Statistik und lineare Systeme vorkamen. Wir bemerkten dann, daß die linearen stochastischen Abbildungen eine additive Kategorie bilden. So entwickelten wir eine Theorie linearer Systeme über additiven Kategorien, eine rein algebraische Fragestellung. Es war eine ziemlich lange Geschichte, aber am Schluß hatten wir ein Modell, das mit bekannten Methoden behandelt werden konnte. Als Algebraiker schaute ich auf das Problem aus meiner Sicht, aber formulierte die Lösung in einer Sprache, die von den Ingenieuren benutzt werden konnte. Ich brauchte ihnen nicht die Kategorientheorie zu erklären. Ich glaube, daß ein Mathematiker, der wirklich daran interessiert ist, an einzelnen Anwendungen zu arbeiten, immer versuchen wird, sein spezielles Fachgebiet anzuwenden. Eventuell gibt ihm das einen neuen Gesichtspunkt, der besser funktioniert als alle vorher benutzten. In erster Linie ist das nicht eine Frage der Entwicklung oder Gewichtung bestimmter mathematischer Fachgebiete an den Universitäten und der Ausbildung der Studenten in der bestimmten Richtung. Es handelt sich vielmehr darum, den Studenten in allen Vorlesungen einen Eindruck davon zu vermitteln, was die Mathematik in der Praxis leisten kann, und daß es notwendig ist, daß die Mathematik in dieser Richtung etwas leistet.

In seinem "Leben des GALILEI" sagt BRECHT, das einzig wichtige der Wissenschaft sei, der Menschheit zu helfen, die Bedürfnisse der Menschen zu befriedigen. Ich glaube, das ist wohl ein wenig zu scharf formuliert, es sei denn, man betrachtet es dialektisch. Die Entwicklung von reiner Wissenschaft und die Entwicklung der Industrie sollten viel mehr Hand in Hand gehen. Wir hoffen, dadurch einen doppelten Effekt zu erzielen: Zum ersten wird das mathematische Niveau in der Industrie höher; zum zweiten werden Universitätsprofessoren, die ein oder zwei Jahre in der Industrie gearbeitet haben, lernen, wie man zu

mathematischen Problemstellungen kommt, die Wirklichkeit modelliert und wie man effektiver unterrichtet. Wir haben da große Hoffnungen.

Ein brasilianischer Mathematiker: Ich stimme völlig damit überein, daß es nicht so ausschlaggebend ist, welcher bestimmte Inhalt gelehrt wird. Wichtiger ist es, die neuen Studentengenerationen zu einem offenen Blick auf die Anwendungen zu erziehen. Es spielt keine Rolle, welche Art reiner oder angewandter Mathematik sie gelernt haben. Haben sie eine offene Einstellung zur realen Welt, so werden sie, was sie gelernt haben, auf relevante Probleme anzuwenden verstehen. Hierin, in der Entwicklung einer solchen Haltung, besteht meiner Meinung nach im Prinzip die Förderung von graduierten Studenten.

Anhang IV Stichpunkte zur
Mathematikausbildung für
Nichtmathematiker

Aus Diskussionen in der
Mathematisierungskommission der
Universität Bielefeld zusammengestellt
von B. Booß und Th. Dorf Müller

1. Ein weiterer Fortschritt in den Einzelwissenschaften hängt durchaus wesentlich, wenn auch unterschiedlich in den einzelnen Disziplinen, von einer bewußteren Beherrschung der Methoden der jeweiligen Einzelwissenschaft und dabei insbesondere vom gezielteren Einsatz mathematischer Methoden ab.

2. Mathematisierung ist nicht nur ein Problem der Forschung, sondern auch in zunehmenden Maße ein Problem der "Nachwuchspflege", der Heranführung der Studenten an die Mathematisierung.

I. Istzustand

3. Diese Aufgabe wird auf verschiedene Weise angegangen, wobei man drei Grundtypen unterscheiden kann, die natürlich so extrem - und so schlecht - in der Praxis kaum auftreten.

Grundtyp A: Mathematiker halten Einführungskurse in eine "schwache Mathematik" für Nichtmathematiker. Sie laufen dabei immer Gefahr, entweder über die Köpfe der Studenten hinweg vorzutragen - oder qualvoll langsam und ermüdend vorgehen zu müssen. Insbesondere ergeben sich dabei die folgenden Schwierigkeiten:

- Trennung der Methoden von dem Problembezug.
- Vernachlässigung des Anwendungsaspektes, des Werkzeugcharakters mathematischer Methoden.
- Völlig unzureichende Motivation für Studierende.
- Dequalifikation des Lehrpersonals.

Grundtyp B: Von den jeweiligen Fachwissenschaftlern werden in die Anwendung der betreffenden Einzelwissenschaft verwobene Rezeptsammlungen vorgetragen. Die ärgsten Schwierigkeiten dabei sind:

- Unzureichende Systematik.
- Reduzierung von Mathematik auf geheimnisvolle Überlieferungen und Tricks, die in bestimmten Situationen auf rätselhafte Weise funktionieren.
- Der Studierende lernt nicht, was man denn nun in einer unterschiedlichen Situation tun kann.
- Er sieht nicht, an welche Voraussetzungen die Methoden gebunden sind, damit überhaupt etwas halbwegs richtiges herauskommt.
- Er gewinnt keine wirkliche Orientierung.

Grundtyp C: Die Studenten werden in die regulären Mathematikvorlesungen, Lehrveranstaltungen für Mathematiker, geschickt:

- Sie lernen die Methoden mit ihren Voraussetzungen und Zusammenhängen nur auf begrenzten Gebieten kennen.
- Breite und Fortsetzung fehlen: Allein mit den Grundzügen der reellen Analysis und der linearen Algebra, und seien die Kenntnisse dort noch so gut, gibt es kein Weiterkommen in anderen Wissenschaften.

Wir haben bewußt hier eine Karikatur der drei Extrempositionen gezeichnet. Tatsächlich steckt in solchen Kursen und in entsprechenden Lehrbüchern häufig eine Fülle von sehr guten Ideen sowohl über die Mathematik als auch über Anwendungen. Es ist aber schade, wenn diese Ideen isoliert von beschränkter Wirkung bleiben.

II. Modellstudiengang "Einführung in die Mathematik"

Ein Vorschlag

4. Ein Allheilmittel, ein Patentrezept dürfte es wohl kaum zur Lösung dieses Problems geben. Uns schwebt aber vor, mittel- bis langfristig ein eigenes Reformmodell zu entwickeln, bei dem die Einführungsveranstaltungen prinzipiell gemeinsam von Mathematikern und "Substanzwissenschaftlern" konzipiert werden, um so von vornherein Systematik und Problembezug miteinander zu verbinden, also den inhaltlichen Charakter der mathematischen Methoden herauszuarbeiten.

(Weiterführende Veranstaltungen müßten in der Regel wohl weiterhin fachspezifisch bzw. rein mathematisch angelegt werden).

5. Wir denken dabei, daß man u. U. am besten nach dem Baukastenprinzip vorgehen sollte, d. h. Aufteilung des jeweils zu vermittelnden Stoffs in einzelne Blöcke. Davon versprechen wir uns:

- Überschaubarkeit und Motivation.
- Begrenzter Zeitaufwand für die Dozenten, die sich einer solchen Einführungsveranstaltung nicht für die Zeitdauer eines ganzen Semesters oder eines Jahres verschreiben müßten, sondern nur für eine kleinere Unterrichtseinheit von z. B. sechs Wochen beansprucht würden.
- Lernbarkeit durch die Studenten, die die Arbeitsbelastung für sich genauer kalkulieren können.

6. Ein Blockstudiengang "Einführung in die Mathematik", an dem also Wissenschaftler wie Studenten unterschiedlichster Fachrichtung und zwar als Dozenten wie als Hörer beteiligt sind, erfordert eine präzise Organisation in der Vorbereitung und Durchführung:

- Bestandsaufnahme I: Welche mathematischen Modelle und Techniken werden in den verschiedenen Wissenschaften mit welcher Dringlichkeit benötigt.
- Bestandsaufnahme II: Welche Erfahrungen sind mit einführenden Kursen "Mathematik für Nichtmathematiker" gemacht worden.
- Formulierung einer Liste von Konzepten, Modellvorstellungen, Methoden und Techniken, die als Themen für einzelne, z. T. in sich abgeschlossene, z. T. gezielt auf andere Kurse aufbauende Blockkurse dienen könnten.
- Ausarbeitung eines Zeitplans zur Hintereinanderfolge der einzelnen Blockkurse und kurzfristigen Gewinnung des Lehrpersonals, wobei jeder einzelne Block gemeinsam von einem Mathematiker und einem Nichtmathematiker (aus einer Disziplin, für die die zu behandelnden Inhalte besonders relevant sind) selbständig ausgearbeitet werden müßte. Die Wahl der didaktischen Mittel sollte ebenso wie die inhaltliche Konkretisierung jedem einzelnen Unterrichtsteam völlig frei überlassen sein; nur die Thematik und eine Grobstrukturierung des Inhalts muß - passend zu anderen Unterrichtsblöcken - zentral vorgegeben werden.
- Die Studenten der verschiedenen Fachrichtungen wählen frei, aber beraten durch ihre jeweilige Fakultät, die sie interessierenden Unterrichtsblöcke.
- Im Verlauf und vor allem zum Abschluß der einzelnen Unterrichtsblöcke findet eine scharfe Leistungskontrolle, eine Art Protokollierung des Lernerfolgs statt, weil nur so Anhaltspunkte zur Verbesserung des Kurssystems zum Vergleich und zur Feststellung, was sich bewährt hat - und was verändert werden muß, gewonnen werden können.

Anhang V Gedanken zur mathematischen
Fortbildung

Ein Vorschlag von B. Booß und
R. Selten

I. Notwendigkeit gezielter mathematischer Fortbildung

In vielen einzelwissenschaftlichen Arbeitsgebieten genügt es nicht mehr, mit der Mathematisierung erst dann zu beginnen, wenn die entsprechenden mathematischen Ideen, Methoden und Techniken auch innermathematisch bereits Allgemeingut geworden sind. Ebenso unzureichend ist es, wenn man in den Einzelwissenschaften ganz auf sich gestellt zu ad hoc-Basteleien Zuflucht nehmen muß, obwohl es u. U. bereits eine mehr oder weniger ausgearbeitete passende mathematische Theorie andernorts gibt. Soweit also der einzelwissenschaftliche Fortschritt von einer besseren methodischen und dabei auch mathematischen Beherrschung des Forschungsgegenstandes abhängt, kommt es deshalb besonders auf eine Verkürzung der Transferzeit von der Mathematik in die Einzelwissenschaften, auf einen gezielten Zugriff der Einzelwissenschaften, auf vorhandene oder in der Ausarbeitung befindliche mathematische Methoden an.

Nun gehört die Mathematik trotz ihrer Rationalität im Detail zu den insgesamt noch unübersichtlichsten Wissenschaften von weitgehend chaotischem Aussehen. Es fehlt fast völlig an Datenrückgewinnungssystemen für die Mathematik. Wichtige, für die Anwendung wirklich wichtige Resultate verbergen sich oft hinter Darstellungen von "unsinniger" Allgemeinheit und "überspitzter" Abstraktion ("unsinnig" und "überspitzt" für den Anwender in einer bestimmten Problemsituation - vom Standpunkt der Mathematikerentwicklung oder des gesamten Zusammenhangs der Anwendungen wird man sicher häufig zu einer entgegengesetzten Bewertung kommen). Dazu kommt die eigentümliche Zersplitterung der Mathematik, die bei fortwährender Differenzierung und Spezialisierung doch auch in vieler Hinsicht wieder enger zusammenwächst, so daß hier benötigte Resultate durchaus gerade in einem ganz anderen Teilgebiet der Mathematik entdeckt und entwickelt sein können. Der Anwender (und dem forschenden Mathematiker geht es oft nicht besser) ist deshalb im allgemeinen nicht in der Lage, allein auf sich gestellt die für ihn relevanten mathematischen Resultate herauszufinden, sich in der mathematischen Literatur zu orientieren.

Die mathematischen Bedürfnisse der Einzelwissenschaften und die Unzulänglichkeit der Mathematik erfordern deshalb die Organisation mathematischer Fortbildung.

II. Organisationsmodell

Inhaltliche Anlage

Einübung und Ausbau von mathematischen Techniken, die bereits in die Praxis überführt sind, erscheint weniger dringend. Dort klappt die Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Einzelwissenschaften schon einigermaßen; gelegentlich wissen die Anwender dort sogar schon mehr als die Mathematiker. Dringlicher ist die Behandlung mathematischer Ideen, Methoden und Techniken, die konzeptionell neu sind. Als Beispiele für solche Themenbereiche seien genannt: "Robuste Techniken", "Diskontinuitäten", "Informationstheorie" usw.

Jährliche Kompaktkurse

Mathematische Fortbildung im laufenden Semesterbetrieb dürfte auf zu viele Schwierigkeiten stoßen, zumal die normalen mathematischen Lehrveranstaltungen die Ausbildung von Mathematikern zum Ziel haben und nicht auf die Vermittlungsaufgabe, das für die Anwendung erforderliche Wissen bereitzustellen, zugeschnitten sind. Durch die mathematische Fortbildung sollen aber die in der Anwendung stehenden Wissenschaftler nicht zu Mathematikern oder mathematischen Fachleuten auf einem bestimmten Gebiet gemacht werden. Wir wollen ihnen vielmehr ermöglichen, ihre einzelwissenschaftliche Forschung in eine bestimmte Richtung zu treiben; es geht so um die Befähigung, neue Fragestellungen in die Einzelwissenschaften einzubringen und u. U. auch wirklich erfolgreich zu behandeln. Wir schlagen deshalb jährliche Fortbildungskurse in kompakter, intensiver Form vor, Kurse zur Einführung in neue mathematische Ideen und Methoden, zum Erlernen zugehöriger Techniken, wobei exemplarische Anwendungen vorgestellt werden sollen. Der Arbeitsteilung zwischen Mathematik und Einzelwissenschaften Rechnung tragend, kann also als Lernziel nicht ein Eindringen in die Grundlagen der jeweiligen Theorie gefordert werden. So schön die Erklärung ist, wie man auf bestimmte Techniken kommt - und sonotwendig diese Erklärungen als Anleitung zur Entwicklung neuer Techniken auch sind - sollte man sich bei den Kompaktkursen auf einen engeren Gesichtspunkt beschränken: Die Teilnehmer sollten eine Anschauung davon erhalten, was auf dem betreffenden Gebiet "los ist", sie sollten den korrekten Umgang mit den einschlägigen mathematischen Begriffen und Techniken erlernen und an ausgewählten Beispielen - ohne in deren Konkretheit zu ertrinken - die Anwendung sehen und nachvollziehen.

Teilnehmerkreis

Gehen wir von den Bedürfnissen der Teilnehmer aus, nämlich etwas zu lernen, so werden wir - anders als bei wissenschaftlichen Tagungen - den Teilnehmerkreis auf etwa 20 bis 40 Personen beschränken müssen, in erster Linie Wissenschaftler aus dem Bereich der Universität Bielefeld, die mit der

Anwendung mathematischer Techniken befaßt sind. Dabei sollte, soweit noch Plätze frei sind, die Teilnahme einzelner Kollegen von benachbarten Hochschulen oder aus der Industrie nicht grundsätzlich ausgeschlossen sein. Es wäre dabei zu überlegen, ob man für die einzelnen Fächer Teilnehmerquoten festsetzt, womit insbesondere auch eine breitere Interdisziplinarität gewährleistet werden könnte. An Vorkenntnissen sollte der Stoff oder zumindest Erinnerungen an den Stoff, wie er heute im allgemeinen im Vordiplom in Mathematik verlangt wird, vorausgesetzt werden, insbesondere die Grundbegriffe der Linearen Algebra und der Reellen Analysis einer und mehrerer Variablen.

Ablauf

Wir denken an einen starren, über die Jahre gleichbleibenden Termin, auf den sich dann nach und nach der interessierte Teilnehmerkreis einstellen kann, z. B. jeweils die letzte Woche im September - und zwar 5 volle Tage, von Montagmorgen bis Freitagnachmittag mit festem Programm, das aber genügend Zeit zum individuellen Durcharbeiten des Stoffs (und eventuellen Übungsaufgaben) und zu Gesprächen in kleinen Gruppen läßt, also etwa eine Einteilung des Unterrichtsstoffes in täglich drei Blöcke, jeweils zu 90 Minuten. Mittwochnachmittag könnte man eine gemeinsame Wanderung machen, die Nachmittage des Donnerstags und/oder des Freitags wären, nachdem schon einiges gelernt ist, den Anwendungen gewidmet, die exemplarisch von dafür gesondert einzuladenden Referenten vorgetragen werden. Der Kurs selbst sollte im übrigen am besten nur von einem einzigen Referenten abgehalten werden, der eine Lehrveranstaltung aus wirklich einem Guß (einschließlich der ggf. erforderlichen Lehrmaterialien) anbieten kann. Anders als bei den Koreferenten über die Anwendungen, die nach Möglichkeit "senior scientists" mit langjähriger Erfahrung sein sollten, kommt es bei dem Hauptreferenten vor allem auf dessen Bereitschaft an, sich auf das elementare Niveau der Zuhörer einzustellen und entsprechend die Anlage des Kurses sich genauestens vorher auszuarbeiten, eine Aufgabe, für die vielleicht ein jüngerer Wissenschaftler manchmal mehr Energie aufbringen dürfte.

Ort

Zur Kontaktpflege unter den Teilnehmern (neben dem eigentlichen Lernziel auch ein wichtiges wissenschaftliches Nebenziel) wäre ein auswärtiger Ort z. B. mit Übernachtung im gleichen Hotel, sicher günstiger. Um aber den organisatorischen und finanziellen Aufwand möglichst klein zu halten, erscheint die Durchführung des Kurses am Hochschulort doch einfacher.

III. Ein Beispiel

Als Thema für einen ersten Kompaktkurs, schlagen wir die mathematische Behandlung von Prozessen vor, bei denen es zu plötzlichen, sprunghaften Änderungen kommt, also: "Anwendungsorientierte Methoden zur Behandlung von Diskontinuitäten" (Arbeitstitel - die genaue Formulierung müßte mit dem Hauptreferenten dann noch abgestimmt werden). Entsprechend dem allgemeinen Konzept ginge es dabei um die Darstellung der Methoden (Differentialgleichungen mit Verzweigungen, geometrische Klassifikation von Verzweigungstypen usw.)

und nach Möglichkeit auch um Einübung der entsprechenden Techniken. Das Konzept der Diskontinuitäten gehört nicht zum Bereich der klassischen Mathematisierung, die von der Linearisierung, der Durchschnittsbildung und anderen Glättungsprozessen ausging. Tatsächlich hat aber die einzelwissenschaftliche Entwicklung gezeigt, daß das Sprungverhalten, das die klassische Mathematisierung immer als unberechenbar eliminieren wollte, oft gerade entscheidend zum Verhalten der Untersuchungsgegenstände gehört. Ohne auf die einzelnen Wissenschaften hier näher einzugehen, seien nur die folgenden in diese Richtung weisenden, bezeichnenden Begriffe aufgeführt:

Brüche
Diskontinuitäten
Ein- und Ausschaltvorgänge
Formdifferenzierung
Instabile Gleichgewichte
Isolation
Katastrophen
Kritische Zustände
Nicht-Lineare Phänomene
Phasenübergänge
Resonanz
Selektion
Singularitäten
Verzweigungen.

Anhang VI Ressourcenerhebung

Mit dem folgenden Kurzfragebogen wurde eine Totalerhebung zur Mathematisierung unter sämtlichen Wissenschaftlern der Universität Bielefeld durchgeführt.

Die Auswertung ist noch nicht abgeschlossen.

1

Bitte beschreiben Sie Ihre eventuellen **früheren** Beiträge zur Mathematisierung der Einzelwissenschaften.

a) Bei welchen einzelwissenschaftlichen Fragestellungen haben Sie Mathematik anwenden können? Bitte erläutern Sie die untersuchten Probleme.

in der Forschung	in der Lehre

b) Welche mathematischen Konzepte, Methoden und Techniken haben Sie verwendet bzw. selbst ausgearbeitet?

in der Forschung	in der Lehre

Entsprechende Blätter **2** und **3** wurden zur Erhebung **derzeitiger** und potentiell **zukünftiger** Beiträge zur Mathematisierung der Einzelwissenschaften ausgegeben.

a) Welche Projekte aus der Funktionstabelle des USP "Mathematisierung der Einzelwissenschaften" würden Sie für vorrangig halten?

- Kompakte mathematische Fortbildungskurse für in der Anwendung stehende Wissenschaftler
- Nachwuchspflege durch gezielte und koordinierte Verbesserung der Grundkurse zur Einführung in die Mathematik für Nichtmathematiker
- Monatliche interdisziplinäre Kolloquiumsvorträge zur Beobachtung der "Weltlage" auf dem Gebiet der Mathematisierung
- Einrichtung einer Clearingstelle zur mathematischen Beratung der Anwender bzw. zur Formulierung von Anfragen an die Mathematiker
- Forschungsprojekte zur Klassifizierung vorhandener mathematischer Modelle und zur Entwicklung von neuen Modellen
- Aufbau einer Orientierungsbibliographie/Dokumentation zu methodologischen Fragen der Mathematisierung und Herausgabe eines Mathematisierungs-Newsletter
- Koordination von Forschungsprojekten unterschiedlicher Fakultäten
- Abstimmung von Personalplanungen auf dem Gebiet der Mathematisierung

b) Haben Sie weitere Vorstellungen, Anregungen, Wünsche und Kritikpunkte für die Arbeit eines Universitätschwerpunktes für die Mathematisierung der Einzelwissenschaften?

Weiterführende Literatur

Das folgende Literaturverzeichnis will zum Lesen, zur Weiterarbeit anregen und Orientierungshilfen geben. Das Schwergewicht liegt auf Übersichten und methodologischen Beiträgen. Irgendeine Vollständigkeit wurde nicht angestrebt, eine einheitliche Systematisierung nicht vorgenommen. So folgen lose hintereinander Literaturhinweise, die teils von den Referenten selbst gegeben wurden, teils auf zusätzliche Angaben zurückgehen. Im einzelnen wurden Angaben von Francesco Battisti - Rom (Soziologie), Werner Diederich - Bielefeld (Allgemeiner Teil), Peter Flaschel - Westberlin (Wirtschaftswissenschaft), Horst-Eckart Gross - Bielefeld (Allgemeiner Teil), Rüdiger Klar - Göttingen (Medizin-Informatik), Angela Klopstech - Bielefeld (Wirtschaftswissenschaft), Wolfgang Köhler - Westberlin (Biologie), Wolfgang Nahm - Bonn (Physik), Schäppi - Zürich (Geschichtswissenschaft), Bernhard Schlink - Bielefeld (Geologie) und Armin Triebel - Bielefeld (Geschichtswissenschaft) verwendet.

A L L G E M E I N E S
Z U R M A T H E -
M A T I S I E R U N G

- ASHBY, W. R.: Introduction to cybernetics, London 1956.
- AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN (ed.): Gedanken von Helmholtz über schöpferische Impulse und über das Zusammenwirken verschiedener Wissenschaftszweige, Akademie Berlin (DDR) 1973.
- BARBUT, M.: Mathématiques des sciences humaines, Paris 1967.
- BOUDON, R.: Mathematische Modelle und Methoden, Ullstein, Frankfurt 1970.
- BOUDON, R.: Strukturalismus-Methode und Kritik. (a quoi sert la notion de "structure"), Bertelsmann Univ. Verlag, Düsseldorf 1973.
- BOUDON, R.; LAZARSELD, P.: L'analyse empirique de la causalité, Paris 1966.
- BUNGE, M.: Method, model and matter, Dordrecht 1973.
- BLALOCK, H. M.: Theory construction, From verbal to mathematical formulation, Englewood Cliffs 1969.
- BENSE, M.: Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik, Claassen & Goverts, Hamburg 1949.
- BETH, E. W.: Mathematical thought, (an introduction to the philosophy of mathematics), Reidel, Dordrecht 1965.
- BIRKENMEIER, W.: Über den Bildungswert der Mathematik. Sändig, Walluf 1973.
- BRUTER, C. P.: Sur la nature des mathématiques, "Discours de la méthode", Gauthier-Villars Editeur, Paris 1973.
- BRAND, DEUTSCHBEIN, W.: Einführung in die philosophischen Grundlagen der Mathematik, Diesterweg, Frankfurt 1929.
- BRUNSCHWIG, L.: Les étapes de la philosophie mathématique, Blanchard, Paris 1972.
- BUREAU, J.: Zeitalter der Logik, Econ Verlag, Düsseldorf 1973.
- COMMITTEE ON SUPPORT OF RESEARCH IN THE MATHEMATICAL SCIENCES OF THE NATIONAL RESEARCH COUNCIL: The mathematical sciences: A report, National Academy of sciences, Washington 1968.
- CAMPBELL, N. R.: An account of the principles of measurement and calculations, Longmans; Green, London 1928.
- COHEN, M. R.; NAGEL, E.: An introduction to logic and scientific method, New York 1934.
- COLEMAN, J.: Mathematical sciences in Canada, Science Council of Canada, Ottawa 1975.
- COHEN, WARTOFSKY: Methodological and historical essays in the natural and social sciences, Reidel Publ. Comp., Dordrecht 1974.
- CASTONGUAY, C.: Meaning and existence in mathematics, Springer, Wien 1972.
- CHURGIN, J.: Formeln- und was dann? VEB Verlag Technik, Berlin 1970.
- DELATRE, P.: Systèmes, structure, fonction, évolution, Recherches interdisciplinaires, Maloine-Doin éditeurs, Paris 1971.
- ELLIS, B.: Basic concepts of measurement, Univ. Press, Cambridge 1966.
- FREUDENTHAL, H. (ed.): The concept and the role of the model in mathematics and natural social sciences, Reidel Publ. Comp., Dordrecht 1961.
- FISHBURN, P. C.: Mathematics of decision theory, Mouton Paris 1972.
- FREY, G.: Einführung in die philosophischen Grundlagen der Mathematik, Schrödel/Schöningh 1968.
- FREY, G.: Die Mathematisierung unserer Welt, Urban Bücher Kohlhammer Verlag, Stuttgart 1967.
- GALIOM, E. (ed.): Troisième séminaire international, La mathématique et ses applications, Cedic, Paris 1972.
- GERLACH, J. E.: Kritik der mathematischen Vernunft, Cohen, Bonn 1922.
- GRIESE, A.; LAITKO, H.: Weltanschauung und Methode. (Philosophische Beiträge zur Einheit von Natur- und Gesellschaftswissenschaften), VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1969.
- HEMPEL, C. G.: Fundamentals of concept formation in empirical science, In: International Encyclopedia of Unified Science II, No. 7, Chicago 1952.
- HOLT, M.; MARJORAM, D. T. E.: Mathematics in a changing world, Heinemann Educational Books, London 1973.
- HELMHOLTZ, H. von: Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet, Wiss. Buchgesellschaft, Darmstadt 1959.
- HÖRZ, H.: Materie Struktur, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971.
- HÖNIGSWALD, R.: Zum Streit über Die Grundlagen der Mathematik, Winter, Heidelberg 1912.
- HINTIKKA, J. (ed.): The philosophy of mathematics, Oxford Univ. Press, London 1969.
- HAWKES, N. (ed.): International seminar on trends in mathematical modelling, (Lectures notes in economics and mathematical systems), Springer, Heidelberg 1971.
- KLINE, M.: Mathematical thought from ancient to modern times, Oxford Univ. Press, New York 1972.
- KLINE, M. (ed.): Mathematics in the modern world, Freeman & Comp., San Francisco 1968. (Readings from Scientia, Am.)
- KRAMER, E. E.: The main stream of mathematics, Oxford Univ. Press, New York 1955.
- KUNTZMANN, J.: Qu'ont les mathématiques? Hermann, Paris 1967.
- KLÜVER, J.: Operationalismus-Kritik und Geschichte einer Philosophie der exakten Wissenschaft, Problematik-Friedr. Fromm Verlag, Stuttgart 1971.
- KRÜGER, L. (ed.): Erkenntnisprobleme der Naturwissenschaften, Neue wissenschaftl. Bibliothek 38, Philosophie, Verlag Kiepenheuer und Witsch, Köln 1970.
- KURZROCK, R.: Systemtheorie, Forschung und Information, Schriftenreihe der Rias-Funkuniversität, Colloquium Ver-

- lag, Berlin 1972.
- KRANTZ, H. D., LUCE, R. D., SUPPES, P., TVERSKY, A.: Foundations of measurement I: An additive and polynomial representation, Academic Press, New York 1971.
- KLAUS, G.: Kybernetik und Erkenntnistheorie, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972.
- KUNTZE, F.: Denkmittel der Mathematik im Dienst der exakten Darstellung erkenntnistheoretischer Probleme, Reuther & Reichard, Berlin 1912.
- LORENZEN, P.: Methodisches Denken, Suhrkamp, Frankfurt 1968
- LASKOWSKI, W.: Geisteswissenschaft und Naturwissenschaft, De Gruyter Verlag, Berlin 1970.
- LANKE, O., BAUMGARTNER, L.: Wirklichkeit und Formel, I. Teil, Buchner, Bamberg 1935.
- MOISSEJEW, N. N.: Mathematik, Steuerung, Planung, Prognose, Akademie Verlag, Berlin 1973.
- MESCHKOWSKI, H.: Mathematik als Grundlage d. wissensch. schaftliche Reihe, München 1973.
- MESCHKOWSKI, H. (ed.): Das Problem des Unendlichen, Mathematische Texte von Bolzano, Cantor, Dedekind, dtv, München 1974.
- MISES, R. von: Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit, Library of exact philosophy, Springer, Wien 1972.
- NEANDER, J.: Mathematik und Ideologie, Raitz, Starnberg 1974.
- NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES, WASHINGTON: The mathematical sciences: a report, National Academy of Sciences, Washington 1968.
- NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES-NATIONAL RESEARCH COUNCIL: The mathematical sciences: a collection of essays. Mit Press 1969.
- OTTE, M.: Notizen zum Problem der Interdisziplinarität. In: Schriftenreihe des IDM 1/1974, 85-107, Univ. Bielefeld Institut für Didaktik der Mathematik.
- OTTE, M. (ed.): Mathematiker über die Mathematik, Springer, Berlin 1974.
- PLANCK, M.: Sinn und Grenzen der exakten Wissenschaft, Kindler Verlag, München 1971.
- QUENEAU, R.: Mathematik von morgen, Nymphenburger Verlags-handlung, München 1967.
- RAVETZ, J. R.: La mathématisation des doctrines informes. Hermann, Paris 1972.
- RAURECK, B.: Mathematische und transzendente Identität, Oldenbourg Verlag, Wien 1973.
- RENYI, A.: Dialoge über Mathematik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972.
- ROGERS, R.: Mathematical logic and formalized theories. A survey of basic concepts and results, Amsterdam 1971.
- RESNIKOFF, R. L., WELLS, R. O.: Mathematics in civilization, Holt, Rinehart and Winston, New York 1973.
- SICHA, J.: Metaphysics of elementary mathematics, Univ. of Massachusetts Press 1974.
- SAATY, T. L., WEYL, F. J. (eds.): The spirit and the uses of the mathematical sciences, McGraw Hill Book, New York 1969.
- STEGMÜLLER, W.: Theorie und Erfahrung. (Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und analytischen Philosophie), Berlin 1970.
- SUPPES, P., ZINNES, J. L.: Basic measurement theory, In: Handbook of mathematical psychology, I, New York 1963.
- SPOTTISWOODE, W.: Die Mathematik in ihren Beziehungen zu den anderen Wissenschaften, Verlag Quandt & Händel, Leipzig 1879.
- SPEISER, A.: Elemente der Philosophie und der Mathematik, Wissenschaft und Kultur, 6, Birkhäuser, Basel 1952.
- STABLER, E. R.: An introduction to mathematical thought, Addison-Wesley Publ. Comp., Massachusetts 1953.
- STOFF, V. A.: Modellierung und Philosophie, Berlin 1969.
- SIEGFRIED, P.: Abstraktion, Mathematik, mathematische Modellierung gesellschaftlicher Systeme und Prozesse, Ausgewählte philosophische und methodologische Probleme, Dresden 1972.
- SHERMANK, H. K., STEIN: Mathematics-the man-made universe, Freeman, San Francisco 1963.
- STUYVEAERT, M.: Introduction à la méthodologie mathématique, Librairie scientifique, Albert Blanchard, Paris 1923.
- SHUPNIKOV, A. V., KOPTSIK, V. A.: Symmetry in science and art, Plenum Press, New York 1974.
- STRUİK, D. J.: Abriss der Geschichte der Mathematik, Studienbücherei, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaft, Berlin 1972.
- TONDL, L.: Scientific procedures, Reidel Publ. Comp., Dordrecht 1973.
- THIEL, R.: Quantität oder Begriff, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaft
- TOTH, I.: Die nicht-euklidische Geometrie in der Phänomenologie des Geistes, Heiderhoff, Frankfurt 1972.
- UNESCO: Scientific thought, (some underlying concepts, methods and procedures), Studies in the behavioral sciences, New Babylon 1972.
- WEYL, H.: Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft Oldenbourg, München 1966.
- WEIZSÄCKER, von L.: Offene Systeme I, Beiträge zur Zeitstruktur von Information, Entropie und Evolution, Klett Verlag, Stuttgart 1974.
- WANG, H.: From mathematics to philosophy, Humanities Press, New York 1974.
- WITTGENSTEIN, L.: Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik, Suhrkamp Verlag, Frankfurt 1974.
- WIENER, N.: Kybernetik, Regelung und Nachrichtenübertragung in Lebewesen und Maschine, Rowohlt, Reinbek 1968.

(Globalphabetisierung)

- ADLER, H.: Perspektiven der Analog- und Hybridentechnik. *Studia Biophysica* 14 (1969), 199-206.
- BATSCHELET, E.: Intro. to mathem. for life scientist. Berl. 74.
- BAUER, E.: Die Definition des Lebewesens auf Grund seiner thermodynamischen Eigenschaften u. d. daraus folgenden biologischen Grundprinzipien. *Naturwissenschaften* 8 (1920).
- BELLMANN, K., AHRENS, H.: Modellpopulationen in der Selektionstheorie und einige Ergebnisse aus Simulationsstudien. *Züchter* 36 (1966), 172-185.
- BERTALANFFY, L. v.: *Regelungsvorgänge in der Biologie*. München 1956.
- BERTALANFFY, L. v.: Some aspects of system theory in biology. In: *General system theory*, New York 1968, 163-196.
- BERTALANFFY, L. v.: Untersuchungen über die Gestzlichkeit des Wachstums. *Roux' Arch. Entw. Mech. Org.* 131 (1934).
- BIOLOGISCHE MODELLE: Bericht über die Jahresversammlung der Versammlung der D. Akad. der Naturf. Leopoldina 1967. *Naturw. Rundschau* 21 (1968), 153-160.
- CIZEK, F.: Zur methodologischen Bedeutung der Kybernetik. *Philos. Zeitschr. (tschechisch)* 5 (1963), 653-673.
- COULSON, C. A.: Mathematics and biology. In: *The mathematical theory of the dynamics of biol. populations*, London 1973, 1-2.
- CROSBY, J. L.: Computers in the study of evolution. *Sci. Progr.* 55 (1967), 279-292.
- CROSBY, J. L.: *Computer simulation in genetics*, London 1973.
- ELSASSER, W. M.: *The physical foundation of biology*, London 1958.
- EXPERIENCE in insect pest-modelling a review of models, uses and future directions. In: *Proceedings XIV Intern. Entomol. Congress, Canberra 1972*.
- FEINSTEIN, A. R.: Statistical models and medical reality. In: *Applied Statistics* (R. P. Gupta, ed.), Amsterdam 1974.
- FELLER, W.: *Die Grundlagen der Voltterraschen Theorie usw.* *Acta Biotheor.* 5 (1939).
- FISCHER, R. A.: *The genetical theory of natural selection*, Oxford 1930.
- GADDUM, J. H.: Bioassay and mathematics. *Pharmacol. Rev.* 5 (1967), 279-292.
- GARFINKEL, D.: Constructions of biochemical computer models. *FEBS Letters*, Vol. 2, Suppl., 1969, 9-13.
- GARFINKEL, D., MACARTHUR, R. H., SACK, R.: Computer simulation and analysis of simple ecological systems. *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 115 (1964), 943-951.
- GEORGE, J.: Mathematical models and bifurcation theory in biol. In: *Phys. a. Mathem. of the nervous system*, Lecture notes 4, Heidelberg, 512-519.
- GIRAULT, M.: Statistical methodology - New perspectives of contributions to human sciences. In: *Progress in statistics* (Gani, J. et al., ed.), Amsterdam 1974.
- GOLD, A. J.: Possibilities for simulation of dynamic physiology. ASME Paper 60-AV-35, Dallas, Texas.
- GRODINS, F. S.: *Control theory and biological systems*. Columbia Univ. Press, New York 1963.
- GRODINS, F. S.: Computer simulation of cybernetic systems. In: *Computer in biomedical research I* (Stacy, R. W. and Waxman, B. eds.), New York 1965, 135-165.
- GÜTTINGER, W.: Catastrophe geometry in physics and biology. In: *Physics and mathematics of the nervous system*, Lecture notes in biomathematics 4, Heidelberg 1974, 2-30.
- GYTON, A. C., MILHORN, T. H., COLEMAN, T. G.: Simulation of physiological mechanism. *Simulation* 9 (1967), 15-20, 73-79.
- HADELER, K. P.: *Mathematik für Biologen*, Berlin 1974.
- HALBACH, U.: Modelle in der Biologie. *Naturw. Rundschau* 27 (1974), 293-305.
- HANSELL, R. I. C., MARCHI, E.: Aspects of evolutionary theory and the theory of games. In: *Lecture notes in biomathematics 2, mathem. Problems in biology*, Berlin 1974, 66-72.
- INFORMATIK, Berichte über die Vorträge anlässlich der Jahresversammlung der Akad. der Naturforscher Leopoldina 1971. (J. H. Scharf ed.), *Natw. Rundschau* 25 (1972), 251-262.
- IOSIFESCU, M., TAUTU, P.: Stochastic processes and applications in biology and medicine II, Berlin 1973.
- JANISCH, E.: *Das Exponentialgesetz als Grundlage einer vergleichenden Biologie*, Berlin 1927.
- KALMAN, R. E.: Remarks on mathematical brain models. In: *Biogenesis, evolution, homeostasis*, (A. Locker, ed.)
- KITAWA, T.: Cell space approaches in biomathematics. *Math. Bio. Sci.* 19 (1974), 27-71.
- KOSTIZIN, V. A.: *Biologie mathématique*, Paris 1937.
- KRANZ, J.: Bemerkungen zur Simulation von Epidemien. *EDV in Medizin und Biol.* 2 (1974), 41-45.
- KRÜCKEBERG, F., WALCHER, B., BRANDT, A.: *Computer und Gesellschaft, Nutzen und Gefahren einer modernen Technologie*, Stuttgart 1974.
- KRÜGER-THIEMER, E.: Die Lösung chemotherapeutischer Probleme durch programmgesteuerte Zifferrechenautomaten. *Arzneimittelforschung* 14 (1964), 1334-1343.
- LERNER, I. M.: *Genetic homeostasis*, New York 1954.
- LEWONTIN, R. C.: Models, mathematics and metaphors. *Synthese* 15 (1963), 222-244.
- LEWONTIN, R. C.: Evolution and the theory of games. *J. Theor. Biol.* 1 (1970), 382-403.
- LIAPUNOV, A. A. (ed.): *Studies on mathematical biology. Problems of Cybernetics* 25 (1972), Moskau.
- LIEBERMANN, B. (ed.): *Contemporary problems in statistics*, Oxford Univ. Press, Toronto 1971.
- LIVINGSTON, R. B.: Some limitations affecting physics and mathematics as applied to biology and especially to the nervous system. *Lecture notes in Biom.* 4, Heidelberg 1974, 31-39.
- MESAROVIC, M. D.: System theory and biology-view of a theoretician. In: *System theory and biology* (Mesarovic

- et al., ed.), Berlin 1968, 59-87.
- MODE, Ch., J.: A stochastic calculus and its application to some fund. theorems of natural selection. *J. Appl. Probab.* 3(1966), 357-352.
- MOHR, H.: Biologie als quantitative Wissenschaft. In: Mitteilung des Verbandes Deutscher Biologen, Beilage zur *Naturw. Rundschau* 24, Heft 7, 1970, 779-785.
- MOISSEJEW, W. D.: Fragen der Kybernetik in Biologie und Medizin. Berlin 1963.
- MORAN, P. A. P.: The statistical processes of evolutionary theory. Oxford 1962.
- NAYLOR, T. H., BURDICK, D. S.: The interface between simulation experiments and real world experiment. In: A survey of statistical design and linear models (J. N. Srivastava, ed.), Amsterdam 1974.
- PRZIBRAM, H.: Aufbau mathematischer Biologie. *Abh. z. theor. Biol.* 18, Berlin 1923.
- RAJAGOPAL, P.: Mathematics and biology. In: Mathematical problems of biology. Victoria Conference, Lecture note in biomathematics 2, Berlin 1974, 261-268.
- RASHEVSKI, N.: A unified approach to physics, biology, and sociology. In: Foundations of Mathem. Biology III, (R. Rosen et al., ed.), New York 1973.
- RASHEVSKI, N.: Physico-mathematical methods in biological sciences. *Biol. Revue* 41 (1936).
- RECHENBERG, I.: Bionik, Evolution und Optimierung. *Natw. Rundschau* 26(1973), 465-472.
- RINGLEB, F.: Mathematische Methoden in der Biologie, insbesondere die Vererbungslehre u. d. Rassenforschung. Leipzig/Berlin 1937.
- ROSEN, R.: Is there a unified mathem. biology? In: Foundations of mathematical biol. III. (R. Rosen et al., ed.). New York 1973, 361-393.
- SCHEINBERG, E.: Methodology of computer genetics research. *Can. J. Genet. Cytol.* 10(1968), 754-761.
- SCHMALHAUSEN, I. A.: Grundlagen des Evolutionsprozesses vom kybernetischen Standpunkt. In: Probleme der Kybernetik 4, Berlin 1964.
- STACY, R. W., WAXMAN, B. D. (eds.): Computers in biomedical research. New York 1965.
- STAHL, W. R.: The role of models in theoretical biology. In: Progress in theo. biol. I (F. M. Snell, ed.), New York 1967, 166-218.
- THOM, R.: Topological models in biology. In: Towards a theor. biol. 3 (C. H. Waddington, ed.), Edingburgh 1970.
- TRINTSCHER, K. S.: Biologie und Information. Leipzig 1967.
- VOLTERRA, V.: Leçon sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie. Paris 1931.
- WAGNER, R.: Probleme und Beispiele biologischer Regelung. Stuttgart 1954.
- WATERMAN, T. H.: System theory and biology - view of a biologist. In: System theory and biology (Mesarović et al., ed.), Berlin 1968, 1-37.
- WÜNSCH, Z.: Beitrag zu einigen Fragen der theoretischen Biologie vom Standpunkt der Kybernetik (tschechisch). In: Probleme der Kybernetik, 1965, 317-331.

- BALLHAUSEN, C. J.: Introduction to ligand field theory. McGraw-Hill 1962.
- BALSEN, R.: Equilibrium and non-equilibrium statistical mechanics. J. Wiley.
- BARTON, D. H. R.: Prinzipien der Konformationsanalyse. (Nobelvortrag). *Angew. Chemie* 82(1970), 827.
- BISHOP, D. M.: Group theory and chemistry. Clarendon Press 1973.
- CUMMINS, H. Z. u. PIKE, E. R.: Photon correlation and light-beating spectroscopy. *Nato Advanced Studies Series*.
- DOMB u. GREEN: Phase transitions and critical phenomena. Academic Press.
- EIGEN, M.: Die unmeßbar schnellen Reaktionen. (Nobelvortrag). *Angew. Chemie* 80(1968), 892.
- FÖRSTERLING, H. D., KUHN, H. u. TENS, K. H.: Computer-Modell zur Bildung selbstorganisierender Systeme. *Angew. Chemie* 88(1972), 862.
- GLANSDORFF, u. PRIGOGINE, I.: Structure stabilité et fluctuations. Masson et Cie, Ed..
- GREEN, H. S. u. HURST, C. A.: Order-disorder phenomena. Interscience Publishers, J. Wiley.
- KEWALSKI, B. A.: Pattern recognition in chemical research. In: Kewalski: Computers in chemical and biochemical research, 2. Academic Press 1974.
- KUHN, H.: Selbstorganisation molekularer Systeme und die Evolution des genetischen Apparats. *Angew. Chemie* 84(1972) 338.
- LANDAU-LIFSHITZ: Theoretische Physik, 5. Akademie-Verlag, Berlin 1966.

E R D W I S S E N
S C H A F T E N

J.C., McCullagh, M.J. (eds.), 38-53, Wiley, New York 1975.
MATHERON, G.: Structures aléatoires et géologie mathématique, *Int. Statist. Rev.* 38(1970), 1-11.
MC CAMMON, R.B. (ed.): Concepts in geostatistics, Springer, Berlin 1975. (Lehrbuch).
NICHOLSON, W.L. (ed.): Proceedings of the symposium on statistical and probabilistic problems in metallurgy. Seattle 1971. *Adv. Appl. Prob., Special Supplement.*

1. Meteorologie (zum Aufsatz)

CHANDRASEKHAR, S.: Radiative transfer, Clarendon Press, Oxford 1950.
CHARNEY, J.G., FJÖRTOFT, R., von NEUMANN, J.: Numerical integration of the barotropic vorticity equations, *Tellus* 2(1950) No. 4, S. 237-254.
EDELMAUN, W.: On the behaviour of disturbances in a baroclinic channel. In: Research in objective weather forecasting, (Research Division, Deutscher Wetterdienst, Offenbach a.M., 1964) Part F-Summary Report No. 2 (1 July 1961 - 31. Dec. 1963) AFCRL, DAR, under Contract No. AF 61 (052)-373.
MANABE, S., HUNT, B.G.: Experiments with a stratospheric general circulation model. I. Radiative and dynamic aspects, *Monthly Weather Rev.* 96(1968), 477-502.
MANABE, S., SMAGORINSKY, J.: Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle. II. Analysis of the tropical atmosphere, *Monthly Weather Rev.* 95(1967), 155-169.
MANABE, S., SMAGORINSKY, J. et al.: Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle. III. Effects of increased horizontal computational resolution, *Monthly Weather Rev.* 98(1970), 175-213.
MIYAKODA, K., SMAGORINSKY, J. et al.: Experimental extended predictions with a nine-level hemispheric model, *Monthly Weather Rev.* 97(1969), 1-76.
SMAGORINSKY, J. et al.: Numerical results from a nine-level general circulation model of the atmosphere, *Monthly Weather Rev.* 93(1965), 727-768.

2. Allgemeiner Übersichten und Bibliographien

AGTERBERG, F.P.: Geomathematics - Mathematical background and geo-science applications, Elsevier Scientific Publ. Co., Amsterdam 1974. (26seitige z.T. annotierte Bibliographie).
CLIFF, A.D., ORD, J.K.: Model building and the analysis of spatial pattern in the human geography, *J. of the Royal Statistical Society* 37(1975), Series B, No. 3, 297-348. (8seitige Bibliographie).
HUIJBREGHTS, C.: Regionalized variables and quantitative analysis of spatial data, *Proceedings of the NATO Institute on the display and analysis of spatial data*, Davis,

- ANDREANO, R. (ed.): The new economic history, New York 1970.
- ARNOLD, K.: Geschichtswissenschaft und elektronische Datenverarbeitung, Methoden, Ergebnisse und Möglichkeiten einer neuen Hilfswissenschaft. In: Th. Schieder (ed.): HZ Beih. 3 (N.F.) Methodenprobleme der Geschichtswissenschaft, München 1974, 98-148.
- AYDELOTTE, W. O.: Quantifizierung in der Geschichtswissenschaft. In: H. Wehler (ed.): Geschichte und Soziologie. Köln 1972.
- AYDELOTTE, W. O. u. a. (eds.): The dimensions of quantitative research in history, Princeton 1972. Rez.: R. Forster, Quantifying history. In: JIH V (1974), 303-312.
- BOWLES, E. A. (ed.): Computers in humanistic research. Readings and perspectives. Englewood Cliffs, Prentice-Hall 1967.
- BULLOUGH, V. L.: The computer and the historian. Some tentative beginnings. In: Computers and humanities 1 (1966/67), 61-64.
- CLUBB, J. M., ALLEN, H.: Computers and historical studies. In: JAH 54 (1968), 599-607.
- COCHRAN, T.: Economic history, old and new. In: AHR 74 (1969), 1561-1572.
- CONRAD, A. H., MEYER, J. R.: Ökonomische Theorie, Statistik und Wirtschaftsgeschichte. In: Wehler: Gesch. u. Ökonomie.
- DAVIS, L.: Professor Fogel and the new economic history. EHR 19 (1966), 657-663.
- DEMM, E.: Neue Wege in der amerikanischen Geschichtswissenschaft. Saeculum, 22 (1971) 4, 342-376.
- DESAI, M.: Some issues in econometric history. In: EHR 21 (1968), 1-16.
- DEUTSCH, K. W.: On methodological problems of quantitative research. In: M. Dogan, S. Rokkan (eds.): Quantitative ecological analysis in social sciences, Cambridge 1969.
- DOLLAR, C. M., JENSEN, R. J.: Historians guide to statistics. (Quantitative analysis and historical research.) London 1971.
- ERICKSON, Ch.: Review article: Quantitative history. AHR 80 (1975), 351-365.
- FLOUD, R.: Introduction to quantifying methods for historians. Princeton 1973.
- FOGEL, R. W.: Historiography and retrospective econometrics. In: Hist. and Theory 2 (1970), 245-264.
- FOGEL, R. W.: The limits of quantitative methods in history. In: AHR 80 (1975), 329-350.
- FOGEL, R. W.: The new economic history, its findings and methods. In: EHR 19 (1966), 642-656.
- HEXTER, J.: History, the social sciences and quantification. Moskau 1970.
- HEXTER, J.: Doing history. Bloomington 1971, 107-134.
- HORNUNG, W.: Geschichte im Grossrechner. EOY als historische Hilfswissenschaft. Eine Literaturübersicht. Die Zeit 47/71 (19.11.71), 53.
- JARAUSCH, K. (ed.): Quantifizierung in der Geschichtswissenschaft, Probleme und Möglichkeiten. Droste, Düsseldorf 1973.
- KONVALHENKO, I. O. u. a.: Quantitative and machine methods of processing historical information. XIII. International Congress of Historical Sciences, Moskau 1970.
- LEBRUN, P.: Structure and quantification. In: C. Perelman (ed.): Raisonement et démarche de l'historien. Brüssel 1964.
- LEVY-LEBOYER, M.: La "New economic history". In: A. E. S. C. 24 (1969), 1035-1069.
- LORWIN, V. R., PRICE, J. M.: The dimensions of the past. Materials, problems and opportunities for quantitative work in history. New Haven, London 1972.
- LUOZ, P. C. (ed.): Soziologie und Sozialgeschichte. Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, Beiheft 16, Opladen 1973.
- MARCZENSKI, J.: Buts et méthodes de l'histoire quantitative. In: Cahiers Vilfredo Pareto 3 (1964), 125-164.
- MARCZENSKI, J.: Quantitative Wirtschaftsgeschichte. In: Wehler (ed.): Geschichte und Ökonomie. Köln 1973.
- MURPHY, G. G. S.: Die "neue Wirtschaftsgeschichte". In: Wehler (ed.): Geschichte und Ökonomie. Köln 1973.
- MURPHY, G. G. S.: Historical investigation and automatic data processing equipment. In: Computers and the Humanities 2 (1968), 1-13.
- PALLI, H.: Lochkartenverfahren u. mathematische Methoden in der Geschichtswissenschaft. Erfahrungen im Institut für Geschichte der Akademie der Wissenschaften der Estnischen SSR. In: ZfG 17 (1969), 504-514.
- PRICE, J. M.: Recent quantitative work in history: a survey of the main trends. In: Hist. and Theory, Beiheft 9, 1-13.
- RASHEWSKY, N.: Looking at history through mathematics. Cambridge, London 1968.
- REDLICH, F.: "Neue" und traditionelle Methoden in der Wirtschaftsgeschichte. In: Wehler (ed.): Geschichte und Ökonomie. Köln 1973.
- ROTHSTEIN, M. u. a.: Quantification and American history. In: v. H. J. Bass (ed.): The state of American history. Chicago 1970.
- ROWNEY, D. K., GRAHAM, J. (eds.): Quantitative history. Selected readings in the quantitative analysis of historical data. Dorsey Pr., Homewood, III 1969.
- SHORTER, E.: The historian and the computer. Englewood Cliffs 1971. Rez.: AESC 28 (1973), 1321-1324.
- SWIERENGA, R. P. (ed.): Quantification in American history. Theory and research. Athenaeum, New York 1970.
- SWIERENGA, R. P.: Computers and comparative history. In: Aydelotte, W. O. (ed.), 267-286.

SWIERENGA, R. P.: Computers and American history: the impact of the 'new' generation. In: JAH (Journal of American History) 60 (1974), 1045-1070.

SWIERENGA, R. P. (ed.): Quantification in American History. New York 1970.

THERNSTROM, S.: Quantitative methods in history. In: Lipset, Hofstadter (eds.): Sociology and history, New York 68.

THERNSTROM, S.: The historian and the computer. In: E. A. Bowles (ed.): Computers in humanistic research, Englewood Cliffs 1967.

UNESCO 4: Les mathematique. et les sciences sociales. Bulletin International des Sciences Sociales.

VILAR, P.: "Quantitative Geschichte" oder "Retrospektive Ökonometrie"? In: Wehler (ed.): Geschichte und Ökonomie. Köln 1973.

WRIGLEY, E. A. (ed.): Nineteenth century society: essays in the use of quantitative methods for the study of social data. Cambridge 1972. Rez.: P. G. Spagnoli: In: JIH IV (1974), 667-673.

ZEMSKY, R. M.: Numbers and history. The dilemma of measurement. In: Computers and humanities 4 (1969/70), 31-40.

Wichtige Zeitschriften :

Annales A. E. S. C.
 History and Theory.
 Journal of Interdisciplinary History.

1. ALTMANN, G.: Mathematische Linguistik. In: Koch, W.A. (ed.), 1973.
2. APOSTEL, L., MANDELBRÖT, B., MORF, A.: Logique, langage et théorie de l'information. Paris 1957.
3. ARNOLD, H.L., SINEMUS, V. (eds.): Grundzüge der Literatur- und Sprachwissenschaft, Band 2: Sprachwissenschaft. München 1974.
4. BARTSCH, R., VENNEMANN, T. (eds.): Linguistik und Nachbarwissenschaften. Kronberg/Ts 1973.
5. BENZECRI, J.P.: Linguistique et mathématique. Revue philosophique de la France et de l'étranger 1966.
6. BRAINERD, B.: Introduction to the mathematics of language study. New York 1971.
7. BROCKHAUS, K., v. STECHOW, A.: Mathematische Verfahren in der Linguistik. In: Arnold, H.L., Sinemus, V. (eds.) 1974.
8. CARNAP, R.: Logische Syntax der Sprache. Wien 1934.
9. CARNAP, R.: Meaning and necessity. Chicago 1956.
10. CHOMSKY, N.: Aspects of the theory of syntax. Cambridge/Mass. 1965.
11. CHOMSKY, N.: The formal nature of language. In: Lenneberg, E.H. (ed.): Biological foundations of language. New York 1967.
12. CHURCH, A.: A formulation of the simple theory of types. Journal of Symbolic Logic 5 (1940).
13. CRESSWELL, M.J.: Logics and languages. London 1973.
14. DAVIDSON, D., HARMAN, G. (eds.): Semantics of natural languages. Dordrecht 1972.
15. van FRAASSEN, B.C.: Formal semantics and logic. New York 1971.
16. FREGE, G.: Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien. Hrsg. und eingeleitet von G. Patzig. Göttingen 1969.
17. GINSBURG, S.: The mathematical theory of context-free languages. New York 1966.
18. GODDARD, L., ROUTLEY, R.: The logic of significance and context. Edinburgh/London 1973.
19. GROSS, M.: Mathematical models in linguistics. New Jersey 1972.
20. GROSS, M., LENTIN, A.: Notions sur les grammaires formelles. Paris 1967.
21. GUIRAUD, P.: Les caractères statistiques du vocabulaire. Essai de méthodologie. Paris 1954.
22. GUIRAUD, P.: Bibliographie critique de la statistique linguistique. The Hague 1954.
23. GUIRAUD, P.: Problèmes et méthodes de la statistique linguistique. Paris 1960.
24. HALLIDAY, M.A.K.: Categories of the theory of grammar. Word 17 (1961).
25. HARRIS, Z.: Mathematical structures of language. New York 1968.
26. HEMPEL, C.G.: Aspects of scientific explanation. New York 1965.
27. HJELMSLEV, L.: Prolegomena to a theory of language. Translated by F.J. Whitfield. Baltimore 1953.
28. HERDAN, G.: Language as choice and chance. Groningen 1956.
29. HERDAN, G.: Type-token mathematics. The Hague 1960.
30. HERDAN, G.: Quantitative linguistics. London 1964.
31. HERDAN, G.: The advanced theory of language as choice and chance. Berlin/New York 1966.
32. HINTIKKA, J., MORAVCSIK, J.M.E., SUPPES, P.: Approaches to natural language. Dordrecht 1973.
33. HOPCROFT, J.E., ULLMANN, J.D.: Formal languages and their relation to automata. Reading/Mass. 1969.
34. HUGHES, G.E., CRESSWELL, M.J.: An introduction to modal logic. London 1968.
35. HUGUES, M.: Mathematische Einführung in die formale Grammatik. Tübingen 1975. (Übersetzt von Weisenborn, J., Brandtner, K., Stagentritt, E.).
36. JAKOBSON, R. (ed.): The structure of language and its mathematical aspect. Providence, Rhode Island 1961.
37. JAKOBSON, R.: Phonological studies. Selected Writings 1. Den Haag 1962.
38. KASHER, A.: Linguistik und Mathematik. In: Bartsch, R., Vennemann, T. (eds.) 1973.
39. KEENAN, E.L.: Linguistik und Logik. In: Bartsch, R., Vennemann, T. (eds.) 1973.
40. KIEFER, F.: Mathematical linguistics in Eastern Europe. New York 1968.
41. KIEFER, F. (ed.): Mathematical models of language. (In der Reihe "Soviet Papers in Formal Linguistics"). Stockholm 1973.
42. KLAUS, G.: Wörterbuch der Kybernetik 1 und 2. Frankfurt am Main 1969.
43. KLIBANSKY, R.: La philosophie contemporaine I. Logique et fondements des mathématiques. Firenze 1968.
44. KOCH, W.A. (ed.): Perspektiven der Linguistik I. Stuttgart 1973.
45. KRALLMANN, D.: Statistische Methoden in der stilistischen Textanalyse. Bonn 1960.
46. KREUZER, H., GUNZENHÄUSER, R.: Mathematik und Dichtung. München 1965.
47. KUTSCHERA, F. von: Sprachphilosophie. München 1971.
48. LAMBERT, K. (ed.): The logical way of doing things. New Haven 1969.
49. LAMBERT, K. (ed.): Philosophical problems in logic: some recent developments. Dordrecht 1971.
50. LEBLANC, K. (ed.): Truth, syntax and modality. Amsterdam 1973.
51. LEES, R.: The grammar of English nominalisation. New York 1960.
52. LUCE, D., BUSH, R.R., GALANTER, E. (eds.): Handbook of mathematical psychology, Vol. II. New York 1963.
53. LUTZEIER, P.: Modelltheorie für Linguisten. Tü-

54. MALBERG, B.: Structural linguistics and human communication. Berlin/New York 1965.
55. MANDELBRROT, B.: On the theory of word frequencies and on related markovian models. Proc. XII. Symp. Am. Math. Soc. 1961.
56. MARCUS, S.: Introduction mathématique à la linguistique structurale. Paris 1967.
57. MARCUS, S.: Algebraic linguistics: Analytical models. New York 1967.
58. MARCUS, S.: Mathematical linguistics in Europe. In: Sebeok, T. A. (ed.): Current trends in linguistics. Vol. 9, The Hague 1972.
59. MARCUS, S., VASILIU, E.: Théorie des graphes et consonantisme de la langue roumaine. Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées 1960.
60. MONTAGUE, R., SCHNELLE, H.: Universale Grammatik. Braunschweig 1972.
61. MULLER, Ch.: Initiation à la statistique linguistique. Paris 1968.
62. OBERSCHELP, A.: Elementare Logik und Mengenlehre. Mannheim 1974.
63. PAPP, F.: Mathematical linguistics in the Soviet Union. The Hague 1966.
64. PARTÉE, B.: Montague grammar and transformational grammar. Linguistic Inquiry Vol. VI, 1975.
65. PETÖFI, J. S.: Transformationsgrammatiken und eine ko-textuelle Texttheorie. Frankfurt 1971.
66. PETÖFI, J. S.: Vers une théorie partielle du texte. Hamburg 1975.
67. PETÖFI, J. S.: Der Wissenschaftsbegriff der Linguistik. In: Studia Leibnitiana. Sonderheft 5: Der Wissenschaftsbegriff in den Natur- und Geisteswissenschaften. Wiesbaden 1975.
68. PETÖFI, J. S. (ed.): Logic and the formal theory of natural languages. (Selective Bibliography). Hamburg, im Druck.
69. PETÖFI, J. S., RIESER, H.: Wissenschaftstheoretische Argumente für eine umfassende grammatische Theorie und eine logisch-semantische Beschreibungssprache. Folia Linguistica VII. 1974.
70. PETÖFI, J. S., RIESER, H.: Probleme der modelltheoretischen Interpretation von Texten. Hamburg 1974.
71. PETÖFI, J. S., RIESER, H. (eds.): Studies in text grammar. Dordrecht 1973.
72. PLATH, W.: Mathematical linguistics. In: Mohrman, C., Sommerfelt, A., Whatmough, J. (eds.): Trends in European and American linguistics. Utrecht 1961.
73. REICHENBACH, H.: Elements of symbolic logic. New York 1947.
74. RENNIE, M. K.: Some uses of type theory in the analysis of languages. Australian National University 1974.
75. RESCHER, H.: Topics in philosophical logic. Dordrecht 1968.
76. REVZIN, I. I.: Les modèles linguistiques. Paris 1967.
77. ROGERS, R.: Mathematical logic and formalized theories. Amsterdam 1971.
78. de SAUSSURE, F.: Cours de linguistique générale. (Publié par Bally, Ch., Sechehaye, A.). Paris 1962. Cinquième édition).
79. SCHNELLE, H.: Programmieren linguistischer Automaten. In: Steibuch, K., Wagner, S. M. (eds.): Neuere Ergebnisse der Kybernetik. München 1964.
80. SCHNELLE, H.: Sprachphilosophie und Linguistik. Reinbek bei Hamburg 1973.
81. SECHSER, O.: A mathematical approach to the theory of morphology. Prague Studies in Mathematical Linguistics 2 (1967).
82. SOMMERS, W.: Analyse mathématique du langage: Lois générales et mesures statistiques. Paris 1959.
83. SPANG-HANSEN, H.: Probability and structural classification in language description. Copenhagen 1959.
84. STEGMÜLLER, W.: Hauptströmungen der Gegenwarts-Philosophie. Band II. Stuttgart 1975.
85. SUPPES, P.: Probabilistic grammars for natural languages. In: Davidson, D., Harman, G. (eds.) 1972.
86. TARSKI, A.: Logic, semantics, metamathematics. Oxford 1956.
87. THOMASON, R. H.: Formal philosophy. Selected Papers of Richard Montague. New Haven and London 1974.
88. WALL, R.: Mathematical linguistics. In: Dingwall, W. O. (ed.): A survey of linguistic sciences. University of Maryland. 1966.
89. WALL, R.: Einführung in die Logik und Mathematik für Linguisten 1: Logik und Mengenlehre; 2. Algebraische Grundlagen. Kronberg/Ts. 1973. (Übersetzt von Klein, W., Kratzer, A., v. Stechow, A.).
90. YASUHARA, A.: Recursive functions and logic. New York 1971.
91. YULE, G. I.: The statistical study of literary vocabulary. Cambridge 1944.
92. ZADEH, L.: Fuzzy sets. Information and control. 1965.
93. ZIFF, G. K.: The psychobiology of language. Boston 1935.

I. Monographien

- APTER, J.M.: Cybernetics and development, Pergamon Press, Oxford 1966.
- ARBIB, M.A.: Brains, machines and mathematics, Mc Graw-Hill, New York 1964.
- BAILEY, N.T.J.: The mathematical theory of epidemics. Griffin, London 1957.
- BAILEY, N.T.J.: The mathematical approach to biology and medicine, Wiley, New York 1967.
- BANKS, H.T.: Modeling and control in the biomedical sciences, Lecture notes in biomathematics, Nr.6, Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1975.
- BARTLETT, M.S.: Stochastic population models in ecology and epidemiology, Methuen, London 1960.
- BLACKITH, R.E., REYMENT, R.A.: Multivariate morphometrics, Academic Press, London 1971.
- CHIANG, C.L.: Introduction to stochastic processes in biostatistics, Wiley, New York 1968.
- COX, D.R., LEWIS, P.A.W.: Statistical analysis of series of events, Methuen, London 1966.
- GAWRONSKI, R.: Bionics. The nervous system as a control system, Elsevier, Amsterdam 1971.
- GOODWIN, B.C.: Temporal organization in cells, Academic Press, New York 1963.
- GRODINS, F.: Control theory and biological systems, Columbia Univ. Press, New York 1963.
- GRIFFITH, J.: Mathematical neurobiology, Academic Press, New York 1971.
- HASSENSTEIN, B.: Information and control in the living organisms. An elementary introduction, Chapman & Hill, London 1971.
- HEINMETS, F.: Analysis of normal and abnormal cell growth. Model-system formulations and analog computer studies. Plenum Press, New York 1966.
- HOPPENSTEADT, F.: Mathematical theories of populations: Demographic, genetics, and epidemics, Soc. Ind. Appl. Math., Philadelphia 1975.
- HOUSEHOLDER, A.S., LANDAHL, H.D.: Mathematical biophysics of the central nervous system, Principia Press, Bloomington 1944.
- IOSIFESCU, M., TAUTU, P.: Stochastic processes and applications in biology and medicine, Vol. I, II, Springer, Berlin-New York, Ed. Academiei, Bucuresti 1973.
- JACKSON, H.L.: Mathematics of radiology and nuclear medicine, W.H. Green, St. Louis 1971.
- JACQUARD, A.: The genetic structure of populations, Springer, Berlin, New York 1972.
- JACQUEZ, J.A.: Compartmental analysis in biology and medicine, Elsevier, Amsterdam 1972.
- KEYFITZ, N.: Introduction to the mathematics of population, Addison-Wesley, Reading 1968.
- LEDLEY, R.S.: Use of computers in biology and medicine, Mc Graw-Hill, New York 1965.
- LIEBERSTEIN, H.M.: Mathematical physiology, Blood flow and electrically active cells, Elsevier, New York 1973.
- LIGHTHILL, J.: Mathematical biofluidynamics, Soc. Ind. Appl. Math., Philadelphia 1975.
- LUSTED, L.B.: Introduction to medical decision making, C.C. Thomas, Springfield 1968.
- MORAN, P.A.P.: The statistical processes of evolutionary theory, Clarendon Press, Oxford 1962.
- MOROMITZ, H.J.: Entropy for biologists. An introduction to thermodynamics, Academic Press, New York 1970.
- OLDHAM, P.D.: Measurement in medicine, English Univ. Press, London 1968.
- PLOWMAN, K.M.: Enzyme kinetics, Mc Graw-Hill, New York 1972.
- POLLARD, J.H.: Mathematical models for the growth of human populations, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1973.
- RASHEVSKY, N.: Mathematical biophysics, Vol. I., II, 3rd ed., Dover, New York 1960.
- RASHEVSKY, N.: Mathematical principles in biology and their applications, C.C. Thomas, Springfield 1964.
- RASHEVSKY, N.: Some medical aspects of mathematical biology, C.C. Thomas, Springfield 1964.
- RESCIGNO, A., SEGRE, G.: Drug and tracer kinetics, Blaisdell, New York 1966.
- RIGGS, D.S.: The mathematical approach to physiological problems, Williams & Wilkins, Baltimore 1963.
- RIGGS, D.S.: Control theory and physiological feedback mechanisms, Williams & Wilkins, Baltimore 1970.
- ROSEN, R.: Optimality principles in biology, Butterworth, London 1967.
- ROSEN, R.: Dynamical systems theory in biology, Stability theory and its applications, Wiley, New York 1970.
- RUBINOW, S.I.: Mathematical problems in the biological sciences, Soc. Ind. Appl. Math., Philadelphia 1973.
- SIMON, W.: Mathematical techniques for physiology and medicine, Academic Press, New York 1972.
- THOM, R.: Stabilité structurelle et morphogénèse, Benjamin, New York 1968.
- VON NEUMANN, J.: The computer and the brain, Yale Univ. Press, New Haven 1958.

II. Sammelbände

- GUREL, O. (ed.): Mathematical analysis of fundamental biological phenomena, Ann. N.Y. Acad. Sci. 281 (1974).
- GURLAND, J. (ed.): Stochastic models in medicine and biology, Univ. Wisconsin Press, Madison 1964.
- HEINMETS, F. (ed.): Concepts and models of biomathematics. Simulation techniques and methods, Dekker, New York 1969.

MESAROVIC, M. (ed.): Systems theory and biology, Springer, Berlin-New York 1968.
 RASHEVSKY, N. (ed.): Mathematical theories and biological phenomena, Ann. N. Y. Acad. Sci. 96 (1962).
 ROSEN, R. (ed.): Foundations of mathematical biology, Vol. I-III, Academic Press, New York 1972.
 STACY, R. W., WAXMAN, B. (eds.): Computers in biomedical research, Vol. I-III, Academic Press, New York 1963-1969.
 STAKGOLD, I., JOSEPH, D., SATTINGER, D. (eds.): Nonlinear problems in the physical sciences and biology, Springer, Berlin-New York 1973.
 WATERMAN, T. H., MOROWITZ, H. J. (eds.): Theoretical and mathematical biology, Blaisdell, New York 1965.

III. Medizinische Datenverarbeitung und Informatik

a) aktuelle Monographien

COLLEN, M. F. (ed.): Hospitals computer systems, Wiley and Sons 1974.
 KÖHLER, C. O.: Integriertes Krankenhaus-Informationssystem, 207 Seiten, In: A. Angermann (ed.): Beiträge zur Datenverarbeitung und Unternehmensforschung, Band 5, Anton Hain Verlag, Meisenheim a. Glan 1973.
 KOLLER, S., WAGNER, G. (eds.): Handbuch der medizinischen Dokumentation und Datenverarbeitung, F. K. Schattauer-Verlag, Stuttgart, New York 1975.
 MODELL einer allgemeinen Vorsorgeuntersuchung, Zwischenbericht des Arbeits- und Sozialministeriums, Stuttgart 1970.

b) führende Zeitschriften

Biotelemetry, Ed.: H. P. Kimmich, Nijmegen, S. Kager Verlag, Basel.
 Computers and medicine, Ed.: American medical association, Chicago.
 Computers in biology and medicine, Pergamon Press, New York-London.
 Gesundheitsingenieur, Verlag R. Oldenbourg, München.
 Methods of information in medicine, Eds.: G. Wagner, Heidelberg; H. V. Pipberger, Washington, F. K. Schattauer Verlag, Stuttgart-New York.

IV. Im Aufsatz zitierte Literatur

APTER, J. T.: Models and mathematics in medicine. In: Medical Engineering (C. D. Ray, ed.), Year Book Medical Publishers, Chicago 1974, 79-89.
 BARTHOLOMAI, A. F.: Some general ideas on deterministic and stochastic models of biological systems. In: Quantitative biology of metabolism (A. Locker, ed.), Springer, Berlin 1968, 45-60.
 BARTHOLOMAI, A. F.: Mathematical medicine, an introductory discussion of its meaning and significance in medicine and medical education, Bull. Math. Biol. 35 (1973),

173-182.
 BARTLETT, M. S.: Inference and stochastic processes, J. Roy. Statist. Soc. Ser. A 120 (1967), 457-474.
 BELLMANN, R.: Mathematical experimentation and biological research, Fed. Proc. 21 (1962), 109-111.
 BELLMANN, R.: The challenge of the medical biosciences. In: "Some vistas of modern mathematics", Univ. Kentucky Press, Lexington 1968, 97-137.
 BRAITHWAITE, R. B.: Scientific explanation, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1953.
 BÜHLER, W.: Biomathematik - ein neuer Zweig der biologischen Forschung, Naturwiss. 59 (1972), 53-59.
 CORNFIELD, J.: A statistician's apology, J. Amer. Statist. Assoc. 70 (1975), 7-14.
 CUNLAR, E.: Vortrag auf der Tagung "Applied probability: its nature and scope", Stoch. Proc. Appl. 2 (1975), 235-237.
 DOLE, V. P.: Intersection of mathematics and biology, Fed. Proc. 24 (1965), 1-4.
 ETHERINGTON, I. M. H.: Genetic algebras, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. B 59 (1939), 242-258.
 ETHERINGTON, I. M. H.: Non-associative algebra and the symbolism of genetics, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. B 61 (1941), 24-42.
 GANI, J.: Theory and practice in applied probability, Adv. Appl. Probability 2 (1975), 38-49.
 GOGUEN, J. A.: The logic of inexact concepts, Synthèse 19 (1968-1969), 325-373.
 HERMAN, G. T., ROZENBERG, G.: Developmental systems and languages, Elsevier, North-Holland/New York 1975.
 IOSIFESCU, M., TAUTU, P.: Stochastic processes and applications in biology and medicine, Vol. II, Springer, Berlin/Heidelberg/New York und Ed. Academiei, Bucuresti 1973.
 IOSIFESCU, M., TAUTU, P., L. ODORESCU, R.: Mathematik und die objektive Realität, (in rumänisch), Rev. filos. 14 (1967), 1101-1114, Bukarest.
 KAC, M.: Some mathematical models in science, Science 166 (1969), 695-699.
 KAC, M., ULAM, S.: Mathematics and logic: Retrospect and prospects, Praeger, New York 1968.
 KENDALL, M. G.: On the future of statistics - a second look, J. Roy. Statist. Soc. Ser. A 131 (1968), 182-192.
 KOLATA, G. B.: Applied math.: too many dehydrated elephants? Science 190 (1975), 773.
 LEGAY, J. M.: La méthode des modèles, état actuel de la méthode expérimentale, Informatique et Biosphere, Paris 1973.
 LINDENMAYER, A.: Mathematical models for cellular interactions in development, I, II, J. Theoret. Biol. 18 (1968), 280-315.
 LOCKER, A.: The epistemological significance of models in science. In: Quantitative biology of metabolism, Springer, Berlin 1968, 1-10.
 LOCY, W. A.: Biology and its makers, Holt, New York 1951.
 LOTKA, A. J.: Elements of physical biology, Williams & Wilkins, Baltimore 1925. (New edition in "Elements of mathematical biology", Dover, New York 1956).
 MAISTROV, L. E.: Probability theory: A historical sketch,

- Academic Press, New York 1974.
- MEDAWAR, P. B., MEDAWAR, J. S.: Some reflections on science and civilization. In: *Civilization & science, in conflict or collaboration?* Amsterdam, Elsevier-*Experta Medica-North Holland* 1972, 9-15.
- MIHOC, G., TAUTU, P.: Der Gebrauch der Mathematik in Biologie- und Medizin. (in Rumänisch). In: *Stiinta prietena noastra*, Vol. 3, Ed. Politica, Bucuresti 1966, 218-245.
- MIHOC, G., TAUTU, P.: Mathematische Statistik und ihre Rolle in der medizinischen Forschung. (in Rumänisch). *Rev. patol. comp.* 2(1968), 18-22, Bukarest.
- MIHOC, G., TAUTU, P.: Über statistische Inferenz. (in Rumänisch). In: *Metode noi si probleme de perspectiva ale cercetarii stiintifice*. Ed. Academiei, Bucuresti 1971, 17-25.
- MOROWITZ, H. J.: The historical background. In: *Theoretical and mathematical biology*. (T. H. Waterman, H. J. Morowitz, ed.) Blaisdell, New York 1965, 24-35.
- NEY, P.: Vortrag auf der Tagung "Applied probability: its nature and scope". *Stoch. Proc. Appl.* 3(1975), 250-251.
- NOONEY, G. C.: Mathematical models, reality and results. *J. Theoret. Biol.* 2(1965), 239-252.
- NOONEY, G. C.: Mathematical models in medicine: A diagnosis. *J. Chron. Dis.* 19(1966), 325-332.
- POSTELNICU, T., TAUTU, P.: Mathematische Methoden in der Medizin und Biologie. (in Rumänisch). Ed. Tehnica, Bucuresti 1971.
- PYKE, R.: Applied probability: an editors dilemma. *Adv. Appl. Probability* 7(1975), 17-37.
- RAJAGOPAL, P.: *Mathematica and biology*. *Lecture Notes in Biomath.* 2(1974), 261-268.
- RANDALL, J. H.: *Making of the modern mind*. Houghton Mifflin, Boston 1940.
- RASHEVSKY, N.: *Some medical aspects of mathematical biology*. C. C. Thomas, Springfield 1964.
- REID, N. H., MACKAY, R. S.: A review and discussion of some methods for system identification and modeling. *Med. Biol. Eng.* 6(1968), 231-268.
- SCHWARTZ, J.: The pernicious influence of mathematics on science. *Proc. Intern. Congr. "Logic, methodology and philosophy of science"*. Stanford Univ. Press, Stanford 1962, 356-360.
- SERVAIS, W.: Comment enseigner la mathématique pour qu'elle soit utile? *Educ. Studies Math.* 1(1968), 37-50.
- SHEA, S. M., BARTHOLOMAY, A. F.: In numero studies in a cell renewal system: the periodically cell renewal process. *J. Theoret. Biol.* 9(1965), 389-413.
- SHEYNIN, O. B.: On the prehistory of the theory of probability. *Arch. History Exact Sci.* 12(1974), 97-141.
- SHORTLIFFE, E. H., BUCHANAN, B. G.: A model of inexact reasoning in medicine. *Math. Biosci.* 23(1975), 351-379.
- STAHL, W. R.: The role of models in theoretical biology. *Prog. in Theoret. Biol.* 1(1967), 165-218.
- STERLING, T. D.: Towards an undergraduate mathematics program for future researchers in the fields of biology and medicine. *Fed. Proc.* 24(1965), 5-9.
- SYSKI, R.: Vortrag auf der Tagung "Applied probability: its nature and scope". *Stoch. Proc. Appl.* 2(1975), 253-225.
- TAUTU, P.: Controlled markov chains in medicine. *Proc. 4th Conf. Probability Theory*. Ed. Academiei, Bucuresti 1973, 461-469.
- THOMPSON, D. W.: *On growth and form*. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1917. (New edition 1961, Cambridge: Harvard Univ. Press).
- ULAM, S. M.: Some ideas and prospects in biomathematics. *Ann. Rev. Biophys. Bioeng.* 1(1972), 277-292.
- van der VAART, H. R.: The role of mathematical models in biological research. *Bull. Intern. Statist. Inst.* 39(1) (1962), 31-58.
- van der WAERDEN, B. L.: *Erwachende Wissenschaft*. Birkhäuser, Basel 1956.
- VOLTERRA, V.: Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. *Nature* 118(1926), 558-560.
- VOLTERRA, V.: *Lecons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. Gauthier-Villars, Paris 1931.
- WOODGER, J. H.: *The axiomatic method in biology*. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1937.
- WOODGER, J. H.: *Biology and language. An introduction to the methodology of biological sciences*. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1952.
- YAMAMOTO, W. S., WALTON, E. S.: On the evolution of the physiological model. *Ann. Rev. Biophys. Bioeng.* 4(1975), 81-102.
- ZADEH, L. A.: Fuzzy sets. *Information and control* 8(1965), 338-353.

- ATKINSON, R.C.: Ingredients for a theory of instruction, *American Psychologist* 27(1972), 921-31.
- ATKINSON, R.C., PAULSON, J.A.: An approach to the psychology of instruction, *Psychol. Bulletin* 78(1972), 49-61.
- AUSUBEL, D.P.: *Educational psychology - A cognitive view* Holt Rinehart & Winston, New York 1968.
- BERNAL, J.D.: *Die Wissenschaft in der Geschichte*, Progress, Darmstadt 1961.
- BIGGS, J.B.: *Lernprozeß und Kybernetik*, Klett, Stuttgart 1974.
- BJORCK, R.A.: Why mathematical models? *American Psychologist* 28(1973), 426-33.
- BLOOM, B.S.: Time and learning, *American Psychologist* 22(1974), 682-88.
- BOLLNOW, O.F.: *Empirische Wissenschaft und hermeneutische Pädagogik-Bemerkungen zu Wolfgang Brezinka*'Von der Pädagogik zur Erziehungswissenschaft'. *Z.f. Pädagogik* 17(1971), 683-708.
- BOUDON, R.: *Mathematische Modelle und Methoden-Hauptströmungen der sozialwissenschaftlichen Forschung*, Ullstein TB 2942, Frankfurt 1972.
- BRACHT, G.H., HOPKINS, K.D., STANLEY, J.C. (eds.): *Perspectives in educational and psychological measurement*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1974.
- BREZINKA, W.: *Von der Pädagogik zur Erziehungswissenschaft*, Beltz, Weinheim 1971, (a).
- BREZINKA, W.: *Über Erziehungsbegriffe-Eine kritische Analyse und ein Explikationsvorschlag*, *Z.f. Pädagogik* 17(1971), 567-615, (b).
- BRÜGBECK, M.: *Logic and scientific method in research on teaching*, In: Gage, 1963.
- BRUNER, J.J.: *Entwurf einer Unterrichtstheorie*, Schwann, Düsseldorf 1974.
- BUNGE, M.: *Scientific research*, 2. Bde, Springer, Berlin 1967.
- BUNGE, M.: *Method, model and matter*, Reidel, Dordrecht 1973.
- CALFEE, R.C.: The role of mathematical models in optimizing instruction, *Scientia-Revue internationale de synthèse scientifique* 105(1973), 1-25.
- CARVER, R.P.: Two dimensions of tests- Psychometric and edumetric, *American Psychologist* 29(1974), 512-18.
- CHURCHMAN, C.W.: *Philosophie des Managements*, (engl.: challenge to reason), Rombach, Freiburg 1973.
- CRONBACH, L.J., GLEESER, G.C., NANDA, H.A.N., RAJARATNAM, N.: *The dependability of behavioral measurement - theory of generalizability for scores and profiles*, Wiley, New York 1972.
- CROTHERS, E., SUPPES, P.: *Experiments in second language learning*, Academic, New York/London 1967.
- DALENOORT, G.J. (ed.): *Process models for psychology*, Rotterdam Univ. Press, Rotterdam 1973.
- DRESS, A.: *Ein Brief*, In: Otte, 1974.
- DUNKIN, M.J., BIDDLE, B.J.: *The study of teaching*, Holt Rinehart & Winston, London 1974.
- EBEL, R.L. (ed.): *Essentials of educational measurement* (Erstauflage 1965), Prentice-Hall, Englewood 1972 (2. Ed).
- ESTES, W.K.: *Towards a statistical theory of learning*, *Psychol. Review* 57(1950), 94-107.
- FEGER, H., TROTSCHENBURG, E.: *Paradigmen für die Unterrichts-forschung*, In: Ingenkamp, Parey, 1970.
- FISCHER, G.H.: *Einführung in die theorie psycholo-gischer Tests*, Springer, Wien 1974.
- FRANK, H.: *Kybernetische Grundlagen der Pädagogik*, Kohlhammer, Stuttgart 1969, (2. Aufl.).
- FREUDENTHAL, H. (ed.): *The concept and the role of the model in mathematics and natural and social sciences*, Reidel, Dordrecht/Boston 1961.
- GAGE, N.L. (ed.): *Handbook of research on teaching*, Rand McNally, Chicago 1963.
- GAINES, B.R.: *Linear and nonlinear models of the human controller*, *Int. J. of Man-Machine Studies* 1(1969), 333-60.
- GAINES, B.R.: *The learning of perceptual-motor skills by men and machines and its relationship to training*, *Instructional Science* 1(1972), 263-312, (a).
- GAINES, B.R.: *Axioms for adaptive behavior*, *Int. J. of Man-Machine Studies* 4(1972), 169-99, (b).
- GAINES, B.R.: *Training, stability, and control*, *Instructional Science* 2(1974), 151-76.
- GARVIN, P.L. (ed.): *Cognition-A multiple view*, Spartan, New York/Washington, 1970.
- GRÖNLUND, N.E.: *Measurement and evaluation in teaching*, MacMillan, New York 1969.
- HEIPCKE, K.: *Wissenschaftstheoretische Grundlagen der Unterrichtsforschung*, In: Ingenkamp, Parey, 1970.
- HOLZKAMP, K.: *Kritische Psychologie - Vorbereitende Arbeiten*, Darin: *Zum Problem der Relevanz psychologischer Forschung für die Praxis*, Fischer TB 6505, Frankfurt 1972.
- INGENKAMP, K., PAREY, E. (eds.): *Handbuch der Unterrichtsforschung*, (3 Bde, Übersetzung und Ergänzung von Gage), Beltz, Weinheim 1970-72.
- ITELSON, L.B.: *Mathematische und kybernetische Methoden in der Pädagogik*, Volk und Wissen, Berlin 1967.
- ITELSON, L.B.: *Die Anwendung mathematischer Methoden in der pädagogischen Forschung*, In: Koroljow, Gmurman, 1973.
- JACOBSON, M.D., STIMART, R.P., WREN, G.T.: *Models and educational research*, *American Educational Research Jour.* 8(1971), 311-20.
- JENSEN, A.R.: *How much can we boost IQ and scholastic achievement*, *Harvard Educational Review* 39(1969), 1-123.
- KAMIN, L.J.: *The science and politics of IQ*, Wiley, New York 1974.
- KOROLJOW, F.F., GMURMAN, W.J. (eds.): *Allgemeine Grundlagen der marxistischen Pädagogik*, Vlg Dokumentation (UTB 237) Pullach 1973.
- KOSTJUK, G.S.: *Entwicklung und Erziehung*, In: Koroljow, Gmurman, 1973.
- LANDA, L.N.: *Algorithmierung im Unterricht*, Volk und Wissen, Berlin 1969.

- LANDA, L.N.: Some problems in algorithmization and heuristics in instruction. *Instructional Science* 4(1975), 99-112.
- LANGEVELD, M.J.: Voraussage und Erfolg. Westermann TB 112, Braunschweig 1973.
- LEONTJEW, A.N., DSCHAFAROW, E.N.: Mathematical modeling in psychology. *Soviet Psychology* 12(1973/74), 3-22.
- LEWIN, K.: The conflict between Aristotelian and Galilean modes of thought in contemporary psychology. *J. of General Psychology*, 5(1931), 141-77.
- LUCE, R.D., BUSH, R.R., GALANTER, E. (eds.): Handbook of mathematical psychology. (3 Bde). Wiley, New York 1963-65.
- MARIYAMA, M.: The second cybernetics - Deviation-amplifying mutual causal processes. *American Scientist* 51(1963), 164-79.
- MAURER, H.: Theoretische Grundlagen der Programmiersprachen-Theorie der Syntax. Bibliogr. Institut HTB 404, Mannheim, 1969.
- MEILE, B.: Voraussetzungen der empirischen Pädagogik - Ein wissenschaftstheoretischer Aufriss. *Z. f. Pädagogik* 18(1972) 709-33.
- MILSUM, J.H. (ed.): Positive feedback-A general systems approach to positive/negative feedback and mutual causality. Pergamon, Oxford 1968.
- MUSES, C.A. (ed.): Aspects of the theory of artificial intelligence. Plenum, New York 1962.
- NEWELL, A., SIMON, H.A.: Human problem solving. Prentice-Hall, Englewood 1972.
- NICKLIS, W.S.: Kybernetik und Erziehungswissenschaft - Eine kritische Darstellung ihrer Beziehungen. Klinkhardt, Bad Heilbrunn 1967.
- NICKLIS, W.S.: Pädagogik - More geometrico oder more cybernetico? (zugleich eine kritische Analyse von Itelson, 1967). *Z. f. Pädagogik* 15(1969), 731-40.
- NOHL, H.: Die pädagogische Bewegung in Deutschland und ihre Theorie. Schulte-Bulmke, Frankfurt 1961.
- OPPELT, W.: Über Begriff und Einteilung von Lernvorgängen aus der Sicht des Ingenieurs. *Grundlagenstudium aus Kybernetik und Geisteswissenschaften* 15(1975), 65-76.
- OTTE, M. (ed.): Mathematiker über die Mathematik. Springer, Berlin 1974. (a).
- OTTE, M.: Vorwort. In: Otte, 1974. (b)
- PAPERT, S.: Theory of knowledge and complexity (lecture notes). In: Dalenoort, 1973.
- PASK, G.: The simulation of learning and decision-making behavior. In: Muses, 1962. (a).
- PASK, G.: Man as a system that needs to learn. In: Stewart, 1967. (b).
- PASK, G.: A cybernetic experimental method and its underlying philosophy. *Int. J. of Man-Machine Studies* 3(1971), 279-337.
- PASK, G.: Models for social systems and for their languages. *Instructional Science* 1(1972).
- PASK, G.: A fresh look at cognition and the individual. *Int. J. of Man-Machine Studies* 4(1972).
- PASK, G., SCOTT, B.L.E.: Learning strategies and individual competence. *Int. J. of Man-Machine Studies* 4(1972), 217-53.
- PASK, G., SCOTT, B.L.E.: Caste- system for exhibiting learning strategies and regulating uncertainties. *Int. J. of Machine Studies* 5(1973), 17-52.
- PASK, G., SCOTT, B.L.E., KALLIKOURDIS, D.: A theory of conversations and individuals (exemplified by the learning process on Caste). *Int. J. of Man-Machine Studies* 5(1973), 443-566.
- PASK, G., KALLIKOURDIS, D., SCOTT, B.L.E.: The representation of knowables. *Int. J. of Man-Machine Studies* 7(1975), 15-134.
- PIAGET, J.: Biologie und Erkenntnis - Über die Beziehungen zwischen organischer Regulation und kognitiven Prozessen. Fischer, Frankfurt 1974. (a).
- PIAGET, J.: Theorien und Methoden der modernen Erziehung. Fischer TB 6263, Frankfurt 1974. (b).
- POPHAM, W.J.: Educational statistics. Harper & Row, New York 1967.
- PROJEKTGRUPPE (ed.): Diagnostik in der Schule. Oldenbourg, München 1973.
- RUMPF, H.: Zweifel am Monopol des zweckrationalen Unterrichtskonzepts - Thesen über das Verhältnis von Lernzielen und Unterrichtsergebnissen. *Neue Sammlung* 11(1971), 391-411.
- SANFORD, N.: Whatever happened to action research? *J. of Social Issues* 26(1970), 3-23.
- SCANDURA, J.M.: Deterministic theorizing in structural learning - Three levels of empiricism. *J. of Structural Learning* 3(1971), 21-53.
- SCANDURA, J.M.: Structural learning I - Theory and research. Gordon & Breach, New York 1973.
- SEVE, L.: Marxismus und Theorie der Persönlichkeit. Vlg Marxistische Blätter, Frankfurt 1972.
- SHANK, R.C., COLBY, K.M. (eds.): Computer models of thought and language. Freeman, San Francisco 1973.
- SIGNORELLI, A.: Statistics - Tool or master of the psychologist? *American Psychologist* 29(1974), 774-7.
- SLAKTER, M.J.: Statistical inference for educational researchers. Addison-Wesley, Reading (Mass.), 1972.
- SMALLWOOD, R.D.: The analysis of economic teaching strategies for a simple learning model. *J. of Mathematical Psychology* 8(1971), 285-301.
- SMITH, M.D.: A mathematical model of instructional processes. *Instructional Science* 3(1974), 375-82.
- STACHOWIAK, H.: Allgemeine Modelltheorie. Springer, Wien 1973.
- STADLER, M., SEEGER, F., RAEITHEL, A.: Psychologie der Wahrnehmung. Juventa, München 1973.
- STEWART, D.J. (ed.): Automaton theory and learning systems. Academic, London/New York 1967.
- STRASSER, S.: Pädagogische Gesamtheorie als praktische Wissenschaft. *Z. f. Pädagogik* 18(1972), 659-84.
- SUPPES, P.: Studies in the methodology and foundations of science. *Darin: Stimulus-response theory of finite automata*. Reidel, Dordrecht/Boston 1969.
- SUPPES, P.: Theory of automata and its applications to psychology (lecture notes). In: Dalenoort, 1973.
- SUPPES, P., ATKINSON, R.C.: Markov learning models for multi-tiperson interactions. Stanford Univ. Press, Stanford 1960.
- TALYZINA, N.F.: Psychological bases of programmed instruction. *Instructional Science* 2(1973), 243-80.
- TATSUOKA, M.M.: Mathematical models in the behavioral

and social sciences. In: Whitley, 1968.

THIEL, R.: Quantität oder Begriff? - Der heuristische Gebrauch mathematischer Begriffe in Analyse und Prognose gesellschaftlicher Prozesse. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1967.

THORNDIKE, R. L., HAGEN, E. (eds.): Measurement and evaluation in psychology and education. (Erstauflage 1955). Wiley, New York 1969. (3. Ed.).

TRAVERS, R. M. W.: An introduction to educational research. MacMillan, New York 1969.

TRAVERS, R. M. W. (ed.): Second handbook of research on teaching. Rand McNally, Chicago 1973.

USP-Materialien (Teile I, II, III) Veröffentlichungen des Universitätsschwerpunktes "Mathematisierung der Einzelwissenschaften". Univ. Bielefeld, (hektografiert).

WHITLEY, D. K. (ed.): Handbook of measurement and assessment in behavioral sciences. Addison-Wesley, Reading (Mass.) 1968.

WINGRAD, T.: Language and the nature of intelligence. (Lecture notes). In: Dalenoort, 1973.

WINGRAD, T.: A procedural model of language understanding. In: Shank, Colby, 1973.

1. Allgemeines

- DIRAC, P. A. M.: The evolution of the physicist's picture of nature, *Scientific American* **208**(Mai 1963), 45.
- DYSON, F. J.: Mathematics in the physical sciences, *Scientific American* **211**(Sept. 1964), 128.
- DYSON, F. J.: Missed opportunities, *Bulletin of the American Mathematical Society* **78**(1972), 634.
- KLINE, M.: Mathematics and the physical world, Crowell, 1959.
- KLINE, M.: Mathematics in western culture, Oxford Univ. Press 1953.
- HAWKINGS, D.: The language of nature, Freeman, San Francisco 1964.
- WIGNER, E. P.: The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences, *Communications on Pure and Applied Mathematics* **13**(1960), 1.

2. Philosophische Fragen

- BUNGE, M.: Scientific research, Springer, New York 1967.
- CARNAP, R.: Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft, Nymphenburger Verlagsbuchhandlung, München 1966.
- DINGLER, H.: Grundlinien einer Kritik und exakten Theorie der Wissenschaften, insbesondere der Mathematik, Ackermann, München 1907.
- DUHEM, P.: Sozein ta phainomena, Essai sur la notion de théorie physique, Hermann, Paris 1908.
- BERGSTEIN, T.: Quantum physics and ordinary language, Macmillan, London 1972.
- EDDINGTON, A. S.: The mathematical theory of relativity, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1923.
- SNEED, J. D.: The logical structure of mathematical physics, Reidel, Dordrecht 1971.
- WEYL, H.: Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft, München 1966.

3. Die historische Entwicklung der mathematischen Methode in der Physik

3.1. Frühe Entwicklungen

- BLACKER, C., LOENE, M. (eds.): Ancient cosmologies, Allen & Unwin, London 1975.
- DIJKSTERHUIS, E. J.: Archimedes, Kopenhagen 1956.
- DIJKSTERHUIS, E. J.: Die Mechanisierung des Weltbildes, Heidelberg 1956.
- GRANT, E.: Physical science in the middle ages, Wiley, New York 1971.

- LORENZEN, P.: Die Entstehung der exakten Wissenschaft, Springer, Berlin 1960.
- VAN DER WAERDEN, B. L.: Die Anfänge der Astronomie, Noordhoff, Groningen.

3.2. Die Durchsetzung der mathematischen Methode

- BLAKE, R. M.: Theory and hypothesis among Renaissance astronomers, In: Madden, H. E. (ed.): Theories of scientific method, Univ. of Washington Press, Seattle 1960.
- CLAVELIN, M.: The natural philosophy of Galileo: Essays of the origins and formations of classical mechanics, MIT Press, Cambridge 1974.
- COURANT, R.: Mathematics in the modern world, *Scientific American* **211**(Sept. 1964), 41.
- DRAKE, S.: Galileo's discovery of the law of free fall, *Scientific American* **228**(Mai 1973), 84.
- DRAKE, S.: The role of music in Galileo's experiments, *Scientific American* **232**(Juni 1975).
- GALILEO GALILEI: Two new sciences, Univ. of Wisconsin Press, Wisconsin 1974.
- KOESTLER, A.: The sleepwalker, Grosset & Dunlap 1963.
- WILSON, C.: How did Kepler discover his first two laws? *Scientific American* **226**(März 1972), 92.
- MAGIE, W. F.: A source book in physics, Harvard Univ. Press, Cambridge 1963.
- JAMMER, M.: Der Begriff der Masse in der Physik, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1964.
- JAMMER, M.: Concepts of force, Harvard Univ. Press, Cambridge 1957.

4. Mathematik als Leitfaden und Werkzeug

4.1. Klassische Methoden

- BOAS, M. L.: Mathematical methods in the physical sciences, Wiley, New York 1966.
- BYRON, F. W., FULLER, R. W.: Mathematics of classical and quantum physics, Addison-Wesley, Reading 1969.
- CERCIGNANI: Mathematical methods in kinetic theory, Plenum, New York 1969.
- HEISENBERG, W.: Nonlinear problems in physics, *Physics Today*, (Mai 1967), 27.
- HOOKER, R., SHAFFER, D.: Math and aftermath, Walker, New York 1965.
- TYCHONOV, A. N., SANARSKI, A. A.: Partial differential equations of mathematical physics, Holden-Day, San Francisco 1967.
- VLADIMIROV, V. S.: Equations of mathematical physics, Dekker, New York 1971.
- VON NEUMANN, J.: Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer, Berlin 1968.

4.2. Neuere Methoden

- HARARY, F. (ed.): Graph theory and theoretical physics, Academic Press, London 1967.
- HWA, R. C., TEPLITZ, V. L.: Homology and Feynman integrals, Benjamin, New York 1966.
- LIEB, E. H., MATTIS, D. C. (eds.): Mathematical physics in one dimension, Academic Press, London 1966.
- MARTIN, W. T., SEGAL, I. (eds.): Analysis in function space, MIT Press, Cambridge 1964.

- MC COY, B. M., WU, T. T.: The two-dimensional Ising Model. Harvard Univ. Press, Cambridge 1973.
- SCOTT, A. C., CHU, F. Y. F., MC LAUGHLIN, D. W.: The soliton: A new concept in applied science, Proc. of the IEEE 61(1973), 1443.
- THOMPSON, J. M. T.: Experiments in catastrophe, *Nature* 254 (1971), 292.
- THOMPSON, J. M. T., HUNT, G. W.: A general theory of elastic stability, Wiley, London 1973.
- HEAVISIDE: On operators in mathematical physics, Proc. of the Royal Society 52(1893), 504 u. 54 u. 105, London 52.
- SCHWARTZ, L.: Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier, et applications mathématiques et physiques, *Annales Univ. Grenoble* 21(1945), 57.
- ROOS, B. W.: Analytic functions and distributions in physics and engineering, Wiley, New York 1969.
- 4.3. Raum und Zeit
- CHANDRASEKHAR, S.: Development of general relativity, *Nature* 252(1974), 15.
- DAVIES, P. C. W.: The physics of time asymmetry, Surrey Univ. Press 1974.
- FRIEDRICH, K. O.: From Pythagoras to Einstein, Random House, New York 1965.
- JAMMER, M.: Concepts of space, Harvard Univ. Press, Cambridge 1952.
- KLINE, M.: Geometry, *Scientific American* 211(Sept. 1964), 60.
- SKLAR, L.: Space, time and spacetime, Univ. of California Press, Berkeley 1974.
- LE CORBEILLER, P.: The curvature of space, *Scientific American*, Nov. 1954.
- TORNELAT, M. A.: Les théories unitaires de l'électromagnétisme et de la gravitation, Gauthiers-Villars, Paris 1965.
- WHEELER, J. A.: Einsteins Vision, Springer, New York 1968.
- WHEELER, J. A.: Geometrodynamics and the problem of motion, *Reviews of Modern Physics* 33(1961), 14.
- DE WITT, C., DE WITT, B. (eds.): Relativity, groups and topology, Summer School Proc. (Les Houches 1963), Gordon & Breach New York 1964.
- 4.4. Symmetrie und Chaos
- ENGLFIELD, M. H.: Group theory and the coulomb problem, Wiley, New York 1972.
- FEDOROV, E. S.: Symmetry of crystals, American Crystallography Association, 1971.
- GREEN, H. S., HURST, C. A.: Order-disorder phenomena, Interscience, New York 1964.
- GÜRSEY, F. (ed.): Group theoretical concepts and methods in elementary particle physics, Summer School Lectures (Istanbul 1962), Gordon & Breach, New York 1964.
- JAWSON, M. A.: An introduction to mathematical crystallography, American Elsevier, New York 1965.
- SLATER, J. S.: Solid state and molecular theory: A scientific biography, Wiley, London 1975.
- SMITH, C. S.: The prehistory of solid-state physics, *Physics Today*, (Dez. 1965), 18.
- WEYL, H.: Symmetry, Princeton Univ. Press, Princeton 1952.
- WEYL, H.: The theory of groups and quantum mechanics, Dover, New York.
- WIGNER, E. P.: Gruppentheorie und ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren, Braunschweig 1931.
- ZICHICHI, A. (ed.): Symmetries in elementary particle physics, Summer School Proc. (Erice 1964), Academic Press, London 1965.
- FARQUHAR, I. E.: Ergodic theory in statistical mechanics, Interscience, New York 1964.
- LEBOWITZ, J. L., PENROSE, O.: Modern ergodic theory, *Physics Today*, (Febr. 1973), 5.
- MOSER, J.: Stable and random motions in dynamical systems, Princeton Univ. Press, Princeton 1973.
- 4.5. Feldtheorie
- BOGOLUBOV, N. N., LOGUNOV, A. A., TODOROV, : Introduction to axiomatic quantum field theory, Benjamin, New York 1975.
- CROXTON, C. A.: Introductory eigenphysics: An approach to the theory of fields, Wiley, London 1974.
- DYSON, F. J.: Old and new fashions in field theory, *Physics Today* (Juni 1965), 21.
- FEYNMAN, R. P.: The development of the space-time view of quantum electrodynamics, *Physics Today* (Aug. 1966), 31.
- SCHWINGER, J.: Relativistic quantum field theory, *Physics Today* (Juni 1966), 27.
- STREATER, R. F., WIGHTMAN, A. S.: PCT, spin & statistics, and all that, Benjamin, New York 1964.
- WIGHTMAN, A. S.: What is the point of so-called "axiomatic field theory"? *Physics Today* 22(Sept. 1969), 53.
5. Grundsätzliches zur axiomatischen Methode
- BUNGE, M.: Physical axiomatics, *Reviews of Modern Physics* 39(1967), 463.
- HENKIN, L., SUPPES, P., TARSKI, A. (eds.): The axiomatic method with special reference to geometry and physics, North Holland Publ. Co., Amsterdam 1959.
- SALT, D.: Physical axiomatics, *Foundations of physics* 1 (1971), 307.

OPPELT, W.: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge. Weinheim 1964.

OPPELT, W., VOSSINS, G. (eds.): Der Mensch als Regler. Berlin 1970.

SHANNON, C. E., WEAVER, W.: The mathematical theory of communication. Urbana, Ill. 1949.

1. Meßtheorie

CHURCHMAN, C. W., RATOOSH (eds.): Measurement: Definitions and theories. New York 1959.

COOMBS, C. H.: A theory of data. New York 1964.

GOUDGE, G.: On fundamental measurement in psychology. Almqvist & Wikset, Stockholm 1962.

KRANTZ, D. H., LUCE, R. D., SUPPES, P., TVERSKY, A.: Foundations of measurement. New York/London 1971.

ORTH, B.: Einführung in die Theorie des Messens. Kohlhammer, Stuttgart 1974.

PFANZAGL, J.: Theory of measurement. New York 1968.

2. Skalierung

BOCK, R. D., JONES, L. V.: The measurement and prediction of judgement and choice. San Francisco 1968.

GREGSON, M.: Psychometrics of similarity. Academic Press, New York 1975.

SHEPARD, R. N. et al. (eds.): Multidimensional scaling. Theory and application in the behavioral sciences, I-II. New York 1972.

TORGERSON, W. S.: Theory and methods of scaling. New York 1958.

3. (Psychologische) Testtheorie

FISCHER, G.: Einführung in die Theorie psychologischer Tests. Huber, Bern 1974.

FISCHER, G. (ed.): Psychologische Testtheorie. Bern/Stuttgart 1968.

GULLIKSEN, H.: Theory of mental tests. Wiley, New York 1950.

HORST, P.: Psychological measurement and prediction. Belmont, Calif. 1966.

LORD, F. M., NOVICK, M. R.: Statistical theories of mental test scores. Reading, Mass. 1968.

RASCH, G.: Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Copenhagen 1960.

4. Informationstheorie, Kybernetik

ATTNEAVE, F.: Applications of information theory to psychology: A summary of basic concepts, methods, and results. New York 1959.

KLIX, F.: Information und Verhalten. Berlin 1971.

MEYER-EPPLER, W.: Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. Heidelberg 1969.

5. Mathematische Psychologie (i.e.S.)

ATKINSON, R. (ed.): Studies in mathematical psychology. Stanford 1964.

COOMBS, C. H., DAWES, R. M., TVERSKY, A.: Mathematical psychology. Englewood Cliffs 1970.

FREDERIKSEN, N., GULLIKSEN, H. (eds.): Contributions to mathematical psychology. Holt, Rinehart & Winston, New York 1964.

GREENO, J. G.: Elementary theoretical psychology. Reading Mass. 1968.

KRANTZ, D., SUPPES, P., LUCE, D. & ATKINSON, R. C. (eds.): Contemporary development in mathematical psychology, I + II. Freeman, San Francisco 1974.

LUCE, R. D., BUSH, R. R., GALANTER, E. (eds.): Handbook of mathematical psychology, I-III. New York/London 1963-65.

LUCE, R. D., BUSH, R. R., GALANTER, E. (eds.): Readings in mathematical psychology. New York/London 1963.

LUCE, R. D., BUSH, R. R., LICKLIDER, J. C. R.: Developments in mathematical psychology. The Free Press of Glencoe, Ill., 1960.

LAMING, D.: Mathematical psychology. London 1973.

RESTLE, F., GREENO, J. G.: Introduction to mathematical psychology. Reading Mass. 1970.

6. Wahrnehmung und Psychophysik

GREEN, D. M., SWEETS, J. A.: Signal detection theory and psychophysics. New York 1966.

HELSON, H.: Adaptation-level theory. New York 1964.

KRANTZ, D. H.: Measurement and psychophysics. In: Dantzig, G. B., Veinatt, A. F. (eds.): Mathematics of the decision sciences, Part 2. American Math. Soc. Letters in app. math. 1968.

7. Lernen, Gedächtnis, Denken

ATKINSON, R. C., BOWER, G. H., CROTHERS, E. J.: An introduction to mathematical learning theory. New York 1965.

BUSH, R. R., MOSTELLER, F.: Stochastic models for learning. New York 1955.

BUSH, R. R., ESTES, W. K.: Studies in mathematical learning theory. Stanford 1959.

FEIGENBAUM, E. A., FELDMAN, J. (eds.): Computers and thought. New York 1963.

HULL, C. L.: Principles of behavior. New York 1943.

JOSIFESCU, M., THEODORESCU, R.: Random processes and learning. Springer, Berlin 1969.

LEVINE, G., BURKE, C. J.: Mathematical model techniques for learning theories. New York 1972.

MELTON, A. W. (ed.): Categories in human learning. New

York 1964.

NORMAN, D. A.: Memory and attention. An introduction to human information processing. New York 1969.

NORMAN, D. A.: Models of human memory. New York 1970.

SUPPES, P., ATKINSON, R. C.: Markov Learning models for multiperson interaction. Stanford 1960.

8. Spiel- und Entscheidungsverhalten

DAVIDSON, D., SUPPES, P., SIEGEL, S.: Decision making. Stanford 1957.

EDWARDS, W., TVERSKY, A. (eds.): Decision making. Hammonds-worth 1967.

GARNER, W. R.: Uncertainty and structure as psychological concepts. New York 1962.

LUCE, R. D., RAIFFA, H.: Games and decisions. New York 1957.

LUCE, R. D.: Individual choice behavior. New York 1959.

RESTLE, F.: Psychology of judgement and choice. New York 1961.

9. Sozialpsychologie

ARROW, K. J., KARLIN, S., SUPPES, P. (eds.): Mathematical methods in the social sciences. Stanford 1960.

BARTHLOMEW, D. J.: Stochastische Modelle für soziale Vorgänge. München/Wien 1970.

CRISWELL, J. H., SOLOMON, H., SUPPES, P. (eds.): Mathematical methods in small group processes. Stanford 1962.

COLEMAN, J.: Introduction to mathematical sociology. New York 1964.

10. Sprachpsychologie

CROTHERS, E., SUPPES, P.: Experiments in second-language learning. New York 1967.

MILLER, G. A.: The psycholinguistics. Bloomington 1965.

MILLER, G. A., GALANTER, E., PRIBRAM, K. H.: Plans and structure of behavior. London 1970.

SCHNELLE, H.: Methoden mathematischer Linguistik. In: Enzyklopädie der geisteswissenschaftlichen Arbeitsmethoden: Methoden der Sprachwissenschaft. München 1968.

I. Allgemein

- CANARIS: Systemdenken und Systembegriff in der Jurisprudenz, Berlin 1969.
- CONTE, A., BERNARDO, di G.: Bibliography of deontic logic and logic of norms, Vorläufige Erstfassung.
- EICHENHOFER, E.: Frequenzanalytische Untersuchungen juristischer Argumentation, Rechtslehre 5(1974), 83-88.
- GLASER, I.: Sprachkritische Untersuchungen zum Strafrecht. Am Beispiel der Zurechnungsfähigkeit, Bibliographisches Institut, Mannheim 1970.
- HAAG, K.: Rationale Strafzumessung, Ein entscheidungstheoretisches Modell der strafrichterlichen Entscheidung. 1970.
- HOFMANN, H.W.: Formale Struktur der Rechtsordnung, Unveröffentlichtes Manuskript.
- HORN, D.: Rechtssprache und Kommunikation, Grundlegung einer semantischen Kommunikationstheorie, 1966.
- KALINOWSKI, G.: Einführung in die Normenlogik, 1973.
- KEUTH, H.H.: Zur Logik der Normen, Westberlin 1972.
- KLÜVER, J., PRIESTER, J.M., SCHMIDT, J., WOLF, F.O.: Rechtstheorie-Wissenschaftstheorie des Rechts, In: Jahr, G., Maihofer, W. (eds.), Rechtslehre, Beiträge zur Grundlagendiskussion, Frankfurt 1971, 1-10.
- KLUG, U.: Juristische Logik, Springer, Berlin 1966.
- KRAMM, M.: Rechtsnorm und semantische Eindeutigkeit, 1970.
- LACHMAYER, F., REISINGER, L.: Potentielles und positives Recht, Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie 60(1974), 25-52.
- LUHMANN, N.: Rechtssystem und Rechtsdogmatik, Stuttgart 1974.
- OPFERMANN, W.: Zur Gehaltsbestimmung normativer Strukturen durch kombinatorische Matrizenkalküle, Jahrbuch für Rechtssoziologie und Rechtstheorie 2(1972), 187-229.
- PHILIPPS, L.: Rechtliche Regelung und formale Logik, Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie 50(1964), 317ff.
- PHILIPPS, L.: Sinn und Struktur der Normlogik, Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie 52(1966), 195ff.
- PODLECH, A.: Rechtstheoretische Bedingungen einer Methodenlehre juristischer Dogmatik, In: Jahrbuch für Rechtssoziologie und Rechtstheorie 2(1972), 491-502.
- PODLECH, A.: Dogmatik, Rechtstheorie, Mathematik, Vorüberlegungen zu Strukturuntersuchungen juristischer Dogmatik, Unveröffentlichtes Manuskript der Arbeitsgruppe "Recht und Mathematik" der DFG.

- PODLECH, A.: Werte und Wertungen im Recht, Archiv des öffentlichen Rechts 95(1970), 185-223.
- PODLECH, A.: Gehalt und Funktion des allgemeinen verfassungsrechtlichen Gleichheitssatzes, Westberlin 1971.
- RAVE, D., BRINKMANN, H., GRIMMER, K. (eds.): Logische Struktur von Normensystemen am Beispiel der Rechtsordnung, Darmstadt 1971.
- RAVE, D., BRINKMANN, H., GRIMMER, K. (eds.): Paraphrasen juristischer Texte, 1971.
- RÖDIG, J.: Die Denkform der Alternative in der Jurisprudenz, Springer, Heidelberg/New York 1969.
- RÖDIG, J.: Die Theorie des gerichtlichen Erkenntnisverfahrens, Springer, Heidelberg/New York 1973.
- RÖDIG, J.: Axiomatisierbarkeit juristischer Systeme. In: Kaufmann, A. (ed.): Münchner Ringvorlesung EDV und Recht-Möglichkeiten und Probleme, Westberlin 1973.
- SAVIGNY, E.v.: Die Rolle der deduktiv-axiomatischen Methode in der Rechtswissenschaft, In: G. Jahr, W. Maihofer (eds.), Rechtslehre, Beiträge zur Grundlagendiskussion, Frankfurt 1971, 315ff.
- SCHLINK, B., POPP, W.: Präferenztheoretische Bedingungen einer sozialen Wertordnung, Erscheint demnächst.
- SCHLINK, B.: Inwieweit sind juristische Entscheidungen mit entscheidungstheoretischen Modellen theoretisch zu fassen und sprachlich zu bewältigen? Jahrbuch für Rechtssoziologie und Rechtstheorie 1(1972), 322-346.
- SIMITIS, S.: Die Bedeutung von System und Dogmatik dargestellt an rechtsgeschäftlichen Problemen des Massenverkehrs, Archiv für die zivilistische Praxis 172(1972) 131-154.
- STEPHANITZ, D.v.: Exakte Wissenschaft und Recht, Berlin 1970, 72ff.
- WAGNER, HAAG: Die moderne Logik in der Rechtswissenschaft, 1970.
- WIEACKER, F.: Zur praktischen Leistung der Rechtsdogmatik, In: R. Bubner, K. Cramer, R. Wiehl (eds.): Hermeneutik und Dialektik Bd 2, Tübingen 1970, 311-336.
- WIEACKER, F.: Privatrechtsgeschichte der Neuzeit, 2. Auflage, Göttingen 1967, 249ff.
- WRIGHT, G.H.v.: Norm and action, Routledge & Paul, London 1966, 189.

II. Rechtsinformatik

- BOYD, W.E.: Law in computers and computers in law: a lawyer's view of the state of the art, Arizona Law Review 14(1973), 267-311.
- FIEDLER, H.: Automatisierung im Recht und juristische Informatik, Juristische Schulung 1970, 432-436, 552-556, 603-607, Juristische Schulung 1971, 67-71, 228-233.
- MACKAAY, E.: Jurimétrie, informatique juridique, droit de l'informatique: Un résumé de la littérature, Revue Juridique Thémis 6(1971), 3-29.
- PODLECH, A.: Verfassungsrechtliche Probleme öffentlicher

Informationssysteme. In: A. Kaufmann (ed.): EDV und Recht. Münchner Ringvorlesung, Westberlin 1973, 207-228.

POPP, W., SCHLINK, B.: Artificial intelligence in der Rechtsinformatik, Stationen einer Forschungsreise in Nordamerika, Datenverarbeitung im Recht 4 (1975).

REISINGER, L.: Strukturtheorie des Rechts und EDV, Datenverarbeitung im Recht 2 (1973), 271-288.

SIMITIS, S.: Informationskrise des Rechts und Datenverarbeitung, Karlsruhe 1970.

STEINMÜLLER, W.: EDV und Recht, Einführung in die Rechtsinformatik, Westberlin 1970.

- ACKOFF, R. L., EMERY, F. E.: On purposeful systems, Aldine, Chicago 1972.
- ARROW, K. J.: Social choice and individual values. (2nd edit.) Cowles Foundation Monograph No. 12, Wiley, New York 1963.
- BATLEY, N. T. J.: The mathematical theory of epidemics. Charles Griffin, London 1957.
- BALES, R. F.: Interaction process analyses: a method for the study of small groups, Addison-Wesley Press, Cambridge 1951.
- BARTHOLOMEW, D. J.: Stochastic models for social processes Wiley, New York 1967.
- BERGER, J., ZELDITCH, M., ANDERSON, B.: Sociological theories in progress, Houghton Mifflin, Boston 1966.
- BESHERS, J. M.: Population processes in social systems, The Free Press, Glencoe Illinois 1967.
- BLALOCK, H. M. Jr.: Causal inferences in nonexperimental research, The Univ. of North Carolina Press, Chapel Hill 1961.
- BLALOCK, H. M. Jr., BLALOCK, A. B. (eds.): Methodology in social research, McGraw-Hill, New York 1968.
- BLALOCK, H. M.: Theory construction—from verbal to mathematical formulations, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs 1969.
- BLALOCK, H. M.: Causal models in the social sciences, Aldine, Chicago 1971.
- BOUDON, R.: Mathematical structures of social mobility, Elsevier, Amsterdam 1973.
- COHEN, B. P., LEE, H. E.: Conflict, conformity and social status, Elsevier, Amsterdam 1975.
- COHEN, B. P.: Conflict and conformity: a probability model and its application, MIT Press, Cambridge 1963.
- COLEMAN, J. S.: Introduction to mathematical sociology, The Free Press, Glencoe Illinois 1964.
- COLEMAN, J. S.: Models of change and response uncertainty, Prentice Hall, New Jersey 1964.
- COLEMAN, J. S.: The mathematics of collective action, Aldine, Chicago 1973.
- CORTES, F., PRZEWSORSKI, A., SPRAGUE, J.: Systems analysis for social scientists, Wiley, New York 1974.
- CHRISWELL, J., SOLOMON, H., SUPPES, P.: Mathematical methods in small group processes, Stanford Mathematical Studies in the Social Sciences VII 1962.
- DODD, S. C.: Dimensions of society, Macmillan, New York 1942.
- FARARO, T. J.: Mathematical sociology, An introduction to fundamentals, Wiley, New York 1973.
- FISHBURN, P. C.: The theory of social choice, Princeton Univ. Press 1973.
- FORRESTER, J. W.: Principles of systems, Wright Allen Press, Cambridge 1969.
- FORRESTER, J. W.: Urban dynamics, MIT Press, Cambridge 2nd print 1970.
- HARDER, Th.: Elementare mathematische Modelle in der Markt- und Meinungsforschung, Oldenbourg Verlag, München 1966.
- HARDER, Th.: Dynamische Modelle in der empirischen Sozialforschung, Teubner, Stuttgart 1973.
- HEMPPEL, C. G.: Fundamentals of concept formation in empirical sciences, *Int. Enc. Univ. Sc.* 2, 7, 1952.
- HERBST, P. G.: Autonomous group functioning, Tavistock, London 1962.
- HOLLAND, J., STEUER, M. D.: Mathematical sociology, A selective annotated bibliography, Schocken Books, New York 1969.
- KARLSSON, G.: Social mechanisms, Almqvist and Wiksell, Stockholm 1958.
- KEMENY, J. G., SNELL, J. L.: Mathematical models in the social sciences, Blaisdell, New York 1962.
- LAZARUSFELD, P. F. (ed.): Mathematical thinking in the social sciences, The Free Press, Glencoe Illinois 1954.
- LAZARUSFELD, P. F., HENRY, N. W. (eds.): Readings in mathematical social science, Social Research Associates, Chicago 1966.
- LAZARUSFELD, P. F., HENRY, N. W.: Latent structures analysis, Houghton Mifflin Co, Boston 1968.
- LUCE, R. D.: Individual choice behavior, Wiley, New York 1959.
- MASSARIK, F., RATOOSH, P.: Mathematical explorations in behavioral science, Irwin Homewood, Illinois 1965.
- MAYER, T. F.: Filtered poisson models of conflict: theoretical exposition, Paper No. 1, Michigan Studies in Mathematical Sociology, Ann Arbor, Mimeo 1967.
- MC PHEE, W. N.: Formal theories of mass behavior, The Free Press, Glencoe Illinois 1963.
- MC GINNIS, R.: Mathematical foundations for social analysis, Bobbs-Merrill Co., New York 1965.
- MORENO, J. L.: The sociometry reader, The Free Press, Glencoe 1960.
- ORCUTT, G. H., GREENBERGER, M., KORBEL, J., RIVLIN, A. M.: Microanalysis of socioeconomic systems: a simulation study, Harper and Row, New York 1961.
- RAINIO, K.: A stochastic model of social interaction, *Transactions of the Westernmark Society* 7, Turku 1961.
- RAINIO, K.: A stochastic model of social contacts, *Transactions of the Westernmark Society* 8, Turku 1962.
- RASHEVSKY, N.: Mathematical theory of human relations, *Mathematical Biophysics Monograph Series*, No. 2, Principia Press, Bloomington, Indiana 1947.
- RASHEVSKY, N.: Mathematical biology of social behavior, The Univ. of Chicago Press, Chicago 1951.
- SHANNON, C. E., WEAVER, W.: The mathematical theory of communication, Univ. of Illinois, Urbana 1949.
- SIMON, H. A.: Models of man, Wiley, New York 1957.
- SHUBIK, M. (ed.): Game theory and related approaches to social behavior, Wiley, New York 1964.
- SHUBIK, M.: Games for society, business and war: towards

a theory of gaming, Elsevier, Amsterdam 1975.

SOLOMON, H. (ed.): Mathematical thinking in the measurement of behaviour. The Free Press, Glencoe, Illinois 1960.

SØRENSEN, A. B.: Mathematical sociology. Current sociology series, Mouton, La Haye. (forthcoming).

STOUFFER, S. A., GUTTMAN, L., LAZARUS, P. F. et al.: Studies in social psychology in world war II., 4: measurement and prediction, Princeton Univ. Press 1950.

SUPPES, P., ATKINSON, R. C.: Markov learning models for multiperson interactions. Stanford Mathematical Studies in the Social Sciences V 1960.

THIBAUT, J. W., KELLEY, H. H.: The social psychology of groups. Wiley, New York 1959.

VON NEUMANN, J., MORGENSTERN, O.: Theory of games and economic behavior. Princeton Univ. Press 1944.

WIGGINS, L. M.: Panel analysis, latent probability models for attitude and behavior processes. Elsevier, Amsterdam 1973.

ZIEGLER, R.: Theorie und Modell. Oldenbourg-Verlag, München 1970.

T H E O L O G I E

CARNAP, R.: Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft, München 1969.

LADRIERE, J.: Rede der Wissenschaft-Wort des Glaubens, München 1972.

RESCHER, N.: Topics in philosophical logic, Dordrecht 1968.

↑SCHOLZ, H.: Der Gottesgedanke in der Mathematik, In: ders., Mathesis universalis, Basel/Stuttgart 1961, 293-311.

STEGMÜLLER, W.: Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik, Wien/New York 1968.

↑SCHNELLE, H.: Sprachphilosophie und Linguistik, Reinbeck bei Hamburg 1973.

STEGMÜLLER, W.: Metaphysik, Skepsis, Wissenschaft, Berlin/Heidelberg 1969.

WRIGHT, von G. H.: Logical studies, London 1967.

W I R T S C H S C H A F T S -
W I S S E N S C H A F T

Annotierte Materialsammlung zur Mathematisierung und damit zusammenhängender methodologischer Fragestellungen (am Beispiel der in den Wirtschaftswissenschaften geführten Diskussion).

zusammengestellt und kommentiert von P. Flaschel, Mathematisches Institut der Universität Bonn, und A. Klopstsch, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Universität Bielefeld.

Die folgende Literaturzusammenstellung ist in ihrem Kern durch Auswertung der Inhaltsangaben von bekanntesten wirtschaftswissenschaftlichen Zeitschriften der Jahrgänge 1968 bis 1974 entstanden. Ihren entgeltigen Umfang erhielt sie einerseits durch Auswertung der dadurch ermittelten Literaturverzeichnisse und andererseits durch Anregung und Mitarbeit weiterer am USP "Mathematisierung" Beteiligter. Natürlich muß aufgrund dieses Vorgehens mit wesentlichen Lücken (besonders bei der vor 1968 liegenden Literatur) als auch mit spezifischer Gewichtung bei der vorliegenden Materialsammlung gerechnet werden.

Eine wesentliche Gewichtung bei der Auswahl der Literatur ist durch die weitgehende Beschränkung auf "westliche" Beiträge gegeben, was zum einen durch Sprachschwierigkeiten, zum anderen durch mangelnde Vertrautheit mit der restlichen Literatur bedingt ist.

Ein erster Versuch der Materialsichtung bestand in einer Aufspaltung in die im einzelnen zur Sprache kommenden Inhalte mit dem folgenden Resultat:

0. Erkenntnistheorie - Wissenschaftstheorie; Mathematik und Mathematisierung im allgemeineren als nur

einzelwissenschaftlichen Rahmen.

1. Darstellungen zu Gegenstand, Methoden und Problemen der Wirtschaftstheorie unter besonderer Berücksichtigung ihrer neueren Mathematisierungstendenzen:
 - 1.0. Gegenstandsbereich, Methodologie.
 - 1.1. Zur Mathematisierung (als behandeltem Schwerpunkt).
 - 1.2. Zur Diskussion der Grundkonzepte in der ökonomischen Theorie:
 - A) Grundlegende Verhaltenskonzepte, der Begriff des (allgemeinen) Gleichgewichts, Anpassungsprozesse.
 - B) Störprozesse, Nichtgleichgewichte, extradisziplinäre Faktoren.
 - C) Zur Begründung und zum Zusammenhang der Größenordnungsbereiche (Mikro- und Makroanalyse, Partialanalyse).
 - D) Paradigmen (-wechsel), Krisen, Ideologien.
 - 1.3. Zum Verhältnis Theorie/Empirie: Ökonomische Theorie - Ökonometrie (einschließlich empirischer Wirtschaftsforschung); experimentelle Wirtschaftsforschung; Wirtschaftspolitik; Wirtschaftsgeschichte; (Wirtschaftsgeographie).
 - 1.4. Management Science (Operation Research, Betriebswirtschaftslehre, Praxeologie).

2. Zur Interaktion mit den Nachbardisziplinen.

Die obige Gliederung ist hier zur Verdeutlichung des Spektrums der in der Materialsammlung angesprochenen Themen - und ihres Zusammenhangs - wiedergegeben; da diese Struktur in der folgenden - alphabetischen - Ordnung nicht mehr vorhanden ist, könnte sonst der Eindruck von zu großer Beziehungslosigkeit oder Heterogenität entstehen (es kann jedoch hier nicht auf die Beziehung der oben aufgeführten Blöcke zur Mathematisierung näher eingegangen werden). Bei der obiger Einteilung entsprechenden Aufteilung der Literatur ergeben sich zwangsläufig Überschneidungen und Willkürlichkeiten. Darüberhinaus erschien - vom übergeordneten Gesichtspunkt der Mathematisierung insgesamt - eine verstärkte Herausarbeitung der Begrifflichkeit letzterer vorrangig - bei der die Wirtschaftswissenschaft nur die Rolle eines Beispiels übernehmen sollte.

Die in der folgenden Literaturliste eingefügten Kommentare versuchen dieses Ziel (in Anlehnung an B. Boß: Gemeinsame Problembereiche und spezielle Bezüge bei der Kooperation von Einzelwissenschaften und Mathematik, USP Mathematisierung - Materialien, 1. Sitzung, Bielefeld, S. 8-19) neben einer kurzen inhaltlichen Beschreibung des jeweiligen Textes soweit wie möglich zu realisieren. Diese konzeptionelle Erfassung wurde

in Diskussionen mit B. Booß, Th. Hülsmann und R. Kohorst entwickelt, denen wir für ihre zahlreichen, kritischen Hinweise (und ihr Mitwirken an der Erstellung der Literatursammlung) sehr danken. Die hier vorliegende Literaturbearbeitung ist sowohl ausbaufähig wie auch weiter strukturierbar und sollte unter Bezug zu analogen Vorhaben am Beispiel anderer Einzelwissenschaften weiter entwickelt und in spezifischen Punkten näher untersucht werden.

ACHINSTEIN, P.: Macrotheories and microtheories. In: P. Suppes et al. (eds.): Logic, methodology and philosophy of sciences IV, North Holland Publ. Comp., Amsterdam 1973, 533-566.

Zur Definition und Bedeutung dieses Begriffspaares i. a. (Beispiele aus der Physik), Bezug zu "Observations"-Forderungen, Zur Schärfe dieser Unterscheidung, Methodologische Überlegung.

ALBERT, H.: The sociological nature of economics: the problems of integration in the social sciences. In: Kyklos 13 (1960), 1-43.

Soziologie-Ökonomie: Einheitliche Sozialwissenschaft versus getrennte Disziplinen; Soziologie ein Restbereich der Ökonomie? Verhalten auf Märkten (als ein wesentlicher Beschäftigungsgegenstand der Ökonomie) eine spezielle Art sozialer Interaktion?

ALBERT, H.: Der moderne Methodenstreit und die Grenzen des Methodenpluralismus. In: Jahrbuch für Sozialwissenschaften 13 (1962), 143-169.

Moderne Wissenschaftslogik als realwissenschaftliche Methode vs. geisteswissenschaftliche Methode (Methode des "Verstehens").

ALBERT, H.: Einführung zu: H. Albert (ed.): Theorie und Realität, 2. veränd. Auflage. J. C. B. Mohr (Paul Siebeck), Tübingen 1972, 3-25.

Es gibt keine autonome Wissenschaftslehre der Sozialwissenschaften, der sich immune Rezepte für die Forschungspraxis entnehmen lassen. Analyse einer Problemsituation ist heuristische Aufgabe. Ansichten zur Rolle von Theorie und Modell in den Sozialwissenschaften.

ALCHIAN, A. A.: Uncertainty, evolution, and economic theory. In: Journal of Political Economy 58 (1950), 211-221.

Zur Modifikation ökonomischer Analyse: Attacke gegen die Behavioristen (nicht Motivation entscheidend fürs Überleben, sondern das Ergebnis: realisierte positive

Profite nicht notwendig irgendwie maximale). Ansatzpunkt deshalb (in Analogie zur biologischen Evolution): "environmental adaption", "adaptive, imitative and trial and error behavior".

ALEXANDROW, A.: Mathematik und Dialektik. In: M. Otte (ed.): Mathematiker über die Mathematik, Springer Verlag, Berlin 1974, 47-63.

Zum empirischen Gehalt der Mathematik. Gegenstand: idealisierte Objekte, Rolle: ideale Technik, Universelles Mittel jeglicher Wissenschaft in Bezug zu definierbaren Strukturen dieser Wissenschaft; logischer Pluralismus. Zur Logik der Veränderung der Begriffe.

ANDERS, H. D. und SCHILLAR, H.: Tendenzen der Weiterentwicklung ökonomisch-mathematischer Modelle und ökonomische Anforderungen an die Modellierung des volkswirtschaftlichen Reproduktionsprozesses. In: Wirtschaftswissenschaft, (1973), 1176-1189.

Optimierungsmodelle, ökonomische Modelle: Jetzt: komplexere volkswirtschaftliche Aufgaben (deterministische in stochastische Modelle, statische in dynamische, langfristige Modelle, Berücksichtigung von Lernprozessen), Verflechtungsbilanzen, Makro- und Mikrodarstellungen.

ARCHIBALD, G. C. et al.: Discussion (on "Problems of methodology"). In: American Economic Review, Papers and Proceedings 53 (1963).

Modelle als Idealtypen. Zur Approximationsgüte.

ARNASZUS, H.: Spieltheorie und Nutzenbegriff aus marxistischer Sicht. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 51, Frankfurt/Main 1974, 266.

Zur Analyse, Kritik und Erweiterung der spieltheoretischen Begrifflichkeit aus philosophischer Sicht (Ursachen und Bedeutung der Unvollständigkeit der Abstraktion bei der spieltheoretischen Begriffsbildung), Normativ vs. deskriptiv, Wirklichkeitsbezug.

ARROW, K. J. et al. (eds.): Mathematical methods in the social sciences, Proceedings of the first Stanford Symposium, Stanford University Press 1960.

Aufsatzsammlung zu Einzelproblemen der Ökonomie, der Management Science und der Psychologie.

ARROW, K. J.: Economic equilibrium. In: International Encyclopedia of the social sciences 14, Macmillan and free press, 1968, 376-389.

Zur Geschichte des Gleichgewichtskonzepts: Existenz, Optimalität, Kern, Eindeutigkeit, Stabilität, Komparative Statik, Partielle Gleichgewichte, Gleichgewichte in der Zeit.

ARROW, K. J. und HAHN, F. H.: Historical introduction. In: General competitive analysis, Holden Day Inc., Oliver u. Boyd 1971, 1-15.

Zum Begriff des allgemeinen Gleichgewichts, partielles Gleichgewicht, Existenz und Eindeutigkeit, Stabilität.

ARROW, K. J.: Limited knowledge and economic ana-

- lysis. In: *American Economic Review* 64(1974), 1-10.
Beschreibung der Vorteile der neoklassischen Theoriebildung (Gleichgewicht, Dezentralisierung, Optimierung, Ökonomie der Information), Mängel: Ungleichgewichte u. das Informationsproblem; Märkte für Information; Unsicherheit, erwarteter Nutzen, Märkte für zukünftige Güter, Kontingente Märkte.
- ARRON, K. J.: General economic equilibrium: purpose, analytic techniques, collective choice. In: *American Economic Review*, 64(1974), 253-272.
Zur Koordination und Effizienz in komplexen ökonomischen Systemen (allgemeines Gleichgewicht, Paretooptimalität-historische Bemerkungen-Fixpunktsätze und konvexe Mengen, Existenz des Gleichgewichts). Grundlegende Erweiterungen der Modellierung: Unvollständigkeiten des Wettbewerbs, zukünftige Märkte, Unsicherheit, Erwartungen, monetäre Theorie. Das Beziehen auf Existenzaussagen erzwingt sorgfältige Annahmendarstellung! Das Unmöglichkeitstheorem.
- ASHBY, W. R.: Einführung in die Kybernetik, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 34, Frankfurt/Main 1974, 415.
Zur neueren Erfassung von Komplexität und deren Reduktion, Entwicklung der grundlegenden Begrifflichkeit ("Mechanismen", Information, Regelung, ...).
- BARRATT BROWN, M.: What economics is about. Weidenfeld and Nicolson, London 1970, 347.
Einführung in die Wirtschaftswissenschaft (-politik, -geschichte, ...) unter dem Gesichtspunkt der Verbindung von Theorie u. Praxis sowie der Verknüpfung der Teildisziplinen.
- BAUER, L.: Wissenschaftstheoretische Überlegungen zu Grundannahmen der Nationalökonomie. Duncker & Humboldt, Berlin 1969, 153.
Poppersche Wissenschaftstheorie und Nationalökonomie (kritische Analyse der Ansatzpunkte der letzteren, insbesondere der Mikrotheorie: Rationalprinzip, Gewinnmaximierung, Gleichgewichtsvorstellung, ...; empirische Analyse der Gewinnmaximierungshypothese) Analyse der metawissenschaftlichen Auswirkungen der nationalökonomischen Vorgehensweise.
- BAUMOL, W. J.: Economic models and mathematics. In: S. R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology, Prentice Hall Inc., 1966, 89-101.
Zu den Nach- und Vorteilen mathematischer Werkzeuge bei der Modellierung, Modelle zur Beschreibung, Prognose sowie Analyse (sowie weitere Unterteilungen). Modellfixierung; Modellirrelevanz; Explizitheit vs. Transparenz bei mathematischen Statements; Beispiele. Mittel zur Auflösung komplexer Zusammenhänge; Ermittlung von unerwarteten Resultaten; Bestimmung der axiomatischen Grenzen von Hypothesen; Beispiele. Wachsende Bedeutung in der angewandten Theorie.
- BECKER, G. S.: Irrational behaviour and economic theory. In: *Journal of Political Economy* 70(1962), 1-13.
These: Die herrschende ökonomische Theorie ist kompatibel mit irrationalem Verhalten als allgemein angenommen (irrationale ist dabei definiert als nicht maximierend), Demonstration an der Annahme negativer Steigung der Nachfragekurve in der Theorie der Haushalte.
- BECKER, G. S.: On the relevance of the new economics of the family. In: *American Economic Review* 64(1974), 317-319.
Beispiele erfolgreicher Anwendungen ökonomischer Theorie auf Verhalten außerhalb der reinen Marktgeschehen zur Illustration der Nützlichkeit derselben.
- BEGED-DOV, A. u. KLEIN, M.: Research methodology in the management sciences: Formalism and Empirism. In: *Operational Research Theory Quarterly* 21(1970), 311-326.
Anders als in den Naturwissenschaften gibt es auf dem Gebiet der Management Science Forschung noch keine Standards. Ständige Interaktion zwischen theoretischen Überlegungen und empirischen Ergebnissen ist notwendig für nützliche Problemlösungsalgorithmen.
- BERGSTROM, A. R.: The construction and use of economic models. English Universities Press, London 1967, 131.
Fallstudien ökonomisch-mathematischer Modellierung. Zum Einfluß der jeweils benutzten (a priori) Annahmen hinsichtlich der Durchführbarkeit der Modellierung sowie der Resultate des Modells (Variation von Annahmen und Vergleich der Modelle). Stetige vs. diskrete Darstellungen. Wirtschaftspolitische Schlüsse.
- BHADURI, A.: On the significance of recent controversies on capital theory: a Marxian view. In: *Economic Journal* 78(1969), 532-539.
Zur Ausklammerung historischer und soziologischer Bezüge in der ökonomischen Theorie und deren Folgen (am Beispiel der Kapitalkontroverse).
- BLAUG, M.: A methodological postscript. Chapter 16. In: M. Blaug: *Economic theory in retrospect*, Heinemann, London 1968 2. A. (1. A. 1962), 666-684.
Gründe für die Annahme bzw. für das Verwerfen ökonomischer Theorien; Falsifizierbarkeit in der klassischen und neoklassischen Ökonomie; Grenzen des Falsifizierbarkeitskriteriums in der ökonomischen Theorie, dabei Replique auf Friedman (siehe 68).
- BLAUG, M.: The Cambridge revolution: Success or failure? Hogart Paperback, London 1974, 102.
Zur Kapitalkontroverse: Realitätsferne der Kritik (auf diese technisch-formale Art ist keine Alternative zur Standardtheorie herstellbar).
- BLISS, C. J.: Prices, markets and planning. In: *The Economic Journal* 82(1972), 87-100.
Mangelhaftes Verständnis der Beziehung zwischen Preissystem und Allokation. (Walras-Gleichgewichtsdanken reicht nicht aus). Auch mit Mathematisierung nicht ausgeräumt. Andere Anpassungsprozesse sind zu ermitteln. Probleme der Unsicherheit.
- BÖGE, W.: Gedanken über die angewandte Mathematik. In: M. Otte (ed.): *Mathematiker über die Mathematik*. Springer Verlag, Berlin 1974, 289-328.
3 Krisen in der angewandten Mathematik: in der mathe-

- matischen Statistik-der mathematischen Ökonomie-der mathematischen Physik(Wahrscheinlichkeitsbegriff-Entscheidungsprozesse;innere Kausalitäten;Spieltheorie-Wegfall des Wahrscheinlichkeitsbegriffs),Subjekt-Objekt-Beziehung;kybernetisch-darwinistische Betrachtungsweise,Prognosen,Rückwirkungen,das opportunistische Prinzip(Fixpunktproblem),Subjektive Wahrscheinlichkeit und Strategie,Einfachheit-Invarianz-Konkausalität,Dienende oder herrschende Statistik,Erste Bemerkungen zur Aufhebung der Krisen.
- BOOß, B.: Gemeinsame Problemereiche und spezielle Züge bei der Kooperation von Einzelwissenschaften und Mathematik. In: Materialien I, USP Mathematisierung, Universität Bielefeld 1973, 8-19.
Kurzreferat auf der ersten Sitzung des USP Mathematisierung.
- BOUDON, R.: Mathematische Modelle und Methoden. Ullstein Buch 29, Frankfurt/Main 1972, 96.
Übersichtsmäßige Darstellung der Tendenzen bei der Anwendung der Mathematik in den Human-Wissenschaften(Typologie von Methoden und Modellen mit interdisziplinärem Charakter, Wandlungen- insbesondere nach dem 2. Weltkrieg, Analyse der wissenschaftlichen Funktionen dieser Methoden).
- BOULDING, K.E.: The Verifiability of economic images. In: S.R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology, Prentice Hall Inc. 1966, 129-141.
Test und Prognose. Insbesondere bzgl. ökonomischer Modelle (statische Gleichgewichts- oder dynamische Modelle), Stabilität, Heisenberg-Prinzip in der Ökonomie, Verbesserung der Datenlage und -erhebung.
- BOULDING, K.E.: Economics as a moral science. In: The American Economic Review LIX (1969), 1-12.
Kritik an wertfreier ökonomischer Theorie und Kritik an "unbefleckter" Präferenzordnung als axiomatischer Grundlage, Verallgemeinertes Heisenberg-Prinzip bei der Beobachtung ökonomischer Tatsachen. Neue Gegenstandsdefinition (der Ökonomie), Normativer Charakter ökonomischer Quantifizierungen.
- BRAND, H.B.: Über die Fruchtbarkeit mathematischer Verfahren in der Wirtschaftstheorie. Fritz Knapp Verlag, Frankfurt 1959, 69.
vgl. die Besprechung durch Krelle
- BRINKMANN, G.: Zur Wissenschaftstheorie der Ökonometrie. In: Kyklos 23 (1970), 205-224.
Genügt die Ökonometrie dem Falsifizierbarkeitspostulat? Strenge Anwendung des Postulats ist wegen des stochastischen Charakters ökonomischer Hypothesen schwierig. Bei tautologischen Aussagen ist das Postulat nicht anwendbar (Beispiel), aber auch theoretische Aussagen, die keine Tautologien sind, können in ihrer Anwendung auf Beobachtungsdaten tautologisch werden. Beispiel anhand der Cobb-Douglas Funktion.
- BRONFENBRENNER, M.: A "middlebrow" introduction to economic methodology. In: S.R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology, Prentice Hall Inc. 1966, 5-24.
Darstellung der Schwierigkeit, den Begriff "Ökonomie" sinnvoll zu definieren; positive vs. normative "Ökonomie". Ökonomische Theorie wird definiert als Modell mit mindestens einem anwendbaren Satz (applicable theorem). Diskussionen einiger methodologischer Probleme, insbesondere der Kontroverse über die Rolle von Annahmen in der Ökonomie.
- BUCHANAN, J.M.: Ceteris paribus: some notes on methodology. In: The Southern Economic Journal 24 (1958), 259-270.
Partialanalyse, Makroanalyse und die Probleme des Übergangs auf das allgemeine Gleichgewicht (allseitige Interdependenz, Dynamik), Beispiele methodischer Unsinnigkeiten auf diesem Gebiet.
- BUCHANAN, J.M.: What should economists do? In: The Southern Economic Journal 30 (1964), 213-222.
Allokationsproblem mit Bezug zum vorgegebenen institutionell-organisatorischen Rahmen.
- BUCHANAN, J.M.: Economics and its scientific neighbours. In: S.R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology, Prentice Hall Inc. 1966, 166-183.
Was ist Wirtschaftswissenschaft? Spill-out-Effekte auf andere Disziplinen und Spill-in-Effekte von anderen Disziplinen.
- BUNGE, M.: On confusing "measure" with "measurement" in the methodology of behavioral science. In: M. Bunge (ed.): The methodological unity of science, D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht-Holland 1973, 105-122.
Stellungnahme zum methodologischen Streit über Maßtheorie, Messung u. Skalierung.
- CAMERON, R.: Has economic history a role in an economist's education? *AM. Econ. Rev.* 55 (1965), 112-118.
Funktionen der Geschichte der Ökonomie in der Ausbildung von Studenten; Vermittlung von Einsicht in die volle Komplexität ökonomischer Prozesse im Gegensatz zu Entwicklungsbetrachtungen in den entsprechenden Disziplinen, Erkennen von Entwicklung in der Zeit, allgemein: Notwendige Horizonterweiterung.
- CERNJAK, J. I. et al.: Ökonomische Semiotik. Akademie Verlag, Berlin 1972, 215.
Einzelauflätze zu der Herausbildung der für die Leitungsprozesse der Volkswirtschaft erforderlichen Zeichensysteme (sowie Methodologie dazu), Klassifikationsprobleme.
- CHAMBERLIN, E.H.: An experimental imperfect market. In: Journal of Political Economy 56 (1948), 95-108.
- CHAMPERNOWNE, D.G.: On the use and misuse of mathematics in presenting economic theory. In: The Review of Economics and Statistics 36 (1954), 369-367.
Zur Diskussion des Novick-Artikels: Empfehlungen zur mathematischen Darstellung ökonomischer Theorie (Beweise sind nicht immer die effektivsten Mittel der Erklärung).
- CHARNES, A. u. COOPER, W.W.: Management models and industrial applications of linear programming. In: Management

Science 4(1957), 38-91.

Zur Bildung von Modellen und den Anforderungen der Datenlage: Planung, Ausführung, Kontrolle, Grundtendenzen von Modellen, Synthese zu vollständigeren Modellen, Modellapproximationen, Systemanalyse.

CHIPMAN, J.S.: Empirical testing and mathematical models. In: The Review of Economics and Statistics 36 (1954), 363-365.

Zur Diskussion des Novik-Artikels: Mängel an empirischem Gehalt bei ökonomischer Theorie, mangelhafte Kommunikation durch Mathematisierung, Empirische Grundlegung jetzt in Reichweite.

CHURCHMAN, C.W. et al.: Operations research. Verlag R. Oldenbourg, Wien und München 1961, 588.

Praxisnaher grundlegender Einblick - als Gegengewicht gegen die heute zunehmende Theoretisierung von Operation Research (Pfanzagl). Zu den verschiedenen Stufen der Anwendung wissenschaftlicher Methoden bei betrieblichen Problemen. Spezifische Ganzheitsanalyse. Problem, mathematisches Modell, Lösung im Modell, Überprüfung, weitere Anpassung, praktische Verwirklichung der Lösung, Teamarbeit und ihre Komponenten und Phasen.

CHURCHMAN, C.W.: On the intercomparison of utilities. In: S.R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology. Prentice Hall Inc. 1966, 243-256.

Problem der Entwicklung eines Modells "of man's basic value structure" und der Aggregation zu "social values". Paradigmen, Zum Problem der "einfachen Startpunkte" und der Annahme von nicht analysierbaren Primitiven, Subjektiver versus objektiver Empirismus.

CLARKSON, G.P.E.: Interactions of economic theory and operations research. In: A.R. Oxenfeldt (ed.): Models of markets. Columbia University Press 1963, 339-361.

Kritik an den Verhaltensannahmen der klassischen Theorie durch Versuch einer neuen Mikrotheorie der Firma. Heuristische Programmierung. Implikationen von beiden Ansätzen für ökonomische Theorie, Politik und die Praxis des Operation Research.

COATS, A.W.: Is there a "structure of scientific revolutions" in economics? In: Kyklos 22(1969), 289-294.

Zur Anwendung Kuhnscher Begriffe auf ökonomische Theorie. Keine ausgeprägten Paradigmenwechsel (eventuell Keynes), Falsifizierbarkeit problematisch.

COLEMAN, J.S.: Tactics and strategies in the use of mathematics, Chapter 18. In: J.S. Coleman: Introduction to mathematical sociology. Collier Macmillan Ltd., London 1964, 515-529.

Mathematische Methoden haben zweierlei Funktion:
1) Strukturierung komplizierter Prozesse;
2) Techniken entwickelt für die Bedürfnisse einer Wissenschaft lassen sich fruchtbar machen für andere Wissenschaften.

COMMITTEE ON SUPPORT OF RESEARCH IN THE MATHEMATICAL SCIENCES: The Mathematical Sciences: a report, Publi-

cation 1681. National Academy of Sciences, Washington 1968, 256.

Berichte zur wachsenden Bedeutung von Mathematik und Mathematisierung in Forschung, Lehre und Praxis. Inhalt: Applied mathematical sciences, the mathematical sciences in education, conclusions (tasks and needs), the mathematical sciences in society's service).

COOMBS, C.H. et al.: Some views on mathematical models and measurement theory. In: Psychological Review 61(1954), 132-144.

Zur Rolle mathematischer Modellierung allgemein, Konkretisierung an Beispielen aus der Meßtheorie (Skalierung, welche Rolle spielen Axiomensysteme?).

COURANT, R.: Die Mathematik in der modernen Welt. In: M. Otte (ed.): Mathematiker über die Mathematik. Springer Verlag, Berlin 1974, 181-201.

Historische Entwicklungen (Festigungen im Sinne der math. Strenge - Deduktion versus induktive, intuitive Einsichten), Spezifisches (Konkretes) versus Allgemeines. Mehrere weit ausgeführte Beispiele. Intuitiver Begriff vs strenge Definition (und deren Grenzfälle). Zur sinnvollen Beschränkung des Trends nach schrankenloser Allgemeinheit, Reine und angewandte Mathematik.

CRAWFORD, R.G.: Implications of learning in economic models of uncertainty. In: International Economic Review 14(1973), 587-600.

Konstruktion eines Modells über Entscheidungsverhalten bei Unsicherheit unter Berücksichtigung von Lernphänomenen mittels mathematischer Methoden.

DANTZIG, G.B.: The linear programming concept; Origins and influences; Formulating a linear programming model. In: G.B. Dantzig: Linear programming and extensions. Princeton University Press 1963, 1-35.

Historische Notwendigkeiten und Ereignisse bei der Entwicklung der linearen Programmierung. Zur Methode der linearen Programmierung ökonomischer Probleme.

DANTZIG, G.B.: Operations research in the world of today and tomorrow. In: R. Henn (ed.): Operations research - Verfahren III. Meisenheim a. Glan 1967, 113-118.

Komplexität, Planung, Dekomposition und Optimierung ökonomischer Prozesse. Grundvoraussetzungen der Behandlung, Ziele und Erwartungen.

DANTZIG, G.B. and VEINOTT, Jr. A.F. (eds.): Mathematics of the decision sciences. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island 1968, 443.

Aufsatzsammlung verschiedener Autoren zu verschiedenen Disziplinen.

DINGES, H.: Spekulationen über die Möglichkeiten angewandter Mathematik. In: M. Otte (ed.): Mathematiker über die Mathematik. Springer Verlag, Berlin 1974, 469-478.

Zum Universitätsunterricht und dem mathematischen Denken i.a. (Rolle von: Deduktion, Umgangssprache, Strenge; innermathematische Raffinesse versus elementare Ansätze von fächerverbindendem Charakter; Robustheit von Techniken; Bedeutung der Resultate außerhalb der Systematik). Berufsanforderungen.

DOBB, M.: Introductory. In: M. Dobb: Welfare economics and the economics of socialism, Towards a commonsense critique. Cambridge University Press 1969, 3-9.

Beispiele für leere Mathematisierung wie auch für Falsifizierung von Behauptungen durch den Gebrauch der Mathematik.

DORFMAN, R. et al.: Introduction. In R. Dorfman et al.: Linear programming and economic analysis. Mc Graw Hill, New York 1951, 1-7.

Kurzer historischer Abriss der Entwicklung und Bezug zu verwandten Konzepten und Methoden.

DORFMAN, R.: A catechism: Mathematics in social science. In: The Review of Economics and Statistics 36(1954), 174-377.

Zur Diskussion des Novick Artikels: Diskussion des Gebrauchs der Mathematik als "a technique to express relationships (symbolically) to bring out their formal structure and in taking advantage of accumulated knowledge about these reveal further relationships which are not immediately evident". Ökonomie der Vorgehensweise.

DUESENBERY, J. S.: The methodological basis of economic theory. In: The Review of Economics and Statistics 36(1954), 361-363.

Zur Diskussion des Novick-Artikels: Mathematik ist effizientes Werkzeug (schützt jedoch nicht vor Fehlentwicklung). Zu dünne empirische Begründung für die meiste theoretische Arbeit. Unglückliche Spaltung zwischen Theorie und Anwendung. Mathematik trägt zu dieser Fehlentwicklung nur in zweiter Linie bei.

ENKE, S.: More on the misuse of mathematics in economics: a rejoinder. In: The Review of Economics and Statistics 37(1955), 131-133.

Zur Diskussion des No vick-Artikels: Verteidigung No vickarbeit anhand der Schwächender Mathematisierung bei einer Arbeit von Samuelson.

EDWARDS, W.: The theory of decision-making. Psychol. Bull. 51(1954), 380-417.

Review der Literatur zum menschlichen Entscheidungsverhalten, Auswahl unter Unsicherheit, Spieltheorie und statistische Entscheidungstheorie. Verteidigung des klassischen Maximalansatzes als mathematisch fruchtbar und nicht weniger realistisch als lerntheoretische Ansätze.

FELS, E. u. TINTER, G.: Wirtschafts Methodik der wissenschaft. In: Enzyklopädie der geisteswissenschaftlichen Arbeitsmethoden, 8. Lieferung: Methoden der Sozialwissenschaften, Oldenburg Verlag, München 1967, 3-93.

FLASCHEL, P.: Liste von Schwierigkeiten bei der Kooperation zwischen Mathematik und Einzelwissenschaften. In: Materialien I, USP Mathematisierung, Universität Bielefeld 1973, 20-24.

FORES, M. J.: No more general theories? In: The Economic Journal 79(1969), 11-22.

Intuition versus mathematisches Training, Mathematik-

hypnose (Eleganz, Reduktion auf wenige Annahmen). Zu anspruchsvolle Vorhaben, Zur Bedeutung nicht meßbarer Faktoren.

FORESTER, J.: More space for decision makers. In: New York Times, 11.1.1970.

FRIEDMAN, J. W.: Symposium on experimental economics - on experimental research in oligopoly. In: Review of Economic Studies 36(1969), 399-415.

Untersuchung verschiedener Oligopolexperimente, die angelegt sind als empirische Tests der Standardoligopoltheorie, Beschreibung und Vergleich der Modelle (Konzept des Gleichgewichtspunktes).

FRIEDMAN, M.: The methodology of positive economics. In: M. Friedman: Essays in positive economics. University of Chicago Press, Chicago 1953, 3-43.

Wichtiger methodologischer Aufsatz (grundlegend für einige spätere Diskussionen - auch in dieser Sammlung) Normative vs. positive ökonomische Theorie. Zur Bedeutung des Realitätsgehalts des Annahengerüsts von Hypothesen. Zum richtigen Gebrauch von Annahmen. Zur Testbarkeit von Hypothesen.

FRISCH, R.: New methods of measuring marginal utility. J. C. B. Mohr (P. Siebeck), Tübingen 1932, 124.

Zur Meßbarkeit bei einem grundlegenden Begriff der ökonomischen Theorie mit (zunächst) nur ordinaler Ausprägung.

GÄFGEN, G.: Einige Entwicklungstendenzen der mathematischen Ökonomie in jüngerer Zeit. In: Kyklos 23(1970), 597-619.

Kommentare zu Shubiks Essay-Sammlung: Theorie der Spiele und experimentelle Ökonomie, mathematische Programmierung und Managementpraxis, Entscheidungsprozesse (Wahrscheinlichkeit, Unsicherheit), empirische Wirtschaftsforschung, Grenzen des mathematischen Formalismus.

GAHLEN, B.: Vorwort sowie abschließende Bemerkungen. In: B. Gahlen: Der Informationsgehalt der neoklassischen Wachstumstheorie für die Wirtschaftspolitik. J. C. B. Mohr (P. Siebeck), Tübingen 1972, 421.

Moderne Wissenschaftstheorie und Probleme der Wirtschaftspolitik. Ansatzpunkte zur Kritik der Mathematikhypnose der Wachstumstheorie. Neoklassisches Bild Sackgasse, Integration in Sozialwissenschaft erforderlich.

GALBRAITH, J. K.: Die Sprache der Ökonomen. In: Hamburger Jahrbuch für Wirtschafts- und Gesellschaftspolitik, 11. Jahrgang, Tübingen 1966, 11-21.

Hierarchie der Wirtschaftswissenschaftler. Bemerkungen zur geschlossenen mathematischen Gesellschaft an der Spitze der Hierarchie. Abtrennung derselben trägt aber Problem der Grenzziehung. Meist lenkt dort Mathematik die ökonomische Theorie, aber auch einiges nützliches von dort (Strenge der Ausbildung z. B.).

GALBRAITH, J. K.: Economics as a system of belief. In: The American Economic Review LX(1970), 469-478.

- Klassische Annahme: Konsumentenouveränität, Gegenthese: Produzentenouveränität, Beispiele für die Fruchtbarkeit der neuen These.
- GALBRAITH, J. K.: Power and the useful economist. In: The American Economic Review IXIII (1973), 1-11.
Schwere Attacke gegen Fehlbildungen der ökonomischen Theorie im Gange, Modellbildung Ziel, nicht Mittel, Völlige Trennung von der Realität, Aspekt der Macht fehlt in der Theorie, Durch Weiterentwicklung der allgemeinen Gleichgewichtstheorie ist der Fehler nicht behebbar.
- GARB, G.: Professor Samuelson on theory and realism: comment. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 55 (1965) 1151-53.
Zum Methodologiestreit um die Rolle von Theorie (beginnend mit Friedman, M., S. 24.
- GEORGESCU-ROEGEN, N.: General conclusions for the economist. In: N. Georgescu-Roegen: Analytical economics, Issues and problems. Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1966, 92-129.
Zu richtigen und falschen physikalischen Analogien in der ökonomischen Theorie, Der ökonomische Prozeß als gesellschaftlicher Prozeß. "Arithmomorphic models" vs. "qualitative analysis" (zur Rolle der mathematischen Modellierung in Bezug auf dialektische Argumentationsweise), Pseudo-arithmomorphische Konzepte, Vergleich von Mikro- und Makrotheorien.
- GORDON, D. F.: The role of the history of economic thought in the understanding of modern economic theory. In: American Economic Review 55 (1965), 119-127.
Erklärungsversuch zum abnehmenden Interesse jüngerer Ökonomen an der Geschichte und Entwicklung ökonomischer Theorien, (und Wissenschaftsgeschichte allgemein)
- GRUNBERG, E.: The meaning of scope and external boundaries of economics. In: S. R. Krupp (ed.): The structure of Economic science, essays in methodology, Prentice Hall Inc. 1966, 148-165.
- HAHN, F. H.: Some adjustment problems. In: Econometrica 38 (1970), 1-17.
Mangelhaftes Verständnis des Preismechanismus (der Anpassungsprozesse), Stattdessen "Refining" von realitätsfernen Situationen, Studium von Gleichgewicht allein-trotz seiner Wichtigkeit-hilft hier nicht weiter.
- HAHN, F. H.: On the notation of equilibrium in economics-an inaugural lecture. Cambridge University Press 1973, 44.
Zur Allgemeinheit des Gleichgewichtsbegriff, Startpunkt: Arrow-Debreu-Paradigma, Zentrale aktuelle Themen: Kern, wachsende Skalenerträge, Information und Preissignale, Erwartungen und stochastisches Gleichgewicht, Rationalität und Lernfähigkeit, Stabilität, Mikro vs. Makro, sequentielle Strukturen, Verhalten u. Vorstellungen von Agenten.
- HAMPEL, F. R.: Robust estimation: a condensed partial survey. In: Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete 27 (1973), 87-104.
Probleme der Datenlage; robuste Theorien.
- HARRIS, S.: A postscript by the editor. In: Review of Economics and Statistics 36 (1954), 382-386.
Zur Diskussion des Novik-Artikels: Die Diskussion hat großes Vertrauen in die Mathematisierung bestätigt, Dann: Zusammenfassung von Problemen und Ratschlägen bei der Aufnahme mathematisierter Arbeiten in ökonomischen Journalen.
- HOFFMANN, W. G.: Vorwort. In: B. Gahlen: Der Informationsgehalt der neoklassischen Wachstumstheorie für die Wirtschaftspolitik. J. C. B. Mohr (P. Siebeck), Tübingen 1972, XI-XV.
Ziel der Arbeit: Untersuchungen der schwerwiegenden Mißerfolge der Wachstumstheorie unter Bezug auf moderne Wissenschaftstheorie (Begründung auf a-priori-Einsichten, mangelhafte empirische Forschung, Mathematikhypothese, mangelnde Methodenreflexion), Reduktion des Inhalts von Hypothesen.
- HOFMANN, W.: Zum Gesellschaftsbild der Nationalökonomie von heute. In: Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, 1959, 682ff.
Überlagerung des kausalen durch das funktionale Denken, Mathematisierung, Kausalverhältnisse entspringen dann den funktionalen, Formale Morphologie-funktionales Verhältnis zwischen den dabei ermittelten Variablen (als Methode).
- HOFMANN, W.: Rationalismus und Irrationalismus im ökonomischen Denken der Gegenwart. In: Jahrbuch für Sozialwissenschaft, 1959, 268ff.
Begriff des Homo oeconomicus durch inhaltliche Reduktion und formale Ausdiskutierung-wider Willen- in seiner Falschheit durchsichtig gemacht ("List der Vernunft").
- HOFMANN, W.: Das Elend der Nationalökonomie. In: Gesellschaft, Recht und Politik, Wolfgang Abendroth zum 60. Geburtstag, Neuwied 1968, 161ff.
Historischer Entwicklungsgang der Nationalökonomie: Gesellschaftliches: Warum? in Technisches: Wie? (ahistorische Fragestellung) transformiert, Exaktheit der tautologischen Umformungen und ideologische Verbiegung der Grundbegriffe, Konstruktivistischer Formalismus (genereller Zug des neueren Denkens).
- HOFMANN, W.: Die Ideologisierung der ökonomischen Theorie. In: Studium Generale 23 (1970), 1189-1196.
Nach Klassik: Totalideologisierung gegen aufwallende Sozialkritik, Trotzdem starkes Unbehagen, Formalisierung ermöglicht Eigenleben (Verselbständigung) der Begriffe und Modelle fernab der Wirklichkeit, Dem kritischen Denken damit entzogen.
- HOGGATT, A. C.: On economic experiments in economics. In: H. Sauermann (ed.): Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung III. J. C. B. Mohr (P. Siebeck), Tübingen 1972, 6-27.
Zur Rolle der experimentellen Wirtschaftsforschung bei der Anwendung ökonomischer Theorien: wegen der

- mathematischen Schwierigkeiten Konstruktion von Simulationsmodellen anstelle analytischer Modelle zur Behandlung eingeschränkter rationaler Entscheidungsprozesse.
- HUNT, E.K.: Economic scholasticism and capitalist ideology. In: E.K. Hunt u. J.G. Schwartz (eds.): A critique of economic theory. Penguin Book, London 1972, 186-193.
- Newton-Konzept bestimmt auch die Ökonomie (Gravitation = "self-interest", Atomistik mit mechanischen Gesetzen). Grundkonzept: Allgemeines Gleichgewicht - enthält seine eigene Aufhebung, wenn zum logischen Extrem getrieben.
- HUNT, E.K. u. SCHWARTZ, J.G.: Introduction. In: E.K. Hunt u. J.G. Schwartz (eds.): A critique of economic theory. Penguin Book, London 1972, 7-35.
- Zum Zwangsrahmen nationalökonomischer Disziplinen, jetzt als Ganzes unter Attacke, Neubegründung der politischen Ökonomie erforderlich.
- JOCHIMSEN, R. u. KNOBEL, H.: ^{zur} Zum Gegenstand und Methodik der Nationalökonomie. Einleitung. In: R. Jochimsen u. H. Knobel (eds.): Gegenstand und Methoden der Nationalökonomie. Kiepenheuer & Witsch, Köln 1971, 11-66.
- Zu Gegenstand und Methode der Nationalökonomie und der diesbezüglichen Kontroversen. Theorie, Methode, Analysetechnik, Betrachtungsweise, Modell. Mathematik: Methode oder Sprache. Der Typusbegriff (Realtypus, Idealtypus).
- JOHANSEN, L.: Zur Frage der Einschätzung bürgerlicher Ökonomen und zur Rolle der Mathematik in der Ökonomie. Neue Erscheinungen in der mod. bürg. Ökon. Protokoll der internationalen Konferenz des Instituts für Wirtschaftswissenschaften bei der Deutschen Akademie der Wissenschaften 2. Akademie-Verlag, Berlin 1961, 652-654.
- Zur Neutralität mathematischer und ökonomischer Methoden u. Modelle (die Bedeutung der ökonomischen Theorie für ihre Aussagefähigkeit; ihre Bedeutung für die Weiterentwicklung ökonomischer Theorie.)
- JOHANSEN, L.: Marxism and mathematical economics. In: Monthly Review (1963), 505-514.
- 4 Funktionen der Mathematisierung. Mathematische Analyse im Rahmen der politischen Ökonomie. Quellen und Verfahren des Formalismus im Rahmen der mathematischen Ökonomie. Mathematische Ökonomie in der Sowjetunion.
- JOHANSEN, L.: Soviet mathematical economics. In: The Economic Journal 76 (1966), 593-601.
- Zur Nützlichkeit mathematischer Methoden, ihre Verträglichkeit mit Marx'scher Theorie, ihr Bezug zu frühen Anstrengungen sowjetischer ökonomischer Analyse.
- JOHANSEN, L.: An examination of the relevance of Kenneth Arrow's general possibility theorem for economic planning. In: Economics of planning 9 (1969), 5-41.
- Zur Methodik und Relevanz formaler Aggregationsmöglichkeitenätze (insbesondere für die ökonomische Planung).
- JOHNSON, H.G.: National styles in economic research: The United States, The United Kingdom, Canada and various European countries. In: Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences 102 (1973), 66-74.
- Charakteristiken ökonomischer Forschung nach dem 2. Weltkrieg.
- JOHNSON, H.G.: The state of theory. In: American Economic Review 64 (1974), 323-324.
- Zur (mangelhaften) Anwendungsbezogenheit (gap between "theory" and "applied economics").
- JONAS, F.: Was heißt ökonomische Theorie? In: Schwollers Jahrbuch 79 (1959), 1-25.
- Gegenüberstellung klassischer (historischer Rückblick) und moderner ökonomischer Theorie (rationale Theorie). Diskussion des Stellenwerts der Ökonomie zwischen Natur- und Sozialwissenschaften.
- JUSTER, F.T.: Microdata, economic research and the production of economic knowledge. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 60 (1970), 183-148.
- Zur gegenwertigen Datenlage in der ökonomischen Theorie, zur Rolle ihrer Entwicklung für die ökonomische Theorie. Unterschiede zur Lage anderer Wissenschaften (auch methodologische Unterschiede). Gegen die Verfeinerung von Technik bei der gegenwertigen Datenlage.
- KADE, G.: Die logischen Grundlagen der mathematischen Wirtschaftstheorie als Methodenproblem der theoretischen Ökonomie. Vahlen, Berlin 1958.
- KADE, G.: Politische Ökonomie-heute. In: Zeitschrift der Technischen Universität Berlin 2 (1970), 549-563.
- Basis zur Programmfinding der politischen Ökonomie: Untersuchung und Kritik der bürgerlichen Nationalökonomie nach Inhalt und Methode bis heute (ahistorische Kategorien, Formalisierungsprozeß, ..., Trennung: Inhalt, Methode; Vulgarisierungsvorwurf).
- KADE, G.: Ökonomie und Technokratie. In: Studium Generale 23 (1970), 1197-1205.
- Verhältnis Ökonomie-Technokratie im Hinblick auf die Technokratiedebatte. Optimalität und Wertfreiheit als Illusionen der Mathematisierung. Trennung von Erkenntnis und Interesse. Dezionistisches Modell der Kommunikation zwischen Politiker und Wissenschaftler.
- KALDOR, N.: Marginal productivity and the macro-economic theories of distribution. In: Review of economic studies 33 (1966), 309-319.
- Besprechung einer Arbeit von Samuelson: "splendid analytical power"; "a-priori-reasoning" durch logisch konsistente Abstraktionen ohne empirischen Gehalt. Fehlgehende Hoffnung, daß man von diesem beliebigen unerklärten Standpunkt aus schrittweise realistischer werden kann. Methodisch nicht haltbar.
- KALDOR, N.: The irrelevance of equilibrium economics. In: The Economic Journal 82 (1972).
- Mathematisierung: Sport zur Auffindung minimaler Grundannahmen, die gewisse vorgegebene Resultate per Deduktion liefern. Keine empirisch-operationalen Definitionen angestrebt. Hat jedoch den Effekt, auf Dauer die Unhaltbarkeit des Begriffs des allgemeinen Gleichgewichts zu zeigen. Kräfte ständiger Veränderung.

- rung sind zu endogenisieren.
- KEMENY, J.G.: The social sciences call on mathematics. In: National Research Council (ed.): The mathematical sciences. The M.I.T. Press, Cambridge 1969, 21-36.
Darstellungen bedeutsamer Mathematisierungen in den Sozialwissenschaften, Unterschiede im Stadium und im Charakter hinsichtlich der physikalischen Wissenschaften. ■
- KLAUS, C.: Kybernetik und Gesellschaft, Berlin 1964.
Zur Methode der Kybernetik im sozio-ökonomischen Bereich (und ihre Bezüge zur Mathematik in diesem Rahmen)
- KLEIN, L.R.: The contribution of mathematics in economics. In: The Review of Economics and Statistics 36 (1954), 359-361.
Zur Diskussion des Novickartikels: Beispiele positiver Beiträge mathematisierender Methodik bei Problemformulierung und Operationalisierung. Geht über Reformulierung hinaus und ist nicht so weit wie die nicht-mathematischen Beiträge.
- KLEIN, L.R.: The role of mathematics in economics. In: National Research Council (ed.): The mathematical sciences. The M.I.T. Press, Cambridge 1969, 161-175.
Darstellungen zur Mathematisierung der ökonomischen Theorie und Ökonometrie. Entwicklung neuerer Mathematik aber noch selten.
- KLEIN, L.R.: Whither econometrics? In: Journal of the American Statistical Association 66 (1971), 415-421.
Stand der Ökonometrie bis dato und Ausblick: stärkere Konzentration auf mikroökonomische Modelle, Behandlung nichtlinearer Systeme, Schätzung von Vorhersageverlässlichkeiten.
- KLOTEN, N.: Mikro- und Makroanalyse als Grundlage wirtschaftspolitischer Entscheidungen. In: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 114 (1958), 28-46.
Unterschiede im Gebrauch und Erklärungswert von Makro- und Mikroanalyse. Zur Frage der konzeptionellen Gemeinsamkeiten der beiden Analysetechniken.
- KNORRING, E. v.: Probleme der theoretischen Deduktion von Prognosen. In: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 128 (1972), 145-148.
Theorie, Gesetz, (bedingte) Prognose, Falsifizierbarkeit, Projektionen, Dualität von Erklärung und Prognose (Kritik der Arbeit von Wild zur prinzipiellen Gleichstellung von theoretisch fundierten und nicht theoretisch fundierten Voraussagen).
- KÖHLER, G.: Bericht über Internationales wissenschaftliches Seminar zu Fragen der Optimierungsmodelle und der Verflechtungsbilanzen. In: Wirtschaftswissenschaft, (1965), 1365-1382.
Protokoll der Einzelbeiträge: Zum Inhalt der Optimalitätskriterien, Probleme der Globalmodellierung, Teilsysteme, Dekompositionen, Probleme der Primärdatenerfassung
- KOOPMANS, T.C.: On the use of mathematics in economics. In: The Review of Economics and Statistics 36 (1954), 377-380.
Zur Diskussion des Novick-Artikels: Spezifischere Kritik als die von Novick wäre wichtig-zu den einzelnen Mathematisierungen.
- KOOPMANS, T.C.: The construction of economic knowledge. In: T.C. Koopmans Three essays on the state of economic science, McGraw Hill, New York 1957, 126-166.
Methodologische Überlegung: (grundlegende) Postulate, (primitive) Begriffe, Interpretationen, "explanatory" vs. "normative" analysis, Modelle und Modellfolgen. Welche Probleme stehen in der ökonomischen Theorie jetzt an?
- KOOPMANS, T.C.: The interaction of tools and problems in economics. In: T.C. Koopmans: Three essays on the state of economic science, McGraw Hill, New York 1957, 169ff.
Möglicher Wechsel des Status der Werkzeuge vom Hilfsmittel zum Richtungsgeber. Zu den von außerhalb der Ökonomie her gegebenen Werkzeugen. Welche Werkzeuge verlangt die ökonomische Theorie heute, Kommunikationsprobleme.
- KOOPMANS, T.C.: Allocation of resources and the price system. In: T.C. Koopmans: Three essays on the state of economic science, McGraw Hill, New York 1957, 3-126.
Darstellung der neuen mathematischen Möglichkeiten der Gleichgewichtsanalyse, Dezentralisierung und Information, Optimalitätsbedingungen. Die größere Strenge bei Postulaten und Propositionen hat ihren mangelnden Realitätsgehalt stärker gezeigt.
- KOOPMANS, T.C.: Is the theory of competitive equilibrium with it? In: American Economic Review 64 (1974), 325-329.
Competitives Gleichgewicht ist richtiger Startpunkt (Antwort an 4 Kritiker). Aber Probleme mit Anpassungsprozessen, Unsicherheit, eingeschränkte Rationalität, Zirkularität, Überwindung des Gleichgewichtskonzeptes möglicherweise Folge.
- KORNAI, J.: Anti-equilibrium. On economic systems theory and the tasks of research. North Holland Publ. Comp., Amsterdam 1971, 402.
Zur Kritik der "allgemeinen Gleichgewichtstheorie": Methodisches, Gesamt- und Einzelkritiken der Grundannahmen, Entwicklung eines entgegengehaltenen Grundkonzepts unter Ausbau der Kritik, Historische Betrachtungen und Entwicklungsperspektiven.
- KRANTZ, D. et al.: Foundations of measurement I. Academic Press, New York/London 1971, 577.
Zur Axiomatik verschiedener Maßstrukturen (extensive, verbundene, ...), Repräsentationstheoreme. Anwendungen in verschiedenen Einzelwissenschaften.
- KRELLE, W.: Mathematik in der Nationalökonomie. In: Ordo 12 (1960), 149-353.
Zu Brand: Inadäquater Gebrauch von Mathematik in der Nationalökonomie? Verfehlt Kritik im quantifizierbaren Bereich, Berechtigte Kritik in Bezug auf die Nachbardisziplinen.
- KRELLE, W.: Modelle und Wirklichkeit. In: Wirtschaftliche Gesetzmäßigkeiten für die kurze und die lange Sicht: Modelle zu ihrer Erklärung. In: Weltwirtschaftliches Archiv 95 (1959), 263-266.

- Kurze Bemerkungen zur Einfachheit und zur Approximationsgüte bei Modellen.
- KRELLE, W.: Grenzsteine der mathematischen Wirtschaftslehre. In: Zeitschrift für Nationalökonomie 29(1969), 407-417.
Besprechung von Shubik: Zu den Erfolgen von Spieltheorie, mathematischer Programmierung, Entscheidungstheorie, allgemeiner Wirtschaftstheorie, Unternehmensforschung, der Theorie des internationalen Handelns, Konjunkturtheorie, Ökonometrie.
- KRUPP, S. R.: Analytical economics and the logic of external effects. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 52(1963).
- KRUPP, S. R. (ed.): The structure of economic science-essays on methodology. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1966, 282.
Enthält außer den in dieser Liste in einzelnen wiedergegebenen Essays verschiedener Autoren (die alle für diese Sammlung geschrieben wurden) einführende Bemerkungen zu den verschiedenen Essaygruppen.
- KRUPP, S. R.: Types of controversy in economics. In: S. R. Krupp (ed.): The structure of economic science-essays on methodology. Prentice Hall Inc. 1966, 39-52.
Kontroversen: eine fruchtbare Methode, Theorien voranzutreiben, Kontroversen können folgende Bereiche umfassen: fundamentale Axiome, Implikationen hergeleitet aus den fundamentalen Axiomen.
- KUHN, T. S.: Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 25, Frankfurt 1973, 227.
Entwicklung der grundlegenden Begrifflichkeit dieser Strukturierung; Normale Wissenschaft, Paradigmata, Anomalien, Krisen, wissenschaftliche Revolutionen und der durch sie repräsentierte Fortschritt.
- KYRER, A.: Die logische Struktur makroökonomischer Analysen. In: Schmollers Jahrbuch 87(1967), 21-43.
Zum Bereich makroökonomischer Analysen, empirische Prämissen und theoretische Hypothesen, Entscheidungsmodelle und Kausalanalysen. Probleme der 'einfachen Setzung', der 'unangebrachten Konkretheit', der 'Zweiteilung der Natur'.
- LANGE, O.: Political economy I.: General problems. Pergamon Press, Oxford 1963, (repr. 1964), 355.
Gegenstandsbereich der politischen Ökonomie, grundlegende Konzepte und Methoden, Typen und Inhalte ökonomischer Gesetzmäßigkeiten, ökonomische Rationalität und Praxeologie (Programmierung, Kybernetik, Marginalanalyse).
- LANGE, O. et al.: Wirtschaftswissenschaft-Hauptströmungen der sozialwissenschaftlichen Forschung. (ed. Unesco) Ullstein Verlag, Frankfurt 1972, 121.
Historisches zu Schulen, Trends und Krisen in der Ökonomie, Die großen Bereiche der Wirtschaftstheorie und ihre Methoden, Bemerkungen zu Tendenzen und Perspektiven der Mathematisierung (Interdisziplinarität; Bereich der Anwendung; begrifflich-strukturelle Mathematisierung, Quantifizierungsmethoden, statistische Schlußfolgerungsmethoden). Zu den Hauptproblemen der heutigen ökonomischen Theorie.
- LAZARSFELD, P. F. (ed.): Mathematical thinking in the social sciences. Free Press, New York 1959.
Keine bedeutenden Entdeckungen in den Verhaltenswissenschaften durch den Gebrauch der Mathematik bis heute. Beiträge bislang: Klarheit, bessere Organisation des Vorgehens, Notwendigkeiten: zweiseitig ausgebildete Wissenschaftler, Klärung der Relation zwischen Mathematik und Sozialwissenschaften, Es folgen Fallstudien.
- LAZARSFELD, P. F. u. HENRY, N. W. (eds.): Readings in mathematical social science. The M. I. T. Press, Massachusetts Institute of Technology 1966, 371.
Weitere Fallstudien zur Ausdehnung der Mathematisierung in den Sozialwissenschaften.
- LEBOWITZ, M. A.: The current crisis of economic theory. In: Science and Society XVIII(1973), 358-403.
Untersuchung des Gehalts der 'Robinsonschen zweiten Krise' im Zusammenhang mit Hunt-Schwartz: 'A critique of economic theory.' Nur eine Krise: Krise des Kapitaleigentums gegenüber der Kapitalfunktion, Keynes-im Makrobereich-erster Sieg für Akteure; deshalb Mikro/Makro fremd zueinander.
- LEIJONHUFVUD, A.: Life among the econ. In: Western Economic Journal 11(1973), 327-337.
Ironischer Beitrag zur Wissenschaftsgemeinschaft der Ökonomen und ihrer Struktur. Zu Mikro, Makro und 'Modls!'
- LEONTIEF, W.: Mathematics in economics. In: Bulletin of the American Mathematical Society 60(1954).
Darstellung von Verhalten, Interdependenzen, Dynamik. Aber: selten so große theoretische Struktur auf so schmaler faktischer Basis aufgebaut. Nur qualitative empirische Grundlagen, Komplexität. Schwäche statistischer Folgerungen. Input/Output-Analyse.
- LEONTIEF, W.: Implicit theorizing: a methodological criticism of the neo-Cambridge school. In: Quarterly Journal of Economics 51(1937).
Zum Ableiten von Folgerungen aus Definitionen, die diese bereits implizit enthalten. Beispiele und Kritik.
- LEONTIEF, W.: The problems of quality and quantity in economics. In: W. Leontief: Essays in economics. Oxford University Press, New York 1966, 45-57.
(Dis-)Aggregation und Dimensionierung: Zur Einheit von Quantitativem und Qualitativem sowie zur Bedeutung der Nachbardisziplinen bei diesen Fragestellungen.
- LEONTIEF, W.: Introduction to a theory of the internal structure of functional relationships. In: W. Leontief: Essays in economics. Oxford University Press, New York 1966, 151-165.
Zur formalen Aggregation bei quantitativen Systemen.
- LEONTIEF, W.: Composite commodities and the problem of

index numbers! In: W. Leontief: Essays in economics, Oxford University Press, New York 1966, 126-150.

Zur Vernachlässigung des qualitativ neuen Aspekts solcher "Commodities".

LEONTIEF, W.: Note on the pluralistic interpretation of history and the problems of interdisciplinary cooperation. In: The Journal of Philosophy XLV(1948), No. 23.
Interdisziplinarität und Interdependenz bei der heutigen Entwicklung der Einzelwissenschaften.

LEONTIEF, W.: The decline and rise of Soviet economic science. In: Foreign Affairs 38(1960), No. 2.

Historische Darstellung (insbesondere zur dortigen Mathematisierung).

LEONTIEF, W.: Theoretical assumptions and nonobserved facts. In: American Economic Review 61(1971), 1-7.

Modellkonstruktionen: Postulierende vs. empirische Analyse. Zur Inadäquatheit der Mittel der ersteren, Spekulationen - auf Grund von zu schwacher empirischer Begründung, zahllose statistische Versuche ohne Resultate. Iteratives Theorie/Empiri-Vorgehen notwendig.

LEWNER, A. P.: Professor Samuelson on theory and realism: comment. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 55(1965).

Stellungnahme zum Methodologiestreit um die Rolle theoretischer Annahmen.

LOASBY, B. J.: Hypothesis and paradigm in the theory of the firm. In: The Economic Journal 81(1971), 863-885.

Anwendung Kuhn'scher Begriffe auf die ökonomische Theorie der Unternehmung. (Studium von 'decision making systems'; behavioristischer Aspekt dabei wichtig). Keine wirkliche theoretische Krise - einige Paradigmen (in der Theorie der Unternehmung) aber Änderungsbedürftig. Gleichgewichtskonzept wird dann aber kritisch.

LÜTHY, M.: Die Mathematisierung der Sozialwissenschaften. In: H. U. Wehler (ed.): Geschichte und Ökonomie. Kiepenheuer und Witsch, Köln 1973, 230-241.

Bemerkungen zum Verhältnis von Methode und Gegenstand. Funktionszusammenhang zwischen Kosten und Prestige beim elektronischen Großrechner auch für diese Einzelwissenschaften jetzt ausnutzbar. Mathematisierungsschutz. Negativ-Katalog dazu. Verwechslung von Methode und Wissenschaft. Desintegration. Zur Kontinuität objektiv voraussetzbarer Strukturen: 'physikalisches' Denken vs. historisches Denken.

MACDOUGALL, D.: In praise of economics. In: The Economic Journal 84(1974), 773-786.

Gegenkritik zu den vielen kritischen Stimmen (insbesondere im Rahmen von 'Presidential addresses') zum gegenwärtigen Stand der ökonomischen Theorie (trotz vielfacher Übereinstimmung mit diesen) zu den folgenden Punkten: a) falsche Grundannahmen b) ungleichgewichtige Forschung c) überschätzte (schwache) Prognosefähigkeit d) schwache Problemlösungsfähigkeit, Bemerkungen zum Stand der Ökonometrie.

kungen zum Stand der Ökonometrie.

MACHLUP, F.: Idealtypus, Wirklichkeit und Konstruktion. In: Ordo, Jahrbuch für die Ordnung von Wirtschaft und Gesellschaft 12(1960), 21-57.

Idealtypus vs. Realtypus.

MACHLUP, F.: Professor Samuelson on theory and realism. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 54 1964.

Stellungnahme zum Methodologiestreit um die Rolle theoretischer Annahmen.

MACHLUP, F.: Der Wettstreit zwischen Mikro- und Makrotheorie in der Nationalökonomie. J. C. B. Mohr (Paul Siebeck), Tübingen 1960, 55.

Zur vermeintlichen Diskrepanz und unterschiedlichen Relevanz bei Mikro- und Makrotheorie, Unterscheidungskriterien. Bezug zum Gleichgewichtsbegriff, Statik und Dynamik. Ex ante, ex post. Meßbarkeitsfragen, Anwendbarkeit (bei Erklärung, Voraussage, Beeinflussung; Wirtschaftsgeschichte, -prognose, -politik). Mikrotheorie vs. BWL (die fiktive und die wirkliche Unternehmung; Idealtyp vs. Realtyp). Leistungsfähigkeit von Mikro bzw. Makro im Rahmen der obigen Stichworte.

MACHLUP, F.: Operationalism and pure theory in economics. In: S. R. Krupp (ed.): The structure of economic science - essays on methodology. Prentice Hall Inc 1966, 53-67.

MARGENAU, H.: What is a theory? In: S. R. Krupp (ed.): The structure of economic science - essays on methodology. Prentice Hall Inc. 1966, 25-38.

Verteidigung des normativen Ansatzes; Theorie ist notwendig, um die Phänomene der Ökonomie deutlich werden zu lassen. Definition des Theoriebegriffs und Diskussion der Korrektheit von Theorien.

MASSEY, C. J.: Professor Samuelson on theory and realism: comment. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 55(1965).

Stellungnahme zum Methodologiestreit um die Rolle theoretischer Annahmen.

MEISSNER, W.: Zur Methodologie der Simulation. In: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 126(1970), 19-28.

Historisches zur Mathematisierung der Ökonomie. Mathematik als Darstellungs- und Forschungsmittel in der Ökonomie. Permanenzproblem. Kausale Erklärungen vs. funktionale Zusammenhänge. Problem der Begriffsbestimmungen.

MISHAN, E. J.: 21 popular economic fallacies (Introduction by K. Klappholz). Allen Lane the Penguin Press, London 1969, 250.

Ziel der Arbeit: "to expose the politically conscious citizen to the shock treatment of discovering that much what passes for economic truism is in fact fallacious". 21 der wesentlichsten Beispiele der Wirtschaftspolitik werden angeführt (logische Fehler, Ideologie-Werturteile, mangelhafte Überprüfbarkeit).

MISHAN, E. J.: The postwar literature on externalities: an interpretative essay. In: Journal of Economic Literature 9(1971), 1-28.

Übersichtsarbeit zum Begriff des externen Effekts und seiner bisherigen Behandlung. Zentrales ökonomisches Problem - träge Annäherung der ökonomischen mathematischen Mittel zu seiner Erfassung, Überbetonung der Allokationsprobleme, da analytisch eleganter zu behandeln.

MISHAN, E. J.: The futility of Pareto-efficient distributions. In: The American Economic Review 62(1972), 971-976.

Problem einer gerechten Einkommensverteilung, Pareto-Optimalität, Einfluß der Einkommensverteilung auf die individuelle Nutzenfunktion; theoretische Schwierigkeiten, die daraus entstehen.

MOLDOVAN, R.: New trends in the method of social sciences, and especially of the economic sciences. In: P. Suppes et al. (eds.): Logic, methodology and philosophy of science IV, North Holland Publ. Comp., Amsterdam/London 1973 743-755.

Dialektischer Prozess der Differentiation und Integration ist wesentliches Charakteristikum der Evolution von Wissenschaft; der Prozess findet statt durch multidisziplinäre (hauptsächlich in den Naturwissenschaften) und interdisziplinäre (in den Sozial- und Geisteswissenschaften) Forschung.

MOLITOR, R. (ed.): Kontaktstudium - Ökonomie und Gesellschaft. Athenäum Fischer Taschenbuch Verlag, Frankfurt 1972, 281.

Beiträgesammlung aus der Serie "Kontaktstudium" der Wirtschaftswoche: Zum Verhältnis von Wissenschaft und Praxis (und dazugehöriger Transformationsglieder) insbesondere bzgl. der folgenden Themen: Erkenntnisziel, Wissenschaftstheorie, Forschungs- und Lehrprogramm, Bedeutung der marxistischen politischen Ökonomie für die ökonomische Theorie, Probleme der fortschreitenden Formalisierung, Drängende Probleme und ihre theoretische Behandlung, Beziehungen zur Wirtschaftspolitik.

MORGENSTERN, O.: Logistik und Sozialwissenschaften. In: Zeitschrift für Sozialökonomie 7(1936), 1-24, No. 1.

Kritik: Sozialwissenschaften, speziell: theoretische Ökonomie haben sich nicht die Entwicklung der neuen Logik zunutze gemacht. Definition von "exakten" Wissenschaften als solche, die exakte Denkmethode der Mathematik verwenden (im Gegensatz zur klassischen Definition der exakten Wissenschaften).

MORGENSTERN, O.: Theory of games and economic behavior (with John von Neumann). Princeton University Press 1944, 625.

Standardwerk der Spieltheorie und der Nutzentheorie unter Unsicherheit.

MORGENSTERN, O.: Über die Genauigkeit wirtschaftlicher Beobachtungen. Physica Verlag, Wien 1965, 320. 2. te völlig neu bearbeitete Auflage.

Quellen und Fehler von Wirtschaftsstatistiken (mit

Fallstudien) und ihr Bezug zur Wirtschaftstheorie.

MORGENSTERN, O.: Die Theorie der Spiele und des wirtschaftlichen Verhaltens. In: Jahrbuch für Sozialwissenschaft 1(1950), 113-139, No. 2.

Zum Buch von Morgenstern-v. Neumann: "Theory of games and economic behaviour" und seiner Bedeutung als neuer Grundlage für einige zentrale Fragen der ökonomischen Theorie. Darstellung der Spieltheorie. Abkehr von der "physikalischen" Ökonomie. Bedeutung der empirischen Forschung diesbezüglich.

MORGENSTERN, O.: Abraham Wald, 1902-1950. In: Econometrica 1(1951), 361-367, No. 4.

Daten und Arbeiten, Nationalökonomie und Statistik (Zeitreihenzerlegung). Lösbarkeit des Systems des allgemeinen Gleichgewichts zum ersten Mal nachgewiesen. Sehr viele Wahrscheinlichkeitstheoretische und statistische Untersuchungen im Bereich der Nationalökonomie. Bezüge zur Spieltheorie.

MORGENSTERN, O.: Experiment and large scale computation in economics. In: O. Morgenstern (ed.): Economic activity analysis, John Wiley and Sons, New York 1954, 484-549.

MORGENSTERN, O.: John v. Neumann, 1903-1957. In: Economic Journal 68(1958), 170-174.

Daten und Arbeitsgebiete. Der erste große Mathematiker, der (neben Physik, Astrophysik und Meteorologie) den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften dauernde Aufmerksamkeit schenkte. These: Höchste Inspiration für die Mathematik stets von der wirklichen Welt. Erste originäre Mathematikbildung im Rahmen der Wirtschaftswissenschaft (Spieltheorie, Wachstumstheorie).

MORGENSTERN, O.: Gibt es Grenzen für die Anwendung mathematischer Verfahren in der Wirtschaftswissenschaft? In: O. Morgenstern: Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft. R. Oldenbourg, Wien 1963, 21-42.

These: Ökonomie wird durch die Beschränkung auf die heute zur Verfügung stehende Mathematik nicht wesentlich gefördert. Es folgt die Notwendigkeit der Entwicklung einer neuen Mathematik. Darstellung der bisherigen und Prognose der zukünftigen Entwicklung.

MORGENSTERN, O.: The theory of games. In: Scientific American Readings 1968.

Mathematische Methoden lassen die Identität vieler Formen ökonomischer und sozialer Prozesse mit strategischen Spielen klar werden. Erläuterung der wesentlichen Konzepte und Anwendungen auf ökonomische Beispiele.

MORGENSTERN, O.: Spieltheorie: Ein neues Paradigma der Sozialwissenschaft. In: Zeitschrift für Sozialökonomie 28(1968), 145-164.

Durch altes Paradigma wurde ausgeklammert: Interaktion, Erklärung des rationalen Verhaltens, Zielsetzungen jenseits deterministischer Maximalprobleme. Spieltheorie initiiert neuen logisch-begrifflichen Aufbau und neue Werkzeuge. Nicht mit Marginalanalyse vereinbar.

MORGENSTERN, O.: Die Anwendung der Spieltheorie in der Wirtschaftswissenschaft, In: O. Morgenstern: Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft, R. Oldenbourg, Wien 1963, 111-128.

A priori ist Spieltheorie als Zweig der Mathematik unabhängig von irgendwelchen Anwendungen. Sind strategische Modelle tatsächlich das beste Abbild der ökonomischen Wirklichkeit? Wahre Bedeutung der Spieltheorie zeigt sich erst beim Phänomen der Kooperation.

MORGENSTERN, O.: Descriptive, predictive and normative theory, In: *Kyklos* 25 (1972), 699-713.

Axiomatisierung notwendig zur präzisen Formulierung von Theorien. Kritik von Axiomatisierungen seit Entwicklung der Neumann-Morgensternschen Nutzenfunktion. Definition von Theorie als Beschreibung unter strenger Bestimmung des Realitätsbezuges, von daher Kritik der herrschenden ökonomischen Theorie als zu wenig komplex.

MORGENSTERN, O.: Spieltheorie als allgemeine Theorie des Machtkonfliktes, In: *Schriften des Vereins für Sozialpolitik* 74/1 (1972), 385-416.

Zur Erfassung des Begriffs "Macht" in ökonomischer Theorie und Spieltheorie (letztere ist im wesentlichen nicht diesbezüglich angelegt worden). Zum Inhalt der Spieltheorie, Nutzen und Wert. Meßbarkeit-Ordinalskala? Konflikt, Kooperation, Keine gewöhnliche Maximierungsaufgabe (keine volle Kontrolle über alle Variablen), was eigentlich typisch für die ökonomische Theorie sein sollte, Information, Strategie; Min-Max-Theorem, Symmetrie, Kompensation, Diskrimination; Mathematisierung durch empirische Zwänge zunehmend im Bereich kombinatorisch-mengentheoretischer Argumentation (anstelle marginaler Argumente, aber noch zu schwerfällig).

MORGENSTERN, O.: Thirteen critical points in contemporary economic theory: an interpretation, In: *Journal of Economic Literature* 10 (1972), 1163-1189.

Besprechung von Gebieten der Wirtschaftswissenschaft, die neuer Ansätze bedürfen (Gründe: Irrelevanz der herrschenden Theorie, schlechte Ausgangsannahmen, logische Fehler).

MOSTELLER, F. u. NOGEE, P.: An experimental measurement of utility, In: *Journal of Political Economy* 59 (1951), 371-401.

MYRDAL, G.: Das politische Element in der nationalökonomischen Doktrinbildung, Verlag für Literatur und Zeitgeschehen, Hannover 1963, 210.

Ökonomische Doktrin-Politik-Ideologie. Zum Verhältnis von normativ/positiv. Zur Stagnation der Theoriebildung insbesondere beim Wertproblem.

NABERS, L.: The positive and the genetic approaches, In: S. R. Krupp (ed.): *The structure of economic science-essays on methodology*, Prentice Hall Inc., 1966, 68-82.

Positive vs. normative Theorie: historischer Rückblick. Kritik der herrschenden Lehreinungen, Darstellung des "sociology of knowledge" Ansatzes.

NAGEL, E.: Assumptions in economic theory, In: *American Economic Review, Papers and Proceedings* 53 (1963).

Zum Methodologiestreit über die Rolle theoretischer Annahmen in der Ökonomie.

NEMCHINOV, V. S.: The use of mathematical methods in economics, In: V. S. Nemchinov (ed.): *The use of mathematics in economics*, Oliver and Boyd, Edinburgh 1964, 1-32.

Zu den Hilfen der Mathematik bei der Analyse von funktionalen Zusammenhängen, Beispiele von Entwicklungen insbesondere in der Sowjetunion. Die 3 Komponenten der Optimum-Programmierung.

NEUHAUSER, G.: Grundfragen wirtschaftswissenschaftlicher Methodik, In: *Enzyklopädie der geisteswissenschaftlichen Arbeitsmethoden 8: Methoden der Sozialwissenschaften*, R. Oldenbourg Verlag 1967, 95-130.

Methodologie der Wirtschaftswissenschaften wenig entwickelt: Erstarrung der methodologischen Diskussion (Neopositivisten contra Geisteswissenschaftler). Gegenstand und Aufgaben der Wirtschaftswissenschaften; die Problematik von Gesetzesaussagen (Quasigesetze); Modelle und Modellarten.

NEUMANN, J. V.: Der Mathematiker, In: M. Otte (ed.): *Mathematiker über die Mathematik*, Springer, Berlin 1974, 29-46.

Zum empirischen Gehalt der Mathematik und zu ihren Entwicklungskriterien, Der Begriff der mathematischen Strenge und die menschliche Erfahrung.

NOVICK, D.: Mathematics: logic, quantity, and method, In: *The Review of Economics and Statistics* 36 (1954), 357ff.

Mathematik weitgehend nur geistige Kurzschrift, die Erkenntnis vortäuscht (geringe Kommunikationskraft). Mathematik als Sprache ist zu wenig, als quantitative Methode zunächst noch auf Naturwissenschaft beschränkt. Realitätsferne.

NUTI, D. M.: "Vulgar economy" in the theory of income distribution, *Science and Society* XXXV (1971), 27-33.

Zur Falschheit der Übertragung partieller Konzepte u. Modellvorstellungen auf makroökonomische Probleme (Grenzproduktivitätstheorie). Zur Ausklammerung der gesellschaftlichen Bestimmungen, Zur Kritik der neoklassischen Mikrotheorie (Allgemeine Gleichgewichtstheorie), insbesondere als Verteilungstheorie.

NUTZINGER, H. G.: Wirtschaftstheorie aus der Sicht der politischen Ökonomie, In: *Studium Generale* 24 (1971), 977-998.

Kritik der Nationalökonomie nimmt zu, Vereinnahmung der Kritik durch "methodische" Entstellung, Mathematisierung hat minimale, nicht notwendig realistische Voraussetzungen als Ziel, Vorrang der Technik, Verantwortungsbewältigende Arbeitsteilung, ahistorische Begriffe, logisch unzureichende Subsysteme (z. T.), formale Ausdiskussion bringt aber Schwächen zutage.

O'CONNOR, J.: Scientific and ideological elements in the economic theory of government policy, In: *Science and Society* 33 (1969), 385-414.

Normative Theorie der öffentlichen Finanzen, dazu Re-

- view der klassischen Wohlfahrtstheorie und der Keynes'schen Makroökonomie und eigene Kritik der orthodoxen Theorie der öffentlichen Finanzen.
- OTTE, M. (ed.): Mathematiker über die Mathematik, Springer Verlag, Berlin 1974, 481.
Sammlung von Aufsätzen zur Mathematik, von denen ein Teil (der sich zur Mathematisierung äußert) hier getrennt wiedergegeben wird.
- PAPANDREOU, A. G.: Economics as a science. J. B. Lippincott Comp., New York 1958, 148.
Modell vs. Theorie. These: Ökonomen sind hauptsächlich an Modellen interessiert. Notwendiges Hilfsmittel zur Formalisierung ist Mathematik, speziell lineare Algebra und Topologie.
- PAPANDREOU, A. G.: Theory construction and empirical meaning in economics. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 53 (1963).
Zum Methodologiestreit um die Rolle von theoretischen Annahmen in der Ökonomie.
- PARETO, V.: Mathematical economics. In: International Economic Papers 5 (1955), Macmillan, London.
2 Ebenen der Mathematisierung: 1) Ein ausschließlich mathematisches Problem, welches Konsequenzen gewisser Annahmen untersucht. 2) Die Anpassung der Annahmen und ihrer Konsequenzen an praktische Fälle. Die Beziehung dieser beiden Ebenen. Der Artikel behandelt dann ein Problem der ersten Ebene.
- PERROUX, F.: The domination effect and modern economic theory. In: Social Research 17 (1950), 198-206.
Zur Inadäquatheit des Gleichgewichtsbegriffs bei der Darstellung kapitalistischer Wirtschaft. Grund für den Ausschluss der Frage der Macht ("network of exchange" vs. "network of forces").
- PERROUX, F.: Zwang, Tausch, Geschenk - Zur Kritik der Händlergesellschaft. Curt E. Schwab, Stuttgart 1961, 176.
Zum Wesen der Wirtschaftstätigkeit. Kritik an Händlergesellschaft und ihrer Unehrllichkeit in Richtung auf verallgemeinerte Volkswirtschaftslehre. Zu Formulierungen des Gleichgewichtsbegriffs und seiner Kritik im Rahmen der Begriffe Zwang und Geschenk.
- PERROUX, F.: Structuralisme, modèles économiques, structures économiques. In: Economie appliquée, (1971), 329-351.
Versuch, ökonomische Modelle vom Strukturalismusbegriff Piaget's ausgehend zu formulieren.
- PERROUX, F.: Les concept ualisations implicitement normatives et les limites de la modélisation en économie. In: La mathématisation des doctrines informes. Hermann, Paris 1972, 192-234.
Darstellung der bisherigen Mathematisierungsansätze (lin. Algebra, Spieltheorie, Wahrscheinlichkeitstheorie). In welchem Entwicklungsstadium ist die ökonomische Theorie derzeit? Kritische Auseinandersetzung mit der Kompatibilität des individuellen Kalküls (Mikroökonomie) mit dem gesamtgesellschaftlichen (Makroökonomie).
- PERROUX, F.: The economic agent, equilibrium, and the choice of formalism. In: Economie appliquée, (1973), 249-285.
- PETER, H.: Entwicklungstendenzen der modernen ökonomischen Theorie. In: Kyklos 2 (1956), 44ff.
Grenzen der Mathematisierung in der Ökonomie werden in der Abgrenzung von Morphologie und Katalaktik deutlich.
- PFANZAGL, J.: Über die Anwendung mathematischer Methoden in den Wirtschaftswissenschaften. In: Metrika 8 (1964), 129-151.
Mathematik zur übersichtlichen Beschreibung empirischer quantitativer Gesetze, Mathematisch formulierte Annahmen, Modelle, Robustheit der Schlußfolgerungen (Kriterien für Wirklichkeitsnähe?) Gleicher zeitlicher Einsatzpunkt der Mathematisierung bei Physik und Ökonomie (Aufklärung), bei letzterer aber verfrüht, Mangel: keine Experimente möglich? Natürliche Experimente und ex-post-Analyse, Gedankenexperimente, Prognose und Rückwirkung, Partialanalyse vs. Makroanalyse. Die Notwendigkeit neuer mathematischer Kalküle für die Ökonomie: Topologie, Spieltheorie, Programmierung, Wahrscheinlichkeitstheorie, neue Meßtheorie.
- PHELPS BROWN, E. H.: The underdevelopment of economics. In: The Economic Journal 82 (1972), 1-10.
Zugrundeliegende falsche Abstraktionen haben ökonomische Theorie immun gegen dringende Probleme gemacht. Ökonometrie deshalb auch problematisch. Nötig: Beobachtungen über Verhalten, Studium der Geschichte, Aufhebung der Disziplintrennung; Mathematisierung verfrüht.
- POPPER, K. R.: Logik der Forschung. Mohr Verlag, Tübingen 1969, 441, 3. vermehrte Auflage.
Grundlegendes wissenschaftstheoretisches Werk. Bausteine zu einer Theorie der Erfahrung, speziell Falsifizierbarkeitskriterium.
- RADNER, R.: Market equilibrium and uncertainty: concepts and problems. In: M. D. Intrilligator u. D. A. Kendrick (eds.): Frontiers of quantitative economics II. North Holland Publ. Comp., Amsterdam 1974, 43-105.
Darstellung verschiedener Konzepte über Marktgleichgewichte bei Unsicherheit; in diesem Zusammenhang Aufzeigen ungelöster Probleme.
- RAMAER, J. C.: From macro to micro-and back. Some thoughts of a B. T. G. man who went into big business. In: H. C. Bos (ed.): Towards balanced international growth - Essays presented to J. Tinbergen. North Holland Publ. Comp., Amsterdam 1969, 309-326.
Zweifel an der Anwendbarkeit makroökonomischer Theorien auf die "Mikrounterwelt": Abstraktion von der Komplexität der realen Welt, Abstraktion von unvollkommenen Daten.
- RAPOPORT, L. A. DREWS, P.: Mathematical approach to long-range planning. In: Harvard Business Review 40 (1962), 75-87.
Mathematische Programmierung als Entscheidungshilfe nicht als Substitut für Entscheidung (Verschiebung von technischen Problemen zu Problemen der Zielsetzung und des Risikos). Darlegung der mathematischen Programmie-

- rung vor dem empirischen Hintergrund der Planungsprobleme einer Ölgesellschaft, Vergleich zu älteren Prozeduren.
- RAPOPORT, A.: The use and misuse of game theory, Scientific American Readings (1968), 304-312.
 Grenzen der Spieltheorie: genau derjenige Konfliktbereich, den sie analytisch abdeckt.
 Gegenstand der Spieltheorie: logische, nicht psychologische Aspekte von Strategien, Wert der Spieltheorie: nicht in den speziellen Lösungen, sondern in den verschiedenen Arten der Argumentation bei verschiedenen Konfliktsituationen, Darüberhinaus wird eine Klassifizierung von Spielen mit entsprechenden Beispielen gegeben.
- REMAK, R.: Kann die Volkswirtschaftslehre eine exakte Wissenschaft werden? In: Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik 121 (1929), 703-735.
 Optimale Volkswirtschaften, Bestimmung von Extrempunkten im volkswirtschaftlichen Phasenraum, Eine durch Koopmans wiederentdeckte volkswirtschaftliche Arbeit eines Mathematikers zum Begriff des "Pareto-Optimums" im aus den Elementarteilchen zusammengesetzten ökonomischen Phasenraum (in Analogie zur kinetischen Gastheorie).
- RICHTER, R.: Methodologie aus der Sicht des Wirtschaftstheoretikers. In: Weltwirtschaftliches Archiv 95 (1965), 242-261.
 Mathematische Theorie als "Skelett" für Erkenntnisversuche ökonomischer Phänomene, Erklärungsschemata, Bedeutung des Falsifizierbarkeitspostulats in der Ökonomie, Auseinandersetzung mit der Ceteris-Paribus Klausel, Betonung der Bedeutung der experimentellen Wirtschaftsforschung.
- RIESE, H.: Politische Ökonomie oder mathematische Scholastik? Genesis, Bedeutung und Grenzen neoklassischen Denkens, Manuskript Berlin 1973, 42.
 Ist das Instrumentarium der neoklassischen Theorie (Edgeworth-Lösung des isolierten Tausches und Walras'sche Lösung des allgemeinen Gleichgewichts zur gegenwärtigen Analyse ökonomischer Erscheinungen angemessen? Historischer Rückblick und Review der gängigen Kritik an der Neoklassik.
- RIMA, I. H.: Epilogue: Some reflections on economic theory and its methodology. In: I. H. Rima: The development of economic analysis, Richard D. Irwin Inc. 1972, 458-470.
 Zur neuen Periode der Verwendung von Mathematik, Statistik und deduktiven Schlussweisen, Wichtige Namen: Wald, v. Neumann, Bei Allokationsproblemen und Unsicherheit bedeutsam, Aber bei Hypothesenfindung Grenzen der Leistungsfähigkeit (ähnliches bzgl. der Grundannahmen).
- ROBINSON, J.: Doktrinen der Wirtschaftswissenschaft, Eine Auseinandersetzung mit ihren Grundgedanken und Ideologien, C. H. Beck, München 1965, 181.
 Zu Metaphysik, Moral und Wissenschaft im Rahmen der Darstellung verschiedener Grundkonzepte ökonomischer Theorienbildung.
- ROBINSON, J.: The second crisis of economic theory. In: American Economic Review, Papers and Proceedings 62 (1972) 1-10.
 Erste Krise (Keynes) durch Spaltung Mikro/Makro (also Isolierung der Mikrotheorie gegen Ungleichgewichtstendenzen) überwunden, Zweite Krise: Folge des unbestimmt gebliebenen Inhalts der Beschäftigungsanalyse (und-politik).
- ROBINSON, J.: Ökonomische Theorie als Ideologie, Athenäum Fischer Taschenbuch Verlag, Frankfurt 1974, 139.
 Aspekte der ökonomischen Theorie unter dem Gesichtspunkt "neue Orthodoxie" und ihre Wurzeln in der neoklassischen Tradition, Zur zweiten Krise dieser Doktrin, Elemente eines neuen (erweiterten) Rahmens.
- ROTHSCHILD, K. W.: Macht: Die Lücke in der Preistheorie. In: Schriften des Vereins für Sozialpolitik 74/1 (1972), 1097-1125.
 Verhängnisvolle Trennung des Allokationsaspektes vom Begriff der Macht (Soziologen schielen inzwischen auf ökonomischen Fortschritt anstatt ihm Impulse zu geben), Ausbruch aus Bisherigem in Richtung Ungleichgewicht, Unsicherheit schwer, Scheinpräzision unter extremen Annahmen wichtiger als harte ökonomische Probleme, Kausale Untersuchungen durch rein funktionale Untersuchungen ersetzt.
- ROTWEIN, E.: On "The methodology of positive economics." In: Quarterly Journal of Economics, 73 (1959), 554ff.
 Kritische Auseinandersetzung mit den methodologischen Untersuchungen von Friedman.
- ROTWEIN, E.: Mathematical economics: the empirical view and appeal for pluralism. In: S. R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology, Prentice Hall Inc., 1966, 102-113.
 Kritische Einstellung zur Fruchtbarkeit mathematischer Modelle in der Ökonomie, Problemstellungen in vielen Bereichen (industrial organisation, public finance) lassen sich nicht adäquat durch funktionalen Beziehungen beschreiben, Gefordert: Methodenpluralismus bei der Modellbildung.
- ROWTHORN, B.: Die neoklassische Volkswirtschaftslehre und ihre Kritiker - eine marxistische Beurteilung. In: W. Vogt (ed.): Seminar: Politische Ökonomie, Suhrkamp Taschenbuch 22, Frankfurt 1973, 235-276.
 Nationalökonomie zunehmend immanenter Kritik ausgesetzt (Ausgangspunkte entscheiden verzerrt: individualistisch; naturalistisch; Kräfte deren Wirkung nur von 2. Ordnung ist, bekommen zentrale Bedeutung), Methodische Ähnlichkeit mit der (mathematischen) Praxeologie ergibt Anschein der Relevanz - letztere muß jedoch, um praktikabel werden zu können, bestimmte Teile der ökonomischen Theorie verwerfen, Formale Ausdiskussion der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie enthüllt zunehmend ihre Inhaltslosigkeit.
- SAGOROFF, S.: Historical note on the application of mathematics in economics. In: Metrica 2 (1963), 71-74.

- These: Deutsche Wirtschaftswissenschaft war nie interessiert an der Beschreibung der Interdependenz charakteristischer variabler globaler Systeme in der reinen ökonomischen Theorie und Ökonometrie, sondern eher an Partialsystemen. Versuch einer Begründung dieser These durch historischen Rückblick.
- SAGOROFF, S.: Formale Charakteristiken der metrischen Modelle in den empirischen Wissenschaften. In: *Metrika* 11 (1966), 187-198.
- Formalwissenschaften ("gedachte Dinge") vs. Substanzwissenschaften (wahrnehmbare Dinge). Besprechung von Charakteristiken von Modellen in der Physik, Biologie, Soziologie, Ökonomie. Diskussion der Begriffe: System, Struktur, Theorie.
- SAMUELSON, P. A.: Economic theory and mathematics - an appraisal. In: *The American Economic Review, Papers and Proceedings* 42 (1952), 56-66.
- Mathematik ist Sprache (logische Identität von Worten und Symbolen) zum Mittel der Deduktion mit der bescheidenen sprachwissenschaftlichen Rolle, bestimmte empirische Hypothesen in ihre "logischen Gegenwerte" zu übersetzen. Ansonsten: Jede Wissenschaft basiert direkt auf der Induktion (Beobachtung empirischer Tatsachen).
- SAMUELSON, P. A.: Introduction: Mathematics in economics - no, no or yes, yes, yes?. In: *The Review of Economics and Statistics* 36 (1954), 359.
- Kurze Übersicht (und Polemik) zur Diskussion des Novick-Artikels: Mathematics and Economics.
- SAMUELSON, P. A.: Some psychological aspects of mathematics and economics. In: *The Review of Economics and Statistics* 36 (1954), 380-382.
- Zur Diskussion des Novick-Artikels: Für die gegenwärtige Generation der Wirtschaftswissenschaftler ist die Mathematisierung ein psychologisches Problem (dafür werden mehrere Gründe angeführt).
- SAMUELSON, P. A.: Economics and the history of ideas. In: *The American Economic Review* 52 (1962), 1-18.
- These: Diskussion unter den Ökonomen geht weniger um die Ökonomie als um Ökonomen. Würdigung und ideengeschichtliche Einordnung der "großen" Ökonomen der Gegenwart und Vergangenheit.
- SAMUELSON, P. A.: Theory and realism: a reply. In: *American Economic Review, Papers and Proceedings* 54 (1964).
- Zum Methodologiestreit über die Rolle theoretischer Annahmen in der Ökonomie.
- SAMUELSON, P. A.: Professor Samuelson on theory and realism: reply. In: *American Economic Review, Papers and Proceedings* 55 (1965).
- Stellungnahme zu den Papieren von Garbs, Massey und Lerner.
- SAUERMAN, H.: Die experimentelle Wirtschaftsforschung an der Universität Frankfurt am Main. In: H. Sauermann (ed.): Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung II. J. C. Mohr (P. Siebeck), Tübingen 1970, 2-18.
- Unmittelbare Beobachtbarkeit menschlichen Entscheidungsverhaltens (speziell unter Unsicherheit) ist wesentlicher Grund für die Anwendung der experimentellen Methode in den Sozialwissenschaften; hier in der Ökonomie: kontrolliertes Experiment bei Unsicherheit und eingeschränkt rationalem Verhalten (speziell Problem des unvollkommenen Marktes).
- SAUERMAN, H.: Introduction. In: H. Sauermann (ed.): Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung III. J. C. Mohr (P. Siebeck), Tübingen 1972, 1-5.
- Einleitung zu einer Sammlung von Konferenzbeiträgen: Darstellung der Entwicklung der experimentellen Wirtschaftsforschung in Deutschland.
- SCHNEIDER, H. K.: Ökonomische Theorie und politische Realität. In: Schriften des Vereins für die Sozialpolitik 74 (1972), 1448-1461.
- Im Rahmen der Wirtschaftspolitik liegt eher Erfahrungswissen (Faustregeln) vor als Wissenschaft. Ceteris paribus und ökonomische Realität. Zur Möglichkeit von Experimenten, Disaggregationen und Strukturanalyse wichtig.
- SCHNEIDER, H. K.: Methoden und Methodenfragen der Volkswirtschaftstheorie. In: W. Ehrlicher et al. (eds): Kompendium der Volkswirtschaftslehre 1. Vandenhoeck u. Ruprecht, Göttingen 1972, 7-15.
- Positivistischer Ansatz bei der Definition des Begriffes Ökonomie. Verweis des normativen Ansatzes in die Sozialethik. Erklärung und Prognose als logische Deduktion aus Prämissen. Schwierigkeit der Falsifizierbarkeit ökonomischer Theorien durch mangelndes Experimentierfeld. Maximierungskalkül.
- SCHOEFFLER, S.: Mathematics in economics: Some dangers. In: *Review of Economics and Statistics* 38 (1956), 88-90.
- Zur Diskussion des Novick-Artikels: Trotz wichtiger Vorteile korrekter benutzter und interpretierter Mathematik einige spezifische Gefahren: vereinfachende Annahmen, falsche Maximierungen, Begriffsrealismus, Eindeutigkeitsätze, Vernachlässigung des Qualitativen, liegt mehr am Typ der benutzten Mathematik als an der Mathematisierung selber.
- SCHOEFFLER, S.: The failures of economics: a diagnostic study. Harvard University Press, Cambridge 1955, 247.
- Intuition und ad-hoc Problemlösungsversuche im empirischen Rohmaterial, jetzt durch methodologische Diskussion zu ergänzen (tut not trotz der allgemein bekannten Abneigung davor). Gründe für den schlechten Stand der heutigen ökonomischen Theorie. Die grundlegenden methodischen Schwächen. Der ökonomische Systembegriff und seine Ausprägungen. Fallstudien. Zur Rolle der Prognose.
- SELIGMAN, B. B.: The thrust toward technique. *Quadrangle Books*, Chicago 1971, 539-791, 1962-Vol. 3 von: Main currents of modern economics.
- (Die schwedischen Beiträge. Zur amerikanischen Dichtung). Vom Realismus zur Technik (Schumpeter, Sraffa, Robinson und Chamberlin, Keynes und Nachfolger, Spieltheorie und Programmierung).

- SEN, A. K.: Collective choice and social welfare. Holden-Day Inc., San Francisco 1970, 225.
Die grundlegenden Ergebnisse und Probleme der Wohlfahrtstheorie in verbaler und axiomatisch-mathematischer Darstellung (sowie auch: Methodologisches, Kritik der Begrifflichkeit und Axiomienhalte im Rahmen der gegebenen Methodik, Interdisziplinäres).
- SHUBIK, M. (ed.): Essays in mathematical economics, in honor of O. Morgenstern, Princeton/New Jersey, Princeton University Press 1967, 475.
Bibliographie der Arbeiten von O. Morgenstern, Essaysammlung dementsprechend ausgewählter Gebiete.
- SHUBIK, M.: The uses of game theory in management science. In: Management Science 2(1955), 40-54.
Spieltheorie ist Methode, Entscheidungsverhalten in Konfliktsituationen zu studieren, Einführung in die Spieltheorie und Anwendung auf Managementprobleme. Bedeutung der kooperativen Theorie speziell in der Organisationstheorie.
- SHUBIK, M.: "Vorwort" sowie "Spieltheorie und die Untersuchung des sozialen Verhaltens: Eine einführende Darstellung". In: M. Shubik (ed.): Spieltheorie und Sozialwissenschaften, S. Fischer Verlag, Hamburg 1965, 9-85.
- SHUBIK, M.: Commodity money, oligopoly, credit and bankruptcy in a general equilibrium model. In: Western Economic Journal 11(1973), 24-38.
Klassisches Lösungskonzept für Oligopolmodelle: nicht kooperativer Gleichgewichtspunkt, Offene und geschlossene Modelle, kooperative und nichtkooperative Lösungen des Verhandlungsproblems beim bilateralen Monopol.
- SHUBIK, M.: A curmudgeon's guide to microeconomics. In: Journal of Economic Literature 3(1970), 405-434.
Besprechung der wesentlichen Gebiete der Mikrotheorie und ihrer gegenwärtigen Entwicklung (Wichtige Ergebnisse, Mängel, Sackgassen), Zum Druck der realen Probleme, Zur Bedeutung von Computermethoden und Weiterentwicklungen der Meßtheorie, Spieltheorie.
- SIMON, H. A.: A behavioral model of rational choice. In: Model of man.
Eingeschränkte vs. globale Rationalität, Konstruktion eines einfachen mathematischen Modells unter Berücksichtigung eingeschränkter rationalen Verhaltens, das kompatibel ist mit der Informationsstruktur und den Rechenfähigkeiten von Organismen.
- SIMON, H. A.: Theories of decision-making in economics and behavioral science. In: American Economic Review 49(1959), 253-283.
Normative vs. Verhaltenstheorie, Modellierung eingeschränkter rationalen Verhaltens, Wahrscheinlichkeitstheorie, Spieltheorie, Entscheidungs- und Adaptionsprozesse.
- SMITH, V. L.: Economic theory and its discontents. In: American Economic Review 64(1974), 320-322.
Ökonomische Problemstellungen und soziale Relevanz.
- SLOW, R.: The survival of mathematical economics. In: The Review of Economics and Statistics 36(1954), 372-377.
Zur Diskussion des Novick-Artikels: Problematische Mathematisierungen nur am Rande, Mathematik ist im Bereich spezieller Probleme zentrale Methode mit wachsender Bedeutung.
- STIGLER, C.: Mathematics in economics: further comment II. In: Review of Economics and Statistics 37(1955), 297-300.
Zur Diskussion des Novick-Artikels: 15 Klassen ökonomisch-mathematischen Standards (statt der 2 "mathematisch" und "non-mathematisch" der Samuelson-Polemik). Prozeß der Übersetzung der nicht mathematischen Teile ist im Gange, Dies sind aktuelle, im Vorfeld der kommenden harten empirischen Untersuchungen notwendige Arbeiten, deren übermäßiges Fortdauern jedoch Probleme aufwerfen wird.
- STONE, R.: Mathematics in the social sciences. In: R. Stone: Mathematics in the social sciences and other essays, Chapman and Hall, London 1966, 1-18.
Überblick über die Anwendung einiger moderner mathematischer Techniken auf ausgewählte Probleme in den Sozialwissenschaften (z. B. Geburts- und Todesprozesse, epidemische Modelle).
- STONE, R.: The apriori and the empirical in economics. In: R. Stone: Mathematics in the social sciences and other essays, Chapman and Hall, London 1966, 283.
- STREETEN, P.: Besprechung von H. C. Bos (ed.): Towards balanced international growth, essays presented to J. Tinbergen, North Holland, Amsterdam, 1969. In: The Economic Journal 80(1970), 679-688.
Kurze Charakterisierung (anhand von Keynes-zur Mathematisierung bei Tinbergen): "Much more interested in getting on with the job than in deciding whether the job is worth getting on with". Mathematische Präzision täuscht, Irrelevanz der Fragestellung, Eleganz, Klarheit und Konsistenz ist zu wenig.
- STREISSLER, E.: Was ist Ökonometrie, was will sie und was hat sie bisher geleistet?. In: Allgemeines Statistisches Archiv 46(1962), 357-373.
Begriffsdefinitionen der Ökonometrie, Abgrenzung gegen mathematische Wirtschaftstheorie, Aufgabe: Überprüfung alternativer Erklärungen an der Empirie, Vermittlung von Größenvorstellungen über Strukturkonstanten, Aufbau ökonomischer Modelle.
- STREISSLER, E.: Structural economic thought, On the significance of the Austrian school today. In: Zeitschrift für Nationalökonomie 29(1969), 237-266.
Mikro vs. Makro (zur Bedeutung von strukturellen Veränderungen innerhalb der Aggregate), Mittelwerte und Varianzen, Bedeutung dieser Begriffe für die ökonomische Theorie (ihre quantitativen Begriffe und deren Beziehungen), Bezüge zur österreichischen Schule.
- SWEETZ, P. M.: Towards a critique of economics. In: Monthly Review(1970).

Paradigma der Nationalökonomie bewirkt Trivialisierung des (sozialwissenschaftlichen) Inhalts (Verfeinerung der Techniken-"social engineering"). Dem entgegen gestellt: Paradigma des Marxismus (Gründe für mäßige Weiterentwicklung von letzterem trotz schlagender Überlegenheit erläutert).

THEOCHARIS, R. D.: Early developments in mathematical economics. Macmillan & Co. Ltd., London 1961, 142.

Kuriositätenkabinett der mathematischen Ökonomie vor Cournot. Nichts davon hat in unmittelbarer Form überlebt. Mit Bibliographie, Cournots Nachfragefunktion erste permanent wertvolle Idee (Lionel Robbins im Vorwort).

TINBERGEN, J.: The function of mathematical treatment. In: The Review of Economics and Statistics 36 (1954), 365-369.

Zur Diskussion des Novick-Artikels: Funktion der Klaren Notation, Hypothesenformulierung und Testung. Funktion der Verknüpfung partieller Theorien, Gefahr bei Anwendung in der Problemgrundlegung, Gefahr der Verzerrung bei komplexer mathematischer Darstellung, Ausbau der empirischen Basis nötig.

TINBERGEN, J. u. BOS, H. C.: "Introductory". "Use of mathematical methods" und "Some critical and concluding remarks". In: J. Tinbergen u. H. C. Bos: Mathematical models of economic growth. McGraw Hill, New York 1962, 7-14, 113-118. Mathematische Modelle in der Entwicklungspolitik und Entwicklungsplanung, Unterscheidungskriterien zu sonstigen mathematischen Modellen: direkte Anwendbarkeit, leichte Handhabbarkeit für die Benutzer.

TINTNER, G.: Some Thoughts about the state of economics. In: S. R. Krupp (ed.): The structure of economic science, essays in methodology. Prentice Hall Inc., 1966, 114-128.

TINTNER, G.: Methodology of mathematical economics and econometrics. International Encyclopedia of Unified Science. II: Foundations of the Unity of Science, II, No. 6, University of Chicago, Chicago 1968, 113.

Definition des Begriffs Ökonomie unterliegt ständiger Wandlung. Methodologische Probleme in der mathematischen Ökonomie, Ökonometrie, Wohlfahrtstheorie und Wirtschaftspolitik.

VOGT, W.: Erich Schneider and economic theory. In: The German Economic Review 2 (1971), 281-304.

Zum Werk von E. Schneider und seiner Grundanliegen (zur Einheit der ökonomischen Theorie, Grundprinzip der Knappheit, zentrales Problem: Ressourcenallokation, komplexe quantitative Beziehungen und statistische Gesetze). Zentrale Methode: Die Modellierung (bei der Erfassung des modus operandi). Genesis gehört in Wirtschaftsgeschichte und Soziologie. So methodisch bestimmt ist offensichtlich Mathematik die geeignete Analyse-methode. Abtrennung von der Wirtschaftspolitik.

VOGT, W.: Einleitung. In: W. Vogt (ed.): Seminar: Politische Ökonomie. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 22, Frankfurt 1973, 7-20.

Aufschwungphase der Kritik (aufgrund brennender Pro-

bleme: Insider jetzt-zusätzlich zur bisherigen Kritik der Soziologen und Ideologiekritik der Marxisten). Paradigmawechsel oder stetige kritische Weiterentwicklung (bei Allgemeiner Gleichgewichtstheorie)? Realitätsferner Ausbau mathematischer Methoden und Modelle (Vorseלבständigkeit der Theorie).

VOGT, W.: Zur Kritik der herrschenden Wirtschaftstheorie. In: W. Vogt (ed.): Seminar: Politische Ökonomie. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 22, Frankfurt 1973, 179-204.

Immanente Kritik (technische Eleganz, inhaltliche Irrelevanz). Altes Paradigma: Souveränität der konstituierenden Einzelteile; Folgerung: Harmonie und allgemeines Gleichgewicht (Rest: externe Effekte). Nur Formalisierungsfortschritte. Allgemeine Gleichgewichtstheorie zirkelhaft, Praktisch negiert (durch Keynes).

WARD, B.: What's Wrong with economics? Basic Books Inc. Publishers, New York 1972, 273.

Kuhn'sche Begrifflichkeit (Tests) auf die Wirtschaftswissenschaft angewandt, Mängel des neoklassischen und des marxistischen Vorgehens, Methodologische Kritik und Ausblicke.

WEIZSÄCKER, v. C. C.: Kenneth Arrow's contribution to economic science. (Arbeiten aus dem Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung, Rheda), Bielefeld 1972, 22.

Besprechung insbesondere von Beiträgen zur ökonomischen Theorie: a) des allgemeinen Gleichgewichts (Existenz, Stabilität, Optimalität und Zentralisation), b) bei Einfluß von Unsicherheit, c) von Wachstum und technischem Fortschritt, d) intertemporärer Entscheidungen und optimalen Wachstums, e) der kollektiven Wahl, f) der mathematischen Programmierung und der statistischen Entscheidungstheorie. Dabei Trend zu neuen mathematischen Methoden, die die nötigen Annahmen immer stärker auf ökonomisch bedeutsame hin verändern.

WHITE, D. J.: A critique of "A. Begeed-Dov u. M. Klein: Research methodology in the management sciences: Formalism and empirism". In: Operational Research Theory Quarterly 21 (1970).

WHITIN, T. M.: The role of economics in management science. In: M. Shubik (ed.): Essays in mathematical economics in honor of O. Morgenstern. Princeton/New Jersey, Princeton University Press 1967, 283-295.

Zum weiten Auseinanderklaffen von Theorie und Praxis (am Beispiel der Beziehung: ökonomische Theorie - Managementwissenschaft). Zur Notwendigkeit anderer Modellierungen (als der der "representative firm" z. B.).

WILD, J.: Probleme der theoretischen Deduktion von Prognose. Zeitschr. für die gesamte Staatswissenschaft 126 (1970), 553-575.

Ist die deduktive Ableitbarkeit von Prognosen aus empirischen Gesetzen ein Abgrenzungskriterium für Wissenschaftlichkeit? Symmetrie von Erklärung und Prognose, Darstellung eines logischen Ableitungsschemas für Erklärungen, Prognosen und Detraquesen. Prognosehierarchie.

WILD, J.: Zur prinzipiellen Überlegenheit theoretisch de-
duzierter Prognosen, In: Zeitschrift für die gesamte
Staatswissenschaft 128(1972), 149-155.

Auseinandersetzung mit von Knorring (speziell zur Sym-
metriethese).

WILKE, G.: Protokoll der III. Internationalen wissen-
schaftlichen Tagung 'Mathematik und Kybernetik in der
Ökonomie'. In: Wirtschaftswissenschaft, 1972, 1872-1878.
Überblick über Themen und Referenzen.

WILLIAMS, A.: Cost-Benefit analysis: Bastard science? And/
or insidious poison in the body politic? In: Journal of
Public Economics 1(1972), 199-225.

WILSON, E. B.: Mathematics in economics: further comment I.
In: Review of Economics and Statistics 37(1955), 297-300.

Zur Diskussion des Novick-Artikels: Ergänzungen zu
Novicks Ausführungen, Wenig Inhalt in der Diskussion
zu Novick gewesen (bis auf Harris), Viele Begriffs-
mißverständnisse, Pezüge zu Naturwissenschaft, Sonderrol-
le der Statistik.

WISCHNEW, S. M.: Über die Erhöhung der Effektivität der
ökonomisch-mathematischen Methoden, In: Sowjetwissenschaft/
Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge 26(1973), 1313-
1322.

Zum Mißverständnis von Theorie und Praxis, Analyse der
inneren u. äußeren Faktoren, die die Realisierung des
ökonomisch-mathematischen Methodenpotentials erschwe-
ren, Zum Zusammenhang der Herausbildung von logischen
Schemata u. empirischen Daten, 4 mögliche Phasen wis-
senschaftlicher Entwicklung.

WONG, S.: The 'F-Twist' and the methodology of P. Samuelson,
In: American Economic Review 63(1973), 312-325.

WORSWICK, G. D. N.: Besprechung von: C. R. Krupp (ed.): The
structure of economic science, Prentice Hall, 1966. In: Eco-
nometrica 36(1968), 617-618.

WORSWICK, G. D. N.: Is progress in economic science pos-
sible? In: The Economic Journal 82(1972), 73-86.

ZELENY, J.: Die Wissenschaftslogik bei Marx und 'Das Ka-
pital', Europäische Verlagsanstalt, Frankfurt 1972, 333.

Zur dialektisch-materialistischen strukturell-gene-
tischen Analyse-Methode im Marx'schen 'Kapital', Über-
windung des einseitig quantitativen Standpunkts, Fixe
vs. elastische Begriffe - die Relativität der Formen der
Wirklichkeit, Kausalität und Widerspruch, Hegels und
Marx' Verhältnis zur Idee des Mathematismus, Die Mar-
x'sche Hegelkritik.

Nachtrag

JOHANSEN, L.: Ragnar Frisch's contributions to economics,
Reprint Series No. 58, University of Oslo 1969, 302-324.
Grundforderungen (Frisch) Exaktheit, Quantifizierbar-
keit, empirischer Gehalt (Bemerkungen zur Einheit von
Theorie und Messung, Beispiele), Blickrichtung Wirt-
schaftspolitik (keine leeren, formalen Theorien), Be-
merkungen zur Autonomie und Identifikation bei öko-
nomischen Beziehungen, Ungleichgewichte, Planung.

KOTOW, I. W.: Mathematische Methoden in der Ökonomie, Ver-
lag Die Wissenschaft, Berlin 1974.

PERSONENVERZEICHNIS ZUR MATHEMATISIERUNG

ADORNO SOZ 206, 207, 220, 233
 ALBERT PSY 170; SOZ 212
 ARCHIMEDES CHE 23
 ARDANO MED 88
 ARROW REC 189, 194; WIR 256
 ASHBY PAD 125, 127
 ATIYAH XXX 265
 ATKINSON PAD 119, 121, 123, 124, 135
 AUGUSTINUS THE 241
 AUSUBEL PAD 117

 BACON MED 90; SOZ 205
 BALLHAUSEN CHE 26
 BALSÉN CHE 27
 BARTHOLOMEAY MED 95
 BARTHOLOMEW SOZ 224
 BARTLETT MED 92
 BARTON CHE 28; SOZ 214
 BECHTEREW PSY 159
 BELLMAN MED 89
 BERG SOZ 206
 BERLYNE PAD 127
 BERNAL PAD 98
 BERNARDO REC 187, 193
 BERNOULLI MED 88, 89; WIR 250
 BESSMERTNY HIS 51
 BEZDEK BIO 10
 BIDDLE PAD 105, 132
 BIENAYME MED 89
 BINET PAD 107
 BIRKHOFF PAD 124
 BISHOP CHE 26
 BLALOCK SOZ 223
 BLOOM PAD 118
 BOEGE XXX 270
 BOLLNOW PAD 106
 BOLTZMANN CHE 27; XXX 269
 BONDY PSY 160
 BOOSS PAD 109, 110; PHY 139; WIR 257
 BORELLI MED 88, 94
 BOUDON PAD 109; SOZ 223, 224
 BOURBAKI PAD 134; XXX 268, 270
 BRACHT PAD 108
 BRAGINA HIS 52
 BRAITHWAITE MED 87
 BREZINKA PAD 106
 BRINKMANN REC 194
 BRUMSWICK SOZ 207
 BRUNER PAD 121
 BUBER SOZ 220
 BUCHANAN MED 93
 BUEHLER PSY 160
 BULTMANN SOZ 229
 BUNGE PAD 106, 110, 111, 112, 114, 115, 116,
 133, 134; PSY 163
 RUSH PAD 119

 CAMPANELLA SOZ 205
 CANARIS REC 192, 193
 CARNAP LIN 75; PAD 99; THE 243, 244
 CARVER PAD 108
 CHANDRASEKHAR ERD 42
 CHARNEY ERD 35
 CHOMSKY LIN 69, 70, 75
 CHURCHMAN PAD 123
 CHWOSTOWA HIS 51

 CINLAR MED 95
 COLBY PAD 131
 COMTE SOZ 205 218
 CONTE REC 187 193
 COURNOT WIR 250
 COWAN BIO 9
 CRONBACH PAD 107
 CROTHERS PAD 120, 121, 122
 CRUSE BIO 11
 CUMMINS CHE 29
 CURIE ERD 44
 CUSANUS PHY 137

 D'ALEMBERT MED 89
 DAHRENDORF SOZ 207
 DALENOORT PAD 131
 DARWIN PSY 159
 DAVIDSON THE 243
 DE SAUSSURE LIN 58, 59, 69, 70
 DEMOKRIT SOZ 205
 DEOPIK HIS 52, 53
 DESCARTES MED 94
 DEWEY PAD 134; PSY 159
 DILTHEY PAD 99; PSY 159
 DIRAC PHY 146
 DOLE MED 84, 86
 DOMB CHE 30
 DRESS PAD 133
 DROBISCH PSY 158
 DSCHAFAROW PAD 112, 115, 116, 134
 DUERCKHEIM SOZ 214
 DUNKIN PAD 132
 DYSON PHY 139

 EBBINGHAUS PSY 158, 159
 EDISON PSY 161
 EIGEN XXX 266
 EILENBERG BIO 11
 EINSTEIN PAD 102
 ENGELS SOZ 205
 ESTES PAD 119, 123; PSY 161
 ETHERINGTON MED 91
 EULER MED 88, 95

 FECHNER PSY 158, 166
 FELLER MED 89
 FERNEL MED 88
 FJOERTOFT ERD 35
 FLEMMING SOZ 207
 FOERSERLING CHE 31
 FRANK PAD 134
 FREGÉ LIN 75
 FREUD SOZ 206
 FRISCH XXX 270
 FUCHS SOZ 229

 GAINES PAD 119, 124, 125, 128, 129, 130, 131,
 135
 GALANTER PAD 119
 GALILEI CHE 23; PHY 137; PSY 163; THE 241
 GALTON MED 89; PSY 159, 167
 GARVIN PAD 131
 GIBBS CHE 27
 GIERER BIO 14
 GLANSDORFF CHE 31
 GLASER REC 194
 GOERNER PAD 133
 GOFFMANN SOZ 231
 GOGUEN MED 93

GOLDBERG SOZ 224
GOMPERTZ BIO 15
GOSSEN WIK 250
GRAETZER LIN 75
GREEN CHE 30
GRIMM REC 193
GRIMMER REC 194
GROTIUS REC 176
GUTHRIE PAD 119
GUTTMANN SOZ 207, 222

KLUEVER REC 193
KLUG REC 192, 193
KOSTJUK PAD 135
KRELLE REC 193
KRONECKER THE 241
KRUSKAL SOZ 222
KUHN CHE 31, 32; PAD 134
KULA HIS 53
KUNKIN PAD 105

HAAG REC 191, 193, 194
HABERMAS SOZ 210, 229
HACKER PAD 106
HADELER BIO 14
HAGEN PAD 105
HALRWACHS SOZ 219
HAMANN SOZ 231
HAMPEL XXX 267
HARDER PAD 110; PSY 157
HARRIS LIN 57
HARSANYI SOZ 225
HARVEY MED 88
HEGEL SOZ 205, 206, 233
HEIDEGGER SOZ 220, 231
HEIPCKE PAD 112, 113
HEISENBERG PHY 142, 149; SOZ 228
HELMHOLTZ PSY 158
HERBART PSY 158
HERMAN MED 89; PHY 150
HILBERT MED 88
HJELMSLEV LIN 69, 70
HOBBS REC 176
HOFMAN REC 189, 194
HOFSTAETTER PSY 160
HOLZKAMP PAD 111
HOMAN SOZ 214
HOPKINS PAD 108
HORN REC 194
HULL PAD 119, 120; PSY 161
HURST CHE 30

IOSIFESCU MED 89
ITELSON PAD 105

JAHR REC 193
JAKOBINSKI SOZ 226
JAKUBSKI HIS 53, 53
JAMES PSY 159
JASPERS SOZ 220
JENSEN PAD 134
JOHANSEN XXX 269

KAC MED 84, 87, 92
KAISER BIO 15
KALINOWSKI REC 193
KALLIKOURDIS PAD 131
KAMBARTEL SOZ 229
KAMIN PAD 107
ANT PSY 163
KENDALL MED 89, 92; PSY 164
KEPLER PHY 137
KEUTH REC 191, 194
KEYNES WIK 253, 254
KIBBLE PHY 140
KLAUS LIN 62
KLEENE PAD 122
KLEIST SOZ 231
KLIEMANN SOZ 233

LADIERER THE 244
LAGRANGE MED 88
LANDA PAD 135
LANDAU CHE 31
LANDINO HIS 52
LANGEVELD PAD 108
LAPLACE MED 89
LARENZ REC 192
LAZARFELD SOZ 206, 207
LEES LIN 70
LEIBNIZ REC 175; SOZ 216
LENIN SOZ 227
LEONTJEW PAD 112, 115, 116, 134
LEWIN PAD 115, 133
LIFSCHITZ CHE 31
LINDENMAYER MED 89
LOCY MED 86
LORENZEN PAD 132
LOTKA MED 91
LUCE PAD 119
LUHMANN REC 190, 192

MAIHOFFER REC 193
MAISTROV MED 89
MALMBERG LIN 59
MALTHUS BIO 15
MANNHEIM SOZ 210, 227
MARCUSE SOZ 220
MARKOFF PAD 110; SOZ 219
MARUYAMA PAD 133
MARX SOZ 205, 206, 220
MAURER PAD 122
MAXWELL CHE 23
MAYER BIO 12; MED 88
MCLANE BIO 11
MEADOWS SOZ 219, 224
MEDAWAR MED 90
MEILE PAD 106
MENGER REC 188, 193
MERTON SOZ 212, 218, 228
MIHOC MED 88, 92, 93
MILL MED 92
MIRONOW HIS 52
MONTAGUE LIN 69, 75; THE 243
MORENO SOZ 214
MORUS SOZ 205
MUELLER SOZ 233
MUELLER-MEHRBACH REC 193
MUKAROVSKY SOZ 226
MYRDAL SOZ 227

NEWELL PAD 131, 135
NEWTON ERD 36; MED 94; PAD 120; PHY 137;
REC 175, 181; SOZ 216
NICKLIS PAD 105, 124, 134, 134
NIETZSCHE SOZ 228
NOHL PAD 99, 117
NOONEY MED 86

OGBURN SOZ 217

ONSAGER ERD 44
OPPELT PÄD 135
OSLER MED 93
OTTE PÄD 133

PAPERT PÄD 134, 134
PARSONS SOZ 206, 214, 216, 228
PARTEE LIN 75, 76, 77, 78
PASK PÄD 119, 124, 126, 127, 128, 131, 132,
135
PAULSON PÄD 124, 135
PAULUS SOZ 205
PAWLOW PÄD 135; PSY 159, 161
PEARSON MED 91; PSY 159, 167
PFANZAGL SOZ 222
PHILIPPS REC 188, 193
PIAGET PÄD 117, 133
PICASSO SOZ 228
PICKERING MED 93
PIKE CHE 29
PLATON PHY 137; SOZ 204
PODLECH REC 189, 191, 193, 194
POISEVILLE MED 88
POPP REC 189, 194
POPPER PSY 163
PRIESTER REC 193
PRIGOGINE CHE 31
PUCHTA REC 176
PYKE MED 95

QUENEAU MED 86, 91
QUETELETT SOZ 205

RAEITHEL PÄD 106; PSY 169
RAJAGOPAL MED 88
RANDALL MED 84
RAD PSY 164
RASHEVSKY BIO 11; MED 95
RAVE REC 194
REED PHY 139
REICHARDT BIO 12, 14
RESCHER THE 245
ROEDIG REC 191, 193, 194
ROSE BIO 11
ROZENBERG MED 89
RUMPF PÄD 106

SANFORD PÄD 111
SARTRE SOZ 220
SCHAFF SOZ 220
SCHELER SOZ 210
SCHELLING SOZ 225
SCHLINK REC 189, 194
SCHMIDT REC 193
SCHNAPPER-ARNDT SOZ 205
SCHNELLE THE 243
SCHROEDINGER MED 88; SOZ 228
SCHWARTZ MED 88
SCOTT PÄD 131, 132
SEEGER PÄD 106
SELTEN SOZ 225
SELUNSKAJA HIS 51
SEVE PÄD 98, 98
SHANK PÄD 131
SHANNON PSY 162
SHEYNIN MED 89
SHORTLIFFE MED 93
SHUBIK SOZ 225
SIGNORELLI PÄD 115

SIMON PÄD 131
B. PHY 139
H. A. PÄD 135
SKINNER PÄD 119
SMITH BIO 15
SNOW SOZ 220
SOMMER PHY 146
SPEARMAN BIO 13; PSY 161; SOZ 222
SPRANGER PÄD 99
STACHOWIAK PÄD 112
STADLER PÄD 106
STANLEY PÄD 108
STAPP PÄD 100, 119
STEGMUELLER THE 243, 244
STEINER REC 192
STEPHANITZ REC 192, 193
STERLING MED 88
STIGLITZ HIS 53
STRANONOVICH BIO 15
STRASSER PÄD 106
STREIT SOZ 224
STUART PSY 164
SUEN-TSE MED 89
SUPPES LIN 81; PÄD 119, 120, 121, 122, 123
SYSKI MED 95

TALYZINA PÄD 135
TARDE SOZ 226
TARSKI LIN 75, 76; THE 243
TATSUOKA PÄD 114
TAUTU MED 88, 89, 91, 92
THIEDIG REC 183
THOM XXX 268, 269
THOMPSON MED 91
THORNDIKE PÄD 105, 119; PSY 161
THURSTONE BIO 14; PSY 161
TOLMAN PÄD 119
TOMAN PSY 160
TOPOLSKI HIS 53
TUCKWELL BIO 15

UGI CHE 28
ULAM MED 84, 87, 92
USJANOW HIS 53

V.BERTALANFFY BIO 13
V.BJERKNES ERD 40
V.NEUMANN BIO 13; ERD 35; MED 88; SOZ 221
V.SAVIGNY REC 193
VAN DER VAART MED 91
VAN DER WAERDEN MED 84
VESPUCCI MED 89
VICO THE 241
VIETE MED 84
VOLTERRA MED 89, 91

WADDINGTON PÄD 133
WAGNER REC 193
WALRAS WIR 250
WALTON MED 92
WATSON MED 89; PÄD 119; PSY 159
WEAVER PSY 162
WEBER PSY 158; SOZ 210
WHITESITT REC 194
WIEACKER REC 188, 192, 193
WIENER MED 88; SOZ 233
WINDGRAD PÄD 134, 134
WOLF REC 193
WOLFENDEN MED 89

WOODGER MED 91
WRIGHT REC 193; THE 245
WUNDT PSY 158, 159; SOZ 205
WYCZANSKI HIS 53

YAMAMOTO MED 83
YOUNG MED 88
YULE MED 89

ZADEH MED 93
ZEEMAN XXX 265
ZIEGLER SOZ 221
ZIEZOLD XXX 270

DIE FOLGENDE LISTE IST NOCH NICHT SYSTEMATISIERT, ALSO LEDIGLICH EIN INDEX VON PHONEMEN AUS DEM BEREICH DER MATHEMATISIERUNG UND KEIN WIRKLICHER BEGRIFFSINDEX.

- ABBILD PÄD 102
ABBILDUNG PÄD 109, 110, 112, 116, 121, 126
 BIOLOGISCHE BIO 12
 INVERSE BIO 9
 RECHTSEINDEUTIGE PÄD 119
ABBILDUNGSMETHODEN PÄD 105
ABGESCHLOSSENE SYSTEME BIO 13
ABLAUF, LOGISCHER REC 178
ABSCHAETZUNGEN, PARAMETRISCHE BIO 10
ABSOLUTE SYMMETRIE CHE 26
ABSOLUTE WAHRHEIT LIN 78
ABSTRAKTE MODELLE PÄD 103
ABSTRAKTION PÄD 104, 110, 111, 121; PHY 147;
 THE 243; XXX 269
 EXTREME PÄD 119
 REDUKTIVE PÄD 112
ABSTRAKTIONEN MED 89, 91, 95
ABSTRAKTIONSGRAD PHY 149
ABSTRAKTIONSNIWEAU XXX 267
AD-HOC-THEORIEN PÄD 99
ADAEQUATE SPRACHE MED 87
ADAPTIVE AUTOMATEN PÄD 110
AEHNLICHSKEITSERWAEGUNGEN, MATERIALE REC 183
AENDERUNG SOZ 217
AEQUIVALENZEN, NATUERLICHE BIO 11
AGGREGAT BIO 9
AGGREGATIONSMODELL SOZ 216
AKTIVER REGULATIONSPROZESS PÄD 102
ALGEBRA PSY 164; XXX 266
 BOOLESCHE REC 190
 LINEARE PSY 164
ALGEBRAISCHES RECHNEN MED 84
ALGEBREN, GENETISCHE MED 91
ALGORITHMEN PÄD 101, 102; SOZ 231, 233;
 WIR 251; XXX 269
ALGORITHMISCHE ENTSCHEIDUNGSVERFAHREN THE 244
ALGORITHMISCHE MATHEMATIK SOZ 211
ALGORITHMISCHES MODELL BIO 15
ALGORITHMISIERENDE TAEITIGKEIT PÄD 104
ALGORITHMUS XXX 270
ALLGEMEINE GESETZMAESSIGKEITEN PÄD 115
ALLGEMEINES GLEICHGEWICHT WIR 251
ALLGEMEINHEIT WIR 255
AMPLITUDENCODE BIO 12
ANALOGIEN MED 95
ANALOGIESCHLUESSE REC 183
ANALYSE HIS 51; LIN 65, 69; MED 92, 95;
 PÄD 116, 132; WIR 258; XXX 270, 270
ANALYSE VON DATEN, FORMALISIERTE SOZ 222
ANALYSE, EXPLIZITE PÄD 130
 MATHEMATISCHE MED 87
 MULTIVARIATE SOZ 234
 NUMERISCHE ERD 41, 42
 STATISTISCHE SOZ 211
ANALYSEEINHEIT SOZ 217
ANALYSEMETHODEN PÄD 105
ANALYSEN, LOGISCHE REC 179
 STATISTISCHE MED 92
ANALYSIERBARKEIT, MATHEMATISCHE WIR 258
ANALYSIS PSY 164; WIR 257
ANALYTISCHE DATEN PÄD 107
ANALYTISCHE GEOMETRIE PSY 164
ANALYTISCHE STUFE MED 91
ANALYTISCHE ZUSAMMENHAENGE PHY 143
ANGEWANDTE MATHEMATIK SOZ 205; XXX 266
ANGEWANDTE STATISTIK PSY 164; SOZ 234
ANGEWANDTE WAHRSCHEINLICHKEIT MED 95
ANORDNUNG, RAEUMLICHE CHE 27
ANSAETZE, SYSTEMTHEORETISCHE PÄD 102
ANTEIL, IRREVERSIBLER ERD 35
 REVERSIBLER ERD 35
ANTHROPOMETRISCHES LABORATORIUM PSY 159
ANWENDBARKEIT WIR 255
ANWENDUNG WIR 248
- PRAKTISCHE SOZ 210
 SOZIOMETRISCHE SOZ 223
 APPARAT, MATHEMATISCHER PHY 149
ARITHMETIK THE 241
ARITHMETISCHE MITTELUNG BIO 10
ARITHMETISCHE FOLGE PSY 158
ASYMMETRIEZENTREN CHE 27
ATMOSPHAERISCHES MODELL ERD 35
AUFLUESUNG DES RECHENGITTERS ERD 40
AUFZAEHLUNG LIN 70
AUSSAGEFAEHIGKEIT SOZ 235
AUSSAGEN, FAKTISCHE REC 181
 MODALE LIN 66
AUSSAGENLOGIK REC 187; SOZ 212
AUSTAUSCHKOEFFIZIENTEN ERD 44
AUSWAHLEINHEIT SOZ 217
AUSWAHLVERFAHREN REC 180
AUSZAHLUNGSMATRIX REC 189
AUTOMAT PÄD 128
AUTOMATEN, ADAPTIVE PÄD 110
 ENDLICHE PÄD 122
 KOMPLEXE MED 94
AUTOMATENTHEORIE LIN 66, 75; PÄD 122; PSY 169
AUTOMATISCHE TRAINER PÄD 124
AXIOMATIK MED 91
AXIOMATISCHE STUFE MED 91
AXIOMATISCHE THEORIE PHY 143
AXIOMATISIERUNG THE 241, 245
AXIOME MED 91; PHY 146; REC 175, 178
AXIOMS LIN 70
- BEDEUTSAMKEIT WIR 255
BEDEUTUNGSSTRUKTUR PÄD 130
BEDINGTE VORHERSAGE WIR 252
BEGRIFFE THE 241
 THEORETISCHE MED 91
BEGRIFFLICHE STRUKTUR PÄD 114
BEGRIFFSBILDUNG, EXAKTE THE 243
BEGRIFFSSYSTEM PÄD 112
BEOBSACHTUNGEN MED 86, 91
 VERIFIZIERTE MED 91
BEOBSACHTUNGSDATEN ERD 41
BEOBSACHTUNGSFEHLER ERD 48
BEOBSACHTUNGSMETHODEN PÄD 105
BEOBSACHTUNGSSPRACHE THE 244
BERECHNUNG MED 95
BERECHNUNGSVERFAHREN MED 84
BESCHREIBEN XXX 269
BESCHREIBUNG CHE 27; LIN 65, 66, 68, 69;
 PÄD 131; XXX 264
 FORMALISIERTE PÄD 105
 QUANTITATIVE CHE 27
 WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORETISCHE XXX 265
BESCHREIBUNGEN, KINEMATISCHE XXX 264
BESCHREIBUNGSEINHEIT SOZ 217
BESTIMMUNG, ZAHLENMAESSIGE XXX 269
BEWEGUNGSGLEICHUNG CHE 31
BEWERTUNG DER REPRaesENTATIVITAEET HIS 53
BEWERTUNGEN REC 178
BEZIEHUNG SOZ 218
 FUNKTIONALE SOZ 206
 HYPOTHETISCHE XXX 269
BEZIEHUNGEN LIN 62; REC 178
BILANZFORM ERD 36
BINAERE RELATIONEN BIO 11
BIOLOGIE, MATHEMATISCHE MED 86
BIOLOGISCHE ABBILDUNG BIO 12
BIOLOGISCHE DATEN BIO 9
BIOLOGISCHE FUNKTIONEN BIO 11
BIOLOGISCHE REGELSYSTEME BIO 12
BIOLOGISCHES SYSTEM BIO 11
BIONIK PÄD 114
BLACK BOX MED 87
BOOLESCHE ALGEBRA REC 190
BOTTOM-UP OPERATOR PÄD 106
BRUECHE SOZ 217
- CATALOGUE RAISONNE MED 91

CHARAKTERISTIKEN, QUANTITATIVE HIS 52
CHIFFRIERTE ERKENNTNISSE XXX 263
CHRONOLOGIE HIS 52
CODES BIO 12; LIN 59, 61
CODES LIN 62
CODIERUNG LIN 62
COMPUTER SOZ 213
COMPUTERPROGRAMM SOZ 235
COMPUTERSIMULATION BIO 14
COMPUTERTECHNOLOGIE SOZ 211
CONTINUITY LIN 61
CROSSING SYMMETRY PHY 147
CULTURAL LAGS SOZ 217
CURVE FITTING XXX 269

DARSTELLUNG, GRAPHENTHEORETISCHE BIO 11
GRAPHISCHE MED 92
DARSTELLUNGEN, HOEHER-DIMENSIONALE GRAPHISCHE
XXX 265
DARSTELLUNGSWEISEN, FORMAL-LOGISCHE REC 180
DATA PÄD 122
DATEN HIS 52; MED 86, 91; PÄD 110; PHY 142;
SOZ 208, 209, 211, 213, 222, 223;
XXX 270
DATEN-EXPLOSION CHE 28
DATEN-REDUKTION CHE 28
DATEN, ANALYTISCHE PÄD 107
BIOLOGISCHE BIO 9
EMPIRISCHE REC 184
EXPERIMENTELLE XXX 269
HALBPHÄNOMENOLOGISCHE PHY 147
INFORMATIONSRICHTE CHE 28
METRISCHE SOZ 222
NUMERISCHE MED 86
PSYCHOLOGISCHE PSY 159, 160
STATISTISCHE PÄD 107
UNSAUBERE SOZ 234
DATENANALYSE SOZ 222
DATENANALYSEINSTRUMENT SOZ 211
DATENANALYSEMETHODEN PÄD 105
DATENANGPASS WIR 253
DATENERHEBUNG SOZ 214, 215
DATENERHEBUNGSVERFAHREN SOZ 221
DATENLAGE SOZ 217, 219, 222
DATENMAESSIGE UEBERPRUEFBARKEIT SOZ 211
DATENMATERIAL THE 241; XXX 264
DATENQUELLEN SOZ 209
DATENREDUKTION SOZ 211, 222
DATENREIHE SOZ 217
DATENSCHWEMME MED 86
DATENTYPEN SOZ 209
DATENVERARBEITUNG ERD 41; REC 190
DATENVERARBEITUNGSANLAGEN ERD 35
DECODING LIN 61
DEDUKTION, LOGISCHE REC 178
DEDUKTIONEN, LOGISCHE REC 180
DEDUKTIVE LOGIK THE 245
DEDUKTIVES SYSTEM MED 86, 91
DEDUZIEREN XXX 268
DEEP STRUCTURE LIN 71
DEFINITION LIN 69
DEFINITIONEN REC 175
EXAKTE REC 178
STRENGE MED 91
DEKODIEREN PÄD 118
DENKEN, MATHEMATISCHES REC 175
QUALITATIVES REC 178
QUANTITATIVES MED 88; REC 178
DENKMODELL SOZ 211, 234
DENKMODELLE PHY 139
DENKORSTELLUNG SOZ 232
DENKWEISE, MATHEMATISCHE CHE 31
DENKWEISEN, MATHEMATISCHE LIN 57
DENTISCHE LOGIK REC 187; THE 245
DEPENDENZANALYSE SOZ 223
DESCRIPTIONS, STRUCTURAL LIN 71
DESKRIPTIVE FORMALISIERUNGEN PSY 170
DETAILLIERUNG PÄD 101
DETERMINISTISCHE MODELLE MED 93
DEUTENDE THEORIE SOZ 217
DEUTUNGSMUSTER SOZ 232

DIACHRONISCHE UNTERSUCHUNG XXX 266
DIAGNOSE XXX 264, 267
DIAGNOSEDATEN PÄD 110
DIAGNOSEVERFAHREN PÄD 132
DIAGNOSTISCHE GLEICHUNGEN ERD 36
DIAGNOSTISCHE MATHEMATIKVERWENDUNG PÄD 110
DIAGONALMATRIX BIO 14
DICHTER ERD 36
DIFFERENTIALGEOMETRIE PHY 140; PSY 164
DIFFERENTIALGLEICHUNG SOZ 224; XXX 264
NICHTLINEARE BIO 13
DIFFERENTIALGLEICHUNGEN ERD 35; PSY 164
NICHTLINEARE BIO 14; CHE 30
STOCHASTISCHE BIO 15
DIFFERENTIALRECHNUNG PSY 164; REC 175, 179,
191
DIFFERENZGLEICHUNG SOZ 224
DIFFERENZGLEICHUNG ZWEITER ORDNUNG SOZ 224
DIGITALE RECHENAUTOMATEN PÄD 123
DIGITALE SIMULATIONEN BIO 14
DIGITALER SPEICHER CHE 28
DIMENSION PÄD 107; SOZ 216
DIMENSIONALITAET CHE 28
DIMENSIONSANALYSE SOZ 222
DIRTY THEORY XXX 270
DISCRETENESS LIN 61
DISJUNKTE KLASSEN PÄD 115
DISJUNKTE UNTERMENGEN BIO 10
DISKONTINUITAETEN XXX 267
DISKRETE PUNKTE ERD 36
DISKRETES MODELL BIO 14
DISKRIMINANZFUNKTION PÄD 106
DISPARITAETEN SOZ 217
DISPROPORTIONALITAETEN SOZ 217
DISSONANZTHEORIE, KOGNITIVE SOZ 223
DISTINKTIVE MERKMALE LIN 63
DISZIPLIN, MATHEMATISCHE LIN 66
DIVERGENZEFFEKTE XXX 266
DREIDIMENSIONALE RAEUMLICHE KONFIGURATION
CHE 26
DREIDIMENSIONALER RAUM CHE 27
DYNAMIK PÄD 110; PHY 143; SOZ 213, 216
OEKONOMISCHE WIR 255
DYNAMIKPROBLEM SOZ 217
DYNAMISCHE MODELLE PHY 143, 145
DYNAMISCHE PROBLEME CHE 23
DYNAMISCHE PROGRAMMIERUNG PÄD 123
DYNAMISCHE REIHEN HIS 53
DYNAMISCHES GLEICHGEWICHT SOZ 219
DYNAMISCHES MODELL SOZ 224
DYNAMISCHES PROBLEM CHE 26
DYNAMISCHES PROGRAMMIEREN WIR 251
EDUMETRISCHE TESTS PÄD 108
EDV-ANLAGEN CHE 28
EIGENFUNKTIONEN ERD 47
EIGENSCHAFTEN, SYMMETRISCHE XXX 265
EINDEUTIG SYSTEMATISCHE NOMENKLATUR CHE 28
EINFLUESSE, STOCHASTISCHE BIO 15
EINGESCHRAENKT RATIONALES VERHALTEN WIR 255
EINHEIT LIN 63; SOZ 213, 217
EINHEITEN, LEXIKALISCHE LIN 75
LINGUISTISCHE LIN 69
EINMALIGKEIT VON EINHEITEN SOZ 220
EINSCHNITT SOZ 217
EINZELEREIGNISSE XXX 266
EINZIGARTIGKEIT SOZ 220
ELEGANZ WIR 255
ELEMENTARE STATISTIK MED 86
ELEMENTE REC 178
QUALITATIVE XXX 269
EMPIRIE PHY 139; XXX 264, 269
EMPIRIEBEGRIFF PSY 157
EMPIRIEBEZUGENE THEORIE SOZ 213
EMPIRIEVERHAELTNIS PHY 151
EMPIRISCH-WISSENSCHAFTLICHE THEORIEN PSY 163
EMPIRISCHE DATEN REC 184
EMPIRISCHE LERNKURVEN PSY 161
EMPIRISCHE METHODEN XXX 269
EMPIRISMUS SOZ 211
ENCODING LIN 61

ENDLICHE AUTOMATEN PÄD 122
 ENTROPIE BIO 13; CHE 27; ERO 36; HIS 51
 ENTROPTEGLEICHUNG ERD 36
 ENTROPPIEN, FREIE BIO 12
 ENTSCHEIDUNG PSY 162
 ENTSCHEIDUNG UNTER RISIKO WIR 250
 ENTSCHEIDUNG, KOLLEKTIVE SOZ 225
 ENTSCHEIDUNGSMODELL PÄD 102; SOZ 225
 ENTSCHEIDUNGSTHEORETISCHE METHODEN REC 189
 ENTSCHEIDUNGSTHEORETISCHE MODELLE PÄD 104
 ENTSCHEIDUNGSTHEORETISCHES MODELL REC 191
 ENTSCHEIDUNGSTHEORIE PSY 169; REC 180, 182
 STATISTISCHE SOZ 225, 234
 ENTSCHEIDUNGSVERFAHREN, ALGORITHMISCHE
 THE 244
 ENTWICKLUNG SOZ 217
 ENTWICKLUNG VON TEILSYSTEMEN SOZ 217
 ENTWICKLUNGEN, EVOLUTIONÄRE XXX 266
 ENTWICKLUNGS-REGULATION PÄD 109
 EPISTEMISCHE LOGIK THE 245
 ERFAHRUNGSGEGENSTAND SOZ 208
 ERFAHRUNGSMODELL PÄD 111, 113, 115
 ERFAHRUNGSMODELLE PÄD 110
 ERGEBNISSE, IMAGINÄRE CHE 25
 KOMPLEXE CHE 25
 ERHALTUNGSSATZES PHY 141
 ERKENNEN CHE 28
 ERKENNTNISGEGENSTAND SOZ 208
 ERKENNTNISMODELL PÄD 112
 ERKENNTNISSE, CHIFFRIERTE XXX 263
 MATHEMATISCHE PHY 146; REC 181
 ERKENNUNG CHE 27
 ERKLÄREN XXX 269
 ERKLÄRUNG MED 87; PHY 137; SOZ 210; WIR 252;
 XXX 269
 ERKLÄRUNGSMODELL, THEORETISCHES REC 184
 ERSCHEINUNGEN, KRITISCHE CHE 30
 EVOLUTION CHE 30, 31; HIS 53; SOZ 216, 217;
 XXX 266
 EVOLUTIONÄRE ENTWICKLUNGEN XXX 266
 EVOLUTIONSTHEORIE SOZ 225
 EXAKTE BEGRIFFSBILDUNG THE 243
 EXAKTE DEFINITIONEN REC 178
 EXAKTE THEORIE LIN 69
 EXAKTE WISSENSCHAFTSSPRACHE THE 243
 EXAKTHEIT LIN 70; MED 84; PÄD 119; SOZ 212,
 235; WIR 247
 MATHEMATISCHE PÄD 120
 EXPERIMENT MED 87, 91; PSY 162; SOZ 206
 NUMERISCHES ERD 45
 PSYCHOLOGISCHES PSY 158
 EXPERIMENTE MED 86
 EXPERIMENTELLE DATEN XXX 269
 EXPERIMENTELLE STUFE MED 91
 EXPERIMENTIEREN, PSY 158
 EXPLIZITE ANALYSE PÄD 130
 EXPLODIERENDE SCHWINGUNGEN SOZ 224
 EXPRESSION, MATHEMATICAL PÄD 120
 EXTENSION-INTENSION-DUALITÄT THE 245
 EXTERNALISIERTE OPERATOREN PÄD 107
 EXTREME ABSTRAKTION PÄD 119

FAKTEN MED 86; XXX 267, 268
 FAKTISCHE AUSSAGEN REC 181
 FAKTORENANALYSE BIO 13; PÄD 107; PSY 164, 169,
 169; SOZ 222
 MULTIPLE BIO 14; PSY 161
 FAKTORENSTRUKTURANALYSE HIS 52
 FAKTORENSYSTEM BIO 14
 FEHLERSPEZIFIKATION WIR 248
 FLUKTUATIONSAMPLITUDE, MITTLERE CHE 31
 FOLGE, ARITHMETISCHE PSY 158
 GEOMETRISCHE PSY 158
 FOLGEBESCHREIBUNGEN REC 179
 FORMAL-LOGISCHE DARSTELLUNGSWEISEN REC 180
 FORMAL-LOGISCHE KATEGORIEN REC 179
 FORMAL-LOGISCHE METHODEN REC 179
 FORMALE AXIOMATISCHE KALKÜLSYSTEME REC 179
 FORMALE HINWEISE XXX 263
 FORMALE KLASSENBLDUNG LIN 66
 FORMALE LOGIK XXX 264

FORMALE MATHEMATISCHE SPRACHE CHE 27
 FORMALE MODELLE MED 86
 FORMALE OPERATION REC 181
 FORMALE SPEKULATION SOZ 211
 FORMALE STRUKTURUNTERSUCHUNGEN REC 180
 FORMALE STUDIE MED 89
 FORMALE SYMBOLISMEN THE 241
 FORMALES SYSTEM PÄD 114; THE 241, 243
 FORMALISIERTE ANALYSE VON DATEN SOZ 222
 FORMALISIERTE BESCHREIBUNG PÄD 105
 FORMALISIERTE MODELLE PÄD 110; SOZ 213
 FORMALISIERTE SOZIOLOGIE SOZ 209
 FORMALISIERTE SYMBOLE REC 181
 FORMALISIERTE THEORIE PÄD 110, 132; SOZ 225
 FORMALISIERTES MODELL SOZ 221
 FORMALISIERUNG HIS 52, 53; MED 84; PSY 167;
 SOZ 211, 216, 218, 223; THE 241
 MATHEMATISCHE MED 88
 FORMALISIERUNGEN, DESKRIPTIVE PSY 170
 FORMALIST SOZ 226
 FORMALLOGISCHE MODELLE REC 183
 FORMALSPEKULATION SOZ 211
 FORMALSPRACHE MED 87
 FORMEL, MATHEMATISCHE MED 86
 FORMENSEHEN BIO 11
 FORMREGELN THE 243
 FORSCHUNGSMETHODEN PÄD 105
 FOURIER-TRANSFORMATION CHE 28
 FRAGEBOGEN, STRUKTURIERTE SOZ 221
 FRAGEN, NUMERISCHE REC 178
 FRAGESTELLUNGEN, GEZIELTE MED 87
 FREIE ENTROPPIEN BIO 12
 FREQUENZSPEKTRUM CHE 29
 FRUCHTBARKEIT WIR 255
 FUNDAMENTALE PRINZIPIEN MED 91
 FUNKTION BIO 11; LIN 70; PÄD 126; PSY 165;
 XXX 266
 FUNKTIONALE BEZIEHUNG SOZ 206
 FUNKTIONALE KONSISTENZ REC 177
 FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG PSY 161
 FUNKTIONELLE VERKNÜPFUNGEN BIO 9
 FUNKTIONEN CHE 29; PHY 143; XXX 264
 BIOLOGISCHE BIO 11
 HYPERBOLISCHE PSY 161
 MATHEMATISCHE PSY 161
 FUNKTIONSABLAUFE BIO 9
 FUNKTIONSANALOGIE XXX 266
 FUNKTIONSBEZIEHUNGEN PÄD 110
 FUNKTIONSFORMELN PÄD 105
 FUNKTIONSZUSAMMENHÄNGE, KOMPLEXE BIO 9
 FUZZY SET-THEORIE LIN 66
 FUZZY THINKING MED 93
 FUZZY-LOGICS LIN 66

GANZHEITEN PÄD 126
 GANZZAHLIGES PROGRAMMIEREN WIR 251
 GAUSSSCHE NORMALVERTEILUNGSKURVE PSY 159
 GEBRAUCH, THEORETISCHER PÄD 111
 GEDAEMPFTES SCHWINGUNGEN SOZ 224
 GEDANKENEXPERIMENT XXX 268
 GEGENSTANDSBEREICH PÄD 102
 GEHALT, MATHEMATISCHER WIR 254
 GEHIRNSIMULATION SOZ 228
 GEMEINSAME MERKMALE MED 91
 GEMITTELTES KORRELATIONSPRODUKT ERD 43
 GENAUIGKEITSAUSSAGEN ERD 47
 GENAUIGKEITSGRENZEN CHE 25
 GENERALISIERUNG MED 87
 GENETISCHE ALGEBREN MED 91
 GEOMETRIE PSY 164
 ANALYTISCHE PSY 164
 GEOMETRIEN, NICHT-EUKLIDISCHE PHY 139
 GEOMETRISCH-MECHANISCHES MODELL CHE 27
 GEOMETRISCHE FOLGE PSY 158
 GEORDNETHEIT SOZ 212
 GERECHTIGKEIT ALS SYMMETRIEGEBOT REC 189
 GERECHTIGKEITSMODELLE REC 181
 GERECHTIGKEITSUBBERLEGUNGEN REC 181
 GERICHTE KANTEN REC 186
 GERICHTETER GRAPH BIO 11
 GESAMTDIAGNOSE SOZ 228

GESCHLOSSENES SYSTEM REC 176
 GESELLSCHAFTLICHE STRUKTUR SOZ 215
 GESELLSCHAFTLICHES SYSTEM SOZ 217
 GESETZE MED 91
 GESETZMAESSIGKEITEN MED 95
 ALLGEMEINE PÄD 115
 STATISTISCHE REC 190
 GESTALTUNG, RATIONALE WIR 247
 GEZIELTE FRAGESTELLUNGEN MED 87
 GITTERPUNKTE ERD 37
 GLEICHGEWICHT CHE 30; SOZ 217, 218; WIR 254;
 XXX 266
 DYNAMISCHES SOZ 219
 GLEICHGEWICHTSLAGE, INSTABILE XXX 267
 GLEICHGEWICHTSTHEORIE SOZ 218, 219
 GLEICHUNG, PROGNOSTISCHE ERD 36
 GLEICHUNGEN BIO 9; MED 87
 DIAGNOSTISCHE ERD 36
 NICHTLINEARE CHE 31
 LEICHTUNGSSYSTEM ERD 35, 36
 GLEICHUNGSSYSTEME BIO 14
 LINEARE SOZ 223
 GLOBALE MODELLIERUNG XXX 267
 GRADUNTERSCHIED SOZ 217
 GRAFIKEN PÄD 105
 GRAMMATIKEN, PROBABILISTISCHE LIN 81
 GRAPH SOZ 223, 223
 GERICHTETER BIO 11
 GRAPHEN BIO 12; REC 178
 VOLLSTAENDIG GERICHTETE REC 186
 ZUSAMMENHAENGENDE GERICHTETE REC 186
 ZUSAMMENHAENGENDE UNGERICHTETE REC 186
 GRAPHENTHEORETISCHE DARSTELLUNG BIO 11
 GRAPHENTHEORETISCHE METHODEN REC 182
 GRAPHENTHEORETISCHES MODELL REC 186
 GRAPHENTHEORIE CHE 30; LIN 66; REC 185;
 SOZ 223
 GRAPHIKEN, STATISTISCHE SOZ 217
 GRAPHISCHE DARSTELLUNG MED 92
 GRAPHOMAT ERD 41
 GRENZNUTZENTHEORIE WIR 250
 GROESSEN, QUANTIFIZIERBARE CHE 24
 GROESSENVERTEILUNG, SPEKTRALE ERD 43
 GRUNDLAGENKRISE SOZ 231
 GRUNDLAGENKRISE DER MATHEMATIK PHY 139
 GRUPPEN REC 178
 GRUPPENAXIOME REC 189
 GRUPPENTHEORIE CHE 26; LIN 66; PSY 164;
 REC 189

HADAMARD-TRANSFORMATION CHE 28
 HAEUFIGKEITSBERECHNUNG HIS 51
 HALBGRUPPEN LIN 75
 HALBORDNUNGEN REC 178
 HALBPHAENOMENOLOGISCHE DATEN PHY 147
 HAMILTON OPERATOR PHY 141
 HAMILTON-FORMALISMUS PHY 141
 HAMILTONSCHE MATHEMATIK XXX 266
 HANDLUNGSGEGENSTAND SOZ 208
 HANDLUNGSPLANSYSTEM PÄD 113
 HANDLUNGSTHEORIE PÄD 102
 HEURISTIK XXX 268
 HILFE, OPERATIVE PÄD 132
 HILFSROLLE PÄD 116
 HINWEISE, FORMALE XXX 263
 HOEHER-DIMENSIONALE GRAPHISCHE DARSTELLUNGEN
 XXX 265
 HOMOEOSTATISCHE REGULATION PÄD 108
 HYPERBOLISCHE FUNKTIONEN PSY 161
 HYPOSTASIIERTER PROZESS PÄD 126
 HYPOSTASIIERTER ZUSTAND PÄD 126
 HYPOTHESE MED 86; REC 182
 HYPOTHESEN XXX 267
 HYPOTHETISCH-DEDUKTIVES VORGEHEN PÄD 100
 HYPOTHETISCHE BEZIEHUNG XXX 269

IDENTITAET SOZ 217

IDENTITAETSKRISE BEI MOBILITAET SOZ 218
 IDENTITAETSKRISE DER MATHEMATIK PHY 139
 IMAGINAERE ERGEBNISSE CHE 25
 IMPULSRATENCODE BIO 12
 INDUKTIV-STATISTISCHE METHODIK PÄD 110
 INDUKTIVE METHODOLOGIE LIN 81
 INDUKTIVE MODELLIERUNGSVERSUCHE PSY 161
 INDUKTIVE VERALLGEMEINERUNG PÄD 100
 INFERENZSTATISTIK PSY 164
 INFERENZSTATISTISCHE VERFAHREN PSY 169
 INFINITE KLASSE LIN 70
 INFINITESIMALE VERAENDERUNGEN XXX 264
 INFINITESIMALRECHNUNG SOZ 233
 INFORMATION, KOMPLEMENTAERE CHE 25
 INFORMATIONEN PÄD 117
 INFORMATIONENFLUSSDIAGRAMM BIO 12
 INFORMATIONSGEHALT PSY 163
 INFORMATIONENREICHE DATEN CHE 28
 INFORMATIONSTHEORIE BIO 12; CHE 26, 28;
 HIS 51; LIN 66; PSY 162, 165; XXX 266
 INFORMATIONSVERRAEITENDE SYSTEME PSY 165
 INFORMATIONSVERRAEITENDES SYSTEM MED 95
 INNERE STRUKTUR LIN 64
 INPUT BIO 11
 INPUT-FUNKTION PÄD 110
 INPUT-OUTPUT-MAPPING PÄD 114
 INPUT-OUTPUT-RECHNUNG WIR 253
 INPUT-OUTPUT-SYSTEM WIR 253
 INPUT-OUTPUT-VERKNUEPFUNG PÄD 126
 INSTABILE GLEICHGEWICHTSLAGE XXX 267
 INSTABILITAET, NUMERISCHE ERD 37
 INSTABILITAETEN CHE 30
 INTEGRALRECHNUNG PSY 164; REC 175, 179, 191
 INTEGRATION PÄD 102
 INTEGRATIONSBEWERTUNGEN ERD 38
 INTEGRATIONSVERFAHREN, NUMERISCHE ERD 36
 INTENSIONALE LOGIK THE 244
 INTENSIONALE MODELLIERUNG PÄD 124
 INTERDEPENDENZ SOZ 218
 INTERKORRELATION BIO 14
 INTERPRETATION MED 86
 INTERPRETATION FUNCTION LIN 78
 INTERPRETATION, MATHEMATISCHE MED 84
 MODELLTHEORETISCHE LIN 78, 80
 INTERRELATIONS LIN 61
 INTERVALLCODE BIO 12
 INTERVENIERENDE VARIABLEN PSY 161
 INTERVIEWDATEN SOZ 210
 INTUITION PHY 139
 INVARIANTENBILDUNG BIO 11
 INVERSE ABBILDUNG BIO 9
 IRREVERSIBILITAET ERD 45
 IRREVERSIBLER ANTEIL ERD 35
 ISOLIERUNG PÄD 111
 ISOLINIEN ERD 41
 ISOMORPHIERRELATION PÄD 112

JURISPRUDENZ, RATIONALE REC 175
 JURISTISCHE LOGIK REC 187
 JUXTASTRUKTUR PÄD 98
 JUXTASTRUKTUR-POSITION PÄD 111

KALKUEL PÄD 106; REC 188; SOZ 232
 MATHEMATISCHER PÄD 107
 SAUBERES SOZ 234
 KALKUELE SOZ 222; THE 241
 KALKUELISIERUNG THE 243
 KALKUELSYSTEME, FORMALE AXIOMATISCHE REC 179
 KANONISCHE TRANSFORMATIONEN PHY 141
 KANTEN, GERICHTETE REC 186
 KARTEI CHE 28
 KARTESISCHE KOORDINATEN BIO 10
 KATEGORIEN LIN 63; MED 91; REC 176
 FORMAL-LOGISCHE REC 180
 KAUSALITAET PHY 143
 KAUSALKETTE SOZ 223
 KAUSALMODELL SOZ 222

KAUSALNETZ SOZ 223
 KAUSALSTRUKTUR, LINEARE SOZ 223
 KAUSALZUSAMMENHANG SOZ 223
 KENNGROESSEN, QUANTITATIVE XXX 270
 KENNGROESSENERMITTLUNG, QUANTITATIVE XXX 269
 KENNZEICHEN VON VERTEILUNG SOZ 205
 KETTE, TERMINALE LIN 75
 KINEMATIK PÄD 110; XXX 264
 KINEMATISCHE BESCHREIBUNGEN XXX 264
 KINETIK CHE 25; XXX 270
 KLASSE PÄD 122; XXX 270
 KLASSE INFINITE LIN 70
 KLASSEN LIN 67; 69
 KLASSEN DISJUNKTE PÄD 115
 KLASSENBAUM REC 191
 KLASSENBIILDUNG, FORMALE LIN 66
 KLASSENKALKÜL REC 187
 KLASSENZUGEHÖRIGKEIT KOMPLEXER STRUKTUREN
 CHE 28
 KLASSIKATION HIS 51; MED 93; REC 176
 KLASSIKATIONEN, QUALITATIVE XXX 265
 KLASSIKATIONS-AUFGABEN HIS 51
 KLASSIKATIONSKRITERIUM BIO 10
 KLASSIKATIONEN LIN 81
 KLUMPEHAUEFUGKEITSAUSWAHL HIS 51
 KNOTEN REC 186
 KOGNITIVE DISSONANZTHEORIE SOZ 223
 KOLLEKTIVE ENTSCHEIDUNG SOZ 225
 KOMBINATORIK CHE 27; 30
 KOMMUNIKATIONS-PROBLEME SOZ 204
 KOMMUNIKATIONSSYSTEME MED 95
 KOMMUNIKATIONSTHEORIE CHE 29
 KOMPLEMENTÄRE INFORMATION CHE 25
 KOMPLEX, TOPOLOGISCHER BIO 11
 KOMPLEXE AUTOMATEN MED 94
 KOMPLEXE ERGEBNISSE CHE 25
 KOMPLEXE FUNKTIONSZUSAMMENHÄNGE BIO 9
 KOMPLEXE REGULATIONS-PROZESSE PÄD 104
 KOMPLEXE SYMBOLE LIN 73
 KOMPLEXERE SYSTEME CHE 25
 KOMPLEXITÄT BIO 9; CHE 27; MED 86; 91;
 PÄD 110; 111; 132; XXX 266
 KONFIDENZINTERVALL LIN 67
 KONFIGURATION, DREIDIMENSIONALE RAUMLICHE
 CHE 24
 KONFIGURATIONEN, SYMMETRISCHE CHE 26
 KONFLIKTLAGE SOZ 221
 KONFORMATIONSANALYSE CHE 27
 KONKRETISIERUNG PÄD 101
 KONKURRIERENDE RISIKEN MED 89
 KONSTANTES MODELL MED 91
 KONSTANZ THE 243
 FUNKTIONALE REC 177
 MATHEMATISCHE PHY 143
 KONSTANZPROBLEME PHY 139
 KONSTANZSCHWIERIGKEITEN, MATHEMATISCHE
 PHY 143
 KONSTANTES VERHÄLTNIS PSY 158
 KONSTRUKTION PÄD 116
 KONTEXTANALYSE SOZ 213, 215
 KONTINUIERLICHES MODELL BIO 14
 KONTINUUMSGROESSE ERD 41
 KONTROLLE SOZ 218, 218
 KONTROLLTHEORIE SOZ 217, 218, 219; WIR 251
 KONZEPT PÄD 129; SOZ 219
 KONZEPTE MED 84
 KOORDINATEN ERD 47
 KARTESISCHE BIO 10
 KORRELATION CHE 27; MED 92
 KORRELATIONSANALYSE CHE 29; HIS 51, 53
 KORRELATIONSBEZIEHUNGEN HIS 52
 KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN BIO 14
 KORRELATIONSPRODUKT, GEMITTELTES ERD 43
 KORRELIEREN PHY 147
 KORRESPONDENZREGELN THE 244
 KOSINUSFUNKTIONEN ERD 47
 KOSTEN-NUTZENANALYSE WIR 254
 KOVARIATION SOZ 216
 KREATIVITÄT SOZ 220, 221
 KREISSTATISTIK BIO 10
 KREISVERTEILUNG BIO 10
 KREUZKORRELATIONSBILDUNG BIO 11
 KRISEN XXX 267
 KRITERIEN DER GERECHTIGKEIT REC 181
 KRITERIENOKIENTIERTE TESTS PÄD 108

KRITISCHE ERSCHEINUNGEN CHE 30
 KRITISCHER PUNKT CHE 31
 KRYPTONORMATIVE RICHTUNG SOZ 207
 KURZE WIR 255
 KURVE, NEGATIV AKZELERIERTE PSY 159
 KURVENANPASSENDE METHODIK PÄD 110
 KURVENANPASSUNG MED 92
 KURZFRISTMODELL ERD 35
 KYBERNETIK PÄD 104, 124; PSY 165
 KYBERNETISCHE MASCHINEN PÄD 124
 KYBERNETISCHE MODELLVORSTELLUNGEN PSY 162,
 169

LABILISIERUNG PÄD 111
 LABORATORIUM WIR 249
 ANTHROPOMETRISCHES PSY 159
 LABOREXPERIMENT PSY 157
 LAGERHALTUNG WIR 251
 LAGRANGE-FORMALISMUS PHY 141
 LAGS SOZ 217
 CULTURAL SOZ 217
 LEARNING CURVE EQUATION PSY 161
 LERNKURVEN, EMPIRISCHE PSY 161
 LERNTHEORIE PSY 169
 MATHEMATISCHE PSY 162
 STOCHASTISCHE PÄD 119
 LERNVERLAUFE, TIERISCHE PSY 160
 LEXIKALISCHE EINHEITEN LIN 75
 LINEARE ALGEBRA PSY 164
 LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME SOZ 223
 LINEARE KAUSALSTRUKTUR SOZ 223
 LINEARE OPERATOREN PHY 140
 LINEARE PROGRAMMIERUNG PÄD 122
 LINEARES PROGRAMMIEREN WIR 251
 LINEARITÄT ERD 44
 LINGUISTISCHE EINHEITEN LIN 69
 LOESUNG, NUMERISCHE BIO 10
 LOESUNGEN MED 95
 LOGARITHMUS PSY 158
 LOGIFIZIERUNG PSY 167
 LOGIK SOZ 229; THE 241, 244; XXX 266
 LOGIK UNEXAKTER BEGRIFFE MED 93
 LOGIK, DEDUKTIVE THE 245
 DEONTISCHE REC 187; THE 245
 EPISTEMISCHE THE 245
 FORMALE XXX 264
 INTENSIONALE THE 244
 JURISTISCHE REC 187
 MATHEMATISCHE PSY 164; REC 182
 LOGISCH MATHEMATISCHE THEORIEN THE 243
 LOGISCHE ANALYSEN REC 179
 LOGISCHE DEDUKTION REC 178
 LOGISCHE DEDUKTIONEN REC 180
 LOGISCHE OPERATION REC 176
 LOGISCHE QUANTOREN THE 244
 LOGISCHE RELATIONEN LIN 70
 LOGISCHE STRUKTUR REC 191
 LOGISCHE STRUKTUR VON WERTUNGS-ENTSCHEIDUNGEN
 REC 180
 LOGISCHE STRUKTUREIGENSCHAFTEN REC 179
 LOGISCHER ABLAUF REC 178
 LOGISCHER OPERATOR THE 245
 LOGISTICA NUMEROSA MED 84
 LOGISTIK MED 84

MAKROPROBLEM SOZ 213
 MAKROTHEORIE WIR 254
 MARKOFF-KETTEN PÄD 110; SOZ 224
 MARKOFF-KETTENVORSTELLUNG SOZ 219
 MARKOFFPROZESS PÄD 122
 MASCHINEN, KYBERNETISCHE PÄD 124
 MASSZAHL SOZ 205
 MATERIALE AEHNLICHKEITSERWÄGUNGEN REC 183
 MATERIELLES MODELLOBJEKT PÄD 111
 MATHEMATICAL EXPRESSION PÄD 120
 MATHEMATIK SOZ 218
 MATHEMATIK ALS METHODE PHY 139

MATHEMATIK ALS SYMBOLIK PHY 139
 MATHEMATIK, ALGORITHMISCHE SOZ 211
 ANGEWANDTE SOZ 205; XXX 266
 HAMILTONSCHE XXX 266
 QUALITATIVE XXX 265
 REINE SOZ 234
 STRUKTURELLE SOZ 231
 MATHEMATIKER SOZ 226
 MATHEMATIKVERWENDUNG, DIAGNOSTISCHE PÄD 110
 MODELLIERENDE PÄD 111
 OPERATIVE PÄD 106, 108
 MATHEMATISCH FUNDIERTE METHODEN PÄD 109
 MATHEMATISCH-NUMERISCHE TECHNIKEN PSY 167
 MATHEMATISCH-OEKONOMISCHE MODELLE WIR 247
 MATHEMATISCH-OEKONOMISCHE THEORIE WIR 247,
 254
 MATHEMATISCHE ANALYSE MED 87
 MATHEMATISCHE ANALYSIERBARKEIT WIR 258
 MATHEMATISCHE BIOLOGIE MED 86
 MATHEMATISCHE DENKWEISE CHE 31
 MATHEMATISCHE DENKWEISEN LIN 57
 MATHEMATISCHE DISZIPLIN LIN 66
 MATHEMATISCHE ERKENNTNISSE PHY 146; REC 181
 MATHEMATISCHE EXAKTHEIT PÄD 120
 MATHEMATISCHE FORMALISIERUNG MED 88
 MATHEMATISCHE FORMEL MED 86
 MATHEMATISCHE FUNKTIONEN PSY 161
 MATHEMATISCHE INTERPRETATION MED 84
 MATHEMATISCHE KONSISTENZ PHY 143
 MATHEMATISCHE KONSISTENZSCHWIERIGKEITEN
 PHY 143
 MATHEMATISCHE LERNTHEORIE PSY 162
 MATHEMATISCHE LOGIK PSY 164; REC 182
 MATHEMATISCHE METHODE MED 86
 MATHEMATISCHE METHODEN CHE 23, 24, 31;
 PÄD 105; REC 175, 181; WIR 248, 251
 MATHEMATISCHE METHODIK PHY 137
 MATHEMATISCHE MODELLE CHE 24, 31; MED 95;
 PÄD 105; PSY 170; REC 175, 180, 183
 MATHEMATISCHE MODELLIERUNG PSY 166
 MATHEMATISCHE MODELLIERUNGEN PSY 162
 MATHEMATISCHE NATURBESCHREIBUNG PHY 137
 MATHEMATISCHE OBJEKTE MED 88
 MATHEMATISCHE OEKONOMIE WIR 247
 MATHEMATISCHE PRAEZISION PÄD 123
 MATHEMATISCHE SOZIOLOGIE SOZ 209, 221
 MATHEMATISCHE STATISTIK HIS 51, 51; PSY 164;
 SOZ 215, 234
 MATHEMATISCHE STRENGE PÄD 119; PHY 149
 MATHEMATISCHE STRUKTURUNTERSUCHUNGEN REC 180
 MATHEMATISCHE SYMBOLE REC 175
 MATHEMATISCHE SYMBOLIK PHY 137
 MATHEMATISCHE SYMMETRIE CHE 26
 MATHEMATISCHE TECHNIKEN CHE 30
 MATHEMATISCHE THEORIE PHY 146; WIR 248, 250
 MATHEMATISCHE THEORIEN LIN 66; PÄD 105
 MATHEMATISCHE TRANSFORMATIONEN CHE 28
 MATHEMATISCHE VERFAHREN SOZ 213; WIR 251
 MATHEMATISCHE WIRTSCHAFTSFORSCHUNG WIR 251
 MATHEMATISCHE WIRTSCHAFTSTHEORIE WIR 246, 250
 MATHEMATISCHER APPARAT PHY 149
 MATHEMATISCHER GEHALT WIR 254
 MATHEMATISCHER KALKÜL PÄD 107
 MATHEMATISCHES DENKEN REC 175
 MATHEMATISCHES MODELL BIO 9; PSY 161
 MATHEMATISCHES SYSTEM REC 175
 MATHEMATISIERBARKEIT MED 88
 MATHEMATISIERTE MODELLE PÄD 123
 MATHEMATISIERTE PRAEDIKATENLOGIK REC 191
 MATHEMATISIERUNG BIO 9, 11, 15; CHE 23, 26;
 MED 84, 90; PÄD 105, 119, 120; PHY 142,
 147; PSY 162; REC 181; SOZ 204, 208, 221,
 226, 236; XXX 263, 264, 267
 PASSIVE LIN 57
 MATHEMATISIERUNGSANSATZE REC 182
 MATHEMATISIERUNGSASPEKT PHY 137
 MATRIX PÄD 106, 126; SOZ 223
 MATRIZEN XXX 265
 MATRIZENMENGE PÄD 128
 MATRIZENMETHODEN REC 182
 MAXIMUM-LIKELIHOOD-SYSTEME BIO 10
 MECHANISMEN MED 95
 MECHANISMUS PÄD 114
 MEHRDIMENSIONALE SKALIERUNG PSY 169
 MEHRDIMENSIONALER MERKMALRAUM BIO 10
 MEHREBENENANALYSE SOZ 213, 215
 MEHREBENENMODELL SOZ 215, 216
 MEHRFAKTORENANALYSE XXX 265
 MEHRGLEICHUNGSSYSTEME WIR 248, 253
 MENGE BIO 14; PÄD 126
 UNENDLICHE LIN 68
 MENGEN PÄD 122
 MENGENLEHRE LIN 66; PHY 139; PSY 164; REC 182
 MERKMAL SOZ 213, 216, 216
 MERKMALE BIO 10, 14; HIS 51
 DISTINKTIVE LIN 63
 GEMEINSAME MED 91
 SYNTAKTISCHE LIN 73
 MERKMALSRaum, MEHRDIMENSIONALER BIO 10
 MESSBAR SOZ 223
 MESSDATEN ERD 38, 41
 MESSEN PSY 157, 158, 162
 MESSERGEBNISSE PÄD 105
 MESSFEHLER ERD 38
 MESSLUECKEN ERD 38
 MESSMETHODEN PÄD 105
 MESSREIHEN XXX 264, 265
 MESSTECHNIKEN SOZ 221
 MESSTHEORIE PSY 165
 MESSUNG SOZ 206, 222; XXX 269
 MESSUNGEN MED 92; WIR 253
 MESSVERFAHREN PÄD 107; SOZ 210
 MESSWERT PÄD 126
 MESSWERTE, METEOROLOGISCHE ERD 42
 METAEBENE REC 179
 METEOROLOGISCHE MESSWERTE ERD 42
 METEOROLOGISCHE SYMBOLE ERD 41
 METHODE PÄD 100
 METHODE DER FUZZY SETS BIO 10
 METHODE DES LEHRENS PÄD 102
 METHODE, MATHEMATISCHE MED 86
 VORAUSSAGEKRAEFFIGE PHY 145
 METHODEN PÄD 101, 102; WIR 249; XXX 263
 EMPIRISCHE XXX 269
 ENTSCHEIDUNGSTHEORETISCHE REC 189
 FORMAL-LOGISCHE REC 179
 GRAPHENTHEORETISCHE REC 182
 MATHEMATISCH FUNDIERTE PÄD 109
 MATHEMATISCHE CHE 23, 24, 31; PÄD 105;
 REC 175, 181; WIR 248, 251
 MULTIVARIANTE PÄD 110
 NICHTLOGISCHE REC 180
 NUMERISCHE PSY 159, 164
 QUANTITATIVE HIS 51, 52
 SPIELTHEORETISCHE REC 189
 STATISTISCHE BIO 10, 11; HIS 53; PSY 160;
 XXX 270
 STOCHASTISCHE WIR 251
 TAXONOMISCHE PÄD 110
 METHODENDISKUSSION SOZ 227
 METHODENINVENTAR PÄD 98
 METHODENLEHRE, STATISTISCHE SOZ 234
 METHODENSPEZIALISTEN PÄD 112
 METHODIK PÄD 103
 INDUKTIV-STATISTISCHE PÄD 110
 KURVENANPASSENDE PÄD 110
 MATHEMATISCHE PHY 137
 PRAKTISCHE PÄD 100
 METHODISIERENDE TAETIGKEIT PÄD 104
 METHODOLOGIE MED 92
 INDUKTIVE LIN 81
 METHODOLOGISCHE MODELLE PÄD 112
 METRIK BIO 11
 METRISCHE DATEN SOZ 222
 METRISIERUNG THE 241
 MIKROPROBLEM SOZ 213
 MIKROTHEORIE WIR 254
 MITTEILUNG, ARITHMETISCHE BIO 10
 MITTELWERTE BIO 10; ERD 37
 STATISTISCHE ERD 43
 MITTLERE FLUKTUATIONSAMPLITUDE CHE 31
 MOBILITÄT SOZ 218
 MOBILITÄTSPORSCHUNG SOZ 224
 MODALE AUSSAGEN LIN 66
 MODALLOGIK REC 187; THE 245
 MODELL ERD 35, 40; MED 87; PÄD 102, 112;
 SOZ 208, 211, 213, 221, 232; XXX 263,
 267, 269
 MODELL ZWEITER ART PÄD 112
 MODELL-THEORIE LIN 75

MODELL, ALGORITHMISCHES B10 15
 ATMOSPHAERISCHES ERD 35
 DISKRETES B10 14
 DYNAMISCHES SOZ 224
 ENTSCHEIDUNGSTHEORETISCHES REC 191
 FORMALISIERTES SOZ 221
 GEOMETRISCH-MECHANISCHES CHE 27
 GRAPHENTHEORETISCHES REC 186
 KONSTITENTEN MED 91
 KONTINUIERLICHES B10 14
 MATHEMATISCHES B10 9; PSY 161
 STATISTISCHES SOZ 221
 THEORETICAL PÄD 111
 THEORETISCHES PÄD 110
MODELLANSATZE SOZ 218
MODELLE EKD 45; MED 91, 92, 95; WIR 247, 258;
 XXX 268
 ABSTRAKTE PÄD 103
 DETERMINISTISCHE MED 93
 DYNAMISCHE PHY 143, 145
 ENTSCHEIDUNGSTHEORETISCHE PÄD 104
 FORMALE MED 86
 FORMALISIERTE PÄD 110; SOZ 213
 FORMALLOGISCHE REC 183
 MATHEMATISCH-ÖKONOMISCHE WIR 247
 MATHEMATISCHE CHE 24, 31; MED 95; PÄD 105;
 PSY 170; REC 175, 180, 183
 MATHEMATISIERTE PÄD 123
 METHODOLOGISCHE PÄD 112
 NUMERISCHE WIR 250
 ÖKONOMETRISCHE SOZ 217; WIR 249, 252
 PHÄNOMENOLOGISCHE PHY 143, 145
 STATISTISCHE PHY 143
 STOCHASTISCHE MED 91, 93; WIR 249
 TECHNISCHE PÄD 113
 THEURETISCHE PÄD 111, 113, 114
MODELLEFFEKT ERD 47
MODELLIERENDE MATHEMATIKVERWENDUNG PÄD 111
MODELLIERTE SYSTEME PÄD 126
MODELLIERTES SYSTEM PÄD 127
MODELLIERUNG PÄD 113, 116, 125, 132; PSY 168;
 SOZ 218; XXX 264, 266, 266
 GLOBALE XXX 267
 INTENSIONALE PÄD 124
 MATHEMATISCHE PSY 166
MODELLIERUNGEN, MATHEMATISCHE PSY 162
MODELLIERUNGSTRUMENT PÄD 110
MODELLIERUNGSREGULATION PÄD 112
MODELLIERUNGSVERSUCHE, INDUKTIVE PSY 161
MODELLKOMPLEXITÄT PÄD 119
MODELLKONGLOMERATE PÄD 115
MODELLKONSTRUKTION PÄD 100; WIR 258
MODELLOBJEKT PÄD 112
 MATERIELLES PÄD 111
MODELLOBJEKTE PÄD 110
MODELLTHEORETISCHE INTERPRETATION LIN 78, 80
MODELLTHEORIE LIN 66
MODELLVORSTELLUNGEN, KYBERNETISCHE PSY 162,
 169
MODULATION CHE 29
MOMENT-KORRELATION PSY 159
MONOKAUSALITÄT SOZ 223
MORALSTATISTIK SOZ 205
MORGENSTERN-NUTZENFUNKTION WIR 250
MORPHISMUS PÄD 112
MULTIPLE FAKTORENANALYSE B10 14; PSY 161
MULTIVARIATE ANALYSE SOZ 234
MULTIVARIATE METHODEN PÄD 110
MULTIVARIATE VERFAHREN PSY 164
MUSTERERKENNUNG, OPTISCHE B10 11

NACHFRAGEFUNKTION WIR 248
NAME CHE 28
NATUERLICHE ÄQUIVALENZEN B10 11
NATURBESCHREIBUNG, MATHEMATISCHE PHY 137
NEGATIV AKZELERIERTE KURVE PSY 159
NETZPLANTECHNIK PÄD 101
NICHT ZUSAMMENHÄNGENDE GRAPH LIN 75
NICHT-DIVERGENZ XXX 266
NICHT-EUKLIDISCHE GEOMETRIEN PHY 139
NICHTLINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN CHE 30

NICHTLINEARE GLEICHUNGEN CHE 31
 NICHTLINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNG B10 13
 NICHTLINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN B10 14
 NICHTLINEARE PHÄNOMENE CHE 30
 NICHTLINEARE WEISE PSY 159
 NICHTLINEARES PROGRAMMIEREN WIR 251
 NICHTLOGISCHE METHODEN REC 180
 NICHTLOGISCHE PRÄMISSENABHÄNGIGKEIT REC 180
 NICHTZIRKULARE STATISTIK B10 10
 NIVELLIERUNG XXX 266
 NOMENKLATUR, EINDEUTIG SYSTEMATISCHE CHE 28
 NOMINALSKALA SOZ 222
NORM REC 176
 NORMALVERTEILUNGSKURVE, GAUSSSCHE PSY 159
 NORMATIVE WISSENSCHAFT SOZ 209
 NORMENSYSTEME WIR 255
 NORMLOGIK REC 187
 NUTZLICHKEIT PSY 162
NUMERIK PHY 139
 NUMERISCHE ANALYSE ERD 41, 42
 NUMERISCHE DATEN MED 86
 NUMERISCHE FRAGEN REC 178
 NUMERISCHE INSTABILITÄT ERD 37
 NUMERISCHE INTEGRATIONSVERFAHREN ERD 36
 NUMERISCHE LÖSUNG B10 10
 NUMERISCHE METHODEN PSY 159, 164
 NUMERISCHE MODELLE WIR 250
 NUMERISCHE PROGNOSE ERD 42
 NUMERISCHE PROGNOSETECHNIK ERD 42
 NUMERISCHE ÜBUNG MED 86
 NUMERISCHE WETTERVORHERSAGE ERD 35
 NUMERISCHER OUTPUT SOZ 213
 NUMERISCHES EXPERIMENT ERD 45
NUTZEN B10 13
 NUTZENGROESSEN, QUANTITATIVE REC 189
 NUTZENBEREFLÄCHE PÄD 102
 NUTZENPARAMETER PSY 168

OBERFLÄCHENBESCHREIBUNG PÄD 109; XXX 264
OBERFLÄCHENSTRUKTUR LIN 70
OBJEKTE PÄD 120
 MATHEMATISCHE MED 88
OBJEKTIVIERTE OPERATOREN PÄD 107
OBJEKTIVITÄT PSY 160
ÖKOLOGIE B10 15
 ÖKONOMETRISCHE MODELLE SOZ 217; WIR 249, 252
 ÖKONOMIE, MATHEMATISCHE WIR 247
 ÖKONOMISCHE DYNAMIK WIR 255
 ÖKONOMISCHES VERHALTEN WIR 255
 ÖKOSYSTEM B10 15
OLIGOPOLTHEORIE WIR 253
OPERATION PÄD 106
 FORMALE REC 181
 LOGISCHE REC 176
OPERATIONALISIERBARE KRITERIEN FUER GERECHTIGKEIT REC 189
OPERATIONALISIERUNG PÄD 126; REC 189
OPERATIONALITÄT WIR 247
OPERATIONEN MED 87; THE 241, 243; XXX 266,
 269
OPERATIONS RESEARCH PÄD 101; SOZ 225, 231;
 WIR 246, 247, 251
OPERATIONSFORSCHUNG PSY 168
OPERATIONSZEIT ERD 37
OPERATIVE HILFE PÄD 132
OPERATIVE MATHEMATIKVERWENDUNG PÄD 106, 108
OPERATOR PÄD 108, 109
 LOGISCHER THE 245
OPERATOREN PÄD 106; PHY 145
 EXTERNALISIERTE PÄD 107
 LINEARE PHY 140
 OBJEKTIVIERTE PÄD 107
OPTIMALISIERUNGSMETHODEN PÄD 123
OPTIMIERUNG WIR 247
OPTIMIERUNGSTHEORIE PSY 164
OPTIMIERUNGSVERFAHREN WIR 248
OPTIMIERUNGSVORGAENGE WIR 255
OPTIMUM SOZ 204
OPTISCHE MUSTERERKENNUNG B10 11
ORDNUNG CHE 26, 27; XXX 266
ORDNUNGS-UNORDNUNGS-PHASENUMWANDLUNG CHE 29

ORDNUNGSKATEGORIEN REC 178, 184
 ORDNUNGSRAUM XXX 267
 ORDNUNGSSTRUKTUREN REC 178
 ORGANISATIONSEBENE BIO 9
 ORGANISATIONSMODELL PÄD 112
 OUTPUT BIO 11
 NUMERISCHER SOZ 213

 PARADIGMA LIN 75
 PARAMETER BIO 9, 12, 13; ERD 43; MED 91;
 PÄD 122, 126, 127; THE 245; WIR 252;
 XXX 265
 STATISTISCHE LIN 66, 68
 PARAMETRISCHE ABSCHAETZUNGEN BIO 10
 PARAMETRISCHER SIGNIFIKANZTEST PÄD 107
 PARAMETRISIERUNG ERD 44; PÄD 126, 131
 PARZELLIERUNG PÄD 111
 PASSIVE MATHEMATISIERUNG LIN 57
 PATTERN RECOGNITION SOZ 228
 PATTERN-RECOGNITION CHE 28
 PAUSCHALAXIOMATISIERUNG XXX 267
 PFADANALYSE SOZ 222
 PFADE PÄD 102
 PHAENOMENE MED 95
 NICHTLINEARE CHE 30
 PHAENOMENOLOGIE PHY 145
 PHAENOMENOLOGISCHE MODELLE PHY 143, 145
 PHASENEBENE CHE 31
 PHASENEBENGANG BIO 13
 PLAN PÄD 121
 PLANGERECHTE STEUERUNG PÄD 109
 PLANUNG SOZ 210, 219, 226
 PLANUNGSMODELL PÄD 112
 POLARISIERUNG DES DENKENS MED 87
 POTENZFUNKTIONEN PSY 161
 PRAEDIKATEN-LOGIK LIN 66
 PRAEDIKATENLOGIK REC 191; THE 245
 PRAEDIKATENLOGIK ERSTER STUFE REC 187
 PRAEDIKATENLOGIK, MATHEMATISIERTE REC 191
 PRAEFERENZTHEORIE REC 180, 189
 PRAEMISSEN REC 178, 180
 PRAEMISSENABHAENGIKHEIT, NICHTLOGISCHE
 REC 180
 PRAEZISE SCHLUSSFOLGERUNGEN MED 91
 PRAEZISION, MATHEMATISCHE PÄD 123
 PRAKTISCHE ANWENDUNG SOZ 210
 PRAKTISCHE METHODIK PÄD 100
 PRAKTISCHE TAETIGKEIT PÄD 114
 PRINZIPIEN, FUNDAMENTALE MED 91
 PRORABILISTISCHE GRAMMATIKEN LIN 81
 PROBLEME, DYNAMISCHE CHE 26
 PROBLEME, DYNAMISCHE CHE 23
 STRUKTURELLE CHE 26
 PROBLEMLUESUNGSVERHALTEN XXX 270
 PRODUKT-KORRELATION PSY 159
 PROGNOSE MED 87; SOZ 210, 224, 228; WIR 252
 NUMERISCHE ERD 42
 PROGNOSEBASIS SOZ 210
 PROGNOSELEISTUNG ERD 40
 PROGNOSEN PHY 145
 PROGNOSESYSTEM ERD 38, 39
 PROGNOSETECHNIK, NUMERISCHE ERD 42
 PROGNOSEVERMUTUNG SOZ 217
 PROGNOSEZEIT ERD 35
 PROGNOSTISCH ZUSAMMENFASSENDE THEORIE SOZ 210
 PROGNOSTISCHE GLEICHUNG ERD 36
 PROGRAMMIEREN, DYNAMISCHES WIR 251
 GANZZAHLIGES WIR 251
 LINEARES WIR 251
 NICHTLINEARES WIR 251
 PROGRAMMIERSPRACHE PÄD 106
 PROGRAMMIERUNG, DYNAMISCHE PÄD 123
 LINEARE PÄD 123
 PROGRAMMPAKET PÄD 107
 PROJEKTMETRIE WIR 253
 PROPORTIONEN LIN 68
 PROZENTZAHLEN WIR 248
 PROZESS CHE 29; PÄD 118
 HYPUSTASIIERTER PÄD 126
 PROZESSCHARAKTER PÄD 110
 PROZESSE MED 95; PÄD 108, 114, 120

SOZIALE SOZ 215
 STOCHASTISCHE MED 89; SOZ 224; WIR 251
 PROZESSMERKMAL PÄD 108
 PROZESSMODELLE, THEORETISCHE PÄD 112
 PRUEFVERFAHREN PSY 169
 PSEUDO-INVARIANZ BIO 13
 PSYCHOLOGISCHE TESTVERFAHREN PSY 159
 PSYCHOLOGISCHE DATEN PSY 159, 160
 PSYCHOLOGISCHES EXPERIMENT PSY 158
 PSYCHOMETRIE PSY 159
 PSYCHOMETRISCHER TEST PÄD 107
 PUNKT, KRITISCHER CHE 31
 PUNKTE, DISKRETE ERD 36

 QUALITATIVE ELEMENTE XXX 269
 QUALITATIVE KLASSIFIKATIONEN XXX 265
 QUALITATIVE MATHEMATIK XXX 265
 QUALITATIVES DENKEN REC 178
 QUANTIFIZIERBARE GROESSEN CHE 24
 QUANTIFIZIERUNG REC 178; SOZ 220
 QUANTIFIZIERUNGSBEMUEHUNGEN PSY 158
 QUANTIFIZIERUNGSBESTREBUNGEN PSY 157
 QUANTITATIVE BESCHREIBUNG CHE 27
 QUANTITATIVE CHARAKTERISTIKEN HIS 52
 QUANTITATIVE KENNGROESSEN XXX 270
 QUANTITATIVE KENNGROESSENERMITTLUNG XXX 269
 QUANTITATIVE METHODEN HIS 51, 52
 QUANTITATIVE NUTZENGROESSEN REC 189
 QUANTITATIVE UNTERSUCHUNGEN LIN 66
 QUANTITATIVES DENKEN MED 88; REC 178
 QUANTOREN, LOGISCHE THE 244
 QUERSCHNITT-THEORIE XXX 263

 RAEUMLICHE ANORDNUNG CHE 27
 RAEUMLICHE VORSTELLUNGEN CHE 25
 RAHMENTHEORIE PHY 143
 RANGE OF VALUES LIN 78
 RANGFOLGE PÄD 107
 RASTER, ZWEIDIMENSIONALE BIO 14
 RATIONALE GESTALTUNG WIR 247
 RATIONALE JURISPRUDENZ REC 175
 RATIONALER VERSUCH SOZ 221
 RATIONALITAETSKRITERIEN, REC 191
 RATIONALITAETSPRINZIPIEN, STRENG FORMALE
 REC 179
 RAUM CHE 28; PHY 143
 DREIDIMENSIONALER CHE 27
 TOPOLOGISCHER BIO 11
 RAUMGITTER ERD 36
 RAUMVARIABLE BIO 14
 REAKTIONEN PÄD 119
 REALISATION SOZ 215
 REALITAET SOZ 208; XXX 263
 TIEFERE MED 91
 RECHENAUTOMATEN, DIGITALE PÄD 123
 RECHENMASCHINE ERD 37
 RECHENMODELL SOZ 211
 RECHENOPERATION ERD 37; SOZ 223
 RECHENZEITSCHEIT ERD 38
 RECHNEN MED 84; REC 178
 ALGEBRAISCHES MED 84
 RECHNUNG CHE 25
 RECHTSEINDEUTIGE ABBILDUNG PÄD 119
 RECHTSINFORMATIK REC 190
 REDUKTION PÄD 121
 REDUKTIONISMUS SOZ 214
 REDUKTIVE ABSTRAKTION PÄD 112
 REDUNDANZ PÄD 132
 REDUZIERTER STRUKTUR PÄD 116
 REFLEXIVITAET PÄD 101, 128; SOZ 228
 REGEL PÄD 100
 REGELHAFTIGKEIT XXX 266
 REGELN LIN 70; PÄD 101, 102
 REGELSYSTEM LIN 72; PÄD 131
 REGELSYSTEME, BIOLOGISCHE BIO 12
 REGELUNG PÄD 101
 REGELUNGSERSCHENUNGEN CHE 30

REGELUNGSMODELLE PÄD 119
 REGELUNGSPROBLEM REC 185
 REGELUNGSTHEORIE BIO 12
 REGELUNGSTHEORIEN PÄD 101
 REGIONALMODELL WIR 254
 REGRESSION, STATISTISCHE CHE 31
 REGRESSIONSANALYSE HIS 51, 53; SOZ 222, 234
 REGRESSIONSMODELL SOZ 216
 REGRESSIONSTECHNIKEN WIR 248
 REGULÄRE SPRACHE PÄD 122
 REGULATION PÄD 126
 HOMÖÖSTATISCHE PÄD 108
 REGULATIONSPROBLEM PÄD 125
 REGULATIONSPROZESS, AKTIVER PÄD 102
 REGULATIONSPROZESSE, KOMPLEXE PÄD 104
 REGULATIVE TÄTIGKEIT PÄD 104
 REICHHALTIGKEIT PÄD 110
 REICHWEITE XXX 267
 EIHEN, DYNAMISCHE HIS 53
 REINE MATHEMATIK SOZ 234
 REIZE PÄD 119
 REIZKONFIGURATIONEN PÄD 102
 REKURSIVITÄT PÄD 101
 RELATIONEN BIO 11; REC 182; THE 241
 BINAERE BIO 11
 LOGISCHE LIN 70
 STRUKTURELLE LIN 68
 RELATIONENKALKÜEL REC 187
 RELATIONS LIN 59
 RELATIONSHIP LIN 61
 RELATIVE TRUTH LIN 78
 REPRÄSENTATIVE STICHPROBE LIN 67
 REPRODUKTION PÄD 110
 RESERVOIRS, TECHNISCHE XXX 263
 REVERSIBILITÄT DES SYSTEMS ERD 36
 REVERSIBLEK ANTEIL ERD 35
 REVOLUTION SOZ 217
 REZEPTRE XXX 270
 RICHTUNG, KRYPTONORMATIVE SOZ 207
 RISIKEN, KUNKURRIERENDE MED 89
 RUECKANPASSUNG SOZ 218
 RUECKBEZUEGLICHKEIT SOZ 228
 RUECKKONTROLLE SOZ 218

SAUBERES KALKÜEL SOZ 234
 SCHAETZBASIS SOZ 220
 SCHAETZPROBLEM SOZ 216, 217
 SCHAETZPROBLEME SOZ 219, 219; WIR 248
 SCHAETZUNG SOZ 223
 SCHAETZVERFAHREN WIR 248
 SCHLUSSFOLGERUNGEN, PRAEZISE MED 91
 SCHLUSSREGELN REC 178
 SCHNEEHALLECHNIK SOZ 215
 SCHWELLEN-METHODEN MED 88
 SCHWINGUNGEN, EXPLODIERENDE SOZ 224
 GEDAEMPFT SOZ 224
 SELBSTAFFEKTION SOZ 228
 SELBSTREGELUNGSPROZESSE CHE 31
 SELEKTIVITÄT XXX 266
 SET LIN 59
 SIGNALDECKUNGSTHEORIE PSY 166
 SIGNES LIN 62
 SIGNIFIKANZTEST, PARAMETRISCHER PÄD 107
 SIMPLIFIZIERUNG ERD 43

DIGITALE
 SIMULATIONEN, DIGITALE BIO 14
 SIMULATIONSMODELL SOZ 225
 SIMULATIONSTUDIEN PÄD 104
 SIMULATIONSTECHNIK SOZ 224
 SINGULARITÄTEN XXX 267
 SINUSFUNKTIONEN ERD 47
 SINUSKURVE SOZ 224
 SKALENKONSTRUKTION SOZ 207
 SKALIERUNG PSY 165; SOZ 222
 MEHRDIMENSIONALE PSY 169
 SKALIERUNGSVERFAHREN SOZ 210, 221
 SMALLEST SPACE ANALYSIS SOZ 222
 SOZIALE PROZESSE SOZ 215
 SOZIALSTATISTIK SOZ 204, 205

SOZIALZEIT SOZ 218
 SOZIOLOGIE, FORMALISIERTE SOZ 209
 MATHEMATISCHE SOZ 209, 221
 SOZIOMETRISCHE ANWENDUNG SOZ 223
 SPECIFIC THEORY PÄD 111
 SPEICHER, DIGITALER CHE 28
 SPEKTRALE GROSSENVERTEILUNG ERD 43
 SPEKTRALTHEORIE PHY 140
 SPEKULATION, FORMALE SOZ 211
 SPEKULATIONEN SOZ 204
 SPEZIALISIERTE VEREINHEITLICHENDE SPRACHE
 MED 87
 SPEZIELLE THEORIE PÄD 110, 114
 SPHAERISCHE STATISTIK BIO 10
 SPIEGELSYMMETRIE CHE 27
 SPIEL, SYMMETRISCHES REC 189
 SPIELTHEORETISCHE METHODEN REC 189
 SPIELTHEORIE BIO 13; PSY 164; REC 181, 182;
 SOZ 221, 225
 SPONTANITÄT SOZ 220
 SPRACH-SCHEMA LIN 70
 SPRACHE, ADAEQUATE MED 87
 FORMALE MATHEMATISCHE CHE 27
 REGULÄRE PÄD 122
 SPEZIALISIERTE VEREINHEITLICHENDE MED 87
 SPRACHLICHE STRUKTUREN LIN 58
 SPRACHLICHES SYSTEM LIN 59
 SPRACHSTATISTISCHE UNTERSUCHUNGEN LIN 68
 SPRUENGE XXX 267
 STABILITÄT BIO 14
 STANDARD MODELL LIN 80
 STATIK PÄD 110; SOZ 213, 216
 STATIKPROBLEM SOZ 217
 STATIONÄRE ZUSTAENDE BIO 14
 STATISCHE THEORIEANSATZE SOZ 217
 STATISTIK BIO 10, 15; LIN 66; SOZ 92; SOZ 205,
 222, 234; XXX 265, 265
 STATISTIK PERIODISCHER VORGAENGE BIO 10
 STATISTIK, ANGEWANDTE PSY 164; SOZ 234
 ELEMENTARE MED 86
 MATHEMATISCHE HIS 51, 51; PSY 164; SOZ 215,
 234
 NICHTZIRKULARE BIO 10
 SPHAERISCHE BIO 10
 STATISTIKEN SOZ 209
 STATISTISCH ZUSTANDSDETERMINIERTES SYSTEM
 PÄD 126
 STATISTISCHE ANALYSE SOZ 211
 STATISTISCHE ANALYSEN MED 92
 STATISTISCHE BEHANDLUNG WIR 253
 STATISTISCHE DATEN PÄD 107
 STATISTISCHE ENTSCHEIDUNGSTHEORIE SOZ 225,
 234
 STATISTISCHE GESETZMAESSIGKEITEN REC 190
 STATISTISCHE GRAPHIKEN SOZ 217
 STATISTISCHE METHODEN BIO 10, 11; HIS 53;
 PSY 160; XXX 270
 STATISTISCHE METHODENLEHRE SOZ 234
 STATISTISCHE MITTELWERTE ERD 43
 STATISTISCHE MODELLE PHY 143
 STATISTISCHE PARAMETER LIN 66, 68
 STATISTISCHE REGRESSION CHE 31
 STATISTISCHE TESTTHEORIE SOZ 225
 STATISTISCHE THEORIE CHE 30
 STATISTISCHE TURBULENZTHEORIE ERD 44
 STATISTISCHE UNTERSUCHUNG LIN 58
 STATISTISCHE VERARBEITUNG HIS 52
 STATISTISCHE VERFAHREN PSY 159; SOZ 213
 STATISTISCHE WAHRSCHEINLICHKEIT CHE 27
 STATISTISCHES MODELL SOZ 221
 STATISTISCHES VERFAHREN SOZ 234
 STEUERUNG PÄD 101
 PLANGERECHTE PÄD 109
 STICHPROBE, REPRÄSENTATIVE LIN 67
 STICHPROBENENTNAHME LIN 68
 STICHPROBENTHEORIE PSY 164; SOZ 215, 217
 STICHPROBENVERFAHREN PSY 169
 STIMULUS-SAMPLING-MODELLE PÄD 119
 STOCHASTISCHE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN BIO 15
 STOCHASTISCHE EINFLUESSE BIO 15
 STOCHASTISCHE LERNTHEORIE PÄD 119
 STOCHASTISCHE METHODEN WIR 251
 STOCHASTISCHE MODELLE MED 91, 93; WIR 249
 STOCHASTISCHE PROZESSE MED 89; SOZ 224;
 WIR 251

STORFAKTOREN XXX 266
STORGRÖSSE PÄD 118
STORPARAMETER PHY 143
STORSTELLEN CHE 28
STÖRUNG PHY 143
VERNACHLÄSSIGBARE CHE 26
STRENG FORMALE RATIONALITÄTSPRINZIPIEN
 REC 179
STRENGE DEFINITIONEN MED 91
STRENGE, MATHEMATISCHE PÄD 119; PHY 149
STRUCTURAL DESCRIPTIONS LIN 71
STRUCTURE LIN 61
 DEEP LIN 71
 SURFACE LIN 71
STRUKTUR B10 11; CHE 28; LIN 72; MED 95;
 PÄD 112, 127, 131; PSY 165; REC 178;
 SOZ 219, 229; XXX 266
 REGKIFFLICHE PÄD 114
 GESELLSCHAFTLICHE SOZ 215
 INNERE LIN 64
 LOGISCHE REC 191
 REDUZIERTE PÄD 116
 SYNTAKTISCHE LIN 64
 WOHL-DEFINIERT LIN 75
STRUKTURANALOGIE XXX 266
STRUKTURANALYSE HIS 51; REC 189; XXX 269
STRUKTURANALYSEN REC 179
STRUKTURBEZIEHUNGEN PÄD 110
STRUKTURBEZIEHUNGEN WIR 252
STRUKTURELL WERTFREIE WISSENSCHAFT REC 179
STRUKTURELLE MATHEMATIK SOZ 231
STRUKTURELLE PROBLEME CHE 26
STRUKTURELLE RELATIONEN LIN 68
STRUKTURELLE TRANSFORMATION PÄD 115
STRUKTUREN CHE 27; HIS 51; MED 91; PÄD 108,
 114, 120; PHY 140, 146, 149; REC 183;
 THE 241, 241
 SPRACHLICHE LIN 58
 TOPOLOGISCHE CHE 27
 STRUKTURFORMEL CHE 27
 STRUKTURELLE FRAGEBEOGENE SOZ 221
 STRUKTURMATHEMATIK WIR 257
 STRUKTURELLE MATHEMATIK PÄD 108
 STRUKTURUNTERSUCHUNGEN LOGISCHER ART REC 181
 STRUKTURUNTERSUCHUNGEN, FORMALE REC 180
 MATHEMATISCHE REC 180
STRUKTURVERÄNDERUNG SOZ 217
STRUKTURATION LIN 59
STUDIE, FORMALE MED 89
STUFE MED 91
 ANALYTISCHE MED 91
 AXIOMATISCHE MED 91
 EXPERIMENTELLE MED 91
 STUFENFUNKTIONEN CHE 29
STRUKTUREIGENSCHAFTEN, LOGISCHE REC 179
 SURCODE LIN 61
 SUBKATEGORISIERUNGSREGELN LIN 73
 SUBSYSTEME SOZ 217
 SURFACE STRUCTURE LIN 71
 SYLLOGISMUSLEHRE REC 187
 SYMBOLASPEKT PHY 139
 SYMBOLE, FORMALISIERTE REC 181
 KOMPLEXE LIN 73
 MATHEMATISCHE REC 175
 METEOROLOGISCHE ERD 41
 SYMBOLIK, MATHEMATISCHE PHY 137
 SYMBOLEN, FORMALE THE 241
 SYMMETRIE CHE 26
 ABSOLUTE CHE 26
 MATHEMATISCHE CHE 26
 YMMETRIEN PHY 141, 146; REC 182
 SYMMETRIEBERLEGUNGEN PHY 143
 SYMMETRISCHE EIGENSCHAFTEN XXX 265
 SYMMETRISCHE KONFIGURATIONEN CHE 26
 SYMMETRISCHES SPIEL REC 189
 SYMMETRY, CROSSING PHY 147
 SYNCHRUNE UNTERSUCHUNGEN XXX 266
 SYNTAKTISCHE MERKMALE LIN 73
 SYNTAKTISCHE STRUKTUR LIN 64
SYSTEM B10 9; CHE 27; HIS 51; LIN 63, 70;
 MED 87; PÄD 126; SOZ 214, 217, 218, 219;
 WIR 251, 254; XXX 265, 266
 RIOLOGISCHES B10 11
 DEDUKTIVES MED 86, 91
 FORMALES PÄD 114; THE 241, 243
 GESCHLOSSENES REC 176
 GESELLSCHAFTLICHES SOZ 217
 INFORMATIONSVERRARBEITENDES MED 95
 MATHEMATISCHES REC 175
 MODELLIERTES PÄD 127
 SPRACHLICHES LIN 59
 STATISTISCH ZUSTANDSDETERMINIERTES PÄD 126
 SYSTEMATIC THEORY PÄD 120
 SYSTEMATISIERUNG CHE 27, 28
 SYSTEMBILDUNG PÄD 104
 SYSTEME B10 11; CHE 23, 28, 30
 ABGESCHLOSSENE B10 13
 INFORMATIONSVERRARBEITENDE PSY 165
 KOMPLEXERE CHE 25
 MODELLIERTE PÄD 126
 SYSTEMGEDANKE SOZ 218
 SYSTEMTHEORETISCHE SOZ 216
 SYSTEMTHEORETISCHE ANSATZE PÄD 102
 SYSTEMTHEORIEN PÄD 101
 TABELLEN PÄD 105
 TAETIGKEIT, ALGORITHMISIERENDE PÄD 104
 METHODISIERENDE PÄD 104
 PRAKTISCHE PÄD 114
 REGULATIVE PÄD 104
 THEORETISCHE PÄD 114
 TATSACHENFORSCHUNG SOZ 206
 TAXONOMISCHE METHODEN PÄD 110
 TECHNIK DER ERFAHRUNG XXX 269
 TECHNIKEN, MATHEMATISCH-NUMERISCHE PSY 167
 MATHEMATISCHE CHE 30
 TECHNISCHE MODELLE PÄD 113
 TECHNISCHE RESERVOIRS XXX 263
 TECHNOLOGIE PÄD 102
 TEILSYSTEME PÄD 123
 TERMINALE KETTE LIN 75
 TERMINOLOGISCHE TRANSFORMATION PÄD 116
 TEST B10 10; PÄD 106
 PSYCHOMETRISCHER PÄD 107
 TESTS PSY 165
 EDUMETRISCHE PÄD 108
 KRITERIENORIENTIERTE PÄD 108
 TESTTHEORIE, STATISTISCHE SOZ 225
 TESTVERFAHREN PÄD 132
 PSYCHOLOGISCHE PSY 159
 TESTZENTRUM PSY 159
 THEOREMS OF ARITHMETIC LIN 71
 THEORETICAL MODELL PÄD 111
 THEORETISCHE BEGRIFFE MED 91
 THEORETISCHE MODELLE PÄD 111, 113, 114
 THEORETISCHE PROZESSMODELLE PÄD 112
 THEORETISCHE TAETIGKEIT PÄD 114
 THEORETISCHE VERALLGEMEINERUNG XXX 267
 THEORETISCHER GEBRAUCH PÄD 111
 THEORETISCHES ERKLÄRUNGSMODELL REC 184
 THEORETISCHES MODELL PÄD 110
 THEORETISIERUNG XXX 264
 THEORIE B10 9, 14; ERD 44, 45; PÄD 119;
 SOZ 208, 209, 213; WIR 248, 249, 258;
 XXX 265, 269
 THEORIE DER HALBGRUPPEN LIN 66
 THEORIE DER KATEGORIEN B10 11
 THEORIE DER VERSUCHSPLANUNG PSY 164
 THEORIE DES AUSEINANDERFALLENS SOZ 217
 THEORIE DES LEHRENS PÄD 102
 THEORIE DES ZEITLICHEN AUSEINANDERFALLENS
 SOZ 217
 THEORIE OFFENER SYSTEME B10 13
 THEORIE STOCHASTISCHER PROZESSE PSY 164
 THEORIE, AXIOMATISCHE PHY 143
 DEUTENDE SOZ 217
 EMPIRIEBEZUGENE SOZ 213
 EXAKTE LIN 69
 FORMALISIERTE PÄD 110, 132; SOZ 225
 MATHEMATISCH-ÖKONOMISCHE WIR 247, 254
 MATHEMATISCHE PHY 146; WIR 248, 250
 PROGNOSTISCH ZUSAMMENFASSENDE SOZ 210
 SPEZIELLE PÄD 110, 114
 STATISTISCHE CHE 30
 VERBALE SOZ 21; WIR 248
 VERSTEHENDE SOZ 210

THEORIEANSAETZE, STATISCHE SOZ 217
 THEORIEBILDUNG PÄD 116; PHY 147
 THEORIEFORMALISIERUNG SOZ 224
 THEORIEGRAD PHY 147
 THEORIEKONSTRUKTION PÄD 100
 THEORIEN MED 84
 EMPIRISCH-WISSENSCHAFTLICHE PSY 163
 LOGISCH MATHEMATISCHE THE 243
 MATHEMATISCHE LIN 66; PÄD 105
 THEORIESPRACHE THE 244
 THEORIESYSTEM PÄD 127
 THEORIEUEBERPUEFUNG PÄD 122
 THEORY PÄD 122
 DIRTY XXX 270
 SPECIFIC PÄD 111
 SYSTEMATIC PÄD 120
 TIEFE WIR 255
 TIEFENBESCHREIBUNG PÄD 110
 TIEFENSTRUKTUR LIN 70
 TIEFERE REALITAET MED 91
 TIERISCHE LERNVERLAUEFE PSY 160
 TOP-DOWN OPERATOR PÄD 106
 TOPOLOGIE LIN 66; XXX 265
 TOPOLOGISCHE STRUKTUREN CHE 27
 TOPOLOGISCHER KOMPLEX BIO 11
 TOPOLOGISCHER RAUM BIO 11
 TRAINER, AUTOMATISCHE PÄD 124
 TRANSFORMATION BIO 11; XXX 268
 STRUKTURELLE PÄD 115
 TERMINOLOGISCHE PÄD 116
 TRANSFORMATIONEN, KANONISCHE PHY 141
 MATHEMATISCHE CHE 28
 TRANSFORMATION BIO 12
 TRANSITIVITAETEN REC 182
 TRANSPORTPROBLEM WIR 251
 TRANSPPOSITION LIN 61
 TRENDCHARAKTER HIS 53
 TRENDXTRAPOLATION WIR 252
 TRUTH-DEFINITIONS LIN 73
 TRUTH, RELATIVE LIN 78
 TURBULENZ ERD 44
 TURBULENZTHEORIE, STATISTISCHE ERD 44
 TURINGMASCHINEN PÄD 123
 TYP MED 95
 UNIVERSSELLER STOCHASTISCHER MED 93
 TYPEN LIN 64
 UEBERGANGSWAHRSCHEINLICHKEIT PÄD 126
 UEBERLEGUNGSSCHEMATA XXX 263
 UEBERPRUEFBARKEIT, DATENMAESSIGE SOZ 211
 UEBUNG, NUMERISCHE MED 86
 UERAGEFORSCHUNG SOZ 214
 UMFRAGENFORSCHUNG SOZ 206
 UMFRAGETECHNIK SOZ 221
 UNBESTIMMTHEIT XXX 265
 UNENDLICHE MENGE LIN 68
 UNENDLICHKEIT XXX 264
 UNENDLICHKEITEN PHY 143
 UNGENAUIGKEIT ERD 48
 UNGEWISSHEIT MED 93
 UNITES LIN 69
 UNITS LIN 61
 UNIVERSALSPRACHE XXX 263
 UNIVERSSELLER STOCHASTISCHER TYP MED 93
 UNMOEGLICHKEITSTHEOREM WIR 256
 UNORDNUNG CHE 26, 27
 UNSAUBERE DATEN SOZ 234
 UNSICHERHEITSBEREICH ERD 48
 UNTERBRECHUNG SOZ 217
 UNTERKLASSEN LIN 68
 UNTERMENGEN, DISJUNKTE BIO 10
 UNTERSUCHUNG, DIACHRONISCHE XXX 266
 STATISTISCHE LIN 58
 UNTERSUCHUNGEN QUANTITATIVER ART LIN 66
 UNTERSUCHUNGEN STRUKTURELLER ART LIN 66, 66
 UNTERSUCHUNGEN, QUANTITATIVE LIN 66
 SPRACHSTATISTISCHE LIN 68
 SYNCHRONE XXX 266
 URBILO BIO 9
 VARIABILITAET BIO 10

VARIABLE PÄD 126; SOZ 216, 223; WIR 251
 VARIABLEN MED 93; THE 244
 INTERVENIERENDE PSY 161
 VARIABLES LIN 76, 78
 VARIANZ BIO 10
 VARIANZANALYSE PÄD 112; PSY 164
 VARIATION MED 92; PÄD 115, 127; SOZ 216
 VEHIKEL PHY 139
 VEKTOR BIO 10
 VEKTORANALYSE HIS 51
 VERANDERUNGEN, INFINITESIMALE XXX 264
 VERALLGEMEINERUNG HIS 52; PÄD 104; PHY 147
 INDUKTIVE PÄD 100
 THEORETISCHE XXX 267
 VERALLGEMEINERUNGEN MED 91
 VERARBEITUNG, STATISTISCHE HIS 52
 VERBAENDE REC 178
 VERBALE THEORIE SOZ 211; WIR 247
 VERBALSPEKULATION SOZ 211
 VERFAHREN WIR 248, 254; XXX 263, 270
 INFERENZSTATISTISCHE PSY 169
 MATHEMATISCHE SOZ 213; WIR 251
 MULTIVARIATE PSY 164
 STATISTISCHE PSY 159; SOZ 213
 VERFAHREN, STATISTISCHES SOZ 234
 VERHAELTNIS, KONSTANTES PSY 158
 VERHALTEN, DEKONOMISCHES WIR 255
 VERHALTENSANALOGIE XXX 266
 VERIDIKALITAET DES MODELLOBJEKTS PÄD 115
 VERIFIZIERTE BEOBACHTUNGEN MED 91
 VERIFIZIERUNG DER HYPOTHESE MED 91
 VERKNUEPFUNGEN, FUNKTIONELLE BIO 9
 VERNACHLAESSIGBARE STUERUNG CHE 26
 VERSTEHEN SOZ 210
 VERSTEHENDE THEORIE SOZ 210
 VERSUCH, RATIONALER SOZ 221
 VERTRAEGLICHKEIT MED 91
 VERTRAEGLICHKEITSBEZIEHUNGEN ERD 38
 VERWENDBARKEIT WIR 257
 VERZWEIGUNGSPROZESSE MED 89
 VIELFALT PÄD 110, 132
 VOLLSTAENDIG GERICHTETE GRAPHEN REC 186
 VORAUSSAGE LIN 69
 VORAUSSAGEKRAEFFIGE METHODE PHY 145
 VORGEHEN, HYPOTHETISCH-DEDUKTIVES PÄD 100
 VORHERSAGBARKEIT ERD 47
 VORHERSAGE, BEDINGTE WIR 252
 VORHERSAGEN XXX 267
 VORHERSAGEPROBLEME WIR 248
 VORSTELLUNGEN, RAEUMLICHE CHE 25

WACHSTUMSPROZESSE XXX 266
 WAHRHEIT, ABSOLUTE LIN 78
 WAHRHEITS-BEDINGUNGEN LIN 77
 WAHRSCHEINLICHKEIT MED 93
 ANGEWANDTE MED 95
 STATISTISCHE CHE 27
 WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG LIN 66; PSY 159
 WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORETISCHE BESCHREIBUNG
 XXX 265
 WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE MED 89; PSY 164;
 SOZ 234; XXX 265, 266
 WECHSEL VON KONTEXTEN SOZ 218
 WECHSELBEZIEHUNGEN HIS 51
 WECHSELWIRKUNG BIO 13
 WECHSELWIRKUNGEN BIO 9; MED 93
 WEGESYSTEM PÄD 102
 WEISE, NICHTLINEARE PSY 159
 WELLENBEWEGUNG SOZ 219
 WELLENVERLAUEFE SOZ 217
 WELTMODELL SOZ 224
 WERKZEUG PÄD 113; SOZ 234
 WERTUNGSENTSCHEIDUNG REC 176
 WERTUNGSENTSCHEIDUNGEN REC 179
 WERTURTEILDEBATTE SOZ 227
 WESENSINHALT REC 177
 WETTERVORHERSAGE, NUMERISCHE ERD 35
 WHITE BOX MED 87
 WIDERSPRUCHSANALYSE SOZ 212
 WINKEL BIO 10
 WINKELABSTAND BIO 13

WIRKLICHKEITSAEHE WIR 255
WIRTSCHAFTSTHEORIE, MATHEMATISCHE WIR 246,
250
WISSENSCHAFT, NORMATIVE SOZ 209
STRUKTURELL WERTFREIE REC 179
WISSENSCHAFTLICHKEIT WIR 249
WISSENSCHAFTSSPRACHE THE 244
EXAKTE THE 243
WOHL-DEFINIERTER STRUKTUR LIN 75
WORKER'S DEFINITION MED 95

ZAEHLUNGEN WIR 253
ZAHL PAD 107; SOZ 223
ZAHLEN MED 86; THE 241
ZAHLENMAESSIGE BESTIMMUNG XXX 269
ZAHLENTHEORIE REC 179
ZEICHEN LIN 62; THE 243
ZEICHENSYSTEM XXX 266
ZEITGITTER ERD 36
ZEITPERIODEN HIS 53
ZEITREIHE SOZ 217
ZEITREIHENANALYSE PSY 164; SOZ 217, 220
ZEITVERLAUEFE SOZ 224
ZIRKULATIONSMODELL ERD 35, 42
ZUFALL SOZ 220
ZUFALLSSTICHPROBE SOZ 214, 215
ZUORDNUNGSSYSTEM THE 244
ZUSAMMENHAENGE, ANALYTISCHE PHY 143
ZUSAMMENHAENGENDE GERICHTETE GRAPHEN REC 186
ZUSAMMENHAENGENDE UNGERICHTETE GRAPHEN
REC 186
ZUSAMMENHANG, FUNKTIONALER PSY 161
ZUSTAENDE, STATIONAERE BIO 14
ZUSTAND CHE 27
HYPOSTASIIERTER PAD 126
ZUSTANDSFELDER ERD 38
ZUSTANDSGROSSE ERD 36, 41
ZUSTANDSGROSSEN ERD 37
ZUSTANDSRAUM PAD 129, 130
ZWEIDIMENSIONALE RASTER BIO 14
ZYKLUS SOZ 225

Zu den Autoren

B e r n h e l m B o o ß, Dr. rer. nat., Geschäftsführer des Forschungsschwerpunktes "Mathematisierung der Einzelwissenschaften" der Universität Bielefeld. *Topologische Methoden in der Analysis, Geschichte der Mathematik*. Jg. 1941.

T h o m a s D o r f m ü l l e r, Dr. rer. nat., o.Professor für Physikalische Chemie an der Universität Bielefeld. *Strukturen von Flüssigkeiten, statistische Theorie kondensierter Phasen, molekulare Beweglichkeit in Flüssigkeiten, experimentelle Arbeiten auf dem Gebiet der Thermodynamik von Phasenumwandlungen und der Lichtstreuung in Flüssigkeiten*. Jg.1928.

P e t e r F l a s c h e l, Dr. rer. nat., Wiss. Ass. an der Freien Universität, Westberlin. *Differentialgeometrie im Großen, mathematische Methoden in der Ökonomie*. Jg.1943.

K u n o F ü s s e l, Dr. theol., Wiss. Ass., Seminar für Fundamentaltheologie der Universität Münster. Jg.1941.

P e t e r G ö r n e r, Dr. rer. nat., o.Professor für Biologie an der Universität Bielefeld. *Sinnes- und Neurophysiologie, Experimente insbes. zur Mechanorezeption bei Amphibien und Spinnen, zentrale Verarbeitung von Sinnesinformation*. Jg.1929.

K a r l P e t e r G r o t e m e y e r, Dr. rer. nat., o.Professor für Mathematik und Rektor der Universität Bielefeld. *Differentialgeometrie im Großen, Garbentheorie*. Jg.1927.

T h e o d o r H a r d e r, Dr. rer. pol., o.Professor für Soziologie an der Universität Bielefeld. *Mathematische Modelle in der Markt- und Meinungsforschung, Methodologie und Mathematisierung der Sozialwissenschaften*. Jg.1931.

K a r l H e i n z H i n k e l m a n n, Dr. rer. nat., o.Professor für Meteorologie an der Universität Mainz. Leiter der Forschungsabteilung beim Zentralamt des Deutschen Wetterdienstes. *Theoretische Meteorologie*. Jg.1915.

U l r i c h K n a u e r, Dr. math., Wiss. Rat und Professor für Mathematik an der Carl-von-Ossietzky-Universität Oldenburg. *Halbgruppen, algebraische Methoden der Mathematisierung, Untersuchungen zur Berufspraxis des Mathematikers*. Jg.1942.

K l a u s K r i c k e b e r g, Dr. rer. nat., o.Professor für Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik an der Universität René Descartes, Paris (Sorbonne). *Integrationstheorie; Martingale; stochastische Geometrie, Statistik stochastischer Prozesse, insbesondere von Punktprozessen*. Jg.1929.

N i k l a s L u h m a n n, Dr. sc. pol., o.Professor für Soziologie an der Universität Bielefeld. *Organisations- und Rechtstheorie, Gesellschaftstheorie*. Jg.1927.

I. M i l o w, Akademie der Wissenschaften der Union der Sozialistischen Sowjetrepubliken, Moskau.

W i l h e l m O p f e r m a n n, Dr. jur., Rechtsausschuß des Bundesrates, Bonn. *Öffentliches Recht insbs. Verfassungsrecht; moderne Rechtstheorie, z.B. Anwendung mathematischer Modelle in der Rechtswissenschaft*. Jg.1941.

J á n o s S. P e t ö f i, Dr. phil., o.Professor für Linguistik an der Universität Bielefeld. *Linguistische und logische Semantik, Texttheorie*. Jg.1931.

I. P r o m a c h i n a, Akademie der Wissenschaften der Union der Sozialistischen Sowjetrepubliken, Moskau.

A r n e R a e i t h e l, Dipl.-Psych., Wiss. Ass. an der Fakultät für Pädagogik, Philosophie und Psychologie der Universität Bielefeld. *Psychologisch-pädagogische Methodenlehre, Handlungstheorie, pädagogische Diagnostik; Felduntersuchungen zur Kooperation Elternhaus-Schule*. Jg.1943.

A n d r e a s R e i ß l a n d, Dr. rer. nat., Akademischer Oberrat an der Fakultät für Biologie der Universität Bielefeld. *Neurophysiologie, Mechano-rezeption bei Spinnen und Skorpionen*. Jg.1937.

R e i n h a r d S e l t e n, Dr. phil. nat., o.Professor am Institut für Mathematische Wirtschaftsforschung der Universität Bielefeld. *Spieltheorie und ihre Anwendungen auf Wirtschaftstheorie und politische Wissenschaft, experimentelle Wirtschaftsforschung*. Jg.1930.

K u r t H. S t a p f, Dr. phil., o.Professor für Allgemeine und Angewandte Psychologie an der Universität Tübingen. *Lern- und Sozialisationsforschung; Arbeits- und Betriebspsychologie, empirische Arbeiten zur Umweltpsychologie*. Jg.1939.

L u d w i g S t r e i t, Dr. phil., Wiss. Rat und Professor an der Fakultät für Physik der Universität Bielefeld. *Quantenfeldtheorie*. Jg.1938.

P e t r e T a u t u, Dr. med., Gastprofessor am Krebsforschungszentrum Heidelberg, Institut für Dokumentation, Information und Statistik. Leiter der Forschungsgruppe "Mathematische Modelle". *Stochastische Prozesse und Anwendungen in Biologie und Medizin, Krebsepidemiologie*. Jg.1927.

Interdisciplinary Systems Research
Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart

ISR 1
René Hirsig:
Menschliches Konformitätsverhalten – am Computer simuliert

ISR 2
Werner Hugger:
Weltmodelle auf dem Prüfstand

ISR 3
Claus Schönebeck:
Der Beitrag komplexer Stadt-simulationsmodelle (vom Forrester-Typ) zur Analyse und Prognose großstädtischer Systeme

ISR 4
Christof W. Burckhardt (Editor):
Industrial Robots – Robots industriels – Industrieroboter

ISR 5
Kuno Egle:
Entscheidungstheorie

ISR 6
Dieter Ruloff:
Konfliktlösung durch Vermittlung: Computersimulation zwischenstaatlicher Krisen

ISR 7
Salomon Klaczko:
Systemanalyse der Selbstreflexion

ISR 8
John Craig Comfort:
A Flexible Efficient Computer System to Answer Human Questions

ISR 9
Richard Rickenbacher:
Lernen und Motivation als relevanzgesteuerte Datenverarbeitung

ISR 10
James Gips:
Shape Grammars and their Uses

ISR 11
C. V. Negoita / D. A. Ralescu:
Applications of Fuzzy Sets to System Analysis

ISR 12
Jean Vuillemin:
Syntaxe, sémantique et axiomatique d'un langage de programmation simple

ISR 13
George Stiny:
Pictorial and Formal Aspects of Shape, Shape Grammars and Aesthetic Systems

ISR 14
Alexander Van der Bellen:
Mathematische Auswahlfunktionen und gesellschaftliche Entscheidungen

ISR 15
Dana H. Ballard:
Hierarchic Recognition of Tumors in Chest Radiographs

ISR 16
James R. Low:
Automatic Coding: Choice of Data Structures

ISR 17
Richard Young:
Seriation by Children: An Artificial Intelligence Analysis of a Piagetian Task

ISR 18
Helmut Maier:
Computersimulation mit dem Dialogverfahren SIMA
Bd. 1: Konzeption

ISR 19
Bd. 2: Dokumentation

ISR 20
Hartmut Bossel / Salomon Klaczko / Norbert Müller (Editors):
System Theory in the Social Sciences

ISR 21
Ekkehard Brunn / Gerhard Fehl (Hrsg.):
Systemtheorie und Systemtechnik in der Raumplanung

ISR 22
Remarkant Nevatia:
Computer Analysis of Scenes of 3-dimensional Curved Objects

ISR 23
Henry M. Davis:
Computer Representation of the Stereochemistry of Organic Molecules

ISR 24
Bernhelm Booss / Klaus Krickeberg (Hrsg.):
Mathematisierung der Einzelwissenschaften

ISR 25
Claus W. Gerberich:
Alternativen in der Forschungs- und Entwicklungspolitik eines Unternehmens

ISR 26
Hans-Paul Schwefel:
Numerische Optimierung von Computer-Modellen mittels der Evolutionsstrategie

ISR 27
Hermann Krallmann:
Heuristische Optimierung von Simulationsmodellen mit dem Razor-Search Algorithmus

ISR 28
Stefan Rath-Nagel:
Alternative Entwicklungsmöglichkeiten der Energiewirtschaft in der BRD

ISR 29
Harry Wechsler:
Automatic Detection of Rib Contours in Chest Radiographs

ISR 30
Alfred Voss:
Ansätze zur Gesamtanalyse des Systems Mensch-Energie-Umwelt

ISR 31
Dieter Eberle:
Ein Computermodell der Verflechtung zwischen Wohn- und Naherholungsgebieten der Region Hannover

ISR 32
Ernst Billeter / Michel Cuénod / Salomon Klaczko:
Overlapping Tendencies in Operations Research, Systems Theory and Cybernetics