# TEKST NR 70 1983

INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK
PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU

af

Hanne Lisbet Andersen
Torben Jens Andreasen
Svend Åge Houmann
Helle Glerup Jensen
Keld Fl. Nielsen
Lene Vagn Rasmussen

Vejledere:

Klaus Grünbaum
Anders Hede Madsen

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, 4000 Roskilde

INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU

af Hanne L. Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene V. Rasmussen

Vejledere: Klaus Grünbaum & Anders H. Madsen

IMFUFA tekst nr. 70/83, RUC. 116 sider. ISSN 0106-6242

---

Abstract

Det er projektets mål at afdække formidlings- og indlæringsproblemer i matematikundervisningen med særligt henblik på voksenundervisningen på forberedelseskurser, og vi har valgt følgende tre indfaldsvinkler til belysning af problemets karakter: Abstraktion, sproglige barrierer og ydre rammer.

Abstraktion: En belysning af hvordan abstraktionsniveauet påvirker indlæringssituationen og kan medføre, at mange kursister blokerer over for undervisningen.

Sproglige barrierer: En belysning af sprogets funktion i undervisningen og en behandling af hvorvidt det specifikt matematiske sprog danner barrierer mellem kursist og underviser og lærestoffet i det hele taget.

Ydre rammer: En kort præsentation af de samfundsmæssige rammer for undervisningen og en skitsering af disse rammers påvirkning af undervisningen.

Vi er af den opfattelse, at disse tre områder kan belyse nogle af årsagerne til, at kursisterne griber til en instrumentel indlæring af det matematiske stof. Herved bliver instrumentalisme et centralt begreb i projektet.

Projektets titel:

INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU.

Deltagere:

HANNE LISBET ANDERSEN
TORBEN JENS ANDREASEN
SVEND ÅGE HOUMANN
HELLE GLERUP JENSEN
KELD NIELSEN
LENE VAGN RASMUSSEN

Vejledere:

KLAUS GRÜNBAUM
ANDERS HEDE MADSEN

Afsnit i parentes er slettet i denne reviderede udgave. Specielt interesserede kan konsultere den originale rapport, som forefindes på nat/fag-salen på RUC under opstillingssignaturen OB A 81/82: 131.



INDHOLDSFORTEGNELSE.

# I. INDLEDNING



## 1.1. UDGANGSPUNKT.

### Præsentation af gruppen.

Vi var seks mennesker, der alle startede på matematik-OB i september 1981, og vi kendte lidt eller intet til hinanden. Netop fordi vi var nye, fandt vi sammen om at lave et projekt, og undgik derved - som alternativet var - at indgå i allerede igangsatte projekter.

Vi kom med vidt forskellig baggrund. To kom fra den naturvidenskabelige basisuddannelse, tre kom fra Københavns Universitet med et hovedfag og en var blevet optaget på OB med en læreruddannelse.

### En foreløbig problemformulering.

Vi enedes om, at vores projekt skulle have følgende problemformulering: "Formidlingsproblemer i matematikundervisning af voksne mennesker ved skift fra et undervisningsniveau til et andet".

Dette kræver en forklaring. Nogle af os var, og er stadig tilknyttet voksenundervisning på forberedelseskurser. Af egen erfaring og ved samtaler med lærere på disse kurser var vi klar over, at der var nogle mærkbare overgange ved skift fra et niveau til et andet, hvad angår matematikundervisningen. For os at se var det et spændende og tilsyneladende uberørt problem at tage fat på. Vi ville koncentrere os om voksenundervisningen, fordi vi mente (og stadig mener), at dette er et forsømt område i uddannelsessystemet - både mht. lærere, der hovedsageligt er uddannede mhp. at undervise de 16-19 årige og mht. lærebøger, der ligeledes primært skrives med henblik på ungdomsuddannelserne.

Ved at lade dette være udgangspunkt for vort arbejde, så vi en oplagt mulighed for at integrere den pædagogiske dimensions 1. og 2. interne prøve samt 30-timers praktikken i projektet.

Den foreløbige problemformulering forlades efterhånden.

Der kan blive niveauskifteproblemer specielt på forberedelseskurser, hvor en kursist kan gennemgå et undervisningsforløb fra Folkeskolens Afgangsprøve over Folkeskolens udvidede Afgangsprøve og HF fællesfag til HF fællesfag, og problemet opstår, fordi undervisningen på disse niveauer retter sig efter forskellige formålsparagraffer.Der kan opstå niveauskifteproblemer, når en elev går fra folkeskoleniveau til gymnasie- eller HF-niveau med spring fra en lærergruppe til en anden. Lærer- og elevgruppen kan derfor komme ud i såvel sociale som faglige kommunikationsvanskeligheder.

Niveauskifteproblemet kan også tolkes som det problem, der kan opstå, når der skiftes fra et fagligt niveau til et andet med deraf følgende større krav til abstraktionsevne. "Springes der for tidligt?"

I oktober måned udsendte vi spørgeskemaer til kursisterne på

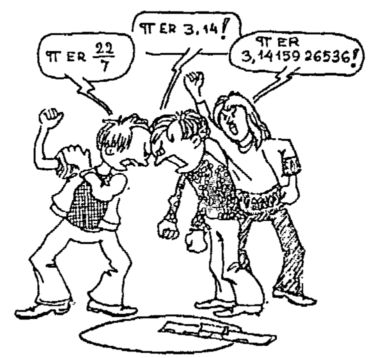
ber måned udsendte vi spørgeskemaer til kursisterne på Forberedelseskurset i Roskilde. Disse spørgeskemaer udarbejdede vi først og fremmest med henblik på at få et foreløbigt billede af matematikundervisningen og af matematikkursister på forberedelseskurser. Efter at have fået de udfyldte spørgeskemaer tilbage gik vi oplivede til IMFUFA -seminar om vores projekt. På dette seminar blev det imidlertid klart for os, at det ville blive meget vanskeligt at finde afsøgningsmetoder, der kunne skelne mellem gene-



relle formidlingsproblemer i matematik i voksenundervisningen og specifikke niveauskifteproblemer, og vi måtte se i øjnene, at niveauskifteproblematikken af de nævnte årsager måtte forlades, til trods for at vi mente, og stadig mener, at fænomenet er spændende og uudforsket.

En ny problemformulering ta'r form.

Det viste sig heldigvis, at ikke alt vort hidtidige arbejde var spildt. Vi var i vore indledende studier i høj grad blevet inspirerede af Ole Skovsmose. Ole Skovsmose har i sine Didaktiske arbejdspapirer taget udgangspunkt i de legitimeringsproblemer, som han er stødt på i sin egenskab af matamatiklærer, og han behandler bl.a. fagkritikkens rolle i lyset af den kritiske pædagogik og fremdrager endvidere eventuelle alternativer i matematikundervisningen. Stig Mellin-Olsens instrumentalisme-begreb var anvendeligt i vores videre indkredsning af problemernes karakter. Stig Mellin-Olsen definerer instrumentalisme, som den indlæringsstrategi, der bevirker, at eleverne tilegner sig stoffet uden at være interesseret i, hvad det er, de lærer (Mellin-Olsen,1977,s.9).



Da vi midt i november måned havde observeret matematikundervisningen på forskellige niveauer på Forberedelseskurset i Roskilde, følte vi os overbeviste om, at denne indlæringsstrategi også var meget benyttet blandt de voksne kursister.

Da det for os synes uacceptabelt, at nogen kursist tilegner sig matematik på denne måde, besluttede vi os til at beskæftige os med begrebet instrumentalisme. For overhovedet at få en mulighed for at undgå denne indlæringsform, må man som lærer gøre sig klart, hvad årsagen er, til at eleverne reagerer på denne måde. Ved lange samtaler og gruppemøder fandt vi frem til tre for os at se væsentlige årsager til instrumentalisme, nemlig : abstraktion, sproglige barrierer og ydre rammer.

## 1.3. PROBLEMFORMULERING.

Det er projektets mål at afdække formidlings- og indlæringsproblemer i matematikundervisningen med særligt henblik på voksenundervisningen på forberedelseskurser, og vi har valgt følgende tre indfaldsvinkler til belysning af problemets karakter: Abstraktion, sproglige barrierer og ydre rammer.

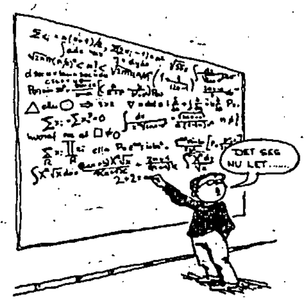
| | |
|---|---|
| Abstraktion: | En belysning af hvordan abstraktionsniveauet påvirker indlæringssituationen og kan medføre, at mange kursister blokerer over for undervisningen. |
| Sproglige barrierer: | En belysning af sprogets funktion i undervisningen og en behandling af hvorvidt det specifikt matematiske sprog danner barrierer mellem kursist og underviser og lærestoffet i det hele taget. |
| Ydre rammer: | En kort præsentation af de samfundsmæssige rammer for undervisningen og en skitsering af disse rammers påvirkning af undervisningen. |



Vi er af den opfattelse, at disse tre områder kan belyse nogle af årsagerne til, at kursisterne griber til en instrumentel indlæring af det matematiske stof. Herved bliver instrumentalisme et centralt begreb i projektet.

Vi har søgt at afdække de skitserede problemstillinger ved at undersøge matematikundervisningen for voksne på forberedelseskurset i Roskilde (FIR). Problemstillingerne er derfor centrerede omkring voksenundervisningen og indlæringen hos voksne.

Perspektiverne på længere sigt er, at vi som kommende matematiklærere arbejder med mulighederne for at tilrettelægge en undervisning, hvor de problemer, som vi har påpeget, vil blive mindsket.



II. FORBEREDELSESKURSER



## 2.1 HISTORISK RIDS.

### Oprettelsen af eksamensforberedende kurser

I slutningen af 50'erne satte en økonomisk højkonjuktur ind. Kort fortalt førte dette til, at der blev brug for mere arbejdskraft i industrien og specielt i den offentlige sektor. Samtidig blev der indført mere teknik i industrien. Disse forhold var medvirkende til, at der skete en forandring af kvalifikationskravene til arbejdskraften. Disse var både faglige og holdningsmæssige (socialiserende kvalifikationer). F.eks. "...stilledes (der)...øgede krav om pålidelighed, loyalitet og ansvarlighed, dels på arbejdspladserne...og dels i samfundet i almindelighed..." (K. Illeris, 1981, side 47).

I 1958 oprettedes de første tekniske forberedelseskurser, og dette skal bl.a. ses som en konsekvens af det nye behov for en bedre teknisk kvalificeret arbejdskraft. På disse kurser kunne voksne modtage undervisning i fagene dansk, regning, matematik, naturlære, engelsk og for en del kursister også tysk. Kurset varede 2 år, og kursisterne skulle afslutte alle fag med en eksamen. Uddannelsen sigtede på videreuddannelse inden for mellemteknikeruddannelser.

De tekniske forberedelseskurser var et brud med den tidligere voksenundervisning, idet den hidtidige fritidsundervisning byggede på et princip om eksamensfri undervisning.

### Udviklingen inden for forberedelseskurserne

I 1960 kom den prøveforberedende voksenundervisning ind under aftenskoleloven som forsøgsordning. Det første år deltog ca. 700 kursister i undervisningen. Deltagerantallet steg frem til 1968 forholdsvis langsomt. Netop i dette år skete der væsentlige forandringer af forberedelseskurserne. For det første ophørte den prøveforberedende voksenundervisning med at fungere som forsøgsundervisning. Dette skete ved indlæggelse under fritidsloven. For det andet indførtes enkeltfagsordningen. Dette betød, at kursisterne ikke længere behøvede at følge alle fag på en gang og i en bestemt rækkefølge. Ligeledes behøvede kursisterne ikke at tage eksamen i alle fag. Der blev samtidig indført nye fag på forberedelseskurserne, nemlig orientering, skrivning med blanketudfyldning, maskinskrivning, regnskabsføring og den lille latinprøve.

En konsekvens af enkeltfagsordningen var, at undervisningen ikke længere rettedes direkte mod mellemtekniker-uddannelser, men også kunne fungere som suppleringskurser. Enkeltfagsordningen bevirkede en kraftig stigning i deltagerantallet fra i 1967 at være 1.500 til i 1974 at være 25.000 kursister på FA/FUA (se også tabel 1).

I efteråret 1970 iværksattes på forsøgsbasis undervisning i enkelte fag til højere forberedelseseksamen (HF). Formålet med dette forsøg var at kortlægge behovet for en sådan undervisning. Der viste sig at være stor interesse for at følge HF med denne enkeltfagsordning.

| Udviklingen i antallet af fagelever på forberedelseskurserne gennem de sidste år (1) | | | |
|---|---|---|---|
| 9./10. klasse | | HF | |
| skoleår | antal fagelever | skoleår | antal fagelever |
| 1973-74 | ca. 46.000 | 1973-74 | ca. 10.400 |
| 1974-75 | ca. 46.000 | 1974-75 | ca. 14.700 |
| 1975-76 | ca. 56.000 | 1975-76 | ca. 22.700 |
| 1976-77 | ca. 60.000 | 1976-77 | ca. 25.000 |

TABEL 1

(1) Cit.: "Bemærkninger til lov nr. 305 af 8. juni 1977"



Indtil 1974 havde oprettelsen af forberedelseskurser ikke været underlagt en central planlægning. Enhver kunne ved opfyldelse af gældende regler oprette et forberedelseskursus. Der krævedes dog, at mindst 10 meldte sig til kurset. Men fra 1974 overgik planlægningen til amterne. Enhver amtskommune skulle herefter oprette kursuscentre for prøveforberedende voksenundervisning i folkeskolens prøver og HF. (Bemærkninger til lov nr. 305 af 8. juni 1977).

Efter den nye folkeskolelovs ikrafttræden i 1976 ændredes forberedelseskursernes 9. og 10. klasse niveau. De tidligere eksaminer blev erstattet af folkeskolens afgangsprøve (FA) og folkeskolens udvidede afgangsprøve (FUA). I samme forbindelse blev kursusloven vedtaget, og derved blev den prøveforberedende undervisning til et selvstændigt lovområde fra den 1. august 1978 (lov om prøveforberedende enkeltfagsundervisning m.v. for voksne, lov nr. 305 af 8. juni 1977).

<u>Nugældende regler for forberedelseskurser</u>

Loven for forberedelseskurserne fra 1977 er stadig gældende. Denne lov betød bl.a., at indmeldelsesgebyr og betaling af undervisningsmateriale bortfaldt. Tidligere skulle kursisterne nemlig selv forestå disse udgifter.

Enhver amtskommune skal oprette og drive kurser med undervisning for voksne med følgende fag:

"1. Undervisning til folkeskolens afgangsprøve og udvidede afgangsprøve i fagene dansk, regning/matematik, engelsk, tysk, fysik/kemi, latin, fransk og maskinskrivning.

2. Undervisning i fagene historie, geografi, biologi og samtidsorientering svarende til undervisning på folkeskolens ældste klassetrin.

3. Undervisning i de fag, der indgår eller kan

indgå i højere forberedelseseksamen."

(Cit.: Bekendtgørelse om prøveforberedende enkeltfagsundervisning m.v. for voksne nr. 273 af 19. maj 1978)

Undervisningen kan tilrettelægges på alle ugens dage både i dag- og aftentimerne. På hvert hold skal der være optaget mindst 12 deltagere. Alle over 18 år kan starte på et enkeltfagskursus, hvis de opfylder følgende krav:

"§6 For at kunne deltage i undervisning efter §3, stk. 3 (folkeskolens udvidede afgangsprøve), skal deltageren have fulgt undervisningen i det pågældende fag (dansk, regning/matematik, engelsk, tysk og fysik/kemi) på 9. klassetrin i grundskolen eller på anden måde have erhvervet sig grundlag for at følge undervisningen.

Stk. 2. For at kunne deltage i undervisning efter §4 (højere forberedelseseksamen) skal deltageren have kundskabsmæssige forudsætninger svarende til, hvad der er gældende ved optagelse på kursus oprettet i henhold til lov om højere forberedelseseksamen."

(Bemærkningerne i parenteserne er vores)

(Cit.: Bekendtgørelse om prøveforberedende enkeltfagsundervisning m.v. for voksne nr. 273 af 19. maj 1978)

Undervisningen, der forbereder til FA og FUA, skal tilrettelægges, således at kursisten kan tage eksamen på 2 år. Tilsvarende skal undervisningen på HF-niveau tilrettelægges således, at kursisten kan tage eksamen på 3 år.

## Afsluttende bemærkninger

I de sidste år har den økonomiske krise haft kraftig indflydelse på undervisningssektoren, bl.a. i form af nedskæringer



på budgetterne. Dette har også ramt den prøveforberedende kursusundervisning, bl.a. har specielt Århus amt, Københavns amt og Storstrøms amt skåret ned i årene 1981/82 og 1982/83. Der er her blevet brugt den taktik, at man det ene år har skåret ned på HF-niveau og det næste på FA/FUA-niveau. Endvidere har man i Århus amt lavet en model, hvorefter fællesfag tilbydes på alle kurser, mens tilvalgsfag kun tilbydes på nogle kurser. Samtidig tilbydes biologi, fysik, geografi og samtidsorientering kun på enkelte kurser. Et andet forhold er, at der på FA/FUA-niveau skulle være 75% tjenestemandsansatte lærere, men der er i de fleste amtskommuner kun mellem 50 og 60%. De resterende undervisningstimer læses dels af timelærere, som er ansat på tjenestemandslignende vilkår, og dels af timelønnede lærere, som er ansat for et år ad gangen. De fleste amtskommuner har ca. 20% timelønnede lærere. Det er herved nemmere for amtskommunerne at regulere antallet af lærere på kurserne efter det antal kursister, der melder sig ved kursusårets begyndelse.

## 2. 2. INDHOLDSBESKRIVELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ FORBEREDELSESKURSER

Vi vil i det følgende beskrive matematikundervisningens indhold på de forskellige niveauer, 9. klassetrin (FA), 10. klassetrin (FUA), HF fællesfag og HF tilvalgsfag. Dette vil vi gøre ved at præsentere og kommentere de respektive undervisningsvejledninger og derved belyse nogle intentioner med matematikundervisningen. (Se kap. 6) Herved vil vi kunne få en baggrund for at vurdere, hvorledes officielle krav begrænser læreres og kursisters udfoldelsesmuligheder ved indlæring.
Vi har valgt at beskrive undervisningen på alle niveauer, og vi vil dele niveauerne op i to områder:
1. FA og FUA
2. HF-fællesfag og HF-tilvalgsfag

### Beskrivelse af FA og FUA

FA - folkeskolens afgangsprøve - kan kursister gå op til, hvis de har gennemgået det pensum, der kræves på folkeskolens 8.-9. klassetrin på grundkursus. - Det bør indskydes, at der i folkeskolen på disse klassetrin undervises kursusdelt, efter grundkursus, der fører til FA, eller efter udvidet kursus, der er en forberedelse af undervisningen på 10. klassetrin. Efter det udvidede kursus på 9. klassetrin går eleverne imidlertid til den samme FA som grundkursuseleverne.
FUA - folkeskolens udvidede afgangsprøve - kan kursisterne gå op til, hvis de har gennemgået det pensum, der kræves på folkeskolens 10. klassetrin, udvidet kursus. På dette trin er der kun udvidet kursus, og arbejdet her bygger videre på det stof, der er indlært på udvidet kursus, 8.-9. klassetrin. <u>I folkeskolen</u> har eleverne dog mulighed



for efter 10. klassetrin at gå op til folkeskolens afgangsprøve sammen med 9. klasseeleverne.

<u>De matematiske emneområder på FA og FUA</u>

<u>FA.</u> Rationale tal og reelle tal omtales, specielt kvadrat- og kubikrødder
Familieøkonomi og handelsregning
Areal og rumfang
Funktionsbegrebet ved beskrivelse af praktiske situationer, grafiske illustrationer
Reduktion af bogstavudtryk
Løsning af enkle ligninger og uligheder
Figurtegning, flytning og ligedannethed
Pythagoras' læresætning i forbindelse med trekanter i koordinatsystem
Sandsynligheder knyttet til handlinger

<u>FUA.</u> På 10. klassetrin udvidet indgår de emner, som findes på 8.-9. klassetrin udvidet. Disse er
Reelle tal
Familieøkonomi og handelsregning
Areal og rumfang
Funktionsbegrebet, herunder grafisk afbildning, definitionsmængde, værdimængde, største- og mindsteværdi, ligefrem og omvendt proportionalitet, lineære funktioner, lineære uligheder og vækst
Reduktion af bogstavudtryk
Løsning af ligninger og uligheder
Figurtegning, flytning og ligedannethed
Phytagoras' læresætning i forbindelse med trekanter i koordinatsystem
Andengradsligninger, andengradspolynomier, andengrads uligheder, simple hyperbelfunktioner
Statistik, hyppighed, frekvens, median og fraktil
Sandsynlighedsregning, bl.a. lette kombinatoriske overvejelser

"Funktioner, diagrammer, ligninger og uligheder skal have en central placering". (Se nærmere kap.6)

Sammenligning af undervisningsvejledninger for FA og FUA

Den undervisning, der foretages på forberedelseskurserne, kaldes i cirkulærerne fra undervisningsministeriet for prøveforberedende enkeltfagsundervisning m.v. for voksne til folkeskolens afgangsprøve og folkeskolens udvidede afgangsprøve m.v. Da undervisningen er prøveforberedende, vil den daglige undervisning blive præget af såvel den vejledende læseplan som af eksamensbestemmelserne, herunder også tidligere eksamensopgaver.
Af denne grund vil vi nu sammenligne læseplanen for de to niveauer, men også foretage en sammenligning af eksamensbestemmelserne. Inden da vil vi endnu en gang gøre opmærksom på, at der i læseplanerne for folkeskolen skelnes mellem grundkursus og udvidet kursus. Dette betyder for den prøveforberedende undervisning på forberedelseskurserne, at der er en væsentlig indholdsmæssig forskel på FA og FUA, idet kursisterne efter FA skal til folkeskolens afgangsprøve. Det er altså naturligt at rette sig efter læseplanen for 8.-9- klassetrin (grundkursus), mens kursisterne efter FUA skal til folkeskolensudvidede afgangsprøve og derfor skal undervises efter læseplan for 10. klassetrin (udvidet kursus).

Indholdet i læseplanerne

Lad os se på de to læseplaner - 8.-9. klassetrin (grundkursursus), i det følgende kaldt (A) og 10. klassetrin (udvidet kursus), i det følgende kaldt (B). På grund af såvel ordvalg som formulering giver de to læseplaner et forskelligt indtryk.
(A) er meget løs i sin beskrivelse af pensakrav. Som eksempler kan nævnes:"I forbindelse med problemer, hvis løsning fører til resultater, der ligger uden for det allerede kendte talområde, omtales de reelle tal" eller:



"Funktionsbegrebet indgår i undervisningen ved beskrivelse af praktiske situationer og problemer". Et andet citat kan også anføres som eksempel på den løse formulering: "Eleverne skal se eksempler på, hvorledes der kan knyttes sandsynligheder til hændelser". I (B) opremses mange flere områder, som skal dækkes ind, og flere emner, som skal behandles, jvf. vores emneliste.

Almendannende/studieforberedende undervisning

Dette tyder på, at politikerne og embedsmændene har haft meget forskellige hensigter eller formål med undervisningen på de to niveauer. FA-niveauet har en almendannende karakter - der lægges i læseplanen vægt på den praktiske anvendelse af faget - og samtidig er den udformet sådan, at de mennesker, der forlader skolen eller kurset efter FA har fået en vag og overfladisk fornemmelse af de emner, der behandles på højere niveauer, mens på den anden side indholdet i læseplan for FUA-niveau viser, at dette niveau søges gjort studie- eller professionsforberedende. Her lægges der vægt på, at der indgår bevisførelse, og at forskellige matematiske begreber bliver indlært.
Ved sammenligning af eksamensbestemmelserne vil forskellen vise sig tydeligt, i første omgang ved den store forskel, der er i prøvernes tidsmæssige omfang. FA afsluttes med en 4-timers og en 1-times skriftlig prøve (henholdsvis Problemregning og Færdighedsregning), mens FUA afsluttes med to 4-timers skriftlige og en mundtlig prøve. Forskellen på hensigterne med undervisningen dukker også frem ved de afsluttende bemærkninger i prøvekravene.:FA stk. 5 "Der stilles krav om færdighed i talbehandling og i praktisk anvendelse af fagets begreber og arbejdsmetoder". Angående FUA står det samme nævnt her, men i stk. 6 står der:" Der stilles krav om forståelse af fagets begreber og arbejdsmetoder, herunder bevisførelse".

(understregninger foretaget af os)

Beskrivelse af HF fællesfag og HF tilvalgsfag

HF - højere forberedelseseksamen - er en eksamen, den enkelte kursist delvis kan stykke sammen individuelt alt efter evner og interesser, idet en del af HF tages i nogle såkaldte tilvalgsfag. Ud over disse tilvalgsfag skal kursisterne have undervisning i en række obligatoriske fag, de såkaldte fællesfag.
En fuld HF eksamen er taget, når kursisten har været til eksamen i samtlige fællesfag og har samlet mindst 20 tilvalgspoint sammen. Disse points gives efter hvor mange ugentlige undervisningstimer,der har været i det pågældende fag. Nogle fag kan kun tages som fællesfag, nemlig dansk, religion, historie og geografi, nogle kun som tilvalgsfag, nemlig fysik, kemi, psykologi og 3.fremmedsprog; og andre igen kan tages både som fælles- og tilvalgsfag. Matematik er et af disse sidstnævnte fag. Det betyder med andre ord, at alle, der ønsker en fuld HF eksamen, skal have gennemgået matematik fællesfag, og derudover er der mulighed for at tage matematik som tilvalgsfag. Formelt er det ikke et krav, at fælleseksamen skal være taget, før man kan melde sig til tilvalgsfaget, men reelt er det nødvendigt at have været igennem fællesfaget, idet der til tilvalgseksamen kan stilles spørgsmål i fællesfagspensum. Endeligt skal det nævnes, at matematik tilvalgsfag giver 11 point- af de 20 krævede - idet fællesfag er på 5 ugentlige undervisningstimer, og tilvalgsfag er på 6.

HF-fællesfag

Begreber fra mængdelære og logik; kombinatorik
Funktionsbegrebet
Specielle funktioner; grafisk fremstilling
Deskriptiv statistik
Sandsynlighedsregning; statistik
Frie timer, ca. 20 timer til uddybning eller til samarbejde med andre fag



HF-tilvalgsfag

Elementære funktioner
Sandsynlighedsregning
Infinitesimalregning

Sammenligning af bekendtgørelserne for HF fællesfag og HF tilvalgsfag

Vender vi os nu mod bekendtgørelsen om HF eksamen, viser den samme for os besynderlige forskel sig i hensigten med undervisningen på de to niveauer. Allerede i formålsparagrafferne er det tydeligt, at hensigten med undervisningen i fællesfag er at "almentdanne" : "Formålet med undervisningen er, at de studerende opnår nogle matematiske kundskaber, som kan være dem til nytte i andre fællesfag, i deres øvrige dagligdag, samt at de får indtryk af matematisk metode og tankegang." At hensigten med tilvalgsfag er at studieforberede, er der ingen grund til at uddybe nærmere, det er nok at citere:"Formålet med undervisningen er, at de studerende opnår en sådan indsigt og et sådant kendskab til fundamentale matematiske begreber, metoder og tankegange, at de får det faglige grundlag for at gennemføre videregående uddannelse, der anvender matematik. (understregninger foretaget af os)

I indholdskravene træder forskellen tydeligst frem ved behandling af funktioner. For fællesfags vedkommende stilles der kun krav om kendskab til ganske få funktioner, nemlig: lineær funktion, stykkevis lineær funktion, eksponentialfunktion, eksempler på funktioner, fastlagt ved tabeller, og det må tilføjes, at det er den grafiske fremstilling af disse, der lægges vægt på. I tilvalgsfag derimod stilles krav om undervisning i mange forskellige funktioner: Polynomier i én variabel, brudne rationale funktioner af én variabel, eksponentialfunktioner, logaritmefunktioner, potensfunktioner, trigonometriske funktioner. Endvidere er differential- og integralregning en væsentlig del af tilvalgspensum.

Sammenfatning

Formålet med undervisningen på de fire niveauer, der undervises på i matematik på forberedelseskurserne, varierer. Dette forhold giver sig klart til kende i den daglige undervisning i faget på disse efterhånden mange kurser landet over.

Den kursist, der starter på FA-niveau, og som ønsker at afslutte med HF tilvalgsfag og derfor som den mest brugte vej skal igennem FUA og HF fællesfag, får ikke et kontinuert forløb i sin matematikundervisning, men bliver derimod udsat for et skiftevis almentdannende og studieforberedende mål med undervisningen.



## 2. 3. KURSISTER PÅ FORBEREDELSESKURSER

En forudsætning for at kunne undersøge og behandle indlæring er at danne sig et overblik over, hvilke grupper mennesker det er, der følger undervisningen. Det vil vi gøre i dette afsnit, idet vi har benyttet en undersøgelse, foretaget af Lars Carpens og Kim Mørch Jacobsen og beskrevet i deres bog "Rekrutteringen til fritidsundervisningen for voksne i Danmark", 1976, s.111 f.f. Samtlige tabeller er fra denne undersøgelse, der blev gennemført som spørgeskemaundersøgelse i perioden 9. september til ca. 13. september 1974. D.v.s. at undersøgelsen er 8 år gammel, men det har ikke været os muligt at finde en undersøgelse af nyere dato. Den gennemførtes på 30 tilfældigt udvalgte forberedelseskurser i Danmark på et tilfældigt udsnit af samtlige hold på disse kurser. Ud af 2401 personer, der modtog spørgeskemaerne, kom der svar fra 2355 personer.

Vi vil se nærmere på fire fordelingsmåder

1. Kønsfordeling
2. Aldersfordeling
3. Fordeling efter social status
4. Revalidenter, som en speciel gruppe af kursister (nu §42)

Kønsfordeling

En opdeling af kursisterne efter køn viser, at kvinderne er i overtal. Fordelingen viser sig at være nogenlunde den samme på alle niveauer, nemlig 45 % mænd og ca. 55 % kvinder. (Tabel 2.1)

TABEL 2. 1 Deltagerne på 9., 10. og HF niveau procentvis fordelt efter køn

| | 9 | 10 | H.F. | Total |
|---|---|---|---|---|
| Mænd | 44 % | 46 % | 42 % | 45 % |
| Kvinder | 56 % | 54 % | 58 % | 55 % |
| Pct. ialt | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % |
| n | 1019 | 761 | 575 | 2355 |
| uoplyst | 0,2 % | 0,1 % | 0,1 % | |

C.J. s.111

En medvirkende årsag til den konstaterede kønsfordeling kan være, at færre kvinder end mænd pr. tradition får en erhvervsuddannelse - "53 % af mændene over 15 år har taget en erhvervsuddannelse imod 35 % af kvinderne over 15 år". (Kilde: Dansk Data Arkiv. Indsamlet af Danmarks Statistik og Socialforskningsinstituttet i 1972. Citeret i C.J.s. 143).
Sammenholdes køns- og aldersfordeling , fremgår det, at blandt forberedelseskursernes kursister over 30 år udgør kvinderne et bastant flertal, mens kønsfordelingen blandt kursister under 30 år er næsten lige.
212 af de 2355 adspurgte var husmødre, og en del af gruppen kvinder over 30 år må antages at være identiske med husmødrene. Hjemmearbejdende kvinder over 30 år udgør en gruppe, der, når børnene er blevet store, mener det forsvarligt for familielivet at arbejde uden for hjemmet. Ofte har disse kvinder ingen erhvervsuddannelse og en kort skoleuddannelse.
Ganske vist deltager flere kvinder end mænd i undervisningen, men til gengæld har mændene procentvis flere timer end kvinderne.

TABEL 2. 2 Deltagerne procentvis fordelt på køn efter 6 undervisningsintervaller

| | Mænd procentvis fordelt efter antal | Kvinder procentvis fordelt efter antal |
|---|---|---|
| 0 - 6 timer | 8 % | 13 % |
| 7 - 12 timer | 7 % | 14 % |
| 13 - 18 timer | 8 % | 12 % |
| 19 - 24 timer | 18 % | 16 % |
| 25 - 30 timer | 21 % | 19 % |
| over 30 timer | 38 % | 26 % |
| Ialt | 100 % | 100 % |

( vore beregninger )

77 % af mændene har 19 timer eller derover mod 61 % af kvinderne. Undersøgelsen viser også, at 68 % af deltagerne har over 19 undervisningstimer, og undervisningen må



for disse kursister være at betragte som et fuldtidsjob.

Aldersfordeling

Man skal være fyldt 18 år for at blive optaget på et forberedelseskursus, mens der ikke er nogen øvre aldersgrænse. Størsteparten - 91 % - af kursisterne er dog under 40 år, og det ses af tabel 2.3, at de fire grupper: under 20 år, 20-24 år, 25-29 år og 30-39 år er procentvis næsten lige store med gruppen 20-24 år som den største. Det er tilsyneladende de yngre, en del endnu ikke etablerede m.h.t. job, familie o.s.v., der søger om- og videreuddannelse, mens de ældre åbenbart er vanskelige at få fat i, hvad angår den livslange uddannelse.
Aldersfordelingen er ikke ens på de forskellige undervisningsniveauer.

TABEL 2. 3 Forberedelseskursusdeltagerne for hvert undervisningsniveau procentvis fordelt efter alder

| | 9 | 10 | H.F. | Ialt +) |
|---|---|---|---|---|
| over 50 år | 1 % | 2 % | 4 % | 2 % |
| 40 - 49 år | 6 % | 6 % | 8 % | 7 % |
| 30 - 39 år | 24 % | 23 % | 19 % | 23 % |
| 25 - 29 år | 22 % | 18 % | 22 % | 21 % |
| 20 - 24 år | 26 % | 26 % | 31 % | 27 % |
| under 20 år | 21 % | 25 % | 16 % | 20 % |
| Pct.ialt | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % |

+) vores tilføjelse.

(C.J. s.113)

n = 2355
uoplyst: 2 % af n
De 6 aldersintervaller er ikke lige store.

Den helt unge gruppe - under 20 år - er størst på 9. og 10. klasseniveau og mindre på HF niveau. Dette kunne tyde på, at en del helt unge søger forberedelseskurserne for at forbedre deres afgangsprøver fra folkeskolen, mens de helt unge, der ønsker HF undervisning, foretrækker de ordinære 2-årige HF kurser, som ikke findes på forberedel-

seskurserne.
Gruppen 20 - 24 år er derimod større på HF niveau.
Endeligt er gruppen 30 - 39 år størst på folkeskoleniveau. Denne gruppe er typisk mennesker, der kun har haft 7 års skolegang, og som på et tidspunkt får behov for en større viden, et behov, der kan opstå ved arbejdsløshed, ved lyst til videreuddannelse, evt. ved at der er brug for at yde børn hjælp med lektier, eller ved at arbejdspladsen, mere eller mindre direkte udtalt, stiller krav om større viden.
Undersøgelsen viser desuden, at der er forskelle i aldersfordelingen, når man skelner mellem de to køn. Således er kvinderne langt i overtal i grupperne fra 30 år og opefter (ca. 70 %), mens fordelingen i de øvrige aldersgrupper er nogenlunde ens.

## Fordeling efter social status

Der inddeles i 5 socialgrupper, således at gruppe 1 er den højeste og gruppe 5 den laveste. Indholdet af de 5 grupper er nærmere omtalt i Erik Jørgen Hansen: Afgangen fra skolesystemet før det 11. skoleår.
Undersøgelsen viser, at samtlige socialgrupper er repræsenteret på forberedelseskurserne, og fordelingen svarer til fordelingen inden for den voksne mandlige erhvervsaktive befolkning, hvis man fordeler efter faders sociale status.
En noget anden fordeling iagttages ved fordeling efter "egen sociale status".



TABEL 2. 4 Deltagere i 5 aldersintervaller procentvis fordelt på 5 socialgrupper efter "egen" sociale status

| Socialgruppe | over 50 år | 40-49 år | 30-39 år | 25-29 år | 20-24 år | Den voksne mandlige befolkning |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - % | - % | 1 % | - % | - % | 4 % |
| 2 | 13 % | 12 % | 5 % | - % | - % | 11 % |
| 3 | 30 % | 26 % | 19 % | 9 % | 2 % | 29 % |
| 4 | 44 % | 41 % | 42 % | 45 % | 23 % | 30 % |
| 5 | 13 % | 23 % | 33 % | 46 % | 75 % | 26 % |
| Pct.ialt | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % | 100 % |
| n = 1718 | | | (C.J. s.116 og s.132) | | | |

Her bemærkes, at de ældre aldersklasser tilhører en højere socialgruppe end de yngre. I aldersklassen over 24 år ses socialgruppe 4 kraftigst repræsenteret. Der er 42 % i denne gruppe, et højt tal. Kun 30 % af den voksne mandlige befolkning er i socialgruppe 4.
212 deltagere kunne ikke statusplaceres efter egen arbejdsstilling, da de var husmødre uden lønnet erhvervsarbejde. De blev fordelt efter ægtefælles/samlevers sociale status. En opgørelse viser, at 30 % af de 212 kursister er i socialgruppe 1 og 2, hvilket tyder på, at forberedelseskurserne bliver søgt af en del tidligere hjemmearbejdende kvinder fra højere sociale lag.

## Revalidenter

Ca. hver femte kursist modtager økonomisk støtte ifølge bistandslovens § 42 (tidligere revalideringen).
Aldersmæssigt fordeler revalidenterne sig anderles end kursisterne som helhed. De allerfleste (85 %) er i gruppen 20 - 40 år mod 68 % i den totale opgørelse. Den væsentligste årsag til denne forskel er, at kun 9 % af revalidenterne er under 20 år.
Kønsfordelingen blandt revalidenterne svarer heller ikke helt til kønsfordelingen blandt kursisterne taget under

et, hvor 55 % var kvinder og 45 % mænd. Blandt revalidenterne er mændene i overtal - 60 % - mens kvindernes andel kun udgør 40 %.

Sammenfatning

Denne undersøgelse viser, at forberedelseskurserne har et elevklientel med meget stor spredning, både hvad angår alder, social status og intentioner med undervisningen. Desuden er der en overvægt af kvindelige kursister på kurserne.
De mennesker, der følger undervisningen, er i alderen fra 18 år til et sted i 70'erne, idet dog 91 % er i alderen fra 18 år til 40 år. Samtidig bemærkes det, at størsteparten af de ældre årgange er kvinder. Det betyder, at forberedelseskurserne bliver søgt både af unge mennesker, der netop har forladt skolen, og af modne mennesker, der måske ikke har modtaget undervisning i de sidste 20 - 30 år.
Spredningen i social status viser, at det er mennesker med vidt forskellig økonomisk baggrund, der sættes sammen i en undervisningssituation. Det kan være arbejdsløse, det kan være velstillede, tidligere hjemmearbejdende husmødre, og det kan være økonomisk dårligt stillede, der måske søger at nå et højere trin på den sociale rangstige. Endelig er en stor gruppe - ca. 20 % - af kursisterne under bistandslovens § 42, d.v.s. mennesker fra alle socialgrupper, der af fysiske eller psykiske årsager ikke længere kan passe deres arbejde og derfor får økonomisk bistand til at gennemføre en uddannelse.
Endelig viser det sig, at ikke alle kursister har samme mål med undervisningen. 68 % har over 19 timer, og det må for de flestes vedkommende være de kursister, der ønsker hurtigt at få en eksamen for at komme videre i uddannelsessystemet. I denne gruppe er mændene procentvis i overtal. De resterende 30 % har fra 0 - 18 timer. I denne gruppe befinder sig mennesker, der følger undervisningen som en form for fritidsbeskæftigelse - arbejdsløse, der



ikke må overskride et timetal på 12, og en del kvinder, der "tillader" sig at være uden for hjemmet nogle få timer, men uden at det går ud over familien.

# III. PRÆCISERING AF BEGREBERNE ABSTRAKTION, SPROGLIGE BARRIERER, YDRE RAMMER OG INSTRUMENTALISME.



## 3.1 ABSTRAKTION.

Vi vil i det følgende beskæftige os med dannelsen af begreber i forbindelse med et individs indlæring og udvikling, og specielt fokusere på den del af begrebsdannelsen, der skal ses i sammenhæng med abstraktion. Vi vil gøre dette ud fra tre synsvinkler ; én synsvinkel, der nærmere betragter den strukturelle sammenhæng mellem begreber bl.a. i form af abstraktionsniveauer, én synsvinkel, der tager udgangspunkt i begrebernes dynamiske udvikling hos individet og én synsvinkel, der fokuserer på matematikundervisningen.

### Indledning.

#### Konkret-abstrakt.

Udgangspunktet for præcisering af abstraktion tager vi i modsætningsparret ; konkret - abstrakt. Modsætningen mellem disse kendes fra den daglige brug af ordene. Vi har i nedenstående skema samlet væsentlige betydninger af ordene konkret og abstrakt.

| KONKRET | ABSTRAKT |
|---|---|
| Sanseligt | Tænkt |
| Håndgribeligt | Uhåndgribeligt |
| Virkeligt eksisterende | Uden direkte forbindelse med virkeligheder |
| Tingsligt | Begrebsmæssigt |
| Specielt | Alment |

Vi har ud fra ovebstående skema opdelt opfattelserne af ´konkret´ og ´abstrakt´ i to grupper :

1. Tingsligt - begrebsmæssigt.
Det ´konkrete´ er eksisterende i den omgivne virkelighed. Det kan erfares af individet, mens det ´abstrakte´ er noget tænkt. Det ´abstrakte´ er altså knyttet til individets tankeproces, i dennes forsøg på at få en sammmenhæng i erfaringerne. Som eksempel kan nævnes, at nogle bestemte gule tulipaner og røde roser vil være ´konkrete´, mens begreberne ´farve´ og ´plante´ er ´abstrakte´.

2. Specielt - alment.
Det ´konkrete´ er specielt, mens det ´abstrakte´ er alment, overordnet. Forskellen mellem det ´konkrete´ og det ´abstrakte´ er, at de er på forskellige abstraktionsniveauer, således at det ´konkrete´ er på et lavere abstraktionsniveau end det´abstrakte´.

Begrebsdannelse og abstraktion.

Vi vil her komme med nogle indledende overvejelser omkring begrebsdannelse hos individet.

Ved begrebsdannelse forstår vi den proces, hvorved personen opstiller et begreb ud fra nogle erfaringer. Af den første inddeling mellem ´konkret´ og ´abstrakt´ kunne man få den forestilling, at denne proces var af en meget statisk karakter, hvor individet bare systematiserer sine erfaringer til et begreb. Dette mener vi vil være en meget forenklet opfattelse af begrebsdannelsen. Tværtimod opfatter vi denne, som en meget dynamisk proces ; de erfaringer, som personen gør er kraftigt influeret af de tankeforestillinger og begreber, som personen i forvejen har dannet, mens de erfaringer, som personen er påvirket af har en altafgørende indvirkning på den begrebsdannelse personen foretager:

Individets erfaringer og oplevelser ⟶ / ⟵ Individets begreber,forestillinger og fortolkninger



Disse to "planer" i individet vekselvirker med hinanden bl.a. gennem individets handlinger.

Men hverken individets erfaringer eller de begreber individet danner eksisterer i et socialt tomrum. Personens erfaringer er en konsekvens af dennes vekselvirkning med sine omgivelser. De fleste begreber, personen skal danne, er udviklet igennem en historisk og social proces, og beherskelsen af disse er en nødvendighed for at kunne indgå i en kommunikationsproces med andre mennesker. Det vil altså sige, at en lang række af de begreber en person skal kunne, skal indoptages i individet, samtidig med at individet skal være aktiv i begrebsdannelsen.

Af væsentlig betydning for begrebsdannelsen er abstraktionen. Ved dette forstår vi, den proces, hvor man ser bort fra dele af et fænomen, og fremhæver andre sider, som under denne bestemte synsvinkel forekommer væsentlig. Abstraktionsprocessen er altså en uddragelse af det invariante i en række fænomener. Som en konsekvens af dette kan være dannelsen af et begreb. Et eksempel kunne være begrebet ´kop´. I dannelsen af dette har man set bort fra alle de konkrete koppers enkeltstående særpræg , f.eks. farve og form, og opfatter en kop kun,som noget man drikker af og som regel varme drikke. Abstraktionsprocessen bliver således en dannelse af et abstrakt begreb ud fra en række konkrete fænomener. Når en person har dannet et abstrakt begreb, vil dette være løsrevet fra de konkrete fænomener, som abstraktionsprocessen var foretaget fra. Individet kan nu bruge dette begreb til at organisere og skabe nye erfaringer.

Vi vil af ovenstående betragtninger fremsætte den påstand, at individets begrebsdannelse er afhængig af individets egne aktive handlinger, og at den må tage udgangspunkt i personens erfaringer. Dette må gøres for, at det dannede begreb skal medføre en forståelse af omverdenen med dertil knyttede større handlemuligheder . Overfor denne aktive begrebsdannelse, f. eks. i form af abstraktioner, stiller vi det vi kalder begrebsovertagelse. Med dette mener vi, at individet udemærket kan overtage et socialt skabt begreb, uden at være aktiv i dannelsen af begreberne. Denne begrebsovertagelse vil bevirke en begrænset mulighed for at bruge begrebet i andre sammenhænge end den indlærte.

## Abstraktionsniveauer.

Modsætningsparret abstrakt og konkret defineres af Ole Togeby i "Om sprog - en introduktionsbog" på følgende måde :

> "ABSTRAKTE udtryk har stort BEGREBSOMFANG, men lille BEGREBSINDHOLD. KONKRETE udtryk har lille begrebsomfang, men stort begrebsindhold. Det abstrakte udtryk refererer altså til større klasser af genstande og forudsætter større generalisering end de konkrete. De konkrete udtryk har større begrebsindhold, består af flere semantiske komponenter og forudsætter altså flere skel." (Citat: O.Togeby,1977, s. 156)

Det er af fundamental betydning at slå fast, at modsætningen mellem det abstrakte begreb og konkretiseringen optræder på mange niveauer, således at der er tale om forskellige abstrationstrin, samt at ethvert abstrakt begreb kan have forskellige konkretiseringsmuligheder. Nedenstående trædiagram illustrerer et abstraktionstrin med tre konkretiseringsmuligheder :

Overbetegnelse: abstrakt begreb

Underbetegnelser: konkretisering konkretisering konkretisering

Træstrukturen skal læses på den måde, at overbetegnelsen er abstrakt i forhold til underbetegnelsen, og at strukturen derfor er reversibel. Pointen er altså at konkretiseringerne er forskellige på en række punkter og ens på nogle andre punkter. Abstraktionen til det abstrakte begreb eller ord, er derfor udtrækkelse af de fællestræk - invariante egenskaber - ved konkretiseringerne ud fra en slags "fællesmængde" for konkretiseringerne.



Ovenstående generelle diagram kan uddybes med følgende træstruktur, som er en udvidelse af Togebys diagram (O.Togeby, 1977, s. 156) :

Abstraktionsniveauer.

Stort begrebsomfang — Lille begrebsindhold

dyr planter ikke levende genstande

fisk pattedyr insekter

mennesker husdyr vilde dyr

katte hunde køer løver tigre hjorte

Stort begrebsindhold — Lille begrebsomfang

Hvis man f.eks. betragter det forholdsvis abstrakte udtryk dyr, så viser træ-strukturen gennem de talrige konkretiseringsmuligheder udtrykkets store begrebsomfang. Begrebsindholdet vokser derimod jo længere man bevæger sig ned i træet, eftersom de enkelte sproglige udtryk forudsætter stadigt flere semantiske skel.

## Begrebsudviklingens dynamik.

### Begrebsudviklingen hos børn og unge.

Sovjetpsykologen L. S. Vygotskys undersøgelser af begrebsudviklingen hos børn og unge bygger på den marxistisk-leninistiske tese, at menneskets erkendelsesaktivitet er dannet i takt med samfundets udvikling, og at den er et produkt af den samfunds-historiske udvikling. Hans teorier om begrebsudvikling kan ikke uden videre overføres til voksne mennesker, eftersom voksne mennesker allerede har dannet et begrebssystem. Grundstammen i hans teorier er dog anvendelige, da voksnes begrebssystemer ikke er statisk. Der er nemlig tale om en dynamisk omstrukturering af begrebssystemerne, som kommer til udtryk i forbindelse med de kritiske situationer, som individet kommer i.

I Vygotskys hovedværk - " Tænkning og sprog" (Vygotsky,1971)-skelnes mellem tre hovedudviklingstrin i begrebsdannelsen hos børn og unge:

1. Den synkretiske fase er karakteriseret ved en usammenhængende tankevirksomhed, og den synkretistiske tænkning er således flydende og bestemt af den umiddelbare subjektive oplevelse.

2. Kompleksdannelsens fase er karakteriseret ved at begreberne omfatter familie af genstande, hvor hver genstand har sin funktion i en fælles situation, og hvor der er tale om indbyrdes relationer ved tingene. Vygotsky definerer den komplekse samling således:

" Vi kan sige, at den komplekse samling er en generalisation af ting på grundlag af disses samhørighed i en enkelt praktisk operation."
( Citat: Vygotsky, 1971, s. 148)

Disse begreber betegner Vygotsky "pseudo-begreber", og de danner overgangsleddet mellem konkret, anskuelig og billedlig tænkning på den ene side og abstraheret tænkning på den anden side

3. Analyse-og abstraktionsfasen er karakteriseret ved dannelsen af videnskabelige eller ægte begreber, der bygger på en bevidst generalisation af fællestræk, som indgår i indbyrdes hierarkisk ordnede begrebssystemer. Denne opfattelse kan illustreres ved begrebspyramiden, som ifølge Vygotsky ikke er én statisk struktur, men derimod dynamisk :

"...en kompliceret proces, hvor tænkningen bevæger sig i en begrebspyramide med ustandslige overgange fra det almene til det enkelte og fra det enkelte til det almene."
(Citat: Vygotsky, 1971, s.179)

Lidt forenklet kan de synkretistiske-og de komplekse begreber resumeres i følgende betegnelser : før-begreb eller konkrete begreber, hvor ting og ord ikke er adskilt for bevidstheden. Denne tænknings-type er dominerende i den sene førskolealder og den tidlige skolealder. Den tredie tænkningstype er karakteristisk for pubertetsalderen. Det er af fundamental betydning for Vygotsky, at de forskellige faser ikke er kronologisk ordnede og således udelukker hinanden, men at forskellige faser udmærket kan eksistere på samme tid.



Det er en hovedtese hos Vygotsky, at de psykiske processer formes gennem den samfundsmæssige aktivitet, forstået således, at de ydre praktiske aktiviteter optages af subjektets bevidsthed, og at disse aktiviteter strukturer bevidstheden.

Et matematisk eksempel: Vygotsky's undersøgelse omfatter også dannelsen af det aritmetiske begreb og det algebraiske begreb. Det aritmetiske begreb betegner Vygotsky som et førbegreb, som han henfører til den tidlige skolealder. Det algebraiske begreb derimod er et ægte begreb, som henføres til pubertetsalderen. Følgende citat resumerer Vygotsky's opfattelse:

" Et før-begreb er en talabstraktion fra en genstand og en sådan generalisering af genstandens numeriske egenskaber, som i sig selv hviler på talabstraktionen. Et begreb er en abstraktion fra et tal og en sådan generalisering af forskellige talrelationer, som i sig selv hviler på abstraktionen."
(Citat: Vygotsky,1971,s.321-322)

Citatet er et udmærket eksempel på den fundamentale matematiske procedure, hvor begrebsdannelsen går fra et abstraktionsniveau af lavere orden til et af højere orden. Dog er det for kategorisk, når Vygotsky henfører det algebraiske begreb til pubertetsalderen.

## Konkret tænkning - abstrakt tænkning.

I dette afsnit vil vi kort præsentere de aspekter af sovjetpsykologen A.R. Lurias begreber, som vi har anvendt i forbindelse med klassifikationsopgaverne.

Lurias videnskabelige udgangspunkt hviler på Vygotsky's undersøgelser af begrebsudviklingen hos børn og unge. Luria foretog i 1931-32 en eksperimentalpsykologisk undersøgelse blandt voksne mennesker i Usbekistan, og resultaterne er offentliggjort i " Om erkendelsesprocessernes historiske udvikling" (Luria,1977).

De mennesker,der deltog i undersøgelsen, faldt i tre hovedgrupper, men fælles for dem alle var, at ingen havde fået nogen som helst form for højere uddannelse:

(1) Analfabeter
(2) Forsøgspersoner med kort skoleuddannelse.
(3) Forsøgspersoner med 2-3 års skoleuddannelse.

Undersøgelsens grundlæggende del var en udforskning af de forskellige former for abstraktion og generalisering, som kunne iagttages hos forsøgspersonerne. Det drejede sig om en undersøgelse af sammenlignings- og differentieringsprocesser, samt af processerne omkring gruppering eller klassifikation af objekter.

Luria opstillede den overordnede hypotese, at forsøgspersonernes klassifikationssystemer ville falde i to hovedgrupper:

(1) I det ene system ville den anskuelige, konkrete og praktiske genspejling af virkeligheden spille den største rolle.
(2) I det andet system ville den abstrakte og verballogiske genspejling af virkeligheden være i centrum.

Forsøgspersonerne fik forelagt afbildninger af fire genstande, hvor de skulle samle tre i én gruppe og udskille den fjerde. De fire genstande var blevet udvalgt på en sådan måde, at de kunne sammenstilles efter de to nævnte klassifikationsprincipper. Således f.eks. med gruppen: <u>hammer</u>, <u>sav</u>,<u>træstykke</u> og <u>økse</u>, hvor genstandene kunne sammenstilles på to måder:

(1) Efter den praktiske situation " save og hugge brænde ", hvor <u>saven</u>, <u>træstykket</u> og <u>øksen</u> deltog i processen, hvorimod hammeren blev udskilt.



(2) Efter de abstakte redskabskendetegn, hvor <u>hammer</u>, <u>sav</u> og <u>økse</u> kom i samme gruppe, hvorimod træstykket blev udskilt.

Undersøgelsen viste, at forsøgsgruppe (1) næsten udelukkende brugte det første klassifikationssystem, og at forsøgsgruppe (3) overvejende brugte det andet klassifikationssystem. Hos forsøgsgruppe (2) derimod var grænserne flydende, således at løsningen af de forelagte opgaver kunne foregå både på det anskuelig , konkrete og praktiske plan og på det abstrakte og verballogiske plan, hvilket nedenstående citat illustrerer:

"Forsøgsperson: Hasir-Said, 27 år, har gået i den gamle skole, næsten analfabet, bor i kisjlakken Jukhy-Makhalla.

Opgaven forklares udfra eksemplet:
skjorte - støvle - mus - kalot.
"Musen skal væk, den hører ikke til her, alle de andre kan man have på."

Følgende række forelægges:
hammer - sav - træstykke - økse.
"Her fjerner vi hammeren; saven kan man save i træstykke med, øksen kan man hugge det over med."

Princippet om vekselvirkning mellem genstandene i en praktisk situatiom.

Ligner træstykket virkelig øksen ?
"Nej, de ligner ikke hinanden, men de passer til hinanden. Men vi skal alligevel tage de tre, for de arbejder sammen. Når øksen sidder fast i træstykket, skal vi bruge hammeren til at slå den fri med."

Kan træstykket virkelig kaldes et redskab ?
"De ligner ikke hinanden, men de passer sammen, fordi de arbejder sammen. Øksen, saven og hammeren hører sammen, de er til at arbejde med; det er menneskets sjæl, når han arbejder; de er af jern, men træstykket er af træ, det kan man ikke arbejde med. Man kan kalde dem redskaber."

Via et generaliserende ord kommer forsøgspersonen til den kategoriale klassifikation.

Som vi kan se, eksisterer der hos denne anden forsøgsgruppe på samme tid to mulige planer for genstandsgruppering. Forsøgspersonerne henfører genstandene til en anskuelig og konkret situation, men når de er blevet hjulper lidt, går de over til at udskille det grundlæggende princip og klssificerer efter kendetegn."

(Citat: Luria, 1977, s.111-113)

Lurias opdeling af begrebsdannelsen i to hovedkategorier kan resumeres på følgende måde :

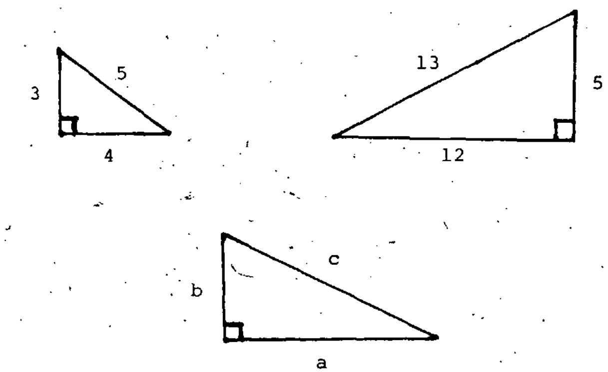
1. Konkret og situationsbunden tænkning, som bærer præg af en anskuelig gengivelse af erfaringen.

2. Abstrakt tænkning, som er karakteriseret dels ved evnen til at *finde ligheder og forskelle*, at udskille enkelte aspekter ved genstande, dels ved evnen til at generalisere.

Matematikundervisning og abstraktion:

Når vi vil betragte forholdet mellem matematiske begreber, d.v.s. give en strukturel beskrivelse af sammenhængen mellem begreberne, fremkommer disse ikke kun ved abstraktion, men også ved generalisation. Med generalisation mener vi, den proces at udvide love og reglers gyldighedsområde. Vi har i nedenstående eksempler ved hjælp af nogle enkle matematiske eksempler vist, hvori forskellen mellem abstraktion og generalisation består.

Eksempel 1.




For de to ovenstående retvinklede trekanter gælder, at h.h.v $5^2 + 12^2 = 13^2$ og $4^2 + 3^2 = 5^2$. For disse trekanter gælder relationen mellem siderne $a^2 + b^2 = c^2$, hvor a og b er kateterne og c er hypotenusen. Dette vil være en abstraktion. Hvis vi udvider relationen mellem a, b og c til at gælde alle retvinklede trekanter, har vi fotaget en generalisation.



Eksempel 2.

| Naturlige tal | Rationale tal |
|---|---|
| $2 + 4 = 4 + 2$<br>$7 + 1 = 1 + 7$<br>abstraktion ↓ ⋮<br>$a + b = b + a$ ⟶ | Den kommutative lov gælder også i de rationale tal.<br><br><br>$a + b = b + a$ |
| generalisation | |

Abstraktionen er her at opstille den kommutative lov ud fra en række eksempler, således at den gælder for alle naturlige tal. Generalisationen består i at udvide gyldighedsområdet for den kommutative lov til også at gælde i de rationale tal.

I det følgende vil vi kun beskæftige os med den matematiske abstraktion, da det er denne vi anser for *væsentlig i begrebsdannelsen* i vores undersøgelser - især på HF-fællesfag.

De matematiske begreber vil være dannet ved aktive tankeprocesser. Disse begrebers dannelse er sket gennem dels den enkelte matematikforskers arbejdsproces og dels ved en historisk udvikling af de matematiske begreber og teorier. Men i indlæringsprocessen af disse begreber vil disse aktive tankeprocesser bag opstillingen af de matematiske begreber ikke fremtræde som væsentlige. Tværtimod vil der i undervisningen blive lagt vægt på disse begrebers indhold og indbyrdes relationer. Som en konsekvens af dette mener vi, at der i undervisningen vil eksistere to abstraktionsprocesser. Den første er den matematiske abstraktion, mens den anden er kursisternes abstraktionsproces i forbindelse med begrebsdannelsen. Den matematiske abstraktion kan kategoriseres på følgende måder:

1. Den eksterne matematiske abstraktion.

Den omfatter relationen mellem virkelighedsområder og matematiske begreber eller modeller. De eksterne matematiske abstraktioner optræder i undervisningen på to måder :

a) Forholdet mellem matematiske begreber og den autentiske virkelighed.

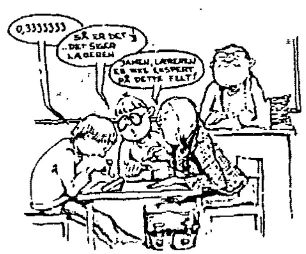
b) Forholdet mellem matematiske begreber og en konstrueret virkelighed.

(Forholdet mellem det konkrete og det abstrakte er altså karakteriseret ved den forståelse, der ligger til grund for tingsligt-begrebsmæssigt kategoriseringen.)

2. Den interne matematiske abstraktion.

Denne abstraktion er karakteriseret ved forholdet mellem matematiske begreber, fænomener eller love på forskellige abstraktionsniveauer, hvor det ene begreb m.m. er specielt i forhold til det almene.
(J.v.f. opfattelsen af konkret og abstrakt, som specielt - alment.)

En undervisning, der ikke er opbygget på kursisternes aktive deltagelse i begrebsdannelsesprocessen vil føre til, at kursisterne er tvunget ud i en indlæringsstrategi, der kun bygger på begrebsovertagelse. Som konsekvens af dette vil kursisterne ikke kunne gennemskue de abstraktioner, der ligger til grund for det matematiske begreb,og vil derfor heller ikke kunne løsrive begrebet fra den konkrete indlærte sammenhæng. En undervisning der samtidig udelukkende præsenterer de interne matematiske abstraktioner, vil bevirke , at kursisterne hverken forstår begreberne eller kan forbinde dem til deres egne erfaringer.






## 3.2 SPROGLIGE BARRIERER.

Ud fra en forestilling om, at faget matematik i undervisningssituationen stiller krav om beherskelse af specifikke sproglige strukturer, vil vi klargøre, hvad vi tillægger begrebet sproglig barriere.

'Sproglig barriere' vil her blive anvendt om sproglige hindringer i indlærings- og formidlingssituationen. Til at belyse begrebet har vi valgt at omtale sociale sprogforskelle, som har betydning for den generelle undervisningssituation. Dette vil føre frem til det i vores sammenhæng centrale område: matematisk sprogbrug, hvor vi især vil fokusere på matematisk symbolbrug og matematisk syntaks. Disse begreber vil blive præsenteret i det følgende med eksempler fra lærebogssystemet af Axelsen og Schrøder. Vi mener, at begreberne kan bruges til at indkredse, hvilke sproglige barrierer, der får betydning for undervisning i matematik.

### Sociolingvistisk indfaldsvinkel

Vores udgangspunkt har været eksistensen af sociolekter, forstået som sociale sprogforskelle bestemt af sociale tilhørsforhold, hvilket bl.a. er påvist af den engelske sociolog Basil Bernstein og den tyske sociolog Oskar Negt.

I det følgende vil vi omtale dele af Bernsteins teorier, fordi hans værker har fungeret som inspirationskilde for en relativ stor del af sociolingvistisk forskning siden begyndelsen af 1960'erne, og fordi hans teorier har været afgørende for det, som kan kaldes den kompensatoriske undervisning.

Negt nævnes, fordi han har problematiseret aspekter af voksenundervisningen - dog især ud fra et fagforeningspolitisk synspunkt. Negt skildrer sprogbarrieren/uddannelsesbarrieren som et symptom på det kapitalistiske samfunds klassemodsætninger. For at eliminere sprogbarrieren mener han, at det gælder om at tilpasse uddannelserne til arbejderklassens erfaringer.

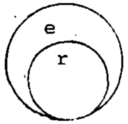
Bernsteins og Negts indbyrdes status fremgår i koncentreret form af indledningen i "Klassesprog":

> Bersteins kodeteori er altså forbundet med en praktisk undervisningsmæssig og uddannelsespolitisk problemstilling på to måder: Den er udsprunget af erkendelsen af den socialt bestemte uddannelsesbarriere; og den har kunnet bruges til at legitimere forsøg på at »kompensere« for denne barriere uden at anfægte de samfundsmæssige faktorer, som ligger til grund for den. Vi har nu antydet, hvordan Bernsteins teori har kunnet stå i denne dobbeltstilling – problemet vil blive belyst fra flere sider i denne bog.
>
> Bernsteins afgørende radikalitet ligger i at han har forsøgt at stille spørgsmålet: Hvordan reproduceres samfundets klassestruktur gennem den sproglige opdragelse? Den afgørende svaghed ser vi i den rent formelle bestemmelse af den sproglige opdragelse, som måler arbejderklassens sprogbrug med middelklassens alen. Som en videreudvikling af Bernsteins problemstilling, men som modstykke på dette punkt, har vi inddraget den tyske sociolog Oskar Negt, der ser sproget primært som bærer af sociale erfaringer.

(Klassesprog, side 19-29)

Bernstein benytter middelklassens målestok i sin opstilling af to sociale kategorier (arbejder- og mellemlaget), som anvender hver sin kode; i Bernsteins teori kaldes disse 'den restringerede kode' og 'den elaborerede kode'. Ifølge Bernstein vurderes den restringerede kode som et sprog med begrænsede muligheder i forhold til den elaborerede kode; som skulle have mere omfattende sproglige muligheder.

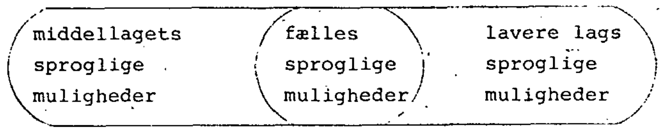
Bernsteins hypotese kan grafisk illustreres således:




e = elaboreret kode
r = restringeret kode



Bernsteins fundamentale fejltagelse er at lade middelklassens sprogbrug være målestok ved at benytte skolegrammatikken som vurderingsnorm. Bernstein kritiseres da også af blandt andet Negt og den danske sprogforsker Ole Togeby for at forenkle forskelle i sprogbrug for groft, idet det ene sprog ikke nødvendigvis giver flere sproglige muligheder for kommunikation end det andet. O. Togeby giver følgende grafiske fremstilling af sociale sprogforskelle:




(O. Togeby, 1977, side 194)

Forskelle i "sproglige muligheder" må ses i sammenhæng med social baggrund, da den sproglige opdragelse ikke kan adskilles fra den totale socialisationsproces.

Når man alligevel må konstatere, at sproget bliver en barriere i undervisningssituationen for elever fra lavere sociale lag, hænger det sammen med, at læreren oftest taler mellemlagets sprog. Hertil kommer, at lærebøger ligeledes skrives på dette sprog.

## Kursisternes sproglige muligheder

Kursister på forberedelseskurser har som regel enten en relativ kortvarig skolegang bag sig, eller også har deres udbytte af undervisningen været ringe. En del af kursisterne kommer fra uddannelsesfremmede miljøer, d.v.s. de ofte kommer fra lavere sociale lag. Heraf udgør hjemmearbejdende husmødre en særgruppe, der som regel i undersøgelser vedrørende social status placeres efter samlevers sociale stade.

Kursisternes sociale baggrund får betydning med hensyn til sociale sprogforskelle.

I undersøgelser over klassespecifik sortering af folkeskole-elever påpeges, at forskelle i sprogbrug er knyttet til forskelle i socialisationsmønstre i forskellige klasser. Denne forskel i socialisation medfører en favorisering af middelklassens børn i skolen, da "skolens sprog" er mere i overensstemmelse med middelklassens sprog end med arbejderklassens sprog. Sammenholdes dette med kursisternes skolemæssige baggrund og sociale status, er det nærliggende at antage, at en del kursister tidligere har været frasorteret. Deres motivation for på ny at sætte sig på skolebænken er meget forskellige og dækker et spektrum fra lektiehjælp til børn, til øgede jobmuligheder og videre uddannelse.

Ud fra ovennævnte forhold vil vi søge at sammentænke skolens reproducerende funktion i forhold til den samfundsmæssige arbejdsdeling, kursisternes sproglige og faglige muligheder, de sproglige muligheders betydning for abstraktion og begrebsdannelse.

Da vi ikke har kendskab til undersøgelser omkring voksenpædagogik, der behandler dette, vil vi benytte en undersøgelse af forholdene i folkeskolen.

Om sprogbrugens sorterende effekt

I artiklen "KLASSER I KLASSEN" (Meddelelser fra dansklærerforeningen, 4, 1977) beskrives, hvorledes elevernes sociale klassetilhørsforhold får konsekvenser for, hvordan de klarer sig i skolen. Forfatterne påpeger en tendens til, at der gennem undervisningen foregår en klassespecifik sortering af eleverne.

Denne tendens søges forklaret ved en vurdering af undervisningens konsekvenser for arbejderklasse- og middelklasse-elevers faglige udvikling, deres selvopfattelse og deres egen placering i forhold til andre.



Af artiklen fremgår, at arbejderklasseelever ikke er i stand til at give en sammenhængende fremstilling af en tekst, og læreren reagerer herpå ved at stille opsplittede spørgsmål, hvorved kravene til eleverne reduceres, da de blot kan svare med enkelte ord. Middelklasseelever karakteriseres ved at kunne give en sammenhængende fremstilling af en tekst. Dette udlægges som at være i stand til at abstrahere så meget fra teksten, at den omformes i elevens eget sprog.

Forskellen består efter forfatternes mening ikke i, at arbejderklasseelever ikke har forberedt sig ordentligt, hvilket begrundes med en situation, hvor eleverne læste en tekst på stedet. Det viste sig, at selv om eleverne havde samme forberedelse, ændrede tendensen sig ikke.

Videre beskrives arbejderklasseelevernes passivitet som selektiv og ikke som udtryk for en generel holdning til skole og lærer, idet eleverne indgik i en dialog, hvis deres egne erfaringer kunne bruges. For at forstå forskellen mellem arbejderklasseelevers og middelklasseelevers præstationer angives abstraktionsfærdighed som et centralt aspekt.

Matematikundervisningen foregår også ved, at læreren over for arbejderklasseelever må opsplitte udregninger i en serie af enkle operationer. Dette tolkes som:

> "På denne måde indlærer a-eleverne en serie af bestemte regneoperationer, fremfor et abstrakt princip. Konsekvensen heraf er, at når a-elever stilles over for et regnestykke, hvor de ikke kan anvende den sædvanlige serie af regneoperationer, kan de ikke løse stykket."

> "A-eleverne kunne generelt aldrig være med, når der blev stillet krav om abstraktion i forhold til et emne, der lå fjernt fra elevernes dagligdagserfaringer."

(Cit.: Klasser i klassen, side 7-8)

Ovennævnte viser, at en gruppe af elever lærer at udføre en serie af bestemte regneoperationer, hvilket afskærer dem fra at indlære et abstrakt princip. Årsagen til dette hænger sammen med elevernes sprogbrug. Dette forhold mener vi at genfinde hos voksne kursister. Vi vil derfor søge at etablere en sammenhæng mellem børns og voksnes sprogbrug.

Vi tager for givet, at børn internaliserer miljøets sprognormer på linie med andre normer. D.v.s. at børn, hvis forældre har manuelt arbejde, tilegner sig én sprogbrug, og børn, hvis forældre har intellektuelt arbejde, tilegner sig en anden sprogbrug. Disse forskelle i sprogbrug afspejler den samfundsmæssige arbejdsdeling.

Vi er af den opfattelse, at det sprog med tilhørende muligheder for begrebsdannelse, som barnet har tilegnet sig under sin socialisationsproces, i nogen grad vil genfindes hos den voksne.

For at se hvilken betydning sociale sprogforskelle får for voksne kursisters muligheder for begrebsdannelse og abstraktion, vil vi opstille en model:

| | | |
|---|---|---|
| monotone arbejdsfunktioner<br><br>kraftigt opdelte arbejdsfunktioner | } -> | ingen udvikling af sproglige færdigheder, evt. bibeholdelse af sprogbrug, evt. nedbrydning af sproglig formåen |

Modellen er dog ikke statisk, da den voksnes sprog ikke er uden udviklingsmuligheder. Eller sagt på en anden måde: den voksnes videre socialisation gennem f.eks. social interaktion i hjemmelivet og arbejdslivet er af fundamental betydning for de sproglige udviklingsmuligheder.

Vi er af den opfattelse, at mange kursister vil have vanskeligt ved at danne matematiske begreber og foretage matematiske abstraktioner, hvis udgangspunktet for dette ikke er kursisternes egne erfaringer.



De sproglige barrierer vanskeliggør indlæringen. Det er dog afgørende, at disse barrierer ikke opfattes som naturgivne, d.v.s. sproglige barrierer må ikke reduceres til egenskaber ved individet.

Specielt med henblik på matematik kan man fristes til at tillægge 'matematisk sprogbrug' prædikatet "største barriere", hvilket f.eks. fremgår af en undersøgelse fra AUC "SOCIAL OPRINDELSE OG FAGKARAKTERER I GYMNASIESKOLEN". I rapporten beskrives matematik som mindre sorterende end humanistiske fag, og der konkluderes bl.a. følgende:

> "Alt i alt kan man konkludere, at børn fra arbejderklassen (nedre socialgrupper, stærkt uddannelsesfremmede miljøer) klarer sig bedst i de eksakte fag (matematik, fysik, kemi) og dårligst i de konverserende fag (dansk, historie, oldtidskundskab). Dette gælder dog ikke for matematik/fysik-grenen, hvor der ikke er NOGEN KONSTATERBAR FORSKEL MELLEM FAGGRUPPERNE".
>
> (Cit.: Social oprindelse og fagkarakterer i gymnasieskolen, side 31. Forfatternes understregninger)

Når de lavere sociale grupper klarer sig bedre i matematik end for eksempel samfundsfag, kan det tænkes, at matematikformidlingen bevirker en instrumentel tilegnelse, som er tilstrækkelig til at klare sig i faget. Dette forhold kan også forklare, at når det drejer sig om matematik/fysikgrenen, udviskes forskellene, eftersom den instrumentelle indlæring kommer til kort på denne gren.

## Matematisk sprogbrug

I matematikundervisningen forekommer endnu en sproglig barriere, da det matematiske sprog udgør et særsprog, som bruges til formaliserede beskrivelser. Dette indicerer, at kursister/elever fra lavere sociale lag må tilegne sig to "nye" sprog, før det bliver muligt at indlære og forstå det faglige indhold.

## Matematisk symbolbrug

Til det matematiske sprog hører brug af "logiske" symboler, en slags stenografisk skrivemåde som f.eks. $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\neg p$, $\{x \mid \ldots\}$, $\wedge$, $\vee$. Sådanne symboler skal eleven kunne læse, skrive og give verbalt udtryk for, hvilket kun er én side af matematisk sprogbrug.

Symbolerne er en konvention ligesom sprog i almindelighed, og de ligner hverken det lydlige eller det skriftlige udtryk, men de udgør et ekstra sprog, som kursisterne skal tilegne sig.

I de matematiske beskrivelser findes der en symbolbrug, som især vedrører abstraktion og generalisation. Her er dele af sætninger beskrevet ved hjælp af forskellige tegn, og bogstaver bliver benyttet for bestemte begreber, f.eks.:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Et forhold, der gør en sådan skrivemåde vanskelig, er det komprimerede betydningsindhold.

En funktionsforskrift y = ax + b er en konvention, som kursisterne genkender. Men benyttes en analog skrivemåde som t = zp + n, ville ændringen i notationen blive en barriere. z og n vil ikke umiddelbart blive identificeret som konstanter på samme måde, og p og t vil ikke blive identificeret som henholdsvis uafhængig og afhængig variabel. Indlæringen knyttes til en bestemt notation og ikke til det matematiske betydningsindhold.



## Matematisk syntaks

Et andet aspekt findes i den matematiske syntaks, som i forhold til dagligsproget indeholder bl.a. en mængde underordnede bisætninger, sætningskonstruktioner som: hvis og kun hvis x er opfyldt, så gælder y - når og kun når X‡Y, så gælder Z.

Et par eksempler fra Axelsen og Schrøder kan passende illustrere matematisk sprogbrug. En definition fra HF-fællesfag lyder:

> *f* og *g* er to funktioner, hvorom der gælder, at definitionsmængden $D_f$ for *f* omfatter værdimængden $V_g$ for *g* ($V_g \subseteq D_f$).
>
> Den af *f* og *g* *sammensatte funktion* $f \circ g$ er defineret ved, at der for alle *x* i definitionsmængden $D_g$ for *g* gælder:
>
> $$f \circ g(x) = f(g(x)).$$
>
> Den sammensatte funktion kan illustreres således:
>
> $$x \xrightarrow{g} g(x) \xrightarrow{f} f(g(x))$$

(Cit.: Axelsen og Schrøder, 1977, side 78)

Eller en forklaring vedrørende "det approksimerende førstegradsapolynomium" fra HF-tilvalg:

> For et vilkårligt $x$ er $f(x)-l_1(x)$ og $f(x)-l_2(x)$ udtryk for, hvor godt henholdsvis $l_1$ og $l_2$ tilnærmer grafen for $f$. Da $f$ er differentiabel i $x_0$ og dermed også kontinuert i $x_0$, vil både $f(x)-l_1(x)$ og $f(x)-l_2(x)$ gå mod 0, når $x$ går mod $x_0$, så både $l_1(x)$ og $l_2(x)$ giver gode tilnærmelser til $f(x)$ i nærheden af $x_0$. Hvis der imidlertid gælder, at den ene linie for alle $x$ i nærheden af $x_0$ giver en bedre tilnærmelse til $f(x)$ end den anden linie, vil vi sige, at den tilnærmer $f$ bedst.

(Cit.: Axelsen og Schrøder, 1977, side 33)

Sådanne tekster er vanskelige at læse, fordi de indeholder mange sammensatte ord og komplicerede grammatiske konstruktioner (relativt mange bisætninger). Samtidig beskrives komplicerede begreber.

Sprogbrugens opbygning

Til en vurdering af den matematiske sprogbrugs opbygning vil vi anvende Paul Dideriksens sætningsskema (se videre i "Elementær dansk grammatik", København, 1971, s. 186). Sætningsskemaet er en metode til at give en overordnet beskrivelse af sætningsstrukturer. Tabel 1 giver to eksempler fra dagligsproget på, hvordan skemaet skal udfyldes.

De enkelte pladser i skemaet er faste, forstået på den måde, at de forskellige sætningsled enten står på deres normale plads i skemaet eller i fundamentfeltet. Dog kan det finitte verbal, det tidsbøjede udsagnsord, ikke flyttes ud af verbalfeltet. I fundamentfeltet står sætningens emne i almindelighed.

Det fremgår af tabel 1, at dagligsproget som regel har et kort eller let fundamentfelt, og sætningens subjekt og verbum findes let, hvilket bevirker, at sætningen bliver overskuelig og let forståelig.

De to citater fra Axelsen og Schrøder II, 1977, som præsenterers i tabel 2, viser, hvordan den matematiske sprogbrug adskiller sig fra dagligsproget.

Citat (I) i tabel 2 er et eksempel på, hvorledes matematisk sprogbrug adskiller sig fra dagligsproget. Citatet har to vægtige felter: fundament- og tungtledsfeltet. Disse "tunge" felter bevirker, at sætningen er er vanskelig at læse.

Citat (II) i tabel 2 har et endnu fyldigere fundamentfelt end (I). Dette medfører, at det varer længe inden læseren ser verbum og subjekt, som er sætningens hovedled, og derved bliver sætningen uoverskuelig. Sætningen kunne gøres mere overskuelig ved at flytte subjektet frem i fundamentfeltet, og samtidig flytte fundamentfeltets indhold ud i tungtledsfeltet, samt bryde sætningen op i to hovedsætninger.



TABEL 1

| FUNDAMENTFELT | NEKSUSFELT (CENTRALFELT) | | | INDHOLDSFELT | | | TUNGTLEDSFELT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | VERBAL | SUBJEKT | ADVERBIAL | VERBAL | OBJEKT | ADVERBIAL | |
| I morgen | kommer | Ole | ikke | | | hjem | |
| Drengen | må | | sikkert | have spist | æblet | nu | eftersom han fik det i går |

TABEL 2

| FUNDAMENTFELT | NEKSUSFELT (CENTRALFELT) | | | INDHOLDSFELT | | | TUNGTLEDSFELT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | VERBAL | SUBJEKT | ADVERBIAL | VERBAL | OBJEKT | ADVERBIAL | |
| (I) At opløse et polynomium i faktorer | bliver | | tilsvarende | | et spørgsmål | | om at dividere et andet polynomium op i det. (1) |
| (II) Ved hjælp af de omskrivninger, der er foretaget, og produktreglen for differentialkvotienter | kan | man | | bestemme | differentialkvotienten | af en funktion i rækken | når blot man kender differentialkvotienten af den foregående i rækken. (2) |
| (III) Man | kan | | | bestemme | differentialkvotienten | af en funktion i rækken | ved hjælp af de omskrivninger, der er foretaget, og produktreglen for differentialkvotienter. |
| Blot | skal | man | | kende | differentialkvotienten | af den foregående i rækken. (3) | |

(1) Axelsen og Schrøder II, 1977, s. 78. (2) Samme sted, s. 40. (3) Vores omskrivning.

De to sætninger ville da se ud som i (III), og den citerede sætning i (II) ville derved komme til at ligne dagligsproget, hvor tunge led almindeligvis placeres sidst i sætningen.

Citaterne (I) og (II) i tabel 2 viser bl.a. en tendens til omfangsrige subjekter, hvilket fremgår af de tunge fundamentfelter. Dette gør teksten vanskelig at læse, fordi subjekterne indeholder megen information. En mulig forklaring på ophobningen af oplysninger i de enkelte sætninger kan skyldes følgende matematiske konvention: Alt "skal" stå i een sætning. Alle forbehold og omstændigheder er således noteret. En nærliggende analogi findes i lovsprog, som også indbygger alle betingelser og forudsætninger i den enkelte sætning.

Endvidere er matematisk sprogbrug i lærebøger præget af en hyppig brug af "man" og af passivkonstruktioner. Stilen er således upersonlig og de mange verber i passiv gør teksten almen og abstrakt, og den er hverken steds- eller tidsbunden.

## Sammenfatning

Sammenfattende må vi sige, at matematisk sprogbrug udgør en indlæringsmæssig barriere med mange delaspekter. Matematisk sprog- og symbolbrug henviser ikke til noget, der er kendt fra hverdagen. Dette får en særlig betydning i forhold til voksne kursister, der ikke som gymnasieelever kommer direkte fra folkeskolen. Problemet for kursisterne bliver da, at undervisning og undervisningsmaterialer er beregnet for de 16-19 årige. Kursisterne kan derfor ikke bruge deres egne erfaringer i indlæringssituationen. De lærer at løse opgaver med henblik på eksamen, men næppe at forstå hvorfor og til hvilket formål.



## 3.3 YDRE RAMMER

Vi vil i det følgende definere vor opfattelse af begrebet 'ydre rammer' for undervisning på forberedelseskurser. Vi vil nedenfor beskrive nogle af de overordnede samfundsmæssige faktorer af økonomisk og politisk karakter, der har betydning for undervisningen på forberedelseskurser.

Overordnede samfundsmæssige faktorer:

- Kvalifikationskrav
  1) Faglige kvalifikationskrav
  2) Socialiserende kvalifikationskrav
- Konsekvenser af lovmæssige rammer for forberedelseskurser
- Kursisternes forhold
- Lærernes forhold

Samtlige punkter kunne behandles såvel alment som specielt for forberedelseskurser. Vi har valgt at behandle det første afsnit, kvalifikationskrav, i et generelt perspektiv. I de sidste tre afsnit, konsekvenser af lovmæssige rammer for forberedelseskurser, kursisternes forhold og lærernes forhold, pejler vi os ind på de specielle omstændigheder, der karakteriserer voksenundervisningen på forberedelseskurser.

### Kvalifikationskrav

#### Faglige kvalifikationskrav

I uddannelsessystemet betragtet som helhed forstås ved faglige kvalifikationskrav et samfundsmæssigt behov for at udstyre befolkningen med bestemte egenskaber, som i sidste instans bevirker, at folk skal kunne varetage samfundets forskellige arbejdsfunktioner. Med andre ord skal folk undervises således, at de opnår en bestemt viden. Denne viden kan enten være almendannende, studieforberedende eller direkte erhvervskvalificerende - afhængig af, hvor man befinder sig i uddannelsessystemet. Det vil dybest set sige - for det første - en kvalificering til "arbejdsfunktionerne i den materielle produktion, kilden til fortsat kapitalakkumulation" og - for det andet - en kvalificering til "alle de afledte, nødvendige funktioner, som sikrer opretholdelsen af den eksisterende samfundsorden, vedligeholder arbejdskraften i form af uddannelse, social- og sundhedsservice osv" (Citat: K.Illeris m.fl., 1976,s.11)

Denne samfundsmæssige ide bag uddannelserne giver sig udtryk i først og fremmest et karakter- og eksamenssystem, hvorigennem der kontrolleres, om den faglige viden faktisk er til stede. Dette system fungerer som sorteringsapparat, hvorved der sker en differentiering af folks faglige viden - og dermed på længere sigt en differentiering af arbejdsstyrken.

Desuden er der også nogle helt specielle pensakrav for de enkelte uddannelsesniveauer - dette skal - foruden at sikre en vis mængde af faglige kvalifikationer efter hvert niveau - også sikre, at uddannelserne på hvert niveau er ensartet.

Disse betragtninger gælder generelt for alle områder i uddannelsessystemet - herunder folkeskole, gymnasiale uddannelser og altså også for forberedelseskurser.

Socialiserende kvalifikationskrav

Foruden de umiddelbare faglige kvalifikationer er der også indirekte krav til kvalifikationer, som tager sigte på at tilpasse de uddannelsessøgende til det kapitalistiske samfund (jfr Bauer & Borg: Den skjulte læreplan). Uddannelsernes undervisningsvejledninger og bekendtgørelser peger på overfladen altid i retning af indlæring af viden og færdigheder (faglige kvalifikationer). Under overfladen - i 'den skjulte læreplan'-er der krav til fx konkurrencementalitet, om at indordne sig autoriteter og større grupper - og frem for alt til at kunne beskæftige sig med problemstillinger, der i regel ikke har relation til fælles erfaringer og behov.



De krav, som den skjulte læreplan afslører, er medvirkende til at *forme individets politiske/ideologiske opfattelse* i overensstemmelse med det kapitalistiske samfund. (Illeris mfl. 1976)

Uddannelsessystemet opdrager folk til ukritisk at tilpasse sig en kommende erhvervsfunktion. Vi er overbevist om, at denne opdragelse findes i matematikundervisningen, der i sig selv er disciplinerende, således som den praktiseres i dag.

Konsekvenser af lovmæssige rammer for forberedelseskurser

Den prøveforberedende voksenundervisning er forholdsvis ny i uddannelsessystemet. Indholdet i undervisningen på forberedelseskurserne er ret bundet - i lighed med folkeskolen og HF.

Det der imidlertid er særegent for forberedelseskurserne er enkeltfagsordningen. Man tilmelder sig bestemte fag - ikke bestemte klasser. Derved bliver det svært at skabe et sammenhold kursisterne imellem. Den enkelte kursist skifter hele tiden "klassekammerater". (J.Clausen m.fl. 1979).

**Enkeltfagsordningen gør det besværligt at skabe forsøgsundervisning, fx integrerede eller projektorienterede undervisningsforløb, idet kursisterne ikke nødvendigvis følger de samme fag eller andre fag overhovedet.**

Kursisternes forhold

Fælles for kursisterne er, at de har været ude af skolesystemet og hentet erfaringer fra det øvrige samfundsmæssige liv. Desuden har de det tilfælles, at de gennemgående har haft en kort skolegang og for en dels vedkommende ingen faglig uddannelse. Trods disse fællestræk udgør kursisterne en inhomogen gruppe, idet der er vidt forskellige baggrunde for at gennemføre en uddannelse. (Clausen m.fl.,1979)

Motiverne for at gå på forberedelseskurserne er vidt forskellige - undervisningen vil naturligvis bære præg af om folk målrettet stiler mod en speciel erhvervsuddannelse eller "blot" er til stede for kammeratskabets skyld.

De 'sociale rammer' vil præge kursisterne og dermed undervisningen. Ved sociale rammer forstås de påvirkninger, kursisterne får fra andre kursister, venner, familie etc samt fysiske faktorer som fx bolig, arbejde, mulighed for børnepasning.

De fysiske rammer er også af betydning. Lokaleforholdene er afgørende for det sociale miljø - og dermed kursisternes trivsel. Undervisningsmaterialet har indflydelse på kursisternes engagement. Det er et problem at udvalget af lærebogsmateriale for voksne er begrænset.

Lærernes forhold

Her tænkes på lærernes kompetence og erfaringer med voksenundervisningen. Det er lærere uddannet med henblik på ungdomsuddannelserne, der underviser på forberedelseskurserne - dette pga der ikke findes egentlige voksenpædagogiske uddannelser. (Det bør dog nævnes, at der findes voksenpædagogiske kurser - men altså ikke egentlige uddannelser.) Endvidere tænkes på lærernes udfoldelsesmuligheder - dvs kon-



flikten mellem at være underlagt bestemte pensakrav, traditionel faglighed etc og personlige pædagogiske intentioner - fx inddrage andre lærere i et samarbejde om integreret undervisning.

En alternativ undervisning besværliggøres af enkeltfagsstrukturen, hvilket kan betyde, at undervisningen i høj grad tilrettelægges efter traditionelle metoder på bekostning af mere experimentelle muligheder.

## 3. 4. INSTRUMENTEL INDLÆRING/INSTRUMENTALISME

Den instrumentelle indlæring har en betydningsfuld placering i vores arbejde, og derfor vil vi i det følgende forklare, hvad vi forstår ved dette begreb.

### Inspirationskilde

Inspirationen til at anlægge denne synsvinkel på undervisningen, som vi vil præsentere i det følgende, stammer fra Stieg Mellin-Olsen ("Indlæring som social proces", Rhodos Studie Serie 1977). I vores problemformulering har vi citeret hans første afgrænsning af begrebet instrumentalisme som "... den tendens i elevernes indlæringsstrategier, som gør at de tilegner sig lærestoffet uden at være interesseret i hvad det er de lærer". (Mellin-Olsen, 1977, s. 9). Dette gør han bl.a. med udgangspunkt i sine egne erfaringer som matematiklærer.

### Skolen i et samfundsmæssigt perspektiv

Mellin-Olsen standser ikke ved denne iagttagelse, men søger en forståelse af fænomenet uden for skolen, nemlig i det omgivende samfunds krav til undervisningens mål. Skolen opfattes som en del af det kapitalistiske samfund, og en væsentlig opgave for undervisningen er derfor at uddanne de enkelte personer med en række faglige og socialiserende kvalifikationer. Selv om den sidste type kvalifikationer oftest ikke er eksplicit udtrykt fra officielt hold, er de nødvendige for, at den enkelte person kan eksistere i samfundet og fortsat reproducere det.
Da skolen er en del af samfundet, vil dette samfunds måder at fungere på også have betydning for de mennesker, der færdes på skolen og for deres indbyrdes forhold - det være sig elever, lærere og andre personalegrupper. Men i vores sammenhæng er det væsentlige at fokusere på den betydning, det får for indlæringen, d.v.s. forholdet mellem elev/lærer og formidling af den faglige viden.



### Elevernes overlevelsesbetingelser

For eleverne bliver en væsentlig overlevelsesbetingelse "... i den almendannende skole bestemt ved, at den er et middel for eleverne til at skaffe sig høj bytteværdi". (Mellin-Olsen, 1977, s. 108). Det gælder altså for eleven om at skaffe sig faglige kvalifikationer, som det engang vil være nødvendigt at besidde for at kunne sælge sin arbejdskraft på arbejdsmarkedet. Som en konsekvens af dette bliver indlæringen af den faglige viden af dobbelt betydning for eleven:
1. Den faglige viden <u>vil</u> kunne udvide elevens forståelse af den omgivende verden i bred forstand og de sammenhænge, eleven indgår i;
2. "...kundskaberne bliver et middel for eleven til at få solgt sin arbejdskraft til en vis pris...". (Mellin-Olsen, 1977, s. 108)

### Intentionelle og defensive indlæringsmotiver

Den faglige kompetence, som eleven skal have for at kunne sælge sin arbejdskraft, er som oftest styret ude fra af bl. a. bekendtgørelser, læseplaner og i et vist omfang af lærerens daglige fortolkninger. At kunne tilpasse sig denne situation vil kræve en bestemt indlæringsstrategi fra elevens side. Dette skyldes, at der i denne ude fra kommende styring af, hvad der er nødvendigt at lære, <u>ikke</u> tages udgangspunkt i elevens intentionelle motiver - med intentionelle motiver menes, at eleven er styret af motiver om at opnå en større viden om sin virkelighed og med en tilhørende større handlemulighed, indlæringens mål bliver at lære stoffet for at forstå det. (Jens Bjerg,1976,s.50)
Men der tages hensyn til et overordnet mål, der som oftest ikke er gennemskuet af både lærer og elever, nemlig at tilpasse den enkelte til en plads i det kapitalistiske samfund. Den indlæringsstrategi, som eleven herefter er tvunget ud i, er en instrumentel indlæring, hvor man ikke lærer ud fra ens egne behov og ønsker, men ud fra mulighe-

den for til hverdag at kunne komme igennem undervisningen med så få nederlag, konflikter o.lign. som muligt og for ved slutningen af undervisningsforløbet at kunne opfylde eksamenskravene, eller med Mellin-Olsens ord:" Instrumentel indlæring er indlæring individet griber til når det ønsker at opnå noget andet end selve indholdet i indlæringen".(s.109). Elevens stoftilegnelse er herved også blevet forandret til at være styret af et defensivt motiv, d.v.s. tilegnelse af viden er sket for at undgå ubehagelige konfliktfyldte situationer (Jens Bjerg,1976 ,s.50) - indlæringen vil ikke være styret ud fra egne behov for forståelse, men ud fra omverdenens krav om at opnå en bestemt form for færdigheder.



## IV. UNDERSØGELSER OG RESULTATER

## 4.3 LÆREBOGSANALYSE

I dette kapitel vil vi analysere enkelte afsnit i lærebogen af Axelsen og Schrøder: "Matematik I for HF fællesfag", GAD, København, 1976. Lærebogsanalysens udgangspunkt er at betragte lærebogen som en del af en kommunikationsproces mellem en afsender og en modtager, og kapitlets disponering skal ses på denne baggrund.

Årsagen til, at vi finder det afgørende at foretage en lærebogsanalyse, er, at lærebøger i matematik som oftest er grundlæggende i struktureringen af undervisningen. Denne strukturering skal ses i sammenhæng med de forskellige ydre rammer, som påvirker lærebogens udformning, og som derfor virker ind på dens funktion i undervisningen. Pensum er fastlagt i læseplanen, og lærebogen følger den nøje for overhovedet at kunne sælges. Da pensum i matematik er presset, kan det være svært for læreren at tage andre emner op. De bevillingsmæssige vilkår medfører, at når den matematiske faggruppe har besluttet sig for indkøb af lærebøger, så er man bundet af dette valg i en årrække.

Lærebogens strukturering af undervisningen er bestemt af, at argumentationsrækkefølgen i stofindlæringen er 'lagdelt', forstået på den måde, at nye begreber indføres ved hjælp af tidligere indlærte begreber i matematik. I de tilfælde, hvor lærebøgerne er forskelligt opbygget, kan det være vanskeligt at skifte mellem forskellige lærebogssystemer, eftersom argumentationsrækkefølgen kan være uforenelig.

Vi vil undersøge, hvordan bogen introducerer nye matematiske begreber, og hvordan bogen forbinder matematisk teori med den ydre virkelighed. Dette er væsentligt for at se om kursisterne bliver ledt ind på en forståelse af, at abstrakte matematiske begreber kan anvendes inden for



andre fagområder og af muligheden for at anvende matematik til at opnå en bedre forståelse af dele af ens omverden.

### Metodeafsnit

#### Metode og undersøgelsesområde

Undersøgelsen er afgrænset til følgende afsnit i lærebogen af Axelsen og Schrøder for HF fællesfag, som anvendes på FIR (Forberedelseskurset i Roskilde):

Kapitel III: "Funktioner", s. 38-88
Kapitel IV: "Nogle specielle funktioner", s. 88-122.

Disse kapitlers indhold fremgår af lærebogens indholdsfortegnelse:



Valget af netop disse afsnit beror dels på praktiske overvejelser, da dette stof blev gennemgået på kurserne på FIR, og eftersom funktionsbegrebet er fundamentalt stof på alle niveauer - og dels på, at der i dette stof findes mange eksempler på anvendelse af matematik, for eksempel "Om at læse kurver", samtidig med at området rummer interne matematiske problemstillinger.

Vi vil foretage en sidemæssig opgørelse over forholdet mellem teori, oplæg, eksempler og øvelser i lærebogen.

Efter samtaler med S. C. Poulsen, Danmarks pædagogiske Institut, er vi blevet inspireret til at anskueliggøre dette på følgende måde:

(a) Vi vil først se på, i hvilket univers oplæg, eksempler og øvelser foregår. Her vil vi foretage en kvantitativ analyse af, hvad oplæg, eksempler og øvelser afspejler. Vi har anvendt følgende kategorier:

(1) Autentisk virkelighed, hvor der refereres til en virkelig foregået hændelse.

(2) Konstrueret virkelighed, hvor der refereres til en ikke nærmere bestemt efterligning af en hændelse, der er eller kunne være foregået.

(3) Interne matematiske problemstillinger.

(b) Dernæst betragter vi de modtagergrupper, som bogen henvender sig til, hvor følgende kategorier er anvendt:

(1) Kursist som forbruger og privatperson.

(2) Kursist med andre fag på HF, hvor anvendelse af matematik indgår.

(3) Andet: herunder opgaver, som henvender sig til næringsdrivende og kursister med forretningsinteresser i øvrigt.

Metodekritik

Vi har af tidsmæssige årsager indskrænket undersøgelsen til udvalgte afsnit af én lærebog, hvilket skulle være tilstrækkeligt til at give et billede af lærebogssystemets opbygning, vel vidende at vi ville få et mere differentieret billede ved at analysere og sammenligne flere lærebogssystemer.

En væsentlig mangel er, at det ikke har været muligt at behandle modtagergruppens indlæringspsykologiske forhold, hvilket ville have krævet længere tids samlæsning med kursisterne.



Undersøgelsesresultater og diskussion

Bogens opbygning er karakteriseret ved en vekslen mellem oplæg, eksempler, øvelser og teori. I forordet beskrives opbygningen på følgende måde:

> Mange af de eksempler og øvelser, der indgår i teksten, vil være væsentlige for forståelsen af den øvrige tekst, mens andre er beregnet til at indøve de behandlede begreber. I det omfang det har været muligt, bliver et nyt begreb introduceret gennem en øvelse eller et eksempel, der bygger på allerede kendte forudsætninger. For at kunne skelne disse eksempler og øvelser fra de andre, har vi kaldt dem for oplæg.
>
> (Cit.: Axelsen, 1976, s. VII)

Forfatterne tilstræber således en afmystificering af faget matematik ved at lade det teoretiske stof bygge på allerede kendte forudsætninger.

Teoriens status i forhold til oplæg, eksempler og øvelser:

Tabel 1 viser fordelingen mellem teori på den ene side og oplæg, øvelser og eksempler på den anden opgjort sidemæssigt og procentuelt i kapitlerne 3 og 4.

| | antal sider | antal sider teori | % | % for kapitel 3 og 4 |
|---|---|---|---|---|
| Kapitel 3 | 50 | 12 | 24 | 29 |
| Kapitel 4 | 34 | 12 | 35 | |

TABEL 1

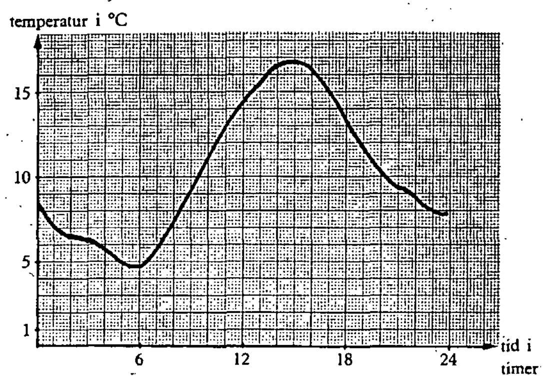
I kapitel 3 ses teksten med teori at udgøre 24% af den samlede tekst. De teoretiske dele består af indledning til nye afsnit og af tekst, hvor nye skrivemåder, definitioner eller formler indføres i generelle matematiske formuleringer. Oplæg, eksempler og øvelser forbereder indførelsen af formaliseret matematik.

Som eksempel på en introduktion af et matematisk begreb kan nævnes indledningen til afsnittet om "Funktioners monotoniforhold" - kapitel 3, side 72-73:

## 8. Funktioners monotoniforhold

**8.1 oplæg**

Kurven nedenfor viser, hvordan temperaturen har varieret på Flyvestation Værløse 4. oktober 1973.




I hvilke tidsrum er temperaturen stigende?
I hvilke tidsrum er temperaturen faldende?

Kurven er graf for den funktion $t$, der til ethvert tidspunkt i det omtalte døgn knytter temperaturen.

I de tidsrum, hvor temperaturen stiger, gælder, at jo længere man bevæger sig ud ad førsteaksen, jo højere vil de tilsvarende punkter på grafen ligge. Da funktionsværdierne $t(x)$ er et mål for, hvor højt grafen ligger over førsteaksen, kan man også sige, at

jo større $x$-værdierne bliver, jo større bliver funktionsværdierne $t(x)$.

Funktionen $t$ opfylder dette på intervallet [6; 15] og siges at være voksende på dette interval.

> En funktion $f$ er *voksende* på et interval $I$, hvis der, hver gang man tager to tal $x_1, x_2 \in I$ således at $x_1 < x_2$, gælder, at
>
> $$f(x_1) < f(x_2).$$



Oplæg 8.1 består af en kurve over temperaturvariationen på en bestemt lokalitet. Ved at se på kurven ledes kursisterne ind på, at der er tale om en funktion, hvor det for et tidsinterval gælder, at temperaturen er stigende. Dette formuleres, som følger: "jo større x-værdierne bliver, jo større bliver funktionsværdierne t(x)". Dernæst foretages springet til indførelsen af en definition på, hvornår en funktion er voksende. Denne definition er nu abstrakt og kan benyttes på andre funktioner.

Oplægget forbereder således en intuitiv forståelse af definitionen på en voksende funktion ved at tage udgangspunkt i et eksempel, hvilket er et generelt træk ved bogen. Som et andet eksempel kan nævnes, at i kapitel 3 er der således 12 sider oplæg, eksempler og øvelser plus forklarende tekst af koordinatsystemer, før definitionsmængde og værdimængde for funktioner indføres.

Kapitel 4 har samme opbygning, blot udgør teorien ca. 30% af det samlede antal sider.

Fælles for begge kapitler er, at beviser ikke anvendes ved indførelse af ny teori.

Antallet af oplæg, eksempler og øvelser:

Tabel 2 viser den procentvise fordeling af oplæg, eksempler og øvelser på opgavetyper.

Af tabellen fremgår, at der er en overvægt (53%) af internt matematiske opgaver.

PROCENTFORDELING AF OPLÆG, EKSEMPLER OG ØVELSER

| | intern matematik i % | autentisk og konstrueret virkelighed | | | antal oplæg, eks. og øvelser |
|---|---|---|---|---|---|
| | | gruppe (1) relevante for kursister som privatpersoner ... i % | gruppe (2) relevante for kursister med andre fag i % | gruppe (3) andet i % | |
| Kapitel 3 | 47 | 21 | 28 | 4 | 91 |
| Kapitel 4 | 68 | 5 | 22 | 5 | 41 |
| Kapitel 3 og 4 | 53 | 16 | 26 | 5 | 132 |

TABEL 2

Denne fordeling er ikke jævn gennem hele kapitlet. De sidste afsnit i kapitlerne indeholder flere internt matematisk prægede eksempler og øvelser end først i kapitlerne:

kapitel 3: 21 eksempler og øvelser ud af et samlet antal på 29 svarende til 72% (side 72-88)
kapitel 4: 14 eksempler og øvelser ud af et samlet antal på 19 svarende til 74% (side 105-122)

Ovenstående sider er i kapitel 3 udvalgt efter, at det først er på side 72, at egentlige matematiske begreber omkring funktioner indføres. I kapitel 4 omhandler side 101-122 eksponentiel vækst og eksponentialfunktioner, mens de to første afsnit handler om lineære funktioner.



| | | antal autentisk virkelighed | antal konstrueret virkelighed | antal intern matematik | antal i alt | antal relevante for kursister som privatpersoner ... | antal relevante for kursister med andre fag | antal gruppe (3) andet |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kapitel 3 | OPLÆG | 3 | 6 | 1 | 10 | 3 | 6 | |
| | EKSEMPLER | 2 | 4 | 10 | 16 | 2 | 4 | |
| | ØVELSER | 13 | 20 | 31 | 64 | 14 | 15 | 4 |
| | I ALT | 18 | 30 | 42 | 90 | 19 | 25 | 4 |
| Kapitel 4 | OPLÆG | 1 | 4 | 1 | 6 | 2 | 1 | 2 |
| | EKSEMPLER | 1 | 1 | 7 | 9 | | 2 | |
| | ØVELSER | 3 | 3 | 20 | 26 | | 6 | |
| | I ALT | 5 | 8 | 28 | 41 | 2 | 9 | 2 |
| Kapitel 3 og 4 | | 23 | 38 | 70 | 131 | 21 | 34 | 6 |

TABEL 3

Antallet af autentiske og konstruerede oplæg, eksempler og øvelser:

Af tabel 3 fremgår det, at de konstruerede oplæg, eksempler og øvelser udgør det største antal (38 ud af 61) svarende til 62%. Ligeledes er der en tendens til, at oplæg, eksempler og øvelser - både de autentiske og de konstruerede - forbindes med andre fag (34 ud af 61), hvilket da også er et udtrykkeligt krav i bekendtgørelsen.

21 oplæg, eksempler og øvelser kan betegnes som relevante for voksne kursister som forbrugere og privatpersoner - (eller i procent: 34%).

Indholdet i oplæg, eksempler og øvelser, som tager udgangspunkt i en autentisk eller konstrueret virkelighed:

Indholdet i oplæg, eksempler og øvelser appellerer i forskellig grad til kursisterne som forbrugere og privatpersoner. I det følgende vil vi citere nogle **typeopgaver**, som kan betegnes som værende af generel interesse for kursisterne:

"Tabellagte funktioner" - kapitel 3, side 71

**7.15 øvelse**
En bank tilbyder, at et beløb, der bindes i 3 år, vil blive forrentet med 5%, 10% og 15,2% i hvert af årene. En anden bank tilbyder at give 10% hvert af årene. Hvilket tilbud er bedst?

"Sammensat funktion" - kapitel 3, side 78-79

**9.5 øvelse**
**En husejers elregning regnes således ud:**

**Der betales 16 kr. i fast afgift, og derudover betales der 0,30 kr. pr. kWh.**

**Find en regneforskrift for den funktion $E$, der til et forbrug på $x$ kWh knytter husejerens elregning $E(x)$.**
**En lejer har den aftale med husejeren, at han skal betale 20% af elregningen. Find en regneforskrift for den funktion $A$, der til en elregning på $y$ kr. knytter lejerens andel $A(y)$.**

**$E$ giver elregningen som funktion af elforbruget, og $A$ giver lejerens andel som funktion af elregningen. Beskriv på samme måde den sammensatte funktion $A \circ E$.**
**Find $A \circ E(500)$ og $A \circ E(750,50)$.**

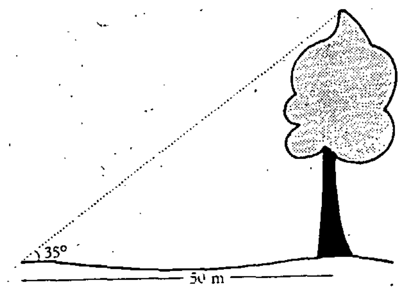


Det er vores opfattelse, at begge øvelser refererer til en kendt situation, som det er væsentligt for kursisterne at kunne håndtere. Først renteberegningen i øvelse 7.15 og dernæst øvelse 9.5, som giver en metode til at løse et forholdsvis kompliceret problem, nemlig én udgifts afhængighed af en anden.

Andre oplæg, eksempler og øvelser forekommer søgte, og vi har samlet dem under betegnelsen "Pseudo-relevans":

"Tabellagte funktioner" - kapitel 3, side 69

**7.9 øvelse**




Hvor højt er træet?

Forfatterne tilstræber en virkelighedsnær problemstilling i denne øvelse, men de kunne i stedet for træet lige så godt have præsenteret en trekant, da øvelsen er bestemt af det matematiske problem i højere grad end af en anvendelsessituation. På denne måde kommer forfatterne til at foregøgle kursisterne en form for matematisk relevans.

"Grafisk løsning" - kapitel 3, side 62-63

**6.3 oplæg**
To hyrevognsfirmaer $A$ og $B$ kører med forskellig takst.
$A$ tager 3,20 kr. i startpenge + 0,85 kr. pr. km.
$B$ tager 4,00 kr. i startpenge + 0,60 kr. pr. km.
$A(x)$ betegner prisen for at køre $x$ km med hyrevogn $A$, og $B(x)$ betegner prisen for at køre $x$ km med hyrevogn $B$.

1) Angiv regneforskrifter for funktionerne $A$ og $B$.
2) Tegn i et koordinatsystem det grafiske billede af $A$ og $B$.
3) Aflæs på tegningen $A(5)$ og $B(5)$. Hvilken hyrevogn kan det bedst betale sig at hyre for 5 km?
4) Aflæs på tegningen $A(2)$ og $B(2)$. Hvilken hyrevogn kan det bedst betale sig at hyre for 2 km?
5) Aflæs på tegningen, hvor lang en tur skal være, for at det bedst kan betale sig at hyre vogn $B$.

Oplægget om hyrevognsfirmaerne er forældet, da alle firmaer har ens takst, og det er derfor irrelevant at undersøge prisforskellen. Men selv om det ikke var tilfældet, ville man næppe undersøge fænomenet som almindelig forbruger. Her kunne være valgt et betydeligt mere relevant eksempel til illustration af forholdet mellem lineære funktioner (f.eks. ville en udlejningssituation være mere vedkommende).

Nedenfor citeres en øvelse af helt komisk karakter:

"Omvendt funktion" - kapitel 3, side 81

**10.2 øvelse**
En dansker er på ferie i Nevada, hvor temperaturen er 104°F. Hvor mange grader Celsius svarer det til?

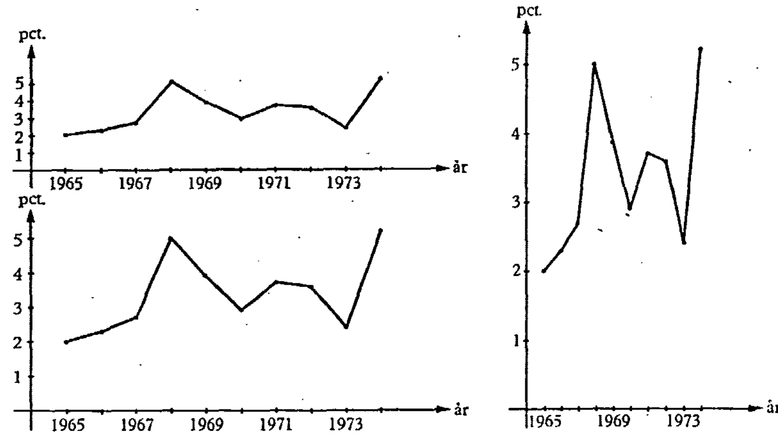
I de ovennævnte oplæg, eksempler og øvelser lægger forfatterne altså vægt på at gøre anvendelsen af indholdet direkte anskueligt for kursisterne, hvilket lykkes, som det fremgår, med mere eller mindre held.

Kursister med andre fag:
Oplæg, eksempler og øvelser med problemstillinger fra andre fag har forskellig grad af relevans for de fag, de repræsenterer. Her skal det bemærkes, at ikke alle kursister har de fag, der hentydes til! Det er især geografi, samfundsfag og fysik, der er hentet eksempler fra, fordi de er relevante for kursister som samfundsborgere, og endvidere repræsenterer de en autentisk virkelighed. Her mener vi, at relationerne til samfundsfag er de mest vellykkede. F.eks. i kapitel 3



i forbindelse med tolkning af kurver om arbejdsløshed (1965-73):

"Om at læse kurver" - kapitel 3, side 45-46




**2.2 øvelse**
Overvej, hvilket af de tre valg af enheder, der bedst illustrerer tabellen. Diskuter endvidere, hvordan de tre kurver kan tænkes udnyttet i politisk propaganda.

Her forsøger forfatterne at starte en debat om kurvers udformning og troværdighed ud fra bogens forklaringer om koordinatsystemer og kurver.

Endvidere er der eksempler på afbildning af arbejdsløshedsprocenten over en årrække, hvor matematiske formuleringer og udtryk bliver hæftet på en konkret situation.

Faget geografi er repræsenteret med relevante oplæg, eksempler og øvelser, som illustrerer forskellige aspekter af befolkningstilvækst.

I oplægget til eksponentiel vækst præsenteres befolkningstilvæksten i Indien på en klar og overskuelig måde, og forfatterne konkluderer ud fra en tabel, at befolkningstallet i en given periode kan defineres som en størrelse, der hvert år vokser med en konstant procent.

Introduktionen til oplægget er dog noget uheldig, da forfatterne implicit etablerer en parallel mellem befolkningstilvæksten i Indien og f.eks. kaniners eller lemmingers formering:

"Eksponentiel vækst" - kapitel 4, side 101

> De fleste forestiller sig vækst som en lineær proces. Vi har set, at når en størrelse vokser lineært, vokser den lige meget i lige lange tidsrum. Imidlertid gælder der om langt de fleste former for vækst i naturen, at væksten bliver større og større, som tiden går. Et eksempel herpå er befolkningsvæksten i Indien i årene 1964-71.

(vores understregninger)

Andre oplæg, eksempler og øvelser må anses for uinteressante for undervisningen i geografi, men det er formodentlig alligevel det fag, der sigtes til; når forfatterne i oplægget i kapitel 3 (side 38) præsenterer "barometertrykkets variation i Skanderborg" over en periode på tre døgn og i kapitel 4, eksempel 1.12 (side 95-97) omhandler oceanbundsspredningen i det sydlige Atlanterhav ud fra en række målinger foretaget af boreskibet "Glomar Challinger".

Opgaver og øvelser med relation til fysik er ligeledes forskelligartede, og udvælgelsen bærer præg af at være bestemt af det matematiske problem, snarere end at formidle en forståelse for et delområde inden for fysikken (se kapitel 3, eksempel 4.1, side 53 og kapitel 4, øvelse 1.13, side 97).

Sammenfatning

Interne matematiske oplæg, eksempler og øvelser er dominerende og udgør 53% af det samlede antal. Oplæg, eksempler



og øvelser, som tager udgangspunkt i en autentisk eller **konstrueret** virkelighed, er fordelt med det største antal på relationer til andre fag (56%) - nemlig til samfundsfag, geografi og fysik.

Eksemplerne er taget ud for at illustrere matematiske problemstillinger. De giver således ikke et indblik i det andet fag eller forståelse for problemstillingen i forhold til faget i øvrigt. Opgavernes indhold stammer fra meget forskellige problemområder, og den faglige relevans for de pågældende fag er af svingende karakter. Der er ikke en rimelig sammenhæng i de opgaver, der blev betegnet som relevante for kursister som forbrugere og privatpersoner.

Der er en overvægt af konstruerede oplæg, eksempler og øvelser (62%) i forhold til autentiske (38%), hvilket muligvis kan medføre, at troværdigheden af matematikkens anvendelighed mindskes.

Samlet må vi konkludere, at oplæg, eksempler og øvelser ikke tager udgangspunkt i kursisternes situation, men derimod viser matematikkens anvendelse i brudstykker inden for forskellige fagområder.

Helhedsindtryk af bogen

Forfatterne bestræber sig på at anskueliggøre matematikkens anvendelighed såvel i andre fag som i hverdagen i overensstemmelse med læseplanerne for HF fællesfag fra 1974. Lærebogens bærende idé er at indlære abstrakte matematiske begreber ud fra intuitivt forståelige eksempler, hvilket alt i alt er lykkedes.

Forfatterne lægger vægt på at vise, at matematik kan bruges i eksterne matematiske sammenhænge; men det forekommer rodet med de spredte oplæg, eksempler og øvelser. En anden svaghed er, at oplæg, eksempler og øvelser er generelle og uaktuelle. Årsagen til dette kan være, at bogen skal kunne bruges i mange år for at være salgbar.

Typografisk er bogen overskueligt sat op med en klar adskillelse mellem teori, oplæg, eksempler og øvelser, samt med indrammede definitioner og sætninger. Samtidig indeholder bogen mange overskuelige grafiske illustrationer.



## 4.4. KLASSIFIKATIONSOPGAVER

Som et middel til at undersøge kursisternes "evne" til 'matematisk' abstraktion besluttede vi at udføre nogle praktiske forsøg. Disse forsøg blev foretaget på to HF-hold (matematik på fællesfagniveau) på FIR.

### Metode

#### Om opgavernes tilblivelse

Inspireret af A.R. Luria's eksperimentalpsykologiske tests (Luria 1977) fik vi den ide, at kursisternes løsning af matematiske opgaver - konstrueret netop ud fra Luria's undersøgelsesprincipper - ville kunne give os mulighed for at afdække kursisternes problemer ved tilegnelse af matematiske abstraktioner. Luria's tests går ud på, at forsøgspersonerne skal samle tre ud af fire "objekter" og udskille det sidste. (Se afsnit om abstraktion). Finessen er, at man på to måder kan samle tre af de fire "objekter" i en gruppe. Disse forsøg benyttede Luria til en undersøgelse af forsøgspersonernes forskellige kategoriseringsmåder - kategoriseringsmåder, der afspejler folks abstraktionsniveau.

Som illustration af Luria's testprincipper anvendte vi følgende eksempel, da vi skulle forklare kursisterne vore opgaver:

KO GRIS RÆV STALD

Her kan man, hvilket kursisterne også straks påpegede, enten samle KO,GRIS og STALD i en gruppe ud fra begrundelsen, at en ko og en gris står i en stald - eller samle KO, GRIS og RÆV ud fra begrundelsen: de er alle dyr.

Eksemplet viser to muligheder for klassifikation - en abstrakt ( dyr er overbegreb til KO GRIS RÆV) og en konkret /anskuelig (KO GRIS STALD). Vi havde valgt ikke at omtale hierakiet i de to kategoriseringsmuligheder, da vi ikke ville give udtryk for, at en kategorisering var "bedre" end den anden.

Et krav til vore tests var, at de i hvert tilfælde indeholdt to muligheder, som afspejler to niveauer for klassifikation - i overensstemmelse med Luria's princip. Derudover har vi i nogle opgaver tilstræbt yderligere klassifikationsmuligheder.

I denne sammenhæng må vi præcisere vor brug af begrebet 'klassifikation'. I en af opgaverne (II) forholder det sig således, at den ene grupperingsmulighed har to klassifikationsbegrundelser. Vi bestemmer altså de mulige klassifikationer i den enkelte opgave ud fra begrundelse.

Vi skelner ikke mellem de tilfælde, hvor kursisterne
- (a) både behersker det specifikke udtryk og begrebet
- (b) har begrebet, men ikke behersker det sproglige udtryk.

Hver opgave er konstrueret således, at der findes to overordnede klassifikationsmuligheder. Med teoretisk baggrund i Luria's opdeling af begrebsdannelsen i to hovedkategorier ( jfr. "konkret tænkning - abstrakt tænkning" i abstraktionsafsnittet) - nemlig en konkret/anskuelig tænkning og en abstrakt tænkning, vil vi overføre dette i matematisk sammenhæng. Dette betyder, at de to hovedklassifikationsmuligheder afspejler et afgørende skel i matematisk begrebsopfattelse. Dette kan illustreres således:

Abstrakt matematisk begrebsopfattelse

---

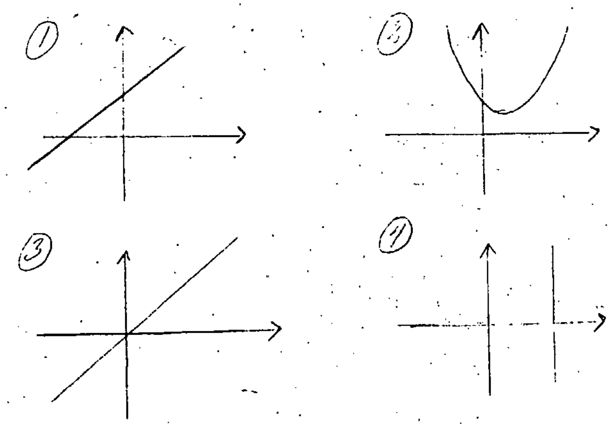
Konkret/anskuelig matem. begrebsopfat.



Hvis kursisterne klassificerer en opgave ud fra overvejelser om dennes umiddelbare visuelle fremtoning, vil vi karakterisere besvarelsen som udtryk for en konkret/anskuelig matematisk begrebsopfattelse. Derimod er en besvarelse, som viser en brug af matematiske begreber, karakteriseret som udtryk for en abstrakt matematisk begrebsopfattelse.

<u>Gennemgang af klassifikationsopgavernes struktur</u>
Vi vil i det følgende gennemgå hver enkelt klassifikationsopgave med senere henblik på at kunne bedømme svarene som udtryk for enten abstrakte eller konkret/anskuelige overvejelser - stadig under behørig hensyn til kursisternes formodede matematiske kundskaber. Disse kundskaber svarer ideelt til første havldel af pensum på HF-fællesfag. Opgaverne er udformet således, at kursisterne <u>i princippet</u> kan kategorisere eksemplerne. Vi vil undersøge på hvilket niveau de vil kategorisere.

<u>Opgave I</u>



Konkret/anskuelig begrundelse ud fra en visuel betragtning af graferne.

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 3 - 4 | rette linier |
| 2 | ikke en ret linie (parabel) |

Abstrakt begrundelse ud fra en forståelse af funktionsbegrebet

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 3 | funktioner |
| 4 | ikke en funktion |

---

Opgave II

1. $x^2 + 5x + 3 + y = 0$
2. $x + 7 + y = 0$
3. $2x^2 + 7x - 4 = 0$
4. $3x^2 - 3 = y$

Konkret/anskuelig begrundelse

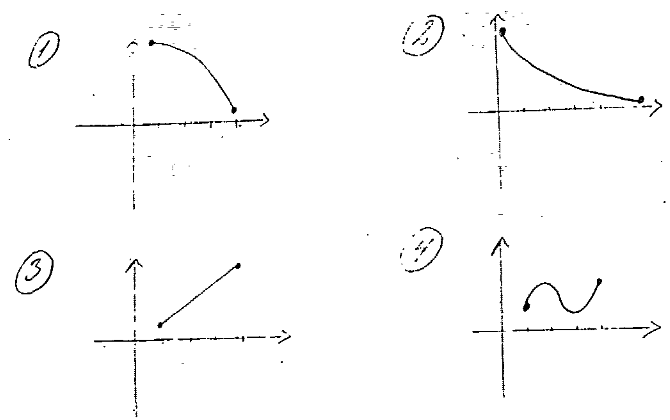
| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 3 | er lig med nul |
| 4 | er lig med y |
| | |
| 1 - 3 - 4 | indeholder $x^2$ |
| 2 | indeholder ikke $x^2$ |
| | |
| 1 - 2 - 4 | har både x og y |
| 3 | har kun x |

Abstrakt begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 4 | funktionsudtryk |
| 3 | ikke funktionsudtryk (2. gradsligning) |



Opgave III



Konkret/anskuelig begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 -2 - 4 | ikke rette linier |
| 3 | ret linie |
| | |
| 1 - 3 - 4 | samme definitionsmængde |
| 2 | ikke samme definitionsmængde |

Abstrakt begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 3 | alle injektive |
| 4 | ikke injektiv |

---

Opgave IV

① 

| Antal kørte km | Pris for taxakørsel |
|---|---|
| o | lo |
| 5 | 34 |
| lo | 58 |
| 2o | lo6 |

② y = x + 2

③

| x | -1 | o | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| y | -3 | o | 3 | 6 |

④

| Antal personer | Antal glas Gl. Dansk |
|---|---|
| 1 | 24 |
| 2 | 12 |
| 4 | 6 |
| 6 | 4 |
| ⋮ | ⋮ |
| 24 | 1 |

Konkret/anskuelig begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 3 - 4 | tabeller |
| 2 | ikke tabel |

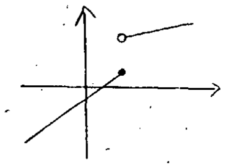
Abstrakt begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 3 | lineære funktioner |
| 4 | ikke lineær funktion |



Opgave V

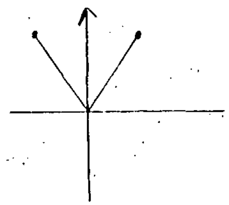
①



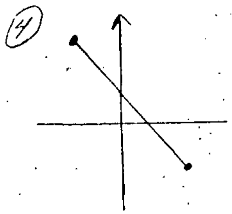
②

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 ; & -2 \le x < 2 \\ -x-1 ; & 2 \le x \le 5 \end{cases}$$

③



④



Konkret/anskuelig begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 3 - 4 | grafer/kurver |
| 2 | funktionsforskrift |
| 1 - 2 - 3 | stykkevis lineære funktioner |
| 4 | lineær funktion |
| 2 - 3 - 4 | begrænset definitionsmængde |
| 1 | ubegrænset definitionsmængde |

Abstrakt begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 4 | injektive |
| 3 | ikke injektiv |

Opgave VI

(1.)

Den absolutte temperatur $T$ målt i grader kelvin er defineret ved

$$T = t + 273,$$

hvor $t$ angiver temperaturen målt i grader celcius. Endvidere gælder, at

$$t = (t_1 - 32)\frac{5}{9},$$

hvor $t_1$ angiver temperaturen målt i grader fahrenheit.

Udfyld de tomme pladser i en tabel som nedenstående:

| $t_1$ | t' | T |
|---|---|---|
| 32 | | |
| | 100 | |
| | | 173 |

Udtryk $T$ ved hjælp af $t_1$.

(Matematikopgaver for HF, 1976, opgave a90)

(2.)

To funktioner $f$ og $g$ er fastlagt ved

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3, \quad -4 \leq x < 6$$

$$g(x) = 5 - \frac{1}{3}x, \quad 0 < x \leq 9.$$

Bestem den af $f$ og $g$ sammensatte funktion $g \circ f$, og tegn dens grafiske billede.

(Matematikopgaver for HF, 1976, opgave a76)



(3)

Hvis temperaturen målt i grader fahrenheit betragtes som en funktion $f$ af temperaturen $x$ målt i grader celcius, gælder

$$f(x) = \frac{9}{5}x + 32.$$

Tegn grafen for $f$ i et koordinatsystem.

Udfyld ved hjælp af beregning eller ved hjælp af grafen de tomme rubrikker i en tabel som nedenstående:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| temp. målt i grader celcius | 0 | -40 | -100 | | | |
| temp. målt i grader fahrenheit | | | | 68 | 104 | -162 |

(Matematikopgaver for HF, 1976, opgave a85)

(4.)

En hel anden måde at inddele temperaturskalaen på blev gjort af franskmanden Réaumur. Denne temperaturinddeling har tidligere været ret udbredt i Danmark og Tyskland – men er nu faktisk forsvundet.

Temperaturen $x_r$ målt i Réaumur kan omskrives til en temperatur $x_f$ målt i Fahrenheit udfra følgende ligning:

$$(x_f =) \quad f(x_r) = 9/4 \cdot x_r + 32$$

Temperaturen $x_f$ målt i Fahrenheit kan omskrives til Celcius:

$$(x_c =) \quad g(x_f) = 5/9 \cdot (x_f - 32)$$

Angiv en forskrift for omregningen fra Réaumur til Celcius.

Konkret/anskuelig begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 3 - 4 | vedrørende temperatur |
| 2 | ikke vedrørende temperatur |

Abstrakt begrundelse

| Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|
| 1 - 2 - 4 | sammensatte funktioner |
| 3 | lineær funktion |

Undersøgelsens udførsel på FIR

Efter introduktionen inddelte vi kursisterne i grupper på 4-5 personer. I hver gruppe sad der to observatører.

Under introduktionen fik kursisterne udleveret eksemplet, som er omtalt i afsnittet "Om opgavernes tilblivelse" og illustrerer tankegangen bag opgaverne. De blev således orienteret om, at de ikke skulle løse opgaverne - men finde et kategoriseringsprincip, hvorved de 4 "objekter" kunne grupperes i forholdet 3:1.

Forløbet indeholdt to faser:

(a) Individuel skriftlig besvarelse
(b) Gruppediskussion, hvori vi deltog

Under fase (a) fik kursisterne tre minutter til at klassificere hver af de første fem opgaver og fem minnutter til opgave VI, da denne adskilte sig fra de øvrige ved at være tekstmæssig omfangsrig.

Kursisterne skulle altså inddele opgaverne efter princippet: tre "objekter" tilhører samme kategori, et "objekt" tilhører ikke denne kategori. Derpå skulle de give en kort skriftlig begrundelse for deres inddeling. Den skriftlige begrundelse skulle hjælpe os til senere at bearbejde forsøgsmaterialet.



Under fase (b) diskuterede vi kursisternes kvalifikationer i de respektive grupper. Herved fik vi uddybet deres begrundelser, og vi havde mulighed for at foreslå alternative kategoriseringsmuligheder.

Metodekritik

Vort største problem ved udformningen af disse opgaver har været, om vi med disse kan afdække kursisternes egentlige matematiske forståelse. Vi mener, vi med disse opgaver kan få et indtryk af kursisternes forståelse af netop de begreber, der lanceres i opgaverne. For at få en fornemmelse af kursisternes egentlige matematiske forståelse kræves en langt mere omfattende undersøgelse - både med hensyn til matematiske emneområder og antallet af kursister (Vor undersøgelse bygger på 26 kursister.)

Et andet forhold, der vil gøre sig gældende, er selve den situation, vi satte kursisterne i. For det første ville vi med vores blotte tilstedeværelse selvfølgelig påvirke dem. Nogle ville opfatte os som autoriteter, hvilket kunne bevirke, at de i højere grad besvarede opgaverne, som de troede, vi ville have, fremfor at besvare dem på deres egne præmisser.

Dernæst vil selve opgavernes specielle karakter (kategoriseringsopgaver - ikke "sædvanlige" opgaver, hvor et facit findes) påvirke kursisternes besvarelser. I hvor høj grad dette ville være tilfældet, havde vi svært ved at afgøre. Vi havde en ide om, at der - efterhånden som kursisterne arbejdede sig igennem opgavesættet - ville ske en "progression" i besvarelserne. Dette skal forstås således, at kursisterne i takt med at blive mere og mere fortrolige med opgavernes karakter i højere grad ville være i stand til at besvare opgaverne ud fra abstrakte overvejelser.

Denne antagelse synes ikke bekræftet. En del af forklaringen er, at kursisterne ikke i løbet af to lektioner bliver fortrolige med denne opgaveform.

En af de væsentligste erfaringer vi har gjort efter at have afprøvet testene i praksis, er, at frem for vor udformning af testene ville en bedre have været, at hver opgave kun havde to grupperingsmuligheder - en abstrakt og en konkret/anskuelig. Dermed kunne man undgå de vanskeligheder, der opstår ved tolkning af kursisternes besvarelser.

Opgørelse over kursisternes besvarelser

Kursisternes opgavebesvarelser er opgjort i en tabel. Denne viser karakteren af hver enkelt kursists kategoriseringer i de seks opgaver. Kursisternes besvarelser har vi inddelt i tre grupper:

(a) Besvarelser, vi mener, er fremkommet som resultat af abstrakt matematisk tænkning (i skemaet: A)
(b) Besvarelser, der tilsvarende er resultat af konkret/anskuelig matematisk tænkning (K/A)
(c) De tilfælde, hvor kursisten ikke har besvaret opgaven (I.B.)

Nogle kursister har besvaret visse opgaver både ud fra konkret/anskuelige såvel som abstrakte overvejelser. I disse tilfælde er besvarelserne bedømt som værende et resultat af abstrakt matematisk tænkning.

Desuden skal det tilføjes, at de besvarelser, der har givet fortolkningsproblemer, er markeret som følger:



| | OPG I | | | OPG II | | | OPG. III | | | OPG. IV | | | OPG. V | | | OPG. VI | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Person | A | K/A | IB | A | K/A | IB | A | K/A | IB | A | K/A | IB | A | K/A | IB | A | K/A | IB |
| A | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| B | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| D | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| E | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| F | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| G | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| H | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| I | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| J | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| K | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| L | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| M | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| N | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| O | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Q | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| R | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| S | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| U | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| V | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| X | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Y | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Z | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Æ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Samlet opgørelse | 3 | 23 | - | 1 | 25 | - | 16 | 10 | - | 4 | 21 | 1 | 1 | 23 | 2 | 5 | 18 | 3 |

Sammenfattende kan om opgaverne siges, at kursisterne overvejende har klassificeret eksemplerne ud fra konkret/anskuelig matematisk tænkning. Langt de fleste besvarelser ( i alt 12o ud af 156) er af konkret/anskuelig art (78%), hvorimod 3o af de 156 besvarelser er sket på grundlag af en abstrakt tænkning (19%). I seks tilfælde er der ingen besvarelse (3%).

## Diskussion af undersøgelsesresultater

Vi vil i det følgende analysere kursisternes besvarelser og vurdere hver enkelt opgave ud fra disse. Generelt har vi ikke haft problemer med at tolke kursisternes besvarelser. Kun i otte ud af 156 tilfælde (ca 5%) har vi været i tvivl om, hvorvidt den enkelte kursists besvarelse skulle klassificeres enten som et udtryk for abstrakt tænkning eller som konkret/anskuelig tænkning.

Da en gennemgang af samtlige besvarelser ville føre for vidt, har vi valgt at koncentrere os om de otte, der har givet fortolkningsvanskeligheder.

### Opgave I

I denne opgave har vi ikke haft problemer med at tolke kursisternes besvarelser.

Der findes to klassifikationsmuligheder for denne opgave. Det har derfor heller ikke været svært at opdele kursisternes besvarelser som grundlag for henholdsvis konkret/anskuelige og abstrakte overvejelser. Denne opgave afslørede imidlertid et problem - mange kursister skelner ikke mellem rette linier og lineære funktioner. Da vi erstattede 4 med en S-lignende graf, var kursisterne ikke i tvivl - denne blev straks karakteriseret som en graf, der ikke repræsenterede en funktion.



### Opgave II

Denne opgave har den svaghed, at man ud fra grupperingsmulighed 1, 2 og 4 får to klassifikationer - en konkret/anskuelig (indeholder både x og y) og en abstrakt (funktionsforskrifter). Det har i høj grad været et vurderingsspørgsmål, om der bag en klassifikationsbegrundelse som fx følgende: "3 ud - kun en ubekendt", enten ligger konkret/anskuelige eller abstrakte overvejelser. Dette eksempel kan godt udtrykke en begrebsforståelse, der ikke kan forklares i matematiske vendinger.

To tilfælde gav anledning til fortolkningsvanskeligheder:

(a)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| R | 1 - 2 - 4 | Løse ligningssyst. - "noget med at finde y" |
| | 3 | 2. gradsligning. |

Vor vurdering af denne begrundelse er, at den er et udtryk for at R har tilegnet sig begrebet 'funktionsforskrifter' - men ikke er i stand til med matematiske vendinger at gøre rede for dette. Vi mener, vi her har et eksempel på, at en kursist har forståelse for et begreb - men ikke verbalt behersker det specifikke matematiske udtryk.

(b)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| S | 1 - 2 - 4 | Mundtlig: "har taget 3 ud, da der ingen y-værdier er" |
| | 3 | |

Her er et eksempel, der viser opgave II's svaghed, idet der i en og samme grupperingsmulighed findes to klassifikationskriterier - en abstrakt og en konkret/anskuelig. I nævnte eksempel er det faktisk umuligt at afgøre om det er den abstrakte begrundelse - i så fald har kursisten ikke det matematiske udtryk til formidling af begrebet -

eller en konkret/anskuelig begrundelse. Vi har valgt at kategorisere besvarelsen som konkret/anskuelig, da kursisten i den efterfølgende diskussion ikke nærmere argumenterede for sine tanker. Om det er et udtryk for, at kursisten var usikker over for den situation vedkommende var sat i, eller at kursisten var usikker på det matematiske begreb er ikke til at afgøre.

Opgave III

15 ud af 26 kursister har udskilt 4 med begrundelsen, at den ikke er injektiv. Det skal bemærkes, at vor tegning af en ikke injektiv funktion var af lærebogens eksempel. I denne opgave fandt vi tre tilfælde med fortolkningsproblemer.

(a)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| L | 1 - 2 - 3 | "Funktioner" |
| | 4 | "Den har to punkter og er derfor ikke funktion" |

Denne begrundelse er fortolket som værende et udtryk for en forståelse af injektivitetsbegrebet, men kursisten har ikke været i stand til at bruge et matematisk sprog. Begrundelsen i sig selv er forkert, men vi mener indholdet i denne er, at 4 for to forskellige x-værdier har samme y-værdi.

(b)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| S | 1 - 2 - 3 | |
| | 4 | "Er ikke med" |

Her er vi i vanskeligheder, da S med sin meget korte begrundelse giver os store fortolkningsproblemer. Kursisten har valgt den abstrakte klassifikationsmulighed, men levner os ikke store chancer for at afgøre om dette faktisk er sket ud fra en abstrakt overvejelse. Vi har valgt, at



kategorisere S's besvarelse som værende abstrakt. Dette på baggrund af, at kursisterne i denne opgave i højere grad end i de andre har valgt den abstrakte mulighed. Der er således størst sandsynlighed for, at også S's besvarelse har baggrund i abstrakt tænkning.

(c)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| V | 1 - 2 - 3 | |
| | 4 | 4 "kan tages ud, fordi den er den eneste, hvor den omvendte funktion har mere end en løsning" |

Denne begrundelse fortolker vi på den måde, at V har begrebet injektivitet - men er ikke er i stand til at redegøre for dette ud fra matematisk sprogbrug. Resultatet er derfor en famlende (og ukorrekt ) forklaring af injektivitetsbegrebet.

Opgave IV

Denne opgave har ikke helt opfyldt vore krav til at omhandle begreber, kursisterne faktisk har været præsenteret for. På det ene hold var der adskillige, der ikke havde hørt om begrebet 'omvendt proportionalitet'. Dette devaluerer naturligvis opgavens værdi. Dog kunne man forvente, at kursisterne ville samle 1, 2 og 3, idet disse repræsenterer lineære funktioner - et begreb kursisterne har stiftet bekendtskab med. I denne opgave volder to besvarelser os fortolkningsvanskeligheder.

(a)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| K | 1 - 2 - 3 | "Funktioner" |
| | 4 | "Omvendte funktioner" |

Kursisten har valgt den abstrakte klassifikationsmulighed, og vi mener, dette faktisk er sket ud fra en abstrakt overvejelse. K's begrundelse tyder umiddelbart ikke på dette - begrundelsen, som den fremstår, er meningsløs. Vi fortolker indholdet i kursistens begrundelse som værende "omvendt proportional funktion" og får altså en klassifikation på baggrund af abstrakte overvejelser.

(b)

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| O | 1 - 2 - 3 | Ingen begrundelse |
| | 4 | Ingen begrundelse |

Denne kursist har valgt den klassifikationsmulighed, der peger på en abstrakt overvejelse. Om dette er tilfældet er umuligt at afgøre, da kursisten ikke har givet begrundelse for sit valg. Da kursisten desuden ikke var til stede under den efterfølgende diskussion, kunne vi ikke få en nærmere uddybning af valget. Vort argument for at klassificere denne besvarelse som konkret/anskuelig er rent "statistisk". Dette skal forstås således, at kursisterne generelt har valgt denne mulighed.

Opgave V

Vi har ingen fortolkningsvanskeligheder haft i denne opgave.

Her er det i forhold til opgave III bemærkelsesværdig få, der har klassificeret opgaven ud fra injektivitetsbegrebet. Der er faktisk kun én der har gjort dette (udskilt 3). I opgave III virkede kursisterne sikre over for begrebet. Vi tror svagheden ved opgaven er, at der findes for mange klassifikationsmuligheder (nemlig fire). Man kan forestille sig, at kursisterne så snart de har fundet en klassifikationsmulighed stiller sig tilfredse og ikke videre overvejer opgavens eventuelle andre muligheder. Den abstrakte mulighed "drukner" i de andre. Det tyder også på, at kursisterne har været ret sikre i deres besvarelser, idet det gennemgående er let at fortolke deres be-



grundelser.

En anden forklaring er, at kursisterne forbinder injektivitetsbegrebet med en bestemt kurvetype og ikke den matematiske definition.

Opgave VI

Kursisterne havde generelt problemer med denne opgave på grund af den forholdsmæssige omfangsrige tekst. Denne opgave er muligvis et udtryk for kursisternes generelle forhold til tekstopgaver, idet de formentlig har haft svært ved at omstille sig fra at mekanisk løse enkelte opgaver til at koncentrere kræfterne om at uddrage matematiske problemer af en tekst. Et tilfælde har voldt os problemer med tolkning.

| Person | Klassifikation | Begrundelse |
|---|---|---|
| Q | 1 - 2 - 4 | Ingen begrundelse |
| | 3 | Ingen begrundelse. |

Denne kursist har ingen skriftlig begrundelse givet for sit valg. Vedkommende har udskilt 3 fra de øvrige - altså valgt den abstrakte klassifikationsmulighed. Under diskussionen tilslutter Q sig P's forklaring - 1, 2 og 4 er sammensatte funktioner i modsætning til 3. Det er åbenbart, at Q inspireres af sin holdkammerat - men trods dette mener vi, at Q har en - omend usikker - forståelse for begrebet sammensatte funktioner. Vi har valgt at klassificere denne besvarelse som abstrakt.

Sammenfatning

Som tidligere nævnt er 77% af besvarelserne sket på grundlag af konkret/anskuelig tænkning. Ud fra denne opgørelse af vore undersøgelsesresultater vil vi - trods de usikkerheder testene er behæftet med - påstå, at kursisterne ikke grundliggende behersker de begreber, vi præsenterede i testen. Noget tyder på, at kursisterne forbinder begreberne med bestemte typer af eksempler (jfr. injektivitetsbegrebet i opgave III og opgave V) og altså ikke har en egentlig matematisk årsagsforståelse af disse.

Ovennævnte forhold afslører dele af en instrumentel indlæringsproces - en proces, hvor kursisternes viden er knyttet til ufuldstændige strukturer.




# V. KONKLUSION

## 5.1. MATEMATIKUNDERVISNINGENS INDHOLD SET I FORHOLD TIL KURSISTERNES BAGGRUND.

### Skift i mål med uddannelsen.

Matematikundervisningens indhold på de forskellige niveauer har forskellig karakter. Målet for de enkelte niveauer er ifølge bekendtgørelsen:

| | |
|---|---|
| FA: | almendannende |
| FUA: | overvejende studieforberedende |
| HF-fællesfag: | almendannende |
| HF-tilvalg: | studieforberedende |

Mellem FA og FUA sker der et skift i det faglige indholds karakter fra en almendannende til en studieforberedende undervisning. Det samme forhold gør sig gældende på HF mellem fællesfag og tilvalgsfag. En kursist bliver derfor i løbet af sin uddannelse stillet over for en række brudte forløb med forskellige mål. I de almendannende mål lægges der vægt på matematikkens anvendelse i "omverdenen". I de studieforberedende mål er der i forskellig grad også lagt vægt på interne matematiske problemstillinger, hvor der sigtes til at lære kursisterne nogle begreber, der kan anvendes senere på et højere uddannelsestrin.

Vi mener, det ville være ønskeligt, at undgå dette skift. Dette kunne ske ved at der blev lagt et samlet overordnet mål til grund for voksenundervisningen på forberedelseskurserne. Og således at undervisningen blev relevant for modtagergruppen.

### Skift i indhold i undervisningen.

Indholdet i undervisningen på FA og HF-fællesfag er udar-



bejdet mhp. at undervisningen kan bruges i andre fag eller i dagliglivet. Det gælder kun i begrænset omfang på FUA. På HF tilvalgsfag overskygger de interne matematiske problemstillinger fuldstændigt eventuelle externe anvendelser.

En af de måder,hvorpå vi har set matematik i en extern sammenhæng, er ved at give eksempler på anvendelser af matematik i andre fag. Hvilket lærebogen på HF-fællesfag da også har tilstræbt, omend det til tider virker søgt. På forberedelseskurser er det imidlertid af to årsager vanskeligt at gennemføre fagintegration. For det første er der de sidste år sket besparelser på området, således at biologi, geografi og samfundsfag på FA og FUA og visse HF-tilvalgsfag ikke oprettes. For det andet er det ikke alle kursister, der har andre fag. På FIR havde 3o % af de kursister, der fulgte matematik, ikke andre fag.

En anden mulighed er at forbinde matematikundervisningen med fagets anvendelse i hverdagen. Dette er der rig lejlighed til. Kursisterne kommer med forskellige erfaringer, idet gruppen er spredt mht. køn, alder og social baggrund.

Det er vigtigt som lærer at holde sig for øje at undervisningen skal have et vedkommende indhold, hvilket kan være vanskeligt, fordi kursisternes mål med undervisningen ofte er yderst forskellige. Vanskelighederne bliver ikke mindre af, at de nugældende kvalifikationskrav skal opfyldes. På FIR stiler ca.50% mod en bestemt uddannelse på alle niveauer, og henholdsvis ca.60% på FA og FUA og 80% på HF stiler mod videreuddannelse generelt. De resterende kursister følger bl.a. undervisningen for at få en større viden.

Under vores observationer på FIR oplevede vi nogle få tilfælde, hvor kursisterne kom i konflikt med hinanden, formodentlig pga. forskellige indbyrdes mål med matematikundervisningen. Til gengæld anser vi det for muligt at få en engageret undervisning i gang, idet kursisterne, ihvertfald på FUA og HF fællesfag på FIR, var "udfarende i undervisningen og positive".

En sådan undervisning modarbejdes imidlertid af de stramme pensakrav, der kan påvirke undervisningen, så både lærer og kursister styrer direkte mod eksamen.

Matematik et isoleret fag.

Vi mener, at der fremover skal udvikles en matematikundervisning, hvor lærer og kursister i forbindelse med sammenhængende problemfelter tager stilling til de matematiske beregninger, der foretages. Ellers vil matematik fortsat stå som et isoleret fag.

Læreren skal ikke bruge tiden på ligegyldige eksempler som fx. en Tivolitur, hvor 1 eller 3 personer deltager i tre ture (fra observationerne på HF-fællesfag, Appendix VIII).

Hvis der anvendes eksempler som den lineære sammenhæng på priserne hos forskellige flyttefirmaer (eller andre udlejningsfirmaer, biler, fjernsyn osv.), ville det være rimeligt at lade det være en del af en reel forbrugerundersøgelse.

Vi kunne forestille os, at det i fremtidens matematikundervisning vil være muligt at lave sammenhængende undervisningsforløb. Fx. omkring hvordan priser på varer i detailhandelen ændrer sig fra producent til forbruger. Her ville procent-og rentesregning være nødvendige færdigheder.

På FA og FUA niveau er der fra Danmarks matematiklærerforening lagt op til at skriftlig eksamen i 80'erne skal bestå af temasæt, hvor eleverne skal belyse ét bestemt emne ud fra forskellige synsvinkler vha. deres matematiske færdigheder. På kort sigt kan dette give mulighed for at inddrage både interne og externe matematiske problemstillinger.



5.2. UNDERVISNINGSFORMEN.

Vi har i vores undersøgelse af matematikundervisningen på FIR iagttaget, at to forhold i væsentlig grad strukturerede undervisningsformen, nemlig pensumkrav og lærebogen.

Det første forhold, de snævert faglige krav, som de kommer til udtryk gennem pensum og eksamenskrav, var meget styrende for, hvad der undervistes i. Undervisningsemner og opgaveløsning lå derfor meget tæt op ad, hvad der var "eksamensrelevant". Da pensum, specielt på forberedelseskurserne, hvor kursisterne møder med meget forskellig forhåndsviden, er meget stramt og tiden knap, lægger dette kraftigt op til en lærerstyret undervisning.

Det andet forhold, der havde væsentlig indflydelse på undervisningsformen, var lærebogen. Generelt har ca. 50% af kursisterne på FIR svært ved at forstå lærebogen, med mindre læreren først har gennemgået det nye stof. Dette, mener vi, hænger sammen med det matematiske sprogs syntax og den matematiske symbolbrug, fx. må gennemgangen af nyt stof ofte følge lærebogens notation og argumentationsrækkefølge, hvis kursisterne skal kunne forstå lærebogen. Dette forhold vil også være med til at tvinge undervisningsformen til at være meget lærerstyret, hvor læreren udfører den forklarende og teoretiske del af undervisningen, mens kursisterne for at opnå de eksamensrelevante "teknikker" er aktive i de mere praktiske dele af undervisningen fx. i opgaveregning.

Tendensen til en arbejdsdeling blandt kursisterne og læreren forstærkes af yderligere to forhold, dels kursisternes holdning og situation og dels lærerens holdning og situation. For de fleste kursisters vedkommende er deres tidligere erfaringer med skoleundervisning netop præget af denne arbejdsdeling, og de fleste kursister foretrækker ifølge vores spørgeskemaundersøgelse da også, at læreren "fortæller".

Læreren kan på den ene side også være påvirket af sine eventuelle traditionelle holdninger til undervisningsformen. Han/hun har måske altid oplevet undervisningen i matematik på den ovenfor beskrevne måde. At lærerens holdninger til undervisningsformer har en afgørende betydning for undervisningens forløb, kunne vi se af den forskel i undervisningen, der var på de forskellige niveauer. Fx. var der i 1o. klasse gruppearbejde omkring opgaveløsning.

På den anden side vil en lærer, der vil forsøge at forandre undervisningsformen, stadig være underlagt det samme pensumkrav. Endvidere vil ændrede undervisningsformer medføre et voldsomt pres på læreren for bl.a. at mindske lærebogens betydning; og i tilknytning til dette findes begrænsninger i økonomiske muligheder fx. til kopiering.

Undervisningsformen burde indrettes efter, at det er voksne kursister, der undervises. Derfor mener vi, burde der etableres en voksenpædagogisk uddannelse, så lærerne blev uddannet mhp. at undervise voksne - og ikke som nu, hvor de er uddannet til at undervise børn og unge.

Endelig skal det nævnes, at enkeltfagsordningen medfører, at kursisternes samvær tit er begrænset til nogle få timer pr. uge. Dette vil besværliggøre en diskussion blandt kursisterne om matematikundervisningen og om matematikkens relevans, både i forhold til andre fag og i forhold til kursisternes hverdag uden for skolen. Kursisterne har derfor ikke store muligheder for selv at tage stilling til undervisningsformen.

## 5.3. KURSISTERNES INDLÆRINGSMULIGHEDER OG -MÅDER.

Det er et centralt problem at matematikkens anvendelse påvises i brudstykker. De enkeltstående og spredte eksempler på anvendelse, således som det er tilfældet i Axelsen og Schrøder's lærebøger, bevirker at matematikken opfattes som usammenhængende, hvilket hæmmer den aktive begrebs-



dannelse.

Vi vil belyse problemet ud fra følgende modsætningspar:

| AKTIV BEGREBSDANNELSE | PASSIV-BEGREBSOVERTAGELSE |
|---|---|
| ↓ | ↓ |
| ÆGTE BEGREBER | PSEUDO-BEGREBER/ FØR-BEGREBER |

Som pensum er tilrettelagt med ophobning af begreber vil dette forårsage en passiv begrebsovertagelse. Dette kan undgås, mener vi, hvis man i stedet fordybede sig i enkelte problemområder. Fx. udvalgte mindre dele af matematikken, hvorved man kunne udforske disse nærmere og således danne baggrund for kursisternes aktive begrebsdannelse ud fra kursisternes erfaringsbaggrund og ikke som nu på matematikkens præmisser.

Her vil vi fremhæve to forhold i lærebogen (HF-fællesfag), som vedrører 1. aktiv begrebsdannelse og 2. passiv begrebsovertagelse.

1. I afsnittet "Om at læse kurver" inddrages arbejdsløshedskurver som diskussionsoplæg. Eksemplet er vellykket, da kursisternes erfaringsbaggrund, arbejdsløshed, indgår. Endvidere fordres en kritisk stillingtagen til matematikkens anvendelse, idet der sker en relativisering af matematikkens objektivitet. Dette er illustreret ved tre kurver, der beskriver samme forhold - men med forskellig akse-inddeling. Herved vises at matematik ikke er en naturlov, men et manipulérbart beskrivelsesapparat.

Eksemplet muliggør en aktiv bearbejdning af det matematiske stofområde. En bearbejdning som kan danne springbræt for en overføring af det indlærte til andre sammenhænge.

Sammenfattende kan vi sige, at eksemplet lægger op til en kritisk stillingtagen via en aktiv bearbejdning af matematikkens anvendelsesmuligheder, hvorved ægte begreber kan dannes.

2. 'omvendt funktion' introduceres vha. ét eksempel om temperatur, og i forlængelse heraf ses øvelse 1o.2, som også vedrører temperatur. Til trods for kontra-eksemplet om momsfunktionen, som ikke er injektiv, så bindes 'omvendt funktion' til temperatur. Et eksempel på ét anvendelsesområde er ikke tilstrækkeligt til at demonstrere det matematiske begrebs anvendelsesmuligheder og begrænsninger. Den aktive begrebsdannelse bliver umuliggjort, hvilket medfører, at kursisten ikke kan uddrage "det invariante" og bruge begrebet i andre sammenhænge.

Enkelte og isolerede eksempler resultérer i en passiv begrebsovertagelse, hvorved indlæringseffekten reduceres til dannelsen af pseudo-begreber/før-begreber.

Enkeltstående eksempler har hverken pædagogisk eller indlæringsmæssig værdi, men de fungerer snarere som en legitimering af matematikken. De bliver en slags demonstration af, at matematikken dog kan bruges til noget.

Kursisternes egne vurderinger af matematikkens brugbarhed fremgår af følgende:

| Kan du bruge matematik i andre fag du har? | Antal | % |
|---|---|---|
| JA | 47 | 24 |
| NEJ | 73 | 37 |
| Jeg har ikke andre fag | 59 | 3o |
| Ej besvaret | 18 | 9 |
| Total: FA, FUA, HF-fællesfag, HF-tilvalgsfag | 197 | 1oo |



| Har du eksempler på, at du har brugt matematik uden for undervisningen? | Antal | % |
|---|---|---|
| JA | 63 | 32 |
| NEJ | 1o7 | 54 |
| Ej besvaret | 27 | 14 |
| Total: FA, FUA, HF-fællesfag, HF.tilvalgsfag | 197 | 1oo |

Af tabellerne fremgår, at kun ca. 3o% af kursisterne mener at kunne bruge matematik uden for matematiktimerne enten i andre fag eller i dagligdagen.

Vore observationer viser et kursistkrav om fastholdelse af notationskonventioner. Fx. ønskes på FUA "x og y" frem for "a og b", og på HF-tilvalg findes problemet om, der skrives x eller $x_o$. (Appendix VIII)

Kravet om kontekstbunden notation må ses i sammenhæng med modsætningen: ægte begreb >< før-begreb; hvor kursisternes symbol-"skræk" afspejler den usikre begrebsdannelse.

Den manglende aktive begrebsdannelse relaterer vi til "bredden" i matematikundervisningens emner. Den aktive begrebsdannelse kræver en "dybde" i de enkelte emneområder, samt at disse skal være relevante for kursisterne, for at de skal kunne udvikle ægte begreber.

Muligheder for begrebsdannelse og abstraktion er snævert forbundet med sproglige muligheder. Jfr. lavere sociale lags usammenhængende verbaliseringstendenser, når der ikke tages udgangspunkt i deres egne erfaringer - hvilket må ses i modsætning til middelklassen, som er i stand til at kommunikere flydende.

Dette medfører, at middelklassens sproglige muligheder favoriserer denne gruppe ved dannelsen af ægte begreber.

Den sproglige diskrimination af lavere sociale lag indebærer, at disse vil gribe til specifikke kontekstbundne teknikker. Dvs. de anvender tillærte teknikker, men de kan ikke overføre viden fra én situation til en anden. Dette forhold forstærkes af den faglige arbejdsdeling, hvor læreren docerer, og kursisterne arbejder med øvelser. Resultatet bliver, at kursisterne kun lærer at regne bestemte typer af opgaver; hvilket endvidere må ses i sammenhæng med, at faget matematik er isoleret fra erfaringer, andre fag og matematikkens anvendelsesområder.

## 5.4. INSTRUMENTALISME OG META-INDLÆRING.

De overvejende konkret-anskuelige besvarelser i klassifikationsopgaverne viser en manglende begrebsforståelse hos kursisterne. Det er kun et fåtal, der har tilegnet sig de matematiske begreber som ægte begreber, som de er i stand til at bruge, når de bliver sat i en helt uvant situation. Dette forhold kom særdeles tydeligt til udtryk i den tilsyneladende inkonsekvens i besvarelserne af opgave III og opgave V, hvor kursisterne i opgave III netop var i stand til at udskille på grundlag af injektivitetsbegrebet, fordi vores illustration var identisk med den, de kendte fra deres lærebog. Samtidig peger opgave III visuelt i mere konkret forstand på injektivitetsbegrebet end opgave V, hvor kommunikationsstøjen bevirker, at opgaven er vanskeligere. Stillet over for opgave V, hvor samme problem blev præsenteret blot i en anden skikkelse, kom de fleste af kursisterne til kort. Denne modsætning på overfladen afspejler, at injektivitetsbegrebet kun er etableret som *før*- eller *pseudo-begreb*. Den dybere liggende forklaring på denne svigtende begrebsdannelse skal søges i de indlæringsstrategier, som kursisterne griber til, indlæringsstrategier, som er karakteriseret ved en instrumentel tilegnelse af det matematiske stof.

I undervisningssituationen lærer kursisterne, at de skal



arbejde instrumentelt med det matematiske stof, og instrumentalismen bliver således grundlaget for deres indlæring. Den instrumentelle indlæring bliver derfor en form for meta-indlæring, dvs. en med-læring om, hvordan man bedst erhverver de specifikke faglige kvalifikationer, som kræves.

Stig Mellin-Olsen mener, at det fundamentale problem i matematikundervisningen er, at kursisterne lærer matematik overvejende ved at bruge regler, således at de får kundskaber *om matematik* og en *indlæring af matematik, som går* ud på at faget består af regler.

Denne med-læring, som kursisterne udvikler, vil medføre, at kursisterne bliver forvirrede og eventuelt stritter imod, i de tilfælde hvor læreren *ændrer på indholdet* i undervisningen ved at arbejde med beviset for reglerne i stedet. (Se videre: Mellin-Olsen 1977, s.55 ff.)

I den daglige undervisning manifesterer kursisternes defensive indlæringsmotiver sig i form af autoritetstro, hvor de søger at besvare spørgsmål i overensstemmelse med lærerens forventninger for at undgå ubehageligheder. Denne defensive holdning kom også til udtryk, da kursisterne skulle besvare klassifikationsopgaverne. Udover ønsket om at løse de egentlige problemer i opgaverne reagerede kursisterne i høj grad ud fra en viden om, at de "rigtige" besvarelser ikke ville medføre ubehageligheder i form af uddybende spørgsmål, krav om yderligere forklaringer etc.

Denne viden om indlæring foregår i det daglige skolearbejde og indarbejdes ofte ganske ubevidst hos kursisten. Men den instrumentelle indlæring foregår også uden lærerens viden, og denne problematik kom klart til udtryk under vores observationer af matematikundervisningen på FIR, hvor læreren beroligede kursisterne med, at de ikke skulle kunne huske de teoretiske overvejelser bag sinus-funktionen til eksamen, når blot kursisterne kunne bruge formlerne, så var alt i orden.

Der vil derfor opstå problemer for den lærer, der har intentioner om at videregive en forståelse for den faglige viden, han/hun præsenterer - og ikke bare præsenterer teknikkerne, der skal kunnes til eksamen. Et slående eksempel på denne problematik kom til udtryk i den samme klasse, hvor læreren gennemgik renteformlen på en dybtgående og samtidig overskuelig måde. Her indvendte kursisterne, at lærerens fremgangsmåde var uhyre besværlig, men han begrundede eksemplet med, at det ville hjælpe kursisterne til en forståelse af rentetabellens opbygning samt forberede afsnittet om eksponentiel vækst, som var deres forestående problemområde.

Ovenstående eksempel fra vores observationer på FIR viser den udtalte arbejdsdeling mellem læreren, som gennemgår teori, og kursisterne, som regner opgaver. Denne arbejdsdeling, mener vi, får den konsekvens, at kursisterne tyer til instrumentalisme som indlæringsgrundlag. Alt i alt er undervisningen, således som vi har oplevet den på FIR, tilrettelagt på en sådan måde, at kursisterne ikke bliver i stand til at danne ægte begreber, og netop denne begrebsovertagelse, der så er tale om, fører til instrumentalisme.

Den instrumentelle indlæring foregår således i det skjulte, som en opdragelse af elevernes væremåde i forholdet mellem egne behov og erfaringer og samfundsmæssige kvalifikationskrav. Forholdet mellem disse er karakteriseret ved at være to forholdsvis adskilte områder af et menneskes aktive liv. Vi betragter det derfor som en del af de socialiserende kvalifikationskrav, som skal opfyldes.

Lidt firkantet sagt kan de erfaringer, som eleven gør med en instrumentel indlæring af det faglige stof i sko-



len, være en nødvendig forudsætning for den holdning, som lønarbejderen skal have for at være med til at fremstille et produkt (en vare), uden at denne aktivitet har nogen direkte relation til hendes/hans egne behov.

Sammenfattende perspektiver.

Vi er udmærket klar over, at den instrumentelle indlæring ikke kan afskaffes i den situation, som matematikundervisningen er underlagt idag. Dette skyldes i væsentlig grad den funktion, som skolen har i det kapitalistiske samfund, som kort er anskueliggjort tidligere. Projektet skal derfor ses som et led i vores erkendelsesproces med det langsigtede mål at reducere den instrumentelle indlæringsstrategi i vores kommende pædagogiske praksis.

## LITTERATURLISTE.

Bøger:

Axelsen, Ib og Schrøder, Hans Jørgen: Matematik I for HF fællesfag.
GAD, København 1976

Axelsen, Ib og Schrøder, Hans Jørgen: Matematik II for HF tilvalg.
GAD, København 1976

Bauer, M. og Berg, K.: Den skjulte læreplan.
Unge Pædagoger, 1976

Basil Bernsteins Kodeteori. Et udvalg af hans artikler om sprog, socialisering og kontrol - redigeret og med indledning af Jan Enggaard og Kirsten Poulsgaard.
Christian Ejlers' forlag, København - Oslo 1976

Bjerg, Jens (red.): Pædagogisk udviklingsarbejde - principper og udkast belyst ved Brovst-projektet 1970-74.
Munksgaard, København 1976.

Carpens, Lars og Jacobsen, Kim Mørch: Rekrutteringen til fritidsundervisningen for voksne i Danmark.
Direktoratet for folkeskolen, folkeoplysning, seminarier m.v. 1976

Clausen, J. m.fl.: I skole igen.
Hans Reitzels forlag, København 1979.

Diderichsen, Paul: Elementær Dansk Grammatik.
Gyldendal, 3. udgave, 5. oplag, København 1971.

Illeris, Knud: Modkvalificeringspædagogik.
Unge Pædagoger, København 1981.



Illeris, K. m.fl.: Skole og kvalifikation.
Unge Pædagoger 1976.

Klassesprog, Sociolingvistik og uddannelse - en antologi.
Red. og indledning: Frans Gregersen m.fl.
Borgen/ Basis 1974

Luria, A.R.: Om erkendelsesprocessernes historiske udvikling.
Munksgaard, København 1977.

Markussen, Povl: Sociologiske grundproblemer.
Gyldendal, København 1979.

Matematikopgaver for HF, Matematiklærerforeningen 1976.

Mellin-Olsen, S.: Indlæring som social proces.
Rhodos, København 1977.

Redder, K.W.:Introduktion til Sociologisk Metode.
Munksgaard, 197o

Skovsmose, Ole: Didaktiske arbejdspapirer. 1-2-3.
Gyldendal 1981.

Togeby, Ole: Om sprog, En introduktionsbog.
Hans Reitzels forlag, København 1977.

Vygotsky, L.S.: Tænkning og sprog. bind 1 og 2,
Hans Reitzels forlag, København 1971 (2.oplag 1976)

Tidsskriftartikel:

Bloch, Charlotte, Christrup, Henriette, Roestorff, Lisbet: Klasser i klassen.
Manuskript til: Meddelelser fra dansklærerforeningen,4, 1977.

Rapporter - Undersøgelser - IMFUFA tekster:

Fagkarakterer i gymnasieskolen sammenholdt med køn og social oprindelse.
En undersøgelse af to nordjyske studenterårgange af Finn V. Jensen og Ole P. Winther. Institut for elektroniske systemer, Matematik.
AUC maj 1979

En undersøgelse af matematikundervisningen på adgangskursus til Københavns Teknikum.
Projektrapport. IMFUFA tekst nr. 48. RUC 1982.

Matematikopfattelser hos 2.G'ere. 1. En analyse
Matematikopfattelser hos 2.G'ere. 2. Interviewmateriale.
Projektrapport. IMFUFA tekst nr. 24 a og 24 b. RUC 198o.

Mogens Niss: Hvad er meningen med matematikundervisningen?
Fire artikler. IMFUFA tekst nr. 36. RUC 198o.

Voksenundervisning. Kan prøveforberedende enkeltfagskursus bygge bro over "uddannelseskløften"?
Projektrapport af Grete Severinsen. RUC 198o.

Voksenundervisning.
Projektrapport af Nina Benzin et al. RUC 198o.

Love og bekendtgørelser:

Lov om prøveforberedende enkeltfagsundervisning m.v. for voksne, lov nr. 3o5 af 8. juni 1977.

Bemærkninger til lov nr. 3o5 af 8. juni 1977.

Bekendtgørelse om prøveforberedende enkeltfagsundervisning m.v. for voksne nr. 273 af 19. maj 1978.

Vejledende forslag til læseplan for faget regning/matematik i folkeskolen af 18. marts 1976.



Bekendtgørelse af 24. april 1974 om Højere Forberedelseseksamen og om undervisningen m.v. på kursus til Højere Forberedelseseksamen.

Samtaler:

Lauesgård, Vibeke
Poulsen, Sten C.

1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.
Projektrapport af Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.
Vejleder: Anders Madsen.

2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinoe og Peter H. Lassen.
Vejleder: Bernhelm Booss.

3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik.
Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.

4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. — Nr. 4 er p.t. udgået.
Mogens Niss.

5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE".
Helge Kragh.

6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".
Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.

7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". — Nr. 7 er udgået.
B.V. Gnedenko.

8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bound-graph formalismen.
Peder Voetmann Christiansen.

9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's:"Nova Stereometria Doliorum Vinarioum".
Projektrapport af Lasse Rasmussen.
Vejleder: Anders Madsen.

---

10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".
Projektrapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen.
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.

11/79 "STATISTISKE MATERIALER"
red. Jørgen Larsen

12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". — Nr. 12 er udgået
Mogens Brun Heefelt

13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".
Projektrapport af Gert Kreinoe.
Vejleder: Albert Chr. Paulsen

14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography".
Else Høyrup.

Nr. 14 er p.t. udgået.

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".
Specialeopgave af Leif S. Striegler.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".
Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".
Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.
Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.
Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".
Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMÅL OG KONSEKVENSER".
Projektrapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".
1-port lineært response og støj i fysikken.
Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of realitivity".

---

24/80 a+b "MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2.G'ERE".
1. En analyse. 2. Interviewmateriale.
Projektrapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.
Vejleder: Mogens Niss.

Nr. 24 a+b er p.t. udgået.

25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.

26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".
En projektrapport og to artikler.
Jens Højgaard Jensen m.fl.

Nr. 26 er p.t. udgået.

27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC's PHYSICS".
Helge Kragh.

28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".
Projektrapport, speciale i fysik, af Gert Kreinøe.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentialligningsmodeller".

Projektrapport af Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.

Vejleder: Mogens Brun Heefelt

30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".

Oluf Danielsen.

Nr. 30 er udgået.

Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærernes forlag.

31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE".

Projektrapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.

Vejleder: Stig Andur Pedersen.

Nr. 31 er p.t. udgået

32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER OG MÖSSBAUEREFFEKTMÅLINGER".

Projektrapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og Preben Jensen.

Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".

Arne Jakobsen.

34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".

ENERGY SERIES NO.1.

Bent Sørensen.

Nr. 34 er udgået.

Publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment", Tycooli International Press, Dublin, 1981.

35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".

Helge Kragh.

36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN ?".

Fire artikler.

Mogens Niss.

37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".

ENERGY SERIES NO.2.

Bent Sørensen.

---

38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".

Projektrapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.

Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.

Nr. 38 er p.t. udgået

39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".

Jens Højgaard Jensen.

40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".

Projektrapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.

Vejleder: Per Nørgaard.

Nr. 40 er p.t. udgået

41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".

ENERGY SERIES NO.3.

Bent Sørensen.

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".

Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".

2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".

ENERGY SERIES NO.4.

Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".

Projektrapport af Niels Thor Nielsen.

Vejleder: Bent C. Jørgensen.

---

45/82

46/82 I+II "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".

Projektrapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.

Vejleder: Bent C. Jørgensen.

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".

ENERGY SERIES NO.5.

Bent Sørensen.

48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".

Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.

Vejleder: Mogens Niss.

49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".

Projektrapport af Preben Nørregaard.

Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.

50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY". ENERGY SERIES NO.6.

Rapport af Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.

Vejleder: Bent Sørensen.

51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?"

Projektrapport af Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.

52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS"

Bernhelm Booss & Krzysztof Wojciechowski.

53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".

Arne Jakobsen & Stig Andur Pedersen.

54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.

Stig Andur Pedersen & Johannes Witt-Hansen.

55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.

En bibliografi.

Else Høyrup.

Vedr. tekst nr. 55/82: Se også tekst 62/83.

56/82 "ÉN - TO - MANGE" - En undersøgelse af matematisk økologi.

Projektrapport af Troels Lange.

Vejleder: Anders Madsen.

---

57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET" - Skjulte variable i kvantemekanikken?

Projektrapport af Tom Juul Andersen.

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

Nr. 57 er udgået.

58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.

Projektrapport af Per Hammershøj Jensen & Lene Vagn Rasmussen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".

ENERGY SERIES NO. 7.

Bent Sorensen.

60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE" - et eksempel.

Projektrapport af Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Norregaard.

Vejleder: Anders Madsen.

61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION", som et eksempel på en naturvidenskab - historisk set.

Projektrapport af Annette Post Nielsen.

Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.

62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.

En bibliografi. 2. rev. udgave

Else Høyrup

63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".

ENERGY SERIES No. 8

David Crossley & Bent Sørensen

64/83 "VON MATHEMATIK UND KRIEG".

Bernhelm Booss og Jens Høyrup

65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".

Projektrapport af Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen, Erling Moller Pedersen.

Vejledere: Bernhelm Booss & Klaus Grünbaum

66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".

Projektrapport af Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.

Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen

67/83 "ELIPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?"

Projektrapport af Lone Biilmann og Lars Boye

Vejleder: Mogens Brun Heefelt

68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.

Projektrapport af Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid, Frank Mølgård Olsen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK" - en test i 1.g med kommentarer

Albert Chr. Paulsen

70/83 "INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU"

Projektrapport af Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Age Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.

Vejleder: Klaus Grünbaum & Anders H. Madsen

ISSN 0106-6242