

TEKST NR 79

1984

MATEMATIK OG ALMENDANNELSE

PROJEKTRAPPORT AF:

HENRIK COSTER

MIKAEL WENNERBERG JOHANSEN

POUL KATTLER

BIRGIT LYDHOLM

MORTEN OVERGARD NIELSEN

VEJLEDER:

BERNHELM BOOSS

TEKSTER fra IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA

Roskilde Universitetscenter

Postbox 260

4000 Roskilde

MATEMATIK OG ALMENDANNELSE

Projektrapport af:

Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen,
Poul Kattler, Birgit Lydholm og Morten Overgård
Nielsen.

Vejleder:

Bernhelm Booss.

IMFUFA tekst nr. 79/84, RUC.

151 sider.

ISSN 0106-6242.

Projektet søger at belyse, hvorvidt matematik er eller kan blive et almendannende undervisningsfag.

Dette gøres dels via en fremlæggelse af forskellige opfattelser af matematik som undervisningsfag.

Disse opfattelser er uddraget af debatten omkring faget, fortrinsvis som gymnasiefag.

Dels refereres og behandles populærvidenskabelige bøger om matematik. Udgangspunktet for denne behandling er, at populærvidenskabelige bøger om matematik nødvendigvis må behandle stoffet alment.

TITEL: MATEMATIK OG ALMENDANNELSE

- ET MODUL 3 PROJEKT, FORÅR 1984

UDARBEJDET AF:

HENRIK COSTER

MIKAEL WENNERBERG JOHANSEN

POUL KATTLER

BIRGIT LYDHOLM

MORTEN OVERGARD NIELSEN

VEJLEDER:

BERNHELM BOOSS

INDHOLD

1. Indledning	s.	1
2. Om almindannelse	s.	5
3. Matematikeres syn på matematik som undervisningsfag	s.	9
3.1 "Den abstrakte matematik"	s.	10
3.2 "Den anskueliggjorte matematik"	s.	12
3.3 "Den moderne matematik"	s.	18
3.4 Den nyere matematikstrømning	s.	27
A. Matematikken bag den nye bekendtgørelse	s.	28
B. Matematik i tværfagligt samarbejde	s.	30
C. "Virkelighedsmatematik"	s.	33
3.5 Opsamling af matematikopfattelserne	s.	37
4. Populærvidenskabelige bøger om matematik	s.	41
4.1 Indledning	s.	41
4.2 Oversigt over de populærvidenskabelige bøger	s.	44
4.3 Referater af de populærvidenskabelige bøger	s.	46
4.4 Målgruppe	s.	82
4.5 Bøgernes matematiske indhold	s.	84
4.6 De historiske aspekter	s.	100
4.7 Matematiksyn og samfundet	s.	110
4.8 Pædagogik	s.	114
4.9 Opsamling af de populærvidenskabelige bøger	s.	139
5. Konklusion	s.	141
6. Litteraturliste	s.	146
7. Bilag		
7.1 Arbejdsrapport	s.	149

1. INDLEDNING.

Vi har to udgangspunkter for dette projekt, som vi vil præcisere her.

1) Vi betragter den gymnasie matematik, vi har været udsat for som elitær. At undervisningen var elitær vil sige, at den udskilte en lille gruppe af elever, der kunne følge med. Undervisningen var beregnet for denne lille gruppe af vindere, der så at sige var blevet lukket indenfor i matematikkens hus. Resten af eleverne bestod af en mellemgruppe af elever, der med en stor arbejdsindsats søgte at hænge på og opnåede at beherske nogle redskaber uden at opnå en egentlig forståelse. Endelig var der gruppen af tabere, der betragtede matematikken som en pestilens.

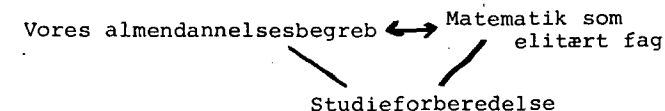
2) Som matematikstuderende og dermed som fremtidige undervisere i matematik synes vi, at vi bør forme et bud på en bedre matematikundervisning. Det er vores personlige og politiske ambition at være med til at formidle en matematik, der har et almendannende indhold, dvs. en matematik for de mange og med et indhold, der kan bruges til noget (begrebet vil vi definere og diskutere i kapitel 2). Det almindelige formål mener vi kun i meget ringe grad bliver udmyntet i gymnasie matematikken, som vi (som elever) har oplevet det.

Dette personlige udgangspunkt, som gruppens medlemmer har delt, har sat nogle overvejelser igang. Først og fremmest er det selvfølgelig muligt, at vores hukommelse fra gymnasietiden spiller os et puds, eller at gymnasie matematikken er blevet væsentligt ændret siden dengang. Men vi er ikke ude på at undersøge gymnasieskolens virkelighed, hverken i forhold til dengang vi oplevede den eller i forhold til den konkrete nutid. Det ville være al

for omfattende og er heller ikke så centralt for vores nuværende interesser.

Gymnasiet har i dette århundrede hele tiden haft som formål at være både almindelig og studieforberedende. Derudover har det selvfølgelig fungeret generelt socialiserende. I dette puslespil af interesser og formål er de enkelte fag indplaceret. Matematikfaget i gymnasiet betragter vi derfor dels udfra fagets rolle og placering i selve gymnasiet og dels udfra de eksisterende fagopfattelser. Begge disse faktorer, men især den sidste, må hænge snævert sammen med gymnasieskolens krav til de enkelte fags studieforberedende egenskaber. Det studieforberedende er noget særligt for folkeskolen og gymnasiet og er egentligt et meget svævende begreb, ligesom iøvrigt begrebet almindelse er det.

Skematisk mener vi, at vores almindelsesbegreb står i en modsætning til en matematik, der er elitær. En matematik for og til de få kan ikke være almindelig i vor forstand. Der er i praksis selvfølgelig ikke tale om to adskilte lejre, der bekæmper hinanden. Vores skelnen er baseret på de rendyrkede begreber og situationer.



Når vi har grebet ordet (og begrebet) almindelse, er det fordi det burde give os mulighed til at vurdere, hvad det egentlig er for noget matematikere/samfundet har fundet så vigtigt ved matematikken. Hvilket budskab kan/skal matematikken bringe videre til offentligheden? Hvilket matematiksyn ligger til grund herfor?

Her er der naturligvis tale om mange og store

spørgsmål, og spørgsmål der uundgåelig rummer formidlings- og fagopfattelsesdiskussioner. Det er indenfor disse intentioner, at vi gerne vil have lov til at placere vores problemformulering.

Vi stiller ud fra ovenstående spørgsmålene: Kan matematik være et almindende fag? Eller er der "iboende" i faget noget elitært?

Vi vil indenfor gymnasieskolens rammer - i dette århundrede - se på fagopfattelserne i debatten om matematikfagets udseende, og se på om de har peget i en elitær, hhv. almindende retning. Ud fra nogle forventninger om en mere lystbetonet matematik i den populærvidenskabelige litteratur leder vi yderligere efter fagopfattelser og dertil hørende pædagogik med det formål at belyse matematikkens almindende potentialer. Er de populærvidenskabelige bøger almindende?

I kapitel 2, der kommer umiddelbart efter dette, vil vi søge at belyse begrebet almindelse.

Herefter gå vi over til den egentlige behandling. Ud fra debatten om matematikfaget i gymnasiet op gennem århundredet vil vi udtrække forskellige opfattelser af faget. Dette skal både ses som et fundament for det efterfølgende kapitel, men også som et redskab for os til at kunne fremkomme med en holdning til faget, der har en bæredygtig baggrund.

Hvis vi kunne "fjerne" det studieforberedende aspekt (jvf. skemaet forrige side), ville vi lettere kunne studere den rene vare: formidlingen af

den matematik, der ikke skal terpes af andre grunde end de interessebegrundede. Vi har nogle forventninger til, at populærvidenskabelige bøger viderebringer et almindende budskab, hvor matematikken bliver formidlet til en bredere offentlighed, der af egen "fri vilje" interesserer sig for emnet.

Vi tager altså på denne måde hul på problemet om matematik nødvendigvis er et elitært fag (hvilket vi iøvrigt har fundet det uhyre vanskeligt at vurdere rent fagligt; især da alle personer i gruppen er nystartede på overbygningen).

Dette faglige problem har også været medvirkende til, at vi har valgt at fokusere på noget materiale, hvorom vi på forhånd kunne vide, at der var gjort forsøg på at popularisere stoffet og at gøre faget alment.

Som materiale for undersøgelsen af populærvidenskabelige bøger om matematik har vi valgt bøger på skandinavisk (primært dansk), fordi vi fokuserer på det danske undervisningssystem og for at afgrænse materialets omfang.

I kapitlet (kapitel 4) fremlægger vi først korte referater af bøgerne, hvori hver bogs kendetegn fremhæves. Derefter analyseres bøgerne samlet for at nå frem til en konklusion på problemet.

Kapitlet rummer materiale og analyser, hvor vi har været uden tidligere arbejder, som vi kunne henholde os til. Derfor vil denne "case" fylde forholdsvis meget i rapporten, da et stort materiale skal behandles og sammenfattes.

Behandlingen af de populærvidenskabelige matematikbøger kan opfattes som en sonde, som vi stikker ned i et lidet undersøgt felt for at se, om vi herigennem kan belyse problemer og muligheder for matematik som et almindende fag.

2. OM ALMENDANNELSE.

Siden midten af forrige århundrede har begreber som 'almindelig dannelse', 'almendannelse' og 'højere almenundervisning' været knyttet til de højere skoler i det danske skolesystem.

Karakteristisk for de forskellige skolelove, hvor begreberne anvendes er, at der ikke gives uddybende forklaring på, hvad disse nærmere dækker over.

Ud fra fagkombinationer og fagindhold, angivet i de forskellige love, fremgår det klart, at begreberne anvendes med forskelligt indhold alt efter anvendelsestidspunktet.

I 1800-tallet, der var præget af nyhumanistiske tanker, blev vægten lagt på den klassiske dannelse. Relativt få mennesker fik på daværende tidspunkt en højere uddannelse og den 'almindelige dannelse', som latinskolerne blandt andet havde til formål at give, kom således kun de få tilgode, og var efter vores opfattelse således med til at bevare de sociale strukturer i befolkningen.

Med industrialiseringens øgede krav om højt uddannede mennesker med blandt andet teknisk baggrund svandt relevansen af klassisk dannelse for de få ind. Dette var en af baggrundene for "Loven om højere almen-skoler af 1903". Vagn Skovgaard Petersen (1976) beskriver i sin bog "Demokrati og dannelse" et af formålene med den ny lov således:

" - det var den højere skoles opgave at give en nutidsvendt højere almenundervisning; mellemskolen skulle være en barneskole, der "i Tilslutning til Folkeskolens Undervisning for Børn i 11-12 Aars Alderen" meddelte sine elever "en for det givne Alderstrin egnet højere Almenundervisning"; gymnasiet skulle i tilslutning til mellemskolen give sine elever "en fortsat højere Almenundervisning, som tillige afgiver det nødvendige

Grundlag for videregående Studier". I denne sidste passus lå ønsket om en skoling, der ville være relevant bl.a. til et studium, men ikke en forestilling om en særlig eksklusiv "lærd" dannelse."

Petersen, 1976, s. 286

Loven indeholdt intet om hvad begrebet 'højere almenundervisning' indeholdt, men:

"Når loven tier, må tolkningen søges i lovforslagets bemærkninger og den politiske drøftelse. Heraf fremgik, at det nye ved den højere almenundervisning ingenlunde var en opgivelse af normer og kvalitetskrav. Det nye var for det første en ændring af dannelsesmidlerne, så at kundskaberne, det materielle udbytte, skulle blive mere relevante for det nutidige samfund. For det andet en forskydning af interessen fra produktet til processen, - til en dygtiggørelse i at se, opfatte, vurdere og karakterisere, anvende kundskaberne."

Petersen, 1976, s. 286

Da vi begyndte arbejdet med dette projekt, tillagde vi begrebet 'almendannelse' et - efter vores mening - positivt indhold med visse paralleller til dét, Petersen (1976) i det andet citat uddrager i forbindelse med 'højere almenundervisning'. Vi mente, at 'almendannelse' betegnede viden, kundskaber og kritisk sans mm. for de mange - ikke rettet mod et specielt erhverv, men medvirkende til at gøre den 'almedannede' til en kritisk og aktiv borger i samfundet. Men da det gik op for os, at begrebet er meget vagt defineret, ofte med reminiscenser af det klassiske dannelsesbegreb overvejede vi, at finde en anden betegnelse. Dette har desværre ikke været muligt for os. I stedet har vi valgt i det følgende kort at præcisere, hvad vi her i rapporten ønsker at lægge i begrebet 'almendannelse'.

Vi opfatter en 'almedannende' undervisning på gymnasie-niveau som en sådan, der sigter mod at give eleven en hoben af egenskaber, der muliggør en aktiv og kritisk deltagelse i samfundet.

Med den øgede specialisering i samfundet følger et behov for en stor fælles basis af viden, således at den en-

kelte borger via en rimelig bred horisont ikke isoleres. En væsentlig del af denne basalviden¹ vil være kendskab til det omkringværende samfund, dets kulturelle baggrund og dets relationer til andre samfund, samt forståelse af naturen.

For at hindre fremmedgørelse i relation til den hurtige teknologiske udvikling vil det være hensigtsmæssigt, at eleven også sikres en vis viden om teknologi.

En 'almendannende' undervisning vil, i henhold til vores opfattelse af begrebet, indebære, at eleven får opøvet en kritisk sans¹, således at hun/han er i stand til nøgternt at vurdere og sortere de informationer, der stødes på i dagligdagen. På denne måde sikres, at den enkelte borger på rimelig vis konstant udvider sin basalviden.

Men viden og kritisk sans er efter vores mening ikke tilstrækkeligt til at skabe en 'almendannet' person. 'Almendannelse' indebærer tillige, at personen ud fra den basale viden ved hjælp af sin kritiske sans er i stand til at vurdere konkrete problemer fra virkeligheden¹.

Specialiseringen i samfundet kombineret med den hastige teknologiske udvikling nødvendiggør, at borgeren således er blevet udstyret med en vis styrke og selvtillid i forbindelse med undersøgelse og vurdering af opgaver og problemer hun/han dagligt støder på; opgaver, hvis indhold også kan ligge udenfor personens faglige kompetance.

1: Tre af de fire aspekter, vi tillægger begrebet almindelse er sammenfaldende med, hvad der gives udtryk for i et svensk skrift: "Gymnasiets allmänbildningsmål" fra 1960 citeret af Einar Matthiesen (Gymnasieskolen nr. 2, 1961).

I artiklen "Matematiks placering i opfyldelsen af de ændrede uddannelsesbehov" (1983) opererer Mogens Niss, i forbindelse med definitionen af begrebet 'almendannelse' vedrørende fagenes faglige indhold, med to "dimensioner", en hensigts-dimension og en indholds-dimension. Der skelnes mellem to hensigter med undervisning, "professionsrettet" og "rettet mod almenheden", og mellem to indholdstyper, det "specielle" og det "almene". Mogens Niss identificerer 'almendannende' undervisning som omfattende alle kombinationer af disse med undtagelse af "professionsrettet" undervisning af "speciel" indholdstype.

Som Mogens Niss påpeger, er det vanskeligt altid at få virkeligheden til at passe ind i dette analytiske skelet, og vi har derfor også valgt ikke at lade det styre vores behandling af emnet. Det har imidlertid været en væsentlig inspiration for os og er indgået i mange af vores diskussioner.

3. MATEMATIKERES SYN PÅ MATEMATIK SOM UNDERVISNINGSFAG.

I dette afsnit ønsker vi at fremlægge forskellige opfattelser af matematik som undervisningsfag formuleret af matematikere først og fremmest fra Danmark.

Med matematikere mener vi her både forskningsmatematikere og matematikere, som underviser på lavere niveau end universitetet, dvs. primært gymnasiet.

I en række tidsskrifter har vi fundet en del artikler, hvor matematikfaget i gymnasiet debatteres. Det er forskellige tidsskrifter, der op gennem århundredet har været debatforum for matematikere.

Op til 2. verdenskrig var det Matematiklærerforeningens tidsskrift. I perioden hed det henholdsvis Nyt Tidsskrift for Mathematik (1901-1918) og Matematisk Tidsskrift (1919-1954). Herefter var Gymnasieskolernes Lærerforenings tidsskrift Gymnasieskolen forum for indlæg af matematikere. Efter 1979 har det været Landsforeningen af Matematik, Fysik og Kemilæreres tidsskrift LMFK-bladet, hvori matematikere fortrinsvis har formuleret sig.

Det er vores opfattelse, at disse tidsskrifter tilsammen er dækkende for den debat, der er foregået omkring matematik som undervisningsfag i Danmark i dette århundrede.

En stor del af artiklerne fra de omtalte tidsskrifter behandler anordningerne og bekendtgørelserne - specielt i forbindelse med ændringer. I den sammenhæng har vi set på indholdet i gymnasiematematikken op gennem århundredet som det er formuleret i de nævnte ministerielle retningslinier.

På baggrund af en historisk bearbejdning af dette materiale har vi udledt fire centrale fagopfattelser. De følgende afsnit er en redegørelse udfra det fundne materiale for disse opfattelser, som vi har valgt at betegne: 1) "Den abstrakte matematik", 2) "Den anskueliggjorte matematik", 3) "Den moderne matematik" (60'ere matematikken) og 4) "Den nyere matematikstrømning".

3.1 DEN ABSTRAKTE MATEMATIK¹⁾

Den gængse opfattelse af matematikundervisningens berettigelse i latinskolen i 1800-tallet og begyndelsen af 1900-tallet var præget af nyhumanistiske tanker. Nyhumanisterne fremhævede matematikkens formelle dannelses- og opdragelsesværdi for - som formuleret af A. Spangsberg Christensen og K. Thomsen i "Matematik i Tyskland i det 19. århundrede", 1983:

"Matematik var jo den højeste videnskab for grækerne, og da nyhumanisterne havde oldtiden og specielt grækerne som ideal, kunne man naturligvis ikke opdrages til dette ideal uden at kende til matematikken."

Det matematikfag, der formidledes med dette formål, var opsplittet i en række discipliner: aritmetik, trigonometri, analytisk geometri m.fl. Emner indenfor hver disciplin blev behandlet abstrakt, udelukkende med vægt på de logiske beviser og uden forsøg på at skabe forbindelse mellem disciplinerne eller anvende opnået viden fra ét område i et andet. Ifølge H.J.Pihl (1923) prægede denne mangel på helhedsopfattelse ikke blot de forskellige emners indbyrdes forhold, men til en vis grad også de enkelte afsnit indenfor samme emne. Det var således mindre væsent-

1) Betegnelsen "Den abstrakte matematik" stammer fra H.J.Pihls artikel "Om matematikundervisningen i Gymnasiet" fra 1923.

ligt, hvor stort et pensum, der blev gennemgået. I en artikel fra 1903, "Om Undervisning i Matematik", udtrykker Johannes Møllerup, professor på Polyteknisk Læreanstalt, tankerne således:

"...og de (eleverne) skal blot lære at resonnerer saa skarpt og nøjagtigt som muligt, medens det derimod er ligegyldigt, om de naar saa eller saa vidt, og om de kender den eller den Sætning."

Udover det væsentlige i kendskab til den græske matematik prægedes "den abstrakte matematik" af ideer om, at faget var udviklende for formel logisk tænkning og kritisk sans. Johannes Møllerup (1903) udtrykker holdningen på følgende måde:

"De fleste matematiske Kundskaber er aabenbart ret uanvendelige i Livet, de eneste er nogle faa ganske simple, der for Resten ogsaa meddeles via Regneundervisningen. I Henseende til den direkte Nytte staar Matematikken langt tilbage for moderne Sprog, Geografi og Historie. Matematikkens Berettigelse til at indtage den fremragende Plads i Skolen, der altid villigt er bleven den tildelt, søger jeg derimod i, at den, omtrent alene, varetager en uundværlig Udvikling af Elevernes logiske Evne, idet den forbereder dem til Ræsonnementer, der dagligt forefalder i Livet. De Mennesker, der forlader Skolen i 15-16 Aars Alderen, skal kunne læse en Avis, især kunne forstaa den politiske Del deraf, de skal kunne føre en forstandig Samtale og kunne forstaa et uvidenskabeligt Foredrag. Men hertil udfordres der en meget betydelig kritisk Evne, og det er for denne Evnes Udviklings Skyld, at jeg tror, at Matematikundervisningen kan spille en stor Rolle."

Kritik:

"Den abstrakte matematik" baseret på de nyhumanistiske tanker, var medvirkende til at gøre matematikken til et isoleret fag, udelukkende omhandlende den rene matematik. Matematikopfattelsen tog afstand fra, at faget skulle kunne anvendes i forbindelse med andre fag til løsning af problemer umiddelbart. Fagets betydning lå i dets forbindelse til den græske kultur, samt dets indflydelse på træningen af

tænkemusklen.

3.2 DEN ANSKUELIGGJORTE MATEMATIK¹⁾

Omkring århundredeskiftet var der i Danmark stor debat vedrørende undervisning i faget matematik. Årsagen hertil var dels nogle nye strømninger i Europa med tanker om et mere sammenhængende matematikfag, dels det øgede behov for teknisk arbejdskraft, dels vedtagelsen af Almenskoleloven af 1903.

Med Almenskoleloven søgte lovgiverne at samle det tidligere meget splittede skolesystem og skabe en direkte forbindelse mellem folkeskolen og den højere skole. Latinskolen med dens stærke vægt på de klassiske sprog erstattedes af mellemskolen og det bredt fagligt funderede gymnasium. Formålet med undervisningen i gymnasiet er angivet i lovens stk.

1 § 3:

"Gymnasiet giver i Tilslutning til Mellemskolen gennem 3 eetaarige Klasser sine Elever en fortsat højere Almendundervisning, som tillige afgiver det nødvendige Grundlag for videregaaende Studier.

Gymnasiets Undervisning skal kunne meddeles paa 3 delvis forskellige Linier, som efter de Undervisningsfag, der give hver enkelt Linie dens Særpræg, betegnes henholdsvis som den klassisk-sproglige, den nysproglige og den matematisk-naturvidenskabelige Linie."

Hvad der ligger i begrebet "højere Almendundervisning" uddybes ikke.

Industrialiseringens krav til en ny type af matematikere prægede diskussionerne omkring matematikindhold i den nye gymnasieskole i retning af det studieforberegende. Som forslag udarbejdede en gruppe af matematiklærere et oplæg stærkt påvirket af

1) Betegnelsen "Den anskueliggjorte matematik" stammer som "Den abstrakte matematik" fra H.J.Pihl (1923).

strømningerne i Europa. Disse strømninger var en reaktion på "den abstrakte matematik", der opfattede matematikken som et mål i sig selv. Man mente, at matematikken var blevet for abstrakt og virkelighedsfjern, og ikke det hjælpemiddel for teknikken det egentlig burde være. Med henblik på ændringer i matematikformidlingen i Tyskland havde Felix Klein (professor i matematik i Göttingen) på opfordring af den tyske regering udarbejdet et undervisningsprogram. Programmet, der var karakteriseret af tanker som sammenhænge i matematikken med vægt på anskueliggørelse, prægede også debatten her i landet.

En af de væsentligste ændringer i pensum foreslået af matematiklærerudvalget i forbindelse med disse nye tanker herhjemme var indførelse af infinitesimalregning på bekostning af visse områder indenfor aritmetik.

T. Bonnesen, rektor ved Borgerdydsskolen - senere professor i geometri ved Københavns Universitet, beskriver i en artikel, "Matematikken i Gymnasiet", fra 1905 linien i de nye formidlingsideer i forhold til den tidligere praksis:

"Det er "Analysen", som ved den nye Ordning bør bringes fuldstændig i Forgrunden; hvad der skal fremhæves er med et moderne Slagord: "Funktionsbegrebet i grafisk Fremstilling". Eleverne bliver altfor sent bekendt med den inderlige og anskuelige Sammenhæng mellem Funktion og geometrisk Figur, og ovenikøbet paa en altfor speciel Maade.

Medens det abstrakte Funktionsbegreb kan være vanskeligt for Begyndere at tilegne sig, gaar det som Fod i Høse, naar Funktionen er knyttet til en Figur. I Matematikundervisningen kan vi naturligvis ikke lade os nøje med en blot og bar kurvetegning; et virkeligt Studium af Funktionen Voksen og Aftagen, Bestemmelsen af Tangenten ved den Afledede, Maksimum og Minimum, Fladeberegning maa i et besindigt Tempo følge med, og Metodens anvendelighed i Fysikken maa læres samtidig med den matematiske deduktion. Det gælder fremfor alt at give Eleverne lejlighed til at løse Opgaver, som rent praktisk frembyder sig for dem, og ikke blot for Tilfældet ind-

rettede Opgaver. Vore Studenter har, naar de forlader Skolen, vel nok Følelsen af at have lært et og andet, men Følelse af, at de med deres Viden virkelig kan udrette noget, der ikke lige er afpasset efter Rammen, det har de aldrig."

Det var således ikke blot ønsket om at give eleverne nogle andre mere anvendelsesorienterede matematiske kundskaber, der prægede de nye strømninger, men også håbet om at lette indlæringen ved hjælp af en mere pædagogisk behandling af stoffet. Stoffet skulle gøres visuelt ved hjælp af grafisk fremstilling.

Med hensyn til pensumindhold blev oplægget fra matematiklærerne stort set basis for den vedtagne anordning af 1906. Dog blev et så centralt område i den nye retning som infinitesimalregning gjort valgfrit og den pædagogiske indfaldsvinkel "Funktionsbegrebet i grafisk fremstilling" blev heller ikke fulgt helt op, idet grafisk afbildning kun udgjorde en ringe del af det pensum anordningen skitserede.

I en artikel, "Gymnasiets og Realklassens Matematikundervisning", fra 1906 kommenterer Viggo Trier ministeriets ændringer af matematiklærerudvalgets forslag på følgende måde:

"...alligevel ledes man ved et nøjere Studium af de to Aktstykker til den Forestilling, at Lovgiverne har staaet fremmede for den moderne Opfattelse af Matematikundervisning, som besjælede Udvalgets Medlemmer, idet Læren om retvinklede Koordinaters Anvendelse til grafisk Fremstilling af Funktioner er flyttet fra Algebra til Geometri for den sproglige Retning og fra Differential- og Integralregning til analytisk Geometri for den matematiske. Denne Omposition er ikke uden reel Betydning. Udvalgets Ønske gik i Retning af at slutte sig til de Bestræbelser, der netop for Tiden i de store europæiske Kulturlande rettes mod at bringe "Funktionsbegrebet i grafisk Fremstilling" til at træde i Forgrunden og gennemsyre det hele pensum, som derved ganske naturligt udvides til at optage Elementer af Infinitesimalregningen indenfor sine Rammer. Der var

heri for en Gangs Skyld et Stænk af Radikalisme i Tankegangen.

Herved er den oprindelige tilsigtede Nydannelse i de matematik-pædagogiske Synspunkter ganske forsvundet. Heldigvis er Ulykken ikke større, end at Lærebøgerne med Lethed kan raade Bod derpaa. Man maa haabe, at de vil gøre det."

Der var således i følge V. Trier, på trods af anordningens pensumbeskrivelse, mulighed for at praktisere den nye anskueliggjorte matematik, men reelt viste det sig kun at blive tilfældet få steder. I en artikel, "Om Matematikundervisningen i Gymnasiet", skrevet i 1923, 17 år efter anordningens vedtagelse, skriver H.J. Pihl, at den gamle abstrakte retning stadig har flertallet af matematiklærerne med sig. Årsagen hertil mener H.J. Pihl er at finde i en vis konservatisme i undervisningssystemet samt mange læreres store undervisningsbelastning, hvilket vanskeliggør indarbejdelse af nye metoder.

Først med en ny anordning i 1935 blev tankerne fra århundredeskiftet med "Funktionsbegrebet i grafisk afbildning" reelt indført. I bekendtgørelsen fra 1935 for den matematisk-naturvidenskabelige linie formuleres tankerne på følgende måde:

"Undervisningen bør i saa høj Grad som muligt tilstræbe en Sammenhæng mellem de forskellige Dele af Stoffet, og Funktionsbegrebet træder herved naturligt i Forgrunden.

Formålet med "den anskueliggjorte matematikformidling" var i det store hele studieforberedende selv om der nok også var enighed om at tillægge matematikken betydning i forbindelse med træning af den logiske evne. At matematikken skulle kunne anvendes i et senere (ingeniør) studium, var der stort set enighed om blandt fortalere, men hvorvidt anvendelserne kunne indgå allerede i gymnasiets un-

dervisning, var der derimod diskussion om.

C. Hansen, lektor ved Metropolitanskolen, gør sig i en artikel fra 1914 ("Forslag til Ændring af Læseplanen i Matematik for Gymnasiets Matematiske Linie") til talsmand for anvendelsesaspektet allerede på gymnasieniveau:

"... jeg kunde ønske en ganske anden gennemgribende Forandring, en saadan, hvorved Anvendelserne af Matematikken blev sat ganske anderledes i Forgrunden, end Tilfældet er nu; jeg forlanger, at ikke alene skal Eleverne lære Matematik, men de skal paa den matematiske Linie tillige lære, hvad Matematik kan bruges til."

"... nu forlanger vi, at Skolen skal have en Afslutning i sig selv, og det er netop ud fra et saadant Forlangende, at jeg mener, vi bør skride til en væsentlig Ændring i Læseplanen i Matematik for matematisk Linie; jeg forlanger, at Skolen ogsaa skal give noget til alle dem, der ikke ønsker at gaa videre ved Universitetet, polyteknisk Lærestalt eller andre Undervisningsanstalter. Det skal ikke være saaledes, at først de videregaaende Undervisningsanstalter skal lære Eleverne, hvortil de skal bruge den Matematik, man har meddelt dem i Skolerne, men Skolens Undervisningsplan skal være saaledes, at Eleverne faar at se, at Matematik ikke alene er, hvad jeg vil kalde Gymnastik for Hjernen, et Middel, hvormed vi lærer Eleverne at drage rigtige Slutninger ud fra Forudsætningerne, men at Matematikken ogsaa bruges til at forklare, forstaa og beherske mangfoldige af de Fænomener, vi alle daglig iagttager. Efter min Erfaring stiger Interessen for Faget i betydelig Grad for en Elev, naar han ser, hvad Faget kan bruges til.

Hvilke Anvendelser, vil man da spørge, kan man gøre af Matematikken i en Skole? Hertil vil jeg svare, at vi har et udtømmeligt Forraad i den rationelle Mekanik og i Astronomien."

C. Hansen går så langt i sin artikel som at foreslå, at den rationelle mekanik inddrages i matematikfaget. Den holdning, som C. Hansen var repræsentant for, resulterede i meget faste krav til de eksakte matematiske kundskaber faget skulle formidle.

Modstandere af disse tanker hævdede, at det var

umuligt at nå så langt i den elementære matematik-undervisning, og målet måtte derfor være et andet:

"Kunde vi i Ny og Næ gøre virkelige praktiske Anvendelser af Matematikken, kunde vi nu og da give Abstraktionerne Liv, saa tror jeg noget vilde være vundet, men saa skal det ogsaa virkelig være praktiske Anvendelser, for det er nemlig Sagen, at Dr. Hansens Anvendelser, i alt Fald i mine Øjne, ikke har saa meget med Praxis at gøre.

Den Matematik vi kan lære Skoleelever, er meget elementær, og naar Matematik er meget elementær, saa er dens praktiske Anvendelighed ogsaa meget begrænset."

Jensen, 1915.

Udvælgelse af læsestof skulle således ikke påvirkes af kunstige krav fra fysikken, men skulle først og fremmest sørge for, "at det bliver saa god Matematik som mulig" (Jensen, 1915), således at der var lagt et godt fundament til videregående studier.

I bekendtgørelsen fra 1935 fik anvendelsesaspektet en ret fremtrædende plads, dog i en mildere udgave end C. Hansens:

"Der bør tilstræbes et Samarbejde med de Fag, specielt Fysik, hvor Matematikken kan komme i Anvendelse. Ved Planlæggelsen af Undervisningen bør der derfor tages saadanne Hensyn, at dette Samarbejde kan blive frugtbart."

bekendtgørelsen for den matematisk-naturfaglige linie, 1935.

"Ved Undervisningen skal Hovedvægten lægges paa Matematikkens Anvendelse i det praktiske Liv inden for de i Anordningen givne Rammer. Ved Valg af Øvelseseksempler bør man derfor, overalt hvor det er muligt, søge Tilknytning til det praktiske Liv. Tillige bør der inddrages Materiale (Tabeller og Grafisk Afbildning), som finder Anvendelse i andre Fag, f.Eks. Naturfag og Historie."

bekendtgørelsen for de sproglige linier, 1935.

De tanker, der lå bag "den anskueliggjorte matematik holdt stand helt op til slutningen af 1950'erne. I 1953 kom en ny bekendtgørelse for den matematiske linie. Bekendtgørelsens eneste nye element af betydning var antydningen af værdien af et historisk element i matematikundervisningen. For sproglig linie derimod faldt matematikundervisningen helt væk.

Kritik:

Karakteristisk for "den anskueliggjorte matematik" var, at den ligesom "den abstrakte matematik" tog udgangspunkt i den rene matematik. Anvendelsesaspektet kom tilsyneladende kun i betragtning, når det kunne indpasses i den matematik, der ønskedes formidlet. De store krav til studieforberedelse resulterede i en fokusering på matematikken som værktøj i forbindelse med videregående tekniske uddannelser, hvortil der krævedes en stor basis af traditionelle matematiske færdigheder.

3.3 DEN MODERNE MATEMATIK

Som nævnt skal vi helt frem til slutningen af 1950'erne, før der fremkommer en ny klart formuleret matematikopfattelse i den danske matematikverden. Tankerne indføres i gymnasieskolen i forbindelse med en større revision af det danske skolesystem - for folkeskolens vedkommende i 1958, for gymnasiets i 1961. Reformens mest markante ændring for gymnasiet var, at der indførtes tre nye grene: en samfundsfaglig, der både forefandt i sproglig og matematisk linie og en naturfaglig for matematikere.

BAGGRUNDEN

A. Samfundsmæssigt

Baggrunden for indførelsen af "den moderne matematik" i gymnasiet skal først og fremmest findes i samfundsudviklingen, der var stærkt præget af den øgede industrialisering. I slutningen af 1950'erne startede en økonomisk vækst (i hele den vestlige verden), der er uden sidestykke. Denne rivende økonomiske vækst forandrede for alvor Danmark fra et landbrugsland til et industriland. Central i den økonomiske udvikling var ny teknologi. Automatisering, rationalisering, serieproduktion var nøgleord. Dette skabte behov for flere teknikere og naturvidenskabsmænd.

Førende i udviklingen var (naturligvis) USA. Ligesom umiddelbart efter 2. verdenskrig, hvor denne stormagt havde blandet sig aktivt i den økonomiske udvikling i Vesteuropa specielt via Marshallhjælpen, skubbede landet i midten og slutningen af 50'erne aktivt på overfor en øget produktion af naturvidenskabsmænd og teknikere i Vesteuropa (vi vender mere konkret tilbage til dette lidt senere).

Behovet for flere matematikere og fysikere blev formuleret af én af de mest centrale personer - ja måske den helt centrale person - i pensumændringen i 1961, professor Svend Bundgaard, allerede i 1955:

"Sagen er jo den, at vi står på tærskelen til en tid, hvor de matematisk-fysiske fag og deres anvendelsesmuligheder vil komme til på godt og ondt at præge den daglige tilværelse og samfundslivet i hidtil ukendt målestok.

I en række lande, store og små, er man straks efter 2. verdenskrig bevidst gået ind i en voldsom, ja eksplosionsagtig, aktivitet på disse fags områder, først i nogen grad med krigsmæssige opgaver for øje, efterhånden overvejende med henblik på store fredelige opgaver. Denne aktivitet er præ-

get af store økonomiske anspændelser og bestræbelser på at uddanne et talrigt personel med indsigt i de nævnte fag og deres anvendelsesmuligheder indenfor en række samfundsvigtige områder som teknik (specielt energiforsyning), medicin, økonomi og kommunikation.

(Bundgaard, 1955)

B. Den matematiske baggrund

Som Bundgaard fremhæver i ovennævnte citat udviklede matematikken sig. Udviklingen foregik imidlertid udelukkende på de højere læreanstalter. Gymnasiematematikken var som nævnt ikke nævneværdigt revideret siden 1935, hvor det var tanker fra omkring århundredeskiftet, der blev dominerende. Afstanden mellem matematik som undervisningsfag og matematik som forskningsfag var således øget gradvist.

Behovet for ændring i gymnasiepensummet var åbenlyst. Stoffet var ikke tidssvarende.

Netop i disse år (d.v.s. stadig i slutningen af 50'erne) foregik der stor international aktivitet med hensyn til en ny matematikopfattelse, der skulle danne grundlag for undervisningsreformer. Centralt i dette arbejde var den vesteuropæiske økonomiske samarbejdsorganisation OEEC (der i 1948 var blevet oprettet for at organisere Marshallhjælpen til Vesteuropa). Men også USA, der ikke var medlem af OEEC (men blev medlem af OEEC's efterfølger OECD) spillede en aktiv rolle, især via økonomisk støtte - jvf. omtalen af videreuddannelseskurser nedenfor.

Meget vigtigt for den internationale matematikudvikling blev et seminar, afholdt af netop OEEC på slottet Royaumont i Frankrig i 1959. I indledningen til rapporten står bl.a.:

The demand for scientists and engineers - all of whom must have sound knowledge and understanding

of mathematics in industry and in other branches of economic activity are leading to demand for more mathematicians with new kinds of skills. All these demands are creating a need for a re-appraisal of the content and methods of school mathematics.

(Her citeret fra
Skovsmose 1 s.16, 1980)

Tankerne svarer til Bundgaards formuleringer i forrige citat, men der er her endvidere konkretiseret behovet for nyt matematikindhold.

En følge af seminaret på Royaumont var, at der i 1960 blev nedsat en nordisk komité for modernisering af matematikundervisningen. En vigtig opgave for komitéen var at tage initiativ til udformning af undervisningsmateriale til den nye matematik. Den fik økonomisk støtte hovedsageligt fra de enkelte nordiske lande, men også OECD spædede i kassen.

En anden virkning af danskeres medvirken i internationalt samarbejde om den nye matematik var, at der på Århus Universitet fra sommeren 1959 afholdtes kurser i den moderne matematik. Kurserne blev holdt for hele Nordens matematik-folk.

Økonomien bag kurserne var baseret på tilskud fra OEEC, men pengene var stillet til rådighed fra USA (som jo altså ikke var medlem af organisationen).

Opsamlende kan det konstateres, at der stod bred international bevægelse bag den moderne matematik. Rent matematisk var der godt nok en klart formuleret baggrund, men USA spillede en aktiv rolle i dens udbredelse via økonomiske tilskud.

C. Matematikopfattelsen

Reformen i det danske gymnasiums matematikpensum kom meget tidligt. Allerede i 1960 fremkom den nye pensumbeskrivelse i betænkningen "Det nye gymnasi-

um" (populært betegnet "Den røde betænkning"), og det nye pensum var klart udtryk for "den moderne matematik".

Før vi går igang med en nærmere beskrivelse af den nye matematik, skal det bemærkes, at indførelsen i Danmark skete uden egentlig debat. Der er desværre på dette tidspunkt intet dansk matematiktidsskrift, men der er blandt de artikler, der findes i Gymnasieskolen, ingen kritiske røster overhovedet. Det er tydeligt, at der blandt fagmatematikerne (deriblandt gymnasielærerne) er en udbredt forståelse af behovet for et ændret matematikpensum og en dyb respekt for den nye matematik.

Tydeligt er det også, at det er en ganske lille kreds af matematikere, der er i front for at få den nye matematik gennemført. Det drejer sig først og fremmest om Svend Bundgaard, der i 1955 blev professor i matematik ved Århus Universitet, Mogens Pihl, der blev professor i fysik ved Københavns Universitet i 1957 samtidig med, at han blev fagkonsulent i matematik (hvilket han dog kun var i 1 år - om hans begrundelse for at påtage sig dette hverv se nedenfor) og lektor Ole Rindung, der i 1958 afløste Mogens Pihl som fagkonsulent i matematik. Det kan nævnes, at Bundgaard var foredragsholder ved det førnævnte Royaumont-seminar, mens Ole Rindung var deltager.

Det matematiske grundlag for den moderne matematik er tanker om en matematisk helhedsopfattelse, d.v.s. samme argumentation som ved "den anskueliggjorte matematik". Overfor gymnasiematematikken var tanken den, at denne helhed sammenholdt med en strukturel opbygning (jvf. nedenfor) skulle lette indlæringen. Men at det var hensyn til matematikken, der prioriteredes højest afsløres i følgende replikskifter, der stammer fra et seminar i

Århus i 1960. Det skal bemærkes, at Dieudonné er en af "ideologerne" bag den nye matematik (jvf. nedenfor):

Freudenthal:...We cannot teach the pupils everything. There are certain psychological and pedagogical principles which mustn't be violated....

Dieudonné: The important thing is to teach the students some good mathematics. The psychological considerations are of secondary importance.

Freudenthal: We could teach everything, drive the children in any direction. But there exist other things at school. We must see the whole together.

Dieudonné: No. We are here to discuss mathematics and nothing else.

(Her citeret fra
Skovsmose 2 s. 38, 1980)

Sådan!

Om baggrunden for omformningen af matematikundervisningen skriver Ole Rindung i artiklen "Reformering af matematikundervisningen" fra 1962 bl.a.:

Forskellige former for anvendt matematik er kommet til at spille en stadig større rolle indenfor snart sagt alle områder af samfundslivet. Teknik, fysik, kemi, medicin, men også samfundsvidenskaberne og psykologien har brug for matematik i stadig større omfang.

Overfor gymnsiespensummet er dette udgangspunkt så at sige forsvundet. Om matematik står i "den røde betænkning":

I kraft af det betydelige timetal, der er tildelt faget, kan det som hidtil tilføre det matematiske gymnasium de værdier, der ligger i et omfattende og intensivt arbejde med et klart afgrænset fagområde.

(Det nye gymnasium s.45, 1960
-vor understregning)

Dette illustrerer, hvor isoleret matematikfaget i gymnasiet blev opfattet. Baggrunden i matematik-

kens anvendelser, som Ole Rindung fremhæver i forrige citat, har ikke haft indvirkning på gymnasie-matematikken.

Om indholdet i den nye matematik skriver Ole Rindung kort i førnævnte artikel fra 1962:

Kurset skal bestå af fire dele: algebra, geometri, funktionslære og sandsynlighedsregning/statistik. I hele kurset skal man udnytte nogle simple begreber og symboler fra mængdelæren.

Mere konkret betød dette, at vektorregning blev indført, og at sandsynlighedsregning/statistik var helt nyt stof.

Det matematiske grundlag for "den moderne matematik" er mængdelæren. Matematikopfattelsen bygger på troen på, at al matematikken kan opbygges aksiomatisk v.hj.a. mængdelæren. Herved søges matematikken samlet til en helhed, hvilket er et opgør mod en opdeling af matematikken i emneområder såsom geometri, talteori, differential- og integralregning osv.

Hovedidéerne kan beskrives således:

1) Eleverne skal lære de formsprog, som den moderne videnskabelige matematik normalt betjener sig af: mængdelære, formel logik, relationer, abstrakt algebra (gruppeteori m.v.), funktioner opfattet ikke som kurver, men som tilordningsregler osv.

2) Eleverne skal lære om aksiomatisk opbygning, helst i streng form, uanset, at omkostningerne herved er, at den opbyggede matematik bliver særdeles elementær. Der var nemlig en udtalt modvilje mod den løsere form, hvori den euklidiske geometri tidligere var blevet doceret, selv om netop denne løsere form havde tilladt undervisning i mindre elementært stof.

3) Til gengæld tillades en forudgående mere intuitiv fortroliggørelse af det matematiske begrebsapparat, specielt de nye formsprog, på de alderstrin, der går forud for gymnasiet.

4) "Forældede" emneområder og betragtningsmåder fjernes fra pensum og erstattes af mere "tidssva-

rende" tilnærmelser til matematikken. I fortolkningen af de mangetydige begreber "forældet" og "tidssvarende" anlagdes den rene matematiske forsknings kriterier, ikke de anvendelsesmæssige: Forældet var et emne, hvis det var forskningsmæssigt dødt (den fælles yndlingsaversion var den euklidiske trekantsgeometri); tidssvarende var det, hvis det kunne formuleres i begreber, som også anvendes i avanceret ren matematik.

5) Opsummerende, generelt og ubestemt: Børnene skal forstå det, de lærer, og vel at mærke forstå det udtrykkeligt formuleret som matematik.

(Høyrup, 1979)

Tankerne er inspireret af den franske matematikergruppe, der dækker sig under pseudonymet Nicholas Bourbaki (hvortil Dieudonné tilhørte). Skovsmose beskriver sammenhængen således:

Det er matematikkens strukturelle aspekter, der tilgodeses gennem pensumskitserne. Begreber, der er nødvendige for at beskrive og analysere matematiske strukturer, placeres centralt. Uden at hævde, at Bourbakis arbejder har været bestemmende for forslagenes indhold, kan vi se, at den tendens, der gør sig gældende, på mange punkter harmonerer med Bourbakis idéer. I den forstand kan man tale om, at reformen bliver præget af et strukturalistisk syn på matematikken.

(Skovsmose 1 s.34, 1980)

Mogens Pihl skriver mere utilsløret om inspirationen fra Bourbaki i en erindringsartikel, hvor han forklarer, hvorfor han påtog sig hvervet som faglig konsulent i 1957 samtidig med, at han blev professor i fysik (jvf. ovenfor):

...fordi det stod mig klart, at en dybtgående reform af matematikundervisningen i gymnasiet var nødvendig, således som den tegnede sig overalt i verden, og hvor alene navnet "Bourbaki" stod som et mærketegn.

(Pihl, 1981)

I den danske gymnasieverden blev det af afgørende betydning, at der allerede i 1962 kom et matematik-

lærebogssystem, der dækkede hele det nye pensum. Bøgerne, "Matematik I, II og III", var udarbejdet af to af personerne bag gennemførelsen af reformen, Erik Kristensen og Ole Rindung.

Begejstringen blandt matematikere kan illustreres ved følgende citat:

Det gjalt i ganske usædvanlig grad Kristensen og Rindung's bøger, der passede som hånd i handske til de nye læseplaner og dertil havde fine matematiske og pædagogiske kvaliteter.

(Christiansen, 1981)

(Vi er alle i gruppen undervist efter dette bogsystem, men vores minder svarer ikke rigtigt til den bejstrede beskrivelse).

Hurtigt blev lærebogssystemet brugt i 90% af alle klasser, hvilket klart afgrænsede reformens gennemførelse. Det blev i højere grad en reform på Kristensen og Rindung-bøgernes præmisser en på tankerne i "Den røde betænkning".

D. Kritik

At disse bøger blev stærkt styrende forklarer også, hvorfor følgende formulering i "Den røde betænkning" ikke fik nogen reel betydning for undervisningen:

Det vil, af både faglig og mere alment kulturelle grunde, være af betydning, at man lejlighedsvis i tilknytning til indførelse af fundamentale begreber medtager træk af disse begrebers opståen og af den historiske udvikling, de har givet anledning til...

(Det nye gymnasium s.90,1960)

Disse ting er simpelthen ikke indeholdt i bogsystemet.

På matematisk niveau kan matematiksynet nu kritise-

res for sin tro på mængdelæren. Optimismen m.h.t. at mængdelæren kunne danne grundlag for hele matematikken har ikke kunnet holde. Med René Thoms ord:

The old hope of Bourbaki, to see mathematical structures arise naturally from a hierarchy of sets, from their subsets, and from their combination, is doubtless, only an illusion.

(Thom, 1971)

Intentionerne om en matematisk helhed holdt derfor ikke og blev således ikke det pædagogiske fif, det var tiltænkt.

"Den moderne matematik" havde også intentioner om, at matematikkens anvendelser skulle opprioriteres. Dette var imidlertid intentioner på et teoretisk plan. Overfor gymnasiematematikken slog de ikke igennem. Snarere tværtimod kan man sige. Stoffet i gymnasiet var gennemsyret af matematikkens grundliggende strukturer, hvilket gjorde det umuligt at anvende og relatere til virkeligheden.

3.4 DEN NYERE MATEMATIKSTRØMNING

Netop i disse år fremtoner en ny strømning indenfor den matematiske verden.

En væsentlig baggrund for strømmingen skal søges i gymnasiets forandring gennem de sidste 20 år. Specielt har to ydre faktorer (der dybest set er to sider af samme sag) været årsag til denne forandring.

På den ene side er tilgangen til gymnasiet vokset voldsomt. Hvor det før 1960 var omkring 5% af en ungdomsårgang, der gik i gymnasiet, er det nu op mod 40%.

På den anden side er uddannelseskravet i samfundet hævet. Studentereksamen kræves nu til langt flere uddannelser end tidligere. Man kan sige, at gymnasiet ikke længere udelukkende er rettet mod de højere uddannelser (såsom universiteterne, polyteknisk læreanstalt m.v.), men nu også er rettet mod en lang række andre uddannelser.

Strømningen kan således ikke som de tidligere matematikopfattelser siges at være fremstået som følge af eller i forbindelse med et samfundsbehov for flere højtuddannede teknikere og naturvidenskabsmænd. Derimod er den karakteriseret ved at have udgangspunkt i det faktum, at gymnasiet nu er en bredere uddannelse, og at eleverne derfor bør lære noget alment, noget mere umiddelbart anvendeligt - også i matematiktimerne.

Det er ligeledes kendetegnende, at der er udpræget diskussion omkring strømmingen indenfor matematikverdenen. Dette har flere årsager. Først og fremmest er det af afgørende betydning, at den så at sige har udgangspunkt udenfor den traditionelle matematik.

Da diskussionen foregår netop i disse år, er det ikke muligt at beskrive strømmingen entydigt på nuværende tidspunkt. Vi vil derfor i det følgende referere tre eksempler på holdninger indenfor strømmingen.

A. Matematikken bag den nye bekendtgørelse

Denne retning er især blevet formuleret af lektor Mogens Niss, RUC, og lektor Lise Høj.

Retningen har sit klare udgangspunkt i begrebet "almendannelse". Med baggrund i gymnasiets position (jvf. indledningen til dette afsnit) opfattes matematik som et almindende fag, mens det stu-

dieforberedende element nedprioriteres i forhold til de gældende forhold.

Mogens Niss formulerer formålet med det almindelige matematikfag således:

Hovedformålet med matematikundervisningen må være at forsyne modtagerne med forudsætninger for at erkende, tage stilling til og handle over for matematikkens rolle i verden, sådan som den er bestemt af faktorer vedrørende

- matematikkens karakter og indhold
- matematikkens anvendelse til erkendelse og bearbejdelse af sider af omverdenen
- matematikkens og matematikudøvelsens samfundsmæssige placering

(Niss, 198⁰)

Matematikken skal altså ses i sammenhæng med omgivelserne. Faget opfattes ikke som værende helligt, men som et middel til både erkendelse og beskrivelse af virkeligheden:

Matematikundervisningen må være eksemplarisk, d.v.s. de nærmere objekter der indgår i den, må være udvalgt efter deres evne til tilsammen at sige noget dækkende, og hver for sig sige noget karakteristisk (generaliserbart til et eller andet område) om matematikkens karakter og samspil med omverdenen. Hvilke matematiske emner, der nøjere kommer til at indgå i en sådan undervisning kommer i anden række.

(Niss, 198⁰)

Hensynet til matematikken nedprioriteres i.f.t. hensynet til anvendeligheden for eleverne. Herved går retningen imod de tidligere opfattelser om matematikkens helhed (jvf. "den anskueliggjorte matematik" og "den moderne matematik").

Disse tanker er delvist slået igennem i udkastene til de nye bekendtgørelser. Vi anser indførelsen af fire såkaldte "aspekter" (dataologiaspektet, det historisk-filosofiske aspekt, modelaspektet samt matematik som erkendelsesform) som udtryk for tan-

kerne.

Endvidere afspejler tankerne sig tydeligt i følgende passus fra udkastet til undervisningsvejledning for den matematisk-fysiske gren:

Eleverne bør opnå en forståelse af matematikkens betydning i samfundet ved at arbejde med eksempler på anvendelser af matematik, og elevernes evne til kritisk at vurdere sådanne anvendelser bør udvikles. Det vil i den forbindelse være ønskeligt, at eleverne får indblik i autentiske anvendelser af matematik.

(udkast til undervisningsvejledning for den matematisk-fysiske gren, 1984)

At ændringerne i udkastene til bekendtgørelserne ikke er mere markante end de er, ser vi som udtryk for de vide hensyn, der er at tage til lærermassen, samtidig med at de dominerende politiske strømninger p.t. ikke ligefrem fremmer vidtgående reformer.

B. Matematik i tværfagligt samarbejde

Et standardsvar på gymnasiematematikens problemer, har igennem længere tid været "tværfagligt samarbejde" knyttet sammen med projektorienteret gruppearbejde. Et sted, hvor sådanne intentioner har været ført ud i livet er Herlev Statsskole. Vi vil i det følgende komme ind på erfaringer herfra.

Tværfagligt samarbejde mellem matematik og andre fag er ikke uden problemer. Den traditionelle fagopfattelse og læseplanens specifikke krav tillader ikke de store bevægelser i forhold til de sædvanlige rammer og låser dermed den nuværende matematikundervisning fast. Poul Printz (lektor ved Herlev Statsskole) skriver i Herlev Statsskoles årsskrift 1980-82:

Ingen skal nægte, at den deduktive teoridannelse er en afgørende del af matematikkens væsen, og det

er helt givet, at gymnasieeleverne skal have lejlighed til at stifte bekendtskab med denne arbejds- metode i deres gymnasietid; men når den som i dag er næsten enerådende, kan det ikke undgå at give uoverstigelige problemer for næsten ethvert tværfagligt samarbejde. Ønsker man at fremme muligheden for tværfagligt samarbejde, må der skaffes plads på læseplanen, så passende stofområder kan behandles efter behov, og der må skabes forståelse for, at matematisk indsigt ikke alene kan måles ved antallet af sætninger og beviser.

(Printz s 106 , 1982)

og videre

Matematiktimernes anvendelse er i øjeblikket stærkt styret af den meget detaljerede bekendtgørelse, der af hensyn til den centrale skriftlige eksamen opregner en lang række obligatoriske emner. Hertil kommer en tradition i lærerkorpset, der lader de beskikkede censorer forvente en ganske bestemt behandling af det opgivne stof og let fører til en negativ bedømmelse, hvis denne forventning ikke opfyldes. Disse forhold sammen med et mindre samlet timetal og elevernes stadig ringere forkundskaber - i hvert fald i relation til den traditionelle matematikundervisning - bevirker et voksende tidspres. Skal man sikre sine elever rimelige muligheder til eksamen, må man forlange, at de timer, der investeres i tværfagligt samarbejde, giver udbytte i form af traditionel indsigt i en tilsvarende delmængde af det forordnede stof, og det er oftest et krav, som umuliggør eller latterliggør tværfagligt samarbejde.

(Printz s 106 , 1982)

Eleverne opfatter ofte matematikkens deltagelse i et tværfagligt projekt som et isbjerg. De 9/10 er teori, som læreren mener er nødvendig for at underbygge den matematik, der skal bruges i det tværfaglige emne, en sidste tiendedel er så den matematik, eleverne føler relevant og som kan bruges i det pågældende emne.

Spørgsmålet er, om man ikke kunne tænke sig en anden opbygning af undervisningen. Poul Printz skriver i førnævnte artikel:

Mange matematiklærere har i tidens løb med slet skjult samvittighed "hastebehandlet" et emne, når en kollega - oftest fysiklæreren - bad om det. Det var altid med den stiltiende forudsætning, at en "rigtig" gennemgang af emnet skulle finde sted, når lærebogsgennemgangen nåede til det aktuelle stof; men i praksis fungerede hasteindføringen udmærket, enten det nu var differentialregning, vektorregning eller statistik. Man må gøre sig klart, at det er læreren langt mere end eleverne, der savner den traditionelle gennemgang med aksiomer og beviser. Med en mindre rigoristisk stofbehandling og plads på læseplanen til utraditionelle emner kan man udmærket finde egnede samarbejdsområder.

(Printz s.107 , 1982)

Poul Printz har været matematiklærer på Herlev Statsskoles strukturforsøg A og skriver herom:

Et af forsøgenes hovedformål har været at undersøge mulighederne for samarbejde på tværs af faggrænserne. Trods dette erklærede mål er en væsentlig del af matematikundervisningen (omkring halvdelen) foregået i kursuserioder uden egentlig emnesamarbejde - men nok med illustrerende eksempler fra andre fag. Det vil næppe være muligt eller ønskeligt at lægge en større del af matematikundervisningen ind i tværfaglige forløb, dels fordi man derved kommer til at fastlåse emnevalgene på u hensigtsmæssig måde, og dels fordi emnearbejde er en meget krævende undervisningsform.

(Printz s.108 , 1982)

og videre

I en normalklasse ville et så omfattende emnesamarbejde næppe have været muligt. Læseplanernes specifikke krav tillader ikke, at en så stor del af matematikundervisningen bevæger sig udenfor de obligatoriske rammer, og hertil kommer, at anvendelse af matematik i tværfaglig sammenhæng er meget tidskrævende.

(Printz s.108 , 1982)

Det tværfaglige samarbejde er altså ikke noget universalmiddel som gør matematikken mere relevant og brugbart i hverdagen. Der må ske en ændring af bekendtgørelserne; en opblødning af de stive fag-

lige krav og de faglige traditioner, før vi tror, at matematik kan komme til at fungere som noget relevant i elevernes bevidsthed.

Poul Printz skriver til slut i sin artikel:

Der kan imidlertid være grund til at pege på, at gymnasiets nuværende matematikindhold er fastlagt i en tid, da gymnasiets studieforberedende sigte var helt i forgrunden. I dag er det et beskedent mindretal, der udnytter den tunge gymnasie matematik i et videregående studium. For de resterende er den erfaringsmæssigt af tvivlsom værdi. Der er nok grund til at overveje, om ikke gymnasiets elever var bedre tjent med en matematikundervisning, der lægger øget vægt på matematikkens rolle i samfund og dagligdag. Sker det i et frugtbart samarbejde med andre gymnasiefag, kan man håbe, at den dag det sidste integraltegn er glemt og det sidste epsilon er gået mod nul, vil der restere en række almene matematiske færdigheder som søns for logisk sammenhæng og størrelsesforhold og evnen til at opstille fornuftige matematiske modeller til løsning af hverdagens problemer.

(Printz s. 109, 1982)

Tværfagligt samarbejde vil for os at se være en vigtig del af en sådan almendannende undervisning, men det er tidskrævende og stiller store krav til samarbejde.

C. "Virkelighedsmatematik"

Denne retning indenfor den nyere matematikstrømning er tegnet af Allan Tarp (adjunkt ved Grenå Gymnasium). Retningen er en kraftig reaktion på de tidligere matematikopfattelser og specielt en reaktion mod "den moderne matematik". Tarp beskriver således "den moderne matematik" på følgende måde:

I 1960'erne kom matematikreformen "Den nye Matematik", udarbejdet ikke af praktiske matematikere, der var travlt optaget af at bruge faget, men af teoretiske matematikere, der ud fra en bestemt fagopfattelse, begrebsmatematikken, der veldefi-

neret og velbevist hviler på overbegreberne mængde og udsagn.

(Tarp s.2, 1982)

Formålet med matematikundervisningen er at få kendskab til dette abstrakte begrebsapparat. At et fags formålsparagraf bliver intetsigende ved at henvise til faget selv, volder tilsyneladende ingen problemer.

(Tarp, 1981)

Som alternativ matematikopfattelse opstiller Tarp, hvad han betegner som "virkelighedsmatematik". Denne matematik beskriver han meget overordnet og teoretisk. Udgangspunktet beskrives på følgende måde:

Virkelighedsmatematikken tager sit udgangspunkt i fagets reelle formål, der er udledt af skolens samlede formål, at påtage sig den virkelighedsbeskrivelse, der ikke mere finder sted i familien og i lokalsamfundet på grund af arbejdsdelingen.

Virkelighedsbeskrivelsen består i en orientering og i en udvikling af vore tre sprog, talsproget, talesproget og det musiske sprog til beskrivelse af virkelighedens hhv kvantitative, kvalitative og ubeskrivelige fænomener.

(Tarp, 1984)

Desværre bliver retningen ikke beskrevet mere konkret af Allan Tarp. Hvad "den kvantitative beskrivelse af virkeligheden" betyder for matematikfagets indhold er uklart.

Man kunne få det indtryk, at f.eks. matematiske modeller ville ligge indenfor retningens område. Men dette er dog ikke tilfældet. Han opfatter brug af modeller i matematikundervisningen som "modelmatematikken, der anvender virkeligheden på faget", hvilket ikke opfylder hans krav til "virkelighedsmatematikken".

Gymnasie matematikkens udvikling fra 1903 til 1984.

Gymnasiets udvikling

1903 Almenskoleloven

Latinskolen erstattes af gymnasiet (almendannende og studieforberedende) med tre grene (klassisk og nysproglig, matematisk).

1906 Anordning

Angående undervisning i gymnasiet. Fastsætter indhold og omfang af gymnasiets fag.

1935 Anordning

Mindre justering af anordningen fra 1906.

1953 Anordning

Resultat af kommissionsbetænkning vedrørende varige lempelser i gymnasiets pensum efter lempelser under krigen.

1958 Anordning

1960 "Den røde Betænkning"

Gymnasiet ændres til to-delt (sprogligt - matematisk). Efter 1.g. opsplittet i tre sproglige (ny spr., klasisk spr., samfunds spr.) eller tre matematiske (mat-fysisk, mat-naturfaglig, samfunds mat.) grene.

1968 Indførelse af 5-dages uge

1971 Ordningen

"Den lille gymnasiereform" (resultat af 5-dages ugens indførelse).

Matematikfagets udvikling

1906 Anordning og bekendtgørelse

Matematik undervises alle tre gymnasieår i alle gymnasiets grene. Indholdet præget af funktionsbegrebet, men det træder ikke i forgrunden.

1935 Anordning og bekendtgørelse

Funktionsbegrebet centralt placeret. Matematik bortfalder for sproglig 3.g.

1953 Anordning og bekendtgørelse

Kun få ændringer for matematisk gren. Matematik for sproglige bortfalder.

1958 Anordning

1960 Betænkning

"Den nye matematik" (60ér matematikken) med mængdelære centralt placeret, indført. Matematik genindført i 1. og 2.g. i det sproglige gymnasium.

1968

Små ændringer i timetal og indhold af matematikundervisningen.

1971

Små pensumændringer.

1983/84 Udkast til ny bekendtgørelse

(og undervisningsvejledning til de matematiske grene). Omfanget af de forskellige emner reduceres. ("almene begreber fra mængdelæren" bortfalder). Fire aspekter af matematikken indføres (1) datalogiaspektet, (2) det historisk-filosofiske aspekt, (3) modelaspektet, (4) matematik som erkendelsesform.

3.5 OPSAMLING AF MATEMATIKOPFATTELSENE

De fire fremlagte opfattelser af matematik mener vi kan opdeles i to kategorier, der er bestemt af opfattelsernes udgangspunkter. Den ene kategori vil vi betegne som de traditionelle matematikopfattelser, mens den anden er udtryk for en reaktion på den første, hvorfor vi betegner den, som de anti-traditionelle matematikopfattelser.

De traditionelle matematikopfattelser dækker "den abstrakte", "den anskueliggjorte" og "den moderne matematik". Fælles for disse er, at deres udgangspunkt er matematikken selv, d.v.s. udgangspunktet er indenfor matematikkens egne rammer. Dette medfører, at det er ren matematik, der formidles, og at indholdet er helt fundamentalt matematisk stof. Det er som Allan Tarp beskriver det "begrebsmatematik", der betragter begreber vilkårligt givet - det vil sige (lidt firkantet formuleret) først og fremmest træning i begreber for matematikkens egen skyld.

Dette udgangspunkt har bevirket, at faget har været løsrevet fra andre fag. Den nyhumanistiske opfattelse af faget har så at sige lagt fundamentet til matematikfagets isolation.

Fagets isolation indenfor de traditionelle matematikopfattelser kan endvidere ses i forbindelse med de krav, der som følge af den samfundsmæssige udvikling er blevet stillet til faget. "Den anskueliggjorte" og "den moderne matematik" har tydeligvis baggrund i samfundsudviklingen. Resultatet af de samfundsmæssige krav har været en kraftig opprioritering af det studieforberedende aspekt. Dette har forstærket fagets isolation, idet krav om perspektivering af faget, en relatering af matematikken til den omgivende verden er

druknet i de mere regnetekniske og instrumentelle krav fra studieforberedelsen. Desuden har det været, og er det stadig, af afgørende betydning, at faget er centralt i forbindelse med sortering af eleverne.

Et fællestræk for "den anskueliggjorte" og "den moderne matematik" er, at de er udtryk for ønsker om samling af matematikken. Hvorvidt det lykkedes i gymnasiematematikken har vi desværre ikke belæg i denne rapport til at vurdere.

Et andet fællestræk ved disse opfattelser er, at de begge havde intentioner om anvendelser. Omkring "den anskueliggjorte matematik" var tanker fremme om tættere sammenknytning mellem matematik og fysik for at fremme matematikkens anvendelser (der på dette tidspunkt rent faktisk hovedsageligt var indenfor fysikken). Optagelsen af infinitesimalregning må også ses som udtryk for anvendelsesorientering.

For "den moderne matematiks" vedkommende var tanker om anvendelse på et overordnet og teoretisk plan. I gymnasiematematikken kunne anvendelserne ikke indgå; det kunne de først på højere niveau.

Vi mener, at fagopfattelserne har bremset for mere vidtgående anvendelsesorientering i formidlingen. Man har ønsket, at indholdet i gymnasiematematikken skulle være grundlæggende matematik. Dermed er begreberne i også infinitesimalregningen kun blevet introduceret og trænet i gymnasiet, men ikke anvendt. Anvendelser har været for indviklede i forhold til det fundamentale stof, der formidledes. Det er derfor matematikken og dens begreber, der er centrale i opfattelserne, mens virkeligheden er blevet fortrængt.

Den anden kategori er de anti-traditionelle matematikopfattelser. Udgangspunktet er her ikke ma-

tematikken selv, men de forhold i den virkelige verden, der ønskes belyst. Matematikkens begreber anvendes som genspejling og som værktøj. Dette medfører, at det ikke er matematikken som helhed, der ønskes formidlet. Det er de for det konkrete problemområde relevante dele af matematikken, der grundigt behandles. Man kan dermed sige, at den eksemplariske indlæring, der er kendt fra de samfundsvidenskabelige og humanistiske fag, her introduceres i matematikken.

Sammenholdes de to kategorier med begrebet almindelse er der tydelige forskelle. Indenfor de traditionelle matematikopfattelser er det især i forbindelse med "den abstrakte" og "den anskueliggjorte matematik", at almindelse fremhæves, mens "den moderne matematik" i vores materiale praktisk taget ikke bliver forholdt til almindelse. Dette sidste kan skyldes, at der ikke var nogen debat omkring "den moderne matematik" ved dens indførelse.

Dét der i forbindelse med "den abstrakte" og "den anskueliggjorte matematik" fremhæves som almindelse er, at de tænkes at træne i logisk tænkning.

Historisk set vil vi mene, at det er korrekt, når disse opfattelser fremhæver matematikken som træner af logisk tænkeevne. Faget mener vi tidligere rent faktisk har haft denne funktion. Imidlertid har dette forhold medvirket til at fastholde faget løsrevet, idet faget kunne forsvares som værende almindelse.

Set med nutidige øjne holder argumentationen dog ikke. I dag kan andre fag ligeså godt træne den logiske tænkeevne.

Indenfor "den moderne matematik" har vi vanskeligt ved at se noget almindelse indhold. Dette hænger sammen med, at "den moderne matematik" klart har

været præget af studieforberedelse. Som følge af den teknologiske udvikling har samfundet ønsket at få trænet matematiske færdigheder, der fortrinsvis har kunnet anvendes i ingeniørstudierne.

Indenfor de anti-traditionelle matematikopfattelser ønskes matematikken sat i relation til omverdenen både historisk og nutidigt. Da dette er forhold, der har nær forbindelse med vores almindelsesbegreb har disse opfattelser mulighed for i høj grad at være almindelse, og det er derfor efter vores mening indenfor disse, at rammerne for en almindelse matematik må findes.

En videre diskussion af mulighederne for dette vil vi vende tilbage til i projektets konklusion.

4. POPULÆRVIDENSKABELIGE BØGER OM MATEMATIK.

4.1 INDLEDNING

Vi vil i denne del af rapporten behandle, hvad vi betegner som populærvidenskabelige bøger om matematik.

Formålet med behandlingen er som beskrevet i rapportens indledning at undersøge, hvorvidt matematik nødvendigvis er et elitært fag, idet vi på forhånd har en formodning om, at der i disse bøger er gjort forsøg på at gøre matematik alment og let tilgængeligt.

Kapitlet indeholder først referater af de populærvidenskabelige bøger. I disse referater bliver der lagt vægt på den enkelte bogs kendetegn. Herefter vil bogmaterialet blive bearbejdet og analyseret. I behandlingen af bøgerne ser vi på deres målgruppe(r), deres matematiske indhold, historiske aspekter, deres matematiksyn og den anvendte pædagogik.

Før vi refererer bøgerne vil vi imidlertid fremkomme med nogle overvejelser over, hvad der karakteriserer populærvidenskabelige bøger.

Populærvidenskabelige bøger er udtryk for et forsøg på at formidle videnskabeligt stof til ikke-fagfolk, til offentligheden. Formidlingen er endvidere kendetegnet ved ikke at være tilknyttet traditionelle uddannelsesforløb. Dvs. at bøgerne ikke er studieforberedende.

Forfatterne til populærvidenskabelige bøger kan ikke karakteriseres entydigt. Det kan både være fagfolk og ikke-fagfolk såsom journalister eller folk med interesse indenfor området.

Formidlingssituationen kan på den ene side karakteriseres som vanskelig, idet de populærvidenskabelige bøger ønsker at formidle fagligt/videnskabeligt stof på en for ikke-fagfolk forståelig og letfattelig måde. På den

anden side giver formidlingssituationen frit spil m.h.t. emnevalg.

Endnu et forhold spiller ind på formidlingssituationen: Nemlig at bøger skal sælges. Og de har vel at mærke ikke såsom fagbøger eller undervisningsbøger en afgrænset modtagergruppe, men må grundigt tilstræbe at kunne nå ud til en bred modtagergruppe bestående af ikke-fagfolk.

En relevant problemstilling overfor populærvidenskabelige bøger om matematik er: Kan det overhovedet lade sig gøre at formidle matematik på denne måde? Eller måske vigtigere: Kan det lade sig gøre "forsvarligt"? Forsimpler en sådan fremstillingsform ikke stoffet? Bliver behandlingen ikke overfladisk?

Dette er problemer, der ligger i forlængelse af dette projekts problemformulering, hvorfor vi vil vende tilbage til dem under og efter behandlingen af bøgerne.

At formidlingssituationen for de populærvidenskabelige bøger er vanskelig, er af betydning for os. Dette bevirker nemlig, at forfatterne må have gjort sig særlige overvejelser om bøgernes indhold og udformning. Det er her ikke nok "bare" at skrive en matematikbog; formidlingssituationen stiller strenge krav.

De populærvidenskabelige bøger om matematik kan opdeles i to kategorier, der dog ikke skal opfattes som fuldstændigt adskilt.

Den første kategori dækker de bøger, der konkret vil formidle noget matematisk stof. Dette kan dels være med udgangspunkt i et ønske om at lære læseren matematik, dels kan udgangspunktet være, at forfatteren ønsker at fremstille, "udstille" matematik for læseren.

Den anden kategori dækker de bøger, der behandler matematikken ud fra et videnskabsteoretisk udgangspunkt. Disse bøger kan i højere grad siges at handle om matematik.

Det er ikke muligt entydigt at karakterisere et videnskabssteoretisk udgangspunkt. Vi vil derfor kort fremlægge tre centrale retninger indenfor videnskabsteorien¹, idet vi vil bruge opdelingen i analysen af de bøger, der kan placeres indenfor denne kategori.

Den traditionelle videnskabsteori kan betegnes som videnskabsfilosofi. Dette er den logiske analyse af de videnskabelige teorier, dvs. den beskriver videnskabens indre opbygning, indre logik.

En anden retning indenfor videnskabsteori er videnskabs-historie. Denne sætter de videnskabelige tanker i forhold til historien, dvs. at det er den historiske udvikling indenfor videnskaben, der undersøges.

Den tredje retning er videnskabssociologi. Dette er studiet af, hvordan samfundsforholdene har påvirket videnskaben; af hvordan de videnskabelige teorier er underlagt sociale drivkræfter. Den forsøger at kortlægge og forklare både relationen forskerne imellem og deres forhold til samfundet iøvrigt. Det er videnskabens socialhistorie. Denne tredje retning har sammenhæng med den marxistiske samfundsteori, og er først sent blevet udbredt indenfor videnskabsteorien.

1: Kilde: Pax Leksikon

4.2 OVERSIGT OVER DE POPULÆRVIDENSKABELIGE BØGER.

Som en service for læserne følger nu en kronologisk oversigt over de bøger, vi har læst og behandlet (referater af disse følger i det følgende afsnit).

Vi vil gøre opmærksom på, at de 17 dansk udgivene bøger (2 yderligere er norske) ikke dermed er alle danskudgivene bøger i denne genre. I vores litteraturliste vil man kunne finde flere af slagsen. En enkelt relevant bog er sorteret fra i vores behandling, fordi den alligevel ikke henvendte sig til et særligt bredt publikum og andre er sorteret fra, fordi de forekom os at være ret uinteressante fortsættelser af pusle-gætte-bøgerne.

Vi har søgt at få oplyst oplagstal og salgstal (fra forlagene) for de enkelte bøger, men med så ringe held, at vi helt har udeladt disse (ellers relevante) oplysninger.

Forfatter:	Titel:	Arstal ¹ :
Poul la Cour	Historisk matematik	1888
H. Schubert	Den store matematiske puslebog	1897 (1966)
Tobias Dantzig	Tallet, videnskabens sprog	1930 (1964)
Lancelot Hogben	Matematik for millioner	1936 (1938)
Alexander Niklitschek	Matematik for alle	1939 (1941)
E.T.Bell	Matematikkens mænd	(1944)
Dirk J.Struik	Matematikkens historie	1948 (1966)
Lancelot Hogben	Matematikkens eventyr	1955 (1956)
Irving Adler	Matematik på en anden måde	1958 (1962)
Martin Gardner	Morsom matematik	1956 (1964)
George A.W.Boehm	Matematikkens nye verden	(1964)

1: Tallene i parentes refererer til første danske udgave.

Forfatter:	Titel:	Årstal:
Viggo Brun	Alt er tal	1964
Asger Aaboe	Episoder fra matematik- kens historie	1964 (1966)
Jerome S. Meyer og Stuart Hanlon	Sjov med den nye matematik	1965 (1966)
Walter R. Fuchs	Vor tids matematik	1966 (1967)
David Bergamini	Matematik	(1967)
Jon Reed og Johan Aarnes	Matematikk i vår tid	1967
Charles Solomon	Matematik	1969 (1971)
Paul Rantzau	Alle tiders tal	(1972)

4.3 REFERATER AF DE POPULÆRVIDENSKABELIGE BØGER

Poul la Cour: Historisk matematik.

Udkom i manuskriptform i 1881. Som bog første gang 1888.
I forbindelse med dette referat er 4. udgave 1942 læst.

Den umiddelbare målgruppe for la Cours bog har været høj-
skoleelever i den grundtvigianske højskole: Askov Højsko-
le. la Cour formulerer således sin pædagogiske løsning:

"Ved en Folkehøjskole, hvor man i Almindelighed følger
Grundtvigs Raad om at gaa historisk til Værks, falder
det naturligt at søge den nævnte fornødne Forberedelse
i selve Historie." (side 7)

Herudover lægger la Cour ikke skjul på, at efter hans me-
ning burde alle i den "vidtgaende Skole" introduceres
til matematikken via en bog som hans.

Det er efter la Cours mening vigtigt, at man får den
rette start på matematikken. Årsagen til at der findes

"mangfoldige Mennesker, for hvem Matematikken ligefrem
er til Plage..." er "...at den fornødne Fortrolighed
aldrig er indtraadt for dem" (side 6)

Dette skyldes

"at man tit ikke levner Begynderen den nødvendige Ro til
at dvæle ved de første Sætninger" (side 5)

Bogens opbygning forklares med, at

"dens Opgave er at være et indledende Kursus, hvorigen-
nem man skulde blive forberedt til lettere og mere bevidst
at følge rent systematiske Fremstillinger" (side 226)

la Cour støtter tidligere tiders opfattelse

"at få eller intet andet Fag er saa sikkert til at indøve nøjagtighed i Tænkning og Tale som Matematikken" (side 6)

(dvs. almindennende), men taler også om de store krav til matematikken i forbindelse med naturfagene (dvs. Studieforberevende). la Cour lægger desuden vægt på en dybtgående forståelse af matematikken selv også for de mennesker, der skal anvende faget.

Bogen er opdelt i tre dele: 1) Tal (60 sider), 2) Geometri (184 sider) og 3) Bogstavregning (68 sider). Der er således lagt særlig vægt på udviklingen op til "den elementære matematiks fuldkomne afslutning" som iflg. la Cour kommer med Euklid. Bogens sidste afsnit hedder karakteristisk nok "Anden Grads Ligningen". Længere når den ikke. Det er ligeledes karakteristisk, at la Cour bruger en del sider sent i bogen (side 269 ff), på at redegøre for regningsarterne + og -.

la Cour er så historisk i sin pædagogik, at han ikke trækker tråde til sin samtid. Han ønsker ikke at redegøre for anvendelsen i samtiden. Toppen er nogle opgaver med indhold fra samtiden (f.eks. om en landmands regnskab, side 279). Han forklarer i forordet hvorfor

"I Stedet for, at Læseren selv skal opfinde Eksempler paa krav om rette Vinkler, ligger det naturligt at fremstille Kravene saaledes som de historisk har været til Stede, da Oldtidsfolkene løste Opgaven. I Stedet for at paavise, hvilken Nytte, man kan have af Vinkelmaaling, er det hensigtsmæssigt at fortælle, hvad Oldtidsfolkene vilde opnaa i saa Henseende, og hvorledes de bar sig ad for at opnaa det,..." (side 7)

En konsekvens af dette er, at bogen forbliver i matematikkens verden. Der er ingen relatering til læserens hverdag. De fleste af bogens emner og opgaver er ret enkle at forstå, og la Cour lægger da heller ikke skjul på, at sværere tilgængeligt stof ikke hører hjemme i bogen.

Den historiske gennemgang er især for geometriens vedkommende meget personfikseret, og kan primært beskrives som en kronologisk gennemgang, hvor samspillet mellem matematikkens udvikling og det omgivende samfund berøres meget lidt.

Efter vores mening er bogen mere et særdeles interessant historisk dokument end den er en anvendelig og givende matematikbog. Den er interessant, fordi la Cour har været langt forud for sin tid med sine tanker om problemerne med formidling af faget. Tanker, der givet hænger sammen med hans højskoletilknytning.

H. Schubert: Den store matematiske puslebog.

Bogen udkom på Borgens Forlag i 1966, men originalen er tysk og fra 1897. Vores udgave er redigeret af J. Erlebach.

Bogen vil gengive en række underholdende matematiske problemer, ting, som i tidens løb er blevet formuleret af matematikere selv, eller ting, der er "oppe i tiden" (såsom tipning, kortspil mv.).

Der er 31 forskellige afsnit, der primært befinder sig indefor talteori og sandsynlighedsregning. For den, der kan lide at nørkle med stoffet er der mange fine ting med megen god tidsfordriv til ellers uforberedte matematiktimer i skoler og gymnasier. Sværhedsgraden kræver i de fleste tilfælde realeksamens kundskaber; men der er ingen progression i sværhedsgraden og afsnittene kan læ-

ses hver for sig.

Der er masser af aktiverende opgaver, og med disse som udgangspunkt søges et matematisk stof gennemgået.

Tobias Dantzig: Tallet, videnskabens sprog.

Første udgave i USA 1930, 4. reviderede udgave 1959, oversat til dansk, Gyldendal 1964.

Bogens målgruppe er alle med en gymnasieuddannelse bag sig, der ikke i forvejen er angst for matematik og symbolik, og som er interesseret i matematikkens kulturelle indhold. Skjult henvender bogen sig nok så meget til lærere i matematik og fagmatematikere.

Intentionerne med bogen er at genbringe matematikken dens kulturelle og tankebundne baggrund, fremfor en teknisk færdighed. Forfatteren mener, at vort skolepensum har frastødt mangen fin hjerne ved at berøve matematikken dens kulturelle indhold og efterlade et rent teknisk skelet. Det er hensigten med denne bog at genoplive dette kulturelle indhold og fremstille tallets udvikling som den i bund og grund menneskelige historie, den er (fra forordet til 1. udgave). Det er i dag en fastslået kendsgerning, at der eksisterer et stort antal læsere, som er interesseret i de kulturelle aspekter af matematikken og de videnskaber, der bygger på matematik (fra forordet til 4. udgave).

Matematikken kan beskrives som et uomgængeligt led i kulturernes liv, både som grundlag for al videnskab og for menneskenes indbyrdes relationer. Talbegrebet får flg. placering

"Derfor kan vi hverken i den subjektive eller i den ob-

jektive verden finde et kriterium for talbegrebets realitet, fordi den første ikke indeholder noget sådant begreb, og den anden ikke indeholder noget, der er fri for begrebet." (side 244-245)

Matematik er således central for almindelsen, selvom det ikke er bogens emne at belyse dette implicit.

Bogen omhandler tallet og dets egenskaber. Talbegrebet er ikke det eneste matematik, der er interessant; men det er udgangspunktet for al anden matematik. Bogen opbygger aritmetikken, bruger megen tid på de historiske problemer såsom nul og uendelighed; kontinuitet ses i sammenhæng med sanseindtryk; vi ser fordele og ulemper ved intuition; symboler bliver til moderne algebra; tallegemets mægtighed gennemgås.

Bogen gør ikke noget bestemt for at gøre indholdet lettere. Selvom forfatteren betegner det som en bog om matematik, er svarhedsgraden stigende gennem bogen, og der bygges videre på tidligere stof, ligesom i lærebøger. Til stor forskel fra lærebøger bruges der megen plads på de historiske omstændigheder og de antropologisk/psykologiske forklaringsrammer, hvilket gør bogen til en bog nok så meget om dannelse i videnskabshistorie. Klassiske anekdoter og citater krydrer læsningen. Den dialektiske fortællemåde er inspirerende og bruges i høj grad til at belyse det videnskabelige niveau/klima i den pågældende historiske situation.

Det høje niveau, den hurtige adoption af fagtermer og den filosofiske diskussion (især til slut i 1. del af bogen) hæmmer i høj grad bogens populære muligheder. Her afsløres bogens fagmatematiske ambitioner sig tydeligt.

Bogen er skrevet til mænd og om mænd og er sine steder nedladende i sin stil i kraft af, at der kræves kendskab til historiske personer, eller forfatteren bruger latinske citater og lignende. Men vi er villige til at tilskrive dette til bogens udgivelsestidspunkt, men vi vil dog hævde, at der tales til "dannede" folk.

Læseren bliver i mange tilfælde præsenteret for forskellige bevisførelser, og bliver herigennem involveret i de matematiske stridigheder, der gennemgås. Men udover at bevæge os ind i emnet, føres vi altså også rundt om emnet; men det skyldes jo ikke et ønske om at slippe for den svære matematik (omend nok noget af den tekniske) men snarere et ønske om også at belyse matematikken i en bestemt historisk sammenhæng.

Vi mener, at bogen lever op til sine intentioner, men at læsernes forudsætninger for at læse bogen er under vurderet. Desuden beskæftiger bogens 2. del sig langt mere med metodernes fremvækst end i 1. del.

Lancelot Hogben: Matematik for millioner.

Engelsk udgave fra 1936, den her refererede danske udgave er fra 1938, og en oversættelse af den engelske 2. udgave.

Hogben formulerer i forordet, at hans mission med bogen vil være udfyldt

"hvis den vækker Interessen og fjerner Mindreværds-komplekset hos nogle af de Millioner Mennesker, der har opgivet Haabet om at lære (matematik) paa sædvanlig Maa-de" (side 7)

Der stilles imidlertid krav til disse "Millioner Menne-

sker". Det skal nemlig være "intelligente Mennesker", skriver Hogben. Så når han samtidig ser bogen som led i en folkeoplysning, anes det, at det især er veluddannede, der menes.

At Hogben betragter bogen som folkeoplysende opfatter vi som en humanistisk tankegang. Den matematiske viden skal udbredes til den brede befolkning. Inde i bogen skriver han

"Sandheden er, at frugtbringende Fremskridt kun indtræffer, naar et stort Antal Mennesker tænker sammen om samme Slags Ting. Der vilde være mindre Lejlighed til Overraskelse, hvis vi indsaa, at dygtige Folk og mindre dygtige Folk har gensidig Brug for hinanden, og at vi ikke kan planlægge en Fremtid med højere intellektuelle Fremskridt for Menneskeslægten, hvis vi sætter de usædvanligt begavedes Behov i falsk Modsætning til Menneskehedens almindelige Behov." (side 262-263)

Dette citat udtrykker endvidere en afstandstagen til den ener-opfattelse, der har været og stadig er udbredt indenfor naturvidenskaberne. Hogben afglorificerer denne opfattelse.

Han forklarer imidlertid intet om, hvorfor han mener, at matematik bør udbredes for millionerne. Forklaringen på hvad alle disse mennesker overhovedet skal med matematisk viden mangler.

Derimod forklarer han i et efterskrift, der er tilføjet andenudgaven, om hans opfattelse af matematikfaget. Han advarer mod et autoritært forhold til matematik

"Den store Nøjagtighed, hvormed det matematiske Sprogs Regler fremsættes, medfører ikke, at en Beskrivelse nødvendigvis er mere nøjagtig, fordi det Sprog, der er benyttet til at beskrive den, er matematisk." (side 589)

Om matematikkens anvendelse i samfundsvidenskaberne har han tilsvarende advarsel

"Nationaløkonomiske Professorer tror stadig, at det er berettiget at hævde, at Velstanden vil vende tilbage, fordi de kan tegne Kurver, der viser, hvorledes Nedgangstider og Opgangstider har skiftet i Fortiden." (side 590-591)

Man må sige, at han her er særdeles aktuel anno 1984!

Hogben fremlægger på side 29 en læsevejledning til bogen. Han skriver

"...læs Bogen en Gang hurtigt igennem for at faa et Overblik over Matematikkens Tilknytning til sociale Forhold, og naar De begynder at læse den anden Gang for at naa ind til Sagens Kerne, læs saa hvert Kapitel igennem, før De begynder at arbejde på Enkelthederne." (side 29)

En teoretisk set udmærket pædagogisk vejledning - men i praksis noget uholdbar, når bogen er på 600 sider!

Ved læsning i bogen fremgår det, at Hogbens udgangspunkt er, at matematik egentlig er simpelt, men at det normalt gøres særdeles indviklet.

Han uddeler, når hankan komme til det, sværdslag mod en sådan tendens til at gøre matematikken indviklet. Om geometriens fædre, skriver han

"Derfor var det kun naturligt, at de skulde gøre Geometrien saa vanskelig og ildesmagende, som Generationer af Skolebørn har fundet den. Geometrien var den kultiverede Tidsfordrivs højeste Øvelse. Spøgen ved spillet var at gøre reglerne saa indviklede som muligt. Dam og Auktionsbrøge var for tamt for de ubeskæftigede Intellektuelle, som Platonismen fandt Genklang hso. De vilde have Skak og Kontraktbrøge." (side 163)

Foragten er åbenlys.

Hogben gør sig store anstrengelser for at illustrere overfor læseren, hvor lidt mystisk matematikken er. Fx. forklarer han differentialkvotient på følgende måde:

"Det, der kaldes Differentialkoefficienter, er ikke andet end en Formel, hvorefter vi kan finde, hvormeget en Kurve hælder i et givet punkt, naar vi kender Punktets koordinater." (side 470)

Hogbens forklaringer er gennemgående meget jordnære og konkrete. Hans fremgangsmåde er, at han fortæller ud fra et konkret problem som nogle mennesker har haft på en given historisk tid. Denne forklaring suppleres af tegninger og illustrationer.

Også hans sprog er jordnært, og det er levende og hyppigt sprudlende som i et essay. Et eksempel er:

"Mænd som Thales og Demokritos rejste til Ægypten, saa hvad Præsterne udrettede, forkastede Magien og anvendte Kunsten, saaledes som USSR forkaster amerikansk Økonomi, men anvender amerikanske Ingeniører". (side 173)

Ofte anvender han citater fra ikke-matematikere. Alt i alt må sproget karakteriseres som let læseligt og særdeles levende.

Hogbens fremlæggelse er disponeret efter matematikkens historie, men han anvender historien anderledes end f.eks. la Cour gør. Han bruger historien som platform. Dette kan illustreres af de indledende ord til afsnittet "Euklids Begrænsninger", der er placeret efter en kort historisk introduktion til geometrien.

"I vor Generation er der indtruffet en Forandring i vort syn paa Geometrien. Vi knytter den særlig til Ernst Machs og Einsteins Navne. Vi ved nu, at Euklids Geometri ikke byder os den bedst mulige Maade at maale Rummet paa." (side 103)

I brugen af eksempler er Hogben også meget Jordnær. Selv overfor simple ting forsøger han at relatere det til virkeligheden. Som kuriosum kan nævnes, at Hogben ofte bruger bilen som eksempel. Bemærkelsesværdigt da bogen er fra slutningen af 30'erne (hvilket iøvrigt er afslørende omkring den faktiske målgruppe).

Bogen omhandler fortrinsvis geometri. Den tager udgangspunkt i geometrien, følger dens udvikling og ender i et afsnit om infinitesimalregning. Dette ligger i naturlig forlængelse af geometrien og illustreres da også glimrende via koordinatsystemer og grafafbildninger (hvilket påfaldende svarer til "den anskueliggjorte matematiks" områder - se side 12).

Det sidste afsnit, "Statistik", mener vi falder noget ved siden af linien i bogen og forekommer løsrevet (det er her bemærkelsesværdigt, at netop dette stof først blev del af det danske gymnasiestof ved ændringen i 1961).

Vi mener, at det er en glimrende og interessant bog, der absolut er anbefalelsesværdig. Dog har vi ikke lært så meget matematik af at læse i den, men vi har lært noget matematikhistorie.

Bogens mission, mener vi, har gode muligheder for at blive opfyldt. Den er let tilgængelig og vil sandsynligvis fange en interesseret ikke-matematiker.

Alexander Niklitschek: Matematik for alle.

Tysk førsteudgave fra Wien 1939 og omarbejdet i 1956. Vi har to danske udgaver fra 1941 og fra 1963, den sidste fra Rosenkilde & Bagger.

Man kan roligt kalde Niklitscheks bog en populærvidenska-

belig bog om matematik. Forfatteren favner bredt og tager de emner med, som han anser for de mest interessante. Men dette betyder også, at der mangler en rød tråd visse steder i bogen. Det er en typisk bog, hvor de matematiske emner bare skal præsenteres ikke læres.

Forfatteren sammenligner de matematiske emner med blomster i en botanisk have. Og ligesom guiden i den botaniske have fører gæsterne rundt til de smukkeste blomster, fører Niklitschek os kun rundt til de matematiske blomster, der er smukke, og som ikke har torne, men er nogenlunde lette at plukke. Problemet er bare, at så snart blomsten er plukket visner den, og den viden en læser skulle have fået mistes. For når forfatteren skriver bogen til alle-også læsere uden forudsætninger, burde det betinge at man graver de "matematiske blomster" op med rod, så man kan plante dem hjemme og få glæde af dem.

Niklitschek gør meget ud af at advare læserne om, at emnerne er svære, men det bevirker her, at sproget bliver nedladende, og læseren bliver sat i en bås, hvor man skal se op til dem, der behersker matematikken.

For at vise, hvad matematikken kan bruges til, er der eksempler på anvendelser, men disse er ofte ikke særlig gode og i visse tilfælde direkte dårlige. Blandt andet er der et eksempel, hvor det er cosinus og sinus, der bestemmer, hvor meget trækraft der skal til for at trække et tog op ad en bakke. I slutningen er der derimod nogle gode eksempler på dimensionsbegrebet og ikke euklidisk geometri, men det er ikke nok til at opveje det dårlige indtryk, man får af bogen.

E.T.Bell: Matematikkens Mænd.

Udgivet på dansk i 1944.

"De biografier af matematikere, som præsenteres her, henvender sig til den almindelige læser og til andre, der kunne ønske at lære, hvad slags mennesker de mænd var, som skabte den moderne matematik. Det er min hensigt at indføre læseren i nogle af de dominerende tanker, som behersker store dele af matematikken af i dag, og at gøre dette gennem en skildring af de mænds liv og levned, som har fremsat disse tanker." (s.9)

Dertil er det matematiske mellemskolepensum tilstrækkeligt" (s.12)

Bogens intentioner, som også er en art pædagogik, er at fremstille de vigtigste nutidige problemer udfra nogle menneskers liv og arbejde:

"De følgende levnedsskildringer vil i det mindste vise, at en matematiker kan være lige så menneskelig som nogen anden - til tider ligefrem tragisk menneskelig. Hvad angår de sædvanlige forbindelser med andre mennesker, har flertallet været normale. Der har naturligvis været excentriske matematikere; men deres procentvise antal har ikke været større end inden for handel eller andre erhverv. Taget som helhed, har de store matematikere været mangesidigt begavede mennesker, livskraftige, årvågne, ivrigt interesseret i mange ting ud over matematikken og både slagfærdige og aggressive i en strid. Som regel har matematikerne ikke været gode at bide skeer med; de har sandsynligvis været i stand til at give igen med rente og rentes rente. Forøvrigt har de været genier med en uhyre arbejdsevne og har kun adskildt sig fra flertallet af deres begavede medbrødre ved en uimodståelig trang til at beskæftige sig med matematik." (s.15)

Lige just almindennende tror vi ikke Bell vil gøre matematikken. Det er snarere et forsvar for den gamle "rene" videnskabsopfattelse, som populariseres på denne måde:

"Man må ikke forestille sig, at matematikken - "naturvidenskabens tjenerinde" - kun har til formål at tjene naturvidenskaben. Man har også kaldt matematikken for "Videnskabernes dronning". Selv om dronningen tilsyneladende undertiden har tiggert fra naturvidenskaberne, har hun været en meget stolt tigger, som hverken har bedt om eller modtaget gunstbevisninger fra nogen af sine mere velstående søstervedenskaber. Hvad hun modtager, betaler hun for. Matematikken har sit eget formål og sin egen visdom, højt hævet over enhver anvendelse på naturvidenskab, og den vil i rigt mål belønne ethvert intelligent menneske, som forsøger at se et glimt af, hvad matematikken betyder i sig selv. Dette er ikke den gamle sætning om kunsten for kunstens egen skyld; det er kunsten for menneskehedens skyld." (s.10)

Det er faktisk i denne sammenhæng, at bogen beskriver sit emne.

Bogen er opdelt i 22 kapitler, hvoraf de 21 har matematikeres navne som overskrifter. Udover kapitel 2's gamle grækere, er de behandlede matematikere europæere, der levede fra 1600-1900.

Metoden i kapitlerne er, at vi i hvert tilfælde får skitseret debatten blandt de samtidige matematikere; et levnedsløb og en gennemgang af vedkommendes resultater, gerne i debat med datidens og nutidens synspunkter. Disse korte matematiske gennemgange er summariske og ret svære at forstå. Emnevalget er meget bredt og er begrundet i dets "betydning for den moderne matematik". Bogens omfang er da også stort: 6 cm tyk og 474 sider.

Matematikkens Mænd er skrevet i et let og underholdende sprog, men det vigtigste pædagogiske fif er så afgjort de forskellige levnedsskildringer, der liver op i og krydrer læsningen.

Bell mener oplagt, at en egentlig matematik-historie vil

være for svær for læserne. Men på trods af hans popularisering af den egentlige matematik i bogen, er det da uden tvivl hans hensigt også at proppe noget matematik ind i læsernes hoveder, om ikke andet så måske at inspirere til videre læsning. Bogen er velegnet som opslagsbog og som godnathistorier for matematikere.

Dirk J. Struik: Matematikkens historie.

Udgivet på originalsprog i 1948. Oversat til dansk i 1963. Her refereret efter en udgave fra 1966.

Bogen er beregnet til læsere med et vist forkendskab og bliver gradvist så svær, at den må siges at henvende sig til fagmatematikere i én eller anden udgave. Der er ingen formulerede intentioner.

Forfatteren beklager i indledningen, at han nok ikke har gjort til strækkeligt meget ud af "hele den kulturelle og sociale atmosfære, som i en epoke fik matematikken til at blomstre - eller hensygne" (s.7). Alligevel har han gjort ret meget ud af de historiske forhold, især i første halvdel af bogen, mens den megen matematik har trængt historien bort i anden halvdel.

Bogen er en egentlig matematik-historie:

"Forhåbentlig har det dog (...) været muligt i hovedtræk at tegne et nogenlunde virkelighedstro billede af matematikkens udvikling gennem tiderne og af de sociale og kulturelle forhold, som betingede denne udvikling.

Vor historie slutter omkring år 1900, da forfatteren ikke har anset sig for kompetent til uangribeligt at vurdere sin samtids matematiske arbejde." (s.7)

Han er da også meget grundig og teksten virker meget

veldokumenteret, og rummer en mængde henvisninger til primærlitteratur og andre behandlinger. Hans samfundsskildring er ikke marxistisk (eller noget der ligner), men er sober. Dog bliver der mindre af den hen mod slutningen af bogen, hvor en samfundsrelatering kunne være nok så relevant.

Matematikkens historie er ikke forsøgt gjort let tilgængelig. Når der alligevel er forskel på svarhedsgraderne igennem bogen skyldes det den højere vægtning af kulturhistorisk stof i første halvdel af bogen, og at det matematiske indhold selvfølgelig er lettere tilgængeligt her. Forfatteren må have ment, at den nyere kulturhistorie var kendt blandt læserskaren, eller at det måske var for svært at knytte noget sådant til matematikken i nyere tid. Balzak er nævnt i en sammenhæng, Napolion's behov for militærakademier i en anden - men langt mere burde og kunne være trukket ind de relevante steder.

Men bogen er god at have stående på reolen, da den også kan bruges som håndbog, og der er et udmærket stikordsregister og mange litteraturhenvisninger.

Lancelot Hogben: Matematikkens eventyr.

Har undertitlen "Tallenes Historie gennem syv tusind år. Udkommet på engelsk i 1955, på dansk i 1956.

Der er ikke noget forord eller lignende, og da det læste eksemplars indbinding havde undladt at medtage den originale bagside, er der altså for os ingen som helst introduktion til bogen. Målgruppen kan dog tydes udfra bogens format, udstyr og meget letforståelige indhold. Den hen-

vender sig til den almindelige mand/kvinde og muligvis også til større børn og unge.

Det er primært en historiebog om matematik set fra matematikens anvendelser i almindelig brug og matematikken i den samfundsmæssige og teknologiske udvikling.

Hogben inddeler bogen/historien i: tidernes morgen, de gamle ægyptere, babylonere og assyrere, fønikere, grækere og romere, arabere, vesteuropæere, moderne tid.

Den fokuserer indvidere på en billedmæssig skildring, hvori kulturhistorien vægtes højt.

Den del af matematikken, der skildres er primært tallene og geometri. Simpel astronomi (jorden er rund og stjernbillederne kan bruges til noget osv.) og fysik (pendul, tyngdekraft, maskiner, osv.) inddrages.

Sproget er let tilgængeligt, eksemplerne er rent faktisk simple (og gerne velplacerede) og illustrationerne forklarer mange ting, samtidig med at de gør bogen rar at læse og hygge sig med.

Det er ikke hverken en dybtgående matematik-fremstilling eller en særlig dybtgående historisk analyse. Men måden at begrænse og behandle stoffet på, får det til at virke plausibelt og på sin vis tilstrækkeligt. Det, der omtales, er sådan set forklaret og til at fatte (også for menig-mand). Men der er på ingen måde tale om en særlig videnskabelig fremstilling, og selve matematikken er ikke fremstillet i nogen filosofisk/teoretisk sammenhæng, men iøvrigt vidunderligt fri for alle disse "geniale mænd", der ellers tit optræder som perler i en snor i sådanne bøger.

Eksemplerne er gerne hentet fra praktiske situationer i historien, nogle enkelte teoretiske (f.eks. Achilleus og skildpadden). Eksempler fra den klassiske matematik-diskussion er dog også medtaget. De praktiske eksempler virker virkelige nok, og de fremstillede matematiske løsninger virker plausible.

Illustrationerne er nye tegninger i gammel stil. De er gerne relevante og kulturelle i den forstand, at arbejdsliv, fin-kultur og tekniske tegninger i tidens form er blandet meget fint. Godt halvdelen af bogen er tegninger.

Irving Adler: Matematik på en anden måde.

Udkommet på dansk i 1958. Her citeret efter en udgave fra 1962.

I forordet skriver en professor fra Paris:

"De vil gennem læsningen kunne gå på opdagelse i fortiden. De vil kunne se, hvordan menneskene gennem århundreder har søgt at forstå de love, der styrer verden. Hver generation drager fordel af den viden, der er samlet af de foregående generationer og føjer selv mere til.

Må denne bog give mulighed for alle til bedre at lære og, håber jeg, holde af matematik." (Henri Cartan, s.11)

Bogen henvender sig til en meget bred gruppe, og den søger i højere grad end de fleste andre meget populære bøger at være almindelige i den forstand, at den søger at demonstrere matematikens betydning indenfor en lang række dagligdags felter.

Selv om den også har en historisk-fortællende opbygning er den faktisk systematisk i sin opbygning. Den virker

nemlig nok så meget rettet ind imod at sikre læserens forståelse af stoffet (der da heller ikke på noget tidspunkt er 'særligt' svært).

På forbløffende simpel (måske for simpel) vis får vi sandsynliggjort behovene for og etableringen af nye tal-systemer og får stille og roligt algebraiseret de geometriske problemer. Vi kommer gennem de 'almindelige' matematiske emner, godtnok med mange korte afsnit, men egentlig ikke særligt abrupt.

Bogen indeholder så utraditionelle emner som forhold mellem størrelse, vægt og varmetab hos pattedyr, matematik og kunst, matematik og musik og selv (simpel) bevisførelses-teknik kommer vi igennem.

Bogen er meget let at læse, vi tror de allerfleste kan følge med - men også at de allerfleste faktisk vil opnå at lære lidt matematik gennem bogen. Selvfølgelig er det ikke de store ting, læseren vil nå at lære, men nok så elementære ting.

Bogen har mange gennemregnede eksempler, der viderudbygges gennem bogen, a la en lærebog. Der er små opgaver, læseren selv skal løse og nogle tricks til pral overfor resten af familien, får vi også.

Bogen er gennemillustreret, dog ikke med en teknik, der kan gengive egentlige farvefotografier, men med flerfarvede tegninger/raderinger. Illustrationerne er relevante og i sammenhæng med teksten iøvrigt.

Bogen er virkelig populær i bedste forstand, den lærer folk noget matematik på et lavt niveau, men den kommer kun dårligt ind på en vurdering af matematikkens egentlige betydning. Den er en ringe historiebog og sætter altså ikke matematikken i nogen som helst større sammenhænge, kun noget med fysikkens verden.

Martin Gardner: Morsom matematik.

Udkommet på dansk i 1964.

Gardners bog er det vi kalder en puslebog. Den indeholder en masse gåder, spil, problemer, fejlslutninger og paradokser. Fællesnævneren for emnerne er i følge forfatteren matematikken, men han formår ikke at anskueliggøre dette.

Gardner mener, at denne 'fornøjelsesmatematik' kan spores i lærebøger og matematiktidsskrifter. Han finder blandt andet derfor, at de problemer der taget op i bogen gør adgangen til den moderne matematik lettere, dette diskuteres meget lidt, men dokumenteres slet ikke.

Bogen kan læses af alle, og de problemer man ikke kan løse, kan man måske finde løsningen til i bogens facitliste. Bogen er udmærket, hvis man har lyst til at gruble, men til at beskrive matematikken bag problemerne er den dårlig. Gardner kunne have gjort bogen mere interessant ved at beskrive matematikken og hans tanker bag fornøjelsesmatematikens muligheder bedre.

Som kuriosum kan nævnes, at der findes endnu en bog af Gardner, med den gennemtænkte danske titel: Mere morsom matematik. Desuden har oversætteren Carl-Otto Johansen selv skrevet en bog: Tossede tal.

George A.W. Boehm: Matematikkens nye verden.

Udkommet på dansk i 1964.

Bogen henvender sig til den interesserede lægmand, også gerne 'de mange, som til dagligt arbejder med matematiske problemer'. (bagsiden).

Dens formål og begrundelse udtrykker bogen udmærket med flg. citater

"For den som finder det morsomt at bestige intellektets tinder, er matematik en god sport. Denne bog vil forsøge at føre den matematiske bjergbestiger op på matematikkens småhøje, hvorfra han vil kunne skimte de tårnhøje tinder, som dristige hjerner har opdaget og erobret i løbet af fem tusinde år." (s. 7)

"Det brede publikum lever i en himmelråbende uvidenhed om matematik. Aviser og tidsskrifter beretter samvittighedsfuldt de sidste fremskridt inden for medicin, kemi, fysik, biologi og teknik. Men om matematik taler de næsten aldrig." (s. 8)

"Det er skade, at så få mennesker i dag får mulighed for at værdsætte matematikken. På en eller anden måde er den gledet ud af den humanistiske uddannelse, hvor den traditionelt indtog en central plads."

"I dag er det som pædagoger ikke indser, at matematikken er en uundværlig del af den vestlige verdens kulturelle arv." (s. 7 og 8)

Her peges der altså på den almindelige side af matematikken, som uundværlig i en humanistisk uddannelse, men vel sagtens også i alle andre uddannelser i den 'vestlige verden'. Bogen skal således bibringe til at øge denne almindelse hos et bredt publikum.

Det er imidlertid en forfærdelig rodebutik. På 65 småsider skal højdepunkterne i 'Den nye matematik', 'Nye anvendelser af det abstrakte' og 'Moderne begreber, metoder og problemer' gennemgås. Det betyder, at brokker af matematik, af flere forskellige sværhedsgrader, hulter til bulter rodes ind i de tre afsnit. Vi har oprigtigt talt svært ved at fange logikken i opbygningen. Det minder mere om amerikaneres turistture i Europa, "See Europe on ten days" end om en almindelig indføring i matematikken.

Den er overfladisk i sin gennemgang, og fordrer ikke at læseren får opbygget en viden gennem læsningen af bogen - det gør den let at læse igennem.

Populariseringen slår over i grove forsimplinger. Den har flere eksempler med forskellige talsystemer og deres konsekvenser. Her opstilles et 'skema' over omregning mellem titalssystemet og det binære system. "Reglerne for multiplikation og addition af binære tal er usædvanlig enkle, se tabellen nedenfor". Her opstilles sammenhængen mellem tallene 0 og 1 i de to systemer. Og det ser enkelt ud, men er helt vanvittigt misvisende i praksis. (s. 65).

Bogen lider kraftigt under billigbogsudgavens snævre rammer. Langt flere illustrationer og 'sidespring' ville nok bringe bogen tættere til målgruppens formodede lys-ter.

Alt i alt er bogen jævnt kedelig og uninspirerende - tæt ved det fordummende.

Viggo Brun: Alt er tall.

Bogen er på norsk og udkommet i 1964.

Bogen er baseret på en række forelæsninger, forfatteren holdt over matematikkens historie i 1961 på Oslo Universitet. Målgruppen for forelæsningerne har nok ikke kun været matematik-studerende, men studerende generelt (det fremgår ikke af forordet).

"Formålet med at udgive forelæsningerne som bog har været et håb om at det kan bidra til å øke interessen for matematikken og dens tradisjonsrike historie." (s.9)

Yderligere siger forfatteren i forordet:

"Men jeg håper bogen kan være med på å overbevise om at matematikken gjennom årtusenene har skaffet menneskene

en stor og edel glede. Dertil kommer den nytte den har gjort for fag som kjøbmansskap, landmåling, astronomi, musikkklære, fysikk, mekanikk og mange andre." (s.9)

Målgruppen for bogen præsiseres ikke, men må nok siges at være mennesker med et vist kendskab til matematik.

For selv om Brun skriver:

"Fremstillingen er stort sett "populær", men når fortidens tenkning har ført til store og mindre tilgjengelige resultater, har jeg ikke skydd å behandle også disse. Skulle noen patier forekomme brysomme, har man jo et gammelt prøvet middel - å forbigå det i stillhet." (s.10)

Så han tager generelt utgangspunkt i, at læseren har en god viden om matematiske begreber og termer.

Bogen fokuserer ikke på bestemte matematiske emner (grækerne og geometrien udgør dog en meget stor del), men følger en snæver tidshorisont og beskriver den utvikling, der har været i matematikken op til renæssansen. Udvalget bygger på det, der er fundamentet for den europæiske kultur/matematik.

Bogens "fortid" som foredrag prager den sterkt. Sproget er ukompliceret (det norske er let forståelig for en dansker), og jeg-formen anvendes hyppigt. Af og til er tonen lettere ironisk/humoristisk. Eksempelvis citerer Brun en forfatter, G. Libri, for at have kritisert Archimedes således:

"En ting som fortjener meget mer oppmerksomhet - og som inntil nå har vært nesten upåaktet - er at Archimedes lot seg fornede til å lede konstruksjonen av et skip, hvor det var et rom som var bestemt for kongens skammelige lyster (plaisirs honteux). Det var prisen for å bli beskyttet af kong Hieron." (etter G.Libri, omtalt s.146)

Brun har følgende reaksjon på dette:

"For å få en førsterangs uttalelse om spørsmålet henvendte jeg meg til Leiv Amundsen, som svarte: "Du kan ta Libris moralske forargelse med ro. Han har historien fra Athenaios' samleverk "De dinerende sofister", plukket sammen fra likt og ulikt i 190-årene etter Kristus." (s. 146)

Uttalelsen fra rådgiveren Amundsen fortsatter med, at det eneste Archimedes bidrog med til det omtalte skib var en skrue til at pumpe bundvandet op med. Desuden var Hieron en meget ærefuld mand, der bestemt ikke hadde et sådant rum.

Det fremgår tydeligt, at Brun holder af sit emne - både det matematiske indhold og de til tiden pudsige matematikere, der har eksisteret - og det smitter af på læseren. Ind imellem historiske facts og små anekdoter anbringes selve det matematiske indhold - aldrig i for store bidder, så læseren undgår at blive udmattet.

Som nævnt er der, på trods af den populære form, vanskeligere matematiske passager. Der er intet gjort for at formindskede problemerne, men Brun råder som nævnt blot læseren til at springe over, hvor det er for svært.

Der er ingen eksempler spesielt beregnet til at lette indlæringen for læseren, sandsynligvis fordi bogen ikke er ment som en egentlig lærebog i matematik.

Illustrationerne er enten rent geometriske (let forståelige) eller historiske bilder til at illustrere teksten.

Alt i alt er "Alt er tall" let tilgjengelig og lever etter vores mening op til dens intentioner om at være en

populær gennemgang af matematikkens historie.

Asger Aaboe: Episoder fra matematikkens historie

Udgivet på amerikansk 1964, på dansk i 1966.

Aaboe, der er danskamerikaner, har valgt at skrive om fire emner fra matematikkens oldtid. Bogen er skrevet til læsere med kendskab til geometri, og i teksten er der små opgaver, der skal hjælpe med til at lære læseren matematikken. Forfatteren mener, at oldtidens matematik er meget vigtig, og at man ikke kan læse matematik uden at kende til, hvad der foregik i oldtiden, matematikkens barndom.

Bogen er inddelt i fire kapitler ordnet i kronologisk rækkefølge. Om indholder skriver Aaboe:

"Til en begyndelse gives en kort fremstilling af babylonisk matematik, som først blev genopdaget i løbet af det sidste halve århundrede; dernæst redegøres for Euklids konstruktion af den regulære femkant fra Elementerne; så følger tre små prøver på Arkimedes matematik: hans vinkeltredeling, hans konstruktion af den regulære syvkant og hans opdagelse af kuglens overfladeareal og rumfang; og endelig berettes om græsk trigonometri som fremstillet af Ptolemæus i hans Almagest." (s. IX)

Begrundelsen for at vælge dette udvalg er, at Aaboe ønsker at skrive om matematikkens historie og:

"...at emnernes matematiske indhold burde være inden for rækkevidde for en læser med kendskab til algebra og geometri, som man normalt dækker i skolen." (s. IX)

Ligeledes skal emnerne have et vist matematisk indhold, så de pågældende historieepoker og personer kan præsente-

teres, så læseren kan se, hvad matematik var i oldtiden.

"Episoder fra matematikkens historie" er egentlig ikke svær, men der skal arbejdes med den, for at man kan få det fulde udbytte.

Forfatteren har valgt at beskæftige sig med en lille del af matematikken, men han gør det godt. Om emnet for læseren er ligeså interessant, som det er det for Aaboe, kan man nok tvivle på.

Jerome S. Meyer og Stuart Hanlon: Sjov med den nye matematik.

Udgivet på amerikansk 1965, oversat til dansk i 1966.

Der er i bogen intet forord, men på omslaget er bemærket:

"Hovedformålet med denne bog er at lære Dem, hvordan man tænker et problem igennem i stedet for at prøve at huske regnemetoder og trick udenad. Den vil også lære Dem, hvordan man skal læse den moderne matematik."

Denne formålserklæring må betegnes som særdeles flöt i. f.t. bogens indhold.

"Sjov med den nye matematik" kan bedre karakteriseres som et meget populær og meget let tilgængelig bog - fortrinsvis omhandlende mængdelæren. Langt den største del af bogen behandler denne, og det er denne del af matematikken, der beskrives som "den nye" og "den moderne matematik". Således betragtet er bogen særdeles tidstypisk i forbindelse med mængdelærens udbredelse.

Der er efter nogle af kapitlerne en række opgaver. Disse er særdeles lette og tjener for størstedelens vedkommende til at træne mængdelærens symboler. Der kræves ingen

matematiske forudsætninger for at læse bogen.

Kendetegnende for bogen er en bemærkning på omslaget:

"Men det bedste er, at bogen er underholdende".

Walter R. Fuchs: Vor tids matematik.

Tysk udgave fra 1966, oversat til dansk 1967. Er udgivet i serien "Vi og videnskaben".

Fuchs er amerikansk født, men har studeret i Vesttyskland; er (var) redaktør af et videnskabeligt studieprogram i det bayerske fjernsyn, oplyses det på omslaget af bogen.

Der er forord af en engelsk professor i anvendt matematik, hvorved bogen søges givet en faglig anderkendelse.

Fuchs skriver i indledningen, at bogen henvender sig til "enhver interesseret medborger" (s.11). Endvidere skriver han:

"Denne bog skal imidlertid hverken befatte sig med at skabe fornemmelser af matematisk skønhed eller at pleje en matematisk "dannelse". Det er dens mål på en så vidt mulig underholdende, men først og fremmest letfattelig måde at give oplysninger om den moderne matematiks problemer." (s.13)

Det er ikke umiddelbart oplagt, hvad han forstår ved "en matematisk "dannelse"". Men med bogen ønsker han at få læseren til at forstå noget ren matematik. Anvendelser og perspektivering er nedprioriteret.

Interessant er det, at han forklarer, hvorfor man bør lære noget matematik. Han skriver:

"Men hvorfor så matematik? Fordi det er en i allerhøjeste

grad betydningsfuld menneskelig virksomhed. Fordi mangel på matematisk forståelse medfører, at vi ikke er i stand til at fatte en meget vigtig side af erkendelsen af den verden vi lever i; Uden matematikken er vi ikke i stand til at opnå en dybere indsigt i rummets, tidens og materiens væsen. Matematikken hjælper os til bedre at forstå og beherske vor tekniske omverden. Matematikken hører blandt menneskets største kulturpræstationer." (s.24)

Bogens pædagogiske midler er først og fremmest grundige og letfattelige forklaringer. Desuden er den rigt illustreret - med matematiske udtryk. På omslaget forklares:

"Tegning og akvarelmaling er hans hobby. Derfor kunne han selv gøre udkast til alle tegningerne i denne bog, hvorved han fik den idé at lade også abstrakte områder illustrere."

Disse noget utraditionelle illustrationer viser intet nyt i.f.t. teksten, men får læseren til at se udtrykkene endnu engang.

I bogens tålmodige forklaringer er den meget jordnær. Et eksempel: I indledningen til et afsnit om dimensions-teori står:

"...kommer der nu et langt skrækkeligere spørgsmål: Matematikerens "n^{te} dimension". "Hvad i Himlens navn skal jeg dog stille op med et n-dimensionalt rum" vil ikke-matematikeren forskrækket spørge." (s.219)

Historien anvendes til tider, men absolut ikke slavisk. F.eks. skriver han om ikke-euklidisk geometri:

"Vi skal i det følgende prøve den mest anskuelige indgang til den ikke-euklidiske geometri. Men til dette formål er den historiske vej ikke tilrådelig..." (s.211)

Stoffet relateres kun sjældent til læserens hverdag m. h.t. anvendelse. Bogen indeholder kun få eksempler. Matematikken gennemgås traditionelt - men på en meget let-tilgængelig måde.

"Vor tids matematik" omhandler den nyere matematik. Han kritiserer undervisning for at beskæftige sig med forældet matematik. Han mener, at studenter kun har fortrolighed med "det attende århundredes matematiske verdensbillede" (s.13). Derimod kender de ikke f.eks. den "russellske antinomi", "digital-computere" eller "gruppeteori". Derfor altså denne bog om den nyere matematik.

Den dækker emnet meget bredt. I forlængelse af dens pædagogik er der ingen rød tråd i stofudvælgelsen. Bogen behandler logik (om bevisførelse), aritmetik, uendeligheder, mængdelære, komplekse tal, sandsynlighedsregning, spilteori, ikke-euklidisk geometri, infinitesimalregning og data.

Men det er en (skuffende) pointe, at den generelt dækker mere bredt end dybt. Den når ikke så langt som den lægger op til.

Bogen er meget let tilgængelig. Men desværre når den ikke dybt i emnerne. Hvor vi syntes den begyndte at blive rigtigt interessant, hoppede den fra.

En alvorlig fejl ved bogen er, at den ikke relaterer stoffet til noget udenfor den matematiske verden. Den er godt nok særdeles jordnær i dens forklaringer, men selve stoffet er ikke jordnært. Det er matematik for matematikkens egen skyld. Hans forklaring om, hvorfor man bør lære matematik virker derfor noget søgt.

David Bergamini: Matematik.

Udkommet på amerikansk 1967, oversat til dansk samme år.

Denne bogs udgangspunkt er, at det er alment anerkendt, at naturvidenskaberne er grundlaget for den nye, positive udvikling (i 60'erne). Derfor må og skal almenheden øge sit kendskab (respekt?) til matematik. Bergamini mener, at læseren skal have et glimt af, hvad man kan med videnskaben, men ikke nødvendigvis få indtryk af, at matematik er noget, læseren selv kan bruge til noget.

Vi får i bogen et bredt indblik i matematik, og får slynget mange matematikeres navne, fortjenester og personalia i hovedet. Matematikken er opbygget af store tænkere, hvis tanker igrønt er adskilt fra de konkrete historiske/samfundsmæssige situationer.

Først og fremmest er det en bog om matematik, hvilket i dette tilfælde betyder, at man ikke føres ind i emnet. Det gør selvfølgelig - i sig selv - at bogen er let at læse. Den bruger mange cases: illustrationer og småhistorier, der gerne ikke har ret meget med emnet at gøre. Så kan læseren øjensynlig slappe af ind i mellem. Der står faktisk ikke ret meget i den sammenhængende tekst, og det, der står, er skrevet med en let og optimistisk pen. "Er det ikke sjovt at stifte bekendtskab med historien og problemerne, når man ved, at nutidens videnskabsmænd faktisk har styr på det?", synes bogen at sige.

Eksemplerne er gerne sat ved siden af selve teksten, og dermed behagelig fri for at blive motiveret direkte. Mange eksempler er decideret platte, og den begejstrede brug af eksempler fra militærets sfære er uhyggelig. "Hverdagseksemplerne" udgiver sig dog ikke for altid at være rea-

listiske.

Hvert kapitel har sin feature i store illustrationer (fotografier) og beskjeden tekst. Det virker mest som om udgiverne har fundet nogle fede billeder, som skulle anvendes - uagtet relevansen. Men ud fra princippet om, at alt muligt mellem himmel og jord på relevant vis kan beskrives matematisk, så går det jo også fint. For første gang i denne slags bøger var der såmænd også illustrationer, vi synes var så malplacerede, at vi slet ikke forstod dem.

Jon Reed og Johan Aarnes: Matematikk i vår tid

Med undertitlen: "en introduksjon". Den er udgivet på norsk i 1967.

I bogens indledning gør forfatterne rede for deres opfattelse af matematik, idet de skriver:

"Matematikken lider av et merkbart handicap i forhold til andre vitenskaper. I en viss forstand kan den ikke populariseres uten at noe vesentlig går tapt. Det er umulig fullt ut å forstå betydningen av en matematisk oppdagelse uten selv å ta del i det arbeidet oppdagelsen bygger på." (s.8)

Forfatterne har således en helt klar opfattelse af matematik som et elitært fag. Opfattelsen uddybes:

"Vi vil i denne boken understreke de rent estetiske og underholdningsmessige sidene ved matematikken, og ikke forsøke å argumentere for at matematikk er nyttig... Matematisk forskning drives for en stor del uten tanke på anvendelser i det hele tatt. Hovedmotiveringen er at matematikken er vakker." (s.8)

Det er således helt bevidst, at bogen udelukkende omhandler ren matematik.

Det drejer sig om sandsynlighedsregning, transfinite tal, gruppeteori, de klassiske problemer, Galois-teori, algebraiske ligninger, spilteori samt datamaskiner. Alt så vanskelig matematik, der for en stor dels vedkommende ligger udenfor det danske gymnasie-stof.

Selv om bogen minder meget om en lærebog i udformning (bl.a. er en stor del af bogen skrevet med matematisk symbolsprog), er den meget tålmodig i dens gennemgang af stoffet.

Med hensyn til målgruppe står i forordet:

"Denne boken er blitt til ut fra et ønske om å formidle litt av den nyere matematikk til ikkespesialister." (s.7)

Vi må imidlertid tilføje, at disse ikke-specialister så sandelig skal have en god matematisk baggrund for at følge med og forstå bogen. En matematisk studentereksamen vil således være et mindstekrav for de fleste.

På dette niveau må bogen betragtes som en udmærket formidler af den pureste matematik.

Charles Solomon: Matematik

Udkommet på dansk i 1971, oversat fra engelsk udgave fra 1969.

Denne bog er først og fremmest skrevet for voksne læsere, der trænger til opmuntring (delvist citeret fra forordet, der dog tilsyneladende ikke er skrevet af forfatteren).

I første kapitel, "Hverdagslivets Matematik" står der:

"Det er ikke denne bogs formål at "lære" matematik. En bog, der er tyve gange så stor ville næppe kunne klare dette. Vi formoder, at De har lært noget matematik i skolen, at De (som de fleste af os) har glemt en hel del af det, men at De ved nok om emnet til f.eks. at give tilbage på en sum penge, beregne det udbytte, De skal have af en investering, vide noget om så almindelige geometriske figurer som en trekant, et rektangel og en cirkel og huske noget om deres egenskaber. Og at De ikke er ved at besvime når De støder på så dunkle symboler som x , y og \sqrt{z} . Forudsat at De har så megen matematisk teknik (og i vore dage med skolepligt vil det være svært ikke at have det) er der ingen grund til, at De ikke let kunne klare indholdet af denne bog." (s.11)

Formålet er ifølge forordet at fjerne noget af den skræk, der almindeligvis er for matematik. Som formulere ret på omslaget:

"Er De bange for emnet matematik? Det er der slet ingen grund til. De benytter Dem alligevel ubevidst af matematik hver dag - Så hvorfor være bange? Vores hverdag er fuld af hurtige beregninger, og vi er faktisk dygtige til matematik. MEN vil De videre er "Matematik" bogen for Dem".

Bogen har 16 kapitler, hvis sammenhæng og rækkefølge er gådefuld: Hverdagslivets matematik, Forskellige slags tal, Talsystemet, Andengradsligninger, Eksponenter og logaritmer, Kunsten at måle, Alt om intet, Hvor meget er uendeligt, Rækker og mængder, Matematik i billeder, Sandsynlighed, Hvordan tingene vokser, Hvad maskiner kan og ikke kan, Hvordan statistik kan snyde os, Nogle genveje, En mangfoldighed af underholdning.

Begrundelsen for valget af disse emner er (selv om det kan være svært at gennemskue), at det er ting man støder på i hverdagen.

Bogen er rigt udstyret med "flotte", farvelagte tegninger. På samtlige dobbeltsider (med undtagelse af tre) er der mindst een farvelagt tegning. Tegningerne er undertiden misvisende og forvirrende. Der står kun sjældent forklaring direkte ved figuren, og omtalen i teksten er ikke altid på samme side. Somme tider henvises til "figuren nedenfor", på trods af at denne befinder sig et andet sted.

Forfatteren gør sig mange anstrengelser for at give læseren indtrykket af, at matematik er simpelt. Det gøres bl.a. ved, at bogen kun beskæftiger sig med emner, der kan gøres "kulørte", og emnerne behandles ret overfladisk uden, at der gøres opmærksom på dette. Tværtimod understreger forfatteren med jævne mellemrum, at læseren tilhører de mere intelligente her i verden siden han/hun stadig forstår det omtalte. Et eksempel herpå findes på side 24:

"Totalsystemet er hemmeligheden ved et lille trick, De kan bruge til at forbløffe Deres mindre lærde venner."

De forskellige kapitler hænger ikke sammen, og der bygges ikke væsentligt på de foregående ting.

Bogens ret ringe kvalitet forstærkes i den danske udgave af en yderst elendig oversættelse (af professor, civilingeniør Ove Hoff). Et grelt eksempel kan gives fra forordet:

"Denne bog er blevet til med det formål at sprede en mængde almindelig frygt for matematikkens vanskeligheder."

Man må i hvert fald formode, at det er en oversættelses-

fejl!! Ud over denne type af fejl forekommer også direkte fejl i den matematiske gennemgang.

Da bogens indhold ikke er egentlig matematisk, er den ude af stand til at leve op til formålet om at fjerne noget af den skræk, der er for matematik, og den giver heller ikke noget værdifuldt billede af matematikkens rolle i hverdagen.

Oversættelsesfejl, indholdsmæssige fejl, samt sjusk fra forlagets side er bestemt ikke medvirkende til at få det "kulørte" indhold til at glide ned.

Paul Rantzau: Alle Tidens Tal.

Udkommet 1972.

Ingen målgruppe er nævnt i forfatterens forord, men bogen må formodes at henvende sig til alle med interesse for tal.

Rantzau skriver i forordet:

"Alle tidens tal prøver på at medtage netop det, der ligesom ikke er levnet plads nok til i de gængse talbøger, det der ikke rigtigt er afsat tid til i undervisningen, men som til gengæld gør de såkaldte tørre tal sprællevende og interessante: den kulturhistoriske baggrund. Alle tidens tal er en praktisk bog i den forstand, at den giver oplysning på en række områder inden for anvendte tal."

Af dette citat fremgår det, at forfatteren lægger vægt på tallenes kulturhistoriske baggrund, men han skriver videre i forordet:

"Alle tidens tal er derimod ikke nogen matematikkens historie eller populær matematik - selv om historisk stof er medtaget, og de matematiske begreber og de grundlæggende regnemåder er behandler."

Om sit syn på historien skriver han på side 110:

"Vejen til videnskab var lang og trang. Det faldt i grækernes lod at lægge grundvolden, men de greb ikke deres enestående resultater ud af den blå græske luft. De byggede i høj grad på, hvad andre oldtidskulture havde at byde på."

Og videre side 111:

"Troen på den særlige græske ånd - evnen til abstraktion - må sikkert modereres en smule, navnlig hvis man tror at grækerne havde en enestående evne til at udvikle videnskabelige teorier uden at gribe til eksperimenter og uden at benytte sig af erfaringer, en tro der måske skyldes den moderne fortolkning af Platons udsagn."

Bogen omhandler forskellige egenskaber ved tal og favner meget bredt, fra Taltegnenes historie over Talteori, Kartografi og Kronologi til Talmystik, paradokser og sjov med tal. Bogen sluttes med forskellige Mål og et Tabelarium.

Begrundelsen for dette valg er at inkludere de tørre tal en kulturhistorie.

Bogen er skrevet i et let forståeligt sprog og svære ord er forklaret i parentes som f.eks. aksiom (græsk aksioma, det der erkendes) og hvis nye ord eller begreber indtroduceres i teksten forklares de i en fodnote nederst på siden.

Anvendelsen af matematik dækker en stor del af bogens indhold f.eks. kapitlerne om Himlens tal, som omhandler årstider, planetbevægelser og lign., Kartografi om korttegning og endelig Kronologi om tid og kalendere.

Bogen er righoldigt illustreret med forklarende tegninger,

fotografier og malerier, som viser noget om emnet. Der er gjort et stort arbejde med at illustrere bogen.

Alt i alt lever bogen udmærket op til sine intentioner om at gøre tallene lidt mindre kedelige.

4.4 MÅLGRUPPE.

Da samtlige bøger, vi har valgt at beskæftige os med i dette afsnit er populærvidenskabelige, må forfatterne have gjort sig tanker om til hvem, hvad og hvordan, de vil formidle matematik.

I forbindelse med vores udvælgelse af bøger har vi afgrænset en overordnet målgruppe; nemlig danskere (der også kan læse norsk). Årsagen til denne afgrænsning er primært vores egen kulturelle baggrund, men også et ønske om at begrænse materialet.

Af egentlige danske bøger har vi kun la Cour og Rantzau, Aaboe er også dansk, men har først udgivet bogen på amerikansk og senere oversat den til dansk. De andre bøger er oversatte og derfor bearbejdet i en vis grad af oversætter og det danske forlag (Brun samt Reed og Aarnes er dog på norsk).

Alle de bøger, vi har beskæftiget os med, er skrevet i prosa og indeholder meget lidt 'formel sprog'. I nogle af bøgerne er årsagen hertil muligvis, at forfatterne i deres målgruppe inddrager læsere, de mener er fremmedgjorte overfor et traditionelt matematisk sprog. At andre har valgt denne prosa-form er naturligt, især de som har valgt at fortælle om et emne, f.eks. Brun om matematikkens historie eller Dantzig om talteori.

Gruppen af forfattere og bøger kan deles i tre hovedgrupper: 1. de, der forudsætter et eller andet bestemt matematikniveau, 2. de, der ikke kræver nogen særlig form for matematiske forkundskaber, og endelig en gruppe, som ikke nævner noget om, hvem de henvender sig til.

Hvad forfatterne selv finder ud af at skrive om deres bøgers krav til læserne er selvfølgelig ikke det eneste, der kan siges om den sag. I en analyse vil man altid kunne skelne mellem en erklæret målgruppe i modsætning til en reel. Men den reelle målgruppe vil vi ikke komme

yderligere ind på i dette afsnit. Vi vil her blot indføje, at de fleste bøger henvender sig til læsere af hankøn, og at samtlige forfattere er mænd!

Gruppe 1.: Består af Dantzig, Bell, Struik og Aaboe, som alle kræver visse matematiske forkundskaber. Dantzig og Aaboe en studentereksamen hhv. realeksamen, Bell "en almindelig læser med mellemskolepensum" og Struik et vist forkundskab. Disse forfattere har altså stillet et forhåndskrav, som læseren skal opfylde.

Gruppe 2.: I denne gruppe falder Hogben 1936 og 1955, Gardner, Niklitschek, la Cour, Boehm, Bergamini, Fuchs, Solomon og Adler.

Nogle af forfatterne skriver direkte, at de henvender sig til alle, medens andre formulerer det lidt anderledes, f.eks. la Cour til højskoleelever, Boehm til "den interesserede lægmand" og Bergamini til "den brede offentlighed" osv., men uanset hvorledes gruppen har formuleret sig, kræver de ikke eksplicit nogle matematiske forkundskaber.

Restgruppen: Brun, Rantzau og Schubert skriver ikke i deres forord hvem de henvender sig til og hvilke forudsætninger, der er nødvendige for at læse bøgerne. Vi formoder at når de intet skriver er det underforstået at de henvender sig til alle og Brun skriver f.eks. også: "Framstillingen er stor sett 'populær',..."

Som vi har nævnt det i indledningen, er det klart, at der har ligget nogle overvejelser til grund for disse populærvidenskabelige udgivelser. At målgruppen ikke i alle tilfælde bliver formuleret så grundigt og at bøgernes særlige ideer og dermed berettigelse ofte ikke nævnes på omslag eller i forord/indledning er jo næppe et udtryk for, at tankerne ikke er blevet tænkt og målgruppen ikke er blevet identificeret. Om ikke andet må forlagene have tænkt økonomien igennem. Det ville have

været interessant at kende arbejdsgangen ved hver enkelt bogudgivelse, for dermed at kunne placere dens intentioner mere præcist, end vi her er i stand til.

4.5 BØGERNES MATEMATISKE INDHOLD.

Ser vi på det faglige indhold i bøgerne, er de matematiske temaer der tages op enten meget snævre, et enkelt eller få emner, f.eks. Dantzig, eller meget brede med mange emner f.eks. Niklitschek.

Dette emnevalg er ikke så mærkeligt når man tager læserforudsætninger i betragtning, som beskrevet i målgruppeafsnittet.

Både det brede vue, de mange emner, som ikke bliver særligt dybtgående behandlet, eller det interessebetonede, den snævre fordybelse i et emne, som så behandles grundigere, kan passe til de forskellige målgrupper.

Begge indfaldsvinkler kan have deres berettigelse, og valget af emne må derfor hænge sammen med forfatterens/forlagets interesser sammenholdt med målgruppens forventede nysgerrighed.

En masse forskellig matematik behandles i bøgerne. Al ligevel er det klart, at de "sonder" populærvidenskaben har sendt ned i matematikken, ikke har kunnet dække al matematik, vi kender idag.

For at få et overblik over de valgte emner har vi stillet bøgerne op i et stort skema, ordnet kronologisk efter udgivelsesåret på originalsproget. Foruden hvilke emner bogen indeholder spørger vi, om 'hvorfor disse emner er valgt' om 'det kan bruges i dagligdagen' og endelig om 'stoffets sværhedsgrad'.

Denne inddeling har naturligvis ikke krystalklare grænser, men er som nævnt etableret i et forsøg på at få skabt et rimeligt overblik over det store materiale.

Titel	Hvilke emner indeholder bogen ?	Hvorfor er disse emner valgt ?
la Cour, Historisk matematik 1888	Overvejende geometri.	For at træne tænke musklen.
Shubert & Erlebach, Den store matematiske puslebog 1897,1964	Primært talteori og sandsynlighedsregning.	Underholdning og inspiration.
Dantzig. Tallet 1930	Talteori.	Fordi emnet er grundlæggende for matematikken.
Hogben. Matematik for millioner 1936	Overvejende geometri.	Måske fordi geometrien er den ældste form for matematik.
Niklitschek Matematik for alle 1941	Funktioner, logaritmer, trigonometri, infinitesimal regning, dimensioner og regnestok.	Forfatteren ser matematiske emner som blomster i en have, og han har valgt de for ham smukkeste.
Bell. Matematikens mænd 1944	Bogen indeholder en beskrivelse af forskellige matematikere.	For at give et indblik i den moderne matematik via deres liv og arbejde.
Struik. Matematikens historie 1948	Matematikens historie op til 1900	

Skal stoffet læres og er der opgaver ?	Kan man bruge bogens viden i dagligdagen ?	Stoffets tilgængelighed ?
Bogen er blevet brugt som lærebog og den indeholder opgaver.	Bogen knytter ikke indholdet sammen med noget der kan bruges i dagligdagen.	Let at læse, de svære ting er udeladt.
Der er masser af opgaver i bogen, og matematikken søges generaliseret	Underholdning og konversering, evt. inspiration til videre studier	Rimeligt let tilgængeligt, ingen progression i sværhedsgraden.
Stoffet gennemgås meget grundigt og det skal læses, der er ingen opgaver, men gennemregne eks.	Som kulturel baggrundsviden, studerende kan få en talteoretisk sammenhæng i matematikken.	Stoffet skal opsamles for at man kan følge med, og det er ret svært.
Stoffet skal læses og forfatteren mener at bogen skal læses to gange, og anden gang skal man se på enkelthederne og opgaverne	Forfatteren forsøger hele tiden at relatere stoffet til virkeligheden.	Stoffet er meget let tilgængeligt og forsøges hele tiden forklaret jordnært.
Stoffet skal præsenteres, ikke læses, men hvis man forstår nogle sammenhænge er det godt, der er ingen opgaver men få regne eksempler.	Nej den går kun overfladisk ind på emnerne. Og der er kun få og dårlige relationer til det virkelige liv.	Det er umiddelbart nemt at gå til, men der er nogle dårlige eksempler og lange indskudte bemærkninger.
Stoffet præsenteres centreret omkring den enkelte matematiker.	Nej kun perifært nævnes ingeniørvidenskab og fysik, opslagsbog for matematik interesserede.	Løsningen er let og underholdende fordi man hører om matematikernes liv og levned. Ind imellem noget ret svært matematik.
Stoffet skal ikke læses, der er ingen eksempler.	Læseren lærer om matematikkens kulturelle baggrund, og kan søge oplysninger, der kan bruges i andre sammenhænge.	På grund af det hurtige tempo, kan det være svært at hænge på.

Hogben
Matematikkens eventyr
1955

Geometri og tal.

Forfatteren laver en billedhistorie over matematikkens udvikling fra oldtiden til idag.

Adler
Matematik på en anden måde
1958

Bredt udsnit af matematiske emner på et lavt niveau.

Læseren skal lære et fundamentalt stof.

Gardner
Morsom matematik
1959

Gåder og spil

Forfatteren leger med om det at gætte gåder er anvendt matematik, og gåderne tilgodeser menneskers behov for at lege.

Boehm,
Matematikkens nye verden
1964

Bredt.

"Det er skade, at så få mennesker i dag får mulighed for at værdsætte matematikken". det er nok i dette lys, man skal se det enorme emnevalg på under 100 sider.

Brun,
Alt er tall
1964

Historisk, med vægt på tal og geometri, samt lidt algebra.

Udvalget bygger på det der er fundamentet for den europæiske kultur/matematik. Bogen skal øge interessen for matematikkens historie.

Aaboe
Episoder fra matematikkens historie
1964

Matematiske eksempler fra oldtiden

Oldtidens matematik er vigtig at kende.

Meyer & Hanlon
Sjov med den nye matematik
1965

Mængdelære

At lære, hvordan man tænker et problem igennem, hvordan man skal læse den moderne matematik

Stoffet præsenteres i eventyrform.

Stoffet skal på et lavt niveau læres, og der er små opgaver.

Det er næsten kun opgaver i form af gåder, tricks, paradokser, fejlslutninger osv.

Det skal præsenteres for læseren, som så kan stå på de små høje og kigge på de tårnhøje tinder som dristige hjerner har opdaget. Ingen opgaver.

Den lægger egentlig op til at man skal lære noget om matematikhistorie, men den siger selv at nogle emner er for svære, så den vil nok egentlig bare præsenterer matematikkens historie.

Der er opgaver tilknyttet de enkelte afsnit, stoffet skal læres

Man skal lære mængdelærens begreber og dertil er der opgaver.

Man får et indtryk af hvad grækerne og ægypterne brugte matematikken til, men ikke hvad vi bruger den til i dag. Giver en kulturel indsigt.

Næppe, selvom stoffet søges relateret til virkeligheden. Underholdende triks.

Nej men man kan hygge sig med bogen i en stille stund og det er faktisk rart.

I selskabslivet.

Jæviden forstand at man læser om matematikkens kulturelle baggrund.

Giver en kulturhistorisk baggrund.

Forældre kan hjælpe børnene med hjemmepgaverne.

Stoffet er meget let tilgængeligt og sproget og billederne forklarer mange ting det gør det til en behagelig bog.

Bogen er let at læse og er med gode illustrationer.

Man forstår hurtigt sproget og spørgemåden, men nogle af gåderne er svære, men det er jo kun godt.

Bogen er overfladisk og vil ikke lære fra sig, så i den forstand er den let læselig, men man får ikke noget fagligt ud af den

Der er vanskelige passager, og de er ikke søgt gjort lettere, men alligevel er bogen let tilgængelig

Det kræver en vis baggrundsviden at følge med.

Bogen er let tilgængelig, og der kræves ingen forudsætninger

Fuchs
Vor tids matematik
1966

Bredt omkring den
moderne matematik
f.eks. computere.

Forfatteren vil ud
over den tærskel hvor
de studerende ved
noget om det 18.årh.s
matematik.

Stoffet skal læres og
det skal læres rent
dvs. uden perspekti-
vering. Ingen opgaver

Forfatteren viser ikke
hvad stoffet kan bru-
ges til, man kan hjælpe
forældre til børn
i skole alderen.

Stoffet er let til-
gængeligt.

Bergamini
Matematik
1967

Bredt.

Der er ikke nogen
begrundelse for
emnevalget.

Stoffet skal præs-
teres, så menigmand kan
få et indblik ind i
videnskabens kloge
verden.

Ikke rigtigt for den,
den relaterer ikke
stoffet godt nok til
virkeligheden. Kan
bruges i en konver-
sation.

Forfatteren mener
solv emnerne er svære
for læseren. Bogen
er let læselig.
Mange illustrationer
nogle er malplacerede
sidespring, og andre
er direkte vildledende.

Reed & Aarnes
Matematik i vår tid
1967

Sandsynligheds-
regning, transfinite
tal, gruppeteori,
Galois-teori, data.

Etiske og underhold-
ningsmæssige sider.

Lærerbogsagtig.

Forfatterne vil ikke
argumentere for at
matematik er vigtigt,
og en stor del kan i
det hele taget ikke
anvendes.

Stoffet er ikke sær-
lig let tilgængeligt.

Solomon.
Matematik
1971

2.grads lig., eks-
ponenter, logaritmer,
rækker og mængder,
sandsynlighed og
hvordan statistik
kan snyde os.

Emner man støder på
i hverdagen.

Emnerne behandles
overfladisk.

Konversering.

Bogen er letlæselig,
der er mange illu-
strationer, men
disse er ofte misvi-
sende og forvirrende.

Rantzau
Alle tiders tal
1972

Talteori, kartografi,
kronologi, paradokser,
mål og tabelarium.

Tallenes kultur-
historiske baggrund.

Det er en opslags-
bog.

En kulturhistorisk
baggrund for tal og
deres anvendelse.

Bogen er letlæselig,
men ikke beregnet på
en egentlig gennem-
læsning, det er en
opslagsbog.

Udfra skemaet har vi inddelt bøgerne i tre grupper.
 Gruppe 1. Bøger der vil undervise læseren i matematik.
 Gruppe 2. Bøger der vil præsentere forskellige sider af matematikken. Gruppe 3. Bøger som falder udenfor de andre grupper, typisk 'legebøger' og opslagsværker.

Gruppe 1. Bøger, der vil undervise læseren i matematik:

la Cour, Historisk matematik	1888
Dantzig, Tallet, videnskabens sprog	1930
Hogben, 1936, Matematik for millioner	1936
Adler, Matematik på en anden måde	1958
Aaboe, Episoder fra matematikkens historie	1964
Fuchs, Vor tids matematik	1966
Reed & Aarnes, Matematik i vår tid	1967

Af tabellen over gruppe 1 ses at bøgerne tilsyneladende ikke er udkommet i bestemte tidsperioder.

For de tre først nævnte bøgers vedkommende behandles primært et enkelt emne. la Cour og Hogben skriver begge fortrinsvis om geometri, medens Dantzig skriver om talteori. Aaboe har valgt at skrive om fire episoder fra matematikkens oldtid. Adler skriver om flere emner. Fuchs og Reed & Aarnes koncentrerer sig om den moderne matematik.

Tendensen er således, at forfatterne til de ældste bøger i gruppe 1 har valgt at undervise ud fra et enkelt eller få emner, hvorimod forfatterne til de nyere bøger favner bredere.

la Cour benytter en kombination af den tidligere omtalte 'abstrakte matematikformidling' (se s. 10) og Grundtvig-bølgens historiebevidste pædagogik. Den "klassiske" matematik-indlæring i bogen belyses ved at la Cour i princippet betragter det som underordnet hvilken matematik, læseren får indsigt i; bare læseren får en øvelse i logisk tænkning igennem præcis formulering af problemer og eksisterende viden, en intellektuel arbejdsgang

og en stringent bevisførelse. Det er således matematikkens primære opgave at træne tænke-musklen.

Den historie-baserede pædagogik skal bringe læseren i nogle situationer, der minder om dem, de mennesker var i, da problemerne i sin tid blev formuleret og løst, dvs. principielt uden "nye" forkundskaber. Den euklidiske geometri er ret oplagt til sådanne forsøg. Geometrien er anskuelig og kræver i sit udgangspunkt kun få kundskaber. Via en indsigt i geometriens udvikling skulle læseren blive forberedt til lettere og mere bevidst at følge rent systematiske fremstillinger (la Cour, 1888, s. 226).

Lignende begrundelser anvender ingen af de andre forfattere. Fuchs begrundet tværtimod sit valg af 'den moderne matematik' (se iøvrigt s. 18) med, at studenter kun har fortrolighed med "det attende århundredes matematiske verdensbillede" (Fuchs, 1967, s. 13). Derimod kender de ikke f.eks. den "russellske antinomi", "digital-computere" eller "gruppeteori". Det mener han, at de bør have. Hogben har i modsætning til la Cour forladt 'den abstrakte matematikformidling' og ønsker i stedet at popularisere de ideer om en ny sammenhængende matematik karakteriseret af anvendelse og populariseret via funktionsbegrebet, som vi tidligere har refereret under betegnelsen 'den anskueliggjorte matematikformidling' (s. 12).

Hogben er af den opfattelse, at læseren bedst forstår matematikken, hvis teksten formår at knytte an til situationer, hvor den præsenterede matematik anvendes. Det bliver dog for det meste snarere til nogle paralleller til det virkelige liv frem for egentlig anvendelse af matematik, vi får præsenteret.

Det vil nok være en uberettiget ros til Hogben at postulere, at hans virkelighedsrelatering er virkelighedstro. Men hvorfor skal man kun kunne visualisere den del af matematikken, der så at sige er født visualiseret, nemlig geometrien? Man kan også godt visualisere andre

6. En bacille ved navn »antinomi«	
6.1 »det ganske små er der intet mindst« <i>Betragtninger over »kontinuum«</i>	145
6.2 Vanskeligheder med »mængden af alle mængder« <i>Mængdelærens antinomier</i>	153
7. Strukturer	
7.1 »Et monstrum fra den ideale verden?« <i>Strukturelle betragtninger over komplekse tal</i>	163
7.2 Matematiske »tøj-kollektioner« <i>Grundtanker vedrørende algebra, gitter- og gruppeteori</i>	173
8. Netværk for tilfældighed og strategi	
8.1 »Sandsynlighedsområder i det matematiske landskab« <i>Sandsynlighedsregning</i>	187
8.2 Matematisering af menneskelige handlinger? <i>Grundbegreberne i spilteori</i>	196
9. Matematiske »rumordninger«	
9.1 »Ikke-euklidisk geometri: En opdagelse, gjort af Euklid« <i>Et vigtigt kapitel om videnskaben om den rumlige ordning</i>	203
9.2 Når en trætemning skræres op <i>Forklaringer i tilknytning til dimensionsteori og topologi</i>	219
10. Billeder af rækkfølger, rækkfølger af billeder	
10.1 Ved grænsestationen mellem geometrien og den teoretiske fysik <i>Lidt om en eksakt naturvidenskabs princip</i>	235
10.2 Værktøjet infinitesimalregning <i>Matematik og mekanik</i>	242
11. I matematikkens maskinalder	
11.1 »Dygtige instrumenter, der ikke kan tælle til tre« <i>Digitalregnemaskinernes matematik</i>	254
11.2 Automater, der kan foretage matematiske beviser? <i>Algoritmer og turingmaskinen</i>	264
12. »Sproglige anbefalinger«	
12.1 »Om ikke at støde panden imod et matematisk problems« <i>Betragtninger over matematikkens filosofi</i>	266
12.2 »Ikke blot at beregne, men at forstå verdenslobets« <i>Filosofien hinsides logik og matematik</i>	270
Register	277

Som et mere moderne eksempel på en populær fremstilling af et bredt matematiks udvalg ser vi her et udsnit af Fuchs indholdsfortegnelse. Den populære fremstilling kan godt søge at komme ind på mange ikke-elementære matematiske emner.

dele af matematikken via eksempler hentet fra det daglige liv, differentialregning kan f.eks. fint belyses med kurver over en motorcykels benzinformbrug under forskellige vilkår - blot skal man ikke fejlfortolke disse eksemplificeringer derhen, at de skal vise egentlig

anvendelse af matematik. Det skal de kun i ringe grad hos Hogben.

Hogben er nok den, der mest konsekvent knytter an til hverdagen. Det er derimod kendetegnende for de øvrige bøger i gruppe 1 (ligesom for deciderede lærebøger) at når man vil undervise i matematik, mangler der ofte plads/fantasi til at relatere bogen til læserens daglige omgivelser.

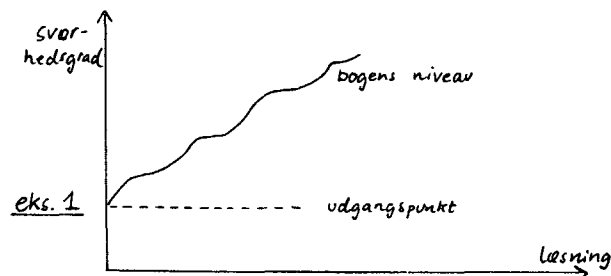
Ingen af bøgerne i gruppen slipper via deres matematiske indhold særligt godt fra at overbevise læserne om deres relevans, men det er måske også et urimeligt krav til disse bøger. La Cour fører an med en motivations-idé; nemlig at matematikken primært kan bruges af offentligheden via dens abstrakte egenskaber. Han fremstiller matematikkens almene værdi for almenheden.

En anden motivations-idé, nemlig anvendelsessiden har øjensynligt i følge forfatterne et så stort (og kompliceret) matematisk indhold, at ingen er kommet frem til andet end forsimplede pseudo-eksempler.

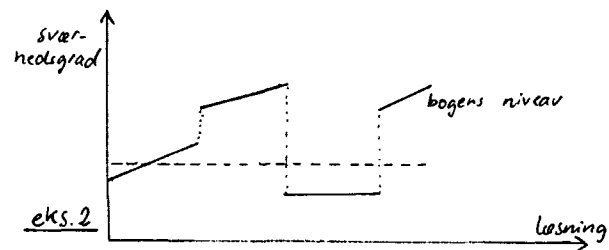
Bøgerne i gruppe 1 er lette at læse og forstå, dog adskiller Dantzig sig fra de fleste andre, idet han starter på et studenterekskens niveau og fortsætter med at bygge videre på stoffet fra de foregående sider. Med det tempo han går frem i teksten kan han muligvis komme til at virke svær mod slutningen af første del og derfor tabe læseren. Anden del af bogen er decideret svært tilgængelig. De øvrige forfattere i denne gruppe (og for den sags skyld også i næste gruppe) søger at fastholde et mere jævnt stigende fagligt niveau hen igennem bøgerne.

Hvad er så en "matematisk sværhedsgrad"? Det er givet, at der må eksistere stof og tekster af forskellig sværhedsgrad. Vi finder det dog i praksis svært at skulle vurdere imellem de enkelte teksters sværhedsgrad, hertil er vores egen baggrund for dominerende i forhold til en egentlig objektiv vurdering. Men indenfor hver enkelt

bog kan man følge sværhedsgradens progression - eller mangel på samme. Det er typisk for gruppe 1-bøgerne, at der er tale om en progression i sværhedsgraden igennem læsningen af hver enkelt bog, der er altså tale om en indlæringsituation, der suppleres med eksempler og (for la Cours og Hogbens vedkommende) regneopgaver. Nedenstående kurver illustrerer problemet:



Hvis bogen netop starter sin kurve på samme niveau som læserens udgangspunkt, eller passende derunder, vil bogen ikke synes svær.



Hvis bogen derimod følger kruven som i eks. 2, hvor sværhedsgraden hopper mellem afsnittene vil bogen automatisk føles svær (og evt. usammenhængende), selvom slutpunktet godt kan være på et lavere niveau end fra eks. 1. (Vi beskæftiger os her kun med det rent matematiske indhold - mange andre ting spiller ind når vi skal bedømme, om hvorvidt en bog er "let tilgængelig" eller ej.) Matematikkens bredde over abstrakte og "simple" problemer (der måske er lette at forstå intuitivt) gør "svær-

hedsbegrebet" noget uldent. I vores tilfælde mener vi dog at kunne opdele nogenlunde forsvarligt (og det beskrives for de enkelte bøger i det store skema).

Det er klart, at der er tale om en sammenhæng mellem den tid, læseren anvender, og det faglige resultat hun/han opnår. Hogben 1936 vejleder således sine læsere til at læse bogen igennem 2 gange for at få det fulde udbytte!

Gruppe 2. Bøger, der vil præsentere forskellige sider af matematikken:

Niklitschek, Matematik for alle	1941
Bell, Matematikkens mænd	1944
Struik, Matematikkens historie	1948
Hogben 1956, Matematikkens eventyr	1956
Boehm, Matematikkens nye verden	1964
Bergamini, Matematik	1967
Solomon, Matematik	1971

Underopdeler vi gruppe 2 efter, om bøgerne rummer en historisk præget fremstilling eller ej, fås flg. to undergrupper:

- (a) med historie: Struik, Hogben 1956, Bell og Brun.
- (b) uden historie: Niklitschek, Boehm, Bergamini og Solomon.

Der er således en tendens til, at gruppen af bøger, der ikke ønsker at lære folk matematik og heller ikke sætter matematikken i nogen historisk sammenhæng, er udkommet i kølvandet på uddannelsesboom'et i 1960'erne (med Niklitschek som en undtagelse, dansk udgave i 1941).

Struik og Brun vil fortælle om matematikkens historie. Bell hører også med i gruppen, hans bog er ikke en egentlig matematik-historie, men vil fortælle om de 'store' matematikere, fra Archimedes til Cantor og derfor også en beskrivelse af udviklingen i matematikken.

De øvrige forfatteres begrundelse for emnerne i bøgerne

er forskellige fra bog til bog. Hogben 1956 bruger ikke ret meget matematik i sin billed-historiebog. For ham er historieskildringen vigtigere end præsentationen af matematisk stof.

Den sjoveste begrundelse er ubetinget Niklitscheks, han mener, at matematik er som en storslået have, hvor de matematiske emner er blomster. De blomster han så har valgt er de smukkeste, og dem hvor der med garanti ikke er torne under bladene. Boehm mener, at det er en skade, at folk ikke ved så meget om matematik, derfor kommer han ind på enormt meget i en lille bog. Bergamini giver ingen begrundelse for valget og bogen kendetegnes iøvrigt også af mangel på sammenhæng.

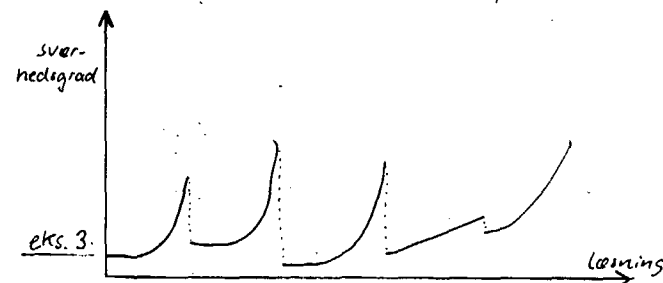
Solomon vil præsentere læserne for en vifte af matematiske emner, som læseren støder på i hverdagen. Bogen repræsenterer en type af bøger, der tager udgangspunkt i at publikum er skræmt bort fra matematikken, men af en eller anden grund (f.eks. skolesøgende børn eller nysgerrighed overfor den ny videnskab) er blevet tiltrukket lidt igen.

Behovet for at få videreformidlet en bred mængde matematik i en periode med en rivende teknisk udvikling har nok været en af drivkræfterne bag denne type bøger.

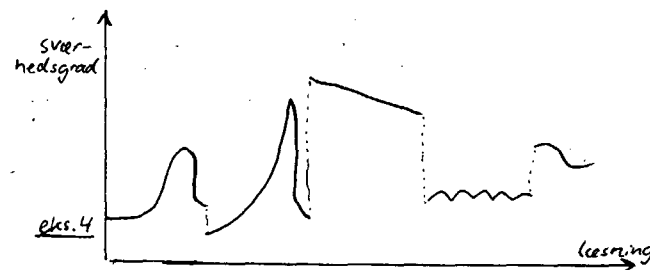
Dette meget almindelige formål; det specielle matematiske indhold, almenheden har brug for - forfølges med skiftende held i denne type af bøger.

Når de matematiske ambitioner ikke er så høje, er det ikke udelukkende spørgsmålet om bøgernes matematiske succes hos læserne, der er interessant. Deres formål er i virkeligheden nok også at bibringe læseren nogle generelle videnskabsbilleder og samfundssyn. Dette vil vi komme nærmere ind på i et senere afsnit.

Hvad angår "matematisk sværhedsgrad" er mønstrene i denne "om matematik"-gruppe varierende:



Sværhedsgraden i f.eks. Bell's bog kan beskrives som i eksempel 3. Det betyder ikke så meget, hvis de summariske gennemgange af matematisk stof glipper for læseren. Man kan sagtens læse videre.



Læsningen af Boehm forløber som illustreret i eksempel 4, og det er nok et af de mere ekstreme tilfælde af diskontinuitet og flygtighed udi matematikken, som vi er stødt på. Bergamini og Solomon er nært beslægtede til kurven i eks. 4, blot med mere afdæmpede udsving og spring.

Struiks historiebog er grundig og ret svær. Han forudsætter faktisk ret meget matematik bekendt, da læseren ellers er koplet af ret hurtigt, i et forsøg på at læse bogen i sin helhed. Som opslagsbog vil det være lettere at bruge den med ringere forudsætninger.

Brun er vanskelig ind imellem, men som nævnt tidligere, mener han at læseren kan springe vanskelige passager over og stadig få udbytte af stoffet. Afsnittene i bogen har været holdt som forelæsninger over matematikkens historie på Oslo Universitet.

Gruppe 3.:

Schubert & Erlebach, Den store matematiske puslebog 1897
 Gardner, Morsom matematik 1956
 Meyer & Hanlon, Sjøv med den nye matematik 1965
 Rantzaу, Alle tiders tal 1972

Bortset fra Schubert (som oprindeligt er udkommet i 1897, bogen er dog omarbejdet af Erlebach, og genudgivet i 1964) er bøgerne udgivet fra sidst i halvtredserne og frem.

Bøgerne er typisk af en underholdende karakter. De er fyldt med spil, gåder, paradokser og lignende.

Rantzaus bog er en "Tallenes Hvem, Hvad, Hvor" fyldt med de besynderligste oplysninger om tal, deres historie og brug i dagligdagen.

Gardner har knap nok et matematisk indhold.

Hos Meyer & Hanlon skal man lære at læse den moderne matematik.

Schubert & Erlebach's bog markerer sig klart ved at benytte 'kendte' tilfælde som motivationsfaktor, og herudfra proppe matematiske metoder - generalisationer - ind, for til sidst efter hvert eksempel at have uddraget den matematiske essens.

Det ville være forkert at sige, at denne type bøger ikke har ret meget med matematik at gøre. De er udkommet midt i en bølge af 'goodwill' overfor naturvidenskaberne og er med til at få folk til at beskæftige sig med matematik, selvom motivationen "kun" er af intellektuel karakter og ikke begrundet i dagligdagens problemer, endsige egentlig videnskabelig interesse.

Bøgerne i denne gruppe kan med deres matematiske indhold være både et udtryk for en opnået accept af matematikken i brede kredse og samtidig et muligt springbræt til at beskæftige sig med andre emner indenfor matematikken. Opsummerende må vi sige, at det matematiske indhold

blandt bøgerne inden ca. 1955 i ret høj grad har fulgt mønstret, vi har omtalt i kapitlet "Matematikeres syn på matematikformidling". 'Den abstrakte matematikformidling' praktiseres hos la Cour (og i øvrigt senere gentaget hos Aaboe) og 'den anskueliggjorte matematikformidling' praktiseres af Hogben 1938 og 1956, i Struiks matematikhistorie, Hos Dantzig og vel også hos Niklitschek og Bell.

Derimod har bogudgivelserne fra slutningen af 50'erne og op igennem 60'erne været mere broget: Det har uden tvivl været svært at popularisere 'den moderne matematik'; samtidig med at behovet for popularisering blev stadig øget i takt med naturvidenskabernes store landvindinger på forskningsfronten og anvendelser i produktionen. Det matematiske indhold blev bredere, men måske knap så seriøst behandlet, og underholdende bøger med puslerier og gåder blomstrede frem.

4.6 DE HISTORISKE ASPEKTER.

Matematikken er en meget gammel videnskab, en af de ældste overhovedet. Alene på den baggrund er det vel sagtens rimeligt at skrive om matematikkens historiske udvikling i populærvidenskabelige bøger.

Og det er da som nævnt i forrige afsnit også sket. Spørgsmålet er nu: I hvilket omfang, og især: På hvilken måde er de historiske aspekter inddraget i de populærvidenskabelige matematikbøger?

Som nævnt i indledningen til dette kapitel kan de populærvidenskabelige matematikbøger opdeles i bøger, der primært beskæftiger sig med selve det matematiske indhold og i bøger, der primært anvender angrebsvinkler, vi har kaldt videnskabsteoretiske. Denne sidste gruppe falder i vores tilfælde helt sammen med den del af bøgerne, der har et historisk indhold af betydning. Historieindholdet bør altså behandles og opdeles, alt efter med hvilket formål, historien er inddraget. Når analysen af

det historiske indhold i vores tilfælde er det samme som en analyse af de elementer af videnskabsteori, der søges populariseret, kan det skyldes, at det er blandt de historiske emner, tidens forskning har fundet sted. Populærvidenskaben formidler således resultater fra de videnskabsteoretiske arbejdsfelter, men som det også er tilfældet for denne videnskabsretning, er disse populærvidenskabelige bøger i høj grad fyldt op med forskellig matematisk substans.

Først og fremmest må vi altså opdele bøgerne efter, om de overhovedet rummer historiske elementer af betydning.

Det må vi sige om de 8 ud af de ialt 19 behandlede bøger. Men på hvilken led er de 8 bøger historiske?

Matematik-historiske bøger	Videnskabsfilosofiske bøger	Videnskabs-sociologiske
la Cour	Dantzig	Bell
Struik	Hogben 1938	
Hogben 1956	Aaboe	
Brun		

(a) Matematik-historiske bøger:

En gruppe på 4 bøger mener vi primært er matematik-historiske. Dvs. at de behandler stoffet for at give en historisk skildring, sådan som forfatteren nu mener, tingene er foregået.

la Cours historiesyn er fagligt set ret traditionelt, men alene i kraft af den høje prioritet, la Cour til-lægger historien, får hans historiske skildringer en ny betydning. Bag denne prioritering har der ligget en vilje til at styrke almindelige menneskers selvopfat-telse og identitet, et synspunkt, der indenfor andre af samfundets områder på udgivelsestidspunktet vandt langt mere indpas end den enlige svale, la Cour lod sætte op på den matematiske himmel.

la Cour er ikke "folkelig" så langt, at hans skildring er en matematik-historie om folket til folket. De for-nemme og privilegerede videnskabsmænd spiller de aktive og skabende hovedroller hos la Cour. Men det er en fjern og mytefyldt fortid la Cour beskæftiger sig med, så bogens hovedsigte er ikke af den grund forrykket: Fol-keoplysningen i den bedste forstand via den lettilgæn-gelige og pædagogisk set velovervejede fremstilling, bogen har (se også afsnit 4.8, om pædagogik).

I kontrast til la Cour's noget snævre og aldrende tids-horisont står Struik. Struik skriver en videnskabshi-storie uden at ligge på knæ for de store mænd, selv om de alligevel optager hovedrollerne i hans bog. Struik er socialt bevidst. Han har følt sig nødsaget til at prioritere stoffet til fordel for den mere traditions-bundne personfremstilling. Angående dette skriver han bekymret:

"Den begrænsning af stoffet, der med rette kan afføde de alvorligste indvendinger, er måske den, som har givet sig udslag i at der er blevet ofret alt for lidt op-mærksomhed på hele den kulturelle og sociale atmosfære, som i en epoke fik matematikken til at blomstre - eller hensesygne."

Struik, 1966, s. 7

Struik må via de nødvendige stof-prioriteringer erkende, at videnskabens historie i langt de fleste tilfælde er båret på de herskende klassers skuldre; her er viden-skaben blevet dyrket heltids, teoretisk og ikke mindst nedskrevet.

Struik ville altså gerne have behandlet de sociologiske emner i højere grad end han har formået det. Struiks bestræbelser viser også, at en skarp skelnen mellem en historisk- og en sociologisk behandling i de fleste tilfælde derfor også er umulig.

Bogen behandler matematikhistorien fra de tidligste ti-der op til 1900. Det er en stor mundfuld, når det sam-tidig skal behandles på en tilgængelig og kort facon.

Den voldsomme stofmængde får ganske rigtigt den historiske kontekst til at forsvinde mere og mere hen gennem bogen.

Blandt repræsentanterne for matematikhistoriske bøger finder vi også et forsøg på at se på matematikken fra en mere folkelig synsvinkel. Hvor Struik trods alt valgte at beskrive historien udfra de etablerede videnskabsmænds arbejder har Hogben 1956 valgt noget, der ligner en beskrivelse af matematikken udfra dens mere praktiske aspekter - og dermed også i højere grad set fra brugernes side. Følgende citater belyser dette:

"Tiden iler, og man kan ikke tælle dage eller måneder, som man tæller døde dyr eller bjørnetænder. Vi kan ikke lægge dagene ved siden af hinanden, mens vi tæller dem på fingrene. Vore forfædre har sikkert til at begynde med klaret det ved at skære et hak i et træ eller en stok for hver dag: et hak - en dag, to hak - to dage og så videre. Sådant en stok med indskårne - indkarvede - mærker kaldtes en karvestok."

Hogben, 1956, s. 8

Og Pythagoras bliver gjort lidt mindre betydningsfuld:

"Den enkleste måde at tegne en ret vinkel på er at bruge en vinkel eller et vinkeljern. Men først må man lave sådan et redskab, og for at gøre det må man kunne tegne en retvinklet trekant.

Vi får aldrig at vide, hvem der først fandt ud af, hvordan man gør det. Måske det var de slaver, som aldrig bestilte andet end at slå knuder for hver alen på de lange reb, som skulle bruges til at opmåle markerne med. De kan have opdaget, at når de spændte sådan et knudereb ud imellem tre pæle i jorden, var der et bestemt forhold mellem længderne af trekantens sider, når den ene vinkel var ret. En trekant, hvor den ene side var 3 knudeafstande, den anden 4 og den tredje 5, havde en ret vinkel. Og også en, hvor forholdet var 5, 12 og 13. Ved at skære træstykker til i disse forhold og sætte dem sammen, kunne de lave sig en trekant."

Hogben, 1956, s. 14

Disse to citater skildrer to højdepunkter i matematikkens tidlige historie. Det er klart, at det kan diskuteres, hvorvidt den matematik, vi her ser i anvendelse er en del af matematikkens videnskabelige udvikling,

men for Hogben er det da også kun de praktiske problemer, som matematikken behandler, der har umiddelbar interesse.

Hogbens bog (1956) kan ikke betragtes som en "seriøs" matematik-historie. Hogben ønsker at popularisere en historie, der efter hans mening er jordnær, dvs. knyttet til ganske jævne problemer og til at forstå, når bare begivenhederne bliver skildret i den rette sammenhæng.

Viggo Brun forfølger også den historiske indfaldsvinkel. Hans bog fokuserer ikke på bestemte matematiske emner (selvom de gamle grækere og deres geometri fylder meget), men følger en snæver tidshorisont og beskriver her indenfor den udvikling, der har været i matematikken op til renaissance.

Vi har nu placeret de 4 første ud af de ialt 8 bøger med et historisk indhold. De næste 3 vil vi dernæst omtale.

(b) Videnskabsfilosofiske bøger:

Disse 3 bøger har det til fælles, at de sætter det matematiske indhold i centrum. Det historiske aspekt er med for at underbygge og berige indfaldsvinklen. Her står videnskabsfilosofien centralt i bøgerne.

Først skal vi nævne Dantzig. Dantzig har sat sig for at beskrive talbegrebet på en let tilgængelig måde.

Vi vil betegne hans udgangspunkt som humanistisk:

"Det er hensigten med denne bog at genoplive dette kulturelle indhold og fremstille tallets udvikling som den i bund og grund menneskelige historie, den er."

Dantzig, 1964, forordet, 1. udg.

Den menneskelige historie er således hans ramme om den talteoretiske udvikling fra huleboerne til Cantor. Dantzig gør ikke en dyd ud af at være kronologisk sammenhængende eller historisk fyldestgørende. Men han koncentrerer sig om den talteoretiske udvikling opstillet på en måde, så læseren ret let kan kapere indholdet lidt efter

lidt. Den elegante måde, hvorpå han gør det, skal vi se demonstreret i et senere afsnit.

Dantzig's lyst og evne til at skrive populært om et videnskabssteoretisk emne er ganske opsigtsvækkende. Som videnskabsmand i et formodenligt temmeligt isoleret miljø har han alligevel syntes at stoffet fortjente at blive populariseret. På trods af deres forskelligheder er der nok alligevel meget på dette område, der forener Dantzig og Hogben i 1930'erne (da de blev originaludgivet).

Hogbens store bog (1938): Matematik for millioner er af overskuelighedsmæssige grunde disponeret efter matematikkens historie. Men Hogben anvender historien anderledes end f.eks. la Cour gør det. Han bruger historien som platform. Dette kan illustreres af de indledende ord til afsnittet "Euklids Begrænsninger", der er placeret efter en kort historisk introduktion til geometrien:

"I vor Generation er der indtruffet en Forandring i vort Syn på Geometrien. Vi knytter den særligt til Ernst Machs og Einsteins Navne. Vi ved nu, at Euklids Geometri ikke byder os den bedst mulige Maade at maale Rummet paa."

Hogben, 1938, s. 103.

Han mener ikke, det kan være rimeligt, at jævne folk skal være skræmt væk fra matematikken og gør grin med de intellektuelles jagt efter det abstrakte og verdensfjerne:

"Derfor var det kun naturligt, at de ... skulde gøre Geometrien saa vanskelig og ildesmagende, som Generationer af Skolebørn har fundet den. Geometrien var den kultiverede Tidsfordrivs højeste Øvelse. Spøgen ved Spillet var at gøre Reglerne saa udviklede som muligt. Dam og Auktionsbrøge var for tamt for de ubeskæftigede Intellektuelle, som Platonismen fandt Genklang hos. De vilde have Skak og Kontraktbrøge.

Hogben, 1938, s. 163

Aaboe skriver om hvordan babylonerne lavede deres tal-system og har tre enkelte kapitler om den græske matematik. Bogen falder også i denne gruppe, som vi kalder videnskabsfilosofiske. Aaboe fortæller intet om den sociale baggrund for de forskellige stater og samfund, eller om hvorfor matematikken netop på det tidspunkt havde en blomstring.

(c) Videnskabssociologiske bøger:

En tredje måde at præsentere læseren for historie på, finder vi hos Bell. Bell plukker enkeltbilleder ud fra det matematiske persongalleri dels udfra den enkelte matematikers betydning for den modrene matematik, dels udfra den rent menneskelige interesse, der knytter sig til vedkommendes liv og karakter.

"Det er min Hensigt at indføre Læseren i nogle af de dominerende Tanker, som behersker store Dele af Matematikken af i Dag, og at gøre dette gennem en Skildring af de Mænds Liv og Levned, som har fremsat disse Tanker."

Bell, 1944, s. 9

Mens intentionerne således lyder godt, efterlader de personfikserede øjebliksbilleder ikke noget præcist billede af historiens drivkræfter og eventuelle sammenhænge. Bell er alligevel den, der faktisk gør mest ud af det omkringliggende samfund. Bells bog har vi derfor rubriceret som videnskabssociologisk. Men hans samfunds- og personschildring foregår blandt den talmæssigt meget lille overklasse, hvilket alt i alt betyder en meget bastant vægning af det idealistiske (ikke-materielle) element i historien. Netop fordi forklaringsrammen er så snæver og personfikseret har den nutidige læser meget svært ved at sætte sig ind i de beskrevne situationer, og på trods af de modsatte intentioner, mener vi at udbyttet af bogen på det historiske og samfundsmæssige område bliver meget ringe og i høj grad frustrerende.

Vi mener med rette at kunne kritisere Bell med følgende citater af Bernal:

"Myten om "de store menn" har faktisk holdt sig mye lenger i (natur-)vitenskapens historie enn i den sosiale og politiske historie. Mange framstillinger av vitenskapens historie er faktisk ikke stort mer enn historien om de store oppdagere, til hvem de epokegjørende åpenbaringer av naturens hemmeligheter er kommet som en slags apostolisk suksesjon."

Bernal, 1978, s. 47

Og videre skriver Bernal:

"Jo betydeligere en person er, desto mer er han gjenomstrømmet av sin tids atmosfære; bare på den måten kan han få et så sterkt grep på den at han blir i stand til i vesentlig grad å forandre mønsteret for viten og handling."

Bernal, 1978, s. 47

Hvilke historiske perioder behandles i de 8 bøger?

Egypten Babylon	La Cour 1888	Dantzig 1930	Hogben I 1936	Bell 1944	Struik 1948	Hogben II 1955	Brun 1964	Adner 1964
Grækenland								
Renessansen								
Industrielle revolution								
Efter 1. verdenskrig								

Vi ser straks, at ingen af d'herre har behandlet perioden efter 1. verdenskrig. De fleste kan dog straks undskyldes med, at bøgerne simpelthen er så gamle, at det af gode grunde har været umuligt. Det er ligeså markant, at de to ældste perioder er dækket af næsten alle.

Som vi omtalte det i forbindelse med la Cours bog skyldes det for nogles vedkommende ønsket om at finde en afsluttet stofmængde, der kan præsentere de matematiske

arbejdsmetoder og resultater. Andre bøger finder det tilsyneladende blot rimeligt og anvendeligt at starte ved begyndelsen.

Hvad angår det nye stof (efter 1. verdenskrig) er der faktisk tale om en udtalt arbejdsdeling mellem de historiske forfattere, der tager det ældre stof, og de forfattere (der ikke er "historiske"), der påtager sig at behandle det nutidige stof. Hermed optræder disse 8 historiske bøger ufrivilligt som baggrundsmateriale og inspiration til de bøger, der behandler det nyere stof. Dog opfatter Bell og Struik deres bøger netop som baggrundsmateriale og inspiration.

Om de historiske perioder:

Vores begrundelse for vores tidsopdeling hænger sammen med vores almindelige syn på historien.

Matematikkens udvikling fra oldtiden og til nu har ligesom andre naturvidenskaber været præget af den situation, som samfundet stod i.

I mange tidsperioder har der knap nok været nogen udvikling, hvorimod der i andre har været en rivende udvikling. Den hast hvormed videnskaben har udviklet sig har - groft sagt - været afhængig af behov og økonomi. Bernal 1978 beskriver hvordan naturvidenskaberne har haft fem udviklingsperioder. Disse udviklingsperioder, beskriver han, kommer frem p.gr.a. sociale, økonomiske og politiske bevægelser.

"Den første perioden faller sammen med grunnleggingen av de første stater og riker, som f.eks. rikene til de egyptiske faraoer og de mesopotanske konger og keisere."

"Den anden perioden, den klasiske eller greske viste hvordan en penge- og slaveøkonomi, preget av åpen borger- og klassekrig, vokste fram, triumferte og gikk til grunne."

"Renessansen var den tredje framskrittsperioden. Fra et vitenskapelig utgangspunkt var det kanskje den viktigste av dem alle, og den markerte begynnelsen på en ny borgerlig økonomis avløsning av den føydale perioden."

"Den fjerde perioden, den industrielle revolusjon, falt sammen med den endelige etablering av en kapitalisme basert på fabrikkdrift som den dominerende verdensøkonomi."

noten fortsattes på neste side...

Den tidsmæssige opdeling, Bernal begrunder i noten, er faktisk i det store og hele til at genfinde i bøgerne - og vi har således ikke øvet vold mod bøgerne i vores opdeling i skemaet ovenfor.

Derimod er det interessant, at kun de færreste overhovedet inddrager en historisk ramme for begivenhederne i deres bøger. En eller anden skitseret ramme kunne ellers synes en forudsætning for et historisk arbejde.

Opsummerende må vi konstatere, at det historiske indhold i bøgerne primært er betonet blandt de ældste populærvidenskabelige bøger, og blandt disse behandlet udfra forskellige motiver. Matematikken skildres via historiske oplysninger til brug for egentlige historiske fremstillinger, til brug for belysningen af de mere 'indre' sammenhænge og endelig til brug for at beskrive matematikere som mennesker.

Vi har set, at matematikhistorien knytter sig an til den generelle historiske udvikling via de vigtigste samfundsmæssige forandringer i orienten og Europa. Og meget markant har det været at se, at perioden efter 1. verdenskrig ikke er blevet behandlet under en historisk synsvinkel endnu.

Via de historiske skildringer siges meget om forfatterens forhold til matematik. Vi får herigennem set på forskellen mellem en matematik i elfenbenstårnet og en matematik blandt folk.

Note fortsat fra forrige side:

"Den sidste periode med teknologisk-vitenskabelig framfykning er den som nå har vært i full sving omkring femti år."

Bernal, 1978, s. 1199-1201

4.7 MATEMATIKSYN OG SAMFUNDET.

Det er jo ikke kun en vis mængde matematik og en portion historisk indsigt, læseren får indblik i ved læsningen af disse populærvidenskabelige bøger. Bøgerne videreformidler også en vis mængde af grundlæggende holdninger til matematikken og matematikkens placering i samfundet. Det vil vi ganske kort berøre her.

Ingen af bøgerne 'slipper' for at være med til en prægning af læserne. Men det er mere eller mindre klart, om de selv er sig det bevidst. For nogle af bøgerne gælder det, at de er søgt gjort så neutrale som muligt, og forfatterne har da også uden tvivl anset deres matematik for at være samfundsmæssigt værdifri.

Vi spurgte tidligere i kapitlet, om bøgerne ville lære læserne noget egentlig matematik. Det var der en række bøger, der ville. Formålet med denne indlæring stod som regel usagt, men vel også underforstået: Matematik er bare godt at lære!

Blandt de andre bøger - der skam er mindst ligeså ambitiøse i deres målsætninger - finder vi hos Boehm en typisk repræsentant for den i bøgerne udbredte opfattelse af, hvad matematikken kan bibringe de brede masser med:

"For den, som finder det morsomt at bestige intellektets tinder, er matematik en god sport. Denne bog vil forsøge at føre den matematiske bjergbestiger op på matematikkens småhøje, hvorfra han vil kunne skimte de tårnhøje tinder, som dristige hjerne har opdaget og erobret i løbet af fem tusinde år."

Boehm, 1964, s. 7

Udover disse filosofiske formål har en lang række af de nyere bøger et andet formål med matematikken: Matematikken er nøglen til de moderne naturvidenskaber, der efter 2. verdenskrig har fået en så markant betydning.

Den brede folkeoplysning har fået bugt med ældre tiders

overtro og angst for naturens kræfter.

"Oplysningstidens lære giver os mulighed for at leve sammen med skovens dyr, med havets strømninger, med lyn og torden, men er nyttesløs mod vor angst for følgerne af den avancerede videnskabs resultater: raketter, regnemaskiner, kernefysik og lægevidenskabens eksperimenter med liv og død. Vi lever igen i en verden af frygt, denne gang menneskeskabt, og vi famler os frem til en livsform mellem maskiner, der som nogle siger, truer vor eksistens."

Henry Margenau i forordet til Bergamini,
1967, s. 7

Hermed har vi fået præsenteret de to problemstillinger matematikken i alle sammenhænge bliver konfronteret med.

- (1) Det filosofiske, videnskabsteoretiske spørgsmål om matematikkens placering blandt videnskaberne. Her bliver overvejelserne ofte abstrakte og svævende, og
- (2) Matematikkens placering i det virkelige liv, hvilket er nok så konkret, men ofte uendeligt kompliceret at forholde sig til.

Der findes såmænd heller ingen "kongevej" til forståelsen af matematikkens placering i samfundet.

Lad os imidlertid præsentere nogle af de synspunkter, de populærvidenskabelige bøger fremkommer med.

Om matematikken som videnskabsfag skriver Bell:

"Man må ikke forestille sig, at matematikken - "naturvidenskabens tjenerinde" - kun har til formål at tjene naturvidenskaben. Man har også kaldt matematikken for "Videnskabernes dronning". Selv om dronningen tilsyneladende undertiden har tigget fra naturvidenskaberne, har hun været en meget stolt tigger, som hverken har bedt om eller modtaget gunstbevisninger fra nogen af sine mere velstående søstervidenskaber. Hvad hun modtager, betaler hun for. Matematikken har sit eget formål og sin egen visdom, højt hævet over enhver anvendelse på naturvidenskaben, og den vil i rigt mål belønne ethvert intelligent menneske, som forsøger at se et glimt af, hvad matematikken betyder i sig selv. Dette er ikke den gamle sætning om kunsten for kunstens egen skyld; det er kunsten for menneskehedens skyld."

Bell, 1944, s. 10

Det er jo ikke et synspunkt, man sådan bare lige kan dokumentere; men er Bells erfaring efter mange år i faget.

Bells "rene" videnskabssyn anbringer - ganske som hos Boehm - matematikken på de højeste tinder i videnskaberne bjergkæde, hvor samfundsvidenskaberne uden tvivl er at finde blandt de lave bakker ved foden af de skønne bjerge. Det er ikke et tilfælde, at ordet for naturvidenskab på engelsk "science" slet og ret bruges som fællesbetegnelse for al (seriøs) videnskab.

I kontrast til dette videnskabs piedestal finder vi Hogben:

"Sandheden er, at frugtbringende Fremskridt kun indtræffer, naar et stort Antal Mennesker tænker sammen om samme Slags Ting. Der vilde være mindre Lejlighed til Overraskelse, hvis vi indsaa, at dygtige Folk og mindre dygtige Folk har gensidig Brug for hinanden, og at vi ikke kan planlægge en Fremtid med højere intellektuelle Fremskridt for Menneskeslægten, hvis vi sætter de usædvanligt begavedes Behov i falsk Modsætning til Menneskehedens almindelige Behov."

Hogben, 1938, s. 262-63

Det er imidlertid vores opfattelse, at langt de fleste bøger fagpolitisk og ideologisk ligger tættest på de opfattelser, Bell og Boehm giver udtryk for i citaterne.

Hvor Henry Morgenau slutter i det citerede udpluk fra forordet til den første udgivelse i en række populære bøger om naturvidenskab fra TIME, der starter 60'ernes bølge af populærvidenskabelige matematikbøger.

Med et videnskabssyn, der skal indgyde respekt for videnskabens høje resultater, formidler Boehm, Fuchs, Bergamini og Solomon udsnit af den moderne matematik. Vi får de ting at vide, der kort gennemgås, for at læseren skal blive ligeså lidt bange for den nye teknologiske udvikling, som alle efterhånden er det overfor naturfænomenerne. Et bombenedslag kan vel sammenlignes med et tordenskrøl...

At der direkte formidles et politisk syn, kan flg. citat fra Boehm belyse:

(Bogen har lige gennemgået noget om spil-teori med eksempler hentet fra den kolde krig mellem USA og Sovjet)

"Der findes spil, i hvilke modstanderne ikke i strengeste forstand slås med hinanden; og det er de vanskeligste at underkaste en matematisk analyse. Et eksempel på sådanne er forhandlinger mellem arbejdere og arbejdsgivere, begge parter taber, hvis de ikke bliver enige."
Boehm, 1964, s. 47

I vores række af populærvidenskabelige udgivelser kommer vi til at undvære repræsentanter fra den sidste betydende strømning, der ellers har præget den videnskabelige litteratur. Den ny-marxistisk inspirerede strømning har hidtil ikke efterladt sig nogle danske udgivelser indenfor vores felt. Som modvægt til 60'ernes amerikansk dominerede positivisme og teknologi-begejstring kunne man savne en teknologikritisk bevægelse med et materialistisk og socialt engageret udgangspunkt.

Opsummerende ser vi altså, at stærke kræfter gerne har villet bruge det idealistiske videnskabsideal med de fine videnskabsfolk i det høje elfenbenstårn til at illustrere samfundsudviklingen. Videnskaben beskrives som upolitisk, som ufejlbarlig - og denne dobbelte antagelse får så bragt samfundsudviklingen i et problemløst skær...

Denne meget ideologisk prægede strømning afspejler samtidig den optimistiske vækstfilosofi i den vestlige verden fra sidst i 50'erne til starten af 70'erne.

4.8 PÆDAGOGIK.

Forfatternes overvejelser.

De tanker, som de forskellige forfattere har gjort sig omkring den pædagogiske formidling af stoffet er højst forskellige:

la Cour og Hogben er nok de to forfattere som har prøvet at formidle deres ting ud fra klareste pædagogiske overvejelser (Hogben i Hogben 1938).

la Cour skriver:

"Ved en folkehøjskole, hvor man i almindelighed følger Grundtvigs råd om at gå historisk til værks, falder det naturligt at søge den nævnte fornødne forberedelse i selve historien."

la Cour, 1962, s. 7

la Cour var tilknyttet Askov Højskole og han var fortæller for den grundtvigianske højskole-tanke og knytter derfor i sin bog an til det historiske aspekt.

la Cour knytter ikke matematikken an til sin samtid, ved f.eks. at fortælle hvad matematikken kan bruges til i samfundet; han skriver:

"I stedet for, at læreren selv skal opfinde eksempler på krav om rette vinkler, ligger det naturligt at fremstille kravene således som de historisk har været til stede, da oldtidsfolkene løste opgaven. I stedet for at påvise, hvilken nytte man kan have af vinkelmåling, er det hensigtsmæssigt at fortælle, hvad oldtidsfolkene vilde opnå i så henseende, og hvorledes de bar sig ad for at opnå det, ..."

la Cour, 1962, s. 7

la Cour er i stand til at videreformidle de historiske eksempler så loyalt, at de ind imellem kan forekomme absurde og svære at forstå; men alligevel, har hans klare pædagogiske overvejelser gjort hans bog læseværdig og er en flot første "populærvidenskabelige" bog om matematik.

Lancelot Hogben giver en læse-vejledning til sin bog: "Matematik for millioner"; han skriver:

"... læs bogen en gang hurtigt igennem for at få et overblik over matematikkens tilknytning til sociale forhold, og når de begynder at læse den anden gang for at nå ind til sagens kerne, læs så hvert kapitel igennem, før de begynder at arbejde på enkelthederne."

Hogben, 1938, s. 29

Pædagogisk set er det en udmærket vejledning, men i praksis formodentlig uholdbar, idet det vil nærme sig et egentligt studium.

Hogbens udgangspunkt er at matematik egentlig er simpelt, men at det normalt gøres særdeles indviklet. Det mangler ikke på hug til dem, der har sådanne lyster, husk bare på det allerede nævnte sted, hvor han gør grin med de intellektuelle, der som tidsfordriv udvikler skak og kontraktbridae i stedet for dam og auktionsbridae (se citatet s. 105).

Hogben foragter åbenlyst dette synspunkt, samtidig med at han gør sig store anstrengelser for at illustrere overfor læseren, hvor lidt mystisk matematikken er. Hans fremgangsmåde er, at han fortæller udfra et konkret problem, som nogle mennesker har haft på et givet historisk tidspunkt. En del af Hogbens teknik er at hans sprog er jordnært og meget levende. f.eks.:

"Mænd som Thales og Demokritos rejste til Ægypten, så hvad præsterne udrettede, forkastede magien og anvendte kunsten, således som USSR forkaster amerikansk økonomi, men anvender amerikanske ingeniører."

Hogben, 1938, s. 173

Der må nødvendigvis pædagogiske overvejelser til, når en populærvidenskabelig bog skal skrives. Og da den almindelige læser næppe besidder evner eller lyster til at give sig i kast med almindelige, traditionelle lærebøger indenfor området, har populærvidenskaben skullet kombinere form og indhold, så at deres budskab overho-

vedet kunne komme ud. La Cour og Hogben har oven i købet formuleret deres pædagogik i bøgerne, og får tilmed forenet form og indhold ganske godt i de nævnte fremstillinger.

Det skorter derimod på erklærede pædagogiske overvejelser blandt resten af de behandlede bøger; men det forhindrer ikke bøgerne i at udfolde forskellige pædagogiske bestræbelser.

Lege sig frem, eller følge en plan.

Det er klart, at alle bøgerne har en plan og en struktur, der forfølger bøgernes målsætninger. I nogle tilfælde (som med "pusle"-bøgerne) er strukturen den, at der faktisk ingen struktur er.

Men alligevel er der stor forskel på, hvordan planen fremstår for læseren.

I Irving Adlers "Matematik på en anden måde" får vi i et let sprog præsenteret en del ret elementært stof (se eks. på side 131), men hverken indholdsfortegnelsen eller teksten gør noget ud af at fremhæve en plan og sammenhæng i bogen. Alligevel betegner vi, i vores vurdering, bogen som systematisk opbygget. Om den almindelige læser ville kunne afsløre det, vides ikke - men den anvendte pædagogik er hér ikke at skræmme folk væk med en systematisk indholdsfortegnelse og at lade læsningen foregå som en strejff-om i den "matematiske have" og herfra at plukke et udvalg af jævne blomster.

Når vi fremhæver Adler (1962) i denne sammenhæng er det fordi det lykkes ham ret godt at "lege" sig gennem et bredt udsnit af basalt stof, og legen er ligesom forbundet til det skær af planløshed, han har lagt i bogen.

I modsætning til Adlers systematiske fremstilling finder vi Charles Solomons "Matematik". Den vil ligeså gerne lege sig gennem matematikken, men vælger sit stof udfra, hvad læseren måtte forvente at støde på i sin hverdag.

Lad os se bort fra, at bogen ikke formår at bibringe læseren nogen synderlig indsigt; det pædagogiske "fif" er tydeligt nok, og altså anderledes end Adlers systematiske fremstilling.

Sådanne bøger virker uforpligtigende for læseren, tidligere skuffelser med mislykket matematik i skolen hindrer ikke en læsning af et stof, der angiveligt ikke vil nå noget særligt via den præsentation, som indholdsfortegnelsen og en gennembladrning vil give køberen af bogen.

Helt modsat fremstår Dirk J. Struiks: "Matematikens historie". Indholdsfortegnelsen vidner om streng systematik, og et omhyggeligt brug af noter og henvisninger indicerer præcision. Hér skal vi igennem et stof, vi leger ikke, det er alvor:

"Forhåbentlig har det(...) været muligt i hovedtræk at tegne et nogenlunde virkelighedstro billede af matematikkens udvikling gennem tiderne..."

Struik, 1966, s. 7

står der i indledningen. De matematiske og historiske blomster, der skal plukkes i denne have bliver plukket som man gør det med en græsslåmaskine: systematisk og i rækkefølge, og det bliver dér ikke lagt skjul på.

En historisk fremstilling, som Struik's (1966) er naturligvis svær at kamouflere for det matematik-skræmte publikum. Vi skal nødvendigvis igennem stoffet, fra begyndelsen til enden. Hermed træder helt andre kvaliteter frem: Den er klart mere præcis i sit emnevalg, og emnet er genstand for en langt grundigere behandling end i bøger å la de to førnævnte. Den kan bruges igen og igen, nemlig som opslagsbog og referance-bog, også selvom den tilhører den populære ende af faglitteraturen.

Skal den bredeste og mest 'uvidende' del af publikum fanges ind af en historisk skildring har vi jo Hogbens: Matematikkens eventyr (1956). Det systematiske indhold

er her kompenseret med billeddækningen, sproget og det dagligsdags historiesyn, vi allerede har været inde på i et tidligere afsnit.

Pædagogiske pauser i læsningen.

Selvom Bell i sin bog "Matematikens mænd" (1944) gør meget ud af at beskrive disse 'fremragende mænd', er budskabet trods alt alligevel en introduktion til den moderne matematik, blot via disse levnedsskildringer.

I forsøgene på at live op på al den matematik, er vi nu nået frem til pause-metoderne. Hér lader vi den 'hårde' matematik blive skilt ad med stof, der ikke er absolut nødvendigt for selve missionen; men som er rart for læseren at ha', når matematikken bliver lige sej nok.

Bell's personskildringer virker sprællevende ved siden af matematikken. Om de isoleret set ville være så levende, og om matematikken behøver at være kedelig er en anden snak; men tilbage står, at bogens kvaliteter netop er denne sammenblanding af let, umiddelbart stof og det ofte lidt svære matematiske stof. Vi får en smagsprøve på denne opvikker-medicin:

"Omkring 1870 var de ugifte kvindelige Studenters Stilling temmelig vanskelig. For at undgå Sladder indgik Sonja som attenåring et Ægteskab, som blot skulde være rent formelt, forlod sin Mand i Rusland og startede med Tyskland som Maal. Hendes eneste Indiskretion i sit Forhold til Weierstrass var, at hun undlod straks at oplyse ham om, at hun var gift.

Da Sonja havde besluttet sig til at lære af selve Me-steren, tog hun Mod til sig og opsøgte Weierstrass i Berlin. Hun var da tyve aar, meget alvorlig, meget ivrig og meget energisk; Weierstrass var fem og halvtreds Aar og sympatisk forstaande over for unge Menneskers Ambitioner. For at skjule sin Befippelse bar Sonja en stor og bredskygget Hat, "saaledes at Weierstrass ikke saa noget til disse vidunderlige Øjne, hvis Veltalenhed ingen kunde modstaa, naar hun ønskede det".

Bell, 1944, s. 350

(Den "Sonja" som Bell hentyder til i citatet er Sonja Kowalewski, der er kendt for sit arbejde med partielle differentiaalligninger.)

Matematikens historie i oldtid og middelalder bliver behandlet af Viggo Brun i "Alt er tall" (1964). Helt så populær, som bogen ellers gerne vil fremstå, er den nu ikke; men Brun er heller ikke bange for at råde sine læsere: "Skulle noen partier forekomme bryssomme, har man jo et gammelt prøvet middel - å forbigå det i stillhet" (s. 10). Det fremgår tydeligt, at Brun holder af sit emne - både det matematiske indhold og de til tider pud-sige matematikere, der har eksisteret - og det smitter af på læseren! Indimellem historiske skildringer og små anekdoter anbringes selve det matematiske indhold - aldrig i for store bidder, så man bliver for udmattet.

Ligesom Brun holder af sit stof, er også Tobias Dantzig en kærlig og underholdende fortæller i sin bog "Tallet, videnskabens sprog" (1964). Men ægte populær er den nu ikke. Selvom forfatteren betegner det som en bog om matematik, er svarhedsgraden stigende gennem bogen, og der bygges videre på tidligere stof.

Det høje niveau, den hurtige brug af fagord og den filosofiske diskussion (især i slutningen af 1. del) vil antagelig forhindre bogen i at få den store udbredelse udenfor fagmatematiker-kredse.

Men også hos Dantzig gives der pauser. Det belyser det følgende citat hentet fra en hidsig debat om de uendelig mange elementer i det reelle tallegeme:

"Nu som da var uendeligheden den klippe, som håbet om at opstille et fastere grundlag for tallet strandede på. At legalisere uendelige processer, at godkende disse sælsomme irrationale størrelser på lige fod med rationale tal, var imidlertid lige så afskyeligt for det nit-tende århundredes rigorister, som det havde været for det klassiske Grækenlands.

Højt blandt disse hævdede sig Leopold Kroneckers røst, den moderne intuitionismes fader. Han sporede rigtigt vanskeligheden tilbage til indførelsen af de irrationale

tal og foreslog, at de bandlystes fra matematikken. Han proklamerede de hele tals absolutte natur og fastholdt, at det naturlige tallegeme og det rationale tallegeme, som umiddelbart kunne reduceres til det, var det eneste solide grundlag, som matematikken kunne bygge på.

"Gud skabte de hele tal, resten er menneskeværk", er den berømte sætning, som eftertiden vil huske ham bedst for. Dennes sætning minder mig om historien om den fromme, gamle dame, som var formand for en komité for opførelsen af en ny kirke. Arkitekten, som forelagde planerne, opdagede, at den gamle dame tog sagen meget alvorligt. Heftigst var hendes protester mod det farvede glas, som hans planer krævede. Til slut spurgte han hende desperat, af hvilken gund hun var imod det farvede glas. "Jeg vil have mit glas, som Vorherre skabte det!" var hendes eftertrykkelige svar."

Dantzig, 1964, s. 124

Strø-tanker, følelser og humor er nok ikke det, der plager en traditionel matematik-fremstilling: Præcision og objektivitet står angiveligt i modsætning til den naturlige fortælle-stil, vi har set eksempler på (se videre i del-afsnittet om prosa som sprog).

Illustrationer.

At skabe pauser i en tekst kan godt lade sig gøre på andre måder, end ved at lade teksten skifte karakter med afslappende indslag, som vi lige har set det. Illustrationer tjener det samme gode formål. På samme måde som anekdoterne og personschildringerne kan illustrationerne gøre en svær tekst lettere tilgængelig - lettere at 'overleve' som læser. En god illustration vil fortælle den samme historie som teksten fortæller, blot på en anden måde.

I David Bergamini's bog "Matematik, talvidenskaben der ændrede vor civilisation" (1967) introduceres de store farvebilleder i populærvidenskabens tjeneste. Til hvert kapitel i bogen er der en feature i store illustrationer (malerier/fotos) og en beskeden tekst. Det virker mest, som om udgiverne har fundet nogle fede billeder, som skulle anvendes - uagtet relevansen. Men ud fra bogens

eget princip om at alt muligt mellem himmel og jord på relevant vis kan beskrives matematisk - så går det jo også fint.

Det er netop et udslag af bogens "positivistiske" videnskabsyn, der i dette tilfælde viser, at positivismen kan være nok så sansekongret, idet myldret af indtryk skal lede læseren på sporet af et matematisk indhold. Læseren søges motiveret udfra en (måske noget plat) erfaringspædagogik, der står helt i modstrid med datidens førende matematik-strømning; det Boubakistiske matematik-slot (se også s. 23), der i bund og grund er tankekongret i sit udgangspunkt.

Næsten samtlige billeder rummer et mere kompliceret budskab, end læseren kan forventes at overskue - så selv om billederne egentlig skulle 'bære' hver feature, er læseren fuldstændig afhængig af underteksterne, uden at man af den grund nødvendigvis kan opnå at kunne gennemskue illustrationerne.

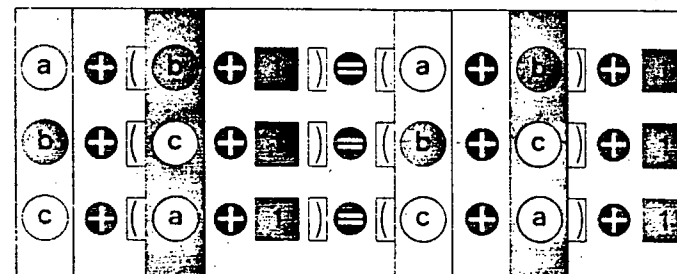
Illustrationerne hos Bergamini (1967) hænger selvfølgelig sammen med resten af bogens budskab, der i al korthed er at vise læseren noget om videnskabernes formåen og gi' lidt stof til en benøvet samtale. Videnskabernes mægtighed demonstreres bare ved illustrationernes størrelse: Den største måler 31,5 cm x 23,3 cm - det gjorde indtryk på en læser på udgivelsestidspunktet! (år 1967)

I selvsamme genre er Solomons bog fra 1971. Formatet er godt nok mindre, men bogen er rigt udstyret med "flotte" farvelagte tegninger. På alle dobbeltsider/opslag (med undtagelse af tre) er der mindst een farvelagt tegning til at bryde ensformigheden af det sorte tryk på den hvide side. Men hos Solomon træffer vi på illustrationer, der gerne skulle være i sammenhæng med selve teksten, men som i flere tilfælde slet ikke er det.

Hos Bergamini (1967) og Solomon (1971) er udbyttet af selve læsningen så ringe, at vi må formode at illustrationerne (der da hos Bergamini også er ret selvstændige)

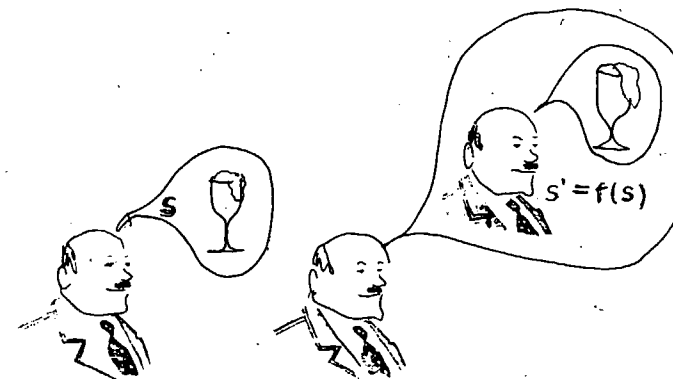
skal 'redde' bøgerne fra den totale ubrugelighed. Billeder er taknemmelige, og tiltrækker alle læsere, men især de 'svage læsere', for hvem en tekst uden billeder er lig en tekst, der ikke læses.

Walter R. Fuchs har i "Vor tids matematik" (1967) søgt at lade illustrationerne illustrere også abstrakte områder. Det brede spekter af emner bliver illustreret udfra forfatterens egne forlæg og det lykkes udmærket at knytte illustrationerne til teksten.



I den rekursive definition på addition af to naturlige tal kan de talvariable a, b og c indsættes vilkårligt. Det eneste, der er af betydning er, at en og samme variable hele tiden skal antyde det samme tomrum i formlen.

Illustration fra Fuchs (1967), s. 94



Dedekinds uendelighedssætning belyses udmærket ved denne illustration hos Fuchs (1967), s. 102

"Alle tiders tal - regnekunstens Hvem, Hvad, Hvor" af Paul Rantzau (1972) er trods sit beskedne ydre en bog, hvor der er gjort et stort stykke arbejde med at få indpasset gode illustrationer. Bogen er righoldigt illustreret, med forklarende tegninger, fotografier og malerier, som viser noget om emnet.

Måske har det lille og billige format til gengæld umuliggjort illustrationer i George A.W. Boehm's "Matematikens nye verden" (1964). Hér ser vi en tekst, der absolut ville have haft brug for pauser og forklarende illustrationer, hvis dens publikum skulle have været kommet i tale. Gode velvalgte illustrationer kunne have reddet denne bog - ja, selv dårlige illustrationer ville uden tvivl hjælpe.

Da Boehm skrev sin bog, i 1964, fandtes teknikken til at lave farve illustrationer i bøger; men det er klart, at økonomien til enhver tid kan tvinge farvebillederne ud af planerne. Lademann's og Fremad's store udgivelser er uretfærdige at sammenligne med de små forlags. Ligeledes skal vi ikke bebrejde udgivelser fra før 1960 noget i den retning. Trist er det dog, hvis teksterne ikke alene kan retfærdiggøre en udgivelse.

Der mangler ikke farver i Lancelot Hogbens bog "Matematikens eventyr. Tallenes historie gennem syv tusind år" (1956). Godt nok er den fra 1956, men her formåede man udmærket at gengive tegninger og malerier i farve, omend ikke egentlige farvefotografier. Den 'gammeldags' måde at illustrere på passer fint til bogens historiske indhold. Omkring halvdelen af bogen er illustrationer, der gerne er relevante og kulturelle i den forstand, at arbejdsliv, fin-kultur og tekniske tegninger i tidens form er blandet meget fint og tæt tilknyttet teksten iøvrigt.

Man kan så meget med illustrationer. Man kan imponere og skabe utryghed, man kan illustrere nøgternt og sagligt og man kan sprede genkendelse og tryghed. Det kan man,

fordi det visuelle i højere grad går mere 'lige ind' hos læseren, end det møjsommeligt læste. Det er en udtryksmåde, der nemt formidler stemninger og følelser og dermed også nemt kan formidle et bestemt matematiksyn.

At knytte kendte og trygge ting til de vanskelige begreber.

Alexander Niklitschek fortjener omtale for sin bog: "Matematik for alle" (1941). Vi skal her nævne hans meget

	Side
Forfatterens Forord: Blot ikke bangel	9
Termometrets Hemmeligheder	11
Revy over Tallene. Termometerskalaen som Tallinie. Addition og Subtraktion, Multiplikation og Division af positive og negative Tal. Den mærkelige dobbelte Benægtelse. Potensernes Hemmelighed. Vi lærer det spørgselsagtige Tal i at kende. Det imaginære og komplekse Talriges Hemmeligheder.	
Lidt Spøgeri med Tal	23
Lidt ligegyldigt om Tallene. Primtallene og deres Gaade. Det største hidtil kendte Primtal. Almindelige Brøker. Periodiske Decimalbrøker. De uendelige ikke-periodiske Decimalbrøker og deres mærkelige Hovedegenskaber. De irrationale Tals Fornuftstridighed. Den overfyldte Tallinie. Transcendente Tal. To uhyggelige Størrelser, der regerer Verden: π og e .	
Heksenes lille Tabel	34
Nu vil vi regne. Det godmodige og afholdte Tital må holde for. Smaa Tal fojes til foroven. Derved bliver Multiplikation til Addition og Division til Subtraktion. Det gaar ogsaa med Decimalbrøker. Vi finder Logaritmerne. Disse brave Dværge hjælper os. Selv Roduddragning er smertefri. Logaritmer hører ogsaa til Aanderiget. Tallet e 's Hemmeligheder.	
En Tryllestav	49
Hvordan Husmanden, der ikke kunde regne, alligevel fik det rigtige Resultat. Addition og Subtraktion af Strækninger. To Maalestokke som Regnemaskine. Logaritmerne griber ind. En Træstang med Trolddomsegenskaber. At Regning klares i en Haandevending. Alt hvad en Regnestok kan. Men de brave Logaritmer er alligevel Spøgelser.	
Præsentation af Hr. Kosinus	59
Konne Trekanter. Hvad allerede de gamle Ægyptere vidste. Den fineste af alle Æselbrøer. Vi lærer Vinklerne at kende. Hvad Fisker i Akvariet lærer os. Abscisse og Ordinat, x-Akse og y-Akse er ikke andet end to Termometerskalaer over Kors. Om Enhedscirklen og en drejelig Strimmel Pap. Vi bygger en Vinkelfunktionsmaskine.	

Niklitschek inddrager meget forskellig matematik, men som vi ser udaf den del af indholdsfortegnelsen, der her er bragt, er indholdet med megen ihærdighed beskrevet v.h.j.a. dagligdags-sprog. (fra indholdsfortegnelsen, 1941)

anvendte brug af lodder, trisser, pinde, søm og skyggeeffekter og derforuden hans brug af noget, der med lidt god vilje kunne kaldes hverdagsepisoder.

Tegningerne er altid simple og overskuelige og de nævnte rekvisitter indgår gerne. Et termometer introducerer forskellen og regnereglerne for positive og negative tal og 2 stk. bliver lagt over kryds og illustrerer et koordinatsystem. Cosinus og sinus ser vi ved hjælp af en rask gang hobbyrumsredskaber osv.

Et uhyrligt forsimplet husholdningsregnskab er det fornemste eksempel på matematik anvendt i hverdagen. Eksemplerne virker godt nok ikke overbevisende på os, men velkendte er de alle i en eller anden form.

Niklitscheks brug af disse effekter og eksempler er en hjælp til den læser, der har svært ved det abstrakte, og hvor kendte hjælpemidler - med nogen forsigtighed - meget vel kan gøre stoffet lettere. Når der præsenteres meget nyt i et abstrakt emnefelt er kendte ting beroligende og bekræftende. På lige linie med 'gentagelsens glæde'. Men, ligesom de andre pædagogiske 'fif', er denne form for pædagogik selvfølgelig let at misbruges og forsimple og Niklitschek balancerer absolut på randen af det forsvarlige.

Med i rækken af bøger før farveillustrationernes dage, bøger, der også holder af at popularisere v.h.j.a. kendte og forståelige ting er Hogben (1938). Vi tager et par eksempler fra ham:

"... og De vil uden Vanskelighed se, at det at to Trekkanter har tilsvarende Sider, hvis Længder staar i samme Forhold til hinanden, ikke er vanskeligere at fatte end den Kendsgerning, at en Motorcykles Benzinförbrug er nøjagtig det samme Langfredag som Fastelavns Mandag."
Hogben (1938), s. 111

og sådan bliver Hogben ved:

"Den gren af Matematikken, der kaldes Differentialregning,

maaler Hældninger, der krummer sig, ganske som naar vi beregner Afstanden efter Benzinförbruget, naar Tanken lækker."

Hogben, 1938, s. 112

Den nutidige læser skal jo nok tænke sig godt om for at fatte dette sidste eksempel. Men Hogben har uden tvivl kendt sin målgruppe: De, der var interesserede i matematik havde allerede fæstet deres kærlighed på motorer og køretøjer, og havde det som en fast referenceramme.

Hogben gør meget for at få gjort sit stof jordnært og dermed mere forståeligt. Også Niklitschek bruger denne teknik meget. Der er ingen grund til at grine alt for meget af denne metode; men vi må skarpt adskille den fra noget der kunne ligne anvendelsesorienterede eksempler. Niklitschek har svært ved at foretage denne skelnen. Det er svært at hverdagsrelatere matematikken og kun få forfattere har gjort forsøgene.

Men i denne sammenhæng demonstreres matematikkens relevanskrise: Det er pokkers besværligt at vise matematikken i hverdagens kontekst.

Sproget.

'Pædagogiske overvejelser' som begreb leder let tankerne over i noget med opdragelse og børn.

Hér finder vi i al fald Niklitschek. Hans sprog er noget for sig. I sine anstrengelser for at vælge det mest simple og det mindst frygtindgydende sprog får Niklitschek formuleret sig i det sprog som mange voksne bruger overfor børn: I et "barnligt sprog".

En anden variant, som også Niklitschek anvender, er den fortrolige og hyggelige samtale med læseren, hvor forfatteren udviser stor forståelse for læserens vanskeligheder, og gang på gang indrømmer, at stoffet er svært.

Begge varianter bekommer os dårligt. Den barnlige vari-

ant har det som sin pendant i børneopdragelsen: At snakke ned til læseren/barnet, at umyndiggøre og sætte forfatteren/forældrene i én verden og læseren/barnet i en anden. Det er i al almindelighed en skidt form for pædagogik, og er det også i denne sammenhæng.

Den fortrolige variant virker så påtaget (og er det selvfølgelig), at man uvilkårligt må få kvalme ved genlæsningen.

Sproget er jo det hele. Men sproget er også den flydende masse, hvori substansen, Matematikken, flyder rundt. Hvor glidende og elegant matematikken kan bindes sammen har vi set eksempler på i dette kapitel. Sproget er selvfølgelig også mere end en formidler, det er også noget i sig selv og sådanne oplevelser kan matematikbøger altså også bringe.

Hvor meget stof skal med?

Walter R. Fuchs har med "Vor tids matematik" (1967) villet favne meget bredt. Bogen handler om den moderne matematik. Han gør det på en populær og lettilgængelig facon. Hans emnevalg begrundes med at hidtidig (1967) undervisning kun har beskæftiget sig med forældet matematik. Han giver sig derfor i kast med: Logik (om bevisførelse), aritmetik, uendeligheder, mængdelære, komplekse tal, sandsynlighedsregning, spilteori, ikke-euklidisk geometri, infinitesimalregning og datalære (se også en del af hans indholdsfortegnelse på s. 93). Der skal altså puttes nogle tunge klodser ind i læserens hoved, men det foregår simpelt hen uden nogen form for rød tråd. I praksis er det en skuffende pointe ved bogen, at den generelt dækker mere bredt end dybt. Den når ikke så langt, som den lægger op til.

Boehms lille bog: "Matematikens nye verden" (1964) lider af præcis de samme svagheder. Den vil også så gerne præsentere læseren for så meget og strør om sig med oplysninger. Men oplysningerne er gerne på et for

højt niveau og uddeles ret usystematisk. Det betyder, at læseren ikke vil kunne nå at fatte ret mange fundamenter, og indlæringen er derfor mere knyttet an til de "utrolige" ting, der nævnes, til eksemplerne (gerne i fysikkens verden), ja, måske er der i stedet for indlæring tale om "indtryk" af matematik.

Irving Adler havde i 1962 ikke nær så høje ambitioner, og hans bog "Matematik på en anden måde" (1962) går (som nævnt tidligere) uambitiøst til værks med et bredt udsnit at (måske) knap så 'moderne' matematik.

Vi ser her en tydelig forskel på bøgerne, hvor det er forfatterens eget budskab, der i virkeligheden er forskelligt. Fuchs og Boehm har været fuld af beundring for den nye matematik, en beundring de ville videreforske. Adlers budskab har været en glæde ved at forstå nogle grundlæggende ting ved matematikken, fremfor nogle af matematikkens 'tinder'.

Adler når ikke ret langt med sin bog. Men når måske akkurat at få puttet noget ægte indlæring ind hos sin brede, 'uvidende' læserskare.

Den samme debat kan føres ud over samtlige læste bøger, med det forstyrrende forbehold, at målgruppen jo som bekendt er forskellig for de enkelte bøger.

Skolesprog kontra prosa.

Den vel nok mest markante forskel på en traditionel lærebog og de populærvidenskabelige bøger er vel nok lærebøgernes 'telegram- og ligningssprog' kontra prosasproget i (alle) andre bøger. Uden at gå ind i en egentlig analyse af indlæringseffekter mm. vil vi belyse forskellene med et par eksempler. Vi bliver i det følgende introduceret til det reelle tallegeme i 3 forskellige fremstillinger. Der er ikke tale om grove manipulerede udpluk, taget ud af en anden sammenhæng, eller noget andet fælt.

II. Reelle tal

Grundlæggende egenskaber ved de reelle tal

1. I dette kapitel skal vi se på nogle vigtige begreber vedrørende reelle tal, bl.a. uligheder og numerisk værdi, og vi skal omtale nogle simple anvendelser af reelle tal som koordinater til punkter i planen.

Vi indleder kapitlet med at give en kort oversigt over de vigtigste grundegenskaber ved de reelle tal.

Mængden R af reelle tal falder i to disjunkte klasser: mængden Q af *rationale* tal og mængden I af *irrationale* tal. Et tal kaldes *rationalt*, hvis det er et helt tal, eller hvis det kan skrives som en brøk med heltallig tæller og nævner. Et tal, som ikke er *rationalt*, kaldes *irrationalt*. Ethvert tal af denne art kan med vilkårlig god nøjagtighed tilnærmes ved et *rationalt* tal. Eksempler på *irrationale* tal er $\sqrt{5}$, $-\sqrt{3}$, $3 - \sqrt{11}$ og π . Med fire decimalers nøjagtighed kan disse tal angives ved 2,2361, $-1,7321$, $-0,3166$ og 3,1416.

For *regning med reelle tal* gælder følgende grundlæggende regler:

(1.1.a) $a + b = b + a$	(1.1.m) $a \cdot b = b \cdot a$
(1.2.a) $(a + b) + c = a + (b + c)$	(1.2.m) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
(1.3.a) Ligningen $a + x = b$ har en og kun én rod: $x = b - a$	(1.3.m) Når $a \neq 0$, har ligningen $a \cdot x = b$ en og kun én rod: $x = b : a$
(1.4.a) $a + (b + c - d) = a + b + c - d$	(1.4.m) $a \cdot (b \cdot c : d) = a \cdot b \cdot c : d$
(1.5.a) $a - (b + c - d) = a - b - c + d$	(1.5.m) $a : (b \cdot c : d) = a : b \cdot c \cdot d$
(1.6) $a \cdot (b + c - d) = a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d$	

Når a er et vilkårligt tal, er $-a$ (det modsatte tal til a) defineret som roden i ligningen $a + x = 0$. Eksempelvis kan nævnes, at $-(-7) = 7$ og $-0 = 0$.

Når a og b er vilkårlige tal, er

$$-(-a) = a \quad \text{og} \quad -(a - b) = b - a.$$

Et reelt tal, som ikke er 0, er enten positivt eller negativt. Når R_+ og R_- betegner henholdsvis mængden af positive reelle tal og mængden af negative reelle tal, er

$$R_+, R_-, \{0\}$$

en klassedeling af R . To tal siges at have *samme fortegn*, hvis de enten begge er positive eller begge er negative. Er det ene positivt, det andet negativt, siges de at have *modsat fortegn*.

I forbindelse med regning med reelle tal gælder følgende *fortegnsregler*:

Addition

$$(1.7) \quad a \in R_+ \wedge b \in R_+ \Rightarrow a + b \in R_+$$

$$(1.8) \quad a \in R_- \wedge b \in R_- \Rightarrow a + b \in R_-$$

Multiplikation

$$(1.9) \quad a \in R_+ \wedge b \in R_+ \Rightarrow ab \in R_+$$

$$(1.10) \quad a \in R_+ \wedge b \in R_- \Rightarrow ab \in R_-$$

$$(1.11) \quad a \in R_- \wedge b \in R_- \Rightarrow ab \in R_+$$

Modsatte tal

$$(1.12) \quad a \in R_+ \Rightarrow -a \in R_-$$

$$(1.13) \quad a \in R_- \Rightarrow -a \in R_+$$

Reciproke tal

$$(1.14) \quad a \in R_+ \Rightarrow \frac{1}{a} \in R_+$$

$$(1.15) \quad a \in R_- \Rightarrow \frac{1}{a} \in R_-$$

Ulighedsrelationerne *større end* og *mindre end* er defineret ved

$$(1.16) \quad x > y \Leftrightarrow x - y \in R_+$$

$$(1.17) \quad x < y \Leftrightarrow x - y \in R_-$$

2. Om de reelle tals anvendelse i geometrien gælder følgende:

En ret linie kan indrettes som en *tallinie* (en *abscisseakse*), således at

(2.1) et vilkårligt reelt tal x afbildes i netop ét af liniens punkter, P_x ,

(2.2) ethvert punkt på linien er billede af netop ét tal; dette tal kaldes punktets *abscisse*,

(2.3) punkter med abscissen 0 kaldes aksens *begyndelsespunkt*; punktet med abscissen 1 kaldes aksens *enhedspunkt*. Afstanden mellem de to nævnte punkter kaldes aksens *længdeenhed*. Hvis $x < y$, er afstanden mellem P_x og P_y , målt med aksens længdeenhed, lig med $y - x$ (fig. (2.1)).

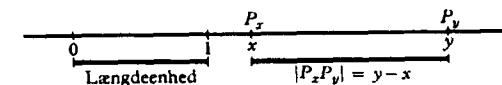


Fig. 2.1

Og så til noget helt andet, Irving Adler:

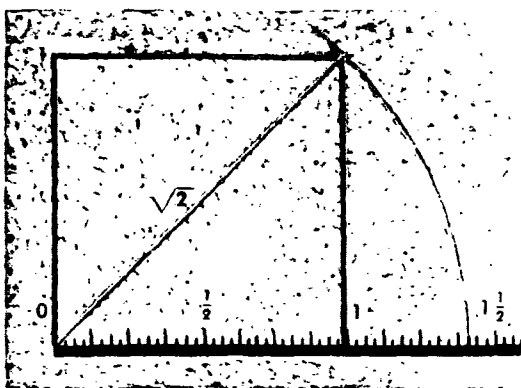
Et tal til hvert punkt

For at afbilde de naturlige tal, valgte vi på en linie et punkt, som vi kaldte nul.

Derpå afsatte vi de øvrige naturlige tal med lige store intervaller fra nul mod højre. De hele tals system gav os flere

tal, således at vi kunne afsætte tilsvarende punkter fra nul mod venstre. De rationelle tals system gav os endnu flere tal, som vi kunne anbringe mellem de hele. Vi har nu tal fordelt ud over hele linien, hvert tal tillagt et punkt, og punkter liggende meget tæt ved hinanden. Men giver dette æskesystem os tilstrækkeligt med tal, til at alle punkter på linien har et?

For mere end to tusind år siden var de græske matematikere allerede klare over, at dette ikke var tilfældet.



Hvis vi tegner et kvadrat, hvor alle sider er lig med 1, kan vi beregne længden af dette kvadrats diagonal ved hjælp af Pythagoras' sætning.

Hvis De blader tilbage til side 50, vil De genfinde denne. Vi beregner diagonalens længde til kvadratrod 2. Tegningen overfor viser, hvordan man på tallinien kan få afsat et punkt, der svarer til diagonalens længde afsat fra nulpunktet.

Men man kan vise, at der ikke findes noget rationelt tal, lig med $\sqrt{2}$; vi kan altså ikke, med dette system, tillægge dette punkt et tal. Vi er som følge heraf tvunget til at udvide vor måde at nummerere punkter på.

Den måde, vi vil gå frem på ved den ny udvidelse, er antydnet ved den måde, på hvilken vi kan skrive de rationelle tal. Vi kan omskrive enhver almindelig brøk til decimalbrøk ved hjælp af division, således som det er vist på illustrationen herunder. Brøken 1/2 kan skrives som 0,5, brøken 1/4 som 0,25. Men for 1/3 må vi benytte decimalbrøken 0,333333... der består af en række 3-taller uden ende. Vi siger, at det drejer sig om en *decimalbrøk uden ende, eller en uendelig decimalbrøk*. Brøken 1/2 kan også skrives således, den skrives da 0,50000000... Brøken 5/33 giver som uendelig decimalbrøk 0,151515151515...

Hvis vi undersøger de uendelige decimalbrøker, vi får ved at udd dividere de rationelle tal, vil vi bemærke, at de alle har et ejendommeligt træk tilfælles. Alle slutter med en række tal der hele tiden gentages. Tallet 0,499999... gentager for eksempel 9 i det uendelige. Men der findes andre uendelige decimalbrøker, der ikke er af denne form, og hvis sidste tal ikke gentager sig. Ved at bruge *samtlig uendelige decimalbrøker*, hvad enten tallene gentages eller ej, får vi et større talsystem; det er de reelle tals system. Det sætter os endelig i stand til at have et tal for hvert punkt på linien.

Og nu til en lidt sværere 'populær' udgave, Tobias Dantzig:

"Kan ethvert reelt tal repræsenteres ved et punkt på en ret linie? Kan der knyttes et reelt tal til ethvert punkt på en ret linie?"

2

For at forstå den besvarelse, som er givet på dette spørgsmål i nyere tid, må vi for os selv gøre rede for de to mængders særskilte natur: det reelle tallegeme og punkterne på en ret linie.

Om det reelle tallegeme ved vi:

For det første. Det er ordnet: om to vilkårlige tal a og b kan man sige, hvilket der er størst. Endvidere, hvis a er større end b , og b er større end c , så er a større end c . Kort sagt kan vi ved en tanke-handling arrangere enhver uendelig mængde af sådanne tal i størrelsesorden. Videre kan vi tænke os, at alle reelle tal er blevet arrangeret således. Det er det, vi mener med at sige, at mængden af reelle tal er *ordnet*.

For det andet. Tallegemet har hverken et første eller et sidste element: Uanset hvor stort et positivt reelt tal er, er der et, der er større, og uanset hvor lille et negativt tal er, er der et, der er endnu mindre. Vi udtrykker dette ved at sige, at det reelle tallegeme strækker sig fra den negative uendelighed til den positive uendelighed.

For det tredje. Blandt de reelle tal findes alle rationale tal. Det rationale tallegeme er blot en del af det større reelle tallegeme.

For det fjerde. Mængden af reelle tal er *tæt overalt*. Mellem to vilkårlige, reelle tal kan man, uanset hvor lille intervallet er, indsætte et uendeligt antal andre reelle tal.

Følger det ikke af dette, at det reelle tallegeme er altomfattende? Vi ville være fristede til at bekræfte dette uden tøven, hvis det ikke havde været for vore erfaringer med de rationale tal, for lad os huske, at alt, hvad vi her har sagt om det reelle tallegeme, også gælder for det rationale. På trods af dettes kompakte struktur fandt vi det dog „fuldt af huller“. Hvilken sikkerhed har vi i virkeligheden for, at de irrationale og transcendentale tal har fyldt disse huller helt? – for, at man ikke en (måske ikke særlig fjern) dag opdager nye processer, som ved at skabe nye matematiske størrelser afslører nye huller, denne gang i det reelle tallegeme?

3

For at besvare dette spørgsmål påtog Cantor sig at undersøge den fundamentale forskel mellem det rationale tallegeme og det reelle.

Skønt mængden af rationale tal er ordnet og kompakt, er den *imperfekt*. Den er imperfekt, fordi den *ikke er lukket*

med hensyn til uendelige processer. Den er ikke lukket med hensyn til uendelige processer, som selve de irrationale tals eksistens viser, fordi der eksisterer uendelige rationale følger, der, skønt de er konvergente, ikke har rationale tal som grænseværdier. Kort sagt er mængden af rationale tal imperfekt, fordi den ikke indeholder alle sine egne *grænseværdier*.

Mængden af reelle tal er derimod ikke alene ordnet og kompakt: den er *perfekt*. Den er perfekt, fordi den er *lukket* med hensyn til alle uendelige processer. En uendelig følge af reelle tal repræsenterer, hvis den er konvergent, et reelt tal; sådan en uendelig talfølge, kunne faktisk, hvis den ikke selv var rational, erstattes af en rational følge, som konvergerer mod samme grænse, og denne grænseværdi er pr. definition et reelt tal. Mængden af reelle tal indeholder alle sine egne *grænseværdier* og er af denne grund *perfekt*.

Nu er ikke enhver kompakt mængde perfekt, som analysen af det rationale område viser, men *enhver perfekt mængde er kompakt*, som Cantor beviste. En mængde, som både er ordnet og perfekt, definerede Cantor som et *kontinuum*. Det reelle tallegeme udgør et kontinuum, det *aritmetiske kontinuum*. Det rationale tallegeme, danner på den anden side ikke et kontinuum, da det er imperfekt.

Dantzig, 1964, s. 167-170

Når en egentlig sammenlignende analyse er udelukket i denne sammenhæng, skyldes det også, at målgruppen for de tre bøger er så forskellig. Skolebogen indgår i en gymnasie-sammenhæng, hvor eksakte færdigheder bliver optrænet med et hav af regler og standart-metoder. Adler er som bekendt en meget 'populær' bog og Dantzigs bog henvender sig til den mere avancerede, interesserede læserskare.

Et spørgsmål trænger sig dog på: Er det nødvendigt at fremstille et gymnasie-stof til 1.g så menneskefjendsk, som Kristensen og Rindung gør det, når vi får demonstreret et absolut ligeså avanceret stof hos Dantzig i en anderledes menneskelig form?

Måske ikke. Men eksakt videnskab, og især matematik, er igennem dette århundrede blevet videreformidlet mere og mere 'eksakt'; netop som Kristensen og Rindung gør det i eksemplet. F.eks. har mængdelærens notation betydet en fremstilling, der er blevet endnu mere kortfattet. Skrivemåden har uden tvivl betydet fremskridt i den videnskabelige debat, men ved formidling betyder denne

overførte 'videnskabelige' stil, at stoffet bliver fjernet fra resten af elevernes verden, bliver gjort til noget ganske særligt (og svært!). Skrivemåden hænger uløseligt sammen med fagets almindelige placering i gymnasiet idag - piller man væsentligt ved den, rokker man uvilkårligt også ved skolefagets øvrige 'aura' af eksakthed, uangribelighed osv.

Den meget formelle opbygning, som Kristensen og Rindung har givet sine bøger, kan være udtryk for at de har ment, at denne formalistiske fremstilling var den pædagogisk bedste måde at formidle stoffet på. Læreren skulle så fylde 'kød og blod' på 'skelettet', hvad der efter vores opfattelse er sket uhyre sjældent.

Den formelle opbygning er i og for sig også et pædagogisk 'fif', der vil kunne give overblik og systematik - hvilket for nogle kan være en fordel.

Hvis prosa-stilen skal formidle den samme mængde af informationer som en skolebog, må en sådan bog - om ikke andet - bruge mere plads. Og det er tænkeligt, at en prosabog vil miste noget af det eksakte præg. Men ligesom illustrationer lettere end tekst kan slå andre strenge an, kan prosaen lettere end skolebogsstilen gengive tanker, overvejelser og tvivl. Og netop dét er der god brug for i gymnasieskolen, såvel som alle andre steder.

Prosa er selvfølgelig ikke én ting, men en sådan adskillelse er jo lige det, vi er igang med. Men at 'vores' populærvidenskab netop er matematik på prosaform er måske et af de vigtigste pædagogiske (og fagpolitiske?) 'fif', vi har fundet.

Puslerier og opgaver.

I Asger Aaboe's "Episoder fra matematikkens historie" (1966) tilknyttes hvert afsnit en række små og store opgaver. Der findes så en facitliste bag i bogen. Selvom opgaveløsning normalt forbindes med lærebøger, er det ikke vores opfattelse, at Aaboe har tænkt bogen brugt

som lærebog, nej, opgaverne er en slags service til læseren.

Udover Aaboe, har kun la Cour og Irving Adler medtaget egentlige opgaver til læseren; selvom der selvfølgelig gennemgås mange opgaver i alle bøgerne.

I den sammenhæng tillod vi os at holde de to deciderede puslebøger lidt udenfor. Her får vi dem:

Martin Gardner: "Morsom matematik (hjernegymnastik for utrænede og viderekomne)" (1964) stiller alle mulige problemer op, der kan igangsætte leg; gåder og spil, og antyder ved flere lejligheder, at disse lege er indfaldsvinkler til megen matematik.

H. Schubert og J. Erlebach: "Den store matematiske puslebog" (1966) er nok mere seriøs end den forrige. Der er masser af aktiverende opgaver, og med disse som udgangspunkt søges et matematisk stof gennemgået. Godt nok er der tale om spredt fægtning, men det, at mange af problemerne er autentiske (og gamle) og at løsningerne generaliseres i hvert enkelt tilfælde, gør det til en interessant bog.

At pusle med og løse opgaver er vel nok matematikkens største pædagogiske aktiv. Opgaveløsning er velegnet for alle niveauer, både den 'svage' elev og den viderekomne elev kan udnytte opgaver. Opgaver er naturligvis mange ting, men fælles for dem alle er, at løsningen af dem gerne opsluger eleven/læseren, og at de ofte kan sætte nye og videregående tanker igang. Færdigheder kan trænes, tanker kan stimuleres og tvivl kan trives.

Men nederlaget lurker rundt om hjørnet. For opgaver kræver god vejledning og hvis løsningen ikke gennemgås senere i bogen, får opgaver let en sorterende karakter: Kan man løse dem eller ej; er man klog eller dum?

Hvordan fanges læseren ind?

Den vigtigste motivation til - som menigmand - at gå

hen og købe en matematikbog, er ikke primært pædagogisk begrundet, men må findes i den offentlige mening: I mediernes malstrøm eller i kommunikationen fra menneske til menneske.

Dernæst kan pædagogik og 'fremtoning' (lay-out) træde til, og lokke køberne til at vælge netop den bog, der forsøges solgt.

Langt de fleste potentielle læsere af de populærvidenskabelige bøger forestiller sig nok ikke, at de vil komme til at læse mere end nogle få bøger indenfor hver faggruppe, og de færreste drømmer vel om at skulle studere mere erhvervsrettet.

Sådan som skølematematikken har set ud alle dage, kan forlæggere og forfattere ikke forvente et direkte motiveret publikum, og da respekten om matematik i skolerne nok netop ikke kan afstedkomme frivillige køb af bøger, må bøgernes form og indhold drejes hen mod "almindelige" bøger.

Vi har set, at prosa-formen nok er det vigtigste element i denne omformning. Prosaen er i sin form betydeligt mere menneskelig og imødekommende, end de skolebøger, publikum kan huske fra deres egen skoletid, - det formelle sprog er bevidst bortkastet.

Vi vil her søge at trække de vigtigste købe-motiver frem fra de forudgående underafsnit.

Matematikkens tudind år gamle historie forventer nogle forfattere i sig selv vil tiltrække publikum. Bondeoplysningsbevægelsens søgen efter de historiske rødder, der kom med grundtvigianismens bølge skulle gerne sælge la Cours bog og noget lignende måtte også godt hænde for en række af de øvrige bøger.

En negation af skolebøgernes strenge og systematiske matematikgennemterpning præger også flere af bøgerne. Køberne vil søge efter de kendte indholdsfortegnelser og den strenge orden i bøgerne - og undgå disse. En række af vores bøger sælger sig selv på denne åbenlyse 'om-

vendte' facon. Stort set alle bøger forsøger igennem teksten at søge nye og spændende veje for at formidle stoffet anderledes. Læserne søges stimuleret og fastholdt igennem læsningen, omend med mere eller mindre succes.

Da teknikken og økonomien muliggjorde det, var illustrationer i farver med til at sælge bøgerne. Det er blevet svært at sælge en populærvidenskabelig bog indenfor naturvidenskaberne (og matematik) uden farvebilleder. Billederne kan ligeså vel sminke nogle lig som indgå i et dialektisk samspil med selve teksten.

Emnevalget og sammensætningen af emner spiller også en rolle. Hvad er 'oppe i tiden'? Ønsker læseren en bred orientering, eller foretrækker vedkommende en mere specialiseret gennemgang?

Læseren kan naturligvis blive optaget af sit første bekendtskab, og vil så efterhånden blive moden til at læse nogle af de mere avancerede bøger indenfor emnet, måske specialisere sig.

Endelig er det jo ikke alle bøger, der skal ud og forsøge at sælge sig selv helt alene. De kan ha' et salgsmæssigt sikkerhedsnet under sig. Flere af udgivelserne (Bergamini (1967) og Solomon (1971)) er bogklubsbøger, der har mulighed for at snige sig ud i en bogpakke, sammen med bestsellere, hvis de ikke i sig selv er tiltrækkende nok. Andre bøger udkommer i serier, hvor man kunne forestille sig at de andre serie-bøgers renommé kan få folk til at supplere med også matematik-udgivelsen i serien.

Vi har i afsnittet set, at de pædagogiske overvejelser rent faktisk har fået en meget høj prioritet i bøgerne, og at matematikformidlere har mange strenge at kunne spille på i deres kamp mod den "svære" og elitære matematikformidling.

Vi har set, at de tidligere beskrevne forskellige matematiksyn slår igennem i pædagogikken; hvor de mest originale forsøg er blevet begået af de ældre bøger; mens

teknik og udgivelses-taktik i højere grad sætter deres præg på de nyere bøger.

60'er-matematikens tankekonkrete matematik, der trivedes i forsker- og skoleverdenen, blev åbnet op overfor offentligheden med nogle bøger, der tog deres udgangspunkt i sansekonkrete begivenheder i Verden.

4.9 OPSAMLING AF DE POPULÆRVIDENSKABELIGE BØGER.

Behøver matematikken at være elitær? Vi mente, at man ved at se på matematikken, hvor de studieforberejede aspekter var udeladt kunne finde almindelige matematik.

Men den almindelige matematik er nu ikke sådan lige at gå til. Den populærvidenskabelige matematik kan godt være "populær" - dvs. tilgængelig for de fleste; men dermed ikke sagt, at den er almindelig i vores forstand. Den let tilgængelige litteratur kan sågar sagtens formidle et elitært matematiksyn. Mange bøger slæber læseren op på en 'tue' hvorfra han kan 'skue' de smukkeste 'tinder' i det fjerne - de efterlader altså den 'måbende' læser med 'bukserne nede'.

Ved denne form for formidling af matematikken er der efter vores opfattelse ikke tale om at formidle et almindeligt indhold, men at videregive et elitært syn på matematikken. Denne elitære formidling er kun med til at forstærke matematik-forskrækkelsen samt danne grobund for en teknologibegejstring og benovelse over for dem, som behersker videnskaben.

I vores analyse er det klart blevet vist, at ingen forfattere har været i stand til reelt at knytte an til virkeligheden (endsige tage sit udgangspunkt her), men har i mange tilfælde brugt noget, der skulle ligne virkeligheden som pædagogisk hjælpemiddel til at få læseren til at forstå forskellige indre-matematiske problemer.

Det historiske stof virker i mange tilfælde som kulturelt baggrundsstof, og kan dermed ses som et element fra vores almindeligbegreb. Det er klart på dette felt, at de populærvidenskabelige bøger kommer nærmest dét, vi har ledt efter. På dette felt har vi altså fået bekræftet vores udgangsspørgsmål, og har fundet historiske bidrag som sagtens kunne anvendes i gymnasieskolen i forbindelse med den nye bekendtgørelses 'aspekter'.

Det er ikke til at generalisere over, om hvorvidt et bredt emnevalg eller et eller få emner på forhånd skulle være almindelige eller ej.

5. KONKLUSION.

I opsamlingen i afsnittet om matematikopfattelser fandt vi frem til, at de fremlagte opfattelser kunne inddeles i to kategorier, der blev karakteriseret ved deres udgangspunkter i, henholdsvis udenfor matematikken.

Vi vil her først resumere opsamlingerne fra den første kategori, som vi betegnede som de traditionelle matematikopfattelser. Herefter vil vi resumere opsamlingerne fra afsnittet om de populærvidenskabelige bøger, hvorefter vi ved hjælp af den anden kategori af matematikopfattelser, de anti-traditionelle matematikopfattelser, vil svare på vores problemformulering.

De traditionelle matematikopfattelser var karakteriseret ved at have udgangspunkt indenfor matematikken selv. De blev alle udtryk for en afsondret matematik - for en verden i sig selv. Kategorien er meget sigende blevet betegnet som "begrebsmatematikken".

Udviklingen indenfor kategorien har i høj grad været bestemt af kravene til studieforbereelse. Disse krav er op gennem dette århundrede blevet skærpet i takt med samfundsudviklingen.

I "den abstrakte matematik" fandt vi et sammenfald af det almindelige indhold og kravene til studieforbereelse. Mens det studieforbereende indhold blev kraftigt styrket i "den anskueliggjorte" og "den moderne matematik" blev det almindelige element reduceret markant.

Intentionerne indenfor "den anskueliggjorte" og "den moderne matematik" om øgede anvendelser gjorde ikke gymnasie matematikken mere anvendelsesorienteret, især ikke for

"den moderne matematik"s vedkommende. Matematikken forblev ren og isoleret på trods af disse matematikopfattelsers gode intentioner. En vigtig årsag til dette fandt vi i, at begge opfattelser tog udgangspunkt i teorien, hvorfor der blev lagt vægt på den grundlæggende matematik, der blev sat lig med den studieforbereende matematik. Det var matematikkens indre struktur, dens stringens, der blev fikseret på. Det var begreberne, der blev dyrket, ikke anvendelserne.

Dette var vores udgangspunkt, da vi gik i gang med behandlingen af de populærvidenskabelige bøger. En for os overraskende og noget skuffende konklusion på behandlingen af disse bøger var, at det på trods af den gunstige formidlingssituation var matematikken i sig selv, der blev behandlet i alle bøgerne. Der var således ingen eksempler på bøger, der direkte tog udgangspunkt i konkrete forhold fra virkeligheden.

De populærvidenskabelige bøger er derfor ikke almindelige i form af perspektivering af matematikken med hen syn til eksempler. De mest seriøse bud på almindelige indhold fandt vi i en række bøgernes anvendelser af matematikkens historie, dvs. bøger der behandlede den kulturelle baggrund, der er en del af vores almindelsesbegreb.

Visse af bøgerne har ligeledes formået at gøre stoffet ikke-elitært v.h.a. måden, hvorpå stoffet populariseres og v.h.a. pædagogiske fif. Dette betyder, at det således godt kan lade sig gøre at formidle matematik ikke-elitært og ikke-almindelige i bred forstand. Dette bryder med vores udgangstese om modsætningen mellem det almindelige og det elitære, men på den anden side viser det, at

problemet med en almendannende matematik så sandelig er et kompliceret problem.

Vi har altså set, at også de populærvidenskabelige bøger har store problemer med at gøre matematikken almendannende. Faktisk forsøger ingen af dem at tage udgangspunkt i problemer fra virkeligheden for at se på matematikken, der ligger gemt bag.

Her ser vi en klar sammenhæng mellem denne konklusion og afsnittet om matematikopfattelser. Det er nemlig tydeligt, at de populærvidenskabelige bøgernes matematikopfattelser for samtliges vedkommende er de traditionelle matematikopfattelser. Det er grundlæggende matematik, der behandles (men i denne sammenhæng ikke studieforberejede).

Derfor er en central konklusion på dette, at det simpelthen er uhyre vanskeligt at gøre matematikken almendannende med de traditionelle opfattelser af faget. Stoffets grundlæggende karakter bevirker, at det kræver meget omfattende arbejde at nå op på et niveau, hvor matematikken overhovedet kan beskrive virkeligheden. Eller formuleret anderledes: de traditionelle matematikopfattelser tillader ikke, at man springer mange af de rent matematiske forklaringer over for at nå kernen i problemerne fra virkeligheden.

Følgen af denne vigtige pointe er, at det er nødvendigt med en anden matematikopfattelse for at gøre matematikken almendannende. Og vi mener, at den anti-traditionelle matematikopfattelse her er oplagt. Denne har netop udgangspunkt i problemer og ikke emner. Dette bevirker, at det er muligt at nå længere i det matematiske stof i

form af anvendelser, men derimod vægtes matematikkens indre opbygning ikke så højt. Med denne problemorienterede matematik mener vi også, at man kan gøre matematikken mindre autoritær, idet matematikken, dens anvendelser, dens forhold til historien m.m. netop problematiseres, i stedet for at faget betragtes som formidler af en endegyldig sandhed.

Det er imidlertid helt klart, at en sådan ny matematikopfattelse giver konsekvenser, der nøje må overvejes. Det er også klart, at det ikke er et Columbus-æg vi her har fundet. Vi er opmærksomme på, at det kræver stort arbejde og mange overvejelser at udfylde vores intentioner.

Vi vil her afslutte med at antyde nogle af problemerne ved den skitserede ændring af matematikfaget.

Et vigtigt problem er, hvorvidt matematikken bliver overfladisk. Normalt opfattes ordet negativt, men for os ligger der noget positivt i, at man kan gennemgå stof på en sådan måde, at man om nødvendigt kun beskæftiger sig med den matematik, der ligger indenfor ens problem, og gør det uden at gå for dybt i matematikkens indre opbygning. I forhold til den traditionelle matematik bliver gennemgangen af stoffet overfladisk, men til gengæld får man tid til så at sige at nå dybere ind i problemet.

Overfor behandling af f.eks. matematiske modeller er dette synspunkt problematisk, idet man ofte er nødt til at nå langt indenfor matematikken for at kunne gennemskue modellernes opbygning.

Et andet problem er, at man ved at fjerne en del af in-

strumentalismen og strukturalismen i faget rammer socialt uheldigt, idet ofte elever fra lavere sociale lag føler sig tryk ved instrumentalisme, strukturalisme og formalisme. Matematikkens mulighed for selvaktivitet tilgodeser disse grupper. Dette er helt klart et problem, man må være opmærksom på.

Der er således nogle alvorlige problemer omkring vores intentioner. Endvidere har vi bl.a. fra "den moderne matematik" set, at der er langt fra gode intentioner til virkeligheden. Vi mener dog, at vores idé kan bære, og derfor vil vi i efterfølgende projekter forsøge at bygge videre på vores nu erhvervede viden i håb om, at arbejdet kan udmyntes i mere konkrete bud på indhold i et andet matematikfag.

LITTERATURLISTE

De populærvidenskabelige bøger:

- Aaboe, Asger: Episoder fra matematikkens historie, 1966
 Adler, Irving: Matematik på en anden måde, 1962
 Bell, E.T.: Matematikkens mænd, 1944
 Bergamini, David: Matematik, talvidenskabens der ændrede vor civilisation, 1967
 Boehm, George A.W.: Matematikkens nye verden, 1964
 Bomann, Gunnar: Matematik, 1979
 Brun, Viggo: Alt er tall, 1964
 Dantzig, Tobias: Tallet, videnskabens sprog, 1964
 Fuchs, Walter R.: Vor tids matematik, 1967
 Gardner, Martin: Morsom matematik, 1964
 Harsaae, Erik: Usikkerhed og sandsynlighed, 1979
 Hogben, Lancelot: Matematik for millioner, 1938
 Hogben, Lancelot: Matematikkens eventyr, 1956
 Johansen, Carl-Otto: Tossede tal, 1978
 la Cour, Poul: Historisk matematik, 1942
 Meyer, Jerome S. & Stuart Hanlon: Sjøv med den nye matematik, 1966
 Niklitschek, Alexander: Matematik for alle, 1941
 Northrop, Eugene P.: Genvej til matematik, 1950
 Rantzeu, Paul: Alle tiders tal, 1972
 Reed, Jon & Johan Aarnes: Matematikk i vår tid, 1967
 Rózsa, Péter: Leg med uendeligheden, matematik for uindviede, 1957
 Schubert, H. & J. Erlebach: Den store matematiske puslebog, 1966
 Solomon, Charles: Matematik, 1971
 Struik, Dirk J.: Matematikkens historie, 1966
 Weaver, Warren: Fru Fortuna, læren om tilfældighed og sandsynligheder, 1965
 Wolff, Peter: Højdepunkter i matematikken, 1967
 Zeuthen, H.G.: Forelæsninger over matematikkens historie.: Oldtid og middelalder, 1893 (rev. 1949) 16de og 17de aarhundrede, 1903
 Zeuthen, H.G.: Mathematiken fra Platon til Euklid, 1917
 Zeuthen, H.G.: Om den historiske udvikling af mathematiken som exakt videnskab indtil udgangen af det 18de aarhundrede, 1896

- Bernal, J.D.: Videnskabens historie, I-IV, 1978
- Bonnesen, T.: Matematikken i Gymnasiet. I: Nyt Tidsskrift for Mathematik 1905
- Bundgaard, Svend: De matematisk-fysiske fags udvikling og matematik-fysik-lærerens stilling. I: Gymnasieskolen nov. 1955
- Carleson, Lennart: Matematik för vår tid, 1968
- Christensen, Asger Spangsberg & Klaus Thomsen: Matematik i Tyskland i det 19. århundrede, 1983
- Danielsen: Den teknologisk-videnskabelige udvikling. Arbejdsrapport, RUC, 1976
- Hansen, C.: Forslag til Ændring af Læseplanen i Matematik for Gymnasiets matematiske Linie. I: Nyt Tidsskrift for Mathematik, 1914
- Hansen, C.: Matematikken efter Kommissionens Betænkning. I: Matematisk Tidsskrift 1931
- Harsløf, Olav et.al.: Naturvidenskab og almenuddannelse i gymnasiet. Kronik i Information 1981
- Hjelmslev, J.: Matematikken og dens Betydning. I: Matematisk Tidsskrift 1929
- Høj, Lise: Matematik i gymnasiet - fællesfag eller tilvalgsfag? Upubliceret oplæg fra matematikkonference i Hvidovre 1983
- Høytrup, Else & Jens: Matematikkens i samfundet, 1973
- Høytrup, Jens: Historien om den nye matematik i Danmark - en skitse. I: Den nye matematik i Danmark, 1979
- Jensen, V.A.C.: Dr. Hansens Forslag til Ændring af Læseplanen i det matematiske Gymnasium. I: Nyt Tidsskrift for Mathematik 1915
- Kristensen & Rindung: Matematik I-III, 1976
- Matematiklærerforeningen 1931-1981 (festskrift)
- Matthiesen, Einar: Almendannelse. I: Gymnasieskolen nr. 2, 1961
- Møllerup, Johannes: Om Undervisning i Matematik. I: Nyt Tidsskrift for Mathematik 1903
- Niss, Mogens: Hvad er meningen med matematikundervisning? IMFUFA-tekst nr.36, 1980
- Niss, Mogens: Matematiks placering i opfyldelsen af de ændrede uddannelsesbehov. Upubliceret oplæg fra Matematikkonference i Hvidovre 1983
- Det nye gymnasium, 1960 (kaldet 'Den røde betænkning')
- Pax Leksikon, 1978-81
- Pedersen, Olaf: De eksakte videnskabers historie, 1978

- Pihl, H.J.: Om Matematikundervisningen i Gymnasiet. I: Matematisk Tidsskrift 1923
- Printz, Poul: Matematik i tværfagligt samarbejde. I: Herlev Statsskole 1980-82 s.105-109
- Rindung, Ole: Reformering af matematikundervisningen. I: Gymnasieskolen nr. 9, 1962
- Skovgaard-Petersen, Vagn: Dannelse og demokrati, 1976
- Skovmose, Ole: Didaktiske arbejdsrapporter I-III, 1980-81
- Tarp, Allan: Da Gud skabte tallene. I: Naturkampen nr.31 1984
- Tarp, Allan: Differentialregning og integralregning, Grenå 1981
- Tarp, Allan: Geometri, Grenå 1982
- Tarp, Allan: Matematik, kvantitativ beskrivelse af virkeligheden. I: LMFK-bladet nr.5, 1981
- Thom, René: "Modern" Mathematics: An Educational and Philosophic Error? I: American Scientist Vol. 59, Nov.-Dec. 1971
- Trier, Viggo: Gymnasiets og Realklassens Matematikundervisning. I: Nyt Tidsskrift for Mathematik 1906
- Trier, Viggo: Dr. Hansens Forslag til Ændring af Læseplanen i det matematiske Gymnasium. I: Nyt Tidsskrift for Mathematik 1915
- Undervisningsministeriet: Udkast til ny bekendtgørelse og undervisningsvejledning for faget matematik på den matematiske linies...
...natur- og samfunds-faglige grene, 15. august 1983
...matematisk-fysiske gren, 13. januar 1984
- Vestergaard, Preben D.: Løste og uløste matematiske problemer, 1984

7. BILAG.

149

7.1 ARBEJDSRAPPORT

Som nystartede på matematikoverbygningen blev vi meget hurtigt kastet ud i en gruppedannelsessituation, der på trods af en åben form efterhånden lod os nye tilbage i én stor gruppe. Nogle sprang fra, og efter en månedstid med lidt indledende læsning stod vi 6 tilbage.

Inspirationen til at beskæftige os med matematik og almindelse fik vi fra Mogens Niss en af de første dage, og vi følte, at det ville give os gode muligheder for at afklare vores forhold til faget. Mange spørgsmål tumlede rundt i vores hoveder, og gruppemøderne var gerne ret diffuse og iøvrigt præget af, at vi var bange for at miste flere medlemmer. Langt hen ad vejen havde vi to interesser i forhold til gruppearbejdet: At alle skulle have en mulighed for at hænge på i en i forvejen vanskelig start, og at vi ville læse os igennem stof om matematik for at få en blød start i matematikken.

Efter at have læst Høyrup, Mogens Niss m.fl. syntes vi stadig, det hele var lidt luftigt. Derfor spurgte vi vores vejleder, om der dog ikke fandtes nogle steder, hvor matematikere skrev noget om, hvad de mente deres fag var godt for overfor almindelige mennesker - gerne i en populær form. Den forespørgsel lagde op til nogen tvivl om, hvem der er "matematikere". Er det kun universitetsfolk eller er det en bredere kreds? Vi kæmpede i lang tid for at udrydde en snæver orientering mod universitetsmatematikernes abstrakt formulerede syn på fagets rolle.

Vi brugte i den periode en del tid på at slide os igennem nogle ^{bøger} om dette emne, og i november forlod

endnu et medlem gruppen. Vi var nu 5 tilbage.

I november gik det op for os, at de populærvidenskabelige bøger om matematik skrevet på dansk faktisk fandtes, og at de sagtens kunne bidrage til til vores problemstilling om almindende matematik. Men det tog skrækkelig lang tid at indsamle bøgerne og især at få læst dem (for ca halvdelen vedkommende hver af mindst to personer) og få skrevet referater. Jo flere vi fik læst, jo mere interessant syntes vi, det blev. Bøgerne var langt mere nuancerede og forskellige end, vi på forhånd havde troet, og vi fik også mange gode introduktioner til faget via læsningen. Perioden hen over jul og nytår gav os mange gode oplevelser med bøgerne. I januar begyndte to af gruppens medlemmer at støve litteratur op til vores mere "tørre" afsnit om debatten i forhold til gymnasieskolen, mens de resterende tre begyndte at skrive afsnit til behandling af de populærvidenskabelige bøger. Det blev til en strøm af reviderede udgaver og indimellem blev vi noget klogere, mens vi fik afklaret matematikopfattelserne via gymnasiedebatten. Den lidt bagvendte procedure tog tid, da vi efterhånden syntes, at afsnittene kom til at hænge sammen og af den grund fortjente nye omskrivninger.

Jo mere afklarede vi blev om, hvad vi ville, jo bedre var vi i stand til at inddrage vores vejleder og Mogens Niss. Det kom til at stå klart, at vores emne var stort nok til at kunne rumme flere projekter, og derfor har vi flere gange måttet afgrænse vores problemfelt. Vi har derigennem taget skyldigt hensyn til, at vi ville lave et modul tre projekt; altså et erkendelsesteoretisk/videnskabssteoretisk projekt. Der er imidlertid intet til hinder for, at man kunne fortsætte i samme bane med projekter, der kan opfylde både modul et og modul to, indenfor samme overordnede tema.

Fra start af havde vi en dead-line på 1.marts 84 med hovedvægt på arbejde i januar måned. Det viste sig dog snart urealistisk, men var medvirkende til at give os en meget rolig - ja måske langtrukken - afslutning med at udfylde huller, skrive indledning og konklusion. Alt i alt synes vi, det har været et bredt emne, et vanskeligt og diffust emne, men også et meget inspirerende emne, hvor gruppens størrelse dels har fremmet genemlæsning af et stort materiale, dels har givet vanskelige og gentagne diskussioner. Især har selve begrebet "almen-dannelse" givet anledning til mange diskussioner og nyvurderinger.

Det er en god ballast at arbejde videre udfra, og vi håber, at andre også kan få lidt glæde af vores arbejde.

12.maj 1984

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.
 Projekt rapport af Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.
 Vejleder: Anders Madsen.
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
 Projekt rapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinøe og Peter H. Lassen.
 Vejleder: Bernhelm Booss.
- 3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik. Nr. 3 er a jour fort i marts 1984
 Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Nr. 4 er p.t. udgæet.
 Mogens Niss.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN NØDERNE FYSIKS HISTORIE". Nr. 5 er p.t. udgæet.
 Helge Kragh.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".
 Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Nr. 7 er udgæet.
 B.V. Gnedenko.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bound-graph formalismen.
 Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum".
 Projekt rapport af Lasse Rasmussen.
 Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAK I GYMNASIET".
 Projekt rapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen.
 Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER"
 red. Jørgen Larsen
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Nr. 12 er udgæet
 Mogens Brun Heefelt
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSOG I GYMNASIET".
 Projekt rapport af Gert Kreinøe.
 Vejleder: Albert Chr. Paulsen

- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography". Nr. 14 er p.t. udgæet.
 Else Hoyrup.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".
 Specialeopgave af Leif S. Striegler.
 Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".
 Projekt rapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPORGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".
 Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD". Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.
 Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".
 Projekt rapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".
 Projekt rapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMAL OG KONSEKVENSER".
 Projekt rapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (I)".
 1-port: lineært response og støj i fysikken.
 Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality".
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE". Nr. 24 a+b er p.t. udgæet.
 a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale.
 Projekt rapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodul/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".
 En projekt rapport og to artikler.
 Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS".
 Helge Kragh.
- 28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".
 Projekt rapport, speciale i fysik, af Gert Kreinøe.
 Vejleder: Niels Boye Olsen.

- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentialligningsmodeller".
 Projekt rapport af Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.
 Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".
 Oluf Danielsen.
 Nr. 30 er udgæet.
 Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærer-nes forlag.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MENGDALERE".
 Projekt rapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.
 Vejleder: Stig Andur Pedersen.
 Nr. 31 er p.t. udgæet
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER OG MOSSBAUER-EFFEKTMÅLINGER".
 Projekt rapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og Preben Jensen.
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".
 Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".
 ENERGY SERIES NO.1.
 Bent Sørensen.
 Nr. 34 er udgæet.
 Publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment", Tycoon International Press, Dublin, 1981.
- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
 Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
 Fire artikler.
 Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
 ENERGY SERIES NO.2.
 Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
 Projekt rapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
 Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
 Nr. 38 er p.t. udgæet
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VEKSTOKONOMIEN".
 Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
 Projekt rapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
 Vejleder: Per Norgaard.
 Nr. 40 er p.t. udgæet
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
 ENERGY SERIES NO.3.
 Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
 Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
 2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
 ENERGY SERIES NO.4.
 Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
 Projekt rapport af Niels Thor Nielsen.
 Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
 Projekt rapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
 Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BÅRSEBACK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
 ENERGY SERIES NO.5.
 Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
 Projekt rapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
 Projekt rapport af Preben Nørregaard.
 Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
 ENERGY SERIES NO.6.
 Rapport af Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".
 Projekt rapport af Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
 Bernhelm Booss & Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
 Arne Jakobsen & Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FATHOMES DEGLAUCH" - A Philosophical Analysis of its Subject-Matter and Methods.
 Stig Andur Pedersen & Johannes Witt-Hansen.

- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En bibliografi.
Else Høyrup.
- 56/82 "ÉN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET" -
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger
over spredning af dyr mellem småbiotoper i
agerlandet.
Projektrapport af Per Hammershøj Jensen &
Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE" - et eksempel.
Projektrapport af Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og
Preben Norregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION", som et eksempel på
en naturvidenskab - historisk set.
Projektrapport af Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og
Jørgen Vogélius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde
Universitetsbibliotek.
En bibliografi. 2. rev. udgave
Else Høyrup
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO
ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8
David Crossley & Bent Sørensen
- 64/83 "VON MATHEMATIK UND KRIEG".
Bernhelm Booss og Jens Høyrup
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af Per Hedegård Andersen, Kirsten
Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos,
Else Marie Pedersen, Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss & Klaus Grünbaum
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I
ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af Hanne Lisbet Andersen, Ole
Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen
- Vedr. tekst nr. 55/82:
Se også tekst 62/83.
- 67/83 "ELIPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR
PROGRAMMERING?"
Projektrapport af Lone Biilmann og Lars Boye
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK"
- til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af Lise Odgård Gade, Susanne Han-
sen, Michael Hviid, Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer
Albert Chr. Paulsen
- 70/83 "INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMA-
TIK PÅ VOKSUNDERSVINGSNIVEAU"
Projektrapport af Hanne Lisbet Andersen, Tor-
ben J. Andreasen, Svend Age Houmann, Helle
Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn
Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum & Anders H. Madsen
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Karin Beyer, Susanne Blegaa, Birthe Olsen,
Jette Reich & Mette Vedelsby
- 72/83 "VERDEN IFOLGE PEIRCE" - to metafysiske
essays, om og af C.S. Peirce.
Peder Voetmann Christiansen
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt
ENERGY SERIES No. 9
Specialeopgave i fysik af
Bent Hove Jensen
Vejleder: Bent Sørensen
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om vi-
denskabeliggjort teknologi og nytten af at
lære fysik
Projektrapport af Bodil Harder og Linda Szko-
tak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C.
Jørgensen
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering
Projektrapport af Morten Blomhøj, Klavs Fris-
dahl, Frank Mølgård Olsen
Vejledere: Mogens Brun Heefelt & Jens Bjerneboe
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringsvar indkaldt
af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens
rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af Niels Boye Olsen og Bent Sørensen
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske mo-
deller
Projektrapport af Svend Age Houmann, Keld Niel-
sen, Susanne Stønder
Vejledere: Jørgen Larsen & Jens Bjerneboe

78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I
AMORFT GERMANIUM"

Specialrapport af Hans Hedal, Frank C. Lud-
vigsen og Finn C. Physant

Vejleder: Niels Boye Olsen

ISSN 0106-6242