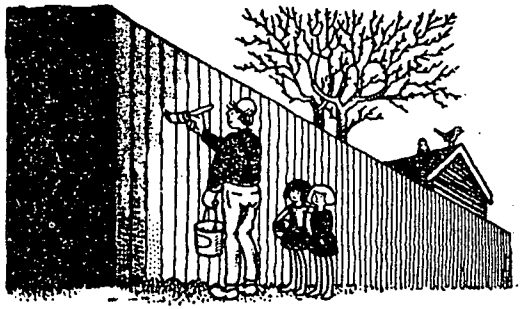
TEKST NR 65 1983

ANVENDT MATEMATIK — TEORI ELLER PRAKSIS.



Maleren skal male 54 meter plankeværk. Han har kun malet 10 meter.
Hvor mange meter mangler han?

$54 - 10 = \square$

$\square + 10 = 54$

Lærervejledning:

B. Subtraktion af 10, som er hovedemne for siden, bygges på og begrundes med den »modsatte« addition: 54 — 10 er et navn for de meter, maleren mangler; men vi kan også sige, at de meter, han mangler, plus 10 er 54. Det vil her ikke gøre noget videre, om læreren bygger subtraktion af 10 på en »fratrækning«, når det blot tydeligt træder frem, at operationen så at sige foregår i tierne, men det vil være mere i overensstemmelse med de principper, der lægges til grund for indlæring af subtraktion senere (især i 2b), om der bygges på en opfyldning.

PER HEDEGÅRD ANDERSEN
KIRSTEN HÅBEKOST
CARSTEN HOLST-JENSEN
ANNELISE VON MOOS
ELSE MARIE PEDERSEN
ERLING MØLLER PEDERSEN

VEJLEDERE:
BERNHELM BOOSS
KLAUS GRÜNBAUM

TEKSTER fra IMFUFA
ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA
Roskilde Universitetscenter
Postboks 260
4000 Roskilde

ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS

af Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost,
Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos,
Else Marie Pedersen, Erling Møller Pedersen.

Vejledere: Bernhelm Booss & Anders Madsen

IMFUFA tekst nr. 65/83, RUC
238 sider + bilag 92 aider
ISSN 0106-6242

RESUME:

Emnet for dette projekt er indlærings-problemer i matematikundervisningen, og vores synsvinkel er forholdet mellem anvendt matematik og indlæring.

Tilgangen er dels teoretisk, hvor "gamle" IMFUFA-projekter, diskussionen om anvendt matematik, indlærings-psykologiske teorier og forskellige didaktiske retninger behandles, dels praktisk, hvor 3 undervisningsforløb i 2.g, hvor man har forsøgt at inddrage anvendt matematik, undersøges og analyseres.

Endelig har vi til sidst prøvet at placere matematikfaget i forhold til diskussionerne om modkvalificering.

ANVENDT MATEMATIK — TEORI ELLER PRAKSIS.

PER HEDEGÅRD ANDERSEN
KIRSTEN HABEKOST
CARSTEN HOLST-JENSEN
ANNELISE VON MOOS
ELSE MARIE PEDERSEN
ERLING MØLLER PEDERSEN

VEJLEDERE:
BERNHELM BOOSS
KLAUS GRÜNBAUM

FORORD

Emnet for dette projekt er indlæringsproblemer i matematikundervisningen, og vores synsvinkel er forholdet mellem anvendt matematik og indlæring.
Tilgangen til vores undersøgelser har dels været teoretisk, dels har vi undersøgt 3 forskellige undervisningsforløb i 2.g, hvor man bl.a. forsøger at inddrage anvendt matematik i undervisningen.

Projektet falder således i to dele:
En TEORETISK del, der indeholder orientering indenfor
a) 'gamle' IMFUFA-projekter
b) diskussionen om anvendt matematik
c) indlæringspsykologiske teorier
d) forskellige matematik-didaktiske skoler.
En UNDERSØGELSES-del, der indeholder
a) Resultatafsnit: observationsrapporter
lærerinterviews
spørgeskemaundersøgelser.
b) Analyse.

Resultatafsnittet er meget omfangsrigt og kan evt. springes over. Det har karakter af opremsning og beskrivelser og bruges først og fremmest til dokumentation for analyseafsnittet. Som bilag vedlægger vi undervisningsmateriale fra de 3 forløb, som vi fulgte.

Sidst, men ikke mindst siger vi tak til de 3 lærere og eleverne, som så velvilligt (og tålmodigt) lod sig 'undersøge'.

INDHOLDSFORTEGNELSE

DEL I

DEL II

1. INDLEDNING

Vores projekt tager sit udgangspunkt i den udbredte opfattelse, at matematikundervisningen i gymnasiet er i krise. Mange matematiklærere klager over, at eleverne simpelthen ikke forstår matematikken, de er bedste fald kun i stand til at beherske den instrumentelt i forbindelse med eksamen.
Det faktum, at matematik er et af de få gymnasielærerfag, der endnu rummer beskæftigelsesmuligheder, sammenholdt med at det stadig er meget få, der vælger at læse dette fag, tyder også på, at der er noget galt.
Vi spurgte os selv: hvorfor er det så svært at lære matematik? Hvad er det i matematikken, der er så utilgængeligt? og Hvorfor blokerer så mange overfor at lære matematik?
Vi besluttede derfor at sætte lup på indlæringsproblemer i forhold til matematik. Vi ville prøve at finde et mønster for i hvilke situationer der opstod blokeringer, hvad der oplevedes som svært hhv. nemt, og hvorfor.
Vi tog derfor kontakt til Sten Clod Poulsen, fra Danmarks Pædagogiske Institut, fordi vi havde hørt, at han havde optaget en masse videobånd, med nogle elever, på HF-enkeltfag, der læste matematik-lektier. Vi håbede på denne måde at kunne komme virkelig 'tæt på'. Det viste sig imidlertid, at vi var havnet i en blindgyde. Materialet var for uensartet til, at vi med det begrebsapparat, vi havde, kunne udlede noget generelt.
Det omfattede tre personer, der hver for sig'tænkte højt', mens de forsøgte at regne nogle matematikopgaver. Dertil var der nogle bånd med en gruppe elever, der repeterede sammen op til eksamen. Men det stof,der blev gennemgået var så forskelligt, at vi ikke kunne finde nogen mønstre. En pige gik helt galt i en opgave om sandsynlighedsberegning, fordi hun troede, der var 50 kort i et spil kort. Der var andre lignende eksempler på blokeringer, men de var generelt enestående og bar tilfældighedens præg.
Vi mente derfor, det ville være uforsvarligt at udlede noget generelt om indlæringsproblemer på dette grundlag. Videooptagelserne kunne ikke umiddelbart give os noget svar på, hvorfor det er svært at lære matematik, så vi droppede dem.

Vi besluttede i stedet at nærlæse de gamle RUC-rapporter, som på en eller anden måde havde beskæftiget sig med indlæringsproblemer i forhold til matematik, for at finde et svar på vores spørgsmål.
Her fandt vi et nogenlunde entydigt svar, der sagde, at matematik bl.a. er svært at lære,fordi den traditionelle matematikundervisning foregår løsrevet fra elevernes virkelighed.
Denne vurdering virkede overbevisende, bl.a. ud fra elevernes egne formulerede krav til en bedre matematikundervisning, som de kommer til udtryk i IMFUFA-tekst nr.24: "Matematikopfattelser hos 2.g´ere".

> "Det kunne godt være noget mere med, at man forsøgte at køre det ud i noget praktisk i stedet for at sidde og mæske sig i al den teori."(s.54)
>
> "Målet må være, at vi kan bruge det direkte i praktiske anvendelser"(s.54)

og

> "Man savner en forståelse for, hvorfor man lærer det."(s.55)

er nogle karakteristiske bud på krav til matematikkens indhold.
Og med hensyn til arbejdsformer og pædagogik hedder det bl.a.:

> "Der skulle være flere klassediskussioner, og det skulle være eleverne, der forklarede for hinanden i stedet for, at det altid er læreren"(s.59)

og

> "Det er altid sådan noget upersonligt noget, man kan ligesom ikke komme ind på en hyggesnak i matematiktimerne."(s.59)

Den traditionelle matematikundervisning opleves af eleverne, som en isoleret "lærebygning, der svarer på spørgsmål, som ingen andre end læreren og lærebogen har stillet" siger Mogens Niss i IMFUFA-tekst nr.4 (1978,s.3).
Den samlede tendens vi udledte af de gamle projekter var, at man i højere grad burde tage udgangspunkt i elevernes konkrete virkelighed og behov.
Disse tanker harmonerede fint med den aktuelle debat om erfaringspædagogik, hvor parolen er, at man i undervisningen skal tage udgangspunkt i elevernes konkrete erfaringsverden. Men da vi spurgte en af eksponenterne for den erfaringspædagogiske 'skole', Bjarne Wahlgren: "Hvordan laver man erfaringspædagogisk matematikundervisning?", beklagede han, det havde man ingen anvisninger på, "det må I selv finde ud af!"
Det satte vi os så for at forsøge at gøre.

Det lod altså til, at anvendt matematik, dvs. matematik der forekommer eleverne umiddelbart relevant og anvendeligt, og en matematikundervisning, der tager udgangspunkt i elevernes erfaringer og behov, var stikordene for en god matematikundervisning. Men hverken RUC-rapporterne eller erfaringspædagogerne havde nogle præcise bud på hvordan det skulle gribes an, eller om det overhovedet lod sig realisere i forhold til matematik.
På dette tidspunkt diskuterede vi livligt for - og imod erfaringspædagogik. Vi havde nemlig mødt Vagn Rabøl Hansen på Danmarks Pædagogiske Institut og læst nogle artikler af ham, hvori han forfægtede det synspunkt, at anvendelsesorienteret matematikundervisning absolut ikke letter forståelsen af den matematiske teori, men tvært imod tilslørede matematikkens sande væsen, fordi den focuserer på overfladefænomener. Man skulle tvært imod, hævdede han, tage udgangspunkt i teorien, og herudfra kunne man så analysere fremtrædelsesformerne.
Vil anvendt matematik virke fremmende eller hæmmende for indlæringen? Og hvad giver den mest 'rigtige' indlæring?
Vi besluttede os for at undersøge følgende problem:
Er det sådan, at en matematikundervisning, der tager udgangspunkt i anvendt matematik, dvs. i problemer, der er relevante og interessante for eleverne, giver en bedre indlæring, end den traditionelle og teoretisk orienterede matematikundervisning?

Fremgangsmåde

Denne problemformulering affødte nye spørgsmål:
Hvad mener vi egentlig med 'anvendt matematik', og hvad er det for noget matematik, der er relevant for eleverne?
Hvad mener vi egentlig med 'bedre indlæring', hvad er en 'ideel' indlæring?
Hvad er det i det hele taget der skal indlæres i matematik?

For at afklare disse spørgsmål, og dermed blive i stand til at konkludere på vores problemstilling, besluttede vi os for følgende arbejdsplan:

1) Nærlæsning af de gamle IMFUFA-tekster med henblik på at finde ud af, hvad der siges mere præcist om anvendt matematik og indlæring.
2) Orientering i det 'matematiske landskab' for at få et indtryk af, hvilken matematik der kan være relevant for eleverne, og for at få præciseret vores anvendelsesbegreb.
3) Orientering indenfor indlæringspsykologien, for at finde ud af, hvad ideel indlæring egentlig er - og hvad der betinger den. Vi tog her udgangspunkt i Knud Illeris' overvejelser omkring eksemplarisk indlæring og modkvalificeringspædagogik. Direkte adspurgt kunne Knud Illeris imidlertid ikke placere matematikken i forhold til sine teorier. Vi syntes,at teorierne var så spændende og vigtige, at vi besluttede os for at undersøge matematiks potentialer i forhold til en modkvalificeringspædagogik.
4) Undersøgelse af hvilken rolle anvendelsesaspektet spiller indenfor repræsentative matematik-didaktikker. Vi håbede derigennem at få et fingerpeg om, hvilke muligheder der var, for at realisere et eksemplarisk undervisningsforløb i matematik, der tog udgangspunkt i elevernes umiddelbare interesser.
5) Med udgangspunkt i ovenstående overvejelser, ville vi gå ud i det virkelige liv for at undersøge, hvordan teorierne harmonerede med praksis.
Vi havde fået kontakt med 6 lærere, der kørte nogle undervisningsforsøg i matematik over en to-årig periode. Forsøgsordningen indebar bl.a. at man havde fået strøget pensumlisten, og man havde således ret vide rammer mht. undervisningens indhold. Om undervisningens indhold hedder det:

> "Emnerne vil i høj grad blive bestemt "udefra", nemlig udfra hvad matematik bliver brugt til uden for gymnasiet" (Byggestenen nr.35,dec-82 s.14)

Vi vurderede på denne baggrund, at disse undervisningsforløb, måtte være velegnede for vores undersøgelse omkring anvendt matematik og indlæring. Videre var større elevdeltagelse og medbestemmelse en af intentionerne bag forsøget. Dvs.at man faktisk forsøgte at honorere de elevkrav, der blev formuleret i rapporten om 2.g-eres matematikopfattelse.

Om vores formål med projektet.

Vi blev imidlertid snart på det rene med,at en direkte undersøgelse af vores problem,omkring anvendt matematik og indlæring,ikke umiddelbart lod sig realisere indenfor de rammer vi havde. Hvordan måler man egentlig indlæring? Hvad skal sammenligningsgrundlaget være? Hvad kan man overhovedet udlede af et så spinkelt materiale? (6 klasser, der havde kørt under forsøgsordningen i ca. 1/2 år). Det var nogle af de spørgsmål, der rejste sig (disse overvejelser er nærmere beskrevet kap. 6).
Vi måtte imidlertid fastholde,at vores problem var væsentligt at få afklaret. Samtidig erklærede 'forsøgslærerne', at de syntes,det ville være en god idé at foretage en slags evaluering af deres undervisning, fordi det daglige arbejde med at køre forsøget, er så krævende, at det kniber med overskuddet til at foretage en mere samlet evaluering af forsøget.
Endelig mente vi, det var vigtigt for os at blive konfronteret med dagligdagen i gymnasiet, for at blive mere bevidste omkring hvor problemerne ligger, hvilket spillerum man har som matematiklærer, osv., for herudfra at kunne tilrettelægge vores videre uddannelse i dette perspektiv.
Vi besluttede derfor, at et famlende forsøg på en evaluering af forsøgene var bedre end ingen evaluering.

Vores formål med projektet er altså tre-benet:

1) at kvalificere os til at blive matematiklærere
2) at give et bidrag til en evaluering af nogle undervisningsforløb - vi har bl.a. lovet at komme ud i klasserne og fremlægge og diskutere vores resultater.
3) at give et bidrag til debatten om, hvilke muligheder og begrænsninger, der er, for at realisere en eksemplarisk og modkvalificerende matematikundervisning.

Der er altså under det konkrete arbejde med projektet sket et skred fra vores oprindelige problemstilling: om anvendt matematik fremmer eller hæmmer indlæring, henimod en bredere vurdering af matematikfagets placering i diskusionen om en modkvalificerende pædagogik.

2. STATUS OVER TIDLIGERE PROJEKTER

Begrundelsen for at tage dette kapitel med i vort projekt, er først og fremmest for at se, hvilke erfaringer der er opsamlet gennem tiderne i de tidligere projekter, i forbindelse med skole-modulet.

Vi ønsker at se om der er nogle erfaringer, som vi kan bruge og bygge videre på i forbindelse med vort eget projekt, og på den måde 'stå på skuldrene' af de tidligere projekters erfaringer.

Det vi specielt ønsker at se på i disse projekter er, hvilke tanker de har gjort sig omkring anvendt matematik, indlæringspsykologi og didaktik.

2.1 "Tanker om en praksis"

Formålet med dette projekt er, at opstille et (eksemplarisk) undervisningsforløb, der dels tager hensyn til de principper der udmøntes af projektskrivernes opfattelse af faget, dels tager højde for de betingelser der ligger for undervisningen.

De principper gruppen opstiller, er knyttet til 3 aspekter, som de mener bør være grundlæggende for matematikundervisningen:

1) videnskabshistorie
2) matematiske anvendelser
3) axiomatiske strukturer

Principper for hvordan videnskabshistorie skal indgå i undervisningen

Matematikkens historie skal indgå på 2 niveauer i undervisningen:

1) som direkte formål for undervisningen på et eller andet tidspunkt.
2) en disciplins historiske udvikling skal indgå i indledningen til en undervisning i disciplinen.

Begrundelsen for at inddrage det historiske aspekt er, et ønske om at ændre elevernes opfattelse af, at matematik (videnskaben) er sand og ahistorisk, idet denne opfattelse

> "indebærer ikke alene troen på den sande og ubetvivlelige videnskab; men også troen på, at det er det enkelte menneskes geniale opdagelser, der er fremskridtets væsentligste kilde. Dette formidler en autoritær holdning til videnskaben, hvilket får betydning for den måde, som man forholder sig til matematikkens anvendelser på. Det videnskabshistoriske element i undervisningen er derfor af stor betydning, ikke alene for at give en mere korrekt fremstilling af fagets dimensioner, men i lige så høj grad for at vise videnskaben som en side af det politiske og økonomiske liv, eller for at vise hvordan videnskaben integreres i dette." (s.15)

Endvidere mener gruppen, at deres videnskabsopfattelse åbner mulighed for en stillingtagen til forskning, og til hvilke interesser forskellige måder at drive videnskab og undervisning på tjener.

Principper for hvordan matematiske anvendelser skal indgå i undervisningen

Anvendelser fra forskellige områder skal inddrages, men det prioriteres højt, at specielt anvendelser fra det samfundsvidenskablige område repræsenteres i undervisningen, for

> "at eleverne kan opleve, at sådanne modeller ikke er bedre end det teoretiske grundlag de bygger på, og at eleverne derfor ikke skal tro på noget, blot fordi det er resultat af en matematisk behandling".(s.28)

I denne forbindelse er det nødvendigt, at eleverne selv prøver at behandle et virkelighedsområde matematisk, for at lære hvad det er, der foregår, når man skal vælge hvilke sammenhænge der skal repræsenteres og på hvilken måde, og for at forstå hvorfor resultaterne derfor bliver derefter.

Endvidere mener gruppen,

"at anvendelssituationer, som kan hentes fra eleverne egen hverdag eller som kan blive deres hverdag, ..., vil gøre tilegnelsen af matematik lettere." (s.18)

Det axiomatiske aspekt

Dette aspekt medtages fordi

"for det første er den axiomatiske struktur af grundlæggende betydning for, hvad det er for en type udsagn, som matematisk teori er i stand til at frembringe: der kan kun frembringes "hvis...., så..."-udsagn. Denne egenskab ved matematikken findes også ved matematiske modeller. Også her er det kun ud fra en viden om modellernes forudsætninger, at modellernes resultater kan vurderes." For det andet, fordi "en behandling af det axiomatiske aspekt..... kan have en afmystificerende effekt." (s.48)

Principper for undervisning i matematik indenfor de mulige rammer

Hvis et emneområde ikke frembyder interessante aspekter inden for et eller flere af de 3 nævnte aspekter, således at en gennemarbejdning af emneområdet kan bruges som case-study på et af de 3 aspekter, undervises efter følgende principper:

1) eleverne skal lære at kende anvendelser, som de vil støde på i andre fag.
2) eleverne skal trænes i at løse typeopgaver indenfor området, og de skal have en fortrolighed med og et overblik over stofområdet.

Herefter opstiller gruppen undervisningsforløb i henholdsvis "intergralregning" og "differentialregning".

Vor konklusion

Der er ingen konklusion i selve projektet, idet gruppen kun opstiller diverse principper for matematikundervisningen, og ikke afprøver de opstillede undervisningsforløb.

Begrundelsen for at opstille de nævnte principper er altså først og fremmest, at give eleverne en anden matetikopfattelse, en matematikopfattelse der skal bibringe eleverne en ikke autoritær holdning til videnskaben, således at de forholder sig kritisk til matematiske anvendelser. Endvidere skal eleverne have kendskab til hvor og hvordan matematik anvendes i samfundet og sidst men ikke mindst, mener gruppen at inddragelsen af anvendt matematik i undervisningen, kan lette indlæringen af matematik.

2.2 "Matematikopfattelser hos 2.g-ere"

Projektets formål er, ved hjælp af en spørgeskemaundersøgelse, at undersøge gymnasieelevers matematikopfattelse.

Konklusionen på projektet er, at matematikken i gymnasiet befinder sig i en krise. Næsten ingen elever kan se, hvad de kan bruge matematik til (udover de, der vil læse et naturvidenskabligt fag).

Næsten ingen elever udtrykker positiv interesse for, at beskæftige sig med matematik fremover - især ikke mat.fysserne, og næsten ingen ved:

- hvad matematisk forskning går ud på
- hvad matematik er, udover at det er udvidet regning, regning med bogstaver og noget med logisk tænkning
- hvad matematiks samfundsmæssige rolle er
- hvad dens historiske udvikling er.

Med hensyn til hvad matematik kan bruges til, nævnes: som redskab i andre fag, opøvelse af logisk tænkning, indenfor naturvidenskab og teknologien.

Heroverfor står der i det officielle formål med matematik, at eleverne skal opøves i kritisk analyse af anvendt matematik.

Næsten alle elever ønsker en mere relevant, praktisk rettet og anvendelsesorienteret undervisning - eller i det mindste en begrundelse for, hvorfor man skal lære matematik. Matematikundervisningen er alt for teoretisk og ingen synes, den har nogen umiddelbar interesse, den er kun interessant i forbindelse med anvendelse i andre fag.

Heroverfor står, at alle (undtagen de sproglige) paradoksalt nok mener, at matematik bør opretholdes som et selvstændigt fag.

Flertallet mener matematik bør have umiddelbar interesse, blandt andet af indlærings hensyn.

Vor konklusion

Det fremgår klart af projektet, at der er et udbredt ønske blandt eleverne om en mere relevant og virkelighedsrettet undervisning. Om dette er et reelt ønske om anvendelsesorienteret undervisning eller blot et ønske om en anden undervisning end den de har, fremgår ikke klart.

2.3 "Geometri, skole og virkelighed"

Formålet med projektet er, at give en historisk beskrivelse af hvilke dele af geometrien, der har været pensum i gymnasiet/de lærde skoler gennem tiderne, samt begrundelser for den valgte geometri. Yderligere belyses forholdet mellem geometri og virkelighed, samt hvilken rolle geometrien spiller i matematikken. Afsluttende spørges der om, hvorfor geometri ikke er genstand for nogen selvstændig behandling i gymnasiet.

Vor konklusion

Projektet er meget historisk og internt matematisk orienteret. Det beskæftiger sig dog med en meget direkte form for anvendelse, som gruppen selv udtrykker det:

> "...vi mener, at geometri, her i betydningen visualisering og figurbetragtning, har en vigtig mission hvor anvendelsesaspektet er vanskeligt, før begreberne er indlært til brug ved problemløsning."

2.4 "En undersøgelse af matematikundervisningen på adgangskursus til Københavns teknikum"

Projektets formål er, på baggrund af en analyse af hvilke hensigter og formål matematikundervisningen på AK og i gymnasiet har, samt hvilken effekt matematikundervisningen har på eleverne på AK, at indkredse almendannende og studieforberedende elementer i matematikundervisningen, samt konkludere hvilken betydning de nævnte elementer har i matematikundervisningen.

Uddannelsen er udelukkende studieforberedende i sit formål, som er at kvalificere kursisterne til ingeniør-uddannelsen.

Gruppen foretager en analyse af lærebøgerne på kurset, og kommer frem til, at der kun er lidt teoretisk tekst, udsagn og beviser. Størsteparten af bøgerne består af eksem-

pler og opgaver. Den tekst der er, lægger vægten på, at opstille håndregler og algoritmer, der er praktisk anvendelige til opgaveregning.

Undervisningstiden på kurset anvendtes på følgende måde:

1) gennemgang af nyt stof ... ca. 6o % af tiden
2) overhøring af elever - mere af trænende og repeterende karakter end egentlig kontrollerende ... ca. 2o % af tiden
3) tilbagelevering af hjemmeopgaver. Læreren regnede samtlige opgaver på tavlen ... ca. 1 ud af 8 ugentlige timer.

Undervisningen sigter mod, at eleverne tilegner sig operationelle færdigheder, som kan aktiveres overfor visse matematiske problemstillinger i ganske bestemte iklædninger. Der lægges ikke op til, at kursisterne direkte skal forstå hvad der sker, de skal derimod blot gøre operationerne tit nok, for på den måde at etablere en tilvænningsproces. Det indlærte bliver en rent operationel færdighed og kan ikke senere indgå i forbindelse med andre begreber til en ny forståelse. Når eleverne ikke forstår det de har lært, medfører det usikkerhed overfor matematisk argumentation og sammen med deres ukritiske opfattelse af matematik, vil de være dårligt vaccinerede mod at acceptere teknokratiske løsninger, som det naturlige svar på allehånde problemer, mener gruppen.

Gruppens egen konklusion om hvilken betydning almendannende og studieforberedende hensigter har for matematikundervisningen, falder i tre punkter:

1) Det er ikke godt, når en matematikundervisning kun har studieforberedene hensigter. Det giver anledning til forskellige, men alvorlige perspektivforvrængninger og lægger op til et autoritært forhold til matematik og teknokratiske holdninger.

2) Almendannende hensigter er ikke tilstrækkelige til at undgå de i pkt. 1 nævnte faldgrupper, selv om de foranlediger, at undervisningens matematiske resultater er funderede på velbegrundede resonnementer.
3) Hvis matematikundervisningen skal medvirke til en demokratisk samfundsudvikling, og ikke modvirke den - for neutral er den ikke, må undervisningen udover indsigt i matematiske emner, give sine elever indsigt i matematiks specielle natur og belyse faget i kulturel, filosofisk, historisk og samfundsmæssig sammenhæng. Dette gælder også, hvis matematikundervisningen skal forberede til ingeniørgerningen.

Vor konklusion

Undervisningen på AK er tydeligvis en mutant af begrebet "anvendt matematik", der - som gruppen overbevisende argumenterer for - let kan udvikle kursisterne til en ny omgang teknokrater. Rapporten viser klart hvilke farer og faldgrupper der er ved instrumentalisme/operationalisme, samt hvilke konsekvenser dette kan få. Som gruppen selv nævner, er det altså ikke nok, at undervisningen giver eleverne indsigt i matematiske emner - den skal også give indsigt i matematiks specielle struktur, samt belyse faget i kulturel, historisk og samfundsmæssig sammenhæng.

2.5 "Hvad kan der gøres for at afhjælpe pigers blokering overfor matematik"

Projektets erklærede formål er, at få nogle bud på hvorfor kvinder blokerer i undervisningssituationen overfor matematik.

Til forklaring af dette fænomen afsøger gruppen tre landskaber:

1) biologiske funderede forklaringer

2) sociokulturelt funderede forklaringer
3) indlæringspsykologiske forklaringer

Af disse, afvises de biologiske forklaringer helt, mens gruppen under de sociokulturelt funderede forklaringer meget generelt peger på socialisationen til kvinderollen, som mulighed. På baggrund af sidstnævnte forhold strammes problemformuleringen op til:

"Er den opfattelse af matematisk begrebsdannelse, der ligger bag matematikundervisningen i dag, i bedre overensstemmelse med de hos drenge dannede begrebsapperater, end hos pigerne?"

På baggrund af dette, refereres to udviklingspsykologiers syn på begrebsdannelse

1) en sovjetisk udviklingspsykologisk skole, der repræsenteres af Vygotsky, Luria og Leontew, fordi den beskæftiger sig med socialisationens betydning for begrebsdannelse.
2) Piagets , fordi den har dannet udgangspunkt for nogle opfattelser af matematisk begrebsdannelse og fordi den for mange har været med til at legitimere struktur-matematik og omvendt.

I projektet findes endvidere et videnskabsteoretisk afsnit, men som det gælder for såvel et bestemt videnskabsteoretisk som et udviklingspsykologisk synspunkt, er de didaktiske konsekvenser af disse meget indirekte, nemlig gennem den fagopfattelse som kommer til at ligge til grund for en undervisning.

Det er da også karakteristisk, at når gruppen skal opstille "den ideelle undervisning", henviser de overhovedet ikke til de foregående afsnit, men anfører blot nogle almene og meget generelle betragtninger som begrundelser.

Vor konklusion

Der er meget udviklingspsykologi i projektet, men ikke noget vi umiddelbart kan bruge. Det er dog muligt, at vi ved at afsøge det indlæringspsykologiske felt med "vore briller"på, kan finde en indlæringspsykologisk model der beskriver det vi søger efter.

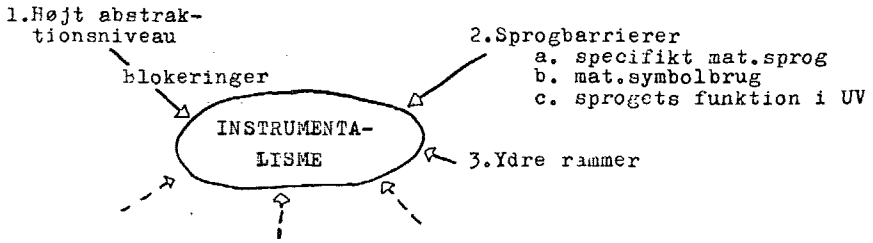
Som forslag til hvordan man skal komme videre på dette felt, opstiller gruppen en række problemstillinger, de selv er stødt på i forbindelse med projektet:

- en nærmere definition af begreber og dannelsen af disse
- hvilke begrebshierakier skal eleverne bibringes, for at målene med undervisningen opfyldes
- undersøgelser over elevernes holdninger til matematik, samt lærerens mening om deres elever og deres holdning til matematik
- undervisningsforsøg med alternativ undervisning, specielt proces-og anvendelsesorienteret matematikundervisning.

2.6 "Indlærings-og formidlingsproblemer i matematik på voksenundervisningsniveau"

Rapportens formål er, at afdække formidlings og indlæringsproblemer i matematikundervisningen inderfor voksenundervisningssektorer på Folkeskolens udvidede afgangsprøve og HF fællesfag og tilvalgsniveau. Hovedvægten i rapporten ligger på en indkredsning af begrebet instrumentalisme - et begreb, som gruppen finder er et væsentligt resultat af matematikundervisningen - også på voksenniveau.

Begrebet, som er overtaget direkte fra Mellin-Olsen ("Indlæring som social proces", Rhodos 1977), defineres som "den indlæringsstrategi, der bevirker, at eleverne tilegner sig stoffet uden at være interesseret i, hvad de lærer". Denne strategi betinges af tre faktorer (som figuren viser), mener gruppen:



Til belysning af "ydre rammer" omtales love, bekendtgørelser og andre samfundsskabte forhold.

"Sprogbarrierer" begrundes ud fra eń lærebogsanalyse hvorpå det konkluderes, dels at bogen har et højt LIX-tal, dels at "den matematiske symbol-og sprogbrug ikke henviser til noget der er kendt fra hverdagen."

Til belysning af abstraktioner og abstraktionsprocesser foretager gruppen nogle tests, og på baggrund af disse, samt Vygotskys teorier om begrebsdannelsens dynamik, konkluderer de, at kursisterne ikke i undervisningen aktivt danner begreber, men er overladt til begrebsovertagelse, hvilket ifølge Vygotsky, skulle blokere overfor undervisningen. Da kursisterne endvidere, ifølge de udførte tests, tænker konkret, bliver resultatet en instrumentel indlæring.

Problemet skulle ifølge rapporten kunne løses, dels ved bedre - lettere læste - lærebøger og dels ved, at undervisningen i højere grad virkelighedsrelateres."Virkeligheden"opdeles i autentisk virkelighed og konstrueret virkelighed, og efter gruppens udsagn er eksempler m.v. hentet fra den autentiske virkelighed, mere relevante og anvendelige for kursisterne. Ved anvendelighed, forstås direkte anvendelighed for kursisterne enten som

- privatpersoner og forbrugere
- kursister med andre fag, hvor matematik bruges
- andre, dvs erhvervsdrivende o.lign.

Problemet med den passive begrebsovertagelse kan, ifølge gruppen, undgås ved at man i undervisningen fordybede sig i enkelte problemområder, f.eks. udvalgte mindre dele af matematikken, hvorved man kunne udforske disse nærmere og således danne baggrund for kursisternes aktive begrebsdannelse udfra kursisternes erfaringsbaggrund.

Vor konklusion

Det lader til, at gruppen mener, at matematikundervisningen både kan og skal tage udgangspunkt i kursisternes situation, og kun når matematikken er direkte anvendelig for kursisterne, kan en aktiv begrebsdannelse finde sted og dermed en abstrakt matematisk forståelse.

2.7 Samlet konklusion på de tidligere projekter

Det er karakteristisk, at de projekter der beskæftiger sig med indlæringspsykologi, ikke kan udlede nogen didaktik af psykologien. Det man højst kan drive det til er, at udlede nogle spredte 'kneb' som iøvrigt er så banale, at man alligevel ville udføre dem pr. refleks, eller til en tvivlsom legitimering af en undervisning baseret på 'aktiv begrebsdannelse'. Legitimeringen er tvivlsom, først og fremmest fordi den bygger på Vygotskys teori, der handler om børn og derfor ikke uden videre kan overføres på voksne eller unge i puberteten, - eller i Piagets tilfælde (struktur matematikken), hvor den gensidige legitimering virker lidt tvivlsom.

Vi har altså ikke fundet nogen indlæringspsykologi i denne forbindelse, som vi umiddelbart kan bruge. Vi vil derfor selv afsøge 'felten', for at se om vi kan finde en indlæringspsykologi der mere klart beskriver, hvad der foregår i selve indlæringssituationen og som vi kan have i baghovedet, når vi skal ud og observere forsøgsundervisning senere.

Næsten alle projektrapporterne peger på, at der skal mere 'anvendt matematik' ind i undervisningen, enten for at bibringe eleverne en anden matematikopfattelse; for at lette indlæringen af matematikken, eller simpelthen for at løse de problemer der er med, at eleverne kun lærer instrumentelt og derfor ikke selv aktivt danner begreber.

I rapporten " Matematikopfattelser hos 2.g'ere" kommer det også klart til udtryk, at det er et udbredt ønske blandt eleverne, at undervisningen skal gøres mere relevant, praktisk rettet og anvendelsesorienteret. Rapporten "En undersøgelse af matematikundervisningen på adgangskursus til København's Teknikum" viser imidlertid, at det ikke er ligegyldigt hvilket anvendelsesbegreb der bruges. Løsrives matematikken fra en teoretisk fundering og gøres den udelukkende til et redskab til løsning af mere eller mindre relevante matematiske problemer, havner man i den rene instrumentalisme og elever kan så netop ikke se, om et problem er mere eller mindre relevant og om brugen af matematikken som et redskab er mere eller mindre hensigtsmæssig /manipulerende.

Næsten alle rapporterne beskæftiger sig med begrebet 'anvendelig matematik' på en eller anden måde, men begrebet dækker ikke over det samme i de forskellige rapporter. I en rapport menes der med 'anvendelig matematik', matematik som bliver anvendt i samfundet (matematiske modeller), i en anden, er det anvendelig til videre uddannelse og i et tredje igen, betyder 'anvendelig', direkte anvendelig for eleverne som privatpersoner eller som elever med andre fag, hvor matematik bruges.

Der er altså ingen klar definition på, hvad 'anvendt matematik er. Vi vil derfor i det næste kapitel forsøge at afgrænse dette begreb, så vi får et mere håndterligt og klart defineret begreb at operere med.

3. ANVENDT MATEMATIK.

'Anvendt matematik' er et centralt begreb i diskussionerne om matematik på IMFUFA, hvilket dels ses ud af tidligere projekter og andre udgivelser fra IMFUFA, og dels i studieordningen for faget. Endelig indgår ordene i instituttets navn.

Følgende afsnit handler først om, hvorfor diskussionen om 'anvendt matematik' er blevet så central, og derefter om en afklaring af, hvad vi i det videre forstår ved anvendt matematik.

'Anvendt matematik' diskussionen.

Diskussionen om 'anvendt matematik' er i Danmark af forholdsvis ny dato, og må ses i forlængelse af de faglige og metodiske nybrud, der skete indenfor en række videnskaber i kølvandet på det, der sammenfattende kaldes studenteroprøret i slutningen af 60'erne. Studenteroprøret var, ud over et opgør med forældede studieformer og styreformer på universiteterne, et opgør med indhold og metoder i mange videnskaber. En fællesnævner for de videnskabelige nybrud var en 'samfundsmæssiggørelse', på den måde, at videnskaberne sås som et led i en samfundsudvikling og samfundsudviklingen blev et integreret genstandsområde i mange videnskaber. Det er i denne periode diskussionen om 'anvendt matematik' eller 'samfundsrelateret matematik' holder sit indtog. Hvor og hvordan bruges matematik i samfundet? Hvor og hvordan kan man - ud fra en kritisk position - bruge sin matematiske kunnen?

Disse aspekter var fraværende i den herskende matematikopfattelse: 60'er matematikken, der for de fleste var ensbetydende med en næsten selvstændig, aksiomatisk opbygget matematisk struktur, hvis forbindelse med virkeligheden for mange var uklar.

Nogle af de samme årsager til diskussionens opståen - et ideologisk nybrud, hvis årsager vi må lade ligge - findes i andre

lande bl.a. i Den tyske Forbundsrepublik, hvor der bl.a. i Bielefeldt blev lavet konferencer og undersøgelser over anvendelse af matematik indenfor erhvervsliv, militær og administration mm., og hvor der udarbejdedes rapporter over matematikkens betydning indenfor andre enkeltvidenskaber.
(Booss & Kricheberg, 1976)

Mange af nybruddene - både herhjemme og i Forbundsrepublikken - udvikledes udfra antikapitalistiske positioner, og indeholdt derfor mange kritiske potentialer. Samtidig indeholdt nybruddene en række kvaliteter, der er langt mere kapitaladækvate end de kvalifikationer, de tidligere stivnede uddannelser førte frem til. Således også med matematik, hvor en matematiker, der trænes i kritisk at anvende sin matematikforståelse på alskens problemer, for det meste er langt bedre arbejdskraft end den, der først skal lære det efter en uddannelse, der ikke har dette aspekt med.

I Canada er diskussionerne om 'anvendt matematik' opstået af sidstnævnte grunde: matematikuddannelsen var stivnet, og de kvalifikationer matematikerne udstyredes med var ikke særlig anvendelige udenfor uddannelsessystemet. Da dette medførte større arbejdsløshed blandt matematikere i begyndelsen af 70'erne igangsattes et større reformarbejde, hvor bl.a. behovet for matematik indenfor erhvervsliv og administration blev undersøgt.(Beltzner m.fl., 1976)

Internationale diskussioner om matematik løber altså i løbet af 70'erne af mange forskellige grunde sammen om 'anvendt matematik'. Det er ikke målet her, at analysere den internationale diskussion om dette tema eller dens årsager; ovenstående er blot nogle eksempler på diskussionens opståen og nogle umiddelbare grunde til den.

Herhjemme blev studieordningen på overbygningsuddannelsen på matematik på RUC lavet netop på denne tid og 'anvendt matematik' er blevet en integreret del af uddannelsen bl.a. gennem kravet om modul 2: modelprojektet.

Diskussionen har i 70'erne udviklet sig blandt matematikere, og er herhjemme blevet anset for så vigtig, at den blev et af hovedtemaerne på Dansk matematisk Forenings "Landsmøde om matematikken i Danmark, 1981". (Dansk matematisk forening, 1981)

Anvendt matematik.

Diskussionen om 'anvendt matematik' var altså væsentlig, og som nybegyndere på instituttet var vores nysgerrighed stor med hensyn til hvor og hvordan matematik blev anvendt. I begyndelsen af vores projektatbejde forestillede vi os, at vi ville kortlægge anvendelsesområderne for herigennem at få et overblik over 'anvendt matematik' og om muligt at få ideer til egnede emner i gymnasieundervisningen.

Først forsøgte vi at katagorisere anvendelsesområderne efter matematik 'discipliner', men da en matematik'disciplin' består af matematik på mange niveauer, og da matematik kan anvendes på mange måder, fra et simpelt redskab i f.eks. produktion over et integreret element i f.eks. økonomisk teori til som ren abstrakt teori at være erkendelsesredskab i andre videnskaber, så forlod vi denne vej.

Derefter forsøgte vi at kategorisere anvendelse af matematik i forhold til de øvrige enkeltvidenskaber, hvilket var en fremgangsmåde, vi havde set andre steder (Rapp. fra landsm. i mat. i DK og ISR nr. 24). Her viste det sig muligt mere præcist at beskrive matematiks rolle i en række fag: økonomi, andre samfundsvidenskaber, sprog og kommunikation, geografi, geologi, biologi mv., men når matematikkens rolle i de 'hårde' naturvidenskabelige fag som kemi og fysik skulle beskrives, blev det hurtigt uoverskueligt på grund af matematikkens tætte integration og dens mangfoldighed på disse områder. Og det kunne så måske endda godt lade sig gøre, men en anden hage ved en sådan opdeling var, at matematikken blev set rent videnskabsinternt. Hvorledes videnskaberne og hvorledes matematikken blev brugt i samfundet havde vi slet ikke fat i.

Derfor forsøgte vi at opdele anvendelserne af matematik efter anvendelsesområderne og hermed blev udgangspunktet samfundsvidenskabeligt. Matematikkens anvendelse ses i forhold til tre anvendelsesområder:

1) overfor naturen/i produktionen (eks: geologi, teknologi)
2) i forhold til den samfundsmæssige reproduktion (eks: administration, planlægning).
3) internt indenfor videnskaberne og videnskabsudviklingen.

Anvendelsesområderne kan ikke betragtes som klart adskilte områder, idet der f.eks. uophørligt foregår et samspil mellem teknologiudvikling og videnskabsudvikling - et samspil der desværre kun foreligger få undersøgelser over.

1) Matematikanvendelse indenfor natur/produktion.

Her vil matematikanvendelsen ofte være 'direkte', og vil foregå i produktion og udvikling af en række råvarer og produkter som eksempelvis: olie, uran, maskiner, skibe, huse, broer, kraftværker, fjernsyn, raketter mmm. Matematikken indgår her som redskab til utallige beregninger af f.eks. styrke, dimensionering, optimering, stabilitetsafprøvning mmm., til kvalitetskontrol og stikprøvekontrol, til rumgeometriske beregninger mm. Endelig har matematikken betydning indenfor edb, der igen anvendes som styrings- og systematiseringsmiddel indenfor produktionen. Hele dette område kan sammenfattes til anvendelse af matematik indenfor teknologiudvikling og er nogenlunde det samme, som andre steder karakteriseredes som ingeniørmæssig anvendelse.

2) Matematikanvendelse indenfor den samfundsmæssige reproduktion.

Her bruges matematikken også 'direkte' i samfundsmæssig administration, styring og planlægning og her findes en række anvendelsesområder, der ikke er dækket ind under produktionen. Det er først og fremmest en række statslige opgaver, der er tale om, lige fra økonomisk styring til miljø- og sundhedsforhold. Det er indenfor dette område, vi ser markedet for de grå (og

sorte) modeller: samfundsøkonomiske modeller, fiskerimodeller mv. Det er også her vi finder meningsmålinger og valgprognoser, samt en række stokastiske modeller over en række samfundsmæssige fænomener.

3) Matematiks anvendelse indenfor videnskaberne.

Indenfor de enkelte videnskaber bruges matematikken på mange måder - lige fra et simpelt redskab til i en meget teoretisk og abstrakt form et være erkendelsesmiddel indenfor andre videnskaber, især indenfor naturvidenskaben (eks: kvantemekanikken).

Vores intention var oprindelig, at lave en konkret kortlægning af matematikkens anvendelser, men det viste sig hurtigt, at det var en for stor og kompliceret opgave, og i vores projektsammenhæng ingen særlig central opgave. Vi trøstede os med, at også Dansk matematisk Forening fandt udarbejdelsen af "en mere encyklopædisk udredning over matematikanvendelsen i Danmark" for uoverkommelig (Rapp. fra landsm. s. 328).
Vi opgav derfor ad denne vej, at få ideer til at finde egnet matematik og egnede matematikanvendelser til gymnasieundervisning.

Når vi på baggrund af dette skal afklare, hvad vi mener med 'anvendt matematik', 'samfundsrelateret matematik' eller 'virkelighedsrelateret matematik' bliver resultatet en meget bred definition, der stort set dækker al matematik:

1) matematik, der bruges indenfor videnskaberne, hvilket også indeholder teoretisk matematik i erkendelsesmæssig sammenhæng.
2) matematik, der bruges direkte i produktion og samfund, som redskab indenfor teknologi, administration, styring og planlægning.

Vi må derfor indsnævre vores definition af, hvad vi vil opfatte som 'anvendt matematik', og det gør vi i forhold til vores undersøgelsesområde: matematikundervisning i gymnasiet.

Her vil vi lade formålet med matematikundervisningen være styrende, idet overvejelser over, hvorfor eleverne skal lære matematik, må være primære i forhold til overvejelser over, hvad de skal lære. Vores udgangspunkt her ligger helt i forlængelse af den fagkritikopfattelse, der er udviklet på IMFUFA såvelsom på centret som helhed, og den kan sammenfattes under betegnelsen modkvalificering. Vi vil i næste kapitel nærmere uddybe, hvad vi mener hermed, og kun her tage hul på den faglige side af modkvalificeringen. Et vigtigt element i modkvalificeringsstrategien er problemorientering som indebærer tværfaglighed, hvilket imidlertid ikke skal afholde os fra, at søge efter de bidrag matematikfaget kan give til en tværfaglig modkvalificering.

Eleverne i gymnasiet skal lære matematik, ikke bare for matematikkens egen skyld, men for at se matematikkens beskrivelseskraft overfor virkeligheden og dens anvendelser i samfundet. De skal se, hvorledes matematik er et integreret element i den verden, der omgiver dem: indenfor produktionsudvikling, samfundsudvikling og videnskabsudvikling. De skal med andre ord lære matematik og noget om matematik, der peger ud over matematikken selv. Grunden til at dette er vigtigt, er den stigende teknologisering af samfundet og den større adskillelse mellem de , der råder over den teknologiske viden og flertallet af befolkningen, hvis indsigt er begrænset. Den ofte hørte fagkritiske parole på IMFUFA er, at man skal opøves i at "se eksperterne efter i kortene", og at det er nødvendigt, at flest muligt er i stand til det for at opnå demokratiske tilstande.

Eleverne skal altså lære at matematik har noget med virkeligheden at gøre. Dette kan demonstreres ved, at eleverne ser matematik brugt på fænomener, de kender, som er synlige i deres umiddelbare omverden. Her er eksemplerne fra fysiktimerne oplagte, men også eksempler fra biologi og samfundsfag om f.eks. bakterievækst og modefænomener kan sige noget om matematiks beskrivelseskraft (her vækstfunktioner).

Eleverne skal imidlertid også kunne se de matematikanvendelser,

der er knap så synlige indenfor produktion og samfund, og de skal være i stand til at vurdere de matematiske modeller, der ofte her er tale om. De skal være i stand til at kritisere modellerne og være i stand til at vurdere forudsætninger for og brugen af modellerne. Dels skal de kunne forholde sig til modeltypen, hvilken matematik bygger modellen på, og dels skal de kunne forholde sig til den virkelighed modellen forsøger at beskrive, kan den simplificeres på den måde modellen gør.

Et sidste formål med matematikundervisningen, som muligvis ikke kan opfyldes i gymnasiet, er at eleverne får et sådant forhold til matematik, at de kan og tør bruge matematik selv, når de har forladt skolen.

Når vi i det følgende taler om anvendt matematik, mener vi anvendelser, der har til formål at modkvalificere eleverne:

> matematik anvendt på virkelighedsfænomener i elevernes umiddelbare omverden.
>
> matematik anvendt på mere skjulte måder i produktion og samfund.

I forhold til den tidligere brede definition bortskærer vi her matematikanvendelserne indenfor videnskaberne først og fremmest matematikkens erkendelsesskabende potentiale. Vi tror godt man kan behandle emner af denne karakter i gymnasiet (se senere i kap. 5), men vi vil holde dem udenfor vores definition af anvendt matematik.

Vi ser også her bort fra en vigtig indgang til forståelse af matematikvidenskabens udvikling i forhold til samfundets udvikling, nemlig den historiske tilgang. Denne tilgang mener vi er væsentlig, og vi mener den er en del af gymnasieundervisningen, så eleverne får en opfattelse af, at matematikken udvikler sig, og at den gør det indenfor nogen samfundsmæssige rammer. Imidlertid vil vi ikke her se den historiske tilgang i forhold til anvendt matematik.

4 INDLÆRINGSPSYKOLOGI.

Det er ønsket med dette kapitel at redegøre for en indlærings-psykologisk model, der er brugbar som teoretisk bagland for vores projekt. Teoretisk bagland på en sådan måde at vi bedre forstår,hvorfor nogle mener, at anvendt matematik lettere indlæres, og sådan at vi får afklaret almindelige psykologiske begreber knyttet til indlæring. Desuden venter vi, at indsigt i indlæringspsykologi vil være en god baggrund for de observationer og spørgeskemaundersøgelser, projektet indeholder.

Da projektets udgangspunkt er indlæringsproblemer ved matematik i gymnasiet og særlig dem, der knytter sig til matematikundervisningens meget uigennemsigtige tilknytning til virkeligheden, har vi valgt at beskrive den indlæringspsykologiske model Illeris (1981) knytter til modkvalificeringens pædagogik. Denne pædagogik mener jo bl.a., at al virkelig udvikling/indlæring starter i elevernes virkelighed.

Kapitlet består af to afsnit. Et kort indledende afsnit om modkvalificeringens pædagogik med dens tilknytning til erfaringspædagogikken for at lede frem til afsnittet om indlæringspsykologi, hvor afsøgning for en teori diskuteres af Illeris (1981).

4.1 Modkvalificeringens pædagogik.

Redegørelsen for denne er, hvor intet andet er anført, hentet fra Illeris (1981):"Modkvalificeringens pædagogik", hvor begrebet modkvalificering bruges om den bestræbelse, der går ud på at følge lønarbejdernes interesser i de påvirkninger samfundsmedlemmerne udsættes for i uddannelserne. De tre principper, problemorientering, deltagerstyring, og eksemplarisk indlæring, udgør det didaktiske grundlag for bestræbelserne på at realisere en modkvalificering som supplement til kvalificeringen inden for uddannelsessystemet. Det skal dog bemærkes, at en undervisning gennemført i overensstemmelse med disse principper ikke nødvendigvis medfører en modkvalificering.

Problemorientering.

Da en af årsagerne til den usammenhængende indlæring er uddannelsernes traditionelle organisering i en række isolerede fag, samt fagenes opsplitning i timer, vil en løsning på dette være problemorientering som et grundlæggende didaktisk princip. I den konsekvente udformning af dette vil fagopsplitningen helt bortfalde og udgangspunktet for undervisningen tages i aktuelle problemer, der findes her og nu. I behandlingen af den pågældende problemstilling inddrages de forskellige fags viden, metoder og teorier i det omfang, det er relevant.

Begrebet problemorientering indebærer ikke nødvendigvis, at der også er tale tværfaglighed. Der kan godt køres problemorienterede forløb inden for de traditionelle fags grænser, men problemorientering som et grundlæggende didaktisk princip for selve undervisningens organisering vil medføre en eller anden form for tværfaglighed. Illeris (1981) anfører iøvrigt:

> "problemorienteringen drejer sig ikke om en ophævelse af fagene som områder for organiseret indsigt og forståelse, det er jo den status, som fagene faktisk historisk har og vil fortsætte med at have en rum tid fremover. Men problemorienteringen anfægter, at denne status og opdeling skal overføres til også at være det grundlæggende og styrende princip for undervisningens tilrettelæggelse."

For at et problem kan anses for at være anvendeligt som udgangspunkt for en problemorienteret undervisning, må det mindst opfylde følgende to kriterier:

1. Problemet skal foreligge som eller accepteres som et problem af deltagerne.
2. Problemet skal indholdsmæssigt pege ud over sig selv, det skal kunne placeres og behandles i en samfundsmæssig sammenhæng.

Princippet om problemorientering indebærer for såvel kvalificeringen som for modkvalificeringen, at man kan overvinde de problemer den opsplitning i indlæringen, der normalt finder sted, medfører. For modkvalificeringen indebærer det

yderligere, at der kan foregå en problematisering af deltagernes samfundsmæssige forståelse. De tidligere indarbejdede usammenhængende og fordrejede assimilative strukturer kan blive genstand for akkomodative dissociationer og nye strukturer kan oparbejdes. Der vil senere i kapitlet blive redegjort for assimilative, akkomodative og kumulative processer.

Deltagerstyring.

Idet det ene af kriterierne for, om et problem kunne anses for at være egnet til problemorienteret undervisning var, at deltagerne skulle acceptere dette som et problem, er det altså nødvendigt som supplement til problemorienteringen at opstille et didaktisk princip, der sikrer eleverne medbestemmelse i undervisningen. For hvis ikke løsningen af problemet bliver opfattet som et mål af eleven, er forudsætningen for akkomodative nystrukturering på dette område ikke til stede, idet akkomodative processer er krævende. Man akkomoderer kun i situationer, som det har betydning for en selv, at man klarer.

Deltagerstyring betyder ikke total elevstyring; "idet eleverne ville være tilbøjelige til at vælge problemer, som de på forhånd kunne magte og overskue, og som derfor kun lægger op til assimilativ indlæring".(Illeris 1976a). Tværtimod skal bebrebet om deltagerstyring forstås dialektisk, således at deltagerne indgår i et principielt udeleligt fællesskab, hvor idealet er en dialektik mellem to poler, der begge er uundværlige i samspillet.

Elevernes forudsætninger og interesser udgør den ene pol, hvor den anden pol repræsenterer de objektivt eksisterende samfundsforhold. Det er her lærerens rolle ligger, ved i undervisningen at fastholde bevægelsen fra elevernes forudsætninger i retning af en indsigt i de samfundsmæssige forhold.

Eksemplarisk indlæring.

De to didaktiske principper om problemformulering og deltagerstyring anser Illeris ikke som tilstrækkeligt grundlag for modkvalificeringen, idet de hovedsageligt drejer sig om undervisningens form, derfor tilføjer han princippet om eksemplarisk indlæring, der skal danne grundlag for udvælgelsen af undervisningens indhold.

Efter"det eksemplariske princip" kommer undervisningens indhold til at bestå af eksempler - eller i denne sammenhæng problemer - der kan illustrere eller aktualisere de relevante emneområder i den pågældende undervisning. Illeris's princip om eksemplarisk indlæring er en generalisering af Negts principper for fastlæggelse af eksemplariske emner. I det didaktiske kapitel gennemgåes de pædagogiske baggrunde for udviklingen af Negts syn på eksemplarisk indlæring.

I overensstemmelse med de to poler i deltagerstyringens dialektik, udstikkes to almene kriterier for en eksemplarisk indholdsfastlæggelse:

Det subjektive kriterium, hvor undervisningens indhold skal opleves som umiddelbart relevant og engagerende for deltagerne.

Det objektive kriterium, hvor indholdet i undervisningen skal kunne danne udgangspunkt for en belysning af de eksisterende samfundsmæssige strukturer.

Illeris tilføjer yderligere to kriterier, der ikke er af samme principielle karakter, men som erfaringen har vist er nødvendige præciseringer, nemlig:

Handlings kriteriet, hvor indholdet skal udvælges således, at det rummer konkrete handlemuligheder for deltagerne. "..de emner, der vælges skal være egnede til,at eleverne under bearbejdelsen af dem kommer til at foretage sig noget aktivt og undersøge noget, at lave noget praktisk" (Illeris 1978b s64-65) og videre: "..motivationen oftest i langt højere grad udvikler sig gennem konkrete handlinger end gennem udelukkende intellektuel virksomhed"(s65).

Fagrelevans kriteriet, hvor indholdet skal være relevant for sigtet og de formulerede bestemmelser for det pågældende uddannelsesforløb (fag, læseplan o.l.).

Erfaringspædagogisk tilknytning.
I forbindelse med det subjektive kriterium eller det pædagogiske slagord, at "man skal tage udgangspunkt i elevernes erfaringer" finder Illeris (1978b) det vigtigt at præcisere, hvad man forstår ved elevernes erfaringer. Han præsenterer Ziehe's skelnen mellem umiddelbare og middelbare erfaringer. Umiddelbare erfaringer "drejer sig om forhold som familie, kammerater, boligforhold, fritidsmuligheder o.lign." Ved emner med middelbar tilknytning til elevernes erfaringer forstås "forhold som eleverne ikke selv har oplevet, men som de kan sætte i forbindelse med deres egne erfaringsområder" som f.eks. "en diskussion af indianerhistorier, der samtidig er en diskussion om børnenes egne venskaber, om trofasthed og forræderi." Det er iøvrigt værd at huske på, at tanken om at tage udgangspunkt i elevernes forudsætninger er gammel (Dewey 1902 i Illeris 1978b) og egentlig blot bygger på "det fundamentale psykologiske forhold, at man lærer ved at knytte det, man har behov for at vide, til det man allerede ved."

De tre grundlæggende didaktiske principper, problemorientering, deltagerstyring og eksemplarisk indlæring er også, ligesom andre erfaringspædagogiske principper, et bud på at løse det såkaldte parallelismeproblem, dvs. det modsætningsforhold, der er mellem højre og venstre side i nedenstående oversigt (fra Bjarne Wahlgren, IMFUFA-seminar, okt.1982):

uddannelse ⟷ virkelighed
viden ⟷ handling
tænkning ⟷ følelser

Undervisningen skal (naturligvis) tage udgangspunkt i højre side i følge erfaringspædagogikken, dvs. i deltagernes erfaringer (læreres og elevers).

Sammenhængen mellem handling og erfaring udtrykte Bjarne Wahlgren således: "Handlingen er det fundamentale - den skal definere målet." Det er imidlertid først, når de indtryk, oplevelser og følelser, der knytter sig til handlingen bliver bearbejdet f.eks. når man tænker over dem eller snakker med andte om dem, dvs. når det knyttes begreber til dem, at de kan gøres til erfaringer. Altså:
handling ⟶ indtryk/oplevelser/følelser + begreber ⟶ erfaring

4.2 En indlæringspsykologisk model.

Det væsentlige i dette afsnit er redegørelsen for Piaget-Nissens ligevægtsmodel. For at forankre denne i en bredere teori om de psykisk-sociale strukturer (eller subjektiviteten), hos de enkelte individer, som det indlærte skal indgå i, starter afsnittet med overvejelser omkring sådanne bredere psykologiske teorier. Både her og ved gennemgangen af de forskellige udviklings/indlæringspsykologiske teorier er der blot tale om en summarisk oversigt over Illeris (1981) diskussion af de mulige teorier og altså ikke en selvstændig diskussion. Disse oversigter har også forbindelse til kapitel 5 om didaktik.

Brede psykologiske teorier.
1) Freuds teorier betragter Illeris som et muligt grundlag, men de anses for at være specifikke og tidstypiske, baseret bl.a.på "den patriakalske-autoritære familiestruktur og den massive seksualundertrykkelse, der var fremherskende i det tysk-østrigske borgerskab ved århundredeskiftet." Desuden var teorierne udarbejdet i nær samarbejde med Freuds praksis som terapeut og ikke skabt med særlig henblik på pædagogiske problemer.

2) Den "humanistiske psykologi" der udvikledes i USA i begyndelsen af 1960'erne, var et modtræk mod den psykoanalytiske personlighedsteori. Denne skole kritiseres for dens manglende samfundstilknytning, idet f.eks. Carl R. Rogers beskæftiger sig med: "et samfundsmæssigt frit i luften svævende individ,

der prøver at realisere sig selv". Det fremhæves dog, at der inden for disse rammer er frembragt megen ny erkendelse, der kan vise sig meget brugbar, som f.eks. Rogers begreb om signifikant indlæring, der er meget lig akkomodativ indlæring i den Piaget-Nissenske model (herom senere).

3) Sovjetskolen forkastes fuldstændig, da den slet ikke beskæftiger sig med subjektiviteten.

4) Illeris finder det bedste grundlag for en teori om menneskets psykisk-sociale strukturer hos nutidige vesttyske skoler, der bl.a. står på Freud. Det drejer sig dels om nogle teorier fra den såkaldte Hannoverskole (e.g. T.Ziehe, A.Krovoza, T.Leithäuser) og dels om teorier fra den kritiske psykologi eller Berlinerskolen.

Socialisationsteorierne.
4a) Socialisationsteorierne handler om subjektiviteten under kapitalismen og orienterer sig mod reaktionerne på den samfundsmæssige undertrykkelse. Disse teorier er ikke lige så sammenhængende som den kritiske psykologi, men er med til at knytte forbindelsen mellem den aktuelle samfundsudvikling og subjektiviteten, og beskriver og forklarer forskellige samfundsgruppers destruktive protester, tilbagetrækning til kammeratskabsgrupper og antimiljøer og i nogle tilfælde endda til "narcissistiske personlighedsforstyrrelser". (NB- Glockseeprojektet skulle ligge i forlængelse af denne socialisationsforskning, et modtræk).
Menneskets psykisk-sociale strukturer er nu solidt forankret i deres samfundsmæssige indlejring.
Traditionelt plejer disse strukturer at blive opdelt i de subjektive (personlighedsmæssige, holdningsmæssige, følelsesmæssige) og de kognitive (kapacitive, erkendelsesmæssige, færdighedsmæssige).

Den kritiske psykologi
4b) Ovennævnte opdeling undgår den kritiske psykologi, idet den opfatter følelser, som vurderinger af erkendelsesmæssigt

opfattede omverdensforholds betydning for individet og dets muligheder for at handle.

Illeris betragter dette som en fastlæggelse af "subjektivitet og kapacitet som henholdsvis den vurderingsmæssige og indholdsmæssige dimension ved samme forløb med individets sociale, samfundsmæssige situation som ramme og handlingen (eller ikke handlingen) som resultat".

Steen Clod Poulsen citeres for nogle eksempler, taget fra indlæringssituationen, der illustrerer denne tolkning af følelser:

> ...situationer i en persons indlæringsforløb, hvor tænkningen bliver uklar og blokeres uden at personen forstår, at det skyldes vidensmangel. Vedkommende er endnu ikke i stand til at afgrænse omridset af det der mangler, men er opfyldt af forestillinger om egen dumhed, intellektuel svigten m.m. eller af en speciel følelse af kognitiv hjælpeløshed. Den følelsesmæssige oplevelse, der karakteriserer situationen er en reel - men nonverbalt udformet - erkendelse af en virkelig kundskabsmangel.

S. Clod Poulsen kalder dette følelsernes funktion som "prækognitivt varslingssystem". Han giver et andet eksempel, hvor det, der 'varsles', ikke er vidensmangel, men derimod modsigelse, erkendelse, der er i modsætning til personens hidtidige forståelse af et tema og som kan true individets egenforståelse eller omverdensforståelse.

Således udrustet med en brugbar teori for subjektivitet, der vedkender sig sin samfundsmæssige indlejring, og som ikke opspalter de psykisk-sociale strukturer i de subjektive og de kognitive, må vi have en indlæringspsykologisk teori, der ikke isolerer sig, hvad langt de fleste gør, men som virkelig medinddrager subjektet, følelserne.

Indlæringsteorier.

Jeg vil kort refererer den diskussion, der fører til at den

Piaget-Nissenske ligevægtsmodel nævnes, som det bedste grundlag for en indlæringsteori:

1) Behaviouristisk orienteret stimulus-respons teorier betragtes ikke som brugbare, da de kun behandler meget simple indlæringssituationer.

2) Bruners teorier kan ikke bruges, fordi de begrænser sig til erkendelsesmæssig indlæring i snæver forstand.

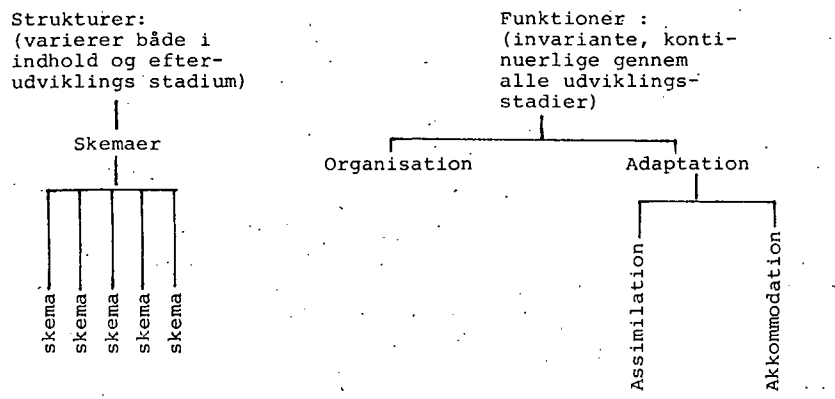
3) "Humanistisk psykologi" har ikke beskæftiget sig ret meget med indlæringspsykologi.

4) Sovjet-psykologien, især L.S.Vygotsky, betragtes som "et skræmmende eksempel på, hvad der kan ske ved anvendelse af en indlæring, der ikke medtænker de sociale og følelsesmæssige forhold". Praktiske pædagogiske anvisninger baseret på Vygotsky (e.g. Vagn Rabøl Hansen) ender i en "stærkt autoritær, lærerstyret og i sidste instans undertrykkende pædagogik".

Piaget-Nissens ligevægtsmodel.

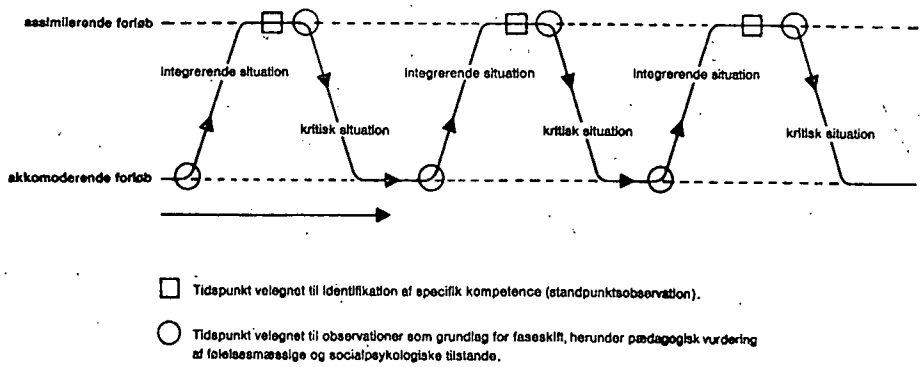
Piaget er først og fremmest en kognitiv teoretiker, hvilket dog ikke betyder, at hans teorier ikke kan indeholde de affektive (følelsesmæssige) sider af subjektiviteten. Han betragter udvikling af menneskets psykiske strukturer og herunder indlæring, som et resultat af individets fortsatte adaptation til miljøet. De psykiske strukturer betragter han som sammensat af skemaer (se figur næste side). Denne adaptation er en ligevægt mellem to processer, assimilation og akkomodation. Ved assimilation passer de nye erfaringer til, eller de tilpasses eksisterende psykiske strukturer. Ved akkomodation må de psykiske strukturer ændres for at nye erfaringer kan indpasses. Piaget betragter assimilation og akkomodation som samtidige processer, og ligevægten i ligevægtsmodellen er netop mellem disse to. På dette punkt adskiller Thomas Nissens videreudvikling sig, idet han ser udviklingen som et forløb af overvejende assimilative og overvejende akkomodative forløb.
Desuden indfører han en tredje kategori: kumulation, indlæring der etableres uafhængigt af individets eksisterende erkendelsesstruktur. Indlæringsproduktet er isoleret.

skema er Piagets grundlæggende strukturbegreb. Kognitive strukturer, der indeholder dele af den erfaring og viden, som et individ på et givent tidspunkt er i besiddelse af og som samordnes med andre skemaer, hvorved mere omfattende, generaliserede og differentierede strukturer opstår. Piagets skema-begrebs relation til hans mere omfattende begrebsapparatur kan illustreres på følgende måde :



(fra Philips, John L.: The Origins of Intellect. Piagets Theory. San Francisko: Freeman and Company, 1969, side lo).

Fig. 2 Samspillet mellem assimilative og akkomodative processer



De tre processer opleves med forskellige følelsesmæssigt indhold, etableres under forskellige forhold og giver forskellig kompetence.

Kumulativ indlæring
Kumulativ indlæring medfører at indlæringsproduktet indgår som et isoleret element i individets erkendelsesstruktur, en situationsbestemt færdighed, der kun kan anvendes under indlæringsbetingelserne. Indlæringsproduktet er meget sårbart, det glemmes let. Indlæringsformen er rigid og har fællestræk med dressur.

Ekskurs til instrumentalismebegrebet.

Inden vi går videre til assimilativ indlæring vil det være rimeligt at definere Mellin-Olsens instrumentalisme begreb, da det har fællestræk med både assimilativ og kumulativ indlæring - mest det sidste.

Instrumentalisme defineres: "Den tendens i elevernes læringsstrategier, som gjør at de tilegner seg lærestoffet uten å være interessert i hva det er de lærer" . Konsekvensen er "at læringen på en eller annen måte slått feil, ved at eleverne ikke tilegner seg lærestoffet "fuldt og helt"". (Mellin-Olsen 1977 s.9). Instrumentalisme defineret således har meget tilfælles med defensiv assimilation, hvor indlæring finder sted ud fra et ønske om at undgå ubehageligheder (Bjerg 1976, s 50).

Mellin-Olsen skelner mellem to former/grader/sider af instrumentalismen: En der er betinget af en instrumentel metaindlæring - den kan ændres, men den anden og afgørende er et resultat af skolens rolle som kvalificering af arbejdskraften således at eleverne bliver i stand til at sælge deres arbejdskraft til den højeste pris - denne instrumentalisme kan ingen pædagogik hamle op med - og kampen imod den skal først og fremmest føres udenfor klasselokalet.

Assimilativ indlæring.
Individet tilpasser og indarbejder sine erfaringer som en ud-

bygning og differentiering af allerede etablerede kognitive strukturer. Indlæringsprodukterne kan til en vis grad tilpasses ændrede situationer ved ny indlæring. Assimilativ indlæring er præget af en rolig og stabilt fremadskridende udvikling og hovedparten af uddannelsessystemets indlæring henregnes hertil. "Den egentlige arbejdsglæde finder vi under assimilativ indlæring, under aktiviteter, hvor fænomener genkendes og placeres i ordnede og velkendte helheder." (Nissen 1970)

Akkomodativ indlæring.
Individets kognitive strukturer ændres og tidligere etablerede indlæringselementer frigøres, så de kan indgå i nye strukturer. Dette kan være kvalfuldt: "Selve de akkomodative indlæringsforløb er et for individet belastende forløb, præget af uro, forbavselse og overraskelser og kræver et vist overskud (Nissen 1970). Noget lignende beskrives for Rogers signifikante indlæring. Individets forsvarsmekanismer kan fordreje erfaringen, oplevelsen og afvise akkomodationen. Akkomodation medfører nye handlemuligheder og processen karakteriseres ved fleksibilitet og ligger op ad begrebet bevidstgørelse."

Nødvendige forudsætninger for for akkomodativ indlæring.

Disse teorier betragter al udvikling som et resultat af akkomodation, og her er det vigtigt at pædagogen kan skabe så megen tryghed, at akkomodation ikke afvises, men gennemleves. De kræver tilrettelæggelse af det sociale miljø i indlæringssituationen, og Illeris (1978, s.123ff.) diskuterer kriterierne for en sådan tilrettelæggelse:

a) Tryghed, åbenhed og ligeret.
Dette kriterie er, hævder han (ved at referere til Rogers) af afgørende betydning for akkomodativ indlæring. "Selvets struktur og organisation synes at blive stivere, når det er truet, at løsne sine grænser, når det ikke er truet." (Det er af afgørende betydning fordi akkomodation netop medfører nogen grad af momentan usikkerhed og utryghed).

For at fremme trygheden må man respektere to centrale princip-

per, åbenhed og ligeret. Med åbenhed menes at alle har lige adgang til relevant information, og denne information skal være af en sådan beskaffenhed at "alle kan forstå den og overskue dens konsekvenser". Med ligeret (ikke mht. kompetence), men "lige ret i alle formelle anliggender og lige agtelse i samspillet mellem deltagerne" (s.126). Dette princip brydes, hævder Illeris, når læreren tillægges den "sanktionerende bedømmerfunktion". Derefter understreges den helt centrale rolle lærerens personlige holdning har i denne sammenhæng "et accepterende og forstående klima, hvor den enkelte students identitet og personlige mål respekteres, kan kun udvikles i samme grad, som underviseren har en livsanskuelse, der er konsistent med sådanne forhold." (Illeris s. 127 efter Rogers 1951,s.391-92).

b) Inspiration og provokation.
Det fremhæves her, at et gunstigt undervisningsmiljø udover at indeholde inspirerende elementer, hvilket ikke er så overraskende, også skal have provokative elementer. Det andre kalder, at eleverne anbringes i et spændingsfelt. Der angives forskellige måder at opnå dette på. Lærerens indgriben, etablering af gruppearbejde med anvendelse af selvkonfronteringsteknikker, men det væsentlige i selve problemstillingen fremhæves: "Kun hvis problemerne er væsentlige, relevante og udfordrende for deltagerne er der tilvejebragt forudsætninger for forløb med akkomodative faser" (s.129).

c)Variation og individualisering.
Individualiseringsprincippet indebærer "at den enkeltes forudsætninger (dvs. også de sociale, klassemæssige forudsætninger) kan få afgørende indflydelse på undervisningen.

Om motivation.

Hvad angår vores anvendelse af motivationsbegrebet, bruger vi det egentlig i dets betydning i dagligsproget, altså: drivkraften bag ens handlinger. Vi er klar over, som anført af Illeris (1978b),at motivation er meget samfundsbestemt og klasse-

bestemt, og at vi ikke i projektet gør noget for at registrere de faktorer, der afgør en meget væsentlig del af motivationen (klassebaggrund, aktuelle samfundsforhold, forestilling om fremtidig samfundsplacering mv.), da det er meget vanskeligt indenfor de givne rammer. Vi kigger kun på den del af motivationen, der er påvirkelig af form og indhold i undervisningsforløb i de enkelte fag i den eksisterende gymnasiestruktur.

Kapitel 5.

NOGLE PÆDAGOGISKE RETNINGER OG DERES FORHOLD TIL ANVENDT MATEMATIK.

Flere af de tidligere modul 1 projekter munder - som nævnt i kapitel 2 - ud i forslag om, at der må mere "anvendt matematik" ind i gymnasieundervisningen, uden at det dog i alle tilfælde står klart, hvad der menes med dette begreb. Også blandt gymnasielærere er der i stigende grad blevet fremført krav om, at matematikundervisningen skal laves om, herunder specielt at der i højere grad skal lægges vægt på anvendelsesorienteret matematik.

Der mangler ikke argumenter for at gøre undervisningen mere anvendelsesorienteret. Bl.a. er det blevet fremført

- at en undervisning, hvor matematikkens anvendelser er en vigtig og integreret del, vil være mere motiverende og derved give større elevaktivitet og bedre udbytte.

- at omvendt en anvendelsesdrænet undervisning giver et falsk billede af matematikken, idet samspillet mellem denne og "virkeliheden" kommer til at mangle.

- at den kraftige matematificering, der er sket på mange felter, gør, at flere og flere mennesker kommer i berøring med mere og mere matematik, både i privatlivet, i erhverv, ved undervisning og forskning, i politiske beslutningsprocesser m.m. En mere anvendelsesorienteret undervisning kan således være med til at sikre indflydelse på ens eget fremtidige liv, f.ex. med hensyn til uddannelses- og erhvervsmuligheder, politiske beslutningsprocesser, hvor matematik indgår som en del af beslutningsgrundlaget osv.

Formålet med dette kapitel er derfor at give en oversigt over, hvilken betydning forskellige pædagogiske retninger har tillagt begrebet "anvendt matematik", samt hvad de lægger i dette begreb. Vi har udvalgt nogle relativt få retninger, som har placeret sig centralt i uddannelsesdebatten, enten fordi de rent faktisk har haft stor betydning for uddannelsessystemets udformning, eller fordi de netop på dette felt er fremkommet med markante og/eller inspirerende synspunkter og som samtidig repræsenterer nogle yderpunkter m.h.t. anvendt matematik og dens betydning.

5.1 Strukturalisme.

Det vil være naturligt at starte med matematikundervisningen, sådan som den praktiseres i dagens danske gymnasium - en undervisning baseret på den såkaldte strukturmatematik - populært kaldet 60'er-matematikken.

Da formålet med dette afsnit primært er at fremtrække betydningen af "anvendt matematik", vil det føre for vidt at komme ind på de samfundsmæssige bevæggrunde til uddannelsesreformerne i løbet af '60-erne, hvor strukturalismen blev indført som pædagogisk princip, men vi vil blot henvise til den udmærkede gennemgang i O.Skovsmose (1980), især bind 1, kap. 1 og 3, og J.S.Bruner (1970), især s 73 ff. Her vil vi koncentrere os om den idémæssige og pædagogiske baggrund i forsøg på at afklare ovennævnte mål.

Det kan være på sin plads straks at nævne, at indførelsen af den strukturalistiske idé som overordnet pædagogisk pricip ikke er et fænomen, der er specielt for matematik, men at en helt tilsvarende udvikling sker indenfor fysik, kemi, biologi og flere humanistiske fag - en udvikling, der bl.a. indebærer en storstilet udarbejdelse af læseplaner, undervisningsmetoder og -materialer. Som eksempel på dette - der samtidig kan eksemplificere de grundlæggende ideer - kan fra biologi nævnes det enorme materiale, der er produceret af Biological Sciences Curriculum Study (BSCS) - en kreds af fremtrædende biologer og pædagoger. Materialet består af lærebøger (hvoraf en er oversat til dansk: "Biologisk Forskning - fra molekyle til menneske", (1968)), film, øvelsesvejledninger, OH-transparenter, evalueringsmateriale (primært multiple choice-tests), lærervejledninger med detaljerede læseplaner for forskellige niveauer og facitliste med ønskede elevsvar m.m.m. Selve lærebogen gennemgår biologien udfra nogle få, videnskabeligt set fundamentale begreber og principper: evolutionsteori, sammenhæng mellem struktur og funktion, homeostasi (dvs. evnen til at opretholde en balance) og naturvidenskabelig arbejdsmetode. I den forbindelse skal eleverne selv udføre laboratorieøvelser, der er tilrettelagt som små, videnskabelige undersøgelser.

I det danske gymnasiums matematikundervisning kan man ikke møde alle disse aspekter. En af de vigtigste årsager til dette er nok, at to

af hovedkræfterne bag reformens gennemførelse i Danmark - E.Kristensen og O.Rindung - selv udarbejdede lærebogsmateriale, der passede til de nye tanker. Dette skete dog på en sådan måde, at det især blev reformens tanker m.h.t. indholdsbestemmelsen, der blev lagt vægt på (se nedenfor), mens de indlæringspsykologiske og pædagogiske overvejelser synes nedtonet. (I folkeskolens udgave af '60-er-matematikken kan man se flere lærebogssystemer, der i højere grad medtænker disse aspekter).

I Jerome S. Bruner (1970): Uddannelsesprocessen, der i virkeligheden nærmest er et referat fra een af de talrige konferencer for naturvidenskabsfolk, pædagoger og psykologer, der lagde op til reformerne, beskrives nærmere de tanker, der ligger bag:

"Hovedformålet har været at præsentere stoffet effektivt, dvs. med skyldigt hensyn ikke blot til dækningsgraden, men også strukturen." (s. 14, vores undrestregninger). Med andre ord gøres de grundlæggende videnskabelige strukturer (dvs. begreber og principper og relationerne mellem disse) til det pædagogisk primære, med det erklærede formål at sikre en effektiv indlæring. At dette er muligt, begrundes (postuleres) med følgende:

- at overførelseseffekten (den ikke-specifikke transfer, dvs. overførsel af principper og holdninger) bliver større. Man lærer altså ikke en bestemt færdighed, der kun kan anvendes indenfor et snævert område, der ligner indlæringssituationens, men et begreb, der derefter kan bruges på en sådan måde, at efterfølgende problemer og problemløsninger ses som specialtilfælde af det indlærte begreb.
- at faget bliver mere forståeligt.
- at det lærte huskes bedre, fordi detaljer kan hænges op på det strukturelle skelet, og endelig
- at kløften mellem de enkelte uddannelsestrin (f.ex. folkeskole, gymnasium og universitet) bliver mindre, når undervisningen bygger på et fælles grundliggende princip.

Det er derefter klart, at det er meget vigtigt at få bestemt fagenes grundstrukturer; et arbejde, der tiltænkes "...de bedste hjerner indenfor hvert specielt område..." (ibid, s 28), og at få disse præsenteret i en form, der er tilpasset elevernes forskellige niveauer og forskellige klassetrin - et arbejde for pædagogerne. Det er nemlig een af hovedpointerne hos Bruner, at "...det grundlæggende i et fag kan man på en eller anden måde undervise i på et hvilket som helst alderstrin." (ibid. s 23), et synspunkt, han bl.a. finder dækning for i Piagets udviklingspsykologi. Som pædagogisk konsekvens får dette bl.a. "det spirale princip", dvs. at man flere gange i et uddannelsesforløb kan vende tilbage til de samme grundstrukturer, men selvfølgeligt på stadigt mere avancerede niveauer. Vi vil imidlertid ikke uddybe disse ting mere på dette sted, da gymnasieelever jo befinder sig i Piagets 3. (og sidste) stadium - de formelle operationers periode, og således - ihvert fald i princippet - er intellektuelt udvoksede.

Indenfor matematikken lå de nævnte grundstrukturer allerede mere eller mindre parat, idet Nicolas Bourbaki - et pseudonym for en kreds af matematikere - allerede i 1930'erne var påbegyndt en analyse og strukturering af matematiske teorier med det formål at finde fællestræk mellem dem og at tydeliggøre disse. På denne måde udkrystalliseredes nogle få, logisk set fundamentale strukturer, og det blev vist, hvordan de vævede sig sammen i en matematikkens arkitektur. Til beskrivelse af en strukturs egenskaber er elementernes egenskaber uden betydning, hvorfor de kan bortabstraheres. Det væsentlige er elementernes indbyrdes relationer, som præciseres gennem en række aksiomer. Udfra disse deduceres teoremer, der udtrykker strukturernes egenskaber. Den aksiomatiske metode bliver således essentiel for matematikken (og dermed i følge Bruner også for gymnasiefaget matematik), og sproget bliver mængdelærens.

Tre typer af strukturer blev identificeret som moderstrukturer:

1. en mængde med en komposition
2. en mængde med en ordningsrelation
3. en mængde med et omegnssystem

Stort set alle andre matematiske strukturer kan beskrives ved, at disse på forskellige måder overlapper hinanden - moderstrukturerne udgør altså de logisk set elementære byggeklodser i arkitekturen. Man kan dog ikke udelukke, at der i fremtiden kan

findes nye klodser (Skovsmose, 1980).

Med hensyn til de intellektuelle aktiviteter, undervisnigen skal benytte sig af og udvikle hos eleverne, skriver Bruner (ibid. s 24): "...intellektuel aktivitet er den samme alle vegne - på ydergrænsen af vor viden eller i tredje klasse." og "den skoledreng, der lærer fysik, er fysiker, og det er lettere for ham at lære fysik ved at arbejde som fysiker end ved at gøre noget andet." Specielt fremhæves "den gode gisning, den frugtbare hypotese, det modige spring til en foreløbig konklusion, det er de mest værdifulde aktiver for den arbejdende tænker, uanset hvad han arbejder med." Undervisningen må lægge vægt på udviklingen af god intuitiv fornemmelse, idet "den intuitive tænker har i højere grad end den analytiske tænker muligheden for at formulere eller opdage problemer" og "gennem intuitiv tænkning kan den enkelte ofte nå til problemløsninger, som han slet ikke kunne klare...ved brug af analytisk tænkning." De intuitivt nåede hypoteser kan så efterprøves analytisk, således at komplementariteten mellem de to anerkendes også i undervisningen. Specielt indenfor matematik og naturfagene er dette vigtigt. Bruner lægger således op til, at også elevernes erkendeprocesser videnskabeliggøres - altså optrænes i tænkemetoder, som anvendes i forskningsprocessen "på ydergrænsen af vor viden".

Sammenfattende kan den strukturalistiske idé som pædagogisk princip betegnes som en videnskabscentreret læreplanstænkning. Indholdet skal fastlægges af de fagligt mest kompetente (dvs. videnskabsfolk), ligesom tilegnelsen i højere grad skal videnskabeliggøres, dvs. ske i et samspil mellem intuition og analyse. Tilrettelæggelsen af undervisningen må ske i nøje overensstemmelse med elevernes kognitive og faglige potentialer og må derfor varetages af eksperter, dvs. udviklingspsykologer og pædagoger. Dette kræver desuden specielt udarbejdede undervisningsmaterialer, som tager højde for disse forhold.

Hvilke konsekvenser får nu en undervisning, der er tilrettelagt efter disse principper?
Nu findes der sikkert (mindst) ligeså mange varianter af matematikundervisning, som der findes lærere, og man kan derfor ikke umiddelbart vurdere den undervisning, der helt konkret foregår i klasseværelset alene ud fra de idémæssige og pædagogiske fundamenter. Men specielt i matematik er undervisningen stærkt styret af emnelisten, hvis indhold er skabt på det strukturalistiske fundament, ligesom det mest benyttede lærebogssystem - Kristensen og Rindung - er det. Endelig er de fleste lærere selv uddannet i denne tradition på universiteterne. Om ikke alle, så i hvert fald hovedparten af de nævnte undervisningsvarianter, vil derfor være variationer over samme tema: strukturalismen.

Da indholdet af undervisningen er fastlagt af eksperter med henblik på at nå frem til nogle strukturelle pointer, der ofte ikke engang kendes af læreren og i hvert fald ikke af eleverne, er det klart, at disse ikke kan få nogen reel indflydelse på undervisningens indhold. De strukturelle pointer, der skal nås, får så at sige først eksistens, når undervisningen er gennemført; dennes begrundelse ligger altså i det fremtidige - som en (forhåbentlig) attraktiv belønning. Deltagerne må derfor mere eller mindre blindt tro på planlæggernes genialitet, mens de selv hensættes i afmægtighed, fordi en diskussion er umulig.

Ud fra de ovennævnte bemærkninger om erkendeprocessernes videnskabeliggørelse kunne man måske forvente, at eleverne skulle lære (eller i det mindste prøve) selv at matematificere problemer. Det er imidlertid vores fornemmelse, at sådanne aktiviteter er ikke-eksisterende eller i hvert fald kun finder sted i meget begrænset omfang. En af årsagerne skal uden tvivl søges i de meget snævre tidsrammer, som emnelisten og kravene fra den skriftlige eksamen sætter. Men en del af forklaringen skal sikkert søges i selve strukturalismens program: det, der skal afdækkes gennem undervisningen, er det færdige produkt; de matematiske strukturer. Hvornår, hvordan, under hvilke omstændigheder og eventuelt til hvilket brug, matematikken er skabt, er for strukturalismen uvedkommende biomstændigheder. Den træning af den intuitive tænkning, Bruner ønsker opprioriteret, kommer derfor højst til at ske ved løsning af opgaver o.lign. (som også er stillet for bl.a. at afdække strukturerne). Tilbage bliver aksiomerne, deduktionen, den analytiske tænknig.

stiller børnene lige. Det er Rabøl Hansens påstand, at man ved at tage udgangspunkt i en konkret virkelighed vil focusere på overfladefænomener, hvorved sammenhængene, tingenes væsen, tilsløres, matematikkens konstituerende strukturer gøres uigennemskuelige. Den konkrete virkelighed bør derfor holdes helt ude af matematikundervisningen, da den vil tilsløre matematikkens væsen, ogdermed i sidste ende blokere for en forståelse af virkelighedens sande væsen.

Undersøgelser, der underbygger denne påstand, er bl.a. foretaget af David Kent (1978), der påviser hvorledes indlæringen af simple regnebegreber (addition, subtraktion, multiplikation, division) med udgangspunkt i elevernes konkrete erfaringer med f.ex. æbler (et æble + et æble = 2 æbler) blokerer for en forståelse af disse regneoperationers væsen, idet de får nogle forkerte bibetydninger. Addition og multiplikation får bibetydningen "at gøre større", subtraktion og division "at gøre mindre". Denne forkerte tilegnelse af begreberne følger eleverne op igennem skolesystemet og blokerer for forståelsen. Addition af negative tal, multiplikation af brøker osv. bliver helt uforståelige operationer.

Som modstykke til den konkrete virkelighed indfører Sovjetskolen begrebet "det teoretisk konkrete" (Bredo, 1980), som dækker over modeller, øvelser, illustrationer (abstrakte) m.m. Og Bredo understeger udgrænsningen af "virkeligheden":

> "Dette teoretisk konkrete får imidlertid kun betydning i en undervisningsmæssig sammenhæng, hvor elevens erfaringer ikke er konkret fikserede." (Bredo, 1980).

Og i polemikken mod erfaringspædagogikken indfører denne fløj parolen "at erfare det teoretiske". (Rabøl Hansen, 1982).

Kernen i denne undervisningsteori, der er inspireret af den sovjetiske psykolog Dawydow, er, at "eleverne gennem deres egen aktivitet eller virksomhed skal erfare det teoretiske, det generelle og lovmæssige i tingene, altså hvad der ikke umiddelbart kan iagttages og opleves." (Rabøl Hansen, 1982).

Det vil af foregående fremgå, at for strukturalismen er den omgivende virkelighed og dens samspil med matematikken fuldstændig irrelevant. Inddragelsen af virkeligheden og specielt anvendelsesområderne for de matematiske teorier inddrages derfor kun i det omfang, læreren finder det passende og rimeligt, hvilket i praksis som oftest er nogle få illustrerende eksempler, før man går over til det egentlige - matematikken - og måsketil slut, hvis der er tid, nogle eksempler på anvendeligheden af det gennemgåede stof. Det er imidlertid vores fornemmelse, at de eksempler, der benyttes, som oftest er konstruerede og mere eller mindre fantasifulde, fordi konkrete problemer fra virkeligheden som regel er for komplicerede og tidskrævende. Alt i alt er matematikundervisningen altså praktisk talt fuldstændig løsrevet fra og umulig at koble til de erfaringer, eleverne kommer med.

5.2 Sovjetpædagogik.

I forsøg på at finde alternativer til strukturalismen har flere af de tidligere modul 1-projekter vendt sig til Sovjetpædagogikken. Det har imidlertid mest været udviklings- og indlæringspsykologi, der har været behandlet i de tidligere projekter, mens vi her vil prøve at gå nærmere på, hvordan man forholder sig til anvendt matematik.

Herhjemme har Vagn Rabøl Hansen og Ole Bredo fra Danmarks Pædagogiske Institut taget ideerne fra Sovjetpædagogikken op. De er i øjeblikket ved at udarbejde undervisningsforløb i matematik for gymnasiet baseret på disse. Deres hidtil offentliggjorte artikler har dog i første række været et opgør med erfaringspædagogikken, men det er herigennem indirekte muligt at danne sig et billede af Sovjetpædagogikken og specielt dens forhold til anvendt matematik.

Rabøl Hansen (1982) polemiserer skarpt mod erfaringspædagogikken, idet han hævder, at den vil blokere for en forståelse af matematikkens væsen, og at den ydermere har social slagside, da den favoriserer de i forvejen priviligerede børn, der har et større erfaringsmateriale, hvorimod den mere teoriprægede undervisning

Dawydow tilhører densamme kulturhistoriske skole indenfor psykologien som Vygotsky, Leontjew, Elkonin, Galperin, Luria m.fl, og han er endvidere inspireret af Piaget. Dawydows arbejder er en videreudvikling af Vygotskys forskning fra 30'erne om begrebsdannelse, tænkning og sprog. Vygotsky skelner mellem videnskabelige begreber og hverdagsbegreber. Dannelse af sidstnævnte foregår ved at man klassificerer objekter ud fra forskellige ydre kendetegn. I modsætning hertil begynder indlæringen af videnskabelige begreber med definition af det teoretiske begreb, det generelle, og derefter bruger man den teoretiske forståelse til at arbejde med de konkrete objekter. Kendetegnende for de teoretiske begreber er, at de udgør et system, en sammenhæng, mens dagligdagens begreber er af en mere tilfældig karakter.

Dawydow går videre og beskriver to former for tænkning, der er baseret på de to typer af begreber: empirisk og teoretisk tænkning. Den empiriske tænknig beskæftiger sig med tingenes fremtrædelsesformer, mens den teoretiske tænkning beskæftiger sig med tingenes væsen, det lovmæssige og almene, som ikke direkte kan iagttages. Dawydow opridser forskellen på de to således:

> "Den empiriske tænkning har fremfor alt som mål ensidigt at katalogisere og klassificere objekter og fremtrædelsesformer, hvorimod den videnskabelig teoretiske tænkning forfølger det mål at reproducere objekters udviklede væsen." (her efter Rabøl Hansen, 1982).

I modsætning til den traditionelle deduktive undervisning betoner Dawydow imidlertid betydningen af elevaktivitet, eksperimenter. Men denne aktivitet indeholder ikke elementer fra virkeligheden, men er tværtimod "abstrakte modeller, der ikke "ligner", men viser principperne i tingene eller deres væsen", således at eleverne ikke fikseres i tingenes fremtrædelsesformer (Rabøl Hansen, 1982).

Dawydow og Rabøl Hansen hævder, at denne teoretiske forståelse af tingenes væsen vil udvirke en større kritisk sans hos eleverne, en trang og en evne til at kigge bag om overfladefænomenerne, også i enstørre samfundsmæssig sammenhæng.

Om anvendelsesaspektet gælder i følge Sovjetskolen, at inddragelse af den konkrte virkelighed i undervisningen blokerer for en sand forståelse. Man skal derfor ikke tage udgangspunkt i elevernes konkrete erfaringer, hverdagsbegreber, men tværtimod give dem teoretiske erfaringer og forståelse, således at de herigennem bliver i stand til at gennemskue virkeligheden.

Det kan således ud fra det foreliggende materiale være svært at se, hvordan Sovjetpædagogikkken adskiller sig kvalitativt fra strukturalismen, bortset fra, at den omgivende virkelighed virker direkte skadeligt ind på undervisningen (hvor den i strukturalismen blot er ligegyldig). Diskussion af og indflydelse på undervisningen samt diskussion af, hvad matematik kan og skal bruges til, synes således lige umulig i begge tilfælde.

5.3. Erfaringspædagogikker.

For strukturalismen og Sovjetskolen er en tilknytning af undervisningen til de erfaringer, eleverne kommer med, uvedkommende, ja, for sidstnævnte endda forvirrende og direkte skadelige for en korrekt indlæring af matematiske teorier. Uden at vi her vil tage stilling til dette, har vi set, at dette er med til at blokere for en diskussion af, hvad matematikundervisningen er eller bør være, og hvad matematikken kan og ikke kan bruges til.

I den senere tids pædagogiske debat er det ligefrem blevet et slagord, at man skal tage udgangspunkt ielevernes erfaringer (selv om dette bestemt ikke er noget nyt synspunkt). Som alle slagord rummer det imidlertid en lang række tolkningsmuligheder, og vi vil her prøve at se på, hvordan nogle pædagogiske "skoler" har opfattet det og dermed hvilke konsekvenser det har fået.

5.3.1. Pragmatisme.

Denne filosofi, der især er udviklet af den amerikanske filosof og pædagog John Dewey, bygger på, at eleverne skal oplæres gennem egne erfaringer og egen virksomhed, udtrykt i slagordet "learning by doing". Skolen med dens pædagogik skulle gøres til et sted, edr

lignede livet noget mere, og dette var så meget mere påkrævet som industrialiseringen havde bevirket, at mange børn vokser op i miljøer, der kun giver få erfaringsmuligheder. Den opfattelse, at i skolen "lærer" man og udenfor "lever" man, skulle udryddes. Dette kan bl.a. gøres ved, at manuelt arbejde opprioriteres - ikke som formelle øvelser, men som eksempler på virksomheder, livet i det hele taget rummer. Gennem overvindelse af problemer, der helst skal være reelle og føles som sådan eleven, udvikles han intellektuelt (K.Grue-Sørensen et al., 1978).

Disse synspunkter lægger op til tanker om selvvirksomhed. Dette har indenfor matematik været udgangspunkt for bl.a. hollænderen Hans Freudenthal:

IOWO og Freudenthal.

IOWO (Institut for udvikling af matematikundervisning) er et hollandsk foretagende, der blev oprettet i 1971, med Hans Freudenthal som leder i de første fem år.

Udgangspunktet, der præger dette instituts arbejde er, at matematik er menneskelig, mental aktivitet. Videre har man valgt at tage udgangspunkt i problemer, der er nært knyttet til elevernes omgivelser og interesser samt at lægge vægt på fagets struktur, det sproglige aspekt og anvendeligheden. Der må derfor findes sammenhænge, der kan danne udgangspunkt for matematiske aktiviteter. Dette kan gøres ved

- at man prøver at finde egnede situationer fra dagligdagen
- at man konstruerer spændende situationer, der kan fange og fastholde interessen.

Man kan således kalde undervisningen for anvendelsesorienteret i den forstand, at eleverne skal bruge matematikken til at løse nogle virkelige eller konstruerede problemer. Da det imidlertid er svært konsekvent at tage udgangspunkt i dagligdagssituationer, er de fleste forløb baseret på kunstige, fantasibetonede eksempler. Pollak (1979), der også bekender sig til pragmatismen, er inde på, at dette undertiden kan have sine fordele: "...nogle eksempler er kunstige, ligesom fabler. Men som fabler har de en morale, dvs. de

letter indsigten i ting, som forekommer i den virkelige verden." Dette kan som et pædagogisk fif selvfølgelig være udmærket, men rejser samtidig nogle problemer. For hvordan skal man afgøre, hvad der er gode eksempler, der giver gode og rigtige erfaringer, der kan lede til indsigt og forståelse? Hvad med tyven, der via erfaringer med at stjæle bliver en god tyv? Med mindre erfaringerne tolkes i lyset af en teori om, hvordan virkeligheden hænger sammen eller burde hænge sammen, kan det pragmatiske princip er tages til indtægt for hvad som helst (hvilket det iøvrigt også er blevet, bl.a. fra nazistisk hold).

Desuden bidrager den kunstige og fantasibaserede fabelverden til at lokke begreberne i eleverne. Som bl.a. Allan Tarp har gjort opmærksom på i forordet til "Matematiske vækstmodeller" (GMT, 1974) findes der to betydninger af ordet motivation: tilskyndelse (indsukring af pillen for at den lettere kan glide ned) og begrundelse (forklaring af, hvorfor pillen skal sluges). Hvis den første betydning af ordet er legitim i forbindelse med (matematik)undervisning, bliver denne ligeså mystificerende og autoritær som den traditionelle undervisning.

Udgangspunkt i elevaktivitet og erfaringsdannelse virker utvivlsomt i mange tilfælde meget motiverende, men altså ikke nødvendigvis på en positiv måde. Desuden muliggør dette udgangspunkt diskussioner "om matematik" og af undervisningens indhold. I de konkrete udmøntninger, den pragmatiske idé har fået indenfor matematkkens område, er alle udgangspunkter imidlertid lige gode, hvorved det kan være vanskeligt at diskutere og vurdere undervisningens relevans.

En oplagt løsning på dette problem kunne være udelukkende at tage udgangspunkt i virkelige problemer. Vi vil her give to eksempler, hvor det er et eksplicit krav, at undervisningen starter i virkeligheden. Alligevel er de vidt forskellige, idet udgangspunktet i det ene tilfælde er et historisk problem, i det andet et nutidigt, og de kan således sammenstillet belyse forskellen i at tage udgangspunkt i middelbare eller umiddelbare erfaringer.

5.3.2. Det historisk-genetiske princip.

Til belysning af dette princip vil vi lægge ud med et referat af et konkret undervisningsforløb, der har været udført på Herlev Statsskole. Eksemplet er her taget fra J.Bencke et al.(1981) og findes i sin helhed i "Meddelelser", Matematikforeningens blad, 5/1980.

Nogle af de faglige spørgsmål, der blev behandlet i forløbet, var: "Hvilken beskaffenhed har universet? Er det endeligt eller uendeligt? Hvilken geometri har rummet? Er det euklidisk eller krumt? Hvorledes kan man afgøre om rummet er krumt?"
Udover disse mateamtikinterne spørgsmål var det intentionen, at eleverne "skulle opnå forståelse af og bevidsthed om:

1. at matematikken ikke er statisk, men i stadig udvikling.
2. at der ligger et modsætningsfyldt forhold i, at lade de erfaringer, vi på ethvert tidspunkt har, gælde på nye og ukendte områder i en utilladelig grad, samtidig med at disse erfaringer er vores eneste springbræt til at opnå ny erkendelse. Vi ser med et sæt briller, som i høj grad er kulturelt bestemt....
3. at eleverne fik mulighed for at forstå baggrunden for Euklids strengt deduktive opbygning af geometrien. Grækernes geometrisering af matematikken og den deduktive opbygning af geometrien hænger sammen med en dyb krise i det græske åndsliv...
4. at eleverne fik mulighed for at forstå den værdi, der kan ligge i at analysere og præcisere begreber.
5. at eleverne skulle få indblik i den gensidige påvirkning, der er mellem erkendelsesteorien og matematikken i en given historisk periode på den ene side og samfundets struktur og produktionsforhold i perioden på den anden side."

Om begrundelsen for denne indfaldsvinkel, skriver lærerne:

"...Hvis man har arbejdet meget med anvendelsesorienteret matematikundervisning (og det har vi) vil man opdage, at de økonomiske, geografiske, biologiske eller fysiske problemstillinger, der inddrages, ofte ikke fanger eleverne

særlig meget. Hvis man derimod taler med eleverne om $\sqrt{2}$, π eller det krumme rum,så er der næsten altid dyb opmærksomhed....At anvende matematik kan være et led i at vinde ny erkendelse - og anvendelser viser en side af matematikkens samfundsmæssige rolle, som naturligvis skal belyses i undervisningen. Men anvendelsesfilosofien bør ikke være styrende for valg af indhold og pædagogik i matematiikundervisningen. Det bør derimod elevernes erkendelse og interesse.
En række erkendelsesmæssige problemer, der har spillet en væsentlig rolle i udviklingen af vores kultur, har været belyst af matematik, som det er muligt at inddrage i gymnasieundervisningen - og vores erfaring viser, at eleverne er interesserede i denne slags problemer. Vi tror, at grunden hertil ligger i, at disse problemer er mere i overensstemmelse med elevernes udviklingstrin end problemerne i anvendelserne...
Det betyder for det første, at videnskabshistorien kan give os en række vink om, hvilke problemer eleverne har i forbindelse med et givet problem - for det andet, at arbejdet med erkendelsesmæssige problemer i historisk lys giver eleverne mulighed for at udvikle autentisk teoretisk forståelse - og for det tredie, at den historiske udvikling kan belyse elevernes egen erkendelsesproces."

Eksemplet kan således belyse den historisk-genetiske tolkning af udviklingsbegrebet i følge hvilken individets matematiktilegnelse passerer igennem de samme stadier som menneskehedens matematiktilegnelse, hvilket matematikundervisningen må tage hensyn til.

Denne tolkning er bl.a. blevet formuleret af tyskeren Alexander Wittenberg (her efter O.Skovsmose (1980), bind III):
I følge Wittenberg er det hovedopgaven for enhver pædagogisk virksomhed at sætte eleverne i stand til at (gen)opleve eller (gen)opdage væsentlige træk fra den kulturudvikling, der har fundet sted i historiens løb. Denne opgave sættes i forbindelse med demokra-

tiske idealer, mens elevernes kvalifikationer i forhold til arbejdslivet anses for uinteressant. Matematikken kan bidrage til denne almene dannelse i kraft af to forhold:
- den handler om et univers, der tilsyneladende er skabt gennem en *menneskelig tænkeproces, men samtidig et univers, for hvilket der* gælder uomgængelige lovmæssigheder
- fordi der optræder en harmoni mellem den matematiske tænken og den natur, vi erfarer gennem vore sanser.

Det er således centralt, at undervisningen retter sig mod at give eleverne en oplevelse af noget væsentligt ved den matematiske tænkeproces, mens den ydre iklædning er mindre vigtig.

Wittenbergs opfattelse af proceskarakteren kan sammenfattes således:
- matematiske begreber opstår med en vis grad af faglig og historisk nødvendighed i en matematisk undersøgelsesproces.
- hvis begreberne optræder udenfor eller løsrevet fra denne sammenhæng, bliver de vilkårlige og meningsløse.
- hvis begrebernes forhistorie ikke inddrages i undervisningen, bliver resultatet matematisk ufaglighed.

Undervisningen skal altså i følge disse principper give eleverne mulighed for at opleve en matematisk tankegang, f.ex. organiseret på den måde, at man fra indledende problemstillinger gennem heuristiske overvejelser når frem til mere fundamentale problemer, således at flere og flere begreber opstår og diskuteres i forløbet. Afsluttende rundes af med en præcisering af teoretiske og logiske sammenhænge.

Et iøjnespringende forhold ved eksemplet er, at eleverne er blevet fanget og tilsyneladende dybt engageret af en tilsyneladende traditionel og videnskabscentreret undervisning. Der er sikkert flere grunde til dette:
For det første må man nok altid i forsøgssituationer forvente et større engagement - både fra læreres og elevers side - når omverdenens øjne hviler på een, ligesom det i hvert fald for lærernes vedkommende kræver en betydeligt større arbejdsindsats og

bedre omtanke og planlægning. Forsøg er således i et vist omfang "dømt til at lykkes".
Lærernes tolkning af det positive udbytte er allerede refereret. I den forbindelse er det efter vores mening vigtigt at lægge mærke til, at undervisningen i dette forløb ligesom har rakt ud over sig selv og på een gang inddraget historiske og idéhistoriske aspekter, samtidig med, at den - i følge lærernes tolkning - har berørt og belyst problemer i tilknytning til elevernes egen erkendelsesmæssige udvikling. Undervisningen bliver således ikke blot en overlevering af nogle fagtraditioner og en viderebringelse af nogle væsentlige træk fra samfundets kulturhistorie, men tillige en bevidst tilegnelse fra elevernes side af nogle ting, de kan bruge i deres egen udvikling.

Kort sagt er det altså muligt på een gang både at tilfredsstille elevernes interesse og (især lærernes) krav om relevans - også uden at undervisningen tager udgangspunkt i elevernes umiddelbare erfaringer.

5.3.3. Eksemplarisk indlæring.

Indenfor de sidste 10-20 år har en af de mest inspirerende pædagogiske nyskabelser nok været formuleringen af den eksemplariske indlæring. Allan Tarp (1979) har skitseret en matematikundervisning, der i hvert fald forekommer inspireret af denne. I artiklen beskriver han, hvad der skal begrunde matematikundervisningen:

> "Mennesket har et behov for viden om dets virkelighed...Skolens formål er, at mennesket opnår viden om sin situation i natur og kultur, sin virkelighed"

Da virkeligheden naturligvis i enkelthederne er forskellig fra menneske til menneske, er det "først og fremmest...den primære, fælles virkelighed",der tænkes på, hvorved forstås dels de helt grundlæggende behov for stof og energi, der er forudsætninger for alt liv (altså "natur") og dels det, mennesket gør for at skaffe sig disse ting, det vil først og fremmest sige produktion og fordeling ("kultur").

Det er imidlertid efter Tarps mening utilstrækkeligt at lade den

primære virkelighed danne udgangspunkt for undervisningen. Det kunne man også i den nuværende undervisning. I vores komplicerede samfund opdeles produktion og fordeling i stigende grad, et forhold der afspejler sig i skolen, hvor virkeligheden opdeles i fag og fagområder. Denne opsplitning af virkeligheden har i mennesket "skabt etfundamentalt åndeligt behov for sammenhæng, mening ... For at dække behovet for sammenhæng, for at sikre naturens kredsløb, kort sagt for at sikre menneskets fortsatte åndelige og fysiske eksistens, må der ske en rekonstruktion af skolen, af kulturen og af naturen...Der må skabes sammenhæng mellem skole og virkelighed."

Disse sammenhængsbestræbelser har i følge Tarp for så vidt været i gang et stykke tid. Terpeskolen blev i starten af 60'erne afløst af metodeskolen , hvor hovedvægten lægges på metoder og principper. Men det er udelukkende i en internt faglig sammenhæng, hvorved fagenes indbyrdes forbindelser og deres sammenhæng med virkeligheden ikke kommer frem.Indenfor matematikkens univers slår denne reform igennem som den såkaldte strukturmatematik. I løbet af 70'erne udvikler motivationsskolen sig. Til retfærdiggørelse hentes virkeligheden ind i fagene som motivation. I motivations- eller modelmatematikken kommer faget til at fremstå som en samling modeller til løsning af problemer fra virkeligheden. Men det er stadig faget, der bestemmer hvilke modeller, der skal behandles. "I stedet for, at faget bliver et redskab i hverdagen, bliver hverdagen et redskab i faget".

Tarps løsning på dette problem er temaskolen, hvor det er sammenhængende temaer fra virkeligheden, der styrer fagene. Ideelt set sker dette i de såkaldte PTF (Produktion-Tema-Fag)-skoler, hvor "udgangspunktet er elevernes aktive berøring med den primære virkelighed, først og fremmest en virkelighedsrelevant produktion. Udfra denne opstår forskellige problemkredse, temaer, der igen fører ind på behov for specialviden, fag. I PTF-skolerne bygger eleverne ikke længere deres viden på andres erfaring, de bygger på egne erfaringer."

For matematiks vedkommende opstiller Tarp følgende formålsformulering: "at mennesket opnår viden om behandling af størrelser

fra virkeligheden". Hvis man står overfor valget mellem at behandle virkeligheden eller en model deraf, ville modelmatematikken vælge modellen, mens temamatematikken ville vælge virkeligheden. Eksempelvis ved vækstregning, hvor førstnævnte ville benytte sig af differentialregning, mens temamatematikken ville benytte sig af differensregning, som opfattes som lettere og mere naturligt at bruge.

Metoden består som nævnt af temaarbejde/eksamenslæsning, hvor det styrende for temaerne er den primære virkelighed.

Fagets indhold bliver da størrelser, deres fordeling og ændring. Udover at hovedvægten lægges på andre ting end traditionelt, vil temamatematikken være karakteriseret af, at mængdelæren og funktionsbegrebet forsvinder, at "fagets stolthed, differentialregningen falder ned til naturlig størrelse" og at bogstavregningen mere eller mindre erstattes af regning på tal, numerisk behandling. I den forbindelse kan det nok være interessant at vide, hvad han mener om matematiske begreber: "(til kvantitativ beskrivelse af virkeligheden) behøves ganske vist begreber, men disse findes allerede i vid udstrækning i dagligsproget. Der er derfor ingen grund til som traditionelt at lægge hovedvægten på en omhyggelig begrebsopbygning...det er langt vigtigere ligesom i sprogundervisning at anvende og eventuelt skærpe de begreber, man nu engang har... Disse begreber (til beskrivelse af størrelser, deres fordeling og ændring) findes allerede i dagligsproget...De(...)abstrakte begreber er blot dagligsprogets begreber med en anden navngivning: hyppighed=antal, frekvens=antal, kompositionsforskrift=regneart osv... Denne omdøbning af begreberne er måske ønskelig udfra præcisionsgrunde, men den har den uheldige egenskab, at den løsriver begreberne fra virkeligheden og gør dem forskellige fra dagligsprogets begreber. Denne forskellighed uddybes ved, at de abstrakte begreber indføres som eksempler på specialtilfælde af andre abstrakte begreber, medens dagligsprogets begreber er opstået som fællestræk ved konkrete fænomener fra virkeligheden... Lad os dog få lov til at bruge det sprog og de begreber, vi nu engang har. At kræve andet kan kun have en undertrykkende virkning og medvirke til at gøre skolen til en antiskole." Og endelig til sidst (i sammenhæng med

fagets mål og midler): "En matematiklærer har derfor ikke så meget behov for kendskab til begrebsmatematematikkens kunstige begrebsdannelser og begrebsopbygning, han har meget mere behov for kendskab til virkeligheden." (Tarp, 1982).

Allan Tarps tanker er tydeligvis inspireret af den eksemplariske indlæring, som vi vil give en mere teoretisk fremstilling af i det følgende.

Det eksemplariske princip.

Dette princip knytter sig først og fremmest til tyskeren Martin Wagenschein, selv om han langt fra er den eneste, der har arbejdet på at udvikle det.

På grund af den kolossale videnskophobning har det af rent praktiske grunde været nødvendigt at luge ud i den stofmængde, eleverne på et givet uddannelsestrin har skullet kapere. Der er således opstået et behov for, at undervisningen begrænser sig til det væsentligste. Fremfor at opretholde en systematisk gennemgang af et fags stofområde, lægges vægt på, at eleverne fordyber sig indenfor et enkelt eksempel eller emne, således at dette behandles grundigt og intensivt. Det, man vælger at fordybe sig i, skal være hvad Wagenschein kalder"et spejl for helheden". Enkeltdelens (dvs. det eksemplariske emne) forhold til helheden skal være som et legemes tyngdepunkts - et enklt punkt, hvori det hele i en vis forstand koncentrerer sig. Ved grundigt at udforske enkeltdelen er det i følge Wagenschein muligt at erkende helheden, den er spejl for. "Indgangen" til enkeltdelen sker via et passende problem, der udfordrer til overvejelser og behandling. Det er ikke muligt alene ved betragtning af et stofområdes struktur at bestemme en passende indgang. Deltagernes situation bør være ligeså afgørende.

Både IOWO-projektet, Wittenberg og Tarp ses således at benytte dette princip, men med hver deres begrundelse.

Sociologisk fantasi.

Dette begreb introduceredes 1959 af den amerikanske sociolog C. Wright Mills. Hans projekt var at vise, at samfundsvidenskaberne kan og skal vise nogle sammenhænge, der forbinder det enkelte menneskes personlige livsforhold og historisk-samfundsmæssige forhold. De skal med andre ord gøre relationerne mellem mikro- og makroplanet synlige. "Det er umuligt at forstå en enkeltpersons livsforløb såvel som et samfunds udvikling/historie, hvis ikke man samtidigt forstår begge dele." Folk i almindelighed er imidlertid ikke i stand til at se disse sammenhænge - de mangler sociologisk fantasi, der netop er karakteriseret ved evnen til at kunne skifte fra et perspektiv til et andet og tilbage igen - først og fremmest mellem det sociale/politiske perspektiv og det psykologiske. Eksempelvis kan manden og kvinden i et ægteskab opleve mange gniderier, men det er deres personlige problem. Hvis skilsmisseprocenten stiger eksplosivt i et samfund, så er der tale om et strukturelt problem, der har at gøre med selve institutionen ægtaskab og familie og hvad dertil hører af samfundsmæssigt forankrede regler. Springet mellem disse to niveauer er gennemgående så stort, at man ikke kan overskue sammenhængen mellem dem, således at folk opfatter deres problemer som private og omvendt kan være temmelig ligeglade med de politiske aspekter, de selv er med til danne. (L.J.Muschinsky et al., 1978).

Oscar Negts omdefinering af den eksemplariske idé.

I 1964 udgav den tyske filosof og pædagog Oscar Negt bogen "Sociologisk fantasi og eksemplarisk indlæring", der godt nok specifikt handler om arbejderuddannelse, men har været inspirerende langt udenfor disse kredse. Negt fascineres af den eksemplariske idé, men kritiserer dens udformning hos de borgerlige pædagoger (som Wagenschein), der har reduceret den til en metode til reduktion af stoftrængslen. Denne brug af ideen piller ikke ved de almindelige uddannelsers tendens til at blokere for en dybtgående forståelse af ens egen livssituation i dens samfundsmæssige sammenhæng. Negt omfortolker såvel begrebet "helhed" som "det enkelte". Helheden forstås ikke som en faglig helhed (som hos Wagenschein), men som en speciel, samfundsmæssig og samfundsskabt helhed, der

rummer samfundets klassestruktur, dets undertrykkelsesmekanismer, dets modsætningsforhold osv. Den er historisk bestemt og historisk foranderlig. Det enkelte har form af et sociologisk faktum, som må tolkes som et konkret forhold, således som det kan angå, erkendes eller opleves af den enkelte.(J.L.Muschinsky et al., 1978 og O.Skovsmose, 1980).

Eksemplarisk undervisning eller indlæring som sådan kan naturligvis ikke bedømmes ud fra Allan Tarps temmelig generelle bemærkninger, alene af den grund, at det ikke er noget eentydigt fastlagt princip. Desuden er det et problem for os, at Tarps tanker (vist) ikke har været afprøvet i praksis og dermed vist deres duelighed eller mangel på samme. Trods dette skulle det være muligt at pege på nogle af de pointer, der kan nås og nogle af de problemer, der knytter sig til at følge dette princip.

Et centralt udgangspunkt for formuleringen af eksemplarisk indlæring angår - som for de andre erfaringspædagogikker - elevernes engagemnet. For f.ex. Wagenscheins vedkommende tolkes det som et oplevelsesmæssigt og personligt engagement, mens det hos Negt tolkes som et politisk engagement. Hos Tarp synes det også hovedsageligt at være det politiske engagement som udgangspunkt for handlinger, der er det væsentligste, men et givet problem vil naturligvis være subjektivt engagerende i samme udstrækning som det føles relevant at få løst det.

Et andet centralt synspunkt i forbindelse med eksemplarisk indlæring er, at arbejdet med et specielt, konkret problem skal kunne føre til en forståelse af en helhed. I og med at udgangspunktet hos Tarp er "elevernes berøring med den primære virkelighed, først og fremmest en virkelighedsrelevant produktion" er den nævnte helhed også fastlagt, idet den må tolkes som både "natur" og "kultur". Undervisningens faglige indhold udspringer således af en praktisk nødvendighed, samtidig med, at det pr definition er anvendelsesorienteret matematik, idet den skal bruges til at løse de problemer, eleverne støder på i undervisningen.

Tarp gør ikke i artiklen nærmere rede for, hvorledes de organisatoriske rammer for en sådan undervisning skal være udformet, men det forekommer under alle omstændigheder vanskeligt at forestille sig den under det nuværende gymnasiums rammer, specielt med dettes time- og fagopdelte dag. Det fremgår dog af artiklen, at Allan Tarp forestiller sig, at den "virkelighedsrelevante produktion" leder til problemer, der kræver en matematisk behandling, ligesom det er den, der bestemmer, hvad det er for en matematik, man skal beskæftige sig med. Dette må for det første betyde, at temaerne i hvert fald i en vis udstrækning er fastlagt, hvorved deltagernes indflydelse på undervisningens indhold reduceres (betydeligt?) og for det andet, at de faglige begreber så at sige må underordnes undervisningens udgangspunkt. Det første forhold kommenterer Tarp ikke nærmere, mens han til det andet bemærker, at begrebsapparatet i højere grad skal bringes i overensstemmelse med dagligsprogets begreber, eventuelt på bekostning af de matematiske begrebers præcision. Det er indlysende, at dette må føre til en anden opfattelse af begrebet matematisk faglighed, ligesom en sådan undervisning vil udstyre eleverne med nogle andre kvalifikationer end den nuværende.

Sammenfatning af kapitel 5.

Vi har i nedenstående skema søgt at opsummere de behandlede pædagogiske retningers syn på nogle punkter, som vi opfatter som knudepunkter i forhold til vores problemformulering. Det er forhåbentlig fremgået af det foranstående, at skemaet skal læses med forsigtighed, forstået på den måde, at de forskellige retninger kan tolkes på denne måde, men at det absolut ikke den eneste.

Man kan naturligvis ikke ud fra en sådan sammenligning sige hvilken retning, der er"bedst". Vi mener, at de alle indeholder positive elementer, som undervisningen må tilgodese:

strukturalisme og Sovjetpædagogik: sammenhængende ræsonnementer, analytisk tænkning, aksiomatisk-deduktiv metode o.lign.

IOWO: kan vise, hvordan problemer kan matematificeres og give eleverne en forståelse af, at matematik også er en proces.

historisk-genetisk princip: kan bl.a. give eleverne en forståelse af i hvert fald nogle matematiske begrebers historiske og samfundsmæssige nødvendighed samt vise, at elevernes erkendel-

sesmæssige position kan være en afspejling af stadier i menneskehedens erkendelsesmæssige udvikling.

eksemplarisk indlæring: opøvning af sociologisk fantasi; kan give forståelse af matematikkens gensidige samspil med virkeligheden; undervisningen som udgangspunkt for politisk engagement og handling.

Det er uden tvivl for optimistisk at forestille sig, at et enkelt undervisningsforløb skal kunne rumme alle disse aspekter, men det er på den anden side efter vores mening vigtigt, at eleverne i større eller mindre omfang stifter bekendtskab med dem alle i løbet af deres gymnasietid. Man kunne derfor forestille sig, at forskellige forløb lagde vægten på forskellige aspekter.

	Strukturalisme	Sovjet-pædagogik	IOWO	Historisk-genetisk	Esemplarisk indlæring
undervisningens udgangspunkt	grundlæggende strukturer	teori om sammenhæng	situationer, der kan gøres til genstand for mat.-aktiviteter	matematikkens udvikling; historiske forløb	den konkrete virkelighed
matematik-opfattelse	mat. som et strukturelt system; aksiomer, deduktion; teoremer	en abstraktion af virkeligheden	en proces; menneskelig aktivitet	som IOWO	mat. et redskab til løsning af problemer fra virkeligheden
anvendt matematiks rolle i undervisn.	ligegyldig	skadelig	kan være et godt udgangspunkt	?	uomgængelig
undervisningens mål	eleverne skal fatte mat.s strukturer	eleverne skal fatte tingenes væsen	forstå, hvordan man kan matematificere problemer	forstå menneskets åndelige udvikling; mat. som en historisk og materiel nødvendighed	sociologisk fantasi; skabe sammenhænge; politisk engagement

6. METODE.

I dette kapitel beskrives og begrundes de dataindsamlingsmetoder, som vi har valgt at benytte til at belyse vort problem : om det forholder sig således at matematikundervisning, der tager udgangspunkt i anvendt matematik, dvs. i reelle problemer for eleverne, giver en bedre indlæring end den traditionelle matematikundervisning, der ikke relaterer sig til elevernes virkelighed.

Imidlertid blev vi klar over at vort problem ikke umiddelbart lod sig undersøge. Dels kan man ikke uden videre måle indlæring, hvordan vi løste det problem vil vi senere komme tilbage til, og dels kunne vi i vores undersøgelse ikke sammenligne forsøgsklasserne med normalklasser. For det første fordi stoffet i forsøgsklasserne jo var noget andet end i de traditionelle klasser (bl. a. *rentesregning, som ikke er med i det sædvanlige pensum) og for* det andet fordi i de tilfælde hvor der var pensumsammenfald havde forsøgsklasserne mulighed for at bruge mere tid til at gennemgå den samme stofmængde, da de jo var fritaget for emnelisten. Derfor ville man ikke få noget billede af noget som helst, hvis man f.eks. stillede den samme opgave til forsøgsklasserne og normalklasser.

Vort mål har ikke været at foretage en kvantitativ undersøgelse af om anvendelsesorienteret matematikundervisning giver en mere effektiv indlæring, ej heller at foretage en repræsentativ statistisk undersøgelse. Vort formål med projektet er derimod, som nævnt i indledningen, bl.a. at få et billede af hvilke muligheder og begrænsninger man bliver konfronteret med i en matematiktime. Vi vil derfor indskrænke os til at foretage en kvalitativ undersøgelse/vurdering af vort problem og vil på den baggrund pege på nogle tendenser.

Inden vi besluttede hvilke dataindsamlingsmetoder vi kunne bruge og hvordan de kunne benyttes, orienterede vi os om hvordan andre før os havde evalueret/undersøgt undervisningsforløb i matematik. Evalueringerne falder som regel i to dele, dels en faglig evaluering, som ofte foregår ved skriftlige hjemmeopgaver, ved prøver

eller ved mundlig overhøring og derudover ved grupperapporter og rapportfremlæggelser, og dels en evaluering af elevernes holdninger til undervisningsforløbet, hvilket registreres ved hjælp af interview- og/eller spørgeskemaundersøgelser af eleverne og desuden ved diskussioner på klassebasis. Det der spørges om angående den holdningsmæssige side af evalueringen afhænger af undervisningsforløbets formål og indhold. På grundlag af disse studier i evalueringsformer fik vi opstillet en rot omfattende ideliste til denne del af evalueringen. Vor ideliste viste sig stort set at være sammenfaldende med det forslag direktoratets forsøgsudvalg har udarbejdet (i 1980) m.h.t. hvilke punkter der kan medtages i elevevalueringen, som er følgende :

5. Elevernes evaluering

Betydningen af en opgørelse af de deltagende elevers egen forsøgsevaluering er indlysende. Mest oplysende for rapportens læsere er skriftlig evaluering fra hver enkelt elev i en kombination af multiple-choice spørgsmål og åbne spørgsmål. De skriftlige spørgsmål kan typisk have følgende indhold :

- arbejdsbyrden, f.eks. forberedelser pr. uge, opgjort for den enkelte, gruppen, klassen og indflydelsen på forberedelsen til andre fag,
- fagligt udbytte, faglig sværhedsgrad,
- socialt udbytte, sociale problemer,
- emnets/emnernes hensigtsmæssighed,
- undervisningsorganiseringens hensigtsmæssighed,
- forsøgsstyringens hensigtsmæssighed,

- forsøgets varighed,
- forsøgets skemamæssige placering,
- værdien af evt. ekskursioner eller praktikophold.

I øvrigt vil ethvert forsøg kræve sine specielle spørgsmål. - De åbne spørgsmål kan have stor interesse, f.eks. "Hvilken del af forsøget vil du især fremhæve som udbytterig og hvorfor ?" Vigtigt er det også, at elevernes evaluering slutter i en totalevaluering, f.eks. af typen : "Hvad er din personlige opfattelse af forsøget som helhed ?" og "Hvilken relevans mener du forsøget har for gymnasie/hf-elever ?"

Som tidligere nævnt er vi ikke istand til direkte at undersøge/måle den faglige indlæring, vi besluttede derfor at undersøge følgende fire forhold, som vi mener er med til at betinge og bestemme karakteren af indlæringen :

1) Elevernes motivation og interesse for faget, bl.a. gennem en vurdering af deres aktivitet og deltagelse i undervisningen. Her formodede vi at elevernes motivation og interesse i høj grad var betinget af at undervisningen i matematik knyttede an til en eller anden form for anvendelse.

2) Vi ville forsøge at bestemme hvordan arbejdsformerne og

elevmedbestemmelse påvirkede indlæringen.

3) Elevernes matematikopfattelse, da vi tænkte denne dels ville præge indlæringen, og dels i nogen grad ville afspejle den indlæring, der havde fundet sted. Den ville både kunne sige noget om betingelserne for og resultatet af den indlæring, der fandt sted. Yderligere var det sådan, at vi her havde nogle "normalklasser" at sammenligne med, fra INFUFA-tekst nr.24 om "Matematikopfattelser hos 2.g'-ere".

4) Elevernes udbytte, meget indirekte belyst, idet vi ønsker at bestemme hvad eleverne selv og læreren selv mener de har fået ud af undervisningsforløbet, både m.h.t. det faglige og det holdningsmæssige.

Vi håbede gennem denne indirekte undersøgelse at kunne sige noget om selve indlæringen.

Da vi ønskede en så nuanceret undersøgelse som mulig valgte vi at kombinere tre dataindsamlingsmetoder :

1) observation af undervisningen
2) spørgeskemaundersøgelse af eleverne
3) interview af lærerne

Fordelene ved observationsmetoden er blandt andet at man får oplysninger om den øjeblikkelige adfærd uden, som ved spørgeskema- og interviewundersøgelser, at have risikoen for at være påvirket af respondentens oplevelser af adfærden og /eller erindringsforskydninger.Yderligere kan ved observation indsamles oplysninger, som ved en spørgeskema-/interviewundersøgelse måske ville gå tabt på grund af respondentens manglende svarvillighed eller hvor der i spørgeskemaet er risiko for at det gives undvigende svar. Derimod giver spørgeskema og interviws mulighed for at registrere respondenternes, i dette tilfælde elever og lærerens, holdninger og vurderinger af forskellige situationer og emner og yderligere til at få oplysninger om tidligere begivenheder. Vi har foretrukket at anvende alle disse tre metoder, da det giver os mulighed for at sammenholde de forskellige vurderinger, elev-

ernes, lærernes og vore egne, og derved opnå at få et forholdsvis korrekt billede af hvad der er foregået.

Herudfra ville vi give nogle bud på, hvad der egentlig betinger motivation og interesse, hvad elevernes behov er, hvilke forhold der giver indlæringsproblemer, og hvilke der afhjælper disse, osv. og således give nogle bud på hvorledes anvendt matematik hænger sammen med indlæring, hvilke muligheder og begrænsninger, der ligger i faget matematik og i gymnasieskolen i det hele taget, og placere faget i diskussionen om eksemplarisk indlæring og erfaringspædagogik.

Observationerne havde desuden et eksplorativt formål, idet vi gennem disse skaffede os oplysninger om forsøgsklasserne, hvilket var en forudsætning for at vi senere kunne konstruere brugbare spørgeskemaer til elever og interviewspørgsmål til lærerne.

6.1 Principper for observation.

De fysiske forhold på skolerne gjorde at vi kun havde mulighed for at foretage såkaldte åbne observationer, det vil sige observationer hvor både elever og lærer var klar over vor tilstædeværelse. Ved denne form for observation er der den risiko at observatørerne ved deres adfærd påvirker dem der iagttages. Man kunne måske forestille sig at vor tilstædeværelse ville lægge en dæmper på både elever og lærer, forstået således at elverne og læreren ville tilstræbe at ændre deres adfærd for at vi skulle få et godt indtryk af klassen og den måde den fungerede på. Den modsatte effekt kunne også tænkes. For at imødegå og ikke yderligere at forstærke denne påvirkningsfaktor besluttede vi at vi som observatører skulle optræde som tilskuere og dermed ikke tage del i det der foregik på lige fod med de observerede deltagere. Ligeledes må det forholdsvis lange tidsrum hvori vi observerede, 6 uger, bidrage til at nedsætte påvirkningsfaktoren, da det jo i et længere tidsrum er svært at fastholde en konsekvent adfærd, som man mere eller mindre bevidst har ændret.

Da vi skulle observere tre forskellige undervisningsforlob, var det nodvendigt for at opnå en nogenlunde ensartet observation, at vi på forhånd fastlagde hvilke ting vi skulle fokusere på i observationerne. Vi udarbejdede derfor den følgende checkliste, som både tilgode-så klasseundervisningsformen og gruppearbejdsformen, da vi på forhånd havde fået oplyst at to af de tre undervisningsforlob benyttede begge undervisningsformer og det tredje forlob skulle foregå som gruppearbejde.:

CHECKLISTE til UV-forlob.

I) FORMALIA: Dato, klasse, gruppe, emne/delemne, loktie, plan for timen.

II) ARBEJDSFORM:

1) Klasseundervisning :

a) Hvor mange spørgsmål til hele klassen/bestemte elever ?

b) Hvordan sperger læreren ? (spm. der krævor 1)reproduktion, 2) kombination af oplysninger, 3) analyse eller 4) vurderingor.

c) Henvender læreren sig med bestemte spm. til bestemte elever? (snedige spm. til snedige elever osv. ?)

d) Er der spm. fra eleverne ? Hvilken karakter har disse ? (forståelsesmæssige , "strategiske", perspektiverende ?)

e) Hvordan reagerer læreren på hvilke typer spørgsmål ? (oplæg/afbrydelser)

f) Hvor lang tid snakker man om noget kendt/nyt ?

g) Hvor længe taler læreren ialt/ eleverne ?

h) Hvor mange elever deltager aktivt og på hvilken måde ("strategisk", konstruktivt afklarende/spørgende ?)

2) Gruppearbejde

a) deltager alle gruppemedlemmer aktivt ?

b) Styrer en (eller flere) elever arbejdet ?

c) Hvordan er rollefordelingen i gruppen ? (sekretær/professor) er den bevidst/ubevidst ?

d) Hvordan udnyttes gruppens ressourcer til at fremme produkt/proces ?
(differentiering/nivellering)

e) Er arbejdet delegeret ud eller arbejder alle med det samme ?

f) Arbejder gruppen på grundlag af oplæg fra læreren ?

g) Introducerer begrunder læreren gruppearbejdet ?

h) Når gruppen frem til et acceptabelt resultat ?
Hvilke erkendelser opnås ? Hvilken type ? Hvad er elevernes opfattelse af "formål", hvad oplever de som pointer ? Hvad oplever læreren som pointer ?

i) Hvilken rolle spiller læreren under gruppearbejdet ? (passiv, opklarer forståelsesproblemer, indpiskor)

j) I hvilke situationer går gruppen i stå/får problemer ? og hvad bringer arbejdet videre ?

k) Hvor blokerer hvem overfor hvad, og hvordan tackles de (blokeringer)

III) a) Diskuteres emnets relevans ? "underholdningsværdier" ?

b) Diskuteres arbejdsformen ?

c) Perspektiveres UVs indhold ? i en større sammenhæng - f.eks. i forhold til andre mat. discipliner, historisk/anvendelsesmæssigt ?

IV) Samlet vurdering af timen - helhedsindtrykket ?

Indholdet af checklisten var bestemt af de fire forhold, motivation og interesse, arbejdsformen, matematikopfattelsen, faglige udbytte, vi ville undersøge og blev af følgende grunde struktureret under de fire overordnede punkter. :

I) Formalia, her registreres oplysninger, observationstidspunkt og personkredsen der observeres, som giver os mulighed for at skelne de enkelte observationer fra hinanden, Desuden oplysninger om det faglige indhold i timen.

II) Arbejdesformen. Her er vi interesserede i at registrere de forskellige former for adfærd som elever og lærer udøver, her tænkes blandt andet på adfærd der er dominerende, aktiv/passiv, solidarisk. Yderligere ønskes en registrering af hvilke problemer eleverne har med stoffet og hvordan de overvinder disse.

III) Kritisk stillingtagen til det faglige emne og arbejdsformen. Her skulle afspejlesselevernes matematikopfattelse, og den som læreren ønskede at formidle.

IV) Samlet vurdering af timen - Under dette punkt forsøges at sammendrage og foretage en vægtning af iagttagelserne vedrørende de ovenfor nævnte punkter og andre betydningsfulde observationer.

Checklisten skulle benyttes som en huske-seddel, og dermed ikke afgrænse observationerne til kun at omfatte de på forhånd fastlagte punkter, men at alt, hvad observatørerne skønnede var af betydning, skulle iagttages og regristreres. Med andre ord vore observationer var delvis strukturerede.

6.2. Principper for elevspørgeskema.

Indholdet i spørgeskemaet var bestemt af, at vi ønskede at afdække elevernes holdninger og vurderinger af de tidligere nævnte fire forhold, som vi mente var væsentlige faktorer for at indlæring finder sted. Dermed var hovedgrupperingen af spørgsmålene givet. Formuleringen af de enkelte spørgsmål blev konstrueret udfra følgende principper : spørgsmålene skulle være

a) entydige, d.v.s. have den samme betydning for alle
b) ikke-ledende
c) så korte og præcise som muligt
d) udformet i et sprog, der er forståeligt for eleverne

Angående ikke-ledende spørgsmål besluttede vi, som følge af at vi ønskede disse, at konstruere åbne spørgsmål i videst mulig omfang, da vi dels havde den opfattelse at lukkede og halvåbne spørgsmål kunne virke ledende og dels at eventuelt relevant information kunne gå tabt i de tilfælde hvor respondenten forsøger at tilpasse sine svar til nogle givne svarkategorier. Vi havde dog også en del lukkede spørgsmål - af hensyn til bearbejdelsen.

For at sikre at vore forestillinger om elevernes muligheder for at forstå og kunne besvare spørgsmålene , hvilket kræver at de har kendskab til det vi spørger om, var i overensstemmelse med de faktiske forhold blev udkastet til spørgeskemaet dels forevist forsøgslærerne og dels afprøvet i en totalt uvedkommende (på et fjerde gymnasium) klasse. Hvilket resulterede i at en del spørgsmål blev omformuleret, da vi fandt at flere af spørgsmålene overlappede hinanden og nogle kunne virke ledende.

Rækkefølgen af spørgsmålene blev bestemt udfra at spørgsmål indenfor samme hovedgruppe stod samlet for ikke at forvirre respondenterne, og at spørgsmål om kendte forhold og spørgsmål som er rimelig lette at forholde sig til blev placeret først i skemaet, d.v.s. spørgsmålene om arbejdsformen og dernæst kom spørgsmålene om elevernes arbejdsbyrde, motivation og interesse, deres faglige udbytte og til sidst spørgsmålene om deres matematikopfattelse.

Af svarene på spørgsmålene indenfor hovedgruppen "Arbejdsform" ønskede vi at kunne fremanalysere hvorvidt arbejdsformen influerede på motivationen og aktiviteten, og i hvor høj grad arbejdsformen udjævner klassens "niveau", dvs. tilgode ser de svage og "tunge" elever. Desuden hvorvidt motivationen afhang af elevernes opfattelse af deres store eller lille medbestemmelse.

Spørgsmålene om arbejdsbyrde, motivation og interesse skulle gerne give nogle svar hvoraf vi kunne se om og af hvilke grunde elevernes interesse har været lav eller høj, om det skyldes den anvendelsesorienterede matematikundervisning eller andre årsager.

Hovedgruppen af spørgsmål om det faglige udbytte skulle give et præg om de svære og lette indlæringsmæssige steder i det matematiske emne eleverne ligg havde stiftet bekendskab med. Yderligere skulle vi gerne kunne udlede noget om at den anvendelsesorienterede matematik og den øgede eller mindskede motivation gør indlæringen lettere eller sværere.

Svarene på spørgsmålene om matematikopfattelsen skulle give nogle muligheder for at bestemme elevernes kendskab til matematikkens rolle i samfundet og deres opfattelse af hvad matematik er for en størrelse, og hvilke ønsker/krav elevernes har til undervisningen.

Spørgeskemaet er i sin fulde ordlyd indsat i bilaget.

Spørgeskemaundersøgelsen blev af tidsmæssige grunde ikke udført ens på de tre skoler. På skole 1 og 2 skulle eleverne besvare spørgeskemaerne hjemme, hvorimod eleverne på skole 3 i en matematiktime besvarede spørgeskemaerne.

6.3 Lærerinterview.

Ved at interviewe forsøgslærerne fik vi mulighed for at stille hver enkelt af dem dels nogle uddybende, fortolkende spørgsmål angående det matematiske indhold og deres pædagogik, som de har redegjort for i deres fælles erklærede formål, hvilket vi havde fået udleveret da vi optog kontakt med den, og dels nogle spørgsmål om hvordan de vurderede det hidtidige forløb af deres forsøgsundervisning. I denne forbindelse var vi specielt interesserede i at klarlægge forsøgslærernes holdninger og vurderinger til de fire forhold, vi som fremmevnt mener hænger sammen med indlæring. Dels deres holdninger til hvorvidt disse forhold, f.eks elevernes interesser, bør influere på forsøgsundervisningen og dels deres vurdering af hvorledes disse forhold rent faktisk i den forløbne del af forsøget har påvirket undervisningen.

For at vi i interviewene, som ikke skulle være egentlige interviews men samtaler mellem den enkelte lærer og to af projektgruppens medlemmer, huskede at kunne omkring de samme emner/problemstillinger udarbejdede vi nogle meget åbne spørgsmål, som naturligt faldt i tre grupper :

1) Generelt om overordnede formål med forsøget, disse spørgsmål handlede bl.a. om hvilken matematikopfattelse der søges formidlet og hvilken form for anvendt matematik læreren benytter.
2) Generelt om pædagogik og indlæring, her ønskede vi at få belyst hvilke forhold, af de der betinger elevernes motivation og interesse, læreren tillægger betydning, og om det er muligt i matematikundervisningen at tage udgangspunkt i elevernes interesser.
3) Virkeligheden, her ønskede vi lærerens vurdering af hans / hendes forsøgsundervisning, hvad var forløbet godt/dårligt, om der var opstået nye problemer og ikke mindst nogle bud på hvorfor det gik som det gik.

Yderligere besluttede vi at lade lærerne mundtlig besvare elevspørgeskemaet, således vi kunne få mulighed for direkte at sammenligne elever og læreres besvarelser.

Samtalerne med lærerne blev indspillet på bånd, således at ingen information skulle gå tabt, hvilket let kunne være sket hvis vi blot undervejs havde nedskrevet besvarelserne på disse meget åbne spørgsmål. Båndene er vedlagt som bilag.

Læsevejledning til resultatkapitlet.

I resultat-kapitlet har vi tilstræbt en ensrettet udformning af afsnittene om henholdsvis observationerne, lærerinterviewene og spørgeskemabesvarelserne fra de tre skoler, hvilket også er lykkedes med lærerinterviewene og spørgeskemabesvarelserne. Derimod har det ikke været muligt med observationsrapporterne, da de tre undervisningsforløb var ret forskelligt struktureret. På skole 1 havde vi mulighed for at følge de samme grupper i hele perioden, hvilket medførte at vi valgte at foretage en tæt og kontinuerlig observation af to tilfældigt udvalgte grupper, hvor to observatører blev tilknyttet hver sin gruppe, ud af klassens ialt fire grupper. Observationsrapporten herfra er derfor ret udførlig. På skole 2 og 3 indgik der både klasse- og gruppearbejde i undervisningen, og ved gruppearbejdet vekslede sammensætningen af grupperne fra gang til gang, hvilket forhindrede en tæt observation af udvalgte elevgrupper. Desuden var der kun tilknyttet tre observatører til de to skoler. På grund af disse forhold er observationsrapporterne fra disse skoler mindre omfattende end observationsrapporten fra skole 1.

7. FORSØGSUNDERVISNINGENS FORMÅL.

I dette kapitel redegøres for formålet med den forsøgsordning, der omfatter 6 2.g klasser på 4 forskellige gymnasier. Hvor vi har været ude at observere og interviewe tre af klasserne, en matematisk-fysisk, og to matematiske-samfundsfaglige klasser, fordelt på tre af de fire gymnasier. I forsøgsordningen, der er to-årigt, er både den matematisk-fysiske gren,den matematiske-samfundsfaglige gren og den naturfaglige gren repræsenteret.

Idet forsøgslærerne uddrager essencen af bekendtgørelsens formål for matematikundervisningen påpeger de (i Byggesten nr. 35 dec. 82) at udfra en kvalifikationsbetragtning består formålet af tre niveauer :

1) at lære matematisk teori,herunder teoriens opbygning
2) at anvende matematik indenfor andre fagområder
3) kritisk at analysere matematiks anvendelse (og forstå matematiks samfundsmæssige betydning).

Af disse tre niveauer styres den almindelige matematikundervisning sædvanligvis af niveau 1 og i mindre omfang af niveau 2 og da slet ikke af niveau 3. At det forholder sig således hænger s sammen med at det i høj grad normalt er emnelistens krav der undervises efter. Selvom forsøgslærerne er imod denne prioritering af emnelisten er de opmærksomme på at der findes mange grunde til at det forholder sig således og de nævnes selv i denne forbindelse følgende fem oplagte grunde dertil :

For det første er det der testes ved skriftelig eksamen ikke formålsparagraffens krav, men ved hjælp af typelignende opgaver, elevernes begrebskundskaber og færdigheder i at manipulere med begreber efter givne regler. Ligeledes er det ved mundtlig eksamen legalt ikke at teste formålsparagraffens krav.

For det andet eksisterer der et dogme om at det i sig selv er godt at lære matematik, da det træner den logiske sans. Man behøver derfor ikke være så kritisk ved valget af det matematiske indhold.

For det tredje eksisterer der et dogme om at man skal kunne en masse matematik inden man kan lære at anvende det og forholde sig kritisk til disse anvendelser. Grunden til at dette dogme eksistere er sandsynligvis at mange matematiklærere kun anser virkelige anvendelser som værende store matematiske modeller og dermed ikke anerkender at almindelig regning og diskriptiv statestik er lige så virkelige anvendelser.

For det fjerde har faget en tradition for at være et studieforberedende fag, hvor der lægges vægt på træning af færdigheder.

For det femte er de fleste matematiklæreres uddannelse en forskeruddannelse, som har lagt vægten på det grundvidenskabelige - og og denne faglighed overføres mere eller mindre direkte til gymnasieundervisningen.

Denne forsøgsordning er blevet fritaget for omnelistens krav, hvilket forsøgslærerne har ønsket dels på grund af at det tidsmæssigt er vanskeligt at nå igennem pensummet på tilfredsstillende vis, og dels for at gøre op med de ovenfor nævnte grunde, der normalt belaster undervisningen. Desuden ønskede de en mulighed for at behandle emner, som lærer og elever opfatter som relevante. Dog er forsøgslærerne af den opfattelse at én del af emnelistens indhold er så væsentlig at den skal indgå i forsøgsundervisningen, men de vil sandsynligvis ændre på vægtningen mellem emnerne. Ellers vil de lade anvendelser være styrende, og dermed mener de at emnerne i høj grad vil blive bestemt ud fra hvad matematik bliver brugt til udenfor gymnasiet.

Det de ønsker at tilstræbe er, imodsætning til en emnelistecentreret undervisning, en formålscentreret undervisning således vil de lægge vægt på at eleverne lære at vurdere egen og andres brug af matematik, hvilket betyder at de tilstræber at også det tredje niveau i kvalifikationshirakiet nås. Denne formålscentrerede undervisning vil de opnå ved hjælp af en eksemplarisk undervisning i nogle emner indenfor følgende problemkredse understøttet af en begrebs- og færdighedsindlæring :

a) matematikkens samfundsmæssige funktion
b) matematikkens historiske baggrund
c) matematikkens specielle natur/ dens styrke

Disse tre problemkredse beskriver forsøgslærerne på følgende måde (Byggesten nr. 35 dec. 82) :

a) Hvilken samfundsmæssig funktion har matematikken nu:

- grundlag for politisk argumentation. Som eksempler på dette kan nævnes:
- SMEC-modellerne og ADAM bruges som politisk argumentationsmiddel, når man skal diskutere finanspolitikkens virkninger
- enkeltartsfiskerimodeller anvendes i diskussionen, når man skal fastsætte fiskerikvoter.
- statistik anvendes ideologisk for at begrunde f.eks. nedskæringer på daginstitutionsområdet (det viser sig,at der er en sammenhæng mellem det at være institutionsbarn og det at blive narkoman).
- sandsynlighedsberegninger som argumenter i f.eks. atomkraftdebatten (sandsynligheden for det værst tænkelige uheld er så lille,at den faktisk ikke er værd at regne med - det er den også for at to jumbo-jets støder sammen i luften - og alligevel skete det jo faktisk).
- undertrykkelse. Der er en myte om at det at kunne lære matematik hænger sammen med høj intelligens. Hvis man kan er man klog, og hvis man ikke kan er man dum. Et udtryk for dette er bl.a. den forskel i status en sproglig og matematisk studentereksamen har.
- styringsmiddel. Man kan ved hjælp af matematiske og statistiske metoder træffe mere kvalificerede beslutninger end man ellers ville kunne, og dette bruges bl.a. til optimering af virksomheders udbytte.

b) Hvilken historisk baggrund er der for den rolle matematikken spiller idag.

- vi mener, at det er vigtigt at eleverne ser forskellige perioders forskellige udvikling, og at de stifter bekendskab med forskellige drivkræfter bag matematikkens udvikling. I det gamle Grækenland var viden om de magiske tal, som f.eks. $\sqrt{2}$ en del af den herskende klasses særstatus. En hel anden slags udvikling ligger bag udviklingen af t-testet, som er et statistisk test, der er udviklet i forbindelse med produktionen på Guiness-bryggerierne. Man havde brug for et test, der med små stikprøver kunne teste øllets kvalitet med forskellig sammensætning af de forskellige kornsorter - så man ikke skulle smage på alt øllet for at være sikker.

c) Hvad er matematikkens specielle natur/dens styrke.

Det matematik kan er at sige : hvis-så. Det vil sige at man altid skal søge tilbage til antagelserne for en matematisk deduktion for at kende holdbarheden af resultatet af deduktionen. Matematik kan ikke tænke selv. Dette forhold er vigtigt for eleverne at erkende.

Det er desuden vigtigt for eleverne at de ser nogle eksempler på at man opnår en større erkendelse ved at bruge matematik på nogle sammenhænge, end man ville få hvis man ikke gjorde det. Ved at udelade mindre betydende faktorer, kvantificere forholdene og lave en model udfra nogle antagelser om nogle sammenhænge kan man skaffe sig et overblik og komme med mere præcise udsagn. Hvis man spørger : er folk der bor i parcelhusbyggeri mere tilfredse end folk der bor i højhusbyggeri - så kan en sammenligning af de svar man får af en spørgeskemaundersøgelse med de svar man ville have fået hvis hypotesen var rigtig give et mere præcist billede af med hvilken sandsynlighed hypotesen er sand. Og det er groft sagt det man kan gøre med et statistisk test.

Udover formål vedrørende undervisningens indhold har de yderligere nogle formål for arbejdsmetoderne, da valget af disse også i høj grad påvirker elevernes udbytte af undervisningen. Undervisningen vil blive strukturere*t i projektperioder og* kursusperioder med en stigende elevindflydelse igennem forløbet. Dog kan forsøgslærerne ikke på forhånd sige om eleverne får en reel medbestemmelse eller hvordan elevernes interesser vil påvirke formen og indholdet, men undervejs vil de prøve at finde ud af hvilke relevanskriterier eleverne har. Desuden vil de forsøge at tilrettelægge undervisningen således at myten "der er nogle, der kan lære matematik, og der er nogle der ikke kan - og det kan man ikke lave om på" manes i jorden, og eleverne oplever at de kan lære noget af hinanden og at alle får udbytte heraf.

Forsøgslærerne opfatter forsøgsundervisningen som et eksistensbevis for at en formålscentreret matematikundervisning lader sig praktisere.

Herefter vil vi kort nævne formålene for de undervisningsforløb vi har observeret. senere i lærerinterviewene uddybes disse formål. I skole 1, hvor emnet var differentialligningsmodeller, var formålet med indholdet at eleverne selv skulle opstille, løse og vurdere en model og derved erfare at matematik ikke er noget een gang for alle givet. Formålet med arbejdsmetoder var at afdække og bevidstgøre eleverne om deres egne uerkendte behov og interes-

ser i forhold til undervisningen. På skole 2 var formålet noget lignende, Emnet var vækstmodeller og eleverne skulle bibringes en fornemmelse af hvilke overvejelser, der ligger bag opstillingen af modeller og af at matematik kan bruges til noget fornuftigt. Formålet med arbejdsformen, korte styrede gruppeforløb, var noget anderledes. Eleverne skulle lære arbejdsprocesserne, blive opmærksomme på deres egne roller og være ansvarlige overfor de andre. Skole 3 havde emnet eksponentialfunktioner og formålet med dette forløb var at eleverne blev opmærksomme på hvad det er for forskelligeartede fænomener, procentvis vækst er en model for og at der i disse modeller indgår nogle konstante faktorer. Angående formålet med arbejdsmetoderne ønskede læreren at bibringe eleverne selvtillid og glæden ved at samarbejde og dermed at det er muligt at lære matematik uden at skjule viden for hinanden.

8. RESULTATER AF UNDERSØGELSEN.

Dette kapitel indeholder observationsrapporter, referater af lærerinterviews og en opsummering af spørgeskemabesvarelserne grupperet under den, af de tre skoler, hvorfra resultaterne stammer. Med andre ord dette kapitel indeholder om ophobning af resultater, disse bliver trukket frem og behandlet i kap. 9. Der vil derfor forekomme en del gentagelser og man kan undlade at læse dette kapitel uden at miste tråden i den videre læsning. Ønskes en orientering om de enkelte undervisningsforløb kan dette ske i observationsrapporterne. En nøjagtig gengivelse af lærerinterviewene og spørgeskemabesvarelserne er vedlagt som bilag, her bemærkes at lærerinterviewene ligger som båndoptagelser.

8.1. Observationsrapport fra skole 1.

På skole 1 observerede vi i seks uger en 2.g. på matematisk-fysisk gren. Klassen, der var sammensat af tre stamklasser, havde 17 elever, fordelt på 5 piger og 12 drenge, og en mandlig lærer i matematik. De havde fem matematiktimer om ugen, og af disse fem var to en dobbelttime.

Lige inden og som optakt til det undervisningsforløb vi observerede havde klassen arbejdet med differentialregning og eksponentialfunktioner, hvor de havde benyttet lærebogen "Matematiske vækstmodeller" af Allan Tarp, og noter omhandlende simple differentialligninger og integration, numerisk integration af differentialligninger v.hj.a. Eulers metode og 2.-ordens Runge-Kutta metode, og eksempler på programmeringsløsning til lommeregneren Ti-57. Undervisningen havde overvejende været klasseundervisning.

Undervisningsforløbet vi observerede, som varede to uger hvoraf vi oplevede de sidste seks uger, omhandlede differentialligningsmodeller. Som udgangspunkt fik eleverne udleveret et papir indeholdende 5 opgaver/problemer, en arbejdsbeskrivelse og en programmeringsløsning til Ti-57. (se bilag 5.1) Eleverne skulle så vælge hvilken opgave de ville beskæftige sig med og derved nedsattes 4 grupper (3 med hver 4 elever og en med 5 elever).

Grupperne skulle herefter selv tilrettelægge deres arbejde og læreren fungerer som vejleder, m.a.o. arbejdsformen skulle være projekterienteret gruppearbejde. I hver time skulle grupperne udfylde en dagbogsseddel indeholdende oplysninger om hvem der var fraværende, formålet med timens arbejde, de opnåede resultater og beslutninger og en evaluering af timens forløb (bilag 5.10).

Forløbet skulle afsluttes med at eleverne fremlagde deres gruppe-rapport, til hvilket der var afsat en time pr. gruppe. Efter disse fremlæggelser var der yderligere afsat et par timer til en samlet evaluering af hele forløbet, bl.a. med hensyn til arbejdsindsats, lærerens funktion, gruppens funktion, fagligt udbytte og til valg af nyt undervisningsemne.

Gruppe 2 .

Gruppe to, der her skal beskrives havde fem medlemmer, to piger og tre drenge. De havde valgt at beskæftige sig med opgave A og B, som består i at bestemme vandstandshøjden i henholdsvis en cylinderformet og en kegleformet (tragtformet) beholder som funktion af tiden. (se bilag 5.1)

Da observationen startede havde gruppen løst opgave A og havde opstillet følgende model for opgave B :

$$h'(t) = \frac{A_h \sqrt{2g}}{\pi \tan^2\alpha} \cdot \frac{\sqrt{h}}{h^2}$$

hvor A_h er arealet af bundhullet, h er vandstandshøjden, g er tyngdeakcelerationen.

I den første observationstime gik gruppen i gang med at opstille et program til lommeregneren for den numeriske løsning til modellen. Da modellen for opgave B var af samme struktur som for opgave A, var det kun subrutinen i programmet benyttet i opgave A, der skulle ændres. Dette problem løste gruppens dygtigste elev i løbet af denne time, hvor han en enkelt gang kontaktede læreren angående en fortegnsfejl. Samtidig forsøgte to andre af gruppemedlemmerne at bestemme højden og radius af den tragt, den dygtigste elev havde medbragt, hvilket de havde megen morskab

ud af. En elev forsøger at tage del i begge aktiviteter, hvilket medfører hun ikke forstår opstillingen af subrutinen. Det femte gruppemedlem deltager overhovedet ikke aktivt, hun sidder tavs og iagttager gruppen. Ved timens afslutning beslutter den dygtige elev at lektien til næste gang bliver for alle at opstille en subrutine.

Den næste dag var to forberedte, så de begyndte at udregne værdierne (vandstandshøjden) for hvert halve sekundt. En af de andre tog initiativ til at foretage det praktiske forsøg - at tage tid på hvor længe det tager vandet at løbe ud af tragten. Midt i timen kom læreren og opfordrede gruppen til samlet at diskutere opstillingen af lommeregnerprogrammet, således at gruppen sikrede sig at alle forstod opstillingen. De to ikke-beskæftigede elever lyttede til læreren, de andre fortsatte, også efter han var gået, med at eksperimentere med hvert deres program. Til sidst i timen besluttede de at alle skulle foretage beregninger over vandstandshøjden til næste time, på trods af at tre gruppemedlemmers program endnu ikke fungerede.

Den følgende dobbelttime var der ikke observation, læreren fortalte senere at han havde talt en del med gruppen om gruppearbejdsformen, da gruppen ikke fungerede så godt. På trods af denne arbejdsform-snak styrede den dygtige elev gruppen i den følgende time. Han er forberedt - har foretaget beregninger og optillet en tabel både for høj og lav tragt - hvilket ingen af de andre har. Hans tabeller fordeles således at tre går i gang med at tegne grafer.

De to næste gange forløber med at specielt den dygtige elev forklare programopstillingen for et andet gruppemedlem. Efterhånden tror jeg hun forstår hvordan dette program fungerer, men hun vil sanssynligvis ikke være i stand til selv at opstille et program (en subrutine).

I denne dobbelttime foretog gruppen nye forsøg, det var stadig de samme to elever, der som hidtil udførte forsøgene. Resten af gruppen forsøgte at finde den analytiske løsning. De må ret hurtigt tilkalde læreren, da de ikke kan komme videre med to ligninger og tre ubekendte. Hele gruppen samles og læreren gennemgår den analytiske løsning, Under gennemgangen er alle opmærksomme, stiller spørgsmål, men min vurdering er at kun to forstod i detaljer den analytiske løsning. Nogle af de andre svarede da også til spørgsmålet om de havde forstået det "jeg skal hjem og kigge nærmere på det".

De to næste gange var der ikke observation og derefter fulgte vinterferien. Efter ferien startede gruppen på rapportskrivningen, på den måde at den dygtige elev dikterede og en af de andre skrev ned. Rapportskrivningen varede yderligere fire timer, hvori der dog også foregik en hel del andre aktiviteter, såsom udfyldning af tipskuponer og udveksling af fysikrapporter. De afleverede rapporten til den fastsatte tid.

I den følgende time fik de af læreren besked på at udarbejde en disposition og evt. materialer til brug ved deres rapportfremlæggelse. Ret hurtigt fik de opdelt opgave A og B i tre afsnit : opstilling af modellen, numerisk-løsning og gennemgang af praktisk forsøg, og analytisk-løsning. Ved fordelingen af afsnittene har kun en elev et specielt ønske, han ønskede at få tildelt det letteste - han fik opstillingen af modellen i opgave B. Derefter gik tre af dem i gang med at tegne henholdsvis modeller og grafer på transperanter til overheaden, hvilket de gik meget op i.

Den følgende time, hvor gruppen skulle holde generalprøve på fremlæggelsen var observatøreren ikke til stede. Fremlæggelserne skulle starte i begyndelsen af næste uge og denne gruppe skulle lægge for.

Arbejdsdeling og roller.

En af eleverne (en dreng) styrede gruppen. Han var fagligt godt funderet og så godt som altid forberedt til timerne. Det var ham der oftest tog initiativ til at få arbejdet i gang, han kom med ideer, kontrollerede og godkendte alle udregninger, sørgede for

at give lektier for. Indimellem følte han sig også ansvarlig for om de andre i gruppen havde forstået stoffet og hvis dette ikke var tilfældet forsøgte han at forklare dem stoffet.

Udover ham var normalt to af de andre elever aktive, det varierede lidt hvem.Specielt ved rapportskrivningen fungerede de som gruppens sekretær. De havde af og til forberedt sig til timerne. Den ene af de to resterende elever forholdt sig i stort set alle timer passiv, og det på trods af at hun var forberedt og havde fod på det faglige, da hun opfattede gruppearbejde som spild af tid. Den sidste elev var som regel ikke forberedt og udnyttede tiden i timen til at forberede sig til andre timer, til at strikke, eller føre ikke-faglige samtaler.

Enkelte timer var det hele gruppen, der holdt fri fra matematikken, bl.a. da en anden gruppe lige udenfor vinduet foretog sit raket-forsøg.

De eneste tilfælde hvor gruppen delegerede arbejdet ud var når der skulle foretages praktiske målinger. Det var en middelmådig og en svagt funderet elev, der foretog disse målinger, ellers arbejdede gruppen samlet under den dygtige elevs ledelse.

På trods af at de to dygtige elever nok var de eneste, der havde fuld kontrol over opgaven, stillede de andre elever kun få spørgsmål. En enkelt gang, efter læreren havde opfordret gruppen til at være opmærksom på om alle forstod det gruppen beskæftigede sig med, kontrollerede den styrende elev, ved at spørge de andre, om de var med. De første par timer efter lærerens opfordring blev der også stillet flere spørgsmål end ellers.

I det tilfælde hvor gruppens arbejde gik i stå var alle i gruppen på nær den styrende elev indstillet på at tilkalde læreren med det samme. Selvom der gik nogen tid inden læreren kom var det kun den styrende elev, der på egen hånd prøvede at løse op for problemet, de andre sad og ventede på læreren. Udover læreren opklarede forståelsesproblemer blev han også tilkaldt for at kontrollere og godkende gruppens arbejde.

I det hele taget havde gruppen svært ved at fungere som en enhed og ved at administrere arbejdet. Det var faktisk kun den styrende elev, der hele tiden følte sig ansvarlig. Disse forhold diskuterede gruppen ikke, måske gjorde de det i den time hvor læreren talte med dem om gruppearbejdsformen.

Udbytte af gruppearbejdet.

Som før nævnt var det mit indtryk at kun de to dygtiste elever har forstået hele opgaven, hvilket vil sige opstillingen af modellerne, den numeriske og analytiske løsning. Hvorvidt de tre andre har forstået opstillingen af modellerne er vanskelig at svare på, da vi først startede observationerne efter at gruppen havde været igennem modelopstillingsfasen, Imidlertid kunne det, at den svagt funderede elev fik tildelt modelopstillingen i opgave B at fremlægge, tyde på at eleverne ikke opfattede det at opstille modellerne som noget specielt svært. Med hensyn til den numeriske løsning er det min vurdering at en måske to af de tre resterende elever har forstået denne og den analytiske løsning har ingen af de tre forstået.

Hele gruppens arbejde var præget af at de opfattede de matematiske formler og udregninger som rapportens vigtigste indhold. En elev gav på et tidspunkt udtryk for at en matematisk rapport skulle være så kort som muligt i modsætning til en dansk stil, altså ikke noget med at diskutere betingelserne for modelopstillingen og evt. fejlkilder som mulige forklaringer på forskellene mellem forsøgsresultaterne, den numeriske og den analytiske løsning. Gruppen strejfede denne problemstilling en enkelt gang hvor et af forsøgene gav ret forskellige resultater, vandet løb alt for hurtigt ud af tragten i forhold til resultatet af de foregående forsøg og den numeriske løsning. Som en selvfølge besluttede gruppen at lade dette forsøg ude af betragtning og endvidere ikke at omtale det i rapporten, der jo helst skulle slutte med at forsøgene og de teoretiske beregninger stemmer overens.

Gruppe 3 .

Rapporten over arbejdet i gruppe 3 er bygget således op : først gennemgås kronologisk, hvad gruppen beskæftiger sig med fagligt, derefter følger et afsnit om arbejdsdelingen i gruppen og endelig følger en vurdering af elevernes udbytte af gruppearbejdet.

Gruppen består af 4 drenge, der skal lave en rapport om opgave D. Opgaven omhandler to radioaktive processer, der foregår i kilden ^{137}Cs: $^{137}Cs \rightarrow {}^{137}Ba^{*} + e \rightarrow {}^{137}Ba + \gamma$. Opgaven er at finde mængden af $^{137}Ba^{*}$ som funktion af tiden, hvis udgangspunktet er en vis mængde ^{137}Cs (og intet $^{137}Ba^{*}$). (opgaven står i bilag 5.1).

Da observationen startede havde gruppen opstillet en model, og havde opstillet en subrutine til det udleverede regnemaskineprogram. Den var lige gået i gang med at udregne værdierne for en række t-værdier (hvert 10. sekundt).

Gruppen havde både efter gruppens egen mening og efter lærerens mening fået meget hjælp til opstillingen af modellen, og et par af gruppemedlemmerne udtrykte, at de ikke helt forstod den endnu. Gruppen diskuterede ikke på noget tidspunkt efter observationen startede om forudsætninger for modellen, overvejelser over forudsætningerne kom heller ikke med i den endelige rapport (gruppen fik smidt det papir væk, hvor de beskrev, hvordan de opstillede modellen). Ved den mundtlige fremlæggelse af rapporten blev modellen skrevet op på tavlen - da de i mellemtiden havde fundet de bortkomne sider - men der blev gået meget let henover forudsætningerne. Alt sammen tyder på at gruppens diskussioner i modelopstillingsfasen først og fremmest har drejet sig om matematikken og ikke så meget om model-virkeligheds problemer. Men denne periode lå desværre før observationen begyndte, så ovenstående vurdering er forbundet med en hvis usikkerhed.

Da observationen begyndte havde gruppen fået opstillet følgende model :

$$N_1'(t) = K_1 N_0 e^{-kt} - K_2 N_2(t)$$

hvor N_0 er udgangspopulationen (antal atomkerner) sat til 10^{21}

og K_1 og K_2 er henfaldskonstanter, der udregnes efter opgivne halveringstider.

Udregningen af værdierne på regnemaskinen tager tre gange (27. og 31/1 og 1/2), hvoraf den sidste time var en dobbelttime. Der bliver ikke lavet noget hjemmearbejde, selv om gruppen efter de to første timer begge gange aftaler at lave udregningerne færdige samt tegne en graf over resultatet. I den anden time løber de tør for strøm i regnemaskinen ca. midt i timen og de opgiver at fortsætte, da de så skal programmere maskinen forfra. De er ved at pakke sammen, da læreren griber fat i dem. Han spørger om alle i gruppen er klar over, hvordan man programmerer, og da de svarer bekræftende, begynder han at diskutere de foreløbige resultater med dem. Denne diskussion fortsætter næste dag (en dobbelttime) med læreren, efter de sidste værdier er udregnet på regnemaskinen. Gruppen finder frem til, at N(t) går mod en konstant, som betegner en slags ligevægtstilstand, hvor der dannes ligeså mange kerner, som der nedbrydes.

De to næste gange (2/2 og 3/2) udfører gruppen et eksperiment, hvor de måler radioaktivitet på en lille beholder, der indeholder ^{137}Cs, lige efter den er gennemskyllet med saltvand (herved bliver radioaktiviteten i princippet fjernet, dvs. $^{137}Ba^{*}$ udskylles). Gruppen laver også en måling på det udskyllede saltvand med $^{137}Ba^{*}$, uden egentlig at være klar over, hvad de skal bruge det til. Resultaterne af den måling er også opskrevet i den færdige rapport, uden at de bliver brugt til noget. Efter anden time uddeles hjemmearbejdet således, at tre forskellige tegner tre forskellige grafer (en over hvert af de to eksperimenter og en over den numeriske løsning af modellen, som har været lektie før).

Den næste time (7/2) er der en ret ukoncentreret mandags-stemning og ingen har fået lavet lektier. En enkelt i gruppen får efterhånden organiseret noget millimeterpapir og går igang med at tegne. En anden i gruppen begynder halvhjertet, men når ikke ret langt. De andre snakker - om engelsk 1. divisions fodbold - og en fordriver noget af tiden med at skille sin regnemaskine ad.

De når ikke at give hinanden lektier for.

I næste dobbelttime (8/2) får de tegnet kurverne færdige. Gruppen er nu ret rådvild over, hvad de nu skal lave - de mangler bare at skrive rapporten og lave konklusionerne. Efter nogen tøven tilkaldes læreren, der dels foreslår, at de gør deres grafer sammenlignelige (der er forskel på udgangspopulation i model og forsøg) og som derudover foreslår, at de løser differentialligningen analytisk. Han starter med at hjælpe dem, det fortsætter i næste time (9/2).

I begyndelsen af timen lytter alle med, men efterhånden er der kun en i gruppen, der er rigtig med og som skriver ned. Det er lidt tilfældigt ham, der sidder nærmest læreren. Herefter diskuterer hele gruppen resultatet (graferne for model og forsøg) med læreren og især en får en positiv oplevelse ved at se, at forskellige matematiske manipulationer fører til "rigtige" resultater der "passer" med eksperimentet. Den elev, der sidder med den analytiske løsning lover at lave den færdig til efter vinterferien - timen næste dag er aflyst pga. et fællestimearrangement og ugen efter er vinterferie.

Mandag (21/2) herskede der en typisk efter ferie+mandags stemning så gruppen får ikke lavet noget. Ham der sad med den analytiske løsning har ikke kunnet finde ud af det hjemme og er derfor ikke kommet videre. Først i næste time (22/2) får han ved lærerens hjælp klarhed over det sidste. Den analytiske løsning kommer på intet tidspunkt op at vende som gruppeproblem og bliver ikke genstand for en kollektiv arbejdproces. Den ene elev ansES nærmest som eneansvarlig for det problem. Læreren har ved gennemgangen af den analytiske løsning hele tiden gjort klar, at den er svær, og er over det niveau, der normalt forventes af dem. Det er mit indtryk, at kun den ene i gruppen, der skrev ned og som senere lavede afsnittet til rapporten, forstod løsningen i detaljer. Gruppen aftaler som hjemmearbejde til næste gang, at en laver den analytiske løsning færdig (dvs. skriver den ind), mens en anden udregner talværdierne og tegner graf.

Næste dag (23/2) har ingen lavet hjemmearbejde, og gruppen bruger timen til at lave en disposition for rapporten, der skal afleveres den 28/2. Klassen havde et par timer tidligere fået udleveret en seddel over hvad rapporten skulle indeholde (se bilag 5.3), og arbejdet blev i gruppen fordelt således at en skulle lave problemformulering, en skulle opstille model og den numeriske løsning, en den analytiske løsning og den sidste eksperimentet. Konklusionen skulle diskuteres næste dag.

Næste dag (24/2) var der ikke observation, men gruppen forklarede senere, at de ikke rigtig fik lavet noget. Det fremgik af gruppens senere arbejde, at de ikke havde fået diskuteret en konklusion.

Den 28/2 var den dag rapporten skulle afleveres, En havde lavet - men glemt derhjemme - to sider om problemformuleringen. En havde skrevet et afsnit om den numeriske løsning og om programmet og subrutinen, men havde ikke skrevet om modellen og om, hvordan den blev opstillet - det papir var blevet væk. En havde ikke fået den analytiske løsning færdig. Han sagde han stadig havde nogen forståelsesproblemer og diskuterede det med læreren. Hvorvidt der var tale om et reelt problem eller om det var et forsøg på en undskyldning er svært at sige. Samtidig manglede udregninger og graf for den analytiske løsning. Den sidste havde ikke fået skrevet sit afsnit om eksperimentet. Gruppen lovede læreren, efter al dårligdommen var blotlagt, at aflevere rapporten den næste morgen, og de gik så igang med de manglende dele. Dog varede hverken den dårlige samvittighed eller effekten af lærerens overhaling timen ud, da der både blev tid til at udfylde fælles tipskupon, og da alle havde pakket sammen to minutter før ringetid. Gruppen nåede at aftale, at de skulle lave resten til i morgen.

Næste dag (1/3) får grupperne besked på, at de skal diskutere, hvordan de vil fremlægge deres rapport for de andre, og de får en skriftlig vejledning om, hvad de skal gøre (se bilag 5.1). Imidlertid er den analytiske løsning i gruppe 3 endnu ikke blevet færdigrenskrevet, ligesom de sidste udregninger og grafen stadig mangler. Resten er færdigt, bortset fra de bortkomne sider om

modelopstillingen, som gruppen har opgivet at rekonstruere. Man må sige at gruppen i denne time (dobbelttime) yder en koncentreret sammenbidt arbejdsindsats - alle mand - og de når at blive færdige og aflevere. Gruppen når dog ikke at diskutere og skrive en konklusion, så en sådan er ikke med i rapporten. Gruppen når heller ikke at planlægge fremlæggelsen af rapporten, som de andre grupper har brugt timen til.

Den 2/3 holder alle grupperne generalprøve på fremlæggelsen i hvert sit rum. Gruppen tager det ikke så alvorligt. En enkelt gennemgår sin del, mens ingen af de andre gad. De var noget i tvivl om, hvad de skulle sige "det hele står jo i rapporten", men de kom ikke frem til, hvad de så skulle gøre. Gruppen var klar over den manglende konklusion, men blev enige om, at ham der var syg netop den dag, vist nok havde fået besked om at lave det som afslutning på sit afsnit om eksperimentet. Gruppen er enige om, at hver fremlægger de afsnit, de har skrevet.

Den 3/3 bliver klassen sat til at lave opgaver, eller til at arbejde videre med fremlæggelse (frit valg), da læreren er på kursus. Vi observerede ikke den dag. Ugen efter begyndte så fremlæggelserne.

Arbejdsdeling og roller i gruppen.

Gruppens 4 medlemmer var meget forskellige. En var initiativrig, var altid den der satte tingene igang (når de kom igang), var den mest engagerede i problemet og den mest diskuterende. Han var også en af dem der følte sig mest ansvarlig. En anden var ikke så engageret - bortset fra i programeringsdelen, da det også var hans hobby - men var i størstedelen af tiden pligtopfyldende, var stabil og var den der skrev de fleste ting ned. Det var ham der holdt orden i papirerne. De øvrige skrev ikke så meget ned. De to sidste i gruppen var initiativløse og uinteresserede og sad tit og snakkede om andre ting - fodbold. Den ene af de to var kun aktiv i forbindelse med eksperimentet, mens den anden kom til at hænge på den analytiske løsning, som han måtte bruge noget tid på. Det virkede som en uudtalt overenskomst i gruppen, at det nu var hans

tur til at lave noget. Ingen af de to sidstnævnte følte sig særlig ansvarlige overfor gruppearbejdet, hvilket bl.a. viste sig ved, at ingen af dem havde lavet deres afsnit færdig til afleveringsdagen, den anden havde ikke engang lavet sit færdig til næste morgen, hvor gruppen ellers højt og helligt havde lovet læreren at være færdig.

Han måtte færdiggøre det i dobbelttimen den dag og måtte have hjælp af de andre i gruppen. Den ene nægtede ved den mundtlige fremlæggelse at sige noget om eksperimentet - som det ellers var aftalt - og en anden i gruppen måtte springe op og gøre det. Iøvrigt virkede det som om han trivedes meget dårligt i klassen (og i gymnasiet), han havde trukket sig meget ind i sig selv.

Arbejdsprocessen var meget lidt kollektiv. Ved udregningerne af den numeriske løsning var det kun de to førstnævnte der arbejdede den anden af de to sidste kom tilbage efter nogen tids sygdom og nåede ikke at blive inddraget, mens den ene var meget passiv hele tiden. Efter eksperimentet tegnede de to førstnævnte grafer, mens den anden af de to sidste sad meget alene og rodede med den analytiske løsning. Omkring eksperimentet (2 timer) var alle med og alle var klar over, hvad der foregik, dog var de lidt usikre på, hvad de skulle måle og lavede derfor et eksperiment, der var overflødigt i forhold til deres model. Gruppearbejdet kan kort karakteriseres således : der var meget sjældent tale om en kollektiv arbejdsproces og de to af medlemmerne følte ikke nogen gruppeansvarlighed.

Udbytte af gruppearbejdet.

Omkring udbyttet af gruppearbejdet med hensyn til det fagligt matematiske er det mit indtryk, at de to førstnævnte nogenlunde har forstået modelopstillingen, mens den tredje har forstået den analytiske løsning. Der er ikke sket nogen udveksling i gruppen, ingen forsøg på at forklare eller diskutere matematikken. Dvs. to har ikke overblik over modellen og tre har ikke forstået den analytiske løsning i detaljer. Alle har - såvidt det er muligt at vurdere - forstået at programmere på regnemaskinen.

Gruppemedlemmerne var i deres arbejde meget koncentrerede omkring det matematiske indhold. Rapportens vigtigste indhold, mente de, måtte være de matematiske udledninger og udregninger. Da vi ikke observerede modelopstillingsfasen, ved vi ikke hvor meget gruppen her diskuterede modellens forudsætninger, men vores fornemmelse er - som tidligere nævnt - at disse diskussioner ikke har været omfattende. Gruppen har undervejs i forløbet - de fleste gange når læreren har været i gruppen og igangsat diskussionen - diskuteret, hvad det egentlig var modellen sagde noget om, hvordan graferne skulle tolkes i forhold til virkeligheden, men gruppen har ikke været i stand til at holde fast i disse erkendelser, den har i hvert tilfælde ikke fået skrevet dem ned, og gruppen nåede aldrig at lave konklusion. Ved den mundtlige fremlæggelse nåede de det heller ikke, det nærmeste de kom var en sammenligning mellem graferne for den numeriske løsning, den analytiske løsning og eksperimentet, som "passede meget godt sammen". Det skal siges de var under tidspres da de konkluderede ved fremlæggelsen. Den førstnævnte elev havde undervejs nogle gode oplevelser om at matematikken "passede", at de matematiske manipulationer endte i nogle resultater, der nogenlunde svarede til eksperimentets, altså virkeligheden. Den ene gang er nævnt i det foregående, der var også en anden gang, hvor der var en tydelig aha'oplevelse af samme karakter. Men generelt for gruppen blev disse diskussioner nedprioteret dels af tidsmæssige grunde - tilsidst havde gruppen så travlt med at blive færdige at de ikke nåede konklusionen, men også - og det er nok det vigtigste, idet der undervejs i forløbet var tid nok - fordi disse diskussioner ikke blev anset for særlig vigtige. Deres matematikopfattelse "matematik er nu engang formler og udregninger" stikker også her sit hoved frem.

Frustrationer i forløbet.

Gruppen udtrykte i ugen efter eksperimentet, der havde været oplivende for gruppen, at nu synes de snart det var for kedeligt og aktiviteterne i gruppenvar ringe i denne uge. Det kan også skyldes at det var ugen før vinterferien. Grundene til frustrationerne er svære at udpege, men en af dem - tror jeg - var at de syntes de kom ingen vegne. Det langsomme tempo og den manglende forberedelse gik dem lidt på. Det var i denne periode, hvor sammenligninger mellem model og eksperiment skulle være spændende, og selv om gruppen havde nogle diskussioner om det, anså de det ikke som vigtige pointer i sig selv. De følte at de ingen vegne kom med Matematikken. Samtidig var de også lidt trætte af hinanden.

Fremlæggelse af rapporterne.

Hele klassen havde fået udleveret kopi af alle projektrapporterne og en læsevejledning (bilag 5.9). Hver gruppe havde en time til fremlæggelse og dagens lektie var selvfølgelig dagens projekt.

Gruppe 2 begyndte og fremlagde resultaterne af opgave A og B d. 7/3. Fremlæggelsen former sig som en meget nær gennemgang af, hvad der står i rapporten, hvor modellen i opgave A opstilles på tavlen - skridt for skridt - hvor den analytiske løsning opstilles - linie for linie -. Herefter opstilles modellen i opgave B, uden udledninger, da den er analog med den i opgave A, og så ringer det.

Næste time (8/3) fortsætter i samme stil : den analytiske løsning opskrives - linie for linie - og til sidst vises resultaterne fra eksperimenterne, og det konkluderes, at der er en rimelig sammenhæng mellem model og virkelighed, og at forskelle skyldes gnidningsmodstanden, som modellen bortabstraherede, og usikre målemetoder ved eksperimentet. Fremlæggelsen er alt i alt ualmindelig kedelig. Der er ca. 4-5 der følger med hele tiden (tre af dem stiller spørgsmål undervejs), mens resten bliver uopmærksomme efter kortere og længere tid, og enkelte begynder at snakke.

Ved diskussionen bagefter - hvor det mest er læreren, der siger noget - bliver gruppen kritiseret for i sin fremlæggelse at lægge for stor vægt på detaljer og for lidt vægt på forklaringer på fremgangsmåde for opstilling af model. Manglende oversigtsmæssige sammenligninger og konklusioner bliver nævnt og de får ros for den analytiske løsning. I diskussionen bliver mere præcise for-

hold i rapporten behandlet, Vedrørende forudsætninger for modellen bliver det f.eks. fremhævet - af læreren - at når man ser på et tilstrækkeligt lille tidsrum, kan hastigheden betragtes som en konstant og vedrørende konklusionen diskuteres forskelle på potentiel og kinitisk energi.

Da det er dobbelttime fortsætter gruppe 1. Gruppen består af 3 piger og en dreng og gruppen har løst opgave A og C og har derudover selv konstrueret en opgave der er analog med opgave A, men hvor vandet ikke løber ud af en cylinder med hul i bunden, men af en halvkugle med hul i "bunden". Gruppen laver en meget bedre fremlæggelse, da de gennemgår rapporten oversigtsmæssig, og magter at holde fast i de vigtige pointer. Da deres første opgave er den samme som gruppe 2's gennemgår de kun resultaterne af modellen og forsøget og lægger vægt på konklusionerne. Gruppens selvkonstruerede opgave gennemgås således, at modellen opstilles forholdsvis oversigtsmæssigt, men med de vigtige pointer om forudsætninger, og igen går gruppen lige til konklussionerne - klassen kan selv læse den analytiske løsning i rapporten. Forskelle på modelresultater og eksperimentresultater forklares igen med gnidningsmodstanden og aflæsningsusikkerheder i eksperimentet. Gruppens tredje opgave (opgave C) gennemgås af drengen og han h holder stilen med en kort og oversigtsmæssig gennemgang indtil han når den analytiske løsning, der omstændeligt bliver skrevet op på tavlen. Indtil dette tidspunkt har klassen været meget koncentreret, ingen snakken eller tilråb, men her glipper koncentrationen og tilråbene begynder (det er timen lige før spisefrikvarteret).

Gruppen får ros for deres fremlæggelse og deres rapport, og der er ingen tvivl om, at deres rapport er den bedste og mest argumenterende.

Den 9/3 fremlagde gruppe tre opgave D. Gruppen kom traditionen tro ikke igang lige med det samme. De gør ret meget ud af modelopstillingen, da den mangler i rapporten - de har i mellemtiden fundet de bortkomne sider. Ud over modelopstillingen på tavlen når de kun kort at fortælle om den numeriske løsning inden det

ringer. De fleste er opmærksomme timen igennem. Dagen efter (10/3) fortsætter de med den analytiske løsning. Den bliver gennemgået helt slavisk, som den står i rapporten og uden særlig mange forklarende bemærkninger. Mønstret fra gruppe 2's fremlæggelse gentager sig : 3-4 elever følger med og stiller spørgsmål mens resten står af før eller senere. Da tavlen blev fuld og udledningerne nåede vejs ende, skulle den sidste i gruppen fortælle om eksperimentet, men han nægtede - sagde at han ikke var forberedt. En anden måtte springe op og forklare forsøget og dets resultater, og konkluderede at graferne for den numeriske løsning, den analytiske løsning og eksperimentet stemte fint overens. Gruppen bliver færdig 3 minutter før ringetid (sidste matematiktime før weekenden), så diskussionen bagefter indskrænker sig til lærerens kommentarer om den manglende modelopstilling og de manglende konklusioner og vurderinger.

Gruppe 4 fremlagde d. 14/3 opgave E, men ingen af observatørerne kunne være tilstede den dag.

Om lærerens rolle i projektforløbet.

Forholdet mellem klassen og læreren virkede behagelig afslappet. Lærerens funktion i grupperne var først og fremmest vejledende og meget lidt kontrollerende og opstrammende. Der var hele tiden bud efter ham og eleverne tøvede ikke med at tilkalde ham, og det kunne også være om detaljer. Ud af hele omgangsformen i klassen kunne man mærke eleverne generelt følte sig trykke ved læreren.

Elevernes evaluering.

Læreren lægger op til, at eleverne skal evaluere omkring følgende tre emner : 1) projektarbejdet, 2) rapportfremlæggelserne og 3) lærerens/vejlederens funktion.

Angående projektarbejdet bliver nævnt, at læreren har valgt nogle gode og spændende opgaver, som eleverne kunne vælge imellem. Tre elever udtrykte, at det var sjovt - og ikke så virkeligheds-

fjernt - at se at matematikken kunne bruges til noget. "Det er sjovt at se formlerne virker", som en udtrykte det. Nogle elever påpegede dog, at det var svære emner, og at grupperne ikke kunne have fuldført uden lærervejledning, hvilket læreren er enig i. Herefter diskuteres arbejdsdiciplin, og næster halvdelen at dobbelttimen går med det.

En del nævner, at der i grupperne har været for lidt selvjustits, mange gange mødte man uforberedt, hvilket også var medvirkende til, at gruppemedlemmerne ydede en uens arbejdsindsats. En af de elever (fra gruppe 1), der havde ydet meget i sin gruppe, spørger to andre i gruppen, hvorfor de ikke har bidraget mere til arbejdet, og hvor meget de selv vurderer at de har fået ud af forløbet. Hun føler, at det meste har hængt på hende, hvilket hun synes har været irriterende, og hun tror, der er meget de to andre ikke har forstået. En fra gruppen forsøger at forklare sig, da hun føler sig ramt af kritikken. Hun siger, at en manglende arbejdsindsats hænger sammen med en manglende forståelse af det matematiske stof, og at man i starten prøver at indhente denne forståelse ved at stille spørgsmål. Men da man flere gange oplever, at de andre ikke har tid til at svare en, så mister man efterhånden lysten til at stille spørgsmål. Hun havde brug for, at de andre spurgte til om hun stadig var med. Hertil svarede den første elev igen, at det kunne hun godt forstå, og at en af grundene til, at forklaringerne ikke blev gode nok var, at man selv blev irriteret, når andre ikke laver noget, og så gider man heller ikke forklare ordentligt. Andre af de "ydende" og mindre "ydende" elever udtrykte, at de var enige i, hvad der blev sagt. Det kom også frem, at arbejdsformen havde været skæv i gruppe 3, idet en fra gruppen sagde, at han og en anden havde lavet det meste. Den anden af de to andre i gruppen (den ene var syg) sagde, at det var let at dovne, når man var kommet lidt bagud, og det første om modelopstilling havde ikke været spændende.

Endelig var der en der fremførte, at der blev lavet for lidt lektier, at der var for lidt selvrespekt, og atdet var svært på grund af time-opsplitningen, og han tilføjede, at man skulle have meget kapacitet, hvis man både selv skal engagere sig og forstå det, og så derudover også skal kunne forklare det for andre.

En del elever mener iøvrigt om projektforløbet, at det har taget for lang tid, det er efterhånden blevet kedeligt, og andre mener at de sjove og interessante øjeblikke har været, når man lavede forsøg. Læreren sagde, at et formål med projektet havde været, at de skulle lære noget matematik, et andet at man skulle overveje modellens forhold til virkeligheden, var der nogen kommentarer til det. Hertil sagde en elev, at man måtte jo først være helt inde i matematikken før man kunne sige noget om forholdet til virkeligheden. Der var ingen andre, der sagde noget om det.

Angående fremlæggelserne mente en fra gruppe to, der havde fremlagt først, at man manglede erfaring i fremlæggelse, og han undrede sig over, at de andre grupper ikke havde lært mere af hans egen gruppes dårlige fremlæggelse. Fremlæggelserne blev kritiseret for at mangle et klart oplæg, de var for teoretiske og på grund af den korte tid, der var til rådighed, blev de for overfladiske. Det gik for hurtigt og der blev ikke forklaret grundigt nok. Kammeraterne blev kritiseret for at vise for lidt interesse for de andres fremlæggelser, men alligevel mente nogle, at de havde lært af andres erfaringer.

De fleste mente, at læreren havde vejledt tilfredstillende, enkelte at han måske havde vejledt for meget, men de fleste udtrykte irritation over den ventetid, der opstod, når læreren var i færd med at vejlede en anden gruppe og man selv havde brug for ham. Han blev yderligere mindet om, at eleverne ikke altid besad den nødvendige paratviden, hvilket de mente, han indimellem glemte. Om dagbogssedlerne blev der både givet udtryk for, at de var irriterende og rimelige, men grupperne havde ikke gjort ordentlig brug af dem, de var ofte noget der til allersidst i timen skulle overstås.

Klassen skulle tilsidst tage stilling til arbejdsformen fremover To elever foreslog ren klasseundervisning, mens tre foreslog fortsat rent gruppearbejde, nu man var igang, så man kunne lære af erfaringerne og lære at arbejde på den måde. De fleste gik imid-

lertid ind for klasseundervisning med korterevarende gruppearbejde ind imellem. En elev foreslog grupper "i niveau" (dvs. de dygtigste sammen, osv), men det var der udbredt modstand mod i klassen.

De fleste elever kom frem med noget under evalueringen, kun fire elever af de seksten tilstedeværende sagde ikke noget, men som ved gruppearbejdet og ved fremlæggelserne var der alligevel en fire-fem stykker der dominerede.

Dagen efter evalueringen skulle klassen vælge nyt emne til resten af året. Følgende emner blev foreslået af eleverne : integralregning, rumgeometri, statestik og sandsynlighedsregning og læreren foreslog et emne om optimering. Eleverne valgte statestik og sandsynlighedsregning uden at argumenterne herfor var særlig klare. Det virkede mest som om de ville igang med et emne, der først og fremmest var anderledes end det nys overståede. Samtidig besluttede klassen en 3-4 timers repititionskursus omkring differentialligninger, idet der var behov for en opsamling.

Hvis vi skal forsøge at vurdere de fire grupper i forhold til hinanden har vi følgende materiale at gå ud fra : rapporterne, *den mundtlige fremlæggelse (bortset fra gruppe 4), eleverne's* evaluering og vores almindelige indtryk af arbejdsindsatsen i timerne i de to grupper, vi ikke fulgte på nært hold.

Vores vurdering er at gruppe 3 var den dårligst fungerende gruppe - dens dårligdomme er beskrevet - og det var da også den gruppe, der fik det dårligste resultat ud af det. Den gruppe der lavede den bedste rapport og den bedste fremlæggelse var gruppe 1, som vi ikke fulgte. Ved elevevalueringen kom det frem, at to havde været meget aktive, mens to ikke havde lavet så meget, hvilket også var fremgået af deres arbejde i timerne. Gruppe 4, som vi heller ikke fulgte, har i deres rapport mange gode overvejelser om forudsætninger for model og om usikkerheder ved eksperimentets udførelse og gruppens rapport må vurderes som værende lidt bedre end gruppe 2's. Gruppen virkede, set udefra, ret disciplineret med hensyn til arbejdsindsats. Men vi kan ikke sige noget om ar-

bejdsfordelingen i gruppen eller hjemmearbejdets omfang, da der ikke kom noget frem herom ved elevevalueringen. Gruppe 2 var nok den gruppe, der havde den skarpeste arbejdsdeling, hvor den styrende i gruppen oftest enetn forklarede eller uddelegerede arbejdsopgaver.

Ved vores vurdering af undervisningsforløbet må vi derfor forsøge at tage hensyn til at de to tilfældigt valgte grupper vi fulgte på nært hold har været dem, der har fungeret dårligst og med de dårligste resultater.

8.1.2. Lærerinterview.

Nedenstående er et redigeret sammendrag af lærerens udtalelser i forbindelse med interviewet på skole 1.

Generelt om forsøget.

Emnelisten er af flere årsager strøget, og indholdsbestemmelsen i undervisningen må derfor foregå på en anden måde. Udover de af Direktoratet krævede mindstemål, vil indholdet dels blive bestemt af, hvor man i forskellige samfundssektorer konkret anvender matematik, dels ved på passende steder at inddrage historiske og idéhistoriske aspekter og endelig af, hvad deltagerne finder væsentligt, spændende og/eller interessant. Det er således ikke uden videre muligt at lade elevernes umiddelbare ønsker eller erfaringer dirigere indholdet. I det aktuelle projektforløb, hvor det overordnede emne var differentialregning, blev de enkelte delemner således bestemt af læreren, hvorefter eleverne kunne melde sig til en gruppe.

Efter en periode med klasseundervisning, isprængt kortere gruppeopgaver, hvor de grundlæggende begreber og metoder introduceredes, har eleverne i grupper arbejdet projektorienteret med et delemne, og de har således i en periode haft lejlighed til at fordybe sig i et afgrænset område, samtidig med at de har skullet vurdere deres egen brug af matematik gennem opstilling, løsning og afprøvning af en differentialligningsmodel. De konkrete modeller, der skulle opstilles, har været bestemt af de praktiske forsøg, der skulle udføres og som igen var bestemt af læreren. Denne indholds- og metodebestemmelse har været dikteret af elevernes manglende overblik over undervisningens muligheder, men vil i senere forløb blive afløst af større elevindflydelse på begge dele i takt med deres øgede erfaringer.

Der har i det aktuelle undervisningsforløb været flere formål med de anvendte undervisnings- og arbejdsmetoder. Dels - som antydet ovenfor - en demonstration af nogle forskellige muligheder, dels - gennem en diskussion af de opståede problemer i forbindelse med de forskellige metoder - en afdækning af og bevidstgørelse

om elevernes egne, mere eller mindre uerkendte behov og interesser i forhold til undervisningen. Desuden er det væsentligt i forbindelse med emnebestemte forløb, at eleverne erfarer, at matematik kan "produceres" som følge af nogle konkrete behov (in casu de praktiske forsøg), og endelig at eleverne selv prøver at foretage denne matematificering.

Emnelisten og de deraf følgende eksamenskrav er nok de alvorligste hindringer for en matematikundervisning efter de ovenfor skitserede retningslinjer. De andre bånd, der ligger på undervisningen i form af bekendtgørelser, fag- og timeopsplitningen osv, er med andre ord ikke så snærende, at de umuliggør undervisningen, selv om det på den anden side naturligvis ville gøre det hele lettere, hvis der var muligheder for tværfagligt samarbejde og længere forløb.

Fagligt udbytte.

Den eksemplariske indlæring, som prøves praktiseret, giver eleverne et større og bedre, men delvist andet udbytte end den traditionelle matematikundervisning, der på et meget abstrakt niveau lærer eleverne at reproducere nogle ting, uden at de dog får indsigt i abstraktionernes forbindelse med virkeligheden, og - som en følge deraf - uden at de lærer at skelne væsentlige forhold fra mindre vesentlige i en konkret situation. (M.h.t. "den skjulte indlæring"henvises til de øvrige afsnit, ref. bem.)

I det aktuelle forløb, der foregår i en mat-fys-klasse, lægges en del vægt på, at eleverne skal kunne beherske ret mange tekniske færdigheder, selv om der er grænser for hvor meget teknik, de allesammen skal have parat. De, der af en eller anden grund skal bruge matematikken "professionelt" i fremtiden, f.ex. i forbindelse med uddannelse eller erhverv, vil formodentlig alligevel blive ligeså godt rustede med denne form for undervisning.

Rent fagligt forventes eleverne efter dette forløb at kunne indse, at en bestemt funktion er løsning til en bestemt differentialligning, herunder at de behersker de almindelige differentiationsregler, samt at de er i stand til at opstille en simpel differentialligning. (En sammenligning med tilsvarende mat-fys-klasser, der ikke har haft forsøgsundervisning, er ikke mulig, da læreren ikke tidligere har undervist på dette niveau, ligesom der ikke på

interviewtidspunktet var foretaget en evaluering af de matematiske færdigheder, ref. bem.). Så vidt man kan vurdere, har alle fuldt overblik over de praktiske forsøg, alle har forstået de opstillede modeller og ved hvordan de tolkes, men de fagligt svage elever ved måske ikke hvordan modellen opstilles. Opstillingen af modellen er formodentlig ikke så svær, at det skulle kunne blokere for en forståelse af forholdet mellem model og virkelighed.

Interesse/motivation og arbejdsindsats.

Et af formålene med at stryge emnelisten har været et forsøg på at gøre elevindflydelsen mere reel og bl.a. derved gøre undervisningen mere interessant og spændende. Det er imidlertid en meget speget affære at skulle gøre rede for, hvad deres interesse og motivation hænger sammen med. Dels har de nogle subjektive interesser, som de ikke selv kan formulere, dels nogle interesser, de kan formulere, men som ikke behøver at være deres egne, f.ex. gode karakterer p.g.a. videre uddannelse, eller de har hørt, at det er godt at kunne..., altså interesser, der kan skabe konflikt i forhold til projektorienteret arbejde. På den anden side kan der være behov og interesser, der ikke kommer op til overfladen, fordi de ikke kan (ind)se, hvilken forbindelse, der kunne være mellem nogle ting, de egentlig har lyst til og matematikundervisningen.

Deres arbejdsindsats og deres motivation for at arbejde hænger først og fremmest sammen med nogle socialpsykologiske forhold. Der er dels dem, der bruger timerne til at slappe af i,fordi de i perioder med projektarbejde ikke er under skarp kontrol. Så er der dem, der arbejder, fordi læreren siger, de skal, og som gør det, hvadenten de synes, det er spændende eller ej, og der er dem, der gør det, fordi de synes, det er spændende. Nogle lader sig hovedsageligt styre af - i forhold til skolen - ydre forhold, såsom kammerater, erhvervsarbejde osv.og laver kun de allermest nødvendige ting - de danner sig en "overlevelsesstrategi".

Ved klasseundervisning er det stort set de samme forhold, der er styrende, så man kan ikke eentydigt sige, at det er indholdet eller arbejdsformen, der fængsler dem.

Sammenlignet med tidligere (1.g) er de blevet mere bevidste om hvad, de laver, og hvordan, de beskæftiger sig med et emne.Hvis

undervisningen udelukkende havde kørt som klasseundervisning, ville de have vænnet sig til, at sådan er matematiktimer bare. Men efter at de også har lært projektformen at kende, har de - både i forbindelse med klasseundervisning og projektforløb - efter nogen tid med den ene eller anden form, oplevet nogle frustrationer, som med megen forsigtighed kan tolkes i retning af, at de danner sig nogle erfaringer og forventninger.

Matematikopfattelse.

Den matematikopfattelse, eleverne erhverver sig ved eksemplarisk indlæring, vil være kvalitativt anderledes end den, der erhverves ved traditionel undervisning, hvor matematikken præsenteres som et stort sammenhængend, abstrakt og uangribeligt system. Al matematik er selvfølgelig abstrakt, men de kan slet ikke forestille sig, at abstraktionerne er abstraktioner af noget, hvilket selvfølgelig medfører, at de ikke kan se begrundelser for, at man overhovedet skal beskæftige sig med det, mens det for mange medfører blokeringer overfor matematikken, fordi enten kan man forstå det eller også kan man ikke, og hvis man ikke kan forstå det, er man bare dum.

Undervisningen skal tage udgangspunkt i emner, der er væsentlige og/eller interessante, hvilket betyder, at man ikke uden videre kan bruge elevernes umiddelbare erfaringer til at lave projekter på. Det kan enten være områder, hvor matematikken anvendes konkret i virkeligheden og som eleverne i een eller anden forstand stifter bekendtskab med i deres egen tilværelse, f.ex. i form af en matematisk model. Derfor er områder som f.ex. differential- og integralregning,statistik og sandsynlighedsregning vigtige områder. Eller det kan være områder, der viser, hvad matematik egentlig er for noget udover de rent tekniske færdigheder, altså områder der også medtager historiske og idehistoriske aspekter.

Med hensyn til anvendelserne skal de være reelle og ikke bare skinproblemer, der indsukrer den bitre pille. I det aktuelle forløb var problemerne - en væske, der løb ud af et kar og en raket, der bevægede sig osv - godt nok ret afgrænsede i forhold til virkeligheden, men indeholdt dog et eller andet fysisk observerbart fænomen. Alle skal med udgangspunkt i disse anvendelser have indsigt i hvordan

udformningen af matematikken hænger sammen med virkeligheden, samt forstå, at matematik ikke er noget éngang fastlagt og åbenbaret. Dette får som konsekvens, at eleverne selv skal lave noget matematik og i den forbindelse også, at de får nogle gode og positive oplevelser med at lave den. På den anden side skal ikke alle elever nå et teknisk højt niveau, men de skal kunne nogle ting, hvor matematikken sættes ind i et aksiomatisk system. Det hænger sammen med modelopfattelsen på den måde, at der kan skabes en uangribelig sammenhæng mellem en masse ting, hvis deres forudsætninger eller udgangspunkt er rimeligt, og de i øvrigt bærer sig rigtigt ad.

Det er svært at sige, om undervisningen til nu har ændret eleverne matematikopfattelse, men nogle har i hvert fald haft en "aha-oplevelse" af, at den matematiske model faktisk passede med resultaterne fra forsøgene. Det har imidlertid ikke endnu været genstand for konkret undervisning ud fra en mere teoretisk synsvinkel. Men hen ad vejen vil de få en mere end teknisk funderet forståelse af, hvad det egentlig er man gør, og at man kan lave matematiske modeller indenfor flere matematiske områder.

Arbejdsform og lærerrolle.

Som tidligerenævnt udmærker eksemplarisk indlæring sig ved, at eleverne lærer mere og bedre ved, at man fordyber sig i et enkelt eksempel indenfor et større problemfelt. Udover indsigt i eksemplet får man også indsigt i, hvordan ting hænger sammen indenfor det større problemfelt gennem arbejdet med eksemplet.

Et andet vigtigt formål med den eksemplariske indlæring er, at eleverne skal kunne nå frem til selv at kunne formulere deres krav til undervisningen indhold og finde en form, de også selv synes er god og udbytterig. I de forløb, hvor undervisningen har drejet sig om emner, hvor eleverne selv skulle foretage en matematisering, har det været vigtigt, at det er foregået som projektorienteret undervisning. Dette giver dem mulighed for at gå i dybden på deres egne betingelser. Mere konkret udtrykt: at de oplever, at de har et i forhold til virkeligheden klart defineret problem, som de skal lave nogle abstraktioner på. Over disse laver de en matematisk model, som de skal løse. Modellen giver så nogle resultater, som skal tolkes i forhold til virkeligheden ved sammenlig-

ning med empiriske data.

I 2.g har indtil nu kørt to projektforløb afvekslende med klasseundervisning. Disse undervisningsformer har givet hver deres problemer og frustrationer hos eleverne: det første, kortere projekt gav frustrationer over, at nogle ikke lavede noget o.lign. - ting, der blev taget op til diskussion og førte til en vis bevidstgørelse om problemerne. Efter et forløb med klasseundervisning - som vel at mærke ikke kun er tavleundervisning, men også indeholdt kortere gruppeopgaver - blev dette for kedeligt for alle deltager - lærer som elever. Nyt, løsere struktureret projekt med nye frustrationer over manglende arbejdsindsats, manglende overblik, skisma mellem deres (traditionelle) opfattelse af, hvad matematik er og det aktuelle forløb mm. Disse problemer og frustrationer i forbindelse med begge undervisningsformer er sikkert et udtryk for, at eleverne har nogle behov, der ikke er blevet forløst, hvilket de gør oprør mod. Men samtidig er frustrationerne en nødvendig forudsætning for, at eleverne skal kunne opnå at formulere egne interesser og dermed for en reel medbestemmelse.

Det har været meget svært for eleverne - på grund af manglende fortrolighed med arbejdsformen - selv at skulle formulere deres problem, ligesom matematificeringsprocessen, hvor de bl.a. skal skelne mellem mere og mindre væsentlige forhold og bortabstrahere sidstnævnte, har voldt problemer og måske ligefrem for nogle elever blokeret for en indlæring af de snævert matematiske færdigheder.

Endvidere har der i flere af grupperne været en tendens til en arbejdsdeling, således at de fagligt svagt funderede elever har taget sig af de praktiske forsøg, mens de dygtigere har lavet det mere prestigebetonede teoretisk/matematiske arbejde. Til dette har de naturligvis fået resultaterne fra forsøgene, mens det i nogle grupper har knebet gevaldigt med kommunikationen den modsatte vej, med det resultat, at mange af de svage eleverikke har forstået, hvordan modellerne opstilles og måske ikke i fuldt omfang har forstået, hvordan de skal tolkes. Grunden til denne manglende hjælp fra de dygtiges side skyldes i følge projektevalueringen, at de har følt det for uoverkommeligt (og delvist uretfærdigt, fordi de svage ofte ikke havde forberedt sig) både at skulle holde trit med projektet og at hjælpe kammeraterne. En løsning på dette problem kunne måske være, at grupperne undervejs skulle lave skrift-

lige synopser i stil med blækregning. Kombineret med den manglende evelse i at lave projektorienteret arbejde og de tidligere nævnte problemer har det imidlertid bevirket, at flere af de svage elever nok er blevet hægtet mere eller mindre af ret tidligt i forløbet.

8.13 Resumé af spørgeskemaerne på skole 1.

Antal afleverede spørgeskemaer : 14 ud af 17

1) Forløbets varighed.

Totredjedele af eleverne mener det sidste undervisningsforløb har varet for lang tid. Den sidste tredjedel angiver at forløbets varighed har været tilpas.

2) Sammenligning med andre fag og 1.g. matematik.

Over halvdelen af eleverne angiver at matematiktimerne er sjovere og behageligere at komme igennem end de fleste andre fag og 1.g. matematiktimerne. At der ingen forskel er angiver 1/5 af eleverne. Dog mener over halvdelen at matematiktimerne er sværere end andre fag og 1.g. matematiktimerne. Ca. 1/3 mener at matematiktimerne er lige så svære at komme igennem som de andre timer.

3) Gruppearbejde

Sjovt/godt :

Det har været de praktiske forsøg, der gjorde gruppearbejdet sjovt, da forsøgene skabte afveksling og havde relation til virkeligheden , anfører knap halvdelen af eleverne. Flertallet mener at det gode har været den utraditionelle arbejdsform, hvor de selv styrede undervisningen, hjalp hinanden med matematikproblemer og hvor de kunne snakke uden lærerens indblanding.

Irriterende/dårligt :

Stort set alle angiver den dårlige arbejdsdiciplin, som begrundes i den manglende motivation og en uens arbejdsfordeling . Desuden efterlyses mere lærerkontrol. Enkelte elever giver udtryk for at matematikken var for svær og når gruppen havde brug for læreren var han altid optaget.

Lærerigt :

Her nævnes, af en tredjedel af eleverne, det personligheds udviklende ved at gøre egne erfaringer og at arbejde og tænke selvstændigt. En fjerdedel nævner det faglige indhold, så som model-

løsninger og at behandle matematik i praksis. Andre fremhæver gruppeansvaret, repitotionen ved rapportindskrivning og en enkelt mener ikke at have lært ret meget.

Snakker i med læreren om, hvordan gruppen fungerede
De fleste angiver at have snakket med læreren om hvordan gruppen fungerede. Nogle nævner at det skete i forbindelse med evalueringen. To elever har ikke diskuteret det med læreren, den ene fordi gruppen fungerede godt nok.

4) Bedre til at arbejde i grupper ? Hvordan?
Meningerne er delte. Halvdelen mener de er blevet bedre til at arbejde i grupper, specielt til at planlægge arbejdet. Den anden halvdel mener derimod ikke dette er tilfældet og nævner den uensarbejdsindsats.

5) Hvordan skal undervisningen foregå resten af året
Så godt som alle elever , på nær to, ønsker både klasseundervisning og gruppearbejde. Godt halvdelen af eleverne ønsker 50% af hvert. Et mindretal , 1/3, foretrækker vægten lagt på klasseundervisning.

De fleste mener at gruppearbejde bør benyt os ved løsning og diskussion af opgaver, hvorimod klasseundervisning er bedst egnet når nyt stof skal gennemgåes og læres. Enkelte elever mener man bør skifte arbejdsform når man har lyst til en anden form.

6) Er de "dygtige" dygtige nok til at give deres viden videre
Et flertal, 2/3, af eleverne mener at de "dygtige" er dygtige nok. En enkelt elev skriver dog at det er et spørgsmål om man tør indrømme at man ikke har forstået stoffet (eller forklaringen).
En tredjedel mener ikke de "dygtige" er dygtige nok.

7) Skal en matematiklærer have specielle egenskaber
Meningerne er delte. Halvdelen af eleverne mener ikke det er nødvendigt, men at matematiklærene ligesom alle andre lærere skal have pædagogiske evner, være dygtig til at lære fra sig og til at forstå og være på talefod med eleverne. Den anden halvdel af

eleverne svare at matematiklærere skal have særlige evner, så som "matematiske, måske fysiske evner", at være i stand til at "gøre den tørre teori lidt mere levende" og "kunne gennemføre et logisk argument".

8) Hvordan får læreren alle til at deltage aktivt
Svarene kan grupperes i to forslag til hvad læreren skal gøre for at aktivere alle eleverne :

a) Læreren skal undervise på et plan hvor alle kan følge med og være interesseret i de problemer eleverne har med stoffet. (foreslår ca. 1/3)
b) Læreren motiverer alle, eksempelvis ved at tilrettelægge undervisningen i samarbejde med eleverne, ved at sætte matematikstoffet i relation til hverdagen, og ved at gøre stoffet sjovt og spændende. (Knap halvdelen af besvarelserne)

En elev fremhæver sin matematiklærer som forbillede og en anden elev "aner ikke" hvordan læreren bør gøre.

9) Skal læreren blande sig i gruppearbejdet
Alle elever, på nær en, foretrækker at læreren blander sig i det gruppearbejde der fungerer dårligt. Ligeledes tilkendegiver så som alle at læreren i det lige afsluttede forløb har blandet sig tilpas lidt/meget i gruppearbejdet.

10) Elevindflydelse
Halvdelen af eleverne mener ikke de har haft nok indflydelse på planlægningen af emnet og det tilsvarende mener knap halvdelen om arbejdsformen. Så godt som alle beskriver at emne og arbejdsform blev besluttet ved, at læreren havde valgt nogle emner, som eleverne skulle vælge sig ind på og derved blev grupperne dannet. De fleste skriver at læreren besluttede arbejdsformen, dog mener en enkelt elev at "arbejdsformen var vi helt enige om".

11) Har det sidste forløb været for løst/ tilpas/ for fastlagt
Halvdelen af eleverne maner det sidste forløb har været for ustrukturereret, der nævnes den manglende arbejdsdiciplin, mangel på præcis problemformulering, for svært emen i forhold til ele-

vernes erfaring i gruppearbejde. De resterende elever angiver at forløbet har været tilpas struktureret.

12) Den ideele matematiktime

Svarene kan udmøntes i to beskrivelser, hver repræsenterer 1/3 af besvarelserne. En tredjedel har ikke besvaret spørgsmålet.

a) Læreren kommer ind i godt humør og starter timen med at forklare lidt teori, dernæst overhøring af lektie, efterfulgt af opgaveregning med relation til den gennemgåede teori og virkeligheden/hverdagen, foregår evt. i grupper. (m.a.o. en traditionel klasseundervisning med en veloplagt lærer)

b) Læreren er underholdende. Alle følger med og man lærer meget og forstår det hele. Timen går glat og rolig og når den ender skal man være i godt humør og tænke "er timen allerede gået". (her er hovedsagen at eleverne forstår hvad der foregår)

13) En dødsyg matematiktime

Besvarelserne kan grupperes i følgende fire beskrivelser af en dødsyg matematiktime.

a) Klassen larmer og læreren bliver sur. Dette medfører en dårlig gennemgang af stoffet, som ingen kan eller vil forstå, og dette medfører ekstra hjemmearbejde. (1/3)

b) Læreren står ved tavlen og prædiker, m.a.o. foretager teoretisk udledninger af ligninger, og kun få elever forstår hvad der foregår. ($\frac{1}{4}$)

c) Man skal lave gruppearbejde og er ikke interesseret i emnet. (en elev)

d) "hvor man ikke kan se det logiske i noget, misforstår dem og tror det er det rigtige fremover". (en elev)

14) Hvor lang tid til hjemmeforberedelse til timer

Til klasseundervisning forbereder alle elever sig mellem 15 - 3o min., på nær en der slet ikke forberedes sig. Over halvdelen angiver 3o min. til forberedelsen.

Til længerevarende gruppearbejde forbereder halvdelen af eleverne sig i 15 - 3o min., 1/3 i o - 15 min. og to elever bruger op til 6o min.

Forberedelsestiden til kortevarende gruppearbejde er på 15 - 3o min. for så godt som alle elever. En enkelt bruger 6o min og en anden kun 5 min.

15) Hjemmeforberedelse til skr. matematik

I gennemsnit om ugen anvender godt halvdelen af eleverne omkring to timer, 1/4 ca. tre timer og knap 1/4 opgiver seks timers forberedelse.

16) Det mest interessante ved sidste undervisningsforløb

Forskellige sider af det faglige indhold nævnes af halvdelen af eleverne - opstilling af differentialligninger, numerisk og analytisk løsning af disse og modellernes sammenligning med praksis (forsøgene). Da det er "tilfredsstillende at løse et problem" og denne måde at bruge matematik på er "ikke så virkelighedsfjernt som matematik kan være ". Et par elever fremhæver de praktiske forsøg som det mest interessante og 1/4 af eleverne nævner arbejdsformen - det selv at sætte sig nogle mål og opgaver, selv at styre forløbet og den fælles diskussion og løsning af problemerne.

Det kedeligste

Her nævnes at det matematiske stof eller dele af det har været svært, specielt analytisk løsning og modelopstilling.(1/3)
En ottendedel af eleverne angiver manglen på lærerhjælp og spildtiden ved at vente på læreren. En enkelt elev nævner numeriskløsning, da "det er idiotarbejde at sidde og trykke på lommeregneren".

17) Forskelle mellem matematikundervisningen i din klasse og parallelklasser.

En del af eleverne kender ikke til matematikundervisningen i deres parallelklasser (1/3). En fjerdedel mener at deres klasse går i dybden med få emner, hvorimod parallelklasserne går let hen over mange emner. En elev mener det let bliver kedeligt i længden at gå i dybden. Desuden fremhæver en elev læreren, som vigtigste forskel - "vi har en dygtig matematiklærer" - og en anden fremhæver arbejdsformen - "vores meget gruppearbejde på den frie form".

18) Er matematik om den konkrete virkelighed lettere at forstå end den abstrakte matematik

Halvdelen hævder at det er lettere at forstå den matematik, der omhandler virkeligheden. Et mindretal (1/8) svare at det er lettest at forstå den abstrakte matematik og knap halvdelen synes ikke der er nogen forskel.

19) Hvorfor går gruppearbejdet i stå ?

Der er udbredt enighed om at årsagen er manglende forberedelse og at man har glemt "gammelt" stof. Enkelte elever efterlyser initiativ og engagement fra gruppens medlemmer og én at det kan være den manglende inspiration til at løse et problem.

20) Spørger du læreren til du har forstået ?

Det angiver 2/3 at de gør . Derimod er det ikke tilfældet for et mindretal af eleverne (1/3), de får sommetider stoffet forklaret af de andre gruppemedlemmer, en enkelt elev forsøger at læse sig til det hjemme.

21) Hvad var særligt svært at forstå ved sidste forløb

Et mindre antal af eleverne (1/3) finder at ingen dele af matematikken var særligt svært at forstå. De resterende elever nævner forskellige svære problemer :

a) udledning af h(t)
b) at få opstillet et problem (komme i gang)
c) at følge argumenterne i de andre gruppers rapporter
d) lommeregnerprogrammet til den numeriske løsning
e) "fiduser" ved analytisk løsning
f) "det meste"

Som årsag nævner nogle, at der er indviklet stof og at de mangler erfaring både med stoffet og gruppearbejdsformen.

Hvad var særlig let ?

Halvdelen af eleverne har ikke besvaret dette spørgsmål. En del (1/3) nævner numerisk løsning, og en enkelt elev finder ikke at noget som helst af matematikken var særlig let.

22) Hvad er det at forstå matematik

En tredjedel mener at det er at kunne se hvad formlerne står for hvordan de benyttes/løses og hvad de bruges til. Enkelte af de andre elever nævner :

a) at kunne forklare det for andre så de kan forstå det
b) at kunne følge argumenterne og se logikken i den
c) I nye situationer/problemer kunne vurdere om matematik kan bruges.

23) Hvad er det vigtigste (pointen) i sidste forløb

Halvdelen anfører at det har været at kunne forstå og selv at benytte (løse opgaver) differential- og integralregning. En mindre gruppe af eleverne (1/4) mener det har været at erfare at differential- og integralregning kan bruges på "virkelige" problemstillinger.

24) Skal der undervises i matematik i gymnasiet

Alle svare hertil ja, og begrunder det med matematikkens vigtige rolle i andre fag, i erhvervslivet og indenfor teknologien. Enkelte nævner matematik som en forudsætning for videre uddannelse og andre at matematik lære folk at tænke logisk og selvstændigt.

25) Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag

Dette mener en fjerdedel af eleverne kunne lade sig gøre, og foreslår, på trods af at de samtidig nævner det er en dårlig ide, fysikfaget. Flertallet mener derimod at matematikfaget er for omfattende og at det ville være "svært at synkronisere matematik i 3-4 fag".

26) Kender du eksempler på at matematik anvendes i samfundet

Hovedparten af eleverne (3/4) kender eksempler. De nævner matematikområder som differentialregning, geometri, statestik og sandsynlighedsregning og anvendelsesområder som fabrikker, banker, ingeniør, EDB og nogle elever (1/8) svare "alle steder". To elever har ikke kendskab til eksempler.

27) i andre fag i gymnasiet

Alle kender eksempler, og de nævner alle fysik i forbindelse med differential- og integralregning. En fjerdedel nævner yderligere vektorregning og trigonometri. Af andre fag anføres kemi og geografi (1/3) og biologi og samfundsfag.

28) Har de brugt matematik til andet end skolebrug

Dertil svarer godt halvdelen ja, og giver følgende eksempler :

a) trigonometri til bygning af motorcykel-stel
b) rentesregning til investeringsberegninger
c) "alle former" for matematik til computerprogrammering (1/4)

29) Tror du, du kommer til at bruge matematikken efter gymnasiet

Dette forventer alle, på nær to, hovedsagelig i forbindelse med videre uddannelse.

3o) Kræver det andre evner at lære matematik end i andre fag

Knap halvdelen svare positivt og nævner evner som logisk sans, vilje go stædighed, evnen til at se og forstå sammenhænge i et problem og en mere abstrakt tankegang. En fjerdedel mener ikke andre evner er nødvendige.

31) Hvordan vil du forklare en udenforstående, hvad matematik er ?

Over halvdelen af eleverne har ikke besvaret dette spørgsmål. De resterende kommer med forslag som :

a) matematik er behandling af tal (og formler)
b) matematik er at regne med tal og se forhold imellem enheder og størrelser man tager for selvfølgelige i hverdagen.
c) fremmedordbogen siger : videnskab om de love der gælder for tal og rumstørrelser.

32) Hitlisten

Den samlede "hitliste" kommer til at se således ud (for udregning se bilag (udskrift af spørgeskemaer)) :

1: man skal have skærpet evnen til at tænke logisk (81 point)
2: den skal være brugbar til videre uddannelse (1oo point)
3: det skal være sjovt og interessant (71 point)
4: den skal være brugbar i dagligdagen (53 point)

5: man skal lære at anvende matematik i andre sammenhænge (1o3)
6: man skal lære at gennemføre et bevis (61 point)
7: man skal lære at opstille og analysere matematiske modeller (64)
8: man skal lære at regne eksamensopgaver (55 point)
9: andet:"det skal være en blanding af det hele " (19 point)

33) Hvor lang tid har du brugt på spørgeskemaet ?

De fleste elever har brugt mellem 2o - 6o min. på besvarelsen

34) Kan du lide matematik ?

Alle kan lide matematik, undtagen en som angiver "ved ikke"

8.2.1 Observationsrapport fra skole 2.

Generel beskrivelse af undervisningsforløb.

Tid og sted - 2uyz, en matematisk samfundsfaglig 2.g. på skole 2. Klassen bestod af tolv drenge og en pige, og de havde en mandlig matematiklærer. Observationerne forefik i løbet af 6 uger i februar og marts 1983.

Baggrund - Klassen havde i efteråret beskæftiget sig med rentesregning.

Indhold - Undervisningsforløbet handlede om eksponentiel vækst og skulle lede over i differentialligningsmodeller. Forløbet startede med udlevering af et afsnit fra "Grænser for vækst" og begreberne lineær, eksponentiel vækst, feed back positiv og negativ blev diskuteret. Minidatamater og program med kurvetegning af eksponentialfunktioner introduceredes. Der ændredes på parametrene i udtrykket $K_m = K(1+r)^n$, idet erfaringerne fra rentesregning generaliseredes. Udbredelsen af modefænomener (f.eks køb af walkman) og beslægtede fænomener diskuteredes for at afklare, hvilke faktorer der kunne begrænse en fortsat eksponentiel vækst via en påvirkning af vækstraten ($R = R\ (1-{}^{N}/K)$).I denne forbindelse afsøgte eleverne samfundsvirkeligheden for eksempler, og de fik fat i talmateriale til behandling (bl.a. fra licenskontoret og legoland om salgsudvikling for henholdsvis farvefjernsyn og klodser). Det var så planen senere i undervisningsforløbet at fortsætte med en rovdyr/byttedyr model eller en model for en producent-detail-kæde.

Mål - Det langsigtede mål var at kunne vurdere og regne på modeller.

Midler - Klasseundervisning og gruppearbejde, ca. halvt af hver. Brug af minidatamat. Der blev ikke udleveret lærebog, men læreren udleverede noter.

Form - Forløbet var præget af hyppig vekslen mellem korterevarende gruppearbejde og klasseundervisning. De enkelte gruppearbejdsforløb indledtes og afsluttedes oftest med klasseundervisning og strakte sig sjældent over mere end en dobbelttime. Nogle gange formuleredes spørgsmål, der skulle diskuteres igennem og fremlægges i plenum i slutningen af timerne. Indimellem timerne med gruppearbejde var der med mellemrum timer, der hovedsagelig var klasseundervisning. Denne ret stramme opbygning bevirkede, at hvis nogle begreber var ved at glide, var det muligt at gribe ind med en opsamling.

Da dette forløb startede, blev eleverne blot bedt om, at danne grupper med dem, de sad i nærheden af. Dette skete og i løbet af ganske kort tid arbejdede disse nydannede grupper fint. Sådanne gruppedannelser var ellers ikke normen, idet læreren bevidst sammensatte grupperne bl.a. således at elevresouserne var nogenlunde ligeligt fordelt. I den periode, hvor vi observerede klassen, var den på en weekendtur til en hytte for netop at tale om gruppefunktion og kriterier for gruppedannelse mv. Ved observationerne tilstræbte vi, at den enkelte observatør i løbet af de 6 uger havde overværet arbejdet i alle grupperne. Der var normalt 4 grupper (med 3,3,3,4 elever).

Observation af gruppearbejde og klasseundervisningen.

Eleverne - Klassens kønsfordeling, med kun en pige, gjorde at drengene ikke havde et særligt stort behov for at hævde sig som kønsvæsner i timerne. At læreren var en mand trak i samme retning. Klassen var desuden lille og eleverne virkede modne og disciplinerede uden overhovedet at være kedelige. De virkede tværtimod aktive, levende og interesserede.

De virkede fagligt ret trygge ved, hvad der foregik og havde tilsyneladende meget "respekt" for læreren. Det betød, at der blev fulgt meget med, og der var ingen udenomssnak, men også at spørgelysten holdt sig til det faglige og der blev ikke stillet "dumme spørgsmål". En dag hvor læreren var godt utilfreds med

deres indsats sad de nærmest og "trykkede sig".

Gruppearbejdet - For det meste fungerede grupperne godt. De arbejdede hele tiden med stoffet og der blev virkelig diskuteret både i og udenfor grupperne uden at man flippede ud med uvedkommende emner. Hvis de gik i stå var det ikke af manglende interesse men fordi de ikke forstod, hvad de skulle gøre. Hovedparten af gruppearbejdet foregik omkring data-skærmene, og det var forskelligt hvor gode de, der kendte lidt til brug af programmer, var til at forklare de andre, hvad der skulle ske. Nogle gange var de erfarne for utålmodige og kunne ikke holde fingrene fra tastaturet. Det blev påtalt af læreren bl.a. på hytteturen og var ikke nær så udtalt i slutningen af observationsperioden.

Ved et enkelt gruppeforløb, hvor eleverne tydeligvis (ikke havde fået spurgt nok i introduktionen og) ikke rigtig havde forstået, hvad de skulle inden de kastede sig over minidatamaterne (ikke fået stillet nok "dumme spørgsmål") gik der meget tid til spilde. Men i den ustrukturerede situation, der opstod, var eleverne virkelig motiverede for at bruge hinanden og finde ud af, hvordan problemerne skulle gribes an. Her var usikkerheden overfor læreren (det gjalt også de stærke elever) en positiv gruppedynamisk og indlæringsmæssig faktor.

Klasseundervisningen var ofte præget af livlig meningsudveksling, spørgsmål og svar, og der var kun få (1-2 stk.) egentlig tavse elever. Det var altid om emnet, og der var meget lidt udenomssnak.

Interesse, motivation og arbejdsindsats.

Som det er fremgået af ovenstående var klassen generelt levende og interesseret. Det var tydeligt, at mange fandt arbejdet med datamaskinerne spændende, og det skete ofte, at en gruppe blev siddende efter timens ophør for at lave opgaven færdig.

Det var også åbenbart, at de fandt det spændende og sjovt at diskutere, hvad "modeadfærd var. De skulle selv finde eksempler og

materialer til at beskrive et modefænomen og de ringede til forskellige steder bl.a. til Legoland og Licenskontoret.

Men når modeadfærden kom på formel ($R = R_m (1 - {}^{N}/_{K})$) blokerede de, selv om indførelsen var motiveret i meget konkrete modeeksempler og de konkrete størrelser var blevet konkret defineret både i uddelt papirer og ved tavlen. Som forklaring gav eleverne, at det var "for abstrakt". Læreren gav som forklaring, at de simpelthen ikke havde læst - eller reelt prøvede at forstå det.

Arbejdsindsatsen i klassen var høj og stabil, men trods denne aktivitet og "respekten" for læreren var det småt med hjemmearbejdet. Læreren brokkede sig over at han nu havde forklaret den samme formel 3-4-5 gange uden klassen rigtig havde forstået det. Læreren mente, det skyldtes manglende hjemmearbejde. Da han spurgte klassen svarede en: "Det er nok fordi det er så abstrakt/teoretisk". En bemærkelsesværdig kritik af stof, der reelt var blevet udledt af konkrete forhold i virkeligheden.

Matematikopfattelsen - Der tegnede sig ikke noget klart billede af elevernes matematikopfattelse i løbet af observationsperioden, men der kom dog nogle hentydninger, som f.eks. ved starten af modefænomen-diskussionen, hvor antallet af modeudøvere (brugere af gulerodsbukser) fik betegnelsen N, og en sagde "Skal vi virkelig skrive det - er de alvorlig ment" og derved udtrykte tvivl om det virkelig kunne have noget med matematik at gøre. Under elevevalueringen blev datamaskine arbejdet kritiseret af to elever for at være for mekanisk/instrumentalistisk : "Det er noget lal - det bliver ikke siddende".

Evalueringen den sidste dag. Stort set alle elever følte ikke, de havde styr over brugen af datamaskinerne. Der fremstod en modsætning mellem det sjove og spændende ved at lege og løse problemer og det frustrerede ved ikke rigtig at forstå. Vi så det som problemet ved at indføre noget i bidder, summarisk, som et redskab og samtidig opnå at eleverne føler sig trykke og har afgrænset og overskuet, hvad de skal kunne.

Læreren var stort set enig, udleverede et notat om datalære, og sagde at han havde følt sig bagud med det. Det var iøvrigt læreren der havde ønsket denne evaluering, fordi han var utilfreds med, at eleverne ikke lavede nok hjemmearbejde - selv om de ikke fik meget for. De følte, de var kommet ud af vane med at lave lektier i matematik "Vi har vist ikke noget for".

8.2.2. Lærerinterview.

Nedenstående er et redigeret sammendrag af lærerens udtalelser i forbindelse med interviewet på gymnasium 2, foretaget umiddelbart efter observationerne var afsluttet.

Generelt om forsøget.

Eleverne skal lære matematik, fordi de i det teknologiske samfund præsenteres for en mængde ting, hvor der ligger matematiske overvejelser bag, f.ex. kurver o.lgn. i TV. Eleverne bør have en fornemmelse for, hvilken type overvejelser, der ligger bag; hvad er kvantificerbart og hvad er ikke. De bør kunne forholde sig til det. Desuden skal de bibringes en fornemmelse af, at matematik kan bruges til noget fornuftigt, f.ex. systemdynamiske modeller, SMEC, ADAM. Matematik kan være begrebsafklarende, hvor den anvendes, men samtidig må man være opmærksom på dens mulige konserverende effekt. Endvidere er matematik sjovt, og man lærer noget alment, f.ex. ved at opstille kausaldiagrammer, som klassen er i gang med netop nu. Med hensyn til adgangen til videre uddannelse er matematik jo i hvert fald nødvendigt mange steder, måske fordi det er så let at lave et karaktergennemsnit, som giver et pseudoklart vurderingsgrundlag.
Der lægges vægt på, hvor det er muligt, at de emner, der behandles, har en tilknytning til elevernes hverdag - mere eller mindre direkte. Endvidere kan man udmærket beskæftige sig med f.ex. differentialligninger ud fra et historisk synspunkt, og endelig vil det også være godt, hvis eleverne kan se, hvordan man bygger et matematisk system op aksiomatisk. Det er vigtigt at få inddraget matematisk metode, så det ikke bare bliver tilfældige anvendelser hist og pist.

I anvendelsessammenhænge vil det være naturligt at brede sig ud over det rent matematiske. Eleverne skal lære arbejdsprocesser, gruppearbejde, det at lave en problemformulering f.ex., og det ville være lækkert, hvis de kunne lære at tænke selvstændigt. Der kan opstå frustrationer i et undervisningsforløb, og sker det, er det vigtigt at fortælle eleverne, at det kan være et nødvendigt led i erkendelsesprocessen. Iøvrigt bør man fortælle eleverne, hvad man mener om deres arbejde.

Fagligt udbytte.

Det har været specielt positivt, at eleverne - især ved det sidste forløb med rentesregning - syntes, at det, de lærte, var noget, de kunne bruge. Godt nok lykkedes det ikke at nå særlig langt, men det skyldes nok, at undervisningen fulgte elevernes reelle niveau, samt deres (manglende) arbejdsindsats hjemme.

I det aktuelle forløb om vækst og differentialligninger har det faglige udbytte selvfølgelig ikke været tilstrækkeligt på alle punkter, men en bedre tilrettelæggelse vil forhåbentlig kunne afhjælpe det. F.ex. har de nok ikke fattet $\frac{DN}{DT}$, men det vil vise sig. Det skyldes hovedsageligt, at de ikke har fået hjemmeopgaver nok, og at notationen i de udleverede noter ikke har været tilstrækkelig konsekvent. De har nok haft særlig svært ved at forstå ligningen med DL og vækstrater, bl.a. fordi det ikke altid var muligt at indsætte tal. Ved evalueringen gav de desuden udtryk for, at arbejdet med minidatamaterne var svært, og det ville de ikke have mere. De kan ikke lide noget, der er svært.

Hvis eleverne blev spurgt om, hvad pointen i det nuværende undervisningsforløb, som altså ikke er overstået, er, ville de sikkert svare, at de skulle lære at programmere. Det er da også vigtigt, at de har prøvet at arbejde med de maskiner - at få det lidt afmystificeret - men det kan godt være, de er blevet mere mystificerede, hvis de syntes det var så svært. Det, de gerne skulle opfatte som pointen, når forløbet er slut, er noget om, hvad man gør, når man opbygger en model: man finder de variable, som man mener er karakteristiske for systemet, betragter dem, og får stillet nogle rimelige sammenhænge op mellem dem. Det skulle også være en pointe, men det bliver sikkert svært at få frem her, at modelbetragtninger i første omgang er mekanisme- og begrebsafklarende - det er ikke prognosemodeller. Men der er selvfølgelig forskellige typer modeller.

At "forstå matematik" ytrer sig først og fremmest i overførelsesværdien - at man kan bruge det i lignende, men ikke

samme situationer. Men også, at de har så meget overblik, at de tænker over, hvad det er, de sidder og regner på, så de f.ex. kan se, om det er et helt vildt tal, de har fået.

Interesse/motivation og arbejdsindsats.

Det er jo en fantastisk velopdragen klasse, som gør, hvad man beder dem om, og de virker mere motiverede end 1.g. Det vigtigste for elevernes positive interesse og motivation, er nok matematikkens placering i større sammenhænge, dens anvendelse, så eleverne kan se, at den bliver brugt til noget.

M.h.t. at tage udgangspunkt i elevbehov, er det jo en enorm lang erkendelsesproces at finde ud af, at man har et dybt erkendt behov for matematik. Faget kan ikke uden videre sammenlignes med f.ex. samfundsfag, hvor vejen til elevernes behov ikke er så lang - når man lige ser bort fra ren talbehandling. Matematik er således vanskeligt at knytte an i en erfaringspædagogisk sammenhæng, og hvis det skal gøres, kræver det en helt anden tværfaglighed. Det er rigtigt, at en stor gruppe elever bliver fanget af mere filosofiske og erkendelsesmæssige spørgsmål som: hvad er $\sqrt{2}$, hvorfor kan det ikke være en brøk, hvad er uendeligt, hvad er et irrationelt tal osv., og man skal også beskæftige sig med det, men på den anden side er det ikke et egentligt elevbehov.

Det synspunkt, at det at beskæftige sig med matematik i sig selv har en afsmittende effekt - altså at man generelt bedre kan gennemskue nogle sammenhænge - er tvivlsomt, så derfor er det ikke ligegyldigt, hvad man beskæftiger sig med. Der er så ikke noget at gøre ved, at eleverne får noget forskelligt ud af undervisningen, som f.ex. i forløbet med rentesregning, der ligeså godt kunne bruges til at blive børsspekulant som til at blive forarget over skattefradragsregler, arbejdsfrie indrægter m.v. Iøvrigt har en undersøgelse på skolen af fysikundervisning om A-kraft vist, at undervisningen ikke havde ændret antallet af tilhængere og modstandere. De to grupper havde blot fået uddybet deres argumenter - deres holdninger var dybere forankret og bestemt af andet end de fysiske forhold.

M.h.t. motivationen og interessen for faget er elevernes forhold til kammeraterne og læreren også meget vigtigt. Selv den mest "sorte" lærer kan, hvis han er en karismatisk person, få en klasse til at synes, at matematik er sjovt.

I det daglige opleves karaktererne ikke som motiverende. Eleverne kan nok være bange for at dumme sig for hinanden, og de bryder sig næppe heller om, at læreren anser dem for dumme. Heller ikke ønsket om videre karriere, forældrepres og andre ydre faktorer bemærkes i det daglige.

M.h.t. arbejdsindsats bruger de formodentlig ca. 15 min. til forberedelse til hver matematiktime - nok lidt længere ved gruppearbejde-- men hvis man spørger dem, vil de sikkert angive væsentlig længere tid selv. Til skriftligt arbejde bruger de nok i snit 1 time - til et større sæt ca. 3 timer.

Matematikopfattelse.

Som nævnt skal eleverne bibringes en fornemmelse for, at matematik kan bruges til noget fornuftigt. Klassen har i 2.g.stort set ikke beskæftiget sig med andet end anvendt matematik. Eleverne interesserer sig stort set kun for noget, de tror eller ved, de kan bruge til noget. Det har iøvrigt været overraskende så anvendeligt, alle eleverne betragtede forløbet om rentesregning, der jo ikke direkte anvendes af dem selv. Nu skal ikke al matematikken være anvendelig - undervisningen skal også dreje sig om det for matematik særlige induktive-deduktive forløb: at gennemgå en erkendelsesproces fra nogle eksempler, indtil man ser det generelle mønster, formulerer sætningen og beviser den.

Det er nok lykkedes at ændre nogle af elevernes negative holdning til matematik, og deres matematikopfattelse har nok også ændret sig - om ikke radikalt, så dog noget fra den oprindelige, at matematik er meget abstrakt og tørt med en masse regnerier uden sammenhæng med noget andet, måske lige udover fysik. Men det er også en opfattelse, der i stor udstrækning dækker traditionel 1.g-matematik.

Matematikundervisningen kunne sikkert godt foregå udelukkende som en del af andre fag. Det ville blot ikke blive den samme undervisning og meget ville gå tabt. I fysik- og samfundsfagstimerne kunne eleverne sikkert godt lære meget matematik, men det mere samlende - generalisering af begreber - vil komme til at mangle. Men under alle omstændigheder skulle det være matematikere, der forestod undervisningen.

At lære matematik kræver i særlig grad evnen til at abstrahere. Evnen til at se bort fra det specielle, at kunne manipulere med symboler, kunstfærdigt udtænkte regnearter, kræver på sin vis, at man tager skyklapper på, at man ikke lader sig distrahere. Det er noget, der falder mange mennesker svært. F.ex. rigtigt at forstå, hvad en differentialkvotient eller en grænseværdi er, kræver en bestemt måde at tænke på, som ikke findes umiddelbart tilgængelig hos alle mennesker.

Arbejdsform og lærerrolle.

Gruppearbejdet har i det store og hele fungeret godt, og alle har deltaget i det. Eleverne er også blevet bedre til at arbejde i grupper - de er mere bevidste om processen. Desuden er det positivt, at nogle konflikter om samarbejde er kommet op til overfladen. De handlede om at kunne stole på, at gruppemedlemmerne lavede det aftalte arbejde. Som en negativ ting kan nævnes, at dagbøgerne som styringsredskab for gruppearbejdet ikke har fungeret. De har været for dårlige.

"De dygtige" har ikke altid været tilstrækkeligt gode til at videregive deres viden. I begyndelsen gik det godt, senere knap så godt. Dengang blev det også pointeret, at de skulle være konsulenter for de andre og ikke blot kaste sig over tastaturet til minidatamaterne. De skal være meget opmærksomme på deres rolle, og det er de også blevet.

Differentieret gruppearbejde, hvor de dytgige er sammen osv. er ikke blevet afprøvet, men vil nok blive det på et eller andet tidspunkt, hvis ellers ikke eleverne bliver sure. De

har jo nok et bedre billede af, hvem der er dygtige end læreren har.

Det sidste gruppeforløb har nok været for løst struktureret. Bl.a. fordi det ikke er lykkedes at lave noter i samme tempo, som stoffet er blevet gennemgået i, er det blevet lidt af en blandet landhandel. Det er jo et problem, man ikke har ved den mere traditionelle undervisning.

Klasseundervisningen er især god til en koncentreret gennemgang for mange på én gang af stof, der er begrebsmæssigt for svært til, at eleverne selv kan finde frem til det. Det er også en mere fleksibel form, der ikke kræver så langsigtet planlægning som et styret gruppeforløb. I klasseundervisningen er det til gengæld skidesvært at få alle aktiveret, noget der ved gruppearbejdet er lagt op til eleverne selv.
Det kan iøvrigt være svært at vægte forholdet mellem gruppearbejde og klasseundervisning, men i resten af forløbet vil gruppearbejdet nok få noget mere plads, sådan at ca.3/4 af undervisningen kommer til at fungere i grupper.

M.h.t. tilrettelæggelsen af undervisningen er det specielt vigtigt indenfor matematik, at erkendelsen ofte foregår i spring - aha-oplevelser - hvilket man må tage højde for i planlægningen.

8.2.3. Resummé af spørgeskemaerne fra skole 2.

1) Forløbets varighed

For kort: 1/9 (ca.11%) tilpas: 5/9 (ca.56%) for langt: 3/9 (ca.33%). Over halvdelen synes, at forløbet har været tilpas i længden, mens en del synes det har været for langt.

2) Sammenligning med andre fag og 1.g. matematik

Viser almindelig enighed om, at 2.g. matematiktimerne har været både sjovere og behageligere og for de fleste også lettere end 1.g. matematik. Sammenlignet med de fleste andre fag jævnes forskellene noget ud. Der er dog en klar tendens til at finde matematikken både sjovere og behageligere, men ikke lettere end de fleste andre fag. Snarere tværtimod.

3) Gruppearbejde/klasseundervisning

Sjovt/godt, irriterende/dårligt

I vurderingen af, hvad der er godt og skidt ved gruppearbejde og klasseundervisning, er der kun en der udtaler sig om klasseundervisning, og da kun negativt. Om gruppearbejdet er der lidt flere positive end negative udtalelser. De positive udtalelser er ret forskellige. Der er dog flere (3) der understreger det fri og selvstændige ved formen, og der tales om større engangement (1) og forståelse af emnet (1). To mener, det er en dyd i sig selv at lære samarbejde.
De negative kommentarer kritiserer flere gange arbejdsindsatsen og at gruppemedlemmerne møder uforberedt. Der nævnes også, at de dygtige for ofte tager initiativet, og at der hersker dominans og manglende elevkoncentration.

Lærerigt

Spørgsmålet om, hvad der har været lærerigt, er af de fleste (5) blevet betragtet som et fagligt spørgsmål, og de 3 mente at arbejde med minidatamat var det vigtigste, 2 mente rentesregning.
Kun 2 har betragtet det som et spørgsmål til arbejdsformen,

og betragter det som lærerigt, at have fået erfaring med gruppearbejdsformen.

Snakker I med læreren om, hvordan gruppen fungerede

Af de syv, der har besvaret spørgsmålet, har kun to ikke talt med læreren om, hvordan gruppen fungerede. Adskillige fremhæver en week-end tur, der var lavet for at diskutere gruppearbejdsformen.

4) Bedre til at arbejde i grupper? Hvordan?

Alle synes, at de er blevet bedre til at arbejde i grupper. Kun 4 udtaler sig om hvordan: Har lært hinanden at kende, tage hensyn (kvikke-ikke kvikke) og respektere hinanden. Der kan nu arbejdes mere koncentreret og med større udbytte. (Man er blevet bedre til at planlægge og fordele arbejdet, og de fleste husker at læse hjemme)(kun 1 elev).

5) Hvordan skal undervisningen foregå resten af året

Af de 8 der har svaret, vil kun 2, at der skal være mere klasseundervisning end gruppearbejde. Resten ønsker halvt af hver (2 af 8) eller mere gruppearbejde end klasseundervisning (4 af 8). Klasseundervisning betragtes som mest velegnet, når nye områder skal introduceres, fremgangsmåder og beregninger læres. Det understreges dog at gælde for mindre stofområder og troen på gruppearbejdets potentiale til at klare store stofområder og projekter er gennemgående. En enkel mener dog, at gruppearbejde især er godt når man ikke har lavet lektier og omvendt med klasseundervisning.

6) Er de 'dygtige' dygtige nok til at give deres viden videre

Næsten halvdelen (4) mener, at det er de ikke: "De vil hellere regne forud", "..er mere interesserede i at finde det rigtige svar end at forklare løsningsmetoden til gruppemedlemmerne".

7) Skal en matematiklærer have specielle egenskaber

Stort set alle (6) mener ikke, at en matematiklærer skal

have særlige egenskaber - "han skal blot interessere sig for faget og få eleverne til at leve med". To mener dog, at indsigt i fysik og, i dette tilfælde med forsøgsundervisningen, samfundsfag er nødvendigt.

8) Hvordan får læreren alle til at deltage aktivt

3 ønsker tvang under en eller anden form: "flere hjemmeopgaver", "spørge dem der aldrig siger noget", "harpunmetoden".
Hovedparten (5) ønsker dog at tages med det gode, og sætter lid til lærerens pædagogiske egenskaber, og hovedvægten lægges her på, at han skal sikre sig, at alle forstår og dernæst gøre emnet så spændende og virkelighedsnært som muligt.

9) Skal læreren blande sig i gruppearbejdet

Alle er enige om, at læreren skal blande sig, hvis gruppen ikke fungerer, og selv om mange synes, at det har været godt og tilpas meget, er der dog en klar tendens til at ønske en øget indblanding.

10) Elevindflydelse

Stort set alle skriver, at de har haft meget begrænset indflydelse på valg af emne og arbejdsform, men kun 3 elever synes de har haft for lidt indflydelse.

11) Har det sidste forløb været for løst/ tilpas for fastlagt

Flertallet (5½) mener, at forløbet har været for løst struktureret, og resten (3½) mener, det var tilpas. Ingen syntes det var for fastlagt. Kommentarerne breder sig stort set over alle arbejdsprocessens led: "Vi blev for lidt informerede, det virkede svært", "kun få vidste hvordan man betjener en datamaskine", "springer for meget i emnerne, der ofte ikke bliver afsluttet ordentligt". Flere nævner, at lektiegivning har været for løs, og nogle føler arbejdsformen som sådan for løs.

12) Den ideele matematiktime

Svarene er meget brogede, der er ingen fællesnævner udover måske, at ingen nævner, at der skal være ro og kun 1 nævner, at eleverne skal være forberedt. Det der nævnes er: Skal være forberedt, læreren skal motivere og gøre spændende, at man har frihed (i gruppearbejde) (2), traditionel stram line (2), indholdet ikke for abstrakt, effekt: man skal kunne huske, hvad man har lært.

13) Mareridt af en dødsyg matematiktime

Her er svarene i modsætning til forrige spørgsmål meget ens. Alle der har svaret (7) fremhæver 45 min.'s 'lærerforedrag' som det værste, og grunden er, at man er passiv og ikke forstår, hvad der foregår.

14) Hvor lang tid hjemmeforberedelse til timer

Der er ikke noget mønster i den tid, der bruges på forberedelse til de forskelige typer matematiktimer; ren klasseundervisning, længerevarende gruppearbejde og kortvarigt gruppearbejde evt. kombineret med klasseundervisning. Gennemsnittet er for alle tre typer knap en halv time pr. matematiktime (variationsbredde: 0-60 min.).

15) Hjemmeforberedelse til skr. eksamen

Ca. en time pr. uge ($\bar{x}$ varierer 51-68 minutter, variationsbredde ½-2½ time).

16) Det mest interessante ved sidste undervisningsforløb

Langt de fleste (6) finder, at det mest interessante har været at arbejde med minidatamaterne. Det fremgår, at datalogi betragtes som vigtigt for samfundet og i videreuddannelsesøjemed. Det selvstændige aspekt ved selv at sidde og påvirke apparatet og få svar bemærkes også. De tre der ikke fremhævede datateknik nævnte: 1) forskellige faktorers indflydelse på eksponentiel vækst, 2) rentesregning, 3) problemet modeadfærd, da det har relationer til dagligdagen.

Det kedeligste

Kun 2/3 svarer (6) og tre af disse finder arbejdet med minidatamaterne kedeligst. De to af dem havde også under spørgsmålet om det mest interessante svaret andet end datalære, mens den tredje fandt datalæren både som det mest kedelige og det mest interessante. De tre resterende finder det mest kedeligt med klasseundervisning eller blot det, ikke at forstå det der bliver gennemgået.

17) Forskelle mellem matematikundervisning i din klasse og parallelklasser

Svarene her er uinteressante, da alle der har svaret (7) blot nævner formelle ting ved forsøgsordningen: En forsøgsordning (3 af 7) med gruppearbejde (2 af 7) og mere samfundsrelevante emner (3 af 7). Dog bemærker en som det vigtigste, at der ikke er et fast pensum, der skal nås.

18) Er matematik om den konkrete virkelighed lettere at forstå end den abstrakte matematik

Alle (8) finder matematik, der handler om den konkrete virkelighed lettere at forstå end den abstrakte matematik (1 svarer, at det er det samme).

19) Hvorfor går gruppearbejdet i stå

De to hyppigst angivne grunde er, at deltagerne ikke har forberedt sig (4) og at emnet er for svært (3). Kun 2 nævner dårlig gruppefunktion som grund.

20) Spørger du læreren til du har forstået

Halvdelen bliver ved med at spørge læreren til de har forstået helt, halvdelen ikke. Af dem, der ikke får forklaringen hos læreren, får flere af dem hos klasse,gruppe eller kammerater. (1 altid, 2 somregel og 1 aldrig).

21) Hvad var særlig svært at forstå ved sidste forløb

Af dem, der mente, at der var dele der var særlig svære (7) nævnte næsten alle (6) brugen af minidatamater og delpro-

blemer hermed. Kun en svarer noget andet iøvrigt uforståeligt: "De forskellige rentefødder, der var så mange". Som grund angives hyppigst, at det var nyt stof, og en enkelt skriver, at det blev gennemgået for hurtigt.

Hvad var særlig let

Kun 1 finder, at noget var særlig let: "procentregning".

22) Hvad er det at forstå matematik

Halvdelen af dem, der har besvaret spørgsmålet (4 ud af 8) siger enten, at de forstår matematik, hvis de kan bruge det, eller hvis de kan forklare det til andre.

23) Hvad er det vigtigste (pointen) i sidste forløb

Kun to forstår spørgsmålet som noget internt matematisk og mener procentregning og en vækstrateligning.
3 siger "at lære noget relevant" uden at nævne hvad, 2 nævner datalære og 2 at arbejde i grupper.

24) Skal der undervises i matematik i gymnasiet

Alle mener, at der skal undervises i matematik i gymnasiet. Generelt en sammenblanding af regning og matematik. Næsten alle (7) begrunder det med varianter over temaet: vigtigt i samfundet/hverdagen og 2½ nævner specifikt videreuddannelse.

25) Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som del af andre fag

Lidt over halvdelen (5) mener godt at matematik kunne tænkes som del af andre fag, og følgende fag foreslås: fysik, biologi, kemi, geografi og samfundsfag.

26) Kender du eksempler på, at matematik anvendes i samfundet

Alle kender eksempler, og alle nævner mindst et eksempel med talbehandling under en eller anden form: "de fire regningsarter, procentregning, rentesregning, regnskabslære, selvangivelse" mv. Desuden nævnes matematik som en del af national- og civiløkonomi brugt bl.a. i centraladministrationen, og geometri i bygge- og anlægssektoren.

27) i andre fag i gymnasiet

Kun en kender ikke eksempler på at matematik anvendes i andre gymnasiefag. Fysik nævnes af 7, kemi af 4, samfundsfag af 3 og geografi af 2.

28) Har du brugt matematik til andet end skolebrug

Lidt over halvdelen (5) har brugt deres gymnasiematematik og hyppigst de almindelige regningsarter og rentesregning. En nævner praktisk anvendt geometri (højdeberegning).

29) Tror du du kommer til at bruge matematik efter gymnasiet

Næsten alle mener også senere at komme til at bruge ovennævnte matematik.

30) Kræver det andre evner at lære matematik end andre fag

De fleste mener ikke, at matematik kræver andre evner end andre fag. To mener dog, at der specielt kræves, at man tænker klart og logisk.

31) Hvordan vil du forklare en udenforstående, hvad matematik er

Næsten alle taler om regning - almindelig talbehandling. Kun 1 er mere reflekteret, idet han taler om at skaffe sig overblik og opfatte logisk.

32) Hitlisten

Dette punkt er vanskeligt at resummere. Det har dog entydigt fået en lav prioritet, at kunne opstille og analysere matematiske modeller. Det er også blevet vurderet lavt, at lære at løse eksamensopgaver, omend fordelingen har en tendens til at blive totoppet. At kunne gennemføre et bevis får en klar mellemplacering på hitlisten.
At lære at tænke logisk, at lære matematik brugbar til videreuddannelse og at lære matematik brugbar i hverdagen har alle fået høj prioritet. De to sidste dog med tendens til totoppethed.
At matematiktimerne skal være sjove og interessante og at lære at anvende matematik i andre sammenhænge er blevet

prioriteret meget forskelligt af de forskellige. Scorerne er fordelt jævnt, der er ingen tendenser og gennemsnittet ligger tæt på medianen.

Den samlede hitliste kom til at se således ud:

nr.		gennemsn. point
1-3	brugbar til videre uddannelse	6,7
	brugbar i hverdagen	6,7
	skærpet evnen til at tænke logisk	6,7
4	anvende matematik i andre sammenhænge	5,3
5-6	sjovt og interessant	5,2
	gennemføre et bevis	5,2
7	regne eksamensopgaver	4,8
8	at opstille og analysere matematiske modeller	3,4
9	andet	

33) Hvor lang tid har du brugt på spørgeskemaet

Eleverne har gennemsnitlig brugt godt en halv time på besvarelserne ($\bar{x}$=35 min., variationsbredde: 15-75 min.)

34) Kan du lide matematik

Alle kan lide matematik undtagen en som angiver "ved ikke".

8.3 OBSERVATIONSRAPPORT - SKOLE 3

Det følgende er nogle subjektive indtryk fra observationer i en 2.g mat.samf.-klasse.
Klassen er sammensat af 4 stamklasser og består af 23 elever. Der er 7 piger og 16 drenge.
Vi fulgte klassen i ca.6 uger (februar/marts -83).
Læreren har klassen i både samfundsfag og matematik, hvilket har givet mulighed for tværfaglige forløb.
Efter et introduktionsforløb startede klassen i 2.g med et emne i samfundsfag, som de kaldte "levevilkår". Dette emne styrede matematikundervisningen på den måde, at man her lærte de relevante metoder til at behandle det talmateriale, der skulle bruges i samfundsfag. Derefter kørte man over et par måneder et forløb om rentesregning, hvor eleverne skulle kontakte forskellige banker og forretninger, for at undersøge forskellige typer af låne - og opsparingskonti, afbetalingsordninger osv. Den dominerende arbejdsform havde været gruppearbejde.

Forløbet

Emnet for det forløb vi fulgte var eksponentialfunktioner. Den konkrete motivation for dette emne var, at klassen i fysik kørte et forløb om atomkraftværker. Fysiklæreren ønskede derfor, at klassen skulle lære om eksponentialfunktioner, bl.a. med henblik på beregning af radioaktivt henfald, og en del af opgaveregningen i matematiktimerne var baseret på data fra fysiktimerne.
Anvendelsesaspektet i dette forløb var altså af tværfaglig karakter.
Tilgangen til det matematiske stof var i sig selv temmelig teoretisk. Dels fordi anvendelsen lå i fysiktimerne, dels fordi eleverne,efter de tidligere meget anvendelsesorienterede forløb, havde udtrykt bekymring for, om de nu også havde lært nok 'rigtig' matematik. De syntes, at matematikken havde virket for 'let' i forhold til, hvor svært de mente, matematik skulle være for at være 'rigtig'.

Arbejdsformen vekslede mellem gruppearbejde og klasseundervisning (ca. i forholdet 1 til 3), og materialet var ca. 20 sider teori produceret af læreren (se bilag).

Strukturen i det faglige forløb, var i grove træk:
1) Eleverne orienterede sig i forskellige lærebøger for at indkredse fænomenet eksponentialfunktioner.
2) Læreren uddelte det teoretiske materiale. Hun præsenterede stoffet og gennemgik de første 4 sider. Derefter skulle eleverne selv gennemgå resten af materialet,dog således,at der som regel var korte opsamlinger i slutningen af timen. Ofte med elevgennemgang ved tavlen af udvalgte problemer.
3) Man regnede på - og bearbejdede data fra fysik bl.a. om radioaktivt henfald, og tegnede kurver på enkelt- og dobbeltlogaritmisk papir.
4) Man bestemte funktionsforskrifter (især log. og eks.funktioner) ud fra opgivne grafer og talmaterialer.
5) Hjemmeopgaver og fælles opsamling af forløbet i klassen. (vi kom ind i forløbet midt i pkt.2).

Umiddelbare indtryk

1) Det virkede som om der var en god stemning i klassen. Afslappet, muntert og hyggeligt.
2) Klassestemningen var meget domineret af drengene. Pigerne var mere tilbageholdne, når der blev snakket ikke-fagligt.
3) Klassen var tilsyneladende meget 'udisciplineret', og nogle folk kom og gik tilsyneladende, som de passede dem(et par stk)
4) Aktivitetsniveauet var meget højt. Man stillede utallige spørgsmål, dels strengt faglige, dels til forløbet i almindelighed: "hvorfor?"-"hvornår"-"hvordan"spørgsmål, og man brokkede sig, når der var noget, man ikke forstod.
5) Trods den ofte temmelig løsslupne stemning, var det faglige aktivitetsniveau forbløffende højt. Bortset fra nogle 'kvikke' replikker, var der,så vidt vi kunne bedømme, næsten ikke noget udenomssnak. I gruppearbejdet knoklede man på (i hvert fald, der hvor vi var i nærheden), selv om det var sidste time, solen skinnede og læreren ikke var særligt 'indpiskende'.

6) Når en elev var ved tavlen snakkede folk lystigt videre, også læreren, så tavleskribenten var stort set overladt til sig selv. Man diskuterede dels med sidekammeraten, dels på kryds og tværs i klassen, om hvad der forgik på tavlen. Derefter diskuterede man samlet med tavleskriveren og læreren. Det virkede påfaldende, at man ikke i det mindste prøvede at holde kæft, når nogen var ved tavlen, men måske er denne afslappede form med til at afdramatisere det 'at komme til tavlen'. Det virkede i hvert fald ikke,som om det var noget, man var særligt bange for (sammenlignet med hvordan vi selv oplevede det, da vi gik i gymnasiet).
7) Mange af eleverne, især pigerne, var gode til at forklare tingene for hinanden.
8) Det virkede ikke,som om der var særlig meget 'karakterræs'. Elevsvar og kommentarer virkede ikke særlig 'strategiske', dog opsnappede vi bemærkninger som "lad(nn)komme til tavlen, han trænger til at få forbedret sin karakter", men det var enkeltstående bemærkninger, og helhedsindtrykket var, at karaktererne ikke påvirkede stemningen særlig meget. Det var vi overraskede over.

Gruppearbejde

I de grupper vi fulgte, var der en klar tendens til, at en enkelt eller to var dygtige og dynamiske, mens resten forsøgte at 'hænge på'. Mønsteret var : en forklarer og diskuterer med en anden, mens de andre først og fremmest lytter og skriver ned, hvad der bliver sagt og evt. stiller forståelsesspørgsmål. Målet er generelt at komme hurtigst muligt gennem stoffet. De dygtige forsøgte tålmodigt at forklare for de andre, når de spurgte, men spørgsmålene virkede forhalende i forhold til, at man var interesseret i at nå så meget som muligt i timen for at mindske hjemmearbejdet. De svage tør derfor ikke rigtig holde fast i det, de ikke forstår.
(Modsat klasseundervisning hvor der ikke er den samme tilbageholdenhed med hensyn til at stille forståelsesspørgsmål.

Grupperne var i øvrigt dannet ud fra et kriterie, som pigerne havde opstillet, om at der skulle være mindst to piger i

hver gruppe.
Da man en dag arbejdede med datamaskiner, var der en ren pigegruppe, og her deltog alle aktivt i arbejdet. I de øvrige grupper var der en klar tendens til, at pigerne dannede 'kødrand' om maskinerne.

Interesse og motivation

Eleverne virkede umiddelbart engagerede og aktive i timerne. Til gengæld var det småt med hjemmearbejdet. Til den teoretiske opgave (se bilag) var der således kun omkring halvdelen, der afleverede til tiden. Eleverne begrundede det med, at opgaven var for "løst" formuleret, det var uklart, hvad de skulle gøre. Det var en opgave, som bl.a. gik ud på, at de skulle beskrive "hvilke ting du ved om eksponentialfunktioner, og beskriv samtidig om hver enkelt ting er a) defineret, b) matematisk bevist og i givet fald ud fra hvad". osv. Eleverne ønskede noget mere håndgribeligt, og mere præcise angivelser af, hvilket 'facit' læreren forventede af dem.

Der var en tendens til, at længerevarende gruppearbejde med teoripapirerne fungerede mindre effektivt, end de kortere gruppearbejder med opgaveregning. Hvis det oven i købet var noget, der skulle afleveres som 'blækregning', således at et effektivt gruppearbejde kunne formindske hjemmearbejdet, så var aktiviteten stor (selv sidste time fredag eftermiddag). Til gengæld virkede det som om, arbejdet blev mere instrumentelt. Mindre diskussion og mere koncentreret individuel regning. Dog sådan at de reelt hjalp hinanden, hvis nogen gik i stå.

Holdning til faget

De holdninger til faget, der umiddelbart sprang i øjnene, var dels af instrumentel - dels af kritisk karakter. Nogle stillede primært 'hvordan'-spørgsmål, mens andre primært stillede 'hvorfor'-spørgsmål.
De første forsøgte ofte at opsnappe en metode og nogle regnetekniske kneb, som de så afprøvede på lykke og fromme.

Når de gik i stå, kontaktede de omgående læreren, for at få nogle teknikker til at komme videre, ikke så meget for at forstå, hvad problemet var. (Sådan virkede det i hvert fald udefra set - men den slags kan det være meget svært at vurdere.). Da man i en gruppe havde gennemgået papirerne om halveringskonstanter, skulle man selv gennemgå fordoblingskonstanter. Man forsøgte sig ikke frem, men kontaktede læreren og fik at vide, at man skulle sætte '2' ind i stedet for '½'. Det gjorde man så, uden at diskutere hvad halverings- og fordoblingskonstanter egentlig var for noget.
I den anden ende af spektret var der nogle, der først forsøgte at forstå tingene selv og dernæst kontaktede læreren for at spørge hvorfor, det forholdt sig sådan. Og hvis de ikke umiddelbart forstod forklaringen brokkede de sig og insisterede på at forstå det helt.
I andre grupper sprang man konsekvent beviserne over (i det duplikerede materiale) og kiggede kun på øvelserne.

De forskellige overlevelsesstrategier, der var umiddelbart iagttagelige var: arbejdsomhed, 'kvikke bemærkninger' eller lav profil - i håbet om, at det 'går nok'.

Pædagogik

Læreren nægtede at være autoritær i traditionel forstand. Dvs. at hun ikke skældte ud, når man kom for sent, ikke fik afleveret sine opgaver til tiden osv.. Og hun brugte ikke de traditionelle lærerkneb med på forskellig vis at antyde, at eleverne er dumme. Tvært imod anlagde hun en konsekvent attitude, der sagde, at alle spørgsmål var gode og relevante - i hvert fald hvis de var stillet med henblik på afklaring.

Denne pædagogik havde åbenbare positive og negative konsekvenser.
Det virkede entydigt positivt, at 'dumme' spørgsmål ikke eksisterede. Det betød, at skrækken for at dumme sig var meget begrænset, spørgelysten var stor, og langt størstedelen af klas-

sen deltog aktivt i undervisningen.
De negative konsekvenser var for det første, at der var megen uro, hvilket kunne gøre det svært at koncentrere sig. For det andet havde de 'kvikke' bemærkninger et relativt stort spillerum, og det kunne være svært at fastholde det faglige. Endelig var en tredje negativ konsekvens af den ikke-autoritære pædagogik, at det ofte var småt med hjemmearbejdet. Det ser umiddelbart ud som om denne pædagogik skaber mere aktivitet i timerne og mindre derhjemme.

8.3 LÆRERINTERVIEW

Redigeret sammendrag af interview med læreren på skole 3.

Spørger: Hvorfor skal eleverne egentlig lære matematik?
Lærer: Det skal de dels af historiske årsager. Dels p.gr. af matematikkens betydning i dag, i forhold til den teknologiske udvikling og i forhold til at stadig flere vigtige politiske beslutninger tages på et matematisk grundlag (ADAM og SMEC). Endelig skal der undervises i matematik, fordi faget udgør en central del af uddannelsessystemet. Man kan diskutere den reelle funktion, som matematik har i disse uddannelser, men som systemet er opbygget, er der utroligt mange steder, hvor man har brug for matematik. Derfor er det rimeligt at give eleverne nogle kvalifikationer, så de kan klare sig her.

Sp: Hvad er jeres forventninger til forsøget?
L : Vi mener ikke at have fundet de vise sten. Vi kan bare se, at den traditionelle matematikundervisning ikke fungerer, og så prøver vi os frem med noget andet. Dels er vi sluppet af med den proppede emneliste - eleverne kan simpelthen ikke nå at lære alt det stof - dels vil vi prøve at lære eleverne nogle ting, som vi mener, de har glæde af som samfundsborgere.

Fagligt udbytte/indlæring/forståelse.

Sp: Hvor stor en plads har anvendelsesaspektet i jeres undervisning?
L : Hvis man kun skulle tage udgangspunkt i det, der lige har at gøre med eleverne her og nu, så kunne man jo ikke lave noget som helst. Jeg kommer da med min viden om, hvordan voksenverdenen og samfundslivet er og bruger det til at fortælle eleverne noget nyt. Det er ikke ret mange virkelig interessante anvendelser, jeg kan få ind i undervisningen, selv om det er et af formålene med forsøget.
Jeg har kørt et forløb med rentesregning. Det handlede om reelle forhold ude i virkeligheden, hvilket havde en pædagogisk betydning, og samtidig indeholdt det noget stof, som det er fagligt vigtigt at få ind i undervisningen. Også i forbindel-

se med deskriptiv statistik er der nogle ting som eleverne kan have brug for at vide noget om, f.eks. omkring indekstal og indeksberegninger.
Jeg mener også, at det er vigtigt at tage nogle enkelte anvendelser ind til særlig behandling, f.eks. fiskerimodeller eller økonomiske modeller. Det vil jeg gøre til næste år. Når jeg ikke har gjort det i år, skyldes det, at jeg mener,det er for svært stof i 2.g.
Sp: Det er altså stadigvæk anvendelseskriteriet, der er styrende for undervisningens indhold?
Le: Det er én styrepil. Et andet vigtigt kriterie er, at eleverne skal kvalificeres til at gå ind i det videregående uddannelsessystem. Kan de ikke det, hjælper det ikke så meget, at de kan rentesregning eller gennemskue en model. Skal de videre i systemet, er det vigtigt,at de får lært nogle metoder til at lære sig matematik. Anvendelseskriteriet er ikke højere vægtet end det, at de skal have et forhold til faget og nogle læsevaner, som gør dem i stand til at klare sig i det videre uddannelsessystem. De skal ikke på nogen måde stilles ringere end deres jævnaldrende kammerater.
Sp: Hvilke matematiske discipliner vil I lægge vægt på i undervisningen - og hvorfor?
Le: Integral- og differentialregning skal vi i hvert fald have med. Det er emner, der har en meget central plads i traditionel gymnasiematematik og i de tekniske uddannelser, så det skal vores elever også lære. Men de skal ikke kun lære stoffet, de skal også lære om stoffet.
Statistik og sandsynlighedsregning skal med, det er f.eks. godt at vide noget om, hvordan man laver spørgeskemaer.
Endelig mener vi, at eksponential- og logaritmefunktioner er vigtige emner, fordi der er så mænge fænomener, der kan beskrives som eksponentiel vækst. Dvs. dette emne er også anvendelsesorienteret, men på en indirekte måde. Man står ikke pludselig på gaden og får brug for en funktionsundersøgelse.

Sp: Hvad er egentlig målet,skal matematik bruges til at forstå virkeligheden, eller skal virkeligheden bruges til at forstå matematikken?

L : Det er først og fremmest forståelse af matematikken, der er målet. Det er ikke så meget virkelighed, jeg kan få ind i matematikken, og det er sjældent matematik kan give ekstra erkendelse om virkeligheden. Et eksempel på en sådan ny erkendelse, spm man ofte nævner, fordi der er så få, er, at eksponentiel udvikling har konstant halverings- og fordoblingstid. Det er en erkendelse, som eleverne kan begribe.
I biologi har matematik i forbindelse med udviklingen af populationsgenetik givet ny erkendelse om biologi. Den slags kan man måske fortælle eleverne, men jeg tvivler på, at man kan få dem til at opleve det.

Sp: Mange af eleverne fremhæver beviser, som det sværeste og det kedeligste. Kunne man forestille sig en matematikundervisning uden beviser?
L : Nej; men antallet af beviser bør reduceres væsentligt i forhold til det traditionelle pensum. Til gengæld skulle man så bruge noget mere tid på nogle <u>få</u> beviser, og forklare eleverne, hvad et bevis egentlig er. De vil ikke kunne klare sig i videre uddannelser, hvor der indgår matematik, hvis de ikke kender til bevisførelse.

Sp: Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag? (jvf. spørgsmål 25 i spørgeskemaet)
L : Nej! Matematik har nogle specielle træk, en særlig struktur, som man er nødt til at behandle selvstændigt.

Sp: Kræver det særlige evner at lære matematik? (jvf.sp.30)
L : Nej, men det kræver,at man <u>vil</u> lære, at man tror på, at man kan, og at man kan sidde stille og træne og lukke alt andet ude.

Sp: Hvad mener du er det vigtigste for eleverne at få ud af matematikundervisningen? (jvf. sp. 32)
L : For det første skal den være brugbar til videre uddannelse. For det andet skal den være brugbar i hverdagen, og for det tredje skal eleverne lære at regne opgaver.

Sp: Hvilke pointer forventer du, at eleverne har fået ud af det sidste undervisningsforløb om eksponentialfunktioner?

L : Jeg håber,de har forstået, at det drejer sig om procentvis vækst,og at der er nogle konstante faktorer - halveringstid og fordoblingstid - når man har procentvis vækst. Og jeg håber, de har fået en forståelse for, hvilke forskelligartede fænomener disse vækstmodeller kan beskrive.

Motivation og interesse hos eleverne.

Sp: Det virkede umiddelbart på os,som om eleverne var meget aktive og interesserede i undervisningen. Er det også din vurdering?
L : Ja, og det tror jeg hænger sammen med, at forsøgsordningen gør det muligt, at tage eleverne alvorligt. Fordi vi ikke har en presset pensumliste, har eleverne en reel indflydelse på undervisningen, og det tror jeg, virker motiverende. Selvfølgelig er det ikke kun elevernes krav til undervisningen, der skal styre indholdet. Man må også tage en overordnet vurdering af, hvad der er relevant og fornuftigt at vide om matematik. Men det er vigtigt, at man tager sig tid til at tage emner op, som eleverne synes er umiddelbart interessante. Det betyder også noget for aktiviteten, at eleverne har indflydelse på arbejdsformen. De ved, at hvis de bliver trætte af en arbejdsform, kan de vælge en anden.

Sp: Hvilke faktorer tror du generelt påvirker elevernes motivation og interesse for faget?
L : Elevernes opfattelse af, hvad matematik betyder for deres videre karriere, og forældrenes holdning til faget, er ydre faktorer, der betyder meget.
Om de forbereder sig, det afhænger i høj grad af, om de er - eller ikke er - bange for mig. De skal jo klare den pressede hverdag og finde nogle overlevelsesstrategier. Man kan sige, at det er demotiverende for deres lektielæsning, at jeg ikke skælder mere ud,end jeg gør. Til gengæld, tror jeg, det er motiverende for deres aktivitet i klassen, at det er nogenlunde hyggeligt og skægt. Jeg tror, at den dagligdag, man opbygger sammen, betyder meget for, om man kan lide at komme der.

Med hensyn til indholdet siger de, at det er rart med nogle opgaver, hvor de kan se, hvad matematik kan bruges til - f.eks kulstof-14 bestemmelser. Men egentlig tror jeg ikke,indholdet spiller nogen stor rolle i forhold til de andre ting, der påvirker motivationen.

Hvilken betydning har karaktererne for motivationen?
L : Jeg tror ikke de betyder så meget. Det hænger måske sammen med min lærerattitude. Jeg bruger ikke prøver og karakterer til at disciplinere med.

Sp: Hvilke elementer i matematikken virker stimulerende for interessen?
L : Eleverne kan nok bedst lide, at lave noget konkret, som de kan se, bliver brugt til noget udenfor skolen; men det skal samtidig kombineres med en tryghed for, at det også er godt nok på eksamensbeviset. For mange af vores elever er det vigtigt, at de kan koble matematikken til et eller andet, som de har et forhold til. Det kan være historie, anvendelse eller andet.
Sp: Hvad med matematikkens æstetik?
L : Jeg ved ikke,om man kan tale om æstetik, men det at arbejde indenfor et isoleret system, det at regne 10 opgaver, der ligner hinanden, det betyder noget for nogle af de kulturelt svage elever - og for mange af pigerne. Det er lidt som rebusser og kryds-og-tværs. Når man har fundet det sidste ord, så er man færdig. Det er der noget rart i, og det kræver ikke, at man skal involvere hele sin person.

Matematikopfattelse

Sp: Hvilken matematikopfattelse synes du eleverne skal have?
L : Jeg opfatter matematik som noget, der har en materiel baggrund. Det er ikke de store mænds store tanker, som er udviklet uafhængigt af alt andet. Den opfattelse vil jeg gerne tage afstand fra. På den anden side er der en stor grad af inerti i udviklingen af matematikken, fordi den videnskabelige udvikling,i vores samfund,foregår i isolerede miljøer.

Sp: Er det ikke svært at give eleverne en forståelse af matematikkens materielle forankring?
L : Jo, og det bliver da også tit postulater fra min side.
Den materielle matematikopfattelse, har man nok i højere grad ud fra en samfundsforståelse, end ud fra noget viden om matematikken. Jeg var engang med til at lave et projekt om statistik, hvor man kunne påvise en materiel sammenhæng. Men statistik er også noget specielt. Her er den materielle sammenhæng mere oplagt end indenfor de fleste andre matematiske områder.
Noget, der er lettere at få frem i undervisningen, og som jeg gør en del ud af at sige, er, at matematik er noget,man har lavet, ikke kun noget man har opdaget.
Det er mennesker, der har lavet abstraktionerne og besluttet, at nu definerer man det sådan. Det,mener jeg,er vigtigt, at eleverne forstår, så de ikke tror, at matematik det er bare sådan.

Sp: Hvilken holdning vil du gerne give eleverne mht. brug og misbrug af matematik?
L : Sund skepsis.

Arbejdsformer og lærerrolle.

Har du nogen skjult lærerplan?
L : Der vil altid være en skjult læreplan,uanset om man ønsker det eller ej. Derfor kan man lige så godt være bevidst om den. I matematik virker den traditionelt sorterende.

Sp: Hvad er din skjulte lærerplan?
L : Jeg vil gerne give dem selvtillid og glæde ved samarbejde. Og give dem nogle oplevelser af, at man godt kan lære matematik uden at konkurrere, og uden at skjule viden for hinanden.

Sp: Hvad er dine pædagogiske principper?
L : Jeg har besluttet mig for aldrig at give eleverne en følelse af, at nogle spørgsmål er'irrelevante' eller 'dumme'. Alle spørgsmål er relevante. Hvis jeg bliver forbavset over et spørgsmål, prøver jeg på ikke at give udtryk for det.

Sp: Hvad mener du, i forhold til det sidste forløb, har været godt hhv. dårligt ved gruppearbejdet og klasseundervisningen? (jvf. spørgsmål 3 i spørgeskemaet).
L : Jeg synes, at der i grupperne har været en rimelig grad af åbenhed omkring egne indlæringsproblemer, og at man oprigtigt har forsøgt at hjælpe hinanden. I forhold til klasseundervisningen har det været positivt, at så mange har deltaget aktivt.
Det,der har været dårligt,både i forbindelse med klasseundervisning og med gruppearbejde, er, at der har været alt for megen støj, som har irriteret alle de, der ikke selv har været med til at frembringe den. Dette med støjen er udtryk for en af de generelle modsætninger i gymnasiet. På kort sigt har en del elever ofte lyst til at snakke om ting, der ikke vedkommer undervisningen. Samtidig ved de godt, at den går ikke på lang sigt, de skal også lære noget, hvis de skal klare sig.

Sp: Under hvilke former synes du, at resten af årets undervisning skal foregå? (jvf.sp.5)
L : Jeg synes, der skal være en nogenlunde lige fordeling mellem klasseundervisning og gruppearbejde. Generelt egner klasseundervisning sig bedst til igangsætning og gennemgang af ny teori og nye opgavetyper, mens gruppearbejdet især er godt til opgavetræning og detaljeret gennemgang af teori. Eleverne er ofte bedre end læreren til at forklare tingene for hinanden.

Sp: Hvad har du tænkt dig at gøre ved støjproblemet?
L : Jeg vil ikke gribe radikalt ind overfor det, jeg vil ikke bruge min person til disciplinering. Jeg vil hellere prøve at lave noget undervisningsmateriale og -indhold, der kan optage dem og indirekte virke disciplinerende. F.eks. give dem hjemmeopgaver, som de kan regne på i timen. Jo mere de når i timen, jo mindre hjemmearbejde får de.

Sp: Hvordan får man alle elever til at deltage aktivt i undervisningen? (jvf. sp.8).
L : Det har jeg ingen patentløsning på. Jeg prøver at få eleverne til at lytte til hinanden, og jeg har haft en aftale med nogle af de mere tavse elever om, at jeg skal spørge dem, selv

om de ikke markerer. Så føles det mindre pinligt for dem, hvis de svarer forkert, end hvis de selv har rakt hånden op. Men den slags er svært at administrere i en stor klasse med 23 elever.

Evaluering.

Sp: Hvilke nye pædagogiske problemer er der opstået i forbindelse med forsøget?
L : De svagere elever har svært ved projektorienteret gruppearbejde (som de havde i forbindelse med rentesregning). Selv at skulle formulere, strukturere og regne opgaverne, det er svært. I den situation mener jeg, at man som lærer må udvikle forskellige metoder, til at hjælpe dem med at strukturere et forløb. Give dem ret udførlige anvisninger på, hvordan de kan gribe det an. De skal lære en arbejdsgang og en metode.
Et andet problem, der opstår fordi vi kører forsøg, er at eleverne er lidt utrygge ved, om det nu også er godt nok, det de lærer. Denne utryghed, må man gøre en del ud af at fjerne.
Endelig er det et problem at få tilrettelagt undervisningen, fordi der ikke er noget materiale at bygge på. Det tapper mange kræfter, at skulle producere det meste af materialet selv, og man er usikker på, om det nu også er godt nok. Det at man skal bruge så meget energi på tilrettelæggelsen, giver mindre overskud til selve undervisningen. På den måde giver det indirekte pædagogiske problemer, som man ikke har i den traditionelle undervisning.

Sp: Hvilke traditionelle pædagogiske problemer er løst?
L : Jeg tror ikke,der er så mange blokeringer overfor faget, fordi vi er sluppet af med den pressede emneliste, som gør det umuligt at tage hensyn til elevernes tempo og ønsker. Noget der også tit giver blokeringer er, hvis læreren skal gennemgå noget stof, som hun ikke selv synes,er interessant eller vigtigt for eleverne at lære. Og med den pressede pensumliste, der er for matematik, er det helt umuligt at få tid til at gennemgå stoffet på en sådan måde, at eleverne har en chance for at forstå det. De problemer har vi ikke, da vi har fået fjernet emnelisten.

Sp: Hvad synes du generelt er lykkedes - og hvad er ikke lykkedes?
L : Der er fordele og ulemper ved de krav, jeg stiller til mine elever. I mine lyse øjeblikke tror jeg, at der er lidt mere glæde, samarbejdsvilje og åbenhed. Ulemperne er, at jeg ikke får tilkæmpet mig så stor en del af deres forberedelsestid, som jeg ellers kunne have gjort, og det betyder at de ikke får trænet så meget. Men den åbenhed, jeg mener, der er, giver mig et sandere billede af elevernes faglige niveau, end jeg ville kunne få i en traditionel undervisning. Jeg mener, at det at køre forsøg, er en vigtig efteruddannelse for matematiklærere. Det giver mulighed for at få den vigtige erkendelse, at skal man følge elevernes tempo, og det skal man, så kan man ikke nå så meget. Man må derfor arbejde på at ændre bekendtgørelsen, så den kommer til at svare til dette tempo. Derved opnår man mindre skuespil og bedre indlæring.

8.3.3 Resumé af spørgeskemaer på skole 3

Antal afleverede spørgeskemaer: 2o ud af 23 elever har besvaret spørgeskemaet.

1) Forløbets varighed

Næsten alle mente at forløbet havde været af tilpas varighed. To mente dog det havde været for kort, og 1 mente det havde været for langt.

2) Sammenligning med andre fag og 1.g matematik

Det er i sammenligningen med 1.g matematik, at holdningerne er klarest.(Der er få "det samme"-svar.) Der er en klar tendens til, at forsøgsmatematikken opleves som sjovere (14 ud af 2o) og behageligere (12) end 1.g-matematikken, men med hensyn til sværhedsgraden deler klassen sig i to næsten lige store dele, 8 mener det er lettere, 9 svarer nej og 3 mener det er det samme. Det er først og fremmest pigerne, der mener det er sjovere, lettere og behageligere, f.eks mener 5 af 6 piger at det er behageligere, og 1 at det er det samme.

I sammenligning med andre fag flyder svarerne mere ud. 12 af 2o mener ikke at matematiktimerne er sjovere end andre fag (2 svarede ja, og 5 mente at det var det samme). Til gengæld er der lidt opblødning med hensyn til forestillingen om matematik som et af de svære fag. 3 syntes det var lettere, 9 at det var det samme, mens kun 7 fastholdt at det var sværere. Det var 5, der mente, at det var behageligere end andre fag, 8 at det var det samme og resten mente ikke det var behageligere. Her var der ingen piger der svarede nej, mens 6 af 14 drenge svarede nej.

3) Gruppearbejde
Sjovt/godt :

Det der vurderes som godt ved gruppearbejdet er, at man "kan hjælpe/blive hjulpet af venner, med det man ikke

forstår", at man kan "snakke tingene igennem" og at "man får lært tingene på en lidt anden måde". Det sociale og det faglige supplerer hinanden. Som forudsætning for et godt gruppearbejde nævnes, at alle er aktive. En enkelt mener ikke det er noget godt ved gruppearbejde og 4 svarer ikke på spørgsmålet.

Irriterende/dårligt :

Det der generelt fremhæves som det negative ved gruppearbejdet er, at folk har været for dårligt forberedte, for ukoncentrerede, at der var for meget larm, at man ikke kunne tage sig sammen, men kom til at snakke om alt muligt andet og at ikke alle var lige aktive. Kun en enkelt retsin kritik direkte mod gruppearbejdet som arbejdsform, idet han mener, at der er for lidt individuelt arbejde.

Snakker i men læreren om hvordan gruppen fungerer ?

Ca. halvdelen svarer ja, den anden halvdel nej. En af de benægtende begrunder det med, at læreren jo alligevel ikke kan gøre noget, hvis det er en dårlig gruppe - "sløv gruppe hvor de fleste ikke gider arbejde".

Klasseundervisning
Sjovt/godt :

Der er meget få bud på, hvad der er godt ved klasseundervisning. Som positivt nævnes, at "tingene blev godt forklaret", et træk der ikke knytter sig til klasseundervisning som undervisningsform betragtet. Mere generelt nævnes det som en god ting ved klasseundervisningen, at man "får samlet løse ender op".

Som forudsætninger for en god klasseundervisning nævnes, at alle skal være forberedte, at undervisningen er "grundig" og at alle bliver "taget med". Godt halvdelen (11 af 2o) svarer ikke på spørgsmålet.

Irriterende/dårligt :

Det der fremhæves som det irriterende ved klasseundervisning er
1) når nogen er uforberedte (eleverne)
2) larm og uro
3) forvirring (springen rundt i stoffet og forvirring ved opgave aflevering)

De to første er disciplin-problemer, rettet mod eleverne selv, om det tredje er rettet mod lærer eller elever fremgår ikke klart.

En er utilfreds med læreren og en mener, at undervisningen skal være "mere konservativ". 8 svarer ikke.

Lærerigt :

Vurderingen af hvad der har været lærerigt, fordeler sig i to kategorier :
1) Almentdannende (socialt): "man skal være aktiv" og man skal lære at samarbejde, fordi det er "vigtigt at kunne samarbejde i samfundet", og "at tage hensyn til de andre".
2) Fagligt : "opsamling af forløbet", samt en opremsning af forskellige emner man har været igennem, uden noget mønster og af meget generel karakter af typen: "Radioaktivt henfald", "de duplikerede ark og resume ved tavlen" osv .

En har draget den lære, at "man ikke får lavet så meget når man har gruppearbejde". En mener at "stort set det hele" har været lærerigt og en anden mener, at "intet" har været det. 3 svarer ikke.

4) Bedre til at arbejde i grupper? hvordan?

Halvdelen svarer bekræftende, 7 benægtende, 2 at det er det samme og 1 at det er blevet lidt bedre. Nogle af de benægtende mener endda, at det er blevet dårligere.

Det fænomen, at man har lært hinanden at kende, optræder som argument for at gruppearbejdet er blevet både bedre og dårligere. Det er blevet bedre fordi, man har lært at acceptere andre end sig selv, lært at respektere andre og lært at uddele arbejdsopgaverne, og det at man kender hinanden, betyder også at man får"mere udbytte af stoffet". Som argument for at det, at man kender hinanden gør gruppearbejdet dårligere nævnes, at det er blevet "ukoncentreret".

Som andre begrundelser for fremgangen nævnes mere pragmatiske forhold som, at man har fået mere "øvelse", og at man har indset nødvendigheden af at lave noget, blandt andet ud fra at det kan begrænse ens hjemmearbejde. Endelig nævnes det, at gruppearbejdet er blevet "mere disciplineret og dermed mere effektivt".

En enkelt synes det er blevet dårligere fordi de simpelthen har haft for meget gruppearbejde, så nu hænger det hende"langt ud af halsen".

5) Hvordan skal undervisningen foregå resten af året ?

15 mener der bør være både klasseundervisning og gruppearbejde, og 5 mener der skal være ren klasseundervisning. Med hensyn til vægtningen mellem de to arbejdsformer, mener 12 (incl. de 5 der ønsker ren klasseundervisning), at der skal være mest klasseundervisning, mens kun 2 (piger) mener, der skal være mest gruppearbejde. Resten (6)ønsker halvt af hvert, dog mener 2 andre piger , at vægtningen afhænger af emnet.

Hvornår er det bedst med gruppearbejde ?

Tendensen er, at det er godt med gruppearbejde til :
1) opgaveregning (især pigerne)
2) når noget er svært, "så vi kan forklare det for hinanden."
3) når man er forberedt og alle er aktive og interesserede.

En enkelt mener det er særligt velegnet til de sidste timer, en anden "når der er noget man skal snakke om"

Hvornår er det bedst med klasseundervisning ?

1) til præsentation af nyt stof (i begyndelsen af et forløb)
2) til gennemgang af særligt svært stof
3) til opsamling af løse ender

Samlet : En mener gruppearbejde er bedst når man er forberedt, mens klasseundervisning er bedst når man er uforberedt. En anden mener klasseundervisning er bedst når "der er noget man skal lære", mens gruppearbejde er bedst når "der er noget man skal snakke om". Resten befinder sig mellem de to yderpoler og mener i store træk, at klasseundervisning er bedst til præsentation og forklaring af nyt eller svært stof og til opsamling af løse ender, mens gruppearbejde er bedst til bearbejdning af stoffet.

6) Er de "dygtige" dygtige nok til at give deres viden videre

Svarerne deler sig i tre næsten lige store grupper. Ca 1/3 mener overvejende ja, 1/3 overvejende nej, mens resten mener at de nogle gange er dygtige nok, andre gange ikke.

Som forudsætning for at være gode til at give viden fra sig, nævnes faglig kompetance: "Hvis de virkelig har "check" på tingene - ja, hvis ikke - så nej". Men først og fremmest er det dog den sociale kompetance der fremhæves :

> "Kommer an på hvor "social" den dygtige er, om han kan bære over med at nogen skal have forklaret en ting flere gange"

og videre kommer det an på om de dygtige er

> "villige til at fortælle det de ved om tingene"

Som eksempel på dårlige "dygtige" nævnes:

> "for overlegne og dominerende, så de dårlige føler sig totalt åndssvage", og "de fleste tænker kun på, hvor hurtigt de selv kan bliver færdige"

og endelig nævner en, at nogle dygtige "gemmer deres viden".

7) Skal en matematiklærer have specielle egenskaber ?

6 svarer nej, 2 svarer ja og 1 ved ikke. Resten svarer ikke direkte, men remser blot en række egenskaber op, som man må formode de betragter som særligt vigtige for matematiklærere, ellers ville de vel blot svare nej.

Det gennemgående krav til en god matematiklærer er, at han/hun skal være god til at lære fra sig. Dette meget generelle krav nuanceres på forskellig vis : "kunne forklare den samme ting på forskellige måder", "forklare enkelt og klart" og som pædagogisk kvalitet, der knyttes eksplicit til matematik som fag nævnes, at læreren "skal kunne skabe interesse omkring matematik, da det tit er tørre tal", og "matematik er et tungere fag, derfor skal læreren være god til at forklare stoffet på flere matematiske korrekte måder". Endelig fremhæver flere evnen til at "sætte sig ned på vores plan", som en vigtig egenskab for en matematiklærer.

En enkelt af pigerne mener, at en matematiklærer skal kunne føre en "nogenlunde hård disciplin", ellers bliver der nok ikke lavet nok, f.eks ved de svære opgaver.

8) Hvordan får læreren alle til at deltage aktivt ?

6 mener , at læreren skal gøre undervisningen "interessant" og "spændende", men kun en giver anvisning på, hvordan det skal gøres:

> "Lade eleverne bestemme mere, for så får vi de interessanteste emner" (en pige)

4 fremhæver lærerstyringsteknikker som at "spørge dem, der ikke rækker hånden op", og 3 anbefaler mere disciplin og ro i klassen. En mener slet ikke det er lærerens opgave og en mener, at manglende aktivitet skyldes at mange ikke bryder sig om at gå i skole. Endelig mener en(pige), at det kommer an på lærerens person, han/hun skal være "selvsikker og erfaren".

9) Skal læreren blande sig i gruppearbejdet ?

Det svarer alle bekræftende på, bortset fra en enkelt der undlader at svare. 7 mener læreren har blandet sig for lidt, resten mener det har været tilpas. Der er ingen der mener hun har blandet sig for meget.

10) Elevindflydelse

Med hensyn til emnet mener 11, at de har haft nok indflydelse, mens 9 mener de har haft for lidt (4 af 6 piger mente de havde haft for lidt).

Med hensyn til arbejdsformen mener samtlige piger, at de har haft nok indflydelse, mens halvdelen af drengene mener de har haft for lidt og den anden halvdel var tilfredse.

11) Har det sidste forløb været for løst/tilpas/for fastlagt ?

Over halvdelen (12) mener det har været for løst, det har været "rodet", "ikke kontante svar", "for meget papir" og det har været svært at finde "hoved og hale" på det. Resten (8) mener det har været tilpas.

12) Den ideelle matematiktime

Næsten halvdelen forbinderden ideelle matematiktime med en time, hvor de forstår stoffet og føler de lærer noget. Ca. 1/3 mener det er en time,hvor alle er forberedte , der er ro i klassen og alle er koncentrerede, og man kommer til tavlen. Kun to stiller krav til indholdet, det skal være "halvsvært", "underholdende", "interessant" og "fagligt lærerigt".

13) En dødsyg matematiktime

Som et mareridt af en matematiktime fremhæver næsten alle "7.time", som optræder som synonym for uoplagthed, larm, manglende koncentration og opmærksomhed og igen nævnes den manglende forberedelse som et problem.

Udover dette fællestræk nævnes "hvis læreren kun står og snakker", "snak mellem 3-4 elever og læreren", "at læreren lirer en hel masse af, som det er umuligt at forstå". Netop det, at man ikke forstår stoffet , forbinder 1/4 af eleverne med en dødsyg matematiktime.

Kun 2 forbinder mareridtet med indholdet, når "stoffet er kedeligt er der ingen der følger med ⇒ larm og intet fagligt udbytte", eller "Bevis, bevis,....Bevis".

En enkelt elev sammenfatter de fleste af rædslerne i denne skildring:

> "Alle støjer, vi bliver sat i grupper og skal selv finde ud af noget, som vi ikke kan og det hele går agurk".

14) Hvor lang tid til hjemmeforberedelse til timer ?

Til klasseundervisning: Pigerne forbereder sig i gennemsnit 21 min. (i:1o-3o min.) og drengene 33 min heraf 1 der ikke forbereder sig (i:o-9o).

Til længerevarende gruppearbejde: pigerne bruger i gennemsnit 29 min (1 forbereder sig ikke) (i:o-6o). Drengene bruger i gennemsnit 23 min (2 forbereder sig ikke) (i:o-9o).

Til kortvarigt gruppearbejde: pigerne bruger i gennemsnit 41 min (i:1o-7o), 1 svarer ikke. Drengene bruger i gennemsnit 18 min (i:o-3o),1 forbereder sig ikke og 2 svarer ikke.

15) Hjemmeforberedelse til skriftlig matematik

Pigerne bruger i gennemsnit 66 min (i: 3o-1o5 min)
Drengene bruger i gennemsnit 118 min (i: o-18o min).

16) Det mest interessante ved sidste undervisningsforløb

Kun 3 piger har bud på, hvad det mest interessante ved sidste undervisningsforløb har været, 1) beviser, 2) brug af log.papir, 3) resumeet, fordi hun da bedre fattede sammenhængen. En ved ikke og 2 svarer slet ikke.

Af drengene nævner 2 det, at finde funktionsudtrykket og ellers nævnes halveringstid, log.papir, sammenhængen med fysik og det at anvende det til andet end matematik. 4 svarer "ikke noget" og 4 svarer slet ikke.

Det mest kedelige

En pige mener der var for mange gentagelser p.g.a. uforberedte elever, en ved ikke og resten svarer ikke.

Af drengene mener 2, at beviserne var det mest kedelige. 2 syntes dét, de ikke kunne finde ud af, en mener gruppearbejdet (generelt imod gruppearbejde), 9 svarer ikke, heraf én der mener læreren ikke har lært ham noget.

17) De vigtigste forskelle mellem din og din parallelklasse

Hos pigerne er der forskellige bud, de mener deres egen undervisning er mere interessant, at de overvejende har gruppearbejde i modsætning til parallelklassen, hvor der endvidere er "kæft,trit og retning", og selv har de mere indflydelse på emnerne.

Drengene (3) mener, de andre har mere teori, for meget disciplin, læreren bestemmer (en mener de andre har en bedre lærer), de har mere blækregning og flere beviser - flere lektier. Selv har de en mere elevvenlig undervisning (knap så koncentreret), har det mere frit og har mere gruppearbejde. 2 svarer ikke.

18) Er matematik der handler om virkeligheden lettere at forstå, end abstrakt matematik ?

Alle, bortset fra 3 drenge, mener at den matematik der handler om virkeligheden, er lettere at forstå end den abstrakte matematik, 2 mener ikke der er forskel og en synes ikke det er lettere.

19) Hvorfor går gruppearbejdet i stå ?

De allerfleste mener, at gruppearbejdet går i stå p.g.a. manglende forberedelse, dernæst fordi det er for svært og de har svært ved at koncentrere sig. Man kommer for sent igang - har "glemt materialet", kører fast i et problem, man ikke kan løse eller simpelthen ikke gider lave noget.

2o) Spørger du læreren indtil du har forstået stoffet ?

Lidt over halvdelen (12) af eleverne bliver ved med at spørge læreren indtil de har forstået stoffet, en gør det nogen gange, resten gør det slet ikke (8) og 3 af disse 8 spørger heller ikke sidekammeraterne, hvilket de fleste andre gør.

21) Hvad var særligt svært at forstå ved sidste forløb ?

3 piger og 3 drenge nævner beviserne som noget, der var særligt svært at forstå. Nogle (2) nævner log.funktioner og hvor de skulle bruge log. på lommeregneren, når de ikke vidste hvad/hvordan den regnede det ud. Nogle nævner eksponential funktioner og det, at skelne mellem eksponentiel og eksponential funktioner.

Hvad var særlig let at forstå ?

Særlig let var det at indtegne på log.papir (3), at finde funktionsudtrykket, samt første del af eksponentialfunktioner. 1o svarede ikke og 2 mener ikke der var noget, der var særlig let at forstå.

22) Hvad menes der med at forstå matematik ?

Samtlige piger mener at forstå matematik er, at kunne regne opgaver, - forstå udregningerne, fatte sammenhængen så man kan bruge det i andre opgaver.

Mere end halvdelen af drengene mener, at det at forstå matematik er, at kunne se logikken og sammenhængen i beviser og udregninger - lære de matematiske tankegange og fremgangsmåder, at kunne bevise dit og dat. 3-4 drenge nævner det at løse opgaver er det samme som at forstå.

23) Pointen i den matematik I har beskæftiget jer med

Kun en pige mener der har været en pointe i forløbet, nemlig det, at matematik kan bruges i andre fag (graferne). En pige mener ikke der har været nogen pointe og 4 piger svarer ikke.

Hos drengene er der ikke to bud på hvad pointen har været der er ens, men de skal dog nævnes alligevel. Der nævnes det, at kunne regnereglerne, at kunne se på et funktionsudtryk om det er en eksponentialfunktion eller en potensfunktion, kunne udregne radioaktivt henfald, lære brugen af logaritmer, at kunne bruge det senere i sin hverdag, at se, at hvis man tegner en eksponentialfunktion ind på et stykke log.papir, får man en ret linje, kulstof 14-metoden. 6 svarer ikke

24) Skal der undervises i matematik i gymnasiet ?

Alle, bortset fra eń, mener der skal undervises i matematik i gymnasiet, 2 savrer ikke. Hos pigerne er der en hel klar tendens i begrundelsen herfor, nemlig "at det kan bruges bagefter" (5).

Hos drengene er der ikke nogen klar tendens i begrundelserne, der nævnes alt lige fra det, "at lære at udvikle sin fantasi og løse problemer" til det, "at det er nødvendigt senere i livet - dog mangler "handelsskabsfag" såsom bogføring og handelsbreve". Nogle mener, "det kommer an på ens videre uddannelse", at det "skulle være frivilligt", at "matematik skal laves om, så det er noget man kan bruge i dagligdagen", at "erhvervslivet kræver det" eller simpelthen, at "gymnasieformen skal ændres". Det sidste nævnes af en der siger nej til, at der skal undervises i matematik i gymnasiet.

25) Kan mat.undervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?

Eń pige og 2 drenge mener godt det kan lade sig gøre, mens resten mener dette ikke kan lade sig gøre, bortset fra eń enkelt der ikke svarer.

Af de 3 der svarer ja på spørgsmålet, begrundes dette af eń med, at "det ville være lettere at se sammenhængen og nytten af at lærer det så", af en anden med,at "hvis alle fag kørte en del af en helhed, så det kunne samles".

Som begrundelse for,at det ikke kan lade sig gøre, svarer flere (5), at det ville være forvirrende og rodet og at det ville være svært at koncentrere sig om 2 fag på en gang. Andre mener , at "matematik er meget selvstændigt", "matematik er for stort til at være en del af et andet fag", at det er nødvendigt at gennemgå de matematiske grundprincipper", eller at "den mængde matematik som er nødvendig for at kunne klare sig i samfundet, ikke kan dækkes ind under andre fag". 2 mener dog, at dele af matematikken kunne læres i fysik og samfundsfag.

26) Kender du eksempler på, at matematk anvendes i samfundet ?

Alle på nær 2 kender eksempler på, at matematik anvendes i samfundet. Der nævnes eksempler som "rentesregning i banker og på kontorer", "eksponentialfunktioner i forbindelse med A-kraft", "differentialregning - ingeniører"

"geografi - teknisk tegning og selvstændige arkitekter", "statistik og sandsynlighedsregning - stat og kommune" og "addition og summation hos købmanden".

27) I andre fag i gymnasiet

Alle kender eksempler på, at matematik anvendes i andre fag i gymnasiet :
FYSIK nævnes af 16: herunder matematiske emner som eksponentialfunktioner, tabeller kurver og log.papir.
KEMI nævnes af 5: eksponentialfunktioner, procentregning og statistik.
GEOGRAFI nævnes af 4: eksponentialfunktioner og statistik.
SAMFUNDSFAG nævnes af 5: tabeller, kurver, statistik og sandsynlighedsregning.
HISTORIE nævnes af 4: tabeller, kurver, plus, gange og dividere.

28) Har du brugt matematik til andet end skolebrug ?

3 piger og 7 drenge har brugt matematik til andet end skolebrug. Pigerne har brugt det til "regnskab", "rentesregning til at hjælpe sin far med et lån", den sidste pige fortæller ikke hvad hun har brugt det til.

Af drengene har 4 brugt rentesregning til "bankbøger" "opsparing", "obligationer", "økonomiske ting og sager" eller simpelthen til at "regne renter". En har brugt "købmandsregning", en anden "gammeldags regning og geometri til teknisk tegning" og en tredje mener at have brugt "(log.) potensregning til noget elektronik". Halvdelen af eleverne har ikke brugt matematik til andet end skolebrug.

29) Tror du, du kommer til at bruge matematik efter gymnasiet?

5 piger og 10 drenge mener de kommer til at bruge matematik efter gymnasiet, 1 pige ved ikke og 4 drenge mener ikke de får brug for det.

Pigerne får brug for det i forbindelse med "regnskab", "alt med økonomi - til egne finanser", "banklån" og"uddannelse som bankassistent".

4 drenge vil bruge matematik i forbindelse med videre uddannelse, 1 til egen økonomi, 4 nævner intet konkret og 1 vil bruge summation til at tælle biler.

30) Kræver det andre evner at lære matematik end andre fag ?

4 piger og 9 drenge mener det kræver specielle evner at lære matematik, 1 pige ved ikke og 1pige og 5 drenge mener ikke det kræver specielle evner i forhold til andre fag.

Som speciel evne nævnes "logisk tankegang" af 3 piger og 5 drenge, 2 piger nævner at "tænke abstrakt" samt "hurtig opfattelsesevne". Drengene nævner endvidere det, at "have sans for matematik", at være "fremadtænkende" og"rationel tænkning".

31) Hvad ville du sige, hvis du skulle forklare en udenforstående, hvad matematik er ?

Hvis piger skulle forklare hvad matematik er, ville de svare: noget med tal/størrelser, aftagende/voksende værdier, formler, beviser og opgaver.

Drengene ville forklare : det er noget med tal, formler, noget man har brug for, for at kunne tænke logisk; læren om logiske beregninger med en masse ubekendte, modsat regning; læren om tals forskellige måde at optræde på; og det er når man forsøger at gøre noget nemt, helt uoverskueligt og forvirrende. Halvdelen af drengene(7) svarer ikke.

32) Hvad er for dig det vigtigste at få ud af matematikundervisningen ?

Antal elever fordelt efter prioritet af emne:

	A		B		C		D		E		F		G		H	
	♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀	♂	♀
1.	3	3	4		1	3	2		2		1		3		1	
2.	2		3	2	5	2	1		1				2	1		1
3.			2	2	6			1	2				2	3		
4.	3	1	2	1	1		1	1	2	2	1		1	1	1	
5.	3		1		1	1	2	1	3	2	1		3		2	1
6.	1	2	2	1			3		1		4	2	3		1	
7.	1						1	1	1		4				3	4
8.	1						3			1	3	3		1	4	

A: sjovt/interessant
B: brugbar til vid. udd.
C: brugbar i dagl.dagen
D: regne eksamens opg.
E: tænke logisk
F: gennemføre et bevis
G: anvende mat. i andre sammenhæ.
H: analysere mat. modeller

	A	B	C	D	E	F	G	H
point	126	139	15o	84	98	68	127	71
Middelværdi	6.3	6.95	7.5	4.94	5.76	3.58	6.35	3.94

Den samlede "hitliste" kommer til at se således ud:

1: den skal være brugbar i dagligdagen
2: den skal være brugbar til videre uddannelse
3: den skal være brugbar i andre sammenhænge
4: det skal være sjovt og interessant
5: man skal have skærpet evnen til at tænke logisk
6: man skal lære at regne eksamensopgaver
7: lære at opstille og analysere matematiske modeller
8: man skal lære at gennemføre et bevis

33) Hvor lang tid har du ca. brugt på at udfylde spørgeskemaet ?

o - 15 min.: 2 drenge
15 - 3o min.: 3 piger og 6 drenge
3o - 45 min.: 2 piger og 5 drenge
45 - 6o min.: 1 pige, samt 1 dreng der har brugt "15 timer".

34) Kan du lide matematik ?

Alle pigerne og 9 af drengene kan lide matematik, 1 dreng ved ikke og 3 bryder sig ikke om det.

8.4 METODE-PROBLEMER

Vi vil i dette afsnit anføre nogle metodologiske problemer og svagheder i vores fremgangsmåde.

De tre klasser vi fulgte, var ikke på samme niveau (skole 1, var på A-niveau, de to andre på B-niveau). Derfor må sammenligning mellem klasserne tages med et vist forbehold.

Forsøgene havde kun kørt i et halvt år, da vi startede vores observationer. Derfor kan man ikke forvente, at der holdningsmæssigt er sket de store skred. Vi kan derfor kun tillade os at pege på tendenser i så henseende.

Idet den strøgede emneliste betyder, at mængden af emner, der skal gennemgås er blevet mindre, må man formode, at den forøgede tid til de resterende emner, i sig selv giver en bedre indlæring - uanset om emnet er anvendt matematik eller ej.

Da den tese,vi ville undersøge, var, at matematik, der er direkte anvendeligt i hverdagen, er mere motiverende end 'teoretisk' matematik, er det en svaghed, at den matematik, der blev gennemgået i den periode, vi havde mulighed for at følge undervisningen, ikke var direkte anvendeligt i hverdagen. De havde tidligere kørt et forløb om rentesregning, som ville have været mere oplagt at undersøge.

Det er velkendt,at selve det,at man iagttager noget, påvirker resultatet. Men det var nu vores indtryk, at både lærere og elever, var temmelig upåvirkede af vores tilstedeværelse. Det hænger formodentlig sammen med, at vi fulgte klasserne over en så forholdsvis lang periode (ca. 6 uger).

Det at spørgeskema-besvarelserne var anonyme, betød at vi ikke kunne sammenholde elevernes egne erfaringer og vurderinger direkte med vores iagttagelser. Vi prioriterede imidlertid anonymiteten, fordi vi formodede, at det ville give den største åbenhed og ærlighed i besvarelserne.
Vi kom senere i tanker om, at vi nok burde have spurgt eleverne om, hvor de selv mente, de befandt sig i klassebilledet - aktiv, stille, flittig, eller dygtig. Det kunne have givet os en fornemmelse af forskellene mellem de dygtiges - og de mere svage elevers vurderinger af undervisningen.

Spørgeskemaerne blev besvaret under forskellige omstændigheder. På skole 1 og 2 havde eleverne skemaerne med hjemme, mens de på skole 3 udfyldte dem i timen. Dette betød bl.a. at besvarelsesprocenten for de to første skoler var mindre end for skole 3. Det påvirker helhedsindtrykket af besvarelserne, fordi man ikke kan vide, hvem det er,der ikke har besvaret spørgsmålene.

Generelt er vores materiale så lille, at vi ikke kan tillade os at udlede noget generelt. Men vi mener, det er forsvaligt at pege på nogle kvalitative tendenser.

KAPITEL 9.

ANALYSE AF UNDERSØGELSESRESULTATERNE.

I dette kapitel vil vi, ved at sammenholde elevernes, lærernes og vore egne udtalelser, se på om eleverne i forsøgsklasserne, hvor der bl.a. lægges vægt på anvendt matematik, er mere interesserede og motiverede og om deres faglige udbytte er bedre eller anderledes i forhold til elever, der har modtaget 'normal' undervisning. Endvidere er vi interesserede i at afgøre om eleverne har ændret deres matematikopfattelse.

Som tidligere nævnt (i kap. 6) kan vi i denne undersøgelse ikke have 'kontrolklasser' at sammenligne med, og vi må derfor basere vores konklusioner på lærerudsagn og elevernes egen sammenligning med deres egen 1.g matematik. Vores observationer i klasserne er ikke til meget nytte her, da vi ingen erfaring har med 'normalundervisning'.

De forventninger til og forestillinger om 'normal' undervisning, vi alligevel har, stammer hovedsagelig fra vores egne gymnasieoplevelser. Matematiktimerne her var præget af tavse elever på rækker. Kun en mindre gruppe var aktive og havde fingrene i vejret og mange var hægtet af. Der var forskellige elevstrategier for at undgå at blive hørt og nervøsitet for en pludselig prøveregning.

Den typiske form var klasseundervisning efter en lærebog som Kristensen og Rindung over følgende skabelon:
overhøring af lektien, lærergennemgang af nyt stof, lektier for til næste gang, afbrudt af gennemgang af blækregning og evt. opgaveregning, hvis der var tid til overs. Vi vil i det følgende referere til denne form som 'traditionel matematikundervisning'.

Matematik blev af mange oplevet som et svært men vigtigt fag, selv om man ikke vidste, hvad det kunne bruges til bort set fra eksamen. Det var også et fag med mange lektier, og hvis man ikke var god til det, var man dum og uegnet til boglig uddannelse.

Disse meget subjektive forestillinger og forventninger er del af den baggrund, vi ser forsøgsundervisningen på.
Vi har dog med hensyn til at vurdere elevernes matematikopfattelse en vis mulighed for at sammenligne med klasser, der ikke er omfattet af forsøgsordningen, idet IMFUFA tekst nr. 24 fra 1979 beskriver en undersøgelse af 250 2.g. elevers matematikopfattelse.

Endelig er vi gået ud på gymnasierne med øjne og ører åbne for at registrere forhold og problemer i forbindelse med motivation, interesse, indlæring og anvendt matematik.

9.1. Analyse af undersøgelsesresultaterne på skole 1.

Er elevernes interesse og motivation større.

Vi vil først forsøge at afgøre, om eleverne i forsøgsklassen var mere interesserede eller mere motiverede i matematiktimerne end elever normalt er i den sædvanlige matematikundervisning.

Vi spurgte læreren, om han kunne vurdere eleverne i forhold til tidligere mF-klasser. Det kunne han ikke, da det var hans første mF-klasse. Vi bad eleverne sammenligne den nuværende matematikundervisning, dels med matematikundervisningen i 1.g. og dels med undervisningen i andre fag, og bad dem svare på, om timerne var sjovere, lettere og behageligere (Sp.2). Svarene her var ret entydige, idet timerne var både sjovere og behageligere at komme igennem end både 1.g. matematiktimerne og timerne i de fleste nuværende andre fag. Til gengæld var timerne sværere at komme igennem end både 1.g.'s matematiktimer og timer i andre fag. Vi tolker her svarene sådan, at det først og fremmest har været det faglige indhold samt forhold omkring arbejdsformen (jf.sp.21), der har været sværere, selv om det ikke direkte er det, der er spurgt om. Ellers ville de allerfleste svar være selvmodsigende, idet timerne så opfattes som sjovere, behageligere og sværere at komme igennem på én gang. Den 1.g eleverne sammenligner med er

imidlertid tre forskellige klasser, hvor det eneste ensartede har været pensum. Ca. halvdelen af klassen har haft den nuværende lærer, mens de øvrige har været fordelt på to klasser med to andre lærere. Nogle af de andre fag eleverne sammenligner med er fællesfag, dvs. fag der læses i stamklasserne. Forskelle kan altså også skyldes forskelle i miljøerne i de tre stamklasser, der er større og på grenholdet, der er mindre. Selv om sammenligningsgrundlaget derfor er forskelligt kunne det tyde på, at eleverne oplever timerne rarere end både i 1. g. og i andre fag. Vi vender senere tilbage til hvorfor.

En anden måde at forsøge at indkredse interesse og motivation på er at se på arbejdsindsatsen i timerne såvelsom derhjemme. Ved forberedelse til timerne hjemme bad vi eleverne om at skelne mellem forberedelse til tre forskellige undervisningsformer: a) ren klasseundervisning, b) længerevarende gruppearbejde og c) korterevarende gruppearbejde kombineret med klasseundervisning (Sp.14). Der var ikke den store forskel på den gennemsnitlige forberedelsestid (ca. 25 min. til hver gang). I forhold til vores observationer forekommer elevopgivelserne os lidt optimistiske, og selv om vores observationer fandt sted i de to grupper, hvor arbejdsdisciplinen nok var lavest er vores fornemmelse, at elevernes angivelser er i overkanten. Om dette er bevidst fra elevernes side, eller om det er elevernes forestillinger om den tid de synes de burde bruge, men som de sjældent når i virkeligheden, skal vi lade være usagt.

Eleverne kommer i forbindelse med andre spørgsmål ind på arbejdsdisciplinen. I spørgsmål 3 bliver de bl.a. spurgt om dårlige ting ved gruppearbejdet, og her nævner 10 af de 14 den dårlige arbejdsdisciplin: dels manglende arbejdsmoral i timerne og dels manglende lektiegivning og -lavning. Observationsrapporten bekræfter også problemerne med arbejdsmoralen og eleverne diskuterer det selv ved evalueringen efter forløbet.

Eleverne og læreren mener, at elevernes arbejdsindsats generelt har været for lav, og vores observationer understøtter, at de har ret.

Herudaf kan man imidlertid ikke konkludere, at eleverne hverken er interesserede eller motiverede.
Den manglende arbejdsmoral er nok snarere et udtryk for det frie selvstyrende projektarbejdes placering i en time om dagen omgivet af andre timer i andre fag, hvor kravene stilles mere kontant. Hvis disciplinen er hårdere i andre fag, kan matematiktimerne blive en oase, hvor læreren ikke hænger over skulderen på en, hvor presset tager lidt af, og hvem kan så modstå fristelsen for at slappe lidt af, både i timen og ved forberedelsen. Projektarbejdsformen afføder denne oaseeffekt, når den er isoleret til kun et enkelt fag i hele den fagrække, eleverne belastes med. Svarene på spørgsmål 2, om at timerne er behageligere (og sjovere) må også forstås i denne sammenhæng, og det faktum, at nogle elever forbereder sig mindre til gruppearbejdsforløbet end til klasseundervisningen understøtter, at den manglende kontrol fører til dårligere arbejdsindsats for nogle.

En anden grund til den manglende arbejdsindsats er, at det matematiske stof er svært. Ved elevevalueringen kom det frem, at nogle elever mistede interessen og blev sløve, fordi de blev hægtet af fagligt. I spørgsmål 16, om det mest kedelige ved undervisningsforløbet, svarede over halvdelen af de der svarede (5 af 9), at det matematiske stof var (for) svært. Eleverne har ikke været så gode til at forklare hinanden, hvordan det hang sammen, hvilket også fremgår af observationsrapporten, dels i de observerede grupper og dels ved elevevalueringen.(Dette vender vi tilbage til i afsnittet om "fagligt udbytte").

En tredje grund kan være, at den frie arbejdsform åbner mulighed for, at eleverne også kan få tilfredsstillet nogle af deres sociale behov i grupperne. De kan få snakket sammen om andre ting og prøvet hinanden af på mange andre områder end lige netop de faglige. At de kan få lov til det, har den positive effekt, at eleverne befinder sig godt i grupperne, og at der opnås et mere trygt miljø, mens det har den negative effekt, at de ikke når så meget fagligt.

På baggrund af ovenstående, kan vi ikke slutte noget om, hvorvidt interessen og motivationen er større eller mindre i forsøgsundervisningen sammenlignet med 'normal' undervisning. Dels har vi ikke et brugeligt sammenligningsgrundlag og dels - og det er nok det vigtigste - er der en række andre faktorer end de rent indholdsmæssige ved forsøgsundervisningen, der kan modvirke at eventuelle interesser udfolder sig - bl.a. oaseeffekten.

Hvad betinger større interesse og motivation.

Oprindelig forestillede vi os, at interessen og motivationen blev større i faget, hvis det faglige indhold var relevant for eleverne, og hvis de selv var i stand til at bestemme arbejdsform og indhold.

Det bliver en lidt lang vej at nå frem til en konklusion herpå. Vejen går lidt bugtet gennem følgende landskaber: Først ser vi på elevinteresser i forhold til det sidste undervisningsforløb, hvad var godt? og hvad var dårligt? og her kan der afdækkes nogen modsætninger i elevsvarene. Det er nødvendigt at inddrage en nærmere vurdering af 'frustrationspædagogikken' her, da den er central for nogle af de modsætninger vi ser. Dernæst kommer et afsnit, der indkredser elevernes subjektive interesser og hvad der betinger dem, og elevernes objektive interesser. Heri diskuteres det, hvor undervisningen kan tage sit udgangspunkt i forhold til elevinteresserne. Forskellige elevtyper diskuteres for nærmere at afdække, hvad der betinger interesse og motivation. Endelig når vi frem til en konklusion om, hvilke forhold, der er af betydning for elevernes interesse og motivation.

Indholdet i sidste undervisningsforløb.

Vi vil først se på elevernes umiddelbare interesser overfor matematikundervisningen ved at se, hvad de mener om indholdet i det sidste undervisningsforløb.
Vi spurgte dem om, hvad der havde været sjovt ved gruppearbejdet (Sp.3) og hvad der havde været mest interessant ved for-

løbet (Sp.16). De fleste elever svarer nogenlunde ens på de to spørgsmål, og har altså opfattet dem som nogenlunde synonyme. De fleste af de, der svarer, synes, at de praktiske forsøg har været det sjoveste og det mest interessante. Enkelte synes det, fordi forsøgene har repræsenteret en afveksling og har været sjove at udføre, mens de fleste synes, at det interessante også har været forsøgsresultaterne i forhold til modellerne, altså sammenligningen mellem model og virkelighed; "sjovt at se, at de teoretiske ligninger virker" som en skriver. Mange af dem mener også, at det sjove og interessante har været gruppearbejdet, hvor de selv styrede undervisningen, hjalp hinanden med matematikproblemer, og hvor de kunne snakke uden lærerens indblanden.

Der er et lidt andet og spredt mønster i svarene på, hvad der har været mest lærerigt (Sp.3): ca. en tredjedel refererer til arbejdsformen (f.eks. arbejde og tænke selvstændigt, gruppeansvar), mens lidt færre nævner modelløsning og at behandle matematik i praksis.
De forhold, der værdsættes af eleverne i forløbet er altså udførelsen af eksperimenterne, den selvstændige arbejdsform og endelig erkendelsen af forholdet mellem matematik og virkelighed.

Vi spurgte også, om det mest irriterende og dårlige ved gruppearbejdet (Sp.3) og det mest kedelige ved undervisningsforløbet (Sp.16). Ud over de massive svar om den manglende arbejdsindsats nævner en hel del elever, at det matematiske stof har været for svært. Et tredje svar var, at man ventede for mange gange på læreren, når han var optaget i andre grupper. Ifølge observationsrapporten var matematikken så svær, at en del blev hægtet af i grupperne.

Arbejdsformen i undervisningsforløbet.

Gruppearbejdet i det længerevarende projektforløb værdsættes som sagt af en del elever, fordi det giver større selvstændighed og mulighed for at hjælpe hinanden. Samtidig er den manglende arbejdsindsats i gruppen elevernes væsentligste an-

ke overfor forløbet. Vi spurgte dem også, om de synes de var blevet bedre til gruppearbejde (Sp.4), hvilket den ene halvdel synes men ikke den anden. Nogle svarer, at de er blevet bedre til at strukturere og planlægge arbejdet, men nogle af de samme elever mener, sammen med de fleste af eleverne iøvrigt, at forløbet har været for ustruktureret (Sp.11). Observationsrapporten beskriver, at det har været svært for grupperne at planlægge arbejdet, enten har en enkelt elev styret og planlagt (Gr.2) eller planlægning har ikke fundet sted (Gr.4). De fleste synes også, at forløbet har været for langt. Når eleverne nu har haft disse frustrationer undervejs, kan man spørge, hvorfor forløbet ikke blev strammet op på et tidspunkt? Eleverne har nok ikke været i stand til det, da det er deres første projektarbejde og deres erfaringer derfor er små. Måske har de heller ikke været så interesserede i det, af frygt for at oasen så måske bliver mindre behagelig.. Læreren har bevidst ikke gjort det - jf. interviewet - idet eleverne netop skulle gøre sig nogle erfaringer med arbejdsformen, og disse erfaringer gøres bedst gennem de frustrationer eleverne oplever undervejs. Disse skal så selvfølgelig samles op ved elevevalueringen og bearbejdes i det videre forløb.

Elevmedbestemmelsen i undervisningsforløbet.

Læreren besluttede emnet og arbejdsformen i forløbet, hvilket de fleste elever skriver (Sp.10) og som læreren bekræfter i interviewet. Halvdelen af eleverne mener ikke de har haft nok indflydelse på emnet, mens over halvdelen mener, at de har haft nok indflydelse på arbejdsformen. At der har været størst enighed om arbejdsformen er nok rigtigt, idet klassen har haft et længerevarende klasseundervisningsforløb (om differentialregning) som både lærer og elever var godt trætte af ifølge lærerinterviewet. Men halvdelen mener altså bagefter, at de ikke har haft indflydelse på emnet. Samtidig har vi set, at de har været i stand til selv at foreslå nyt emne (se observationsrapp.) samt selv at bestemme arbejdsform til næste forløb. Det blev, som hovedparten har svaret i spørgsmål 5: klasseundervisning med gruppearbejde, med en klasseundervisningsdel på over 50%.

Eleverne har altså gennem undervisningsforløbet fået nogle erfaringer, der gør dem lidt bedre i stand til at formulere krav til undervisningens indhold og form.

Ifølge læreren er det nødvendigt - for at elevernes medbestemmelse kan blive reel - at eleverne udsættes for forskellige frustrationer undervejs, der kan få dem til at reflektere over hvad der er galt, og hvad der kunne være bedre. Læreren kunne godt arrangere undervisningen efter et fast skema, så både han og eleverne kom ind i en fast rutine, hvor hver time var skåret over samme læst, og det ville ingen frustrationer afføde. Men heller ingen selvstændighed hos eleverne eller nogen større forståelse for matematik og dens anvendelse. Derfor blev klasseundervisningen om differentialregning kørt langt ud, hvorefter projektarbejdet i grupper også varede længe og gav anledning til frustrationer over ustrukturerethed og manglende arbejdsmoral. Målet er selvfølgelig ikke frustrationerne, men at eleverne gør sig erfaringer, som så selvfølgelig skal behandles.

Det er imidlertid vigtigt at gøre sig klart, hvilke frustrationer eleverne får, og hvordan der løses op for dem. Frustrationer over manglende arbejdsmoral og manglende følelse af kollektivt ansvar er nogen oplevelser, der kan føre gode ting med sig på længere sigt. Forholdene har været diskuteret i klassen og kan bearbejdes i næste projektforløb. Frustrationer over manglende resultater eller manglende faglig kunnen til at løse problemerne selv er imidlertid værre. Det viste sig at matematikken i forløbet var så svær, at eleverne ikke på egen hånd kunne løse problemerne. De måtte hele tiden have lærerhjælp til de matematiske problemer og kunne altså ikke selv lære sig og bruge matematikken. Dette gav dem - måske igen - en følelse af at matematik er meget svært og at de selv er for dumme, og det har en modsat virkning i forhold til lærerintentionen om, at eleverne selv skal bruge og turde bruge matematik. Samtidig begrænser det elevernes muligheder for at styre forløbet selv. Disse frustrationer er også medvirkende årsag til kravene om større lærerstyring.
Projektarbejde i matematik i gymnasiet stiller derfor store krav til tilrettelæggelse, hvis eleverne skal opleve, at de

selv kan bruge matematik til beskrivelse af en eller anden virkelighed.
'Frustrationspædagogikken' - som jo også er udbredt på RUC - rejser også andre problemer, som vi vender tilbage til i afsnittet om fagligt udbytte om lidt. Det drejer sig om, at svage elever lettere tabes, og at en sådan pædagogik kræver et trygt miljø.

Modsætninger i elevsvarene.

Vi vil nu vende tilbage til eleverfaringerne ved det netop overståede projektforløb, og for lige kort at resummere, så skulle man tro, at et ideelt matematikforløb fremover for eleverne ville være et selvstændigt gruppearbejde med et emne eleverne selv har valgt, hvor matematikken har med virkeligheden at gøre, hvor man har en høj arbejdsmoral og endelig hvor alle i gruppen er i stand til at forstå matematikken.

Vi bad eleverne i spørgsmål 12 om at beskrive en ideel matematiktime. Ni elever kommer med et bud og alle forestiller sig en almindelig klasseundervisningstime - som hos dem vil sige både tavleundervisning og små gruppearbejder - hvor succeen består i, at læreren er veloplagt og eleverne forstår det hele.
Et mareridt af en dødsyg matematiktime (Sp.13) er nogenlunde det samme med modsat fortegn: klasseundervisning, hvor læreren surt laver uforståelig undervisning ved tavlen hele tiden. Spørgsmål 5 peger i samme retning, idet ingen synes, at resten af årets undervisning kun skal foregå i grupper. De fleste synes - som nævnt - at det skal være en blanding med mest klasseundervisning.

Der er altså en modsætning mellem, hvad eleverne oplever som noget positivt i sidste forløb og deres forestilling om den ideele matematiktime. Kravet fra eleverne om klasseundervisning kan her ses som en reaktion på det frie forløb, de lige har haft. Det frie forløb er også efter lærerens mening kørt så langt ud, at eleverne er trætte af det, og deres behov for en fastere styring kommer til udtryk i ønsket om mere struktureret undervisning. For nogle af elevernes vedkommende kan ønsket være forårsaget af, at deres faglige udbytte af forløbet har været minimalt. Om elevernes ønske om mere styring er af mere permanent karakter er svært at sige, men hvis de forskellige elevsvar om gruppearbejdets positive sider står til troende, er dette nok ikke tilfældet for manges vedkommende.

Vi har i ovenstående set, hvilke forhold eleverne har været interesserede i i det overståede forløb - og som derfor har virket positivt på motivationen, og vi har set deres interesse i et mere styret forløb som først og fremmest en reaktion på det frie forløb. Hvad der imidlertid betinger interesse og motivation er stadig et spørgsmål.

Elevernes subjektive og objektive interesser.

Har eleverne nogen umiddelbare interesser i forhold til matematik? Skal man tage udgangspunkt i elevernes egen erfaringsverden kan man sige - som læreren i interviewet - "hvor har eleverne umiddelbart brug for differentialregning? Det har de ingen steder overhovedet". Men - som læreren fortsætter - elevinteresser og behov findes på forskellige niveauer og nogen interesser kan eleverne formulere, andre ikke. De interesser de kan formulere - som måske ikke er i overensstemmelse med deres subjektive interesser - er præget af, at de skal have gode karakterer, en videre uddannelse, at de har hørt, at det er godt at kunne et eller andet til et eller andet. Samtidig spiller deres ret traditionelle opfattelse af, hvad matematik er, ind i deres forventninger om matematik, således at matematik ikke umiddelbart forekommer nævneværdig nyttigt, og således at det for dem heller ikke ligefrem er forbundet med en lystfornemmelse. Endelig er de afhængige af lærerens mening og vælger blandt andet emne efter, hvad de tror læreren godt vil have. Samtalen med læreren gled her væk fra elevinteresser og vi fik ikke uddybet interesserne på de andre 'niveauer'.
Vi forestiller os nogen objektive interesser, som eleverne ikke på nuværende tidspunkt kan være i stand til at erkende, der

handler om, at eleverne aktivt skal lære selv at abstrahere og konstruere matematiske modeller. Et af formålene med forsøgsundervisningen er netop - ifølge lærerinterviewet - at eleverne lærer at matematificere virkelighedsfænomener kritisk, og dermed også kritisk at vurdere matematificerede virkelighedsproblemer (f.eks. eksperters tekniske 'løsninger', alskens modeller mv.).

Vi bruger begrebet 'subjektive interesser' lidt anderledes end læreren (se kap. 4), og hvis vi skal oversætte lærerens udtalelser til vores begreber, har eleverne ingen subjektive interesser i forhold til matematik - de har stort set ingen steder i deres erfaringsverden nogen behov, der kan tilfredsstilles ved matematik. De interesser, de kan formulere, som læreren kalder subjektive interesser (gode karakterer, videreuddannelse mv.) vil vi kalde objektive interesser, ligesom de interesser de ikke kan formulere, nemlig evnen til at bruge matematik kritisk og gennemskue brugt matematik.

Vi spurgte eleverne, hvad de syntes var vigtigst at få ud af undervisningen og bad dem prioritere 8 af os udarbejdede svar (Sp.32). Højst værdi fik svar nr. 5: at lære at tænke logisk. Næsthøjest værdi fik, at matematik skal være brugbar i videreuddannelse og tredjehøjest, at den skal være sjov og interessant. Svar som matematik skal være brugbar i hverdagen, matematik skal kunne anvendes i andre sammenhænge og man skal lære at opstille og analysere matematiske modeller fik placeringer som henholdsvis 4, 5 og 7. Lavt placeret blev, at lære at bevise, at lære at regne eksamensopgaver, som blev nr. 6 og 8.

Vi var selv overraskede over den logiske tænknings høje placering og lidt mystificerede over, at det at bevise ikke samtidig var højere i kurs, da det måtte betragtes som et af midlerne til at lære at tænke logisk. Det kunne tyde på, at svaret ikke er gennemtænkt. Eleverne ville gerne lære at tænke logisk, hvis det ligesom kom af sig selv i matematikundervisningen, men at gennemgå sliddet for det ligger ikke lige for. Vi tror, at dette svar rangerer højt, fordi eleverne siden 1. klasse ofte har fået legitimeret matematikundervisningen med

dette argument. Elevsvarene ville dog nok ikke have været så massive, hvis eleverne ikke også selv havde haft oplevelser, der understøtter opfattelsen af et stort 'logik-indhold' i matematik. Nu vil vi selv hævde, at logik i lige så høj grad kræves i f.eks. biologi, dansk og historie, men følgerne opleves ikke så katastrofale, hvis logikken svigter i disse fag. I matematik går man i stå eller får det forkerte resultat, mens man i de andre fag ikke får afsløret bristen så ubønhørligt. Derfor opfattes logikken af eleverne som meget væsentlig i faget matematik. Vi vil derfor betragte dette svar fra eleverne som en ureflekteret videregivelse af et vidt udbredt dogme, og ikke som nogen egentlig elevinteresse.

Elevernes umiddelbare og formulerbare interesser har altså noget med deres videreuddannelse at gøre, eller har at gøre med livet her og nu, det skal være sjovt og spændende, det skal være brugbart i dagligdagen. Lærerens mål med matematikundervisningen - om brug af matematik og om matematiske modeller - er noget eleverne prioriterer lavt.

Vi kan her med læreren konkludere, at eleverne ikke - eller kun meget sjældent - kan formulere nogen umiddelbare interesser overfor matematikundervisningen, som man kan basere sin undervisning på. Man må tage udgangspunkt i, hvad man opfatter som deres objektive interessser angående deres forhold til og brug af matematik.

Vi spurgte læreren, hvad han mente elevernes motivation hang sammen med. Vi spurgte, om han mente den hang sammen med undervisningens form og indhold eller om den hang sammen med ydre forhold såsom karakterer, videre erhverv, forhold til forældre eller kammerater mv. Svaret var, at motivation nok er betinget af noget mere, nemlig en række socialpsykologiske forhold og at motivationen hang sammen med forskellige forhold fra elev til elev.

Nogle elever har benyttet projektforløbet til at slappe af i - fortsætter læreren - , fordi der her ikke bliver stillet samme langt mere klart formulerede kontante krav, som til hver ene-

ste time i andre fag. For nogle er motivationen afhængig af den daglige tvang.

Så er der nogen elever, der er drevet af en eller anden indre pligtopfattelse, som er interesserede i næsten hvad som helst, de bliver sat til, og som virkelig gør et stykke arbejde ud af det. Selv om de måske er lidt ambivalente eller måske endda lidt negativt indstillede overfor projektarbejdet, laver de det alligevel, fordi læreren kræver det. De opfylder deres forpligtelser og tror selvfølgelig også på, at det kan betale sig for dem.

Endelig er der dem, der mest lader sig styre af forhold udenfor skolen, og det kan være utrolig mange forhold f.eks. kammeratskabssnirkler, arbejde, familie mv. For dem kan der eksistere en modsætning mellem skolen og resten af deres tilværelse, og de kan under de betingelser udvikle en 'overlevelsesstrategi', hvor man hele tiden kun laver det mest nødvendige, og her kan matematik i projektforløbet nemt blive nedprioriteret. Lærerens konklusion er at "man kan ikke sige entydigt, at selve indholdet fængsler dem".

Lærerens og vores konklusion er, at der er en lang række forskellige forhold, også udenfor skolen, der på forskellig måde betyder noget for elevernes interesse og motivation. At slutte deraf, at så kan indhold og arbejdsform i undervisningen være ligegyldigt er selvfølgelig fejlagtigt. Mange elever skriver, at den anvendte matematik er spændende og sjov. Anvendt matematik, hvor eleverne kan se matematiks anvendelighed overfor virkelighedsfænomener, er absolut motiverende, selv om det ikke berører problemer i elevernes umiddelbare tilværelse.
På grund af alle de øvrige socialpsykologiske forhold bliver undervisningens indhold og form imidlertid ikke særlig afgørende for elevernes interesse og motivation, og derfor heller ikke for indlæringen.

Elevernes matematikopfattelse.

De fleste - og sikkert også mange med et mere eller mindre professionelt forhold til matematik - vil nok have svært ved "at skulle forklare en udenforstående, hvad matematik er" (Sp.31) på stående fod. Det er derfor heller ikke særlig overraskende, at mere end halvdelen undlader at besvare dette spørgsmål. Svarene, der er afgivet, tegner billedet af en temmelig traditionel matematikopfattelse. Følgende svar dækker meget godt de afgivne elevbesvarelser: "at kunne regne med og se forhold mellem en masse enheder og størrelser..." - en karakteristik, der meget ligner ordbogens.

Også af grupperapporterne fremgår det, at formler og udregninger er det, som eleverne opfatter som det vigtigste: "en matematikrapport skal være så kort som muligt - det skal jo ikke være en dansk stil!". I den ene af de grupper, vi fulgte, var der - på lærerens opfordring - en kort diskussion af, hvad det egentlig var, modellen viste, men det var ikke en problemstilling, der blev fastholdt og kom med i rapporten, formodentlig fordi eleverne anså den for uvæsentlig. På den anden side var der i samme gruppe en elev, der blev meget overrasket over - 'aha-oplevede' - at man kunne lave en model, der var i overensstemmelse med de praktiske forsøg, de havde lavet.

Det skal dog nævnes, at de to grupper, vi ikke fulgte, begge har overvejelser om modellens forudsætninger og usikkerheder forbundet med brug af dens forudsigelser med i rapporten, men det er stadig sekundært i forhold til den rene matematik.

For læreren er denne noget traditionelle matematikopfattelse ikke nogen større overraskelse, idet han mener, at eleverne fra folkeskolen er blevet udstyret med en oplevelse af, at matematik er et stort sammenhængende, abstrakt og uangribeligt system, som man så kan prøve at sætte sig ind i. Lykkes det ikke at få taget hul på systemet, fører det til blokeringer hos eleverne.

Som det fremgår af lærerinterviewet, har "hvad matematik egent-

lig er" ikke været genstand for en egentlig konkret undervisning ud fra en mere teoretisk synsvinkel, men det er så vidt, det kan bedømmes hans opfattelse, at der i løbet af hele det to-årige forløb vil udkrystalisere sig en forståelse af, hvordan udformningen af matematik hænger sammen med virkeligheden, og at matematik ikke er noget een gang for alle givet, men kan udvikles (og evt. revideres) i overensstemmelse med de ændringer, der sker i virkeligheden. Som en forudsætning for denne forståelsesudvikling er det nødvendigt, at eleverne selv prøver at producere noget matematik. At dette sidste tilsyneladende kun er lykkedes for de dygtige elever, er der gjort rede for i det følgende afsnit om "fagligt udbytte". Det fremgår imidlertid af spørgeskemaet, at mange elever har haft positive oplevelser (sjovt, interessant, lærerigt) ved at erfare, at deres egne iagttagelser kan gøres til genstand for matematisk behandling. Noget kunne således tyde på, at lærerens vurdering vedr. den gradvise udvikling af elevernes matematikopfattelse i hvert tilfælde foreløbig holder vand. I hvor høj grad dette gælder de svage elever, kan man ikke sige med sikkerhed, men efter alt at dømme, er matematik stadig "et uangribeligt system" for dem (se næste afsnit).

Som nævnt i lærerinterviewet skal udgangspunktet for den ovennævnte matematificering være nogle reele problemer og ikke blot mere eller mindre konstruerede skinproblemer. Selv om de problemer, som eleverne har opstillet modeller over måske ikke - som læreren i øvrigt selv gør opmærksom på - hører til de mest presserende for 16-17 årige gymnasieelever, har det forhold, at der har været tale om konkrete, målbare forsøg tilsyneladende kunnet fange elevernes interesse. Lærerens anvendelsesbegreb - at matematikken skal bruges på nogen virkelige, konkrete problemer, hvadenten disse er formidlede eller som i dette tilfælde nogle, eleverne selv har arbejdet med - opfattes således tilsyneladende af eleverne som fængende. At der kan være tendenser til, at nogle elever opfatter det som 'show', forstået på den måde, at interessen hos dem falder, når de skal til at bruge matematik på problemerne, er der gjort nærmere rede for i foregående afsnit om interesse og motivation.

Vedrørende elevernes viden om brug af matematik i andre gymnasiefag og udenfor gymnasiet henvises til afsnittet "sammenligning med 2.g.'eres matematikopfattelse", der følger efter analyserne af undervisningsforløbene.

Sammenfattende kan man sige, at elevernes matematikopfattelse, som den kommer til udtryk i spørgeskemaer og grupperapporter må betegnes som temmelig traditionel, men der kan i sidstnævnte og i diskussionen i grupperne spores en gryende forståelse af, at der er/kan være en sammenhæng mellem den måde, matematikken udformes på og virkeligheden, samt at de resultater, der kommer fra en matematisk model i høj grad er afhængige af dens forudsætninger. Men disse sidste betragtninger er - i hvert tilfælde indtil nu - kun expliciteret hos et fåtal af elever.

Elevernes faglige udbytte.

Som nævnt i lærerinterviewet var der på daværende tidspunkt endnu ikke foretaget en evaluering af det faglige udbytte, så denne analyse må basere sig på nogle svar på enkelte spørgsmål fra spørgeskemaet, elevevalueringen, observationsrapporten og lærerens kvalitative vurdering. Det er ikke muligt (og næppe relevant) på grundlag af det foreliggende materiale at foretage en sammenligning med 'normale' mat.fys.'ere, dels fordi der som nævnt ikke var foretaget en egentlig faglig evaluering, dels fordi læreren ikke tidligere har undervist på dette niveau og derfor ikke kunne sammenligne med egne tidligere erfaringer og endelig fordi de mål, der er for 'normal-' og forsøgsundervisningen er så forskellige at en umiddelbar sammenligning forekommer formålsløs (hvis man definerer 'normalundervisning' som bestemt af emneliste og skriftlig eksamen og ikke formålsparagraffen).

Ved læsning af det følgende kan det være nyttigt at have i baghovedet, hvad eleverne selv opfatter som det vigtigste at få ud af undervisningen (Sp.32). De to vigtigste ting, som skiller sig ret klart ud fra resten, er dels skærpelse af evnen til at tænke logisk, dels at lære noget matematik, der kan bruges til

videre uddannelse. To områder, der indtager en meget fremtrædende plads i den traditionelle undervisning - indlæring af bevisførelse og træning i regning af eksamensopgaver - indtager pladser i den nederste halvdel af hitlisten. Man kan tolke det, som at eleverne dels ønsker en træning og forfining af en generel evne til at tænke logisk, mens bevisførelse måske betragtes som en specifik matematisk teknik eller disciplin, som man ikke har den store glæde af i andre sammenhænge, dels ønsker en matematik i undervisningen, som de kan bruge til noget; først og fremmest som studie- og erhvervsforberedelse, men også brugbar i hverdagen (4.prioritet).

Som "særlig let at forstå" (Sp. 21) i det aktuelle forløb nævner hovedparten af de få, der har besvaret spørgsmålet - 4 ud af 6 - programmering af lommeregneren til numerisk løsning samt udregning af denne. Dette er i god overensstemmelse med de iagttagelser, vi gjorde under observationen og med lærerens udtalelser, så det er næppe helt forkert at konkludere, at hovedparten af eleverne har check på dette (selv om en enkel nævner, at vedkommende ikke har forstået det).

Det er straks sværere at vurdere, hvor de faglige problemer ligger. Det er lærerens vurdering, at de fagligt svage elever måske ikke ved, hvordan modellen opstilles, men at alle har mere eller mindre overblik over resten, dvs. de praktiske forsøg samt forståelse og tolkning af modellerne. Det indtryk vi fik gennem observationsperioden og fremlæggelsen af grupperapporterne, tyder dog på, at kun de allerdygtigste har overblik over hele forløbet, mens resten har tørre eller mindre 'huller', sådan at elevudbyttet udviser betydelig spredning, ja to elever svarer endda på spørgsmålet om, hvad de syntes var "særligt svært at forstå" henholdsvis "det meste" og "differential- og integralregning", hvilket vist også kan tolkes som det meste. Andre (3 elever) nævner problemer i forbindelse med den analytiske løsning. Også ud fra observationen er det vores indtryk, at mange havde problemer med denne.

Nu skal man naturligvis ikke overfortolke disse iagttagelser/udsagn. Differentialregning anses jo traditionelt for vanske-

ligt stof, og også eleverne i normalklasser udviser jo en betydelig spredning. Man kan altså ikke på baggrund af dette konkludere, at indlæringen er dårligere end ved traditionel undervisning. Nogle elevsvar og enkelte kommentarer i forbindelse med gruppeevalueringen peger imidlertid på årsager, der ikke i så udpræget grad er til stede i traditionel undervisning, nemlig problemer i forbindelse med arbejdsformen.

På spørgsmål 19 ("Er der bestemte årsager til, at gruppearbejdet går i stå?" er det hyppigste svar, at det skyldes faglige problemer (gammelt stof er glemt, problemet er for svært o. lign.). I klasseundervisningen kan sådanne problemer forholdsvis hurtigt afdækkes og klares (forudsat naturligvis, at eleverne tør spørge), men flere elever nævner, at de i forbindelse med gruppearbejdet har måttet vente længe på læreren, fordi han var optaget i andre grupper. Arbejdsformen kan altså bl.a. af denne grund være forbundet med en del spildtid (da eleverne sjældent går i gang med andre arbejdsopgaver i ventetiden), hvilket selvfølgelig er med til at reducere mængden af stof, eleverne kan nå at gennemarbejde, og dels er med til at sløve engagementet og initiativet i gruppen- et forhold som anføres næsthyppigst som svar på spørgsmål 19. Yderligere anfører flere "manglende forberedelse" som årsag. Af svarene på spørgsmål 14 fremgår det i øvrigt, at eleverne i gennemsnit forbereder sig lige så meget, når de har gruppearbejde som ved klasseundervisning (ca. 25 min.pr.time), men at dette gennemsnit dækker over større forskelle, når der er gruppearbejde, idet nogle forbereder sig betydeligt mere (op til dobbelt så meget), mens andre forbereder sig betydeligt mindre, ja nogle slet ikke. Hvor konsekvenserne ved klasseundervisning primært (og næsten udelukkende) rammer den enkelte elev, vil det ved gruppearbejde som oftest også ramme hele gruppens arbejde og altså tillige medføre nogle konsekvenser for kammeraterne. Også vores observationer tyder på, at den solidariske ansvarlighed, som gruppearbejdet lægger op til og bygger på, har fungeret temmelig utilfredsstillende.

Under observationen iagttog vi (og det blev senere bekræftet

af læreren under interviewet)endnu et forhold, som har bevirket, at flere elever ikke har fået det bedst mulige faglige udbytte, og at nogle endda er faldet fra på et relativt tidligt tidspunkt i forløbet: i flere af grupperne deltog de fagligt svagt funderede elever kun i udførelsen af forsøgene, mens de dygtige elever desuden beskæftigede sig med det mere teoretisk/matematiske arbejde såsom opstilling af modellen og gennemførelsen af den analytiske løsning, med det -selvfølgelige - resultat, at 'de svage' kun ved, hvad der er foregået under forsøgene, mens de stort set ikke har nogen forståelse af den anvendte matematik og dens forbindelse med forsøgene, idet 'matematikerne' ikke i alle grupper har formået at forklare dem matematikken.

Dette var et forhold, der kom frem under elevevalueringen. Nogle mente, at de ikke havde fået tilstrækkelig hjælp fra de dygtige, og at de derfor havde haft svært ved at lave deres hjemmearbejde og at forstå matematikken. Selv om ca. 2/3 af eleverne mener, at de dygtige er gode til at videregive deres viden/erfaringer, er der trods alt 1/3 (og måske den svageste 1/3?), der mener, at de ikke er tilstrækkelig gode til det (Sp.6). Desuden fremgår det af både observationen, elevevalueringen og lærerinterviewet, at der har været problemer på dette område. Noget kunne altså tyde på, at 'de svage' ikke i alle tilfælde har fået tilstrækkelig hjælp og støtte med matematikken fra de dygtige. Som 'forsvar' fra disse fremførtes under elevevalueringen, at de ikke har haft tilstrækkeligt overskud til både at skulle koncentrere sig om projektet (det fremgår af observationsrapporten og lærerinterviewet, at de dygtige både har fungeret som initiativtagere, 'matematikere' og indpiskere) og samtidig hjælpe kammeraterne, og at de desuden følte det noget uretfærdigt, når de andre ikke gad lave deres hjemmearbejde. Som ovenfor nævnt var der stor spredning i hjemmearbejdsindsatsen, men det kan ikke ud af svarene ses, om det er de fagligt svage, der ikke forbereder sig eller forbereder sig meget lidt.

Sammenfattende kan det siges, at der i denne klasse har været en betydelig spredning i det faglige udbytte, men på det foreliggende grundlag er det ikke muligt at vurdere om denne er større end ved 'normal' undervisning.

Det er kun de dygtige (dygtigste?) elever, der har overblik over hele forløbet - de praktiske forsøg, opstilling af model, numerisk og analytisk løsning, tolkning af model - og som har været i stand til at foretage en matematificering, mens de svage kun har haft overblik over forsøgene og delvis den numeriske løsning. I de grupper, hvor der har været en udpræget arbejdsdeling har de fagligt svage været med til at udføre forsøgene, mens de dygtige desuden har stået for det mere prestigebetonede matematiske arbejde. I den udstrækning kommunikationen i grupperne ikke har fungeret tilfredsstillende er det således især gået ud over de svage elever. Der er en tendens til, at undervisningen for disse er endt i prakticisme og instrumentalisme, mens meget tyder på, at de dygtige både har opnået et godt teknisk/matematisk udbytte og en forståelse af samspillet mellem matematik og virkelighed og de processer, der fører til opstilling af en matematisk model - og at de har haft nogle gode oplevelser ved det!

9.2 Analyse af undersøgelsesresultater fra skole 2.

Som der er redegjort for i indledningen, er det ikke muligt for os i denne undersøgelse at sammenligne forsøgsklasserne direkte med normalklasser. Kun ad omveje kan vi få en fornemmelse af forskellene. Vi har bedt eleverne sammenligne med andre fag og med 1.g matematikundervisningen, vi har spurgt læreren, hvordan han synes, forsøgsklasserne er, i sammenligning med de normalklasser han har, og vi har med hensyn til matematikopfattelse sammenlignet med en tidligere Imfufa-tekst (afsnit 9.4). Det er vigtigt netop ved skole 2, at huske talmaterialets spinkelhed. Klassen var på 13 elever og heraf afleverede kun 9 et udfyldt spørgeskema, så bare de tydelige tendenser i svarene vil blive medtaget i analysen.

Elevinteresse og motivation, hvordan kan vi lodde den?

I spørgsmål, hvor eleverne bliver bedt om at sammenligne dette undervisningsforløb med matematikundervisningen i 1.g og med undervisningen i de fleste andre fag (sp. 2), siger næsten alle elever (8/9 d.v.s. 8 af de 9 der har besvaret spørgsmålet), at matematiktimerne i 2.g har været sjovere end i 1.g, og sammenlignet med de fleste andre fag mener halvdelen (4/9), at matematik er sjovere, og halvdelen (4/9) at det er det samme. Dette kan tolkes som en ret klar tilkendegivelse af øget interesse og motivation i forhold til 1.g. Det understøttedes af lærerens mening. Han havde haft dem alle i 1.g, dog ikke alle i matematik, da de kom fra tre stamklasser, og han syntes, at de virkede mere motiverede end i 1.g. Ved at overvære timerne fik vi også et billede af en aktiv, levende og interesseret klasse. Sammenligningen med de fleste andre fag faldt også ud til matematiks fordel, så alt i alt tegnes et billede af øget interesse og motivation, meget forskellig fra vores egen gymnasietids matematiktimer. Inden vi ser på de mulige årsager, vil vi prøve en anden synsvinkel. Elevernes arbejdsindsats kunne være en anden måde at lodde interessen på.

I klassen var stort set alle aktive og kun en måske to egentlig tavse elever. De resterende gjorde en høj og stabil arbejdsindsats. En dag blev de af læreren bedt om at danne midlertidige grupper af dem, der sad i nærheden af hinanden, og få minutter efter var arbejdet i gang i 4 grupper. Det var karakteristisk for den undervisning, vi overværede, at eleverne aldrig flippede ud, lavede kaos eller lavede ingenting eller bare sløvede, de arbejdede jævnt hen hele tiden. Det mente læreren også, men fremhævede klassens velopdragenhed: "I klassen gør de stort set, hvad man beder dem om". Det er da også muligt, at det har været medvirkende faktor til aktiviteten i timerne, og det er muligt, at det ret stramme forløb, lærerrespekt og det, at der kun er en pige i klassen og derved intet kønsræs i timerne, er betydende faktorer bag aktiviteten, men det ville være forkert at sige, at motivation og interesse ikke spiller nogen rolle. Det må fastholdes, at eleverne syntes, timerne var sjovere end både 1.g matematik og de fleste andre fag. Det ville de ikke have skrevet udelukkende for at tækkes læreren, idet besvarelserne var anonyme (en måske vigtig grund til at kun 9 afleverede).

Men med hjemmearbejdet forholdt det sig anderledes. Eleverne var blevet spurgt, hvor meget de i gennemsnit forberedte sig hjemme til matematiktimerne, delt op på tre typer afhængigt af arbejdsform (sp. 14). Gennemsnittet for alle tre typer var ens på knap ½ time (variationsbredde 0-60 min.). På skriftligt arbejde sagde eleverne, at de brugte ca. 1 time pr. uge (variationsbredde ½-2½)(sp. 15), og det mente læreren også gennemsnitligt, at de gjorde, dog ved større opgaver mente læreren, de brugte mere tid, op til tre timer pr. sæt. Men han mente derimod, at de overvurderede deres almindelige forberedelse til timerne (lærer: 15 min./time), og han syntes flere gange, at manglende forberedelse havde hæmmet undervisningen. Spurgt om det negative ved gruppearbejde, nævner eleverne også manglende forberedelse flere gange (2/6 - sp. 3). Læreren syntes, at deres interesse var af en ufor-

pligtende karakter, og at den kun holdt til selve timerne. Det medførte en evaluering, hvor han spurgte eleverne om, hvorfor de ikke lavede nok hjemmearbejde, selv om de ikke fik meget for. Eleverne svarede, at de følte, de var kommet ud af vane med at lave lektier i matematik: "Vi har vist ikke noget for", (afsnit 8.2.1). Vi synes ikke,det lyder urimeligt, at en del af forklaringen findes her, da dette forløb samtidigt var meget præget af brug af minidatamater i klassen, et område det ikke er let at lave hjemmeopgaver i. Det mente læreren også, og ville næste gang stramme mere op på det skriftlige hjemmearbejde. Vi synes, klassens arbejdsindsats og medleven i timerne viser motivation og interesse, og at hjemmearbejdet lader noget tilbage at ønske, afslører nok, at interessen ikke er så dybtfølt, at den kan konkurrere med fritidsinteresser, men det ville på den anden side være en fejlfortolkning at fraskrive klassen mere motivation og interesse end normalt på det grundlag.

Hvad betinger den større interesse og motivation?

a. Form.

Det er tydeligt, at eleverne er glade for den arbejdsform forsøgsundervisningen har. Alle (7/7) beskriver "et mareridt af en dødsyg matematiktime" (sp. 13) som 45 min.'s læreforedrag, hvor man er passiv og ikke forstår, hvad der foregår, og næsten alle ønsker det samme forhold mellem gruppearbejde og klasseundervisning som hidtil videreført, (sp. 5: 6/8 ønsker 50% eller mere skal være gruppearbejde). Det forbehold, der ligger i, at de fleste elever synes, forløbet har været for løst struktureret, går ikke så meget på arbejdsformen som på vanskeligheder med indholdet (herom senere). Hvad, der opfattes som godt ved gruppearbejde (sp. 3), er ret forskelligt, men flere understreger det frie og selvstændige ved formen, og eleverne er opmærksomme på den negative effekt, det kan have på hjemmearbejdet. Selvom det varierede fra

gruppe til gruppe og også i løbet af den tid, vi observerede klassen, syntes vi, de var gode til at hjælpe hinanden i grupperne. Det var også lærerens indtryk, at alle deltog i gruppearbejdet, og det var også noget han gjorde noget ud af. Midt i forløbet var klassen på en hyttetur bl.a. for at snakke om gruppearbejdsformen, og det var lykkedes at få nogle samarbejdsproblemer op til overfladen og få dem bearbejdet. Vi føler os ikke i tvivl om, at arbejdsformen er med til at motivere og stimulere interessen eller i hvert fald undgå, at den bliver kvalt.

b. Indhold.

Vi forventede nok, at hvor det lykkedes at tage det matematiske indhold fra samfundsvirkeligheden, ville eleverne være mest interesserede og motiverede. Vi spurgte eleverne, hvad de syntes havde været det mest interessante ved sidste undervisningsforløb og hvorfor (sp. 16a). Langt de fleste fandt, at arbejdet med minidatamaterne havde været det mest interessante, og som grunde angaves, at datalogi var vigtigt for samfundet og for en videreuddannelse: "fordi datateknikken ofte kaldes fremtidens fundament". At det også virker stimulerende at kunne handle i et samspil med en maskine kommer også til udtryk: "Man sidder og trykker på taster og bestemmer noget". Vi spurgte også om, hvad eleverne betragtede som det vigtigste at få ud af matematikundervisningen, og af 8 formulerede svarmuligheder, fik "den skal være brugbar i dagligdagen" flest points sammen med to andre spørgsmål (de delte 1. pladsen, mere herom senere). Der er altså ingen tvivl om, at eleverne finder det motiverende, at matematikken har en eller anden tilknytning til samfundslivet. Det mener læreren også: ".....eleverne stort set kun interesserer sig for noget, de enten tror eller ved, de kan bruge til noget". Det havde i den forbindelse undret ham, så anvendelig alle eleverne betragtede det tidligere forløb, rentesregning, der jo ikke direkte blev anvendt af dem selv. Det viser, at eleverne ikke stiller forventninger om umiddelbar personlig anvendelighed (formodentlig belært i løbet af 1.g).

Diskussionen om medbestemmelse og umiddelbar elevinteresse.

Det har nok ligget implicit i vores forestillinger, at kun det du selv er med til at vælge kan interessere. Stort set alle skriver, at de har haft meget begrænset indflydelse på valg af emne og arbejdsform, men samtidig synes kun 3 af 9, at de har haft for lidt indflydelse. Det fremgår da heller ikke af de andre svar, at eleverne ønskede mere indflydelse, end de havde. Der er ikke nogle umiddelbare elevbehov, der er blevet forbigået, og læreren stiller sig da også meget tvivlende overfor, om de eksisterer: "Jeg ved slet ikke, om man skal tage udgangspunkt i elevbehov i matematik. Det er jo en enorm lang erkendelsesproces at finde ud af, at man har et dybt erkendt behov for matematik". Han fandt matematik, bortset fra ren talbehandling, vanskelig at knytte an i en erfaringspædagogisk sammenhæng, og hvis det skulle gøres, ville det kræve en hel anden tværfaglighed.

Der er altså noget, der peger på, at indflydelsen ikke i matematik er centralt i det at øge interessen, og det kan der være mange grunde til. Vi tror, at det i matematik er meget vanskeligt for eleverne at vurdere, om et problem er matematicerbart og matematisk tilgængeligt for dem, hvor meget matematik de behøver som baggrund. Fagene er mere lærercentreret end samfundsfag og vanskeligere at have en egen mening om.

Elevudbytte.

Eleverne blev (sp. 32) spurgt om, hvad der var det vigtigste for dem at få ud af matematiktimerne. De skulle prioritere otte svarmuligheder, og der var tre svar, der delte førstepladsen:
"brugbar til videre uddannelse"
"brugbar i dagligdagen"
"skærpet evne til at tænke logisk"

Disse svar er ikke særlig overraskende, idet de medtager næsten det hele. Men hvis det første svar sammenlignes med, at "lære at løse eksamensopgaver" er blevet prioriteret lavt, kunne man i det evt. se en modstrid. Det gør vi ikke. Det kan lige så vel være et udtryk for, at de stoler på, at de lærer det, de skal. De har tillid til læreren og formen, og de lærer jo noget de synes er brugbart. Det er også muligt, at det skyldes, der er lang tid til eksamen, og at de endnu ikke har haft faglig evaluering af dette forløb.

Nederst på hitlisten kommer det at lære at opstille og analysere matematiske modeller. Det kunne godt virke skræmmende, da det er et vigtigt formål med dette undervisningsforløb, men grunden er, at de ikke er nået til det endnu. De har introduceret minidatamaterne som redskab og har koncentreret sig om det. Det afspejles også klart i svarene på spørgsmålet om, hvad det mest interessante ved forløbet har været (sp. 16), hvor alle svarer minidatamaterne. Det efterlader dog et problem, idet eleverne, spurgt om hvad der var særlig svært i sidste forløb (sp. 21), næsten alle nævner brugen af minidatamater og delproblemer heraf, og det blev også nævnt af eleverne under evalueringen. Læreren selv mente, at det nok delvist skyldtes, at han ikke helt havde kunnet følge med med noteskrivning. Noget der havde vist sig at tage meget længere tid end ventet.

Det var vores indtryk, at det var meget få af eleverne, hvis der overhovedet var nogen, der var hægtet af fagligt, bl.a. fordi stort set alle deltog i den faglige aktivitet i timerne. Det kan skyldes mange ting, men det har nok bl.a. haft betydning, at klassen var meget homogen, og der ikke var nogle rigtig svage elever. Klassen havde kun 13 elever, så læreren har haft ret megen tid til den enkelte. Den ret stramme undervisningsform har også spændt et sikkerhedsnet ud.

Elevernes matematikopfattelse, mente læreren, havde fjernet

sig lidt fra den traditionelle, at matematik er meget abstrakt og tørt, med en masse regnerier uden sammenhæng med noget andet. Alle eleverne nævner eksempler på hvor matematik anvendes i samfundet, omend de i meget stor udstrækning taler om talbehandling under en eller anden form. Det har de også selv brugt i dagligdagen. Det er værd at nævne, at de fleste ikke mener, at det kræver andre evner at lære matematik end andre fag.

Undersøgelsen tegnede et billede af en klasse, der viste større interesse og motivation, end det vi selv havde oplevet i gymnasiet. En væsentlig grund hertil er nok, at eleverne entydigt er glade for undervisningsformen, og også at matematikken har en eller anden tilknytning til samfundslivet. Eleverne stillede ikke store krav til matematikkens direkte personlige anvendelighed og var tilfredse med lærerens valg af emne og arbejdsform.

9.3 ANALYSE AF SKOLE 3

Vores medbragte forventninger til hvordan en matematiktime forløb, bl.a. ud fra egne erfaringer fra gymnasiet, var: elever på række, nogle få med fingrene i vejret,mens resten forholdt sig mere eller mindre passivt. På denne baggrund virkede klassen meget aktiv på os. Langt størstedelen deltog aktivt i undervisningen, både i klassen og - så vidt vi kunne bedømme - også i grupperne. Vores umiddelbare indtryk var således,at interessen og motivationen var stor, og der var en rar og hyggelig stemning i klassen. Den gode stemning og det høje aktivitetsniveau bevirkede imidlertid også, at der var megen uro, så det til tider kunne være svært at følge med i hvad der foregik. (Det må her nævnes, at det var en meget stor klasse, 23 elever, i modsætning til f.eks. skole 2, hvor der kun var 13 elever, og klassens størrelse påvirker naturligvis støjniveauet).

Den gode stemning tolkede læreren som en følge af forsøgsordningen, der gjorde det muligt for hende at følge elevernes tempo og tage alle elevspørgsmål og kommentarer alvorligt. Det, at der ikke er et presset pensum som skal læres på alt for kort tid, gav gode betingelser for at undgå begrebet 'dumme' spørgsmål. Dette begreb har kun mening, når målet er at nå en bestemt - og for stor - mængde stof. Hvis målet er at opnå den størst mulige forståelse, mens mængden er underordnet, har begrebet ingen mening. Det at alle kommentarer tages alvorligt, virker uden tvivl stimulerende for aktiviteten i klassen.

En anden konsekvens af pensumkravets bortfald er, at læreren ikke er tvunget til at undervise i emner, som hun selv, og eleverne, finder ligegyldige og uinteressante (afsn.8.3). Dette giver uden tvivl også en mere inspirerende undervisning, som påvirker elevernes interesse for faget. I elevernes sammenligninger med 1.g-matematikken, er tendensen da også klart, at forsøgsmatematikken vurderes som både sjovere og behageligere (spm.2).

Det,der i elevernes selvforståelse først og fremmest karakteriserer forsøgsundervisningen i forhold til deres parallelklasser,er arbejdsformen (10 af 16), og de fleste sammenligninger falder ud til forsøgsundervisningens fordel (sp.17). "Vores undervisning er langt mere elevvenlig", de andre har "for meget disciplin" og mere "kæft trit og retning", er nogle af buddene på forskellene.

Det ser altså ud til, at elevernes motivation og interesse er forholdsvis stor, og at der generelt er tilfredshed med denne form for matematikundervisning, fremfor den traditionelle, men at denne tilfredshed først og fremmest er et udslag af, at man har fået fjernet pensumlisten, og bl.a. derigennem fået mulighed for mere "elevvenlig" undervisning. Det ser ud til,at det først og fremmest er arbejdsformerne og stemningen i klassen, der betinger motivation og interesse, mere end det er selve det faglige indhold.

Arbejdsformen.

Vi vil nu forsøge at præcisere, hvorledes arbejdsformen påvirker elevernes interesse og aktivitet.

Kun halvdelen af eleverne mener, at forsøgsmatematikken har været lettere end matematikken i 1.g.. Da mængden af gennemgået stof i 2.g har været forholdsvis lille, sammenlignet med 1.g-pensum, således at man må formode,at det faglige indhold er blevet lettere, kunne det tyde på, at noget andet, formodentlig arbejdsformen, er blevet sværere.
Denne vurdering støttes da også af, at flertallet af eleverne ønsker mest (traditionel) klasseundervisning (sp.5, 12 af 20). Det er da også lærerens vurdering, at det mere selvstændige gruppearbejde, hvor man selv skal strukturere et forløb, falder mange elever svært. Der er her en kønsforskel at spore, idet det primært er drengene, der ønsker mere klasseundervisning. 10 af 14 drenge foretrækker mest klasseundervisning, 4 vil gerne have halvt af hvert, mens ingen ønsker mest gruppearbejde. Pigernes ønsker fordeler sig ligeligt mellem de tre kategorier (2 i hver).

Det er påfaldende, at så mange elever foretrækker mest klasseundervisning. På spørgsmålet om, hvad der har været godt ved hhv. gruppearbejde og klasseundervisning (sp.3), er der nemlig mange bud på det gode ved gruppearbejdet, mens der er meget få bud på, hvad der har været godt ved klasseundervisningen. Som et gode ved gruppearbejdet fremhæver de fleste det, at man "kan hjælpe hinanden, eller selv blive hjulpet, hvis der er noget, man ikke forstår", at man kan "snakke tingene igennem" og at "man får lært tingene på en lidt anden måde". Derimod er der kun 2 elever, der har et egentligt bud på, hvad der er godt ved klasseundervisning, nemlig det, at man kan "få samlet løse ender op". Resten af svarene (kun 11 ud af 20 havde besvaret spørgsmålet om klasseundervisning) drejer sig mere om, hvad der er forudsætninger for en god klasseundervisning - ro og koncentration - end om selve arbejdsformen. Om disse vurderinger er ukritiske reproduktioner af lærerens normer, eller om de reelt udtrykker elevernes holdninger, kan vi selvfølgelig ikke afgøre. Men vi mener faktisk, at eleverne er selvstændige mennesker, der ved, hvad de selv mener, og de har i øvrigt ingen direkte interesse i at tækkes læreren i et anonymt spørgeskema, så vi tager disse vurderinger for pålydende. Og vi betragter det som noget positivt, at eleverne er så opmærksomme på gruppearbejdets sociale og indlæringsmæssige kvaliteter.
Når eleverne alligevel foretrækker mest klasseundervisning mener vi, det er udtryk for, at gruppearbejdet er en mere krævende arbejdsform, som stiller større krav til eleverne, krav der er svære at honorere i en presset hverdag.

Om disciplin.

Det, som eleverne generelt fremhæver som det negative ved både gruppearbejde og klasseundervisning, er, at forberedelsen har været for dårlig, der har været for megen uro og for lidt koncentration. Kritikken knyttes ikke så meget til arbejdsformerne - gruppearbejde eller klasseundervisning, men rettes først og fremmest mod elevernes egen arbejdsmoral (sp.3). Samme vurdering kommer til udtryk i elevernes beskrivelser af hhv. et mareridt - og et ideal af en matematiktime(sp.12/13)

Udover den manglende forberedelse,er et mareridt af en matematiktime (sp.13)

> "Hvis der er så larmende, at man lige så godt kunne have siddet og spist basser i kantinen"

eller hvis

> "Alle støjer, vi bliver sat i grupper og skal selv finde ud af noget, som vi ikke kan, og det hele går agurk"

og næsten alle elever nævner "7. time" som et væsentligt element i mareridtet.

Manglende ro, og det, at der stilles større krav end eleverne umiddelbart føler, de er i stand til at honorere, præcist udtrykt af en af eleverne: "Man fatter ikke en skid", er de gennemgående træk ved mareridtet. Videre nævnes "Bevis, bevis,...,bevis", og at "læreren lirrer en hel masse af", som eksempler på et mareridt.

Den ideelle matematiktime repræsenterer så, ikke overraskende, stort set det modsatte: alle skal være godt forberedte og

> "Alle møder til tiden, lytter og holder kæft, når vi får gennemgået noget."
>
> "Alle føler de lærer noget, alle er opmærksomme, alle får sagt noget"
>
> "En kommer til tavlen og resten af klassen skal hjælpe denne" og "Jeg forstår det hele".

Elevernes kriterier for en god matematikundervisning er altså dels af (selv)disciplinær karakter, der skal være ro, koncentration og god forberedelse, men det prioriteres også højt,at der er bred elevaktivitet,og at alle kan følge med i hvad der foregår. Men den megen larm, som alle klager over, er jo bl.a. et resultat af en bred elevaktivitet, som vurderes højt. En aktivitet som bl.a. er et udtryk for lærerens holdning om, at alle spørgsmål er relevante. Det ser umiddelbart ud,som om der her er en modsætning i elevernes ønsker, men forklaringen skal nok søges i fænomenet "7.time". Det er svært at koncentrere sig og at administrere frie arbejdsformer,når dagligdagen er så presset. Elevernes ønsker mht. disciplin er derfor modsætningsfyldte. På den ene side vurderer de de friere arbejdsformer som noget positivt i forhold til deres parallelklasser, på den anden side er der massiv utilfredshed med nogle af de

konsekvenser, som disse arbejdsformer medfører.

Denne modsætning er læreren også inde på i vurderingen af, hvilke faktorer, der påvirker elevernes motivation og interesse. Hun mener, at det er motiverende for elevernes aktivitet i klassen, at det er nogenlunde hyggeligt og skægt, mens det er demotiverende for deres lektielæsning, at hun ikke skælder mere ud, end hun gør (afsn.8.3,s.145). Videre tolker hun det med larmen, som udtryk for en generel modsætning i gymnasiet mellem elevernes kortsigtede behov for at slappe af og et mere langsigtet behov for at få lært noget. En vurdering som vi er enige i.

Det virker som om elevernes motivation og interesse ikke så meget afhænger af den valgte arbejdsform, gruppearbejde eller klasseundervisning, der var stor aktivitet i begge tilfælde, men i højere grad er betinget af den holdning, der er til arbejdet. Det vurderes højt, af både lærer og elever, at alle skal have ret til at komme til orde, og denne holdning giver sig udslag i en høj grad af tryghed, stor aktivitet, både faglig og ikke-faglig, og dermed også megen larm og uro.

Pædagogikken med at 'alle spørgsmål er relevante' er en hjælp til nogle af de svage elever, som tør stille spørgsmål, som de ikke ville stille i andre situationer. Men denne pædagogik har en tendens til at favorisere én type af svage elever, den mere højrøstede del, mens andre, f.eks. de mere stille piger, har svært ved at komme til orde. Det er da også påfaldende, at det er pigerne, der er mest positive overfor gruppearbejde. En arbejdsform, hvor det er lettere for den enkelte at komme til orde. Ved at veksle mellem klasseundervisning og gruppearbejde får man således tilgodeset begge gruppers behov.

Men hvad stiller man op overfor de elever, der både er tavse og har svært ved at strukture et gruppearbejde? De bud, som både lærer og elever kommer med (sp.8) er, at læreren skal spørge dem, der ikke rækker hånden op, hive folk til tavlen osv.. På denne måde føles det ikke så pinligt, hvis man svarer forkert. Derudover må man give mest mulig støtte i planlægningen af gruppearbejdet. Men disse metoder er svære at administrere i store klasser. Til gengæld må man formode, at den afdramatisering af det 'at komme til tavlen', som vi observerede (afsn.8.1), tilgodeser alle svage elever.

Fagligt udbytte

Det ser altså ud som om,det faglige indhold er af underordnet betydning i elevernes vurdering af,hvad et mareridt og et ideal af en matematiktime er. De indholdsmæssige kriterier, der antydes, er af meget generel karakter. Indholdet skal være "halvsvært", "underholdende", "interessant" og "fagligt lærerigt", og det skal ikke være noget med beviser.
Vi vil nu forsøge at indkredse lidt mere præcist, hvad det egentlig er for nogle indholdsmæssige krav, eleverne stiller til matematikundervisningen.
Disse ønsker kommer mest direkte til udtryk i elevernes "hitliste" over, hvad de mener,er det vigtigste at få ud af undervisningen(sp.32). Prioriteringen af de 8 punkter er flg:

1) Den skal være brugbar i hverdagen
2) den skal være brugbar til videre uddannelse
3) man skal lære at anvende matematik i andre sammenhænge
4) det skal være sjovt og interessant
5) man skal have skærpet evnen til at tænke logisk
6) man skal lære at regne eksamensopgaver
7) man skal lære at opstille og analysere matematiske modeller
8) man skal lære at gennemføre et bevis.

De to første prioriteter er i overensstemmelse med lærerens, blot i omvendt rækkefølge. Men lærerens 3.prioritet, at regne eksamensopgaver, er hos eleverne helt nede på en 6.plads. Det er bemærkelsesværdigt, at eleverne prioriterer dette så lavt, da anvendeligheden til videre uddannelse prioriteres så højt. Med henblik på videre uddannelse skulle man tro, det var vigtigt at få en god karakter, og det vil bl.a. sige at kunne regne eksamensopgaver. Så enten er eleverne ikke helt ærlige, eller også er det selve det matematiske indhold, de forventer at kunne bruge i en videre uddannelse.
Spredningen i prioriteringen er stor. Fra en bastant afvisning af beviser,i den ene ende, til et massivt ønske om anvendelighed, i hverdagen, til videre uddannelse og i andre sammenhænge, i den anden ende.

De mere traditionelle forventninger til faget: logisk tænkning, eksamensopgaver og især bevisførelse, prioriteres forholdsvist lavt. Om dette er et udtryk for et skred i elevernes holdning til faget, eller om det er udtryk for,at man må skelne mellem elevernes ønsker, (som kommer til udtryk i "hitlisten"), og deres forventninger, det kan vi ikke afgøre.
Den meget lave placering af matematiske modeller må tages med al mulig forbehold, da eleverne endnu ikke eksplicit, er blevet præsenteret for fænomenet.

Anvendelse.

Hvad er det så for et anvendelsesbegreb eleverne har?
De argumenter, der optræder i forbindelse med, hvad der har været mest interessant ved forløbet (sp.16), har næsten alle et anvendelsesaspekt. Der nævnes bl.a.:

> "Brug af logaritmer - så vi kunne se, hvad vi skulle bruge vores viden om eksponentialfunktioner til"
>
> "Halveringstiden - det kan vi bruge til noget"
>
> "sammenhængen med fysik" og "At anvende det til andet end matematik"

Brugbarhed, i en eller anden form, er det gennemgående kriterie. Her er det især anvendelsen i forhold til fysik, der er fremhævet.

Hvad elevernes krav til matematiks anvendelighed i hverdagen egentlig dækker, kan man få et fingerpeg om ud fra deres besvarelse af spørgsmålet om, hvad de regner med at komme til at bruge matematikken til efter gymnasiet (sp.29).
Pigerne regner først og fremmest med at komme til at bruge matematikken til at klare deres økonomiske forhold: "alt med økonomi - til egne finanser", mens drengene først og fremmest regner med at bruge matematik til videre uddannelse.
På spørgsmålet,om de har brugt matematik til andet end skolebrug (sp.28), er det også økonimiske forhold der fremhæves: "rentesregning til at hjælpe min far med et lån", "opsparing" og obligationer". Disse anvendelser af matematik er i høj gra præget af, at man netop har gennemført et forløb om rentesregning.

Der er en klar tendens til, at det først og fremmest er pigerne, der ønsker den konkrete anvendelse i hverdagen. Dette kommer også til udtryk i "hitlisten", hvor halvdelen (3) af pigerne har anvendelighed i hverdagen som 1.prioritet, mod kun en dreng. Til gengæld har 4 drenge videre uddannelse som 1.prioritet, mod ingen piger.

Alle er til gengæld enige om, at beviser er man i hvert fald ikke interesseret i. Det har en meget markant sidste-plads på "hitlisten", det nævnes (som det eneste indholdsmæssige) i forbindelse med et mareridt af en matematiktime (sp.13), og flere nævner beviser, som det der var særligt svært at forstå i det sidste forløb (sp.21). Dette stemmer godt overens med vore observationer, hvor vi hos nogle af grupperne kunne konstatere, at man konsekvent sprang beviserne over, når man gennemgik teoripapirerne.
Vi må på denne baggrund konkludere, at i det omfang det matematiske indhold påvirker motivation og interesse, er det vigtigt at give matematikken et anvendelsesperspektiv, og at brugen af beviser må tages op til nøje overvejelse. Læreren mener ikke, at man helt kan udelade beviserne (s.144), fordi eleverne så ville få problemer med at klare sig i videre uddannelser. Hun mener i stedet, at man skal have færre beviser, men så til gengæld gennemgå dem grundigere.
Det er åbenbart vigtigt at gøre sig grundige pædagogiske overvejelser over, hvordan man inddrager beviser i undervisningen på en måde, så eleverne kan leve med det.

Udbyttet

Elevernes faglige udbytte, af det netop afsluttede forløb, er meget svært at måle. Vi håbede at få et fingerpeg om det ved at spørge dem om, hvad de mente havde været pointen i forløbet, og sammenholde svarene med det, som læreren håbede de havde forstået, nemlig at

> "det drejer sig om procentvis vækst, og at der er nogle konstante faktorer - halveringstid og fordoblingstid - når man har procentvis vækst" (afsn.8.3,s.145)

og "hvilke forskelligartede fænomener disse vækstmodeller kan beskrive" (ibid)

Men det er meget svært at konkludere noget ud fra elevernes besvarelser af spørgsmålet (sp.23). For det første er det kun halvdelen, der har besvaret spørgsmålet. For det andet er det et fortolkningsspørgsmål, om svarene referer til disse pointer. At "kunne udregne radioaktivt henfald" og "kulstof-14 metoden", er svar der forholdsvis direkte relaterer sig til 'lærerponten', mens svar som "at matematik kan bruges i andre fag" og "at kunne se på et funktionsudtryk om det er en eksponentialfunktion eller en logaritmefunktion", er mere uklare. Vi kan altså ikke sige noget om, hvad det faglige udbytte har været.
Til gengæld har vi en fornemmelse af, hvad det ikke har været. Den kategoriske afvisning af beviserne som svært og kedeligt, kunne tyde på, at dem har man nok ikke fået så meget ud af. Men der er en anden form for udbytte, som er lidt nemmere at danne sig et indtryk af , et holdningsmæssigt udbytte.
Elevernes forholdsvis store vægtning af, at alle skal deltage aktivt i undervisningen , forstå, hvad der foregår og forklare tingene for hinanden, kunne lidt optimistisk tolkes som et resultat af den skjulte lærerplan, som er at give eleverne

> "selvtillid og glæde ved samarbejde. Og give dem nogle oplevelser af, at man godt kan lære matematik uden at konkurrere, og uden at skjule viden for hinanden" (afsn.8.3 s.147)

Vi tror, på baggrund af vore observationer, at disse sociale elevønsker om størst mulig elevaktivitet, er reelle nok. Vi så praktisk taget ikkke noget, i de timer vi fulgte, der tydede på bluf eller dukning af fagligt svage elever. Lærerintentionerne ser også ud til at være slået igennem på den måde, at en del af eleverne, på spørgsmålet om, hvad der har været mest lærerigt svarer (sp.3): "at tage hensyn til hinanden", at "man skal være aktiv" og at man skal "lære at samarbejde".
Vi tror, at disse holdninger til undervisningen er gode forudsætninger for en god indlæring.
Det at eleverne oplever indholdet i undervisningen som interessant, mener vi også er en forudsætning for en god indlæring.

Disse betingelser ser i nogen grad ud til at være til stede. Det kommer dels til udtryk i elevernes vurderinger af forsøgsmatematikken som sjovere end den matematik de havde i 1.g. De sammenligninger der er med parallelklasserne, peger i samme retning. En karakteriserer forskellen ved, at "vores matematik er mere interessant/spændende" (sp.17) og en anden nævner, at de andre har "meget med bogstaver (tørt stof)".

Vi kan altså ikke måle indlæringen og det faglige udbytte direkte, men det ser ud til at nogle væsentlige forudsætninger for indlæring er til stede. Tryghed, samarbejdsvilje/glæde og tilsyneladende tilfredshed med indholdet.

Hvad bestemmer motivation og interesse

Vi vil nu prøve at afveje de forskellige faktorer, der påvirker motivation, interesse og indlæring mod hinanden.
Der er dels nogle ydre faktorer, som vi tror, har en afgørende betydning for motivationen: skolens betydning for eleverne, den pressede dagligdag, erhvervsarbejde, kammeraternes holdning, opfattelsen af, hvad matematik betyder for deres videre karriere og forældrenes holdning, er stikord til nogle af de forhold, der betinger indlæringen, forhold som en lærer stort set er uden indflydelse på.
De forhold, der ligger indenfor et fags rammer, og som betyder noget for det daglige arbejde, er, i følge lærerens vurdering: "Den dagligdag man opbygger sammen, om man kan lide at komme der" (afsn.8.3 s.115)

og "Om eleverne forbereder sig afhænger af, om de er - eller ikke er - bange for læreren. Eleverne skal jo klare den pressede hverdag og finde nogle overlevelsesstrategier." (ibid)

Vi er enige i denne vurdering. Det ser imidlertid ud som om realiseringen af det ene punkt modarbejder realiseringen af det andet. Det gode, trygge miljø, som er en absolut forudsætning for indlæring, har også som bivirkning, at eleverne ikke er bange for at komme uforberedte til timerne, og dette hæmmer indlæringen på et andet plan. De får ikke øvet så meget, de bliver frustrerede over det, fordi de godt ved, at de

'burde' forberede sig noget bedre. Dette giver problemer for såvel gruppearbejde som klasseundervisning.
Matematik er traditionelt et sorteringsfag, hvilket betyder, at den tvangsbestemte motivation ofte er stor. Et mere spændende indhold og en rarere atmosfære, kan ikke umiddelbart erstatte den tvangsmotivation i forhold til, at få eleverne til at lave flere lektier.
Ideelt set mener vi egentlig ikke, at det er noget dilemma. Man må som lærer drage den pædagogiske konsekvens, at man ikke forventer, at eleverne forbereder sig særligt meget. Dels ville man dæmpe deres dårlige samvittighed, hvilket vi mener er en klar barriere for indlæring, dels er det heller ikke rimeligt, at eleverne skal bruge så meget af deres tid på lektier, som man i øjeblikket forventer af dem i gymnasiet. Men i praksis er det i høj grad et dilemma. Eleverne skal kunne klare sig i forhold til deres kammerater, dvs. nå igennem en rimelig mængde stof, således at de kan honorere de krav, der stilles i de videregående uddannelser.

Vi forventede, på baggrund af den aktuelle arbejdsløshedssituation og den skrappe adgangsbegrænsning til næsten alle uddannelser, at karaktererne ville spille en stor rolle for elevernes motivation. Men det var egentlig vores indtryk, at det ikke betød særlig meget. Der var, så vidt vi kunne bedømme, ikke megen bluf eller 'strategiske' bemærkninger at spore. Elevernes lave prioritering på "hitlisten" af det, at kunne regne eksamensopgaver, peger i samme retning.
Lærerens forklaring på den lave prioritet er, at hun i sin lærerattitude undertoner karakterernes rolle, hun bruger ikke karakterer, prøver og dumpetrusler som disciplineringsmiddel (afsn.8.3 s.146). Man kunne frygte, at det gav eleverne en falsk tryghedsfornemmelse, men ved at følge undervisningen var det vores klare indtryk, at de svage elever var meget bevidste om, at de havde problemer. Så denne fare mener vi ikke, er reel.

Indholdet

Både ud fra spørgeskemaerne og ud fra lærerens vurdering, fremgår det, at det matematiske indhold er af underordnet betydning for motivation og interesse.
Eleverne ønsker matematik, som de føler kan bruges til noget, og læreren mener også, der er en pædagogisk pointe i anvendt matematik. Derudover mener hun, at der er en vis glæde ved at arbejde med matematik isoleret, som betyder noget for mange elever:

> "Det er lidt som rebusser og kryds og tværs. Når man har fundet det sidste ord, så er man færdig. Det er der noget rart i, og det kræver ikke, at man skal involvere hele sin person" (afsn.8.3 s.146)

Hvis denne vurdering er korrekt, og det tror vi,ud fra egne erfaringer med faget,at den er, ser det ud til, at der er indbygget en indre modsætning i elevernes behov i forhold til matematikundervisningen. På den ene side ønsker man personligt vedkommende matematik, på den anden side finder man en vis glæde ved, at beskæftige sig med noget matematik, som netop ikke indrager ens person. Vi tolker denne modsætning som udtryk for,at man må udvide anvendelsebegrebet til også at omfatte anvendelighed mht. personlig intellektuel udvikling. Modsætningen bliver således kun tilsyneladende.
Når denne matematikinterne kvalitet ikke fremgår særlig tydeligt af spørgeskemaerne, er det formodentlig fordi, det er nogle ønsker, der er svære at formulere.(Desuden er der i disse pragmatiske tider ikke nogen normer for, at noget kan have værdi 'i sig selv'.)
Glæden ved at arbejde med matematik isoleret har undertoner af 'instrumentalisme', som traditionelt trækker i modsat retning af lærernes intentioner om, at eleverne skal have en dybere forståelse for matematikkens samfundsmæssige rolle.
På den anden side tror vi, at det er væsentligt for forståelsen af faget, at eleverne har en vis glæde ved faget i sig selv. Endelig tror vi, at det at regne opgaver som kryds og tværs, kan give en meget kontant og tilfredsstillende følelse af, at man kan mestre et eller andet - at 'man kan det'. Denne glæde ved 'instrumentalisme' kan således bibringe,især de svagere elever en tiltrængt selvtillid.

Matematikopfattelse

Da det, at kunne anvende matematik, er placeret så højt på elevernes ønskeseddel, kunne man forvente, at man ville foretrække,at matematikundervisningen foregik som en del af andre fag. Men kun 3 elever mener, at det kunne lade sig gøre (sp.25), resten mener at det ville være "forvirrende og rodet" og at "det er nødvendigt at gennemgå de matematiske grundprincipper". Der er også enighed om, at der skal undervises i matematik i gymnasiet (sp.24). Begrundelserne er generelt at det "kan bruges bagefter", bl.a. til uddannelser og at "erhvervslivet kræver det". Et par stykker mener at gymnasiestrukturen skal ændres, og at matematikken skal være noget, "man kan bruge i dagligdagen".
Der er altså bred eninghed om, at matematik skal opretholdes som et selvstændigt fag i gymnasiet. En enkelt nævner en mere personlig begrundelse for faget, nemlig at "man lærer at udvikle sin fantasi og løse problemer".

Flertallet af eleverne mener, at det kræver særlige evner, at lære matematik (sp.30).De evner, der nævnes, er bla.: "evnen til at opfatte hurtigt", - "til at tænke logisk" og "abstrakt". Disse kriterier er næsten synonymer for det, man i normal forstand ville betragte som en høj intelligens.
Dvs. den traditionelle holdning om, at matematik-forståelse kræver en særlig høj intelligens, og at matematikken som en følge heraf er en målestok for denne, ser ud til i nogen grad at være bevaret.
I forbindelse med både et "mareridt" og et ideal af en matematiktime (sp.12,13) refererer eleverne først og fremmest til en klasseundervisningssituation. Dette kunne tyde på, at en matematiktime i elevernes rygmarv stadig er en klasseundervisning, selv om de har haft så meget gruppearbejde.

Det ser altså ud til at elevernes matematikopfattelse er temmelig traditionel især mht. oplevelsen af matematik som en slags IK-test.Der er dog tegn på bevægelse i elevernes forventninger til faget, idet de tror på, at de vil komme til at

bruge faget senere i livet - ikke kun til videre uddannelse - bl.a. på baggrund af nogle positive oplevelser af, at de har haft glæde af noget matematik, rentesregning, i deres dagligdag.

Kønsroller

Der er en klar tendens til, at pigerne prioriterer gruppearbejdet højere end drengene.
Da vi fulgte undervisningen, var det vores klare indtryk, at pigerne befandt sig bedst ved gruppearbejdet, mens drengene havde det bedst med klasseundervisning. Dette kommer også til udtryk i elevernes eksplicitte ønsker om vægtningen mellem de to arbejdsformer (sp.5). Videre peger prioritering af lektielæsningen (sp.14) i samme retning. Pigerne angiver at bruge ca. dobbelt så lan tid til at forberede gruppearbejde, som til klasseundervisning (gennemsnitstallene er 4o/2o min). For drengene gør det omvendte sig gældende, her er tallene 33 - hhv. 18.
Det er også karakteristisk, at drengene generelt mener, at forløbet har været for "løst" (sp.11), mens pigerne generelt mener, at det har været "tilpas". Det tyder på,at pigerne har lettere ved at administrere et gruppearbejde, mens drengene har sværere ved 'at tage sig sammen'. Et forhold som også stemmer overens med vore observationer.
En anden grund til at pigerne foretrækker gruppearbejdet er formodentlig også, at drengene var meget dominerende i klasseundervisningen, på en sådan måde at pigerne havde svært ved at komme til orde. Denne drengedominans gjorde også, at pigerne krævede, at der skulle være mindst to piger i hver gruppe.

Med hensyn til indholdet, er tendensen den, at pigerne først og fremmest ønsker matematik, der kan bruges i hverdagen, mens drengene først og fremmest ønsker matematik, der kan bruges til videre uddannelse.(sp.32). I det hele taget ser det ud til at indholdet i undervisningen betyder mere for pigerne end for drengene. Med hensyn til emnet, som var foreslået - og

mere eller mindre bestemt af læreren på forhånd, mente 4 af 6 piger (sp.10), at de havde haft for lidt indflydelse. Drengene (9 af 14) var derimod tilfredse med den indflydelse, de reelt ikke havde haft. Det kan både tolkes som udtryk for,at drengene har været mere tilfredse med det konkrete emne, men det kan også ses som udtryk for, at pigerne prioriterer medbestemmelse og indhold højere. Det er således en pige, der anbefaler elevmedbestemmelse, som et middel til at få alle til at deltage aktivt i undervisningen "for så får vi de interessanteste emner"(sp.8).

Det er videre bemærkelsesværdigt, at det først og fremmest er pigerne, der mener, at forsøgsmatematikken har været lettere, sjovere og behageligere end 1.g matematikken (sp.2). På spørgsmålet, om matematiktimerne har været behageligere end andre fag, er der 6 af 14 drenge, der svarer "nej", mens ingen piger svarer nej. Det kunne tyde på, at forsøgsmatematikken i høj grad tilgodeser pigernes behov, både mht. indhold og arbejdsform (men her kan det også spille en rolle, at læreren er en kvinde). Pigernes holdning virker også afkræftende i forhold til den udbredte forestilling om, at det især er piger, der har det dårligt med matematik. Om det skyldes, at denne vurdering er forkert, eller om det er forsøgsundervisningens fortjeneste, kan vi ikke uden videre afgøre. Men der er ingen tvivl om, at denne form for matematikundervisning stemmer godt overens med pigernes ønsker.

Konklusioner omkring anvendt matematik

De behov eleverne udtrykker i forhold til matematikindholdet, er altså først og fremmest, at det skal være anvendeligt: i hverdagen, i andre sammenhænge og til videre uddannelse. Anvendeligheden har både et almentdannende aspekt (hverdagen) og et studieinternt aspekt (videre uddannelser, andre fag), og det første aspekt er prioriteret højest. Ønsket om anvendelighed i hverdagen peger i retning af erfaringspædagogikken, som netop går ud på, at man skal tage udgangspunkt i elevernes hverdagserfaringer. Denne pædagogik kan imidlertid kun i meget begrænset omfang realiseres indenfor matematik, i hvert fald hvis det skal opretholdes som et selvstændigt fag. Hvis denne vurdering er rigtig, og det mener vi den er, er det nok vigtigt, at man i sine matematik-didaktiske overvejelser gør sig dette misforhold-mellem elevernes umiddelbare ønsker og de reelle muligheder - klart. Dels overfor sig selv, dels overfor eleverne.
Det ser ud til, at matematik ikke kan honorere det 'subjektive' kriterium, som Illeris opstiller som en forudsætning for en eksemplarisk indlæring. Man må så, som matematiklærer, overveje, hvad faget så har at sætte i stedet.

Et andet væsentligt kriterie, som Illeris opstiller som en forudsætning for en eksemplarisk indlæring, er, at der er et meget trygt miljø i undervisningssituationen. Dette kriterie ser det ud til, at forsøget i høj grad opfylder, men en bivirkning er, at eleverne ikke får trænet så meget, og det kan måske betyde en vis faglig utryghed ved, om man får lært nok. Vi mener, man må fastholde, at det ikke er eleverne der er for 'dovne', men at det er nogle urimelige krav, skolen stiller til dem. Konsekvensen af dette problem må derfor være, at man arbejder på at lave skolen om.

9.4 Sammenligning med "Matematikopfattelser hos 2.g'ere"

I rapporten "Matematikopfatterlser hos 2.g'ere" har forfatterne ved interview-undersøgelser i 1979 forsøgt at klarlægge gymnasieelevers matematikopfattelser på en række områder : matematikundervisningens indhold og udformning, matematikkens historiske udvikling, matematikkens anvendelser og samfundsmæssige placering og matematikkens interne struktur. De interviewede ca. 25o 2.g-elever, som repræsenterede alle gymnasiets grene, heraf ca. 65 elever fra matematisk-fysisk gren og ca. 6o elever fra matematisk-samfundsfaglig gren.

I denne forbindelse, hvor vi vil sammenligne vore elevbesvarelser på nogle af spørgsmålene vedrørende elevernes matematikopfattelse (spørgsmålene 24, 25, 26, 28, 29 og 31) med 2.g-rapportens, ser vi udelukkende på besvarelserne fra de matematisk-fysiske og matematisk-samfundsfaglige elever, da vore elevbesvarelser repræsenterer de to gymnasiegrene.

Vores hensigt med at foretage denne sammenligning er at undersøge om de elever vi har været i kontakt med, og som har modtaget en undervisning, hvor et af formålene er at ændre elevernes traditionelle matematikopfattelse (se kap. 8), på nuværende tidspunkt har ændret eller er begyndt at ændre deres matematikopfattelse målt i forhold til den traditionelle matematikopfattelse, som afspejles i besvarelserne i 2.g-rapporten.

I det følgende vil de to undersøgelser blive sammenlignet under de enkelte spørgsmål og hver gren for sig, hvor der vil blive gjort rede for de vigtigste fællestræk og særtræk. En gengivelse af 2.g-rapportens elevbesvarelser med hensyn til de relevante spørgsmål og de førnævnte to gymnasiegrene vedlægges som bilag til dette afsnit (se bilag). Iøvrigt henvises til kap. 9 resultatafsnittet, vedrørende vore elevbesvarelser.

Spørgsmål 24 : "Synes du, at der skal undervises i matematik i gymnasiet ?" (2.g-rapporten : spørgsmål 2)

Matematisk-samfundsfaglig gren.
I begge undersøgelser svare næsten alle ja, men begrundelserne er forskellige. I 2.g-rapporten er den væsentligste begrundelse at matematik kan bruges i andre fag, specielt samfundsfag, hvorimod vore elever pointerer matematikkens vigtige rolle i samfundet og hverdagen, og ydeligere nævner en del forudsætningen for videreuddannelse.

Matematisk-fysisk gren.
Alle uden undtagelse svare ja, og de begrunder det med nødvendigheden af matematik til brug i de andre naturvidenskabelige fag, samt dets studieforberedende rolle. Men udover disse forhold nævner vore elever matematikkens vigtige rolle i erhvervslivet og indenfor teknologien, samt det personligheds udviklende aspekt ved at lære at tænke logisk og selvstændigt.

Spørgsmål 25 : "Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?" (2.g-rapporten : sp. 3)

Matematisk-samfundsfaglig gren.
Meningerne er i begge undersøgelser delte. Et stort mindretal kan godt forestille sig matematikundervisningen foregå som en del af andre fag, nogle mener endda det ville gøre det lettere at anskueliggøre matematikkens relationer til andre fag. En overvejende del mener det ville være en dårlig ide, da matematikfaget er alt for omfattende, det ville gå ud over sammenhængen i indholdet. Det er den samme type begrundelser for og imod forslaget der findes i de to undersøgelser.

Matematisk-fysisk gren.
Her er der ligeledes overensstemmelse mellem de to undersøgelser. Flertallet afviser forslaget og begrunder det med matematikfagets omfang og at det ville gå ud over matematikkens opbygning og sammenhæng. Et mindretal foreslår at matematikfaget kunne være en del af fysikfaget.

Spørgsmål 26 : "Kender du eksempler på at matematik anvendes i samfundet ? hvilken matematik ? hvor i samfundet ? " (2.g-rapporten : sp. 8)

Da 2.g-rapporten ikke stillede spørgsmålet "hvilken matematik", ser vi bort fra denne del af spørgsmål 26.

Matematisk-samfundsfaglig gren.
I begge undersøgelser nævnes eksempler indenfor områderne
a) teknik og ingeniørvidenskab
b) administration og handel
og desuden enkelte andre anvendelser.

Matematisk-fysisk gren.
Igen nævnes i begge undersøgelserne eksempler indenfor
a) teknik og ingeniørvidenskab
b) administration, handel og produktion
og yderligere enkelte andre anvendelser.

I 2.g-rapporten nævnes betydeligt flere eksempler end i vore elevbesvarelser. Hvilket måske kan forklares med at 2.g-rapporten elevmateriale er over tre gange større end vort materiale, vi kan kun gætte herom da der i 2.g-rapporten ikke oplyses om sprednigen på svarene.

Spørgsmål 31 : "Hvad ville du sige hvis du skulle forklare en udenforstående, hvad matematik er ?" (2.g-rapporten : sp.14)

Matematisk-samfundsfaglig gren.
Hvis man tolker de manglende besvarelser i vores undersøgelse som rådvildhed fremkalder spørgsmålet i begge undersøgelser rådvildhed. Mange elever nævner at matematik er noget med tal, formler og bogstaver. Desuden svare enkelte at matematik er logik. I 2-g-undersøgelsen ville flere af eleverne give en forklaring ved at give eksempler på matematiske anvendelser.

Matematisk-fysisk gren.
Hvis man ligeledes her tolker de manglende besvarelser i vores undersøgelse, som tegn på at de ikke ved hvad de skal svare, fremkalder spørgsmålet i begge undersøgelser hos en overvejende

del af eleverne rådvildhed. Nogle elever svarer at matematik er noget med behandling af tal og formler og nogle vil ved forklaringen give eksempler herpå. I begge undersøgelser fremkalder spørgsmålet den samme type besvarelser.

Spørgsmål 28 ("Har du nogensinde brugt eller forsøgt at bruge den matematik, du har lært i gymnasiet, til andet end skolebrug?") og 29 ("Tror du, du kommer til at bruge matematikken efter gymnasiet?") i vort spørgeskema giver et billede af hvorvidt eleverne er i stand til at anvende de matematik de lærer i gymnasiet i deres hverdag udenfor skolen og om de forventer at kunne bruge den senere. I 2.g-rapporten har de ligeledes ønsket at få disse forhold belyst ved at stille spørgsmål 8 : "Hvad kan I bruge matematikken til ?". Da sp. 28, 29 og 8 ikke er enslydende kan de tilhørende besvarelser ikke direkte sammenlignes. Begrundelsen for at foretage denne sammenligning er, som før nævnt, at undersøge om vore elevers matematikopfattelse er anderledes end den er afdækkes i 2.g-rapporten. Derfor vil vi i forbindelse med disse spørgsmål (28,29, 8) tage udgangspunkt i vore elevbesvarelser.

Matematisk-samfundsfaglig gren

Næsten alle eleverne i 2.g-rapporten forventer at komme til at anvende matematik i forbindelse med videre uddannelse, hvorimod det hos vore elever kun gælder et mindretal. Flertallet forventer derimod at anvende matematik i forbindelse med deres privatliv, de nævner blandt andet låne-/investeringsforhold, selvangivelsen og regnskab. I 2.g-rapporten var der ingen, der angav at have brugt matematik uden for skolen, hvilket flertallet af vore elever angiver, hyppigst nævnes brugen af rentesregning.

Matematisk-fysisk gren

Næsten alle elever forventer at få brug for matematik ved videre uddannelse og jobs. I 2.g-rapporten er der kun én der har anvendt matematik i dagligdagen uden for skolen, hvorimod godt halvdelen af vore elever har gjort det. En stor del af disse elever angiver at have brugt alle former for matematik i forbindelse med computerprogrammering.

Konklusion.

Der forekommer kun få forskelle i besvarelserne fra de to undersøgelser. Disse forskelle kan iagttages vedrørende matematikkens samfundsmæssige placering, hvorom vore elever forekommer mere bevidste, da de som den væsentligste årsag til at der undervises i matematik i gymnasiet angiver matematikkens vigtige rolle i samfundet, i erhvervslivet og indenfor teknologien, end 2.g-rapportens elever, der overhovedet ikke nævner noget om disse forhold. At det nok ikke er nogen videre dybtgående indsigt vore elever har, derpå tyder deres manglende evne til at give konkrete eksempler på væsentlige samfundsbeslutninger hvori matematikanvendelsen spiller en stor rolle. Man kan måske heller i ke forvendte denne dybere indsigt, da de kun er blevet undervist under forsøgsordningen i knap 8 måneder, og lærerne har påpeget at de endnu ikke direkte har taget denne problemstilling op, men at de inden forsøgets afslutning har planlagt at eleverne skal stifte bekendskab med større matematiske modeller, der har betydning for samfundsmæssige beslutninger, såsom Adam-modellen og Nordsø-modellen. Det ville derfor være mere interessant at se hvor bevidste eleverne er blevet omkring dette problem efter længere tids undervisning, f.eks i slutningen af 3.g. .

Det at vore elever, imodsætning til 2.g-rapportens elever, er i stand til at anvende matematikken udenfor skolen og det at de forventer/ forestiller sig at de efter gymnasiet skal benytte matematik i forbindelse med deres privatliv, vidner tillige om at de kan iagttage relationer mellem samfundet / hverdagen og gymnasiematematikken. er skal bemærkes at rentesregning, som en del af eleverne nævner i denne forbindelse, ikke normalt forekommer i gymnasiepensummet, dvs. at 2.g-rapportens elever højst sandsynligt ikke har stiftet bekendskab med dette stofområde. Yderligere nævner en del elever at anvendelsen af matematikken sker i forbindelse med computerprogrammering, hvor der jo bare i de seneste år har været en rivende udvikling, således at datamater i dag næsten er hvermandseje, hvilket ikke var tilfældet i 1979 da 2.g-undersøgelsen fandt sted. Det kunne tyde på at dels ind-

holdet i vore elevers forsøgs-matematikundervisning, og dels samfundsudviklingen i almindelighed har påvirket vore elevers matematikopfattelse.

Samlet kan vi konkludere at vore elever stadig på nuværende tidspunkt besidder en rot traditionel matematikopfattelse , men at det kunne tyde på de er ved at udvikle en forståelse for at der forekommer relationer mellem den matematikundervisning de modtager og samfundet/ hverdagen/ virkeligheden.

10. KONKLUSION PÅ ANALYSERNE AF UNDERVISNINGSFORLØBENE PÅ DE TRE SKOLER.

Vi vil i dette kapitel uddrage det vigtigste fra de tre analyser i forhold til vores oprindelige problem omkring motivation, interesse, indlæring og anvendt matematik. Under vores ophold på de tre skoler, opdagede vi en række forhold, der var væsentlige for vores problem, men som vi ikke direkte havde medtaget i vores problemformulering. Vi vil her - på baggrund af de konkrete undervisningsforløb - konkludere på vores oprindelige problem såvel som på de andre forhold af betydning, vi blev opmærksomme på undervejs.

Konklusionen starter med en vurdering af trygheden i undervisningsmiljøerne på de tre skoler. Tryghed er en vigtig forudsætning for motivation og indlæring - jvf. kap. 4. Dernæst konkluderes på, hvad elevernes og lærernes interesser i forhold til matematikundervisningen er, og hvilke konsekvenser det får, for muligheden af en for eleverne interessant og motiverende undervisning. Tredje del af konklusionen handler om anvendt matematik og konkluderer på, om anvendt matematik er væsentligt som pædagogisk middel eller om det er væsentligt af andre grunde. Endelig i fjerde del ser vi på, hvilke nye problemer en anvendelsesbaseret matematikundervisning kan føre med sig.

1. Tryghed.

Tryghed i klassen er - som nævnt - en vigtig forudsætning for indlæring. Vores forestilling om "almindelig" matematikundervisning var, at timerne var meget "stramme", idet man skal nå at komme igennem et omfattende pensum og på grund af fagets karakter er det ikke muligt at springe meget over eller gå let henover noget. Disse betingelser betyder, at det vil være svært at få alle elever med, hvilket kan medføre krav om større disciplin. Alt sammen kan det let betyde, at det er vanskeligt at opnå et trygt undervisningsmiljø.
Emnelistens bortfald på de tre skoler betyder, at man kan gå mere i dybden med færre emner. På skole 2 og 3 er dette medvir-

kende til et tryggere miljø, hvor der i høj grad kan tages hensyn til elevernes tempo, og hvor få elever føler sig fagligt utrygge. På skole 1 er situationen en anden, idet det faglige stof er svært, og den eksperimenterende frie arbejdsform bevirker, at en del fagligt bliver hægtet af.
Trygheden i klassen er også meget afhængig af lærer-elevforholdet, de krav læreren stiller og måden de håndhæves på. På skole 3 er lærerens pædagogik helt bevidst, at opnå stor åbenhed i klassen og reel adgang for alle til at stille 'dumme spørgsmål' og der er her opnået et meget trygt miljø med stor - og højrøstet - aktivitet i timerne fra næsten alle eleverne. Det har så den ulempe, at elevernes hjemmeforberedelse er mangelfuld, da de krav, der stilles i matematiktimerne ikke opleves som så 'strenge' og kontante, som i mange andre timer. På skole 2 var hjemmearbejdet også mangelfuldt, men der var ikke så meget hjemmearbejde i perioden, da meget af arbejdet foregik foran datamaterne. Undervisningsforløbet her var det mest strukturerede, hvor der blev stillet de mest kontante krav til eleverne. Det at klassen var lille og meget homogen bevirkede, at miljøet her forekom trygt. At afstanden mellem lærer og elever her forekom større end på skole 3 kan skyldes, at læreren på skole 2 var mand,mens læreren på skole 3 var kvinde, hvilket kan give eleverne nogle forskellige forventninger til læreren de to steder.

På skole 1 gør den samme mekanisme sig gældende som på skole 3, dog på en lidt anden måde. I det frie selvstyrede projektforløb er lærerkravene ikke eksplicit til stede i de enkelte timer, idet grupperne selv bestemte farten og lærerens indblanden oplevedes som - og var reelt og bevidst fra lærerens side - mere af vejledende end af kontrollerende og opstrammende karakter. Timerne oplevedes derfor som oaser i skoledagen i forhold til andre timers mere kontante krav, og aktiviteten både i timerne og hjemme blev mangelfuld.

Vi kan altså konkludere, at hvis man opnår et trygt miljø i nogle isolerede timer, får det nemt den bagside, at elevernes forberedelse bliver mangelfuld i forhold til andre fag, hvor tvangen opleves stærkere. Det er derfor yderst vanskeligt, at opnå en optimal indlæringssituation bare af den grund, idet eleverne

har 8-9 andre fag, hvor den samme tryghed sjældent eksisterer. Et ikke fag- og timeopdelt gymnasium ville være en forudsætning for et konsekvent åbent og trygt miljø.

En anden forklaring på elevernes manglende arbejdsindsats, især i timerne, er at eleverne også møder i skolen med en række sociale behov. Skolen er en meget stor del af deres liv, og de skal selvfølgelig også manifestere sig der på alle mulige andre områder end lige netop det rent faglige.
Det kunne se ud som om, at der hvor elevernes sociale behov bliver mest accepteret - i de friere forløb - opnås det mest trygge undervisningsmiljø. Dette støder så på det 'faglige', hvor der nås mindre. Denne modsætning mellem skolen som social tumleplads og som stedet for faglig indlæring vender vi tilbage til.

2. Elev og lærerinteresser i forhold til matematikundervisning.

Vi vil i dette afsnit forsøge at give et billede af elevernes og lærernes interesser i forhold til matematikundervisningen og forsøge at fastlægge et udgangspunkt for undervisningen i forhold til disse interesser.
Eleverne formulere nogen interesser om matematikundervisningen: om hvad de mener dens formål skal være og om hvilke emner og arbejdsformer, de ønsker, og samtidig formulerer de, hvad der har været mest spændende og interessant i det overståede forløb.
Fra forløbene nævnes ofte arbejdsformen på alle tre skoler: at arbejde selvstændigt, at hjælpe hinanden, selv at strukturere et forløb mv. er af mange oplevet som noget positivt. Alligevel opstiller flertallet af eleverne et ideal af en matematiktime, som en time med stærk lærerstyring og med hyppige læreropsamlinger (ønsket om klasseundervisning med små gruppearbejder).
Denne modsætning opfatter vi som meget central og tolker den dels som en modsætning om lærerkrav om større selvstændighed og ansvarlighed og umiddelbare elevinteresser i 'lettere' og mere veldefinerede krav, og dels som en modsætning hos eleverne,hvor de gerne ville kunne honorere kravene, men hvor det daglige arbejdspres får dem til at ønske de 'lettere' løsninger.
Den friere arbejdsform stiller større krav om selvstændighed, og som eleverne skriver, gav det dem gode oplevelser. Men de

gode oplevelser blev overskygget af de problemer arbejdsformen også gav: grupper der ikke fungerede, der gik i stå, hvor nogen fagligt hægtes af, hvor aktiviteten er lille og hvor det er vanskeligt at overskue kravene. Frustrationerne - der var størst på skole 1, hvor formen var mest fri og emnet vanskeligst - giver sig udslag i krav om større lærerstyring, krav om at fralægge sig en del af ansvaret og give læreren det.
En del af forklaringen på frustrationerne på skole 1 var også, at eleverne i gruppearbejdet ikke havde mulighed for at løse problemerne selv. De gik i stå og måtte alligevel tilkalde læreren. Dette rejser nogen problemer om projektarbejde i matematik, der udspringer af selve fagets karakter. I de fleste andre fag er det muligt gennem lærebøger og anden litteratur selv at opstille og undersøge et problem, mens det for at opstille og undersøge et problem matematisk kræver en stor rent faglig matematikkunnen, som i de fleste tilfælde ikke lige kan hentes ud af en (lære)bog. Lærerens person og viden får derfor en helt anden og mere betydningsfuld rolle i forhold til projektarbejdet, og da han/hun alligevel altid skal tilkaldes og gennemgå de 'matematiske' dele bliver forskellen på klasseundervisning og gruppearbejde ikke så stor, når det gælder om at lære matematik. Eleverne får ikke oplevelsen af, at de selv kan finde ud af matematikken og brugen af matematik. Vi vil senere vende tilbage til, om vi tror det er muligt at lave matematik projektarbejder, hvor eleverne i højere grad selv kan løse problemerne; her vil vi blot konkludere, at disse oplevelser i projektarbejdet er medvirkende årsag til elevernes ønsker om større lærerstyring.
På skole 3 må elevernes ønske om en ' astere hånd' også ses som en reaktion, hvor eleverne ønsker at fralægge sig noget af det ansvar, der lægges på dem.
På skole 2 forekommer modsætningen ikke så stor, idet elevønskerne stort set svarer til den undervisningsform de har.

Eleverne - især på skole 1 og 3 - har oplevet, at det har været svært at forstå matematikken, da de i nogen situationer i større eller mindre grad selv har skullet løse nogle problemer. Det er i lyset heraf, at et fælles krav fra alle tre skolers elever skal ses: undervisningen er bedst, når de kan forstå det hele. Læreren skal gennemgå "og alle skal kunne forstå det" som to e-

lever fra skole 1 skriver, eller der skal være en "enkel og klar lærerforklaring" som en på skole 3 skriver. Elevernes holdning er klar: læreren skal forklare og forståelsen skal være uproblematisk
Hvis dette kunne lade sig gøre, ville det klart være at foretrække set fra elevernes synspunkt, hvor 9-10 fag skal passes sammen med evt. erhvervsarbejde og et socialt liv. Det er en fuldt forståelig umiddelbar elevinteresse forårsaget mere af omgivelsernes pres på eleverne end af et oprindeligt ønske hos dem.

Eleverne angiver også, hvad der er vigtigst at lære i matematikundervisningen. Svarene på skole 1 og 2 er nogenlunde de samme: de vigtigste ting er, at lære at tænke logisk, at lære matematik, der er brugbar til videre uddannelse og derefter matematik brugbar i hverdagen og matematik, der er sjov og interessant.
Vi ser at der her er en forskel på elevernes forventninger og lærernes intentioner med undervisningen, der bl.a. er at lære om matematiks anvendelighed i andre sammenhænge og analyse af matematiske modeller. Intentionen på skole 1 er ikke studieforberedende men mere almendannende, men læreren mener nu ikke, at elever, der skal bruge matematik i videre uddannelse, stilles ringere. De vil have en række fordele ved en dybere forståelse på nogle områder og ved en større viden om matematik. De områder de ikke kommer igennem i den sædvanlige emneliste vil de forholdsvis hurtigt kunne sætte sig ind i. Elevernes interesser er altså styret af videreuddannelsesønsker og nogen 'her og nu' krav: brugbar i hverdagen, sjov og spændende.
Eleverne ønsker at lære at tænke logisk, men de mener ikke det er nødvendigt at lære at bevise. Denne modsætning kan tolkes således, at hvis man lærer at tænke bedre gennem matematikundervisningen er det udmærket, men noget af det sure arbejde for at opnå denne evne - bl.a.. at lære at bevise - har man ikke lyst til. Lærerne prioriterer den logiske tænkning - som mål i sig selv - meget lavt, og elevernes ønske kan også forstås således, at de ret ukritisk har overtaget den nok mest almindelig udbredte begrundelse for matematikfagets eksistens. Denne forklaring hænger fast, hvilket siger noget om elevernes matematikopfattelse, der er resultatet af mange års matematikitimer.

På skole 3 var overensstemmelsen mellem lærerintentioner og elevforventninger større, idet eleverne mente, at det vigtigste var brugbar matematik (i hverdag, til uddannelse, i andre sammenhænge), som der bl.a også er blevet lagt vægt på i undervisningen. Lærerne på skole 2 og 3 mener, det er et vigtigt formål med undervisningen at kvalificere eleverne til videreuddannelse, og læreren på skole 1 mener han gør det, selv om det ikke direkte er et formål med undervisningen; så på dette punkt er der ingen modsætning mellem elevønsker og lærerintentioner. Alle steder ønsker eleverne sig matematik, de kan bruge i hverdagen - dog er det ikke så højt prioriteret på skole 1. Mange tænker måske her på det forløb, de har haft om rentesregning, som bl.a. omhandlede problemer som kunne være konkrete problemer for dem (f.eks. køb på afbetaling, kontosystemer mv.).

Man kunne måske her tolke elevernes ønske om mere brugbar matematik som først og fremmest ønsket om en anden matematik end den traditionelle. Eleverne ønsker sig ikke positivt en matematik, de kan 'bruge' på nogen emner eller områder de kender. De ønsker sig snarere en anden matematik end den de kender, der ikke kan bruges til noget. Dette kan ses ud af elevernes meget vage bud på hvor og hvordan de tror de kan bruge matematik.

Lærerne mener, at det stort set er umuligt at tage udgangspunkt i problemer, der opleves som centrale for eleverne i deres hverdag. Læreren på skole 1:"Hvis man sådan helt overfladisk knytter en sammenhæng mellem deres erfaringsverden og differentialregning, så kunne man sige, hvor bruger man differentialregning, det gør man jo ingen steder overhovedet". Læreren på skole 2: "Det er jo en enorm lang erkendelsesproces at finde ud af, at man har et dybt erkendt behov for matematik". Læreren på skole 3: "Hvis man kun skulle tage udgangspunkt i det, der lige har med eleverne at gøre her og nu, så kunne man ikke gøre noget som helst."
Det er altså ikke muligt at basere matematikundervisningen på problemer i elevernes umiddelbare erfaringsverden. Hermed mistes den motiverende effekt, der ligger i, at problemet er reelt for eleverne og dermed engagerende. Hermed mangler 'den ene ende' i den eksemplariske indlæring, idet det personlige problem, der skal forstås placeret i den samfundsmæssige sammenhæng, ikke

kan have noget med matematik at gøre.
Elevsvarene antyder, at lærerne har ret, idet ingen elever bringer andre eksempler på brugbar matematik i dagligdagen end rentesregning og anden 'købmandsregning', bortset fra enkelte, der bruger matematik i deres hobby.
De objektive interesser eleverne har - ifølge læreren - er at de skal kunne gennemskue brug og misbrug af matematik, og at de kritisk skal kunne opstille og vurdere matematiske modeller. For at blive i stand til det - og det må være vigtige elementer i en modkvalificeringsstrategi - må de imidlertid lære noget matematik - bl.a. noget differentialregning - som de ikke umiddelbart kan se nytten og relevansen af.

3. Anvendt matematik.

De anvendelser af matematik, der er demonstreret de tre steder er - bortset fra forløbene om rentesregning - ret forskellige.

Anvendelserne på skole 1 er bevidst valgt som nogle fænomener, der er fysisk iagttagelige i virkeligheden. Dels så eleverne kan se forbindelsen mellem matematik og det de står med i hånden, og dels så de kan udføre et praktisk eksperiment, der adskiller sig fra den sædvanlige undervisning og som derigennem har en pædagogisk effekt. På skole 3 er anvendelsen affødt af et behov i faget fysik, hvor klassen har om radioaktivitet, og eksemplerne til vækstfunktionerne i matematik kommer for en stor del derfra.
Mens anvendelserne på skole 1 og 3 knytter sig til fysiske problemer og faget fysik, er anvendelserne på skole 2 knyttet til andre forhold. Her gennemgås forskellige matematiske vækstbegreber, der vises ved forskellige samfundsmæssige eksempler bl.a. modefænomener. Ingen af disse anvendelser af matematik knytter an til elevernes umiddelbare interesser. De fysiske problemer på skole 1 og 3 er lige så meget skolestof som den 'rene' matematik, der er adskilt fra deres øvrige hverdag. Elevernes mening om og forhold til mode på skole 2 er ikke afhængig af om eleverne kan beskrive modeadfærden matematisk ved hjælp af vækstfunktioner. Eleverne forstår måske bedre de matematiske vækstbegreber ad denne vej - hvilket er en vigtig

pædagogisk pointe, og de indser måske nogle forhold om matematiks beskrivelseskraft, men de har ikke i deres umiddelbare hverdag problemer, der kræver den matematik.
Eleverne har haft nogen oplevelser og erkendelser ved at se sammenhængen mellem matematikken og den mere håndgribelige virkelighed (raketten, radioaktiviteten og gulerodsbukserne) og det har haft en klar motiverende effekt.

Eleverne har opdaget, at matematikken ikke er et abstrakt i luften frit svævende system, men at den kan bruges som et - godt eller dårligt - redskab til at beskrive virkeligheden med.
Hvor langt eleverne er kommet fra en mere traditionel matematikopfattelse er svært at sige. Forløbene har foreløbig kun varet 3/4 år, men det må konkluderes, at eleverne alle tre steder er begyndt at se matematikken i forhold til virkeligheden på en eller anden måde. At se matematikken som et redskab til beskrivelse af virkeligheden må være første del af en modkvalificering. At se og kritisk vurdere hvordan matematik bruges i samfundet på forskellige virkelighedsfænomener (også samfundsmæssige) må være næste del og at lære selv at kunne bruge matematikken kritisk må være sidste del, hvis det overhovedet kan nås i gymnasiet. De to sidste dele har eleverne stadig til gode. Det kan altså endnu ikke afgøres, om det kan lade sig gøre, at give det forhold til matematik, som en modkvalificering kræver, men det kan forsigtigt konkluderes, at de er på vej.

Når vi så skal konkludere på vores oprindelige problemstilling om hvorvidt undervisning, der tager udgangspunkt i anvendt matematik, er mere motiverende og dermed har en større indlæringseffekt, bliver vores svar todelt.
Vi fandt frem til, at matematikundervisningen ikke kunne tage udgangspunkt i elevernes umiddelbare interesser, og at interesse og engagement ikke kan være så dybt, som i en erfaringspædagogik baseret undervisning. Vi fandt også ud af, at der var ualmindelig mange andre forhold af betydning for elevernes motivation og interesse end lige netop undervisningens indhold. Alt sammen er det forhold, der peger i retning af, at

matematikindholdet ikke er af så stor betydning for interessen og indlæringen.
Samtidig fandt vi frem til, at de erkendelser eleverne fik om matematiks forhold til virkeligeheden havde en vis motiverende effekt. Vi tolker det sådan, at når eleverne ser relevansen og brugbarheden af faget - som godt nok ikke er en brugbarhed for dem her og nu - så stimuleres interessen.
Men selv med en undervisning med de bedst tænkelige matematikanvendelser er man op mod en række forhold, som de ovennævnte, der er af større betydning for elevernes interesse og indlæring.

Men vores oprindelige problem om interesse og anvendt matematik er nok stillet lidt skævt. Grunden til at beskæftige sig med anvendt matematik har ikke først og fremmest i de tre forløb været - og skal heller ikke være - af pædagogisk art. Grunden er af indholdsmæssig/fagkritisk art. Eleverne skal kunne bruge matematik kritisk og skal kunne gennemskue den anvendelse af matematik, de møder. At dette så samtidig har nogen pædagogiske gevinster er kun godt, men pædagogikken er ikke den væsentligste grund til at lægge vægt på anvendt matematik i undervisningen.

4. Problemer ved friere og mere ustrukturerede forløb.

Meningen med de frie ustrukturerede forløb, som skole 1 er repræsentant for, er at opøve elevernes selvstændighed og gennem forløbet og de elevfrustrationer det indeholder, at give eleverne erfaringer, som gør dem bedre i stand til at være reelt medbestemmende om undervisningens indhold og form. Vi har set at den selvstændighed - som også til en hvis grad kræves på skole 3, men ikke så udpræget på skole 2 - har været svær at administrere for eleverne. Men der har været stor forskel på eleverne. De 'stærke' elever har fået stort fagligt og arbejdsmæssigt udbytte af projektet, mens en del 'svagere' elever er blevet hægtet fagligt af, hvilket naturligvis også har givet dem dårlige erfaringer med arbejdsformen. Tendensen har været størst ved det frieste forløb på skole 1, hvor det faglige indhold jo også var svært for eleverne. Når det drejer sig om større selvstændighed, dybere forståelse og i det hele taget

større og for eleverne mere uklare krav kræves flere elevressourcer for at honorere dem, og vi tror, at der så tabes væsentlig flere elever.

Matematikfaget har ellers i sin mere traditionelle form været et af de fag, hvor den sociale selektion har været mindst. Her defineres et nyt velafgrænset 'sprog' fra 1.g, hvor alle starter på et forholdsvis lige niveau, og hvor progressionen er meget nøje fastlagt med helt veldefinerede mål fra gang til gang. Man kan klare sig fint med en overvejende instrumentel beherskelse af fagets typeopgaver. Projektarbejdet stiller andre krav til eleverne: mere selvstændighed, dybere forståelse,større overblik og evne til at ræsonnere og argumentere. Alt sammen er det forhold, der begunstiger den gruppe elever, der klarer sig bedst i 'argumentations- og holdningsfagene', hvor selektionen er kraftigst.
På skole 1 er denne tendens tydelig i projektforløbet.
På skole 3 er der i klassen opnået en åbenhed,som gør, at læreren har en god fornemmelse af niveauet hos de 'svage' elever. På trods af bevidstheden om dette fra lærerens side og forsøg på opsamlinger mener mange af eleverne, at matematikken er svær, selv om de får den gennemgået langsommere og grundigere end 'sædvanlige' gymnasieelever. En af grundene er måske den uvante arbejdsform, kravet om større selvstændighed, der fører til manglende hjemmeforberedelse.
På skole 2 optræder problemerne omkring de 'stærke' og de 'svage' ikke i en sådan grad. Klassen virker meget homogen, og den styres med 'fastere hånd' og med hyppigere læreropsamlinger. Eleverne får ikke lov til at komme ud i samme kriser, som især skole 1's elever, sikkerhedsnettet er strammere, og spørgsmålet er så om det begrænser aktørernes udfoldelsesmuligheder.

Vi er altså her løbet ind i den modsætning, at en bedre matematikundervisning, der stiller krav til eleverne på flere ledder, og som derigennem skulle gøre dem bedre rustede til en kritisk anvendelse af matematik og en kritisk vurdering af anvendt matematik meget let kan medføre en anden og mere traditionel sortering i klassen, der først og fremmest sker efter sociale skel.

KAPITEL 11.

KONKLUSION.

Problemformuleringen.

Vores problem udsprang bl.a. af nogle af de resultater, tidligere modul 1 projekter var kommet til. Disse handlede om, at man, for at komme ud over den krise, der herskede i matematikundervisningen, hvor matematikken for eleverne oftest var helt abstrakt og meningsløs, måtte demonstrere, hvad matematik kunne bruges til. Samtidig måtte man tage udgangspunkt i de problemer eleverne interesserede sig for.

At tage udgangspunkt i elevernes interesser bragte os direkte ind i erfaringspædagogikdiskussionen og nødvendiggjorde dels nogle afklaringer om indlæringspsykologi, og dels en undersøgelse og vurdering af de matematik-didaktiske 'skoler', der fandtes på markedet. Var erfaringspædagogik mulig i matematikundervisning?
Derudover måtte vi afklare, hvad matematik bruges til, og derfor måtte vi sætte os ind i diskussionen om anvendt matematik. Disse to diskussioner førte os frem til den mest udbredte fagkritisk-pædagogiske position på RUC: modkvalificeringen. Hvorledes er en modkvalificeringsstrategi og matematik forenlig?

Vores oprindelige problem, om hvorvidt interesse og motivation blev større og dermed indlæringen bedre, hvis man lagde undervisningen an på anvendt matematik, kom hermed til at indgå i et større problemfelt, hvor mulighederne for en modkvalificering indenfor matematikundervisning er til debat. Knudepunkterne er her erfaringspædagogikken og den anvendte matematik.

Måden vi ville undersøge problemet på var meget konkret. Vi evaluerede tre matematikundervisningsforløb i gymnasiet, der alle var led i et forsøg, hvor den anvendte matematik var i forgrunden, og hvor der i lærernes forsøgsintentioner ligger modkvalificeringstanker.

Vores projekt kom derfor - ud over at omhandle modkvalificering og matematikundervisning - til at handle om den gymnasiale virkelighed overfor den ideele undervisningsstrategi. Projektet bliver derfor mere pragmatisk og mindre visionært end mange andre RUC-projekter. Det forekommer os imidlertid også værdifuldt, da gymnasiet eksisterer, og da vi som lærere skal fungere i det.

Undervejs i gymnasiets virkelige verden, viste der sig ydermere problemer, der var af betydning for vores undersøgelse, og som vi derfor også må behandle her. Det vi derfor her vil konkludere på er mere end vores oprindelige problem, der har været udgangspunktet og ledetråden i vores arbejde. Under processen er det oprindelige problem blevet fyldigere og mere nuanceret.

Matematik og modkvalificering.

En vigtig bestanddel i den pædagogik, der ligger til grund for modkvalificeringsstrategien er, at det problem eleverne beskæftiger sig med skal være umiddelbart relevant og engagerende for dem. Vi så på skolerne, at eleverne selv ønskede at lære noget matematik, de kunne bruge til noget, men vi så også, at de ikke havde mange anvisninger på, hvad det var for noget matematik. Det tolkede vi på den måde, at de ønskede noget andet matematik end den, de ikke kunne bruge til noget.

Lærerne på de tre skoler sagde samstemmende, at man ikke i matematikundervisningen udelukkende kunne tage udgangspunkt i elevernes subjektive interesser, og i ingen af de tre undervisningsforløb er der forsøgt noget sådant. Vi vil derfor sammen med lærerne konkludere, at matematik ikke er en integreret del af den omverden og de problemer, eleverne umiddelbart oplever. Det er altså næsten umuligt, at finde et matematisk problem, der er et reelt problem for eleverne, det nærmeste lærerne er kommet er forløbene om rentesregning, hvor det matematiske indhold er begrænset.

Kravet om problemorientering, der er et af kriterierne for modkvalificerinspædagogikken, kan altså ikke honoreres, når det drejer sig om problemer, der kræver matematiske løsninger, forstået på den måde, at problemerne ikke er reelt vedkommende for eleverne.

En forudsætning for problemorientering er tværfaglighed, som vi i dette projekt ikke har beskæftiget os med, først og fremmest fordi undervisningsforløbene, vi har fulgt, ikke har været tværfaglige. Vi vil derfor her nøjes med at komme med et forslag til et nyt projekt, der kan søge at afklare, hvorfor matematik så ofte lider en krank skæbne, når det i gymnasiet indgår i tværfagligt samarbejde med andre fag end de 'hårde' naturvidenskabelige (fysik og kemi).

Deltagerstyring er det andet pædagogiske princip i modkvalificeringen, og den har vi set forsøgt praktiseret i et af undervisningsforløbene. Det viste sig i dette forløb, at eleverne havde vanskeligt ved at styre forløbet, dels fordi de manglede erfaring, da det var deres første projektarbejde, og dels fordi de havde vanskeligheder med selv at løse de matematiske problemer.

Matematik er svært at lære selv, og skal det bruges i en konkret problemløsning, kræver det ofte et overblik og en vis matematikkunnen, som eleverne ikke lige kan lære sig ved at læse i nogle bøger. Der stilles altså store krav til tilrettelæggelse af et projektarbejde, hvis eleverne selv skal kunne løse problemer matematisk, og hvis de selv skal kunne styre arbejdsprocessen.

Det tredje princip var den eksemplariske indlæring, hvor vi allerede har skrevet, at matematiske løsninger på problemer har en meget begrænset plads i elevernes umiddelbare erfaringsverden. Derfor er det ikke muligt, at tage udgangspunkt i et problem umiddelbart i elevernes erfaringsverden for at se problemet i sin større samfundsmæssige sammenhæng. Den ene 'ende' i den eksemplariske indlæring - elevernes subjektive interesser - mangler.

Elevernes objektive interesser kan imidlertid godt tilgodeses, og disse er da også udgangspunktet for lærernes tilrettelæggelse af undervisningen. Eleverne skal lære at se matematikkens forhold til virkeligheden, de skal kunne opleve matematiks beskrivelseskraft, og de skal kunne anvende matematik kritisk eller i hvert tilfælde kunne vurdere anvendt matematik kritisk. Dette være sig i forhold til fænomener fra fysikkens verden såvelsom fænomener i samfundet. Disse objektive elevinteresser er en væsentlig del af modkvalificeringens indhold, og er begrundelsen for, at lægge så stor vægt på anvendt matematik i undervisningen.

Hvis vi vurderer modkvalificeringspædagogikken og undervisning i faget matematik - og ser bort fra tværfaglighed og de problemer den indebærer - ser vi at den eksemplariske indlæring og matematik er uforenlige, og at betingelserne for deltagerstyring og problemorientering vanskeligt kan opnås.

Modkvalificering og gymnasieundervisning i matematik.

Vi vil herefter se, hvorledes virkeligheden i gymnasiet yderligere begrænser mulighederne for en konsekvent modkvalificeringspædagogik.

Gymnasiet er ikke et sted, hvor undervisningen styres af nogle problemer, der umiddelbart engagerer eleverne, hvor fagene inddrages, når der er behov for dem, og hvor eleverne i høj grad selv er med til at styre arbejdsprocessen, både hvad angår undervisningens indhold og form.

Gymnasiet er fagopdelt, og de enkelte fag har for det meste ikke noget med hinanden at gøre. Gymnasiet er en eksamensskole, hvor den endelige eksamenskvotient er af altafgørende betydning for elevernes videre erhvervs- og uddannelsesvalg. Gymnasiet virker på mange elever som en tvangsforanstaltning, hvor muligheden for repressalier fra læreren er en vigtig motivation til at få lavet noget. Endelig er den enkelte skoledag opdelt i timer, hvilket understreger den manglende sammenhæng mellem fagene og mellem det man lærer i det hele taget.

Elevernes interesser bliver i dette gymnasium konfliktfyldte. På den ene side kan de have lyst til at lære noget i et fag, de synes er spændende, men hvis undervisningsformen er meget fri, føler de sig fristet til at lave mindre, da kravene ikke er så kontante som i andre fag. En stor tryghed i klassen, der ifølge kap. 4 er en forudsætning for akkomodativ indlæring, kan også hæmme indlæringen, idet den manglende tvang kan få mange til at nedsætte arbejdsindsatsen i netop det fag. Således kan en pædagogik, der ikke bygger på repressalier og tvang medføre 'oaseeffekten', som selv den mest interessante undervisning har svært ved at hamle op med.

Med hensyn til elevernes interesser kan man næsten sige, at gymnasiet lægger op til, at man ikke bliver virkelig interesseret og engageret i problemer i et enkelt fag. Alle karakterer tæller lige til eksamen, så man kan ikke tillade sig at forsømme andre fag til fordel for det, der virkelig interesserer.

Endelig har eleverne en lang række sociale behov, da skolen optager en meget stor del af deres liv. Det ser ud til, at der hvor disse behov får friest spillerum opnås det tryggeste miljø. Samtidig har det den konsekvens, at den faglige indlæring lider under det.

Alle disse problemer er problemer, der er gældende i alle fag, og elevernes sociale behov, er noget som skolen som helhed må forholde sig til, f.eks. gennem en række aktiviteter på skolen først og fremmest i fritiden.

Skal vi herefter konkludere noget om motivation og interesse i forsøgsundervisningen, fandt vi frem til, at det at eleverne beskæftiger sig med matematik, der har noget med virkeligheden at gøre, absolut fænger. Elevernes interesse skal ikke her forstås som et dybt personligt engagement i en erfaringspædagogisk forstand, som vi mener må være meget svært forenligt med gymnasiet, som det ser ud i dag. Anvendt matematik har altså også nogle pædagogiske pointer, som det er værd at holde fast i.

Elevernes interesse og motivation er altså også bestemt af undervisningsindholdet, men som vi har set, er den mere grundlæggende bestemt af en lang række socialpsykologiske faktorer, bestemt af elevernes miljø, opdragelse, skolegang, placering i gymnasiet mv. og i det hele taget bestemt af elevernes hidtidige erfaringer.

Gymnasiets virkelighed stiller altså nogle yderligere begrænsninger op for modkvalificeringspædagogikken og begrænser først og fremmest elevernes muligheder for at engagere sig. Alligevel så vi, som et lille lyspunkt, at den anvendte matematik i forsøgsundervisningen kunne interessere eleverne.

Problemer i forsøgsundervisningen.

Vi har set, at kravene til eleverne i forsøgsklasserne er anderledes end i 'normal'klasser. Eleverne skal i højere grad forstå matematikanvendelse, og hvad det medfører af kritiske vurderinger af modelforudsætninger og modelbrug. Disse krav viste sig - i det forløb, der havde om modeller - sammen med arbejdsformen at have den konsekvens, at mange blev hægtet af. Vi konkluderede, at der med disse nye krav om større overblik og argumentationer på flere niveauer blev sorteret kraftigt mellem eleverne formodentlig efter de sædvanlige sociale skel. En modkvalificering, der lægger op til de kvalifikationer vi har omtalt, kan meget let få den konsekvens, at den sociale sortering i klassen bliver større - et problem som matematikundervisningen ikke har været så belastet af hidtil i forhold til så mange andre fag (jvf. "Aalborgundersøgelsen").

Om anvendt matematik.

Til slut vil vi lige vende tilbage til vores definition af anvendt matematik i kap. 3. Her bortskar vi anvendt matematik i forbindelse med matematiks rolle for erkendelse i videnskaber, og vi bortskar matematikkens historiske udvikling. Disse forhold er såvel ønskelige (fremgår af mange tidligere projekter) som mulige (se kap. 5 om genetisk-historisk didaktik) at få belyst i gymnasieundervisningen, og er også en del af modkvalificeringsindholdet. Det er vigtigt, at eleverne lærer, at matematik ikke er noget én gang givet, men at matematik er en videnskab, der udvikler sig i samspil med nogle samfundsmæssige rammer.

Ligeledes er der grund til at præcisere, at vi ikke mener, man kun skal undervise i anvendt matematik (og matematiks historiske og erkendelsesmæssige rolle), men at man også må igennem nogle matematiske områder, idet det er nødvendigt at forstå matematikkens opbygning og at opøve den nødvendige matematiske teknik for at anvende og vurdere anvendelse af matematik.
I denne forbindelse mener vi iøvrigt, at konstruerede anvendelser (eller pseudoanvendelser, som det kaldes i et tidligere projekt) er helt legitime at benytte sig af, hvis det hjælper på forståelsen af matematikken. Forudsætningen er blot, at det er klart for alle, hvilke typer anvendelse der er tale om, og at undervisningen iøvrigt søger at give eleverne en forståelse af sammenhængen mellem matematik og virkelighed.

Hvad gør vi så

Vi har set, at matematikfagets karakter og gymnasiets struktur sætter nogle stærke begrænsninger for den ideele pædagogik, modkvalificeringspædagogikken. Heri ligger der alene en række vægtige grunde til at lave gymnasiet grundlæggende om, hvilket vi imidlertid ikke her vil give bud på. Heri ligger også, at det er vigtigt at inddrage matematik i tværfaglige undervisningsforløb, noget vi vil arbejde videre med fremover.
På de nuværende betingelser, i gymnasiefaget matematik, ser vi det formål med at beskæftige os med anvendt matematik, at eleverne får et forhold til matematik, hvor de også lærer at se og vurdere matematiks brug også i et videre samfundsmæssigt perspektiv. Dette har også nogle pædagoiske pointer, viste det sig, idet eleverne i højere grad kan se en mening med matematikundervsiningen.
Imidlertid kræver en sådan undervisning også, at eleverne lærer noget fundamentalt matematik og opøves i at beherske

matematisk metode og teknik. I denne proces er det ikke altid muligt for eleverne at se relevansen af det de laver. For at opnå de bedst mulige matematiktimer er det derfor vigtigt at lærer og elever før hvert forløb diskuterer:

1) Hvad forløbet skal vise / skal give forståelse for.
2) Hvorfor dette/disse knudepunkter er vigtige at tage op.
3) Hvordan man bedst gennem undervisningen kan belyse disse.

LITTERATURLISTE.

Adrian,H. m.fl.(1980a): Noget der bare minder om bøger... 1.rapport fra gymnasieundersøgelsen.

Adrian,H. m.fl.(1980b): Tretten års erfaring... 2.rapport fra gymnasieundersøgelsen.

Adrian,H. m.fl.(1982): Man sidder og hører så meget... 3.rapport fra gymnasieundersøgelsen.

Andersen,H.L.(1982): Indlærings- og formidlingsproblemer i matematik på voksenundervisningsniveau. OB Matematik RUC.

Andersen,T.J. m.fl.(1979): Geometri, skole og virkelighed. IMFUFA tekst nr.19, RUC.

Beltzner,K.P. m.fl.(1976): Mathematical Sciences in Canada. Science Counsil of Canada, Background Study No.37.

Bencke,J. m.fl.(1981): Gymnasiedidaktik, Gyldendal.

Bernth,J. m.fl.(1981): Strukturforsøg 1979-81. Forsøgsrapport Gentofte Statsskole.

Bjerg,J.(red.)(1976): Pædagogisk udviklingsarbejde. Principper og vilkår belyst ved Brovst-projektet 1970-1974. Munksgård.(kap.2)

Bjørneboe,J.&J.Reich(1979): Tværfagligt samarbejde mellem matematik og fysik på gymnasiets matematisk-fysiske gren 1976-78. Herlev Statsskole, Rapport nr.9

Bredo,O.(1980): Tyveknægte på oplevelsernes område. Folkeskolen 34.

Bruner,J.S.(1970): Uddannelsesprocessen. Gyldendal.

Bollerslev,P.(red.)(1979): Den ny matematik i Danmark. Gyldendal

Booss,B.& K.Kricheberg (1976): Mathematisierung der Einselwissenschaften. Interdisciplinary System Research (ISR) nr.24.

Booss,B.& M.Niss (red): Mathematics and the Real World. Interdisciplinary System Research (ISR) nr.68.

Christensen,J.& K.L.Rasmussen(1980): Matematikopfattelse hos 2.g'ere. IMFUFA tekst nr.24 A, RUC.

Cleemann,K. m.fl.(1979): Fagsamarbejde mellem biologi, fysik, geografi, kemi og matematik i 2.mf. i skoleåret 1978-79. Herlev Statsskole, rapport nr.12.

Dansk matematisk forening(1981): Rapport fra landsmødet om matematikken i Danmark 1981.

Direktoratet for Gymnasieskolerne og HF's forsøgsudvalg (1980): - en skrivelse vedrørende forsøgsundervisning -

Eilertzen, L. m.fl. (1982): En undersøgelse af matematikundervisningen på Adgangskursus til Kbh's Teknikum, IMFUFA tekst nr 48, RUC.

Grue-Sørensen, K. & Th.Winther-Jensen (red.)(1978): Pædagogikkens Hvem Hvad Hvor. Politikens Forlag.

Hansen, Vagn Rabøl (1982): Handle og forstå - om erfaring, teori og undervisning. Philosofia.

Illeris, K. (1978a): Problemorientering og deltagerstyring. Munksgård.

Illeris, K. (1978b): Motivation i skolen. Munksgård.

Illeris, K. (1981): Modkvalificeringens pædagogik. Unge pædagoger.

Jacobsen,Bo m.fl. (1980): Erfaring og undervisning.Gyldendal.

Jensen, A. m.fl. (1978): Tanker om en praksis. IMFUFA tekst nr. 1, RUC.

Jensen,F.V. & O.P.Winther (1979): Social oprindelse og fagkarakterer i gymnasiet. AUC.

Jensen,F.V. & O.P.Winther (1980): Fagkarakterer i gymnasieskolen sammenholdt med køn og social oprindelse. AUC.

Kent, David (1978): Some processes through wchich matematic is lost. Educ.Research, vol 21,2.

Knudsen, C.P. & E.Rischel (1979): Fagsamarbejde mellem matematik, fysik og kemi i 1.gM i skoleåret 1977-78. Herlev Statsskole, rapport nr 6.

Kristoffersen,K. m.fl.(red.) (1980): Herlev Statsskole 1978-80.

Marianne, Lene og Anne's oplæg: En karakteristik af matematikundervisningen i gymnasiet i dag, og en kort sammenligning med folkeskolens mat.undervisning. Byggesten 35, 1982.

Mellin-Olsen, S. (1977): Indlæring som social proces. Rhodos.

Muschinsky, L.J. & K.Schnack (red.) (1978): Pædagogisk Opslagsbog. Chr.Ejlers' Forlag.

Niss, M. (1978): Tre essays. IMFUFA tekst nr 4, RUC.

Nissen, Th. (1970): Indlæring og pædagogik. Munksgård.

Pedersen, A.S. & I.Frimodt-Møller (red.) (1983): Piger i gymnasiet - overlevelse eller frigørelse. Gadstrup.

Piaget, J. (1971): Barnets psykiske udvikling. Reitzel.

Pollak, H.O. (1979): The interaction between mathematics and other scool subjects. New trends in mathematics teaching, vol. IV, UNESCO.

Redder, K.W. m.fl. (1972): Introduktion til sociologisk metode. Munksgård.

Rischel, E. & J.Reich (1981): Pædagogisk udviklingsarbejde i matematik i 1. gM. Herlev Statsskole, rap. 15.

Røn, L. m.fl. (1982): Hvad kan der gøres for at afhjælpe pigers blokering overfor matematik. IMFUFA tekst nr 51, RUC.

Skovsmose, O. (1980): Didaktiske arbejdspapirer I-II-III. Gyldendal.

Tarp, Allan (1974): Matematiske vækstmodeller. GMT.

Tarp, Allan (1979): Temamatematik, fremtidens matematikfag. i P. Bollerslev (1979).

Tarp, Allan (1982): Matematik, kvantitativ beskrivelse af virkeligheden. Fagbladet, 2.

FORTEGNELSE OVER BILAG

Til kapitel 6:

1. Spørgeskema.

Til kapitel 8:

Spørgeskemabesvarelser (fulde udskrift) fra:

2. Skole 1
3. Skole 2
4. Skole 3

Bilag til observationsrapport fra:

5. Skole 1
6. Skole 2
7. Skole 3

Til kapitel 9:

8. Gengivelse af elevsvar fra "Matematikopfattelse hos 2.g.'ere" (IMFUFA-tekst nr. 24).

Desuden vedlægges båndudskrifter fra lærerinterviewene fra

Skole 1 (to bånd)
Skole 2 (tre bånd)
Skole 3 (to bånd)

Bilag 1/1

SPØRGESKEMA TIL KLASSER MED FORSØGSUNDERVISNING.

Som I ved er vi som led i vores uddannelse på RUC ved at undersøge, hvordan undervisningen i matematik i gymnasiet foregår. Herigennem håber vi, at vi engang kan blive nogle bedre matematiklærere. For at få et ordentligt billede af matematikundervisningen, vil vi også godt have at vide, hvad I mener om den. Derfor har vi lavet dette ret omfattende spørgeskema.

Spørgeskemaet er lavet til tre forskellige klasser, så derfor kan enkelte spørgsmål ikke dække jeres situation helt, men prøv alligevel at besvare dem.

Hvis der ikke er plads nok til svarene, så skriv på et løst ark papir og husk at skrive spørgsmålets nr.

Navn: _____

ARBEJDSFORMEN

1) Har det sidste forløb været for kort ☐ tilpas ☐ for langt ☐

2) Har matematiktimerne været

		ja	nej	det samme
a) sjovere at komme igennem	end de fleste andre fag			
	end 1.g matematik			
b) lettere	end de fleste andre fag			
	end 1.g matematik			
c) behageligere	end de fleste andre fag			
	end 1.g matematik			

3) Hvad har været sjovt/godt ved gruppearbejdet/klasseundervisningen? hvorfor ? _____

Hvad har været irriterende/dårligt ? og hvorfor? _____

_____

Hvad har været lærerigt ? _____

Har I snakket med læreren om, hvordan gruppen fungerede ?

_____

4) Er I blevet bedre til at arbejde i grupper end da i begyndte i 2.g. ? - Hvordan ? _____

5) Hvordan synes du, resten af årets undervisning skal foregå ?
   a) i grupper ja ☐ nej ☐
   b) klasseundervisning ja ☐ nej ☐
   c) begge dele ja ☐ nej ☐ hvor meget af hver slags ? _____

   Hvornår er det bedst med gruppearbejde ? _____

   med klasseundervisning ? _____

6) Er de "dygtige" i gruppen dygtige nok til at give deres viden videre til resten af gruppen ? _____

7) Skal en matematiklærer have særlige egenskaber i forhold til andre lærere ? - Hvilke ? _____

8) Hvad skal en lærer gøre for at få alle til at deltage aktivt i timerne ? _____

9) Skal læreren blande sig i gruppearbejdet, når det ikke fungerer så godt ? ja ☐ nej ☐

   Har læreren blandet sig for lidt ☐ / for meget ☐ / tilpas ☐ i gruppearbejdet.

10) Har du haft indflydelse nok på planlægningen af forløbet med hensyn til
   emnet ? ja ☐ nej ☐
   arbejdsformen? ja ☐ nej ☐

   Hvordan blev emne og arbejdsform besluttet ? _____

11) Har det sidste forløb været
   ☐ for løst (ustruktureret)
   ☐ tilpas
   ☐ for fastlagt (struktureret

   Uddyb, hvis du kan _____

12) Beskriv den ideelle matematiktime. Hvad gør den god ? giv eksempler _____

13) Beskriv et mareridt af en dødsyg matematiktime. Hvad gør den dårlig ? giv eksempler _____

ARBEJDSBYRDE, MOTIVATION OG INTERESSE

14) Hvor lang tid bruger du i gennemsnit til forberedelse til hver matematiktime:
   a) hvis I har ren klasseundervisning ca. ____ min.
   b) hvis I har længerevarende gruppearbejde ca. ____ min.
   c) Hvis I har kortvarigt gruppearbejde evt. kombineret med klasseundervisning ca. ____ min.

15) Hvor lang tid bruger du i gennemsnit hjemme om gen til skriftlig matematik ? ca. _____

16) Hvad synes du ved det sidste undervisningsforløb har været det mest interessante ? og hvorfor ? _____

   kedelige ? og hvorfor ? _____

17) Hvad synes du er de vigtigste forskelle mellem matematikundervisnigen i din klasse og dine parallelklasser ? _____

18) Synes du, at den matematik der handler om den konkrete virkelighed er lettere at forstå end den abstrakte matematik ?
ja ☐ nej ☐ det samme ☐

FAGLIGT UDBYTTE

19) Er der bestemte årsager til, at gruppearbejdet går i stå?
(f.eks. at I ikke kan huske "gammelt" stof, at I ikke har forberedt jer ordentligt hjemme, at stoffet er for svært eller andre årsager)

_____

_____

20) Bliver du ved med at spørge læreren indtil du selv har forstået stoffet ? ja ☐ nej ☐
hvis nej, får du så stoffet forklaret af de andre gruppemedlemmer?

_____

21) Var der dele af matematikken i det sidste undervisningsforløb, som var særlig svært at forstå ? evt. hvilke ? _____

_____

prøv at beskrive hvorfor _____

særlig let at forstå ? evt. hvilke ? _____

_____

prøv at beskrive hvorfor _____

22) Hvad mener du med at forstå matematik ? _____

_____

23) Hvad mener du er det vigtigste, (pointen) i den matematik I har beskæftiget jer med i det sidste undervisningsforløb ? _____

_____

MATEMATIKOPFATTELSE

24) Synes du, at der skal undervises i matematik i gymnasiet ?
ja ☐ nej ☐ Begrundelse: _____

_____

25) Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ? ja ☐ nej ☐ Begrundelse: _____

_____

26) Kender du eksempler på, at matematik anvendes i samfundet ?
ja ☐ nej ☐
hvis ja, hvilken matematik: _____
hvor i samfundet: _____

27) Kender du eksempler på, at matematik anvendes i andre fag i gymnasiet
ja ☐ nej ☐
hvis ja, hvilke fag: _____
hvilken matematik: _____

28) Har du nogensinde brugt eller forsøgt at bruge den matematik, du har lært i gymnasiet, til andet end skolebrug ?
ja ☐ nej ☐
hvis ja, hvilken matematik: _____
til hvad: _____

29) Tror du, du kommer til at bruge matematikken efter gymnasiet ?
ja ☐ nej ☐
hvis ja, hvilken matematik: _____
til hvad: _____

30) Kræver det andre evner at lære matematik end andre fag ?
ja ☐ nej ☐
hvis ja, hvilke evner: _____

31) Hvad ville du sige, hvis du skulle forklare en udenforstående, hvad matematik er ? _____

_____

32) Hvad er for dig det vigtigste at få ud af matematikundervisningen ?
(lav "hitliste", 1, 2, 3 osv. således at 1 er vigtigst etc.)

- ☐ det skal være sjovt og interessant
- ☐ den skal være brugbar til videre uddannelse
- ☐ den skal være brugbar i dagligdagen
- ☐ man skal lære at regne eksamensopgaver
- ☐ man skal have skærpet evnen til at tænke logisk
- ☐ man skal lære at gennemføre et bevis
- ☐ man skal lære at anvende matematik i andre sammenhænge
- ☐ man skal lære at opstille og analysere matematiske modeller
- ☐ andet: _____

33 og absolut sidste spørgsmål Hvor lang tid har du ca. brugt på at udfylde spørgeskemaet:

_____

34 og absolut aller aller sidste spørgsmål: Kan du lide matematik ja☐ nej☐ ved ikke☐

Tak for hjælpen.

Hvis du orker mere kan du her skrive om du synes der er nogen vigtige ting vi ikke har spurgt om, om der er uforståelige spørgsmål eller andre kommentarer til spørgeskemaet:

IMFUFA HUS 172
ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
Postbox 260, DK-4000 Roskilde
DANMARK
Tlf. (02) 75 77 11

Spørgeskemabesvarelser. Skole 1.

1: Det sidste forløb har været for kort : -
tilpas : 2, 4, 6, 9, 1o
for langt: 1, 3, 5, 7, 8, 11, 13, 12, 14

2: Matematiktimerne har været	ja	nej	det samme
sjovere :	9	1	4
	8	3	3
lettere :	1	7	5
	1	9	4
behageligere:	1o	1	3
	8	3	2

3: sjovt/godt
1. -
2. lære at arbejde og tænke selvstændigt
3. det praktiske forsøg - emnet havde relation til virkeligheden
4. -
5. at lære de andre bedre at kende - at hjælpe hinanden med matematikproblemer
6. den utraditionelle arbejdsform / fri for lærer/tavle
7. -
8. mulighed for mere specielle emner
9. man kan snakke uden lærerens indblanden
1o. vi har lært selv at styre undervisningen
11. det praktiske forsøg, sjovt at se de teoretiske ligninger virker
12. diskussionerne i gruppen / der kom flere aspekter end ellers
13. lidt afveksling især pga. forsøg / eksperimenter
14. forsøgene og behandling af tallene

irriterende/dårligt
1. folk glemte at lave lektier
2. emnet var svært at tage hul på ⇒ for lang tid med at komme i gang
3. uens arbejdsindsats i timerne
4. ineffektivt arbejde. Min ineffektive arbejdsindsats skyldes manglende motivation

5. manglende selvdiciplin til at give hinanden lektier for
6. diciplin, arbejdsrytme, mangel på læretid
7. at alle i gruppen ikke lavede lige mange lektier
8. manglende arbejdsdiciplin pga. for lidt kontrol
9. manglende arbejdsmoral
10. ingen diciplin i gruppen. For indviklede formler. Pga for megen afslappelse
11. de mange teoretiske formler har været irriterende, fordi man hele tiden løber sur i dem
12. det var nogen gange svært at følge med i udregningerne
13. uens arbejdsindsats, nogle var for dovne
14. når man sad med en kompliceret ligning var læreren altid optaget

lærerigt
1. -
2. som sagt at arbejde og tænke selvstændigt
3. modelløsninger
4. -
5. -
6. gruppeansvar
7. at gøre egne erfaringer
8. selv at styre arbejdet
9. man har lært at behandle matematik i praksis
10. det hele
11. jeg synes ikke jeg har lært meget, men jeg har heller ikke været aktiv i gruppen
12. at skrive rapporten ind, man fik gemmemgået det hele en gang til
13. eksperimentel fremskaffelse af data
14. behandling af fundne tal

snakket med læreren om, hvordan gruppen fungerede :
1. ja, vi fik en skideballe i starten, fordi vi ikke lavede noget
2. ja, under evalueringen snakkede vi om hvordan hele forløbet havde kørt
3, 4, 5, ja
6. ja, evaluering
7, 8, 9, ja
10. både ja og nej
11. -
12. ja
13. nix
14. nej, men vi synes det gik godt

4: 1. niveauet er det samme
2. ja, jeg er så ablolut blevet bedre til selv at opstille og løse et problem
3. nej, igen pga. uens arbejdsindsats
4. nej, det er det samme
5. ja, vi er blevet bedre til at planlægge hvad vi skal lave
6. ja
7. la, mere erfaring, bedre til at fordele arbejdet
8. man lærer af sine fejltagelser. Jeg er nok blevet bedre til at "organisere" det
9. nej
10. ja, vi er selv begyndt at forstå betydningen af gruppearbejde
11. jeg synes ikke jeg er blevet bedre
12. nej, måske en meget lille smule , ved at jeg er blevet lidt mere moden til at acceptere de friere forhold
13. nej, den uensarbejdsindsats gjorde at man ikke kunne føre en diskussion, fordi nogen ikke vidste hvad man talte om
14. ja, vi respekterede bedre hjemmearbejdet

5:	ja	nej
a) igrupper	10, 12	3, 4, 7, 11
b) klasseundervisning	4, 7, 10, 12	3, 11

c) begge dele ja/nej, hvor meget af hvor slags :
1. ja, 50 % af hvert
2. ja, længden underordnet
3. ja, 50 % af hvert
4. nej
5. halvt af hvert
6. ja, 60 % klasseundervisning, 40 % grupper
7. -
8. ja 1/4 gruppe
9. ja, gruppe /klasse 1/3
10. ja, 60 % klasseundervisning og 40 % gruppearbejde
11. ja, mest klasseundervisning
12. ja, mest klasseundervisning
13. ja, 50 % af hvert
14. ja, 25 % gruppe 75 % klasseundervisning

gruppearbejde

1. efter en masse klasseundervisning
2. når klassen har lært en masse på klassebasis, skal det deles ud på grupper
3. når klasseundervisning bliver kedelig
4. -
5. efter man har gennemgået noget nyt
6. til løsning af større opgaver
7. aldrig, man lærer aldrig så meget som ved klasseundervisning
8. som afslutning på et emne og ved løsning af mindre opgaver
9. når det lige lærte skal bankes fast
10. til store opgaver
11. når der er nogle store ting én person ikke kan klare alene
12. når opgaver skal diskuteres
13. når man er kørt træt i klasseundervisning
14. -

klasseundervisning

1. gæt selv
2. som indledning til gruppearbejde og under repetition
3. når gruppearbejdet bliver til fis og ballade
4. -
5. når noget nyt skal gennemgåes
6. indlæring
7. altid - der intet pjat og man laver lektier
8. i starten af nyt stof
9. når man skal lære noget nyt
10. når ting skal forklares og ved gennemgang af opgaver
11. når man skal lære noget mere udover det man har lært
12. når nye ting skal læres
13. når man er kørt træt af gruppearbejde
14. -

6: 1. i vores gruppe - ja
2. ikke endnu, men man er blevet bedre til at forklare sig
3. ja
4. ja - for det meste
5. ja
6. nej ikke i vores gruppe - i de andre måske
7. ja

8. som regel, men det er sikkert et spørgsmål om man tør indrømme at man ikke har forstået stoffet (eller forklaringen)
9. det tror jeg ikke
10. ja i de fleste tilfælde
11. ja
12. nej, ikke altid
13. det tror jeg ikke, de "dårlige" forstod aldrig matematikken i vores gruppe
14. i nogle tilfælde, ja

7: 1. pædagogiske evner
2. ingen særlige evner
3. ja -. matematiske, måske fysiske
4. nej
5. nej, enhver lærer skal være dygtig til at lære fra sig og til at forstå de forståelsesproblemer, der kan være. Skal være nærsen, underholdende og flink. Skal ikke sige nedsættende ting om eleverne
6. nej, kunne lære matematik fra sig, være på talefod med eleverne
7. nej, det behøver han ikke
8. nej
9. alle lærer skal være underholdende, matematiklærer skal også kunne gennemføre et logisk argument
10. en matematiklærer skal kunne forklare ting bedre
11. ikke særlige egenskaber, men være god til at lære fra sig
12. vil måske være en fordel hvis matematiklæren kunne gøre det tørre teori lidt mere levende
13. skal kunne matematik, have pædagogiske evner
14. han skal virkelig have styr over hvad de enkelte grupper laver og til en hver tid hjælpe

8: 1. holde undervisningen på et plan hvor alle kan følge med
2. undervise på mange niveauer og varetage elevernes interesser
3. overvåge alle og fræm med pisken
4. læreren skal tilrettelægge undervisningen i samarbejde med eleverne, så flest muligt finder undervisningen interessant
5. lade være med at tale til enkelte i klassen
6. finde noget spændende materiale
7. motivere alle, evt. på en sjov facon

8. aner det ikke
9. gøre som vores lærer
10. ikke at gøre timerne for tører
11. gøre det sjovt, spændende og lærerigt og sætte det i relation til hverdagen
12. se spørgsmål 7
13. (se godt ud) være god til at forklare, være interesseret i de problemer eleverne har med stoffet
14. forklare tingene så alle forstår dem

9: ja:1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14,
nej:11 (kun hvis gruppen ikke kan finde ud af at komme videre)
for lidt : 3, 6
for meget : 13
tilpas : 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

10: emnet ja : 1, 3, 7, 8, 12, 14
nej : 4, 5, 6, 9, 10, 11, 13
ved ikke: 2
arbejdsformen ja : 1, 3, 6, 8, 11, 12, 13, 14
nej : 4, 5, 7, 9, 10
ved ikke: 2

1. læreren skrev en masse emner på tavlen og så valgte vi selv
2. læreren havde besluttet emne og arbejdsform
3. et forslag ingen gad åbne munden og stemme imod - det blev vedtaget
4. læreren bestemte arbejdsformen, vi kunne vælge os ind på et udaf tre emner som læreren havde valgt
5. læreren foreslog fire emner og grupperne kunne derefter melde sig ind på dem. Formen blev valgt af læreren
6. vi fik nogle lærervalgte emner at vælge imellem
7. læreren bestemte arbejdsform, vi snakkede og valgte os ind
8. læreren bestemte arbejdsformen, fik forskellige emner af læreren til at vælge imellem
9. læreren stillede en række emner op og vi valgte

10. læreren besluttede det hele
11. der var fire emner der var besluttet af læreren, som vi så kunne vælge os på, men selve arbejdsformen afgjorde vi selv i gruppen
12. fælles i gruppe
13. afstemning i klassen om emnerne, derefter inddeling i grupper efter emnevalget
14. grupperne blev dannet efter emnevalg, arbejdsformen var vi helt enige om

11: for løst : 1, 2, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14,
tilpas : 3, 4, 5, 6, 8, 10, 14
for fastlagt : -

1. folk tog det ikke alvorligt
2. manglende selvjustits, emnet for løst/svært i forhold til vores erfaring i gruppearbejde
3, 4, 5, -
6. mangel på præcise problemstillinger
7. man lærte ikke meget i forhold til de timer der er brugt
8. -
9. skyldes lav arbejdsmoral
10. der har hverken været kedeligt heller ikke for svært
11. vi har ikke kunnet klare at give os selv lektier for
12. for uklart da vi begyndte, men man fik klaret tingene hen ad vejen
13. ingen diciplin
14. tit ville man gerne opgive nogle problemer, hvis lommeregneren ikke virkede

12: 1. læreren starter timen med at forklare folk en ligning og giver så eleverne 2-3 opgaver der beskæftiger sig med ligninger af samme kategori
2. -
3. først lidt teori, så beregninger med den teori, evt. efterfulgt af praktiske beregninger med relation til virkeligheden
4, 5, -
6. lærer aktiverer alle, elever lærer elever

7. lærer i godt humør, siger sjove ting, læreren underviser, overhøring i lektie, en smule tid til slut i timen til nye lektier
8. alle er med, der er ingen larm
9. underholdende, man lærer meget, forstår det hele. Man skal være i godt humør efter timen
10. læreren forklare ting og derefter arbejdes der i grupper, varieret arbejdsform
11. læreren forklare ting of sammenligner med hverdagen
12. alle er nogenlunde stille, følger med og forstår. Timen skal gå glat og rolig Når timen ender skal man tænke er timen allerede gået.
13, 14, -

13: 1. læreren står ved tavlen i 40 min. fyrer en masse bavl af, udleder ligninger osv. 15 min, efter sover alle
2. en sur og uforberedt matematiklærer
3. teoretiske udledning af formler
4. fx. hvis man skal lave gruppearbejde og i gruppen sammen skal formulere en opgave indenfor et emne der ikke interessere en
5. se spørgsmål 17
6. lærer lære nogle få fra tavlen
7. læreren er sur, elever pjattede, læreren overhøre alle - man er nervøs for at blive spurgt om noget man ikke kan
8. larm → sur lærer → dårlig gennengang af stof → ekstra hjemmearbejde
9. modsat spørgsmål 12 kedelig lærer som ikke kan forstå og lave en spøg
10. læren står og prædiker hele timen, den er kedelig
11. hvor man ikke kan se det logiske i nogle ting, misforstår dem og tror det er det rigtige fremover
12. alle er urolige, sure og intet vil/kan forstå, alle bliver mere sure og irriterede
13, 14, -

14:	a)	b)	c)	15:
1.	30 min.	30 min.	30 min.	1-1½ time
2.	30	10-60	15	2-2½
3.	30	40	20	6 (inc. bløkmat.)
4.	15	10	15	2½
5.	30	30	30	6
6.	30	20	40	2-3
7.	30	5	15	1½ - bløkmat.
8.	15	15	20	3
9.	0	5	5	3
10.	30	60	60	2
11.	30	30	30	2½
12.	15-30	10	20	1
13.	30	0	15	2
14.	15 +opg.	20	15	3

16 interessante
1. -
2. at man selv har sat sig nogle mål og opgaver. Fordi de skaber selvstændighed
3. selv at opstille modeller og sammenligne med praksis igen pga. det ikke var så virkelighedsfjernt som matematik kan være
4. opstilling af modeller, fordi det havde vi ikke prøvet før
5. -
6. det praktiske
7. -
8. jeg havde mulighed for at vælge et emne som interesserede mig
9. forsøgene og opstilling af differentialligninger. Tilfredstillende at løse et problem
10. at vi selv har kørt forløbet
11. forsøgene, de var sjove at udføre
12. diskussionerne og den fælles løsning af problemerne
13. finde numerisk, analytisk og eksperimentielle løsninger og sammenligne - spændende
14. forsøg, bearbejdning og sammenligning at tal, finde usikkerheder

18: ja : 1, 2, 6, 7, 1o, 14
nej : 9, 11
det samme: 3, 4, 5, 8, 12, 13

19: 1. nemlig (med pil til "ikke forberedt jer orgentlig hjemme")
2. ikke alle der engagerer sig i arbejdet
3. væsentligste årsag er nok mangel på hjemmeforberedelse
4. hvis stoffet er så svært at læren behøves - pause mens man venter på læren
5. ikke kan huske gammelt stof og ikke forberedt sig ordentligt
6. mangel på grundviden
7. ikke forberedt
8. dels dårlig forberedelse, dels svært stof. Når vi er færdige med noget, ved vi ikke hvad vi skal bagefter
9. man mangler inspiration, begge slags, til at løse et problem
1o. hvis stoffet er for svært
11. manglende initiativ fra gruppens medlemmer
12. manglende forberedelse, svært stof, diskussioner som ikke har noget at gøre med matematik
13. glemt gammelt stof
14. mangler baggrund for videre udregninger

2o: ja : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 1o, 13, 14
nej : 1, 7, 8, 11, 12, 14
hvis nej, får du ....
1. ja
7. forsøger at læse mig til det hjemme
8. ja
11. ja
12. nogle gange
14. ja hvis de forstår det

21: særlig svært
1. udledning af h(t) gr. 2 opg. B glemt hvordan man gjorde
2. at få opsat et problem (komme igang), Manglende erfaring i gruppearbejde
3. nej

kedelige
1. -
2. sidde og vente på læreren
3. -
4. numeriskløsning af differentialligning. da det er idiotarbejde at sidde og trykke på lommeregneren og skrive tallene, den spytter ud, ned
5. -
6. mangel på lærerhjælp og arbejdsopgaver
7. -
8. stoffet var lidt sværere end normalt
9. analytisk løsning, fulgte ikke med, var ikke interesseret
1o. for svært undervisningsstof
11. ligningerne fordi jeg ikke kan finde ud af det
12. -
13. opstille model - det er svært
14. at sidde over det samme problem i 3 timer

17: 1. ingen aning
2. ved ikke
3. kender ikke undervisningen i paralleklasser
4. vi går så meget i dybden med emnerne, at det let bliver kedeligt i længden
5. vi har en dygtig matematiklærer, der forstår at gøre en matematiktime mere interessant. Vores lærer har heller ikke noget fast program forstået på den måde : 1) først gennemgå gammel lektie, 2) lave de 3 opgaver man har fået for, 3) gennemgå ny lektie, 4) få nye opgaver for. Hvis undervisningen foregår på denne måde bliver det meget kedeligt, og så er det lige meget hvilket fag
6. kender ikke parallelklassers arbejdsmetoder
7. vi går i dybden med få ting, de andre gåt let hen over mange emner
8. de lærer lidt om alt, vi lærer alt om lidt
9. formålsløst at følge med i de andres klassers matematikundervisning
1o. de andre har for meget ...
11. vi går mere i dybden
12. vores meget gruppearbejde på den frie form som den er nu
13. kender ikke noget til matematikundervisningen i parallelklasser
14. -

4. de andres gruppearbejde, svært at følge argumenterne når man ikke har været med i gruppearbejdet
5. programmet for en 1.ordens differentialligning og 2.ordens Runge-Kutta metode, er ikke så meget inde i hvordan man programmere. Ikke gjort så meget ud af det
6. ja
7. -
8. "fiduser " ved analytisk løsning, fiduser er lært gennem erfaring
9. egentlig ikke
10. nej, fordi vi fik det hele forklaret
11. differential og integralregning, har ikke forstået det endnu
12. ja det meste, ved ikke hvorfor
13. analytisk løsning og opstilling af model. Inviklet stof med mange fælder
14. vi måtte antage mange forskellige ting, pga. manglende baggrund

særlig let
1, 2, -
3. mekanikkens energisætning, er blevet terpet i fysik
4. nej
5, 6, 7, -
8. numerisk løsning, Ti-57 klarer alt !
9. numerisk løsning, jeg lavede den
10, 11, -
12. lommeregnerprogram, som regel ret simpelt
13. numerisk løsning, problemstilling, let fatteligt stof
14. tidligere gennemarbejdet stof

22:1. skal kunne forklare det så kammeraterne kan forstå det
2. kunne se hvad det skal bruges til
3. forstår ikke spørgsmålet
4. kunne følge med i argumenterne og se detlogiske i dem (indse at de er rigtige)
5. -
6. løse og formulere opgaver, bruge det praktisk
7. vide hvad formlerne man lære bruges til og hvordan de bruges

8. at kunne forklare det til andre
9. forstå den grundlæggende ide, se operationerne med tallene se logikken
10. kan se hvad formlerne står for, hvordan de er fremkommet, hvordan man løser dem
11. at kunne lave det samme som læreren på tavlen uden at tvivle for meget
12. finde ud af hvad det gåt ud på og hvad det bruges til
13. at det sidder så godt fast at man selv kan se i hvilke situationer det kan bruges, selvom man ikke har set problemet før
14. at kunne benytte det til opgaveløsning

23: 1. -
2. at kunne se om evt. ligninger har passet med virkeligheden
3. prøve selv at opstille differentialligninger og løse disse
4. prøve at anvende integralregning på nogle "virlelige" problemstillinger
5. at lave en selvstændig rapport over problemet og få alle til at forstå løsningen
6. -
7. at vi selv skulle arbejde frem til løsninger
8. lære at bruge differentialregning
9. kan ikke helt forstå spørgsmålet. Alt er en del af noget andet og derfor lige vigtigt. Point : differention og integral
10. at forstå det
11. at forstå integral og differentialregning
12. at det kunne bruges i det praktiske også
13. at lære differential og integralregning og bruge det i praksis
14. opstilling af differentialligninger og løsning af disse

24: 1. brug for matematik til næsten alt, fx banker og investering
2. det er med til at skabe en selvstændig tankegang og det er sjovt
3. personligt: det har min interesse, i almindelighed: matematik benyttes i næsten alle andre fag
4. -
5. ja, ellers skulle fysik og kemi også udgå, og jeg mener at det meste kan man bruge ude i erhvervslivet. Desuden er det godt at lære at tænke logisk

6. ja, kan bruges i praksis
7. fordi det er en af de grundlæggende ting videre frem i livet
8. mat. er grundlaget for fysik og kemi og meget andet
9. det er en vigtig del af samfindet, uden kan man ikke forstå de øknomiske sammenhænge, ellers opstår "elitematematikker"
10. der kan føres parelleller til virkeligheden
11. ja
12. ja, det er rart at folk kan lægge to tal sammen
13. den teknologiske udvikling kræver man kan matematik, det er sjovt
14. det er et led i en videregående uddannelse

25: 1. nej, det ville blive kaos
2. ja, fysik, men så ville der nok ikke blive brugt nok tid på matematik
3. nej, for stort et område til at det kan komme under andre fag
4. ja, hvis viljen er til stede er der næsten ikke grænser for hvad der kan lade sig gøre. Men i dette tilfælde skulle meget laves om først
5. nej, det er for omfattende
6. nej, for omfattende
7. nej, man kan ikke uddyge matematik tilstrækkeligt
8. nej, det bliver svært at synkronisere matematik i 3-4 fag
9. nej, faget er for vigtigt og for stort
10. nej, svære at forstå
11. -
12. ja, i fysik, men det synes jeg er en dårlig ide
13. nej, det er et alt for omfattende område
14. nej, man benytter matematik i fysik

26: 1. nej
2. ja, differentialregning, ingeniørpladser
3. ja, statestik, banker og alle former for oplysningskontorer
4. nej
5. -
6. ja, differentialregning, sandsynlighedsregning, allesteder
7. ja, stat, kommune, samfund

8. ja, alt matematik, overalt
9. ja, statestik (analyseinstitutter), prisfunktioner (alm virksomheder, rentesregning (bank)
10. ja, differentielregning, optemering af ting
11. -
12. ja, statestik, sandsynlighed, i undersøgelser, fabrikker ved udregning af produktion
13. ja, statestik, geometri, alt matematik, ingenior, EDB, revisor
14. ja, alle former matematik, ingenior, EDB, revisor

27: 1. -
2. ja, fysik, differentialregning og integration
3. ja, kemi, fysik samfundsfag, geografi osv. , differentialregning, statestik m.v.
4. ja, fysik, kemi, differention, integration, vektorregning, trigonometri
5. ja, fysik, kemi, differential- og integralregning (eksponentialfunktioner)
6. ja, fysik, biologi, geografi
7. ja, fysik, trekantregning, differential, integral
8. ja, fysik, kemi, differentialregning, vektore
9. ja, fysik (differential, integral), kemi og geografi (alm. regning)
10. ja, fysik, differentialregning
11. ja, fysik, differential og integral
12. ja, fysik, næsten det hele af matematikken
13. ja, fysik, vektor, trigonometri, integral og differentiation
14. ja, fysik, alle former matematik

28: 1. ja, rentesregning, til investeringsberegninger
2. ja, trigonometri, at bygge stel til en cross-motorcykel
3, 4, 5, nej
6. ja, meget meget til alt
7. nej
8. ja, numerisk integration. lave program til computer
9. ja, alt matematik, på computer (hovedsagelig)
10. ja, vektorregning, til computerprogram

11, 12. nej
13. ja, alt matematik til computerprogrammering
14. ja

29: 1. ja, geometri, iflåden eller på H.D.
2. ja, det meste, ingeniøruddannelse
3. ja, al matematik, datalogi
4. nej
5. ved ikke, har ikke besluttet erhverv
6. ja
7. ja, videre studier
8. ja
9. ja, alt, datalogi
10. ja, optimering, (kan ikke læse det)
11. ja, videreuddannelse
12. ja
13. ja, alt, computerprogrammering, EDB
14. ja, alt, videre uddannelse

30: 1. -
2. som andre fag: at kunne tænke abstrakt
3. ja, viljen og interessen
4. ja, en mere abstrakt tankegang
5. ja, i forhold til gymnastik : kløbehjerne
6, 7, 8, nej
9. ja, logisk ræsonnement, se og forstå sammenhænge i et problem, ide til løsning, stædighed
10, 11, nej
12. ja, alm. sundfornuft og logik
13. ja, logisk sans
14, ja, sans for tal

31: 1. -
2. at kunne regne med og se forhold mellem en masse enheder og størrelser, man tager for selvfølgelige i hverdagen
3. +, +,-,.,=,<>,f(t), $f^{-1}(t)$, ln og ellers noget abstrakt med at lægge streger sammen (vektor)
4, 5, -
6. behandling af tal

7. behandle tal og formler
8. -
9. hvem er den udenforstående ?
10, 11, -
12. fremmedordbogen skriver : videnskab om de love der gælder for tal og rumstørrelser
13, 14 -

32: prioteringen omregnet således at 1. plads får 9 point, 2. plads 8 point osv.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	i alt	nr.
sjov/interessant	2	8	8	9	9	7	7	5	8	o	6	3	4	5	81	3
videre uddannel	9	6	9	4	7	6	4	9	9	7	7	9	6	8	100	2
brugbar i hverd.	3	2	5	5	4	5	2	8	7	8	4	6	6	6	71	4
eksamensopgaver	6	5	2	3	6	6	3	4	3	o	3	8	2	2	53	8
tænke logisk	8	7	6	8	8	7	9	2	6	9	9	7	8	9	103	1
lære at bevise	5	3	7	7	3	8	5	7	2	o	2	4	1	7	61	6
anvende mat. i andre sammenhænge	4	1	4	6	2	1	6	6	5	6	8	5	7	3	64	5
mat. modeller	7	4	3	o	5	2	8	3	4	5	5	2	3	4	55	7
andet	o	9	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	9	1	19	9

andet : at stifte bekendtskab med forskellige aspekter af matematik (2)
en blanding af det hele (13)

33:		34: ja	ved ikke
1.	22 min.	X	
2,	40-60	X	
3.	44	X	
4.	60	X	
5.	45	X	
6.	30	X	
7.	40	X	
8.	60	X	
9.	60	X	
10.	45	-	
11.	30	X	
12.	40	X	
13.	45	X	
14.	35		X

Spørgeskemabesvarelser. Skole 2.

1: Det sidste forløb har været for kort : 6
tilpas : 1, 2, 3, 5, 9
for langt: 4, 7, 8

2: Matematiktimerne har været

	Antal elever: ja	nej	det samme
sjovere :	4	1	4
	8	0	1
lettere :	1	4	4
	6	2	1
behageligere:	3	2	4
	8	3	2

3: sjovt/godt - om gruppearbejde.
1. godt, fik meget at lave på egen hånd
2. man lever mere med i hvad der sker
3. man lærer at arbejde i grupper
4. -
5. det har været frit,fordi læreren ikke har hængt over os
6. større forståelse af emnet
7. vi har arbejdet frit, men alligevel fået noget ud af det
8. man har fået større viden om samarbejde
9. vi har i højere grad fået en undervisning vi kan lide

irriterende/dårligt - om gruppearbejde
1. -
2. det er meget irriterende, hvis der er nogle, der ikke har forberedt sig hjemme
3. de gode tager for ofte initiativet, så de andre ikke lærer så meget
4. -
5. der er ikke altid blevet lavet lektier, så gruppen har fungeret dårligt
6. -
7. det har været irriterende, at nogle har været dominerende, men det er da gået alligevel
8. ukoncentrerede elever, der spolerer undervisningen, fordi

5. ja, vi ved, hvad der kræves for at en gruppe fungerer
6. ja! fordi vi respekterer mere hinanden. Vi arbejder mere koncentreret og får betydeligt mere i udbytte
7. ja, vi har været på hyttetur og lært om gruppearbejde, og vi kan nu arbejde, så vi får meget ud af det, og vi har meget tit gruppearbejde, og det bliver bedre
8. ja, vi har lært at tage hensyn til hinanden (kvikke-ikke kvikke) især efter vores Korsør-tur
9. ja, vi har lært af de fejl, vi gjorde førhen

5:

	ja	nej
a) i grupper	2, 5	-
b) klasseundervisning	8	2

c) begge dele ja/nej, hvor meget af hver slags :
1. ja, ca. halvt af hvert
2. -
3. ja, 60% gruppearbejde, 40% klasseundervisning
4. ja,
5. -
6. ja, mest gruppearbejde
7. ja, ca. halvt af hver
8. -
9. ja, mest klasseundervisning

gruppearbejde
1. når emnet er godt, og gruppen fungerer
2. ved større projekter f.eks. data, rentesregning o.l.
3. når stoffet er for omfattende til at kunne dækkes af klasseundervisning
4. -
5. når begreber/problemer skal diskuteres
6. når man har fulgt klasseundervisning i en længere tid
7. når der skal laves store opgaver og projekter
8. når man ikke har lavet lektier
9. når man skal arbejde med større emner

klasseundervisning
1. når læreren og eleverne har fået noget ud af timen

de ikke forstår det, der gennemgås
9. i en gruppe er det en betingelse, at alle yder, men det er ikke alle, der gør det.

sjovt/godt og irriterende/dårligt om klasseundervisning
kun en svarede:
2. kan være meget kedelig

lærerigt
1. rentesregning
2. -
3. selve behandlingen af stoffet
4. indførelse i datasystemet
5. obligationer og rentesregning
6. alt om datalære
7. at programmere og lære datamaskinernes egenskaber
8. man har fået større viden om samarbejde
9. erfaringerne fra gruppearbejdet

snakket med læreren om, hvordan gruppen fungerede:
1. -
2. ja og på visse punkter har det hjulpet
3. nej
4. -
5. ja på en week-endtur (generelt)
6. nej
7. ja på en hytte-projekttur vi var på
8. ja
9. ja vi har været på hyttetur for a løse vores gruppeproblemer

4: 1. lært hinanden bedre at kende, fordi læreren dannede grupperne
2. ja, planlægningen, fordelingen af arbejdet og de fleste husker at læse hjemme
3. ja, ved at arbejde meget i grupper opnår vi en indlæring af de forhold, der er medvirkende til at gruppen kan fungere godt
4. ja, vi har været på hyttetur, som havde til formål at forbedre gruppearbejdet

2. -
3. ved mindre omfattende stofområder
4. -
5. når der skal læres matematiske beregninger
6. før gruppearbejde, fordi det skal være fundament til gruppearbejde
7. når der skal læres noget nyt og forklares
8. når man har lavet lektier
9. når man skal lære fremgangsmåder/udregningsformer

6: 1. ja, det gør de ved at hjælpe de mindre dygtige ved at fortælle hvordan/hvorfor det skal laves
2. nej, her må jeg nok indrømme, at det halter lidt bagud, men det er blevet lidt bedre siden vi startede
3. af og til kan det knibe, for ofte er de dygtige mere interesserede i at finde de rigtige svar, end i at forklare de andre gruppemedlemmer løsningsmetoden
4. ja, jeg synes, at dem, der fra andre steder havde kendskab til systemet, var behjælpelige med forståelsesproblemer
5. ja
6. ja, nogen gange, når vedkommende har beskæftiget sig med et emne før
7. nogle gange, men for det meste er vi meget på lige fod, når vi kommer i gang med arbejdet
8. nej
9. nej, de vil som oftest regne forud

7: 1. god til fysik
2. han skal bare interessere sig for faget og prøve at få eleverne til at leve med i faget
3. nej, det mener jeg ikke er nødvendigt, bortset fra at han selvfølgelig skal have kendskab til matematik
4. ?
5. nej
6. selvfølgelig m.h.t. matematikgrundstoffet og edb-læren
7. i vores tilfælde samfundsfag. P.gr.a. vores matematik skal være samfundsrelevant

8. nej
9. nej, alle lærerne skal være dygtige til at lære fra sig

8: 1. flere hjemmeopgaver (blækregning el. gruppeopgaver)
2. gøre opgaverne så virkelighedsnære som muligt
3. bl.a. harpunmetoden
4. -
5. sikre sig at alle forstår hvad der bliver lavet
6. gøre emnet så spændende som muligt!
7. prøve at spørge om ting, og gøre det så interessant som muligt
8. spørge dem der aldrig siger noget
9. beskæftige alle og sørge for, at de kan finde ud af det, så har de ikke tid til at kede sig

9: ja : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
nej : -
for lidt : 2, 8, 9
for meget : $(4)^+$
tilpas : 1, 3, $(4)^+$, 5, 6, 7
$^+$satte kryds midt imellem "for meget" og "tilpas"

10: emnet ja : 1, 4, 5, 6, 7, 9
nej : 2, 3, 8
ved ikke: -
arbejdsform ja : 1, 3, 4, 5, 6, 8
nej : 2, 7, 9
ved ikke: -

1. ved at vi besluttede et emne, som vi gerne ville beskæftige os med
2. vi blev spurgt om det havde interesse, hvilket det havde
3. emnet valgtes af læreren, arbejdsformen er en følge af forsøgsordningen og stoffets størrelse
4. læreren lagde det op til os efter at have foreslået noget
5. læreren kom med et forslag til emne, og da ingen havde noget alternativ lavede vi hans forslag

6. ved hjælp af alle gruppemedlemmerne
7. vi stemte om nogle forskellige emner, og læreren har faktisk lavet arbejdsformen
8. lærerplanlægning. Arbejdsformen er en følge af forsøgsordningen
9. læreren og eleverne blev i fællesskab enige

11: for løst : 1, 2, $(4)^+$, 6, 7, 9
tilpas : 3, $(4)^+$, 5, 8
for fastlagt : -
$^+$kryds placeret midt mellem "for løst" og "tilpas"

1. et par ukoncentrerede timer, og nok et for slapt projekt, man regnede timerne for en slags fritimer
2. f.eks. var der kun 3-4 ud af 14 elever, som vidste hvorledes, man betjener en datamaskine, hvilket medførte, at arbejdet for de sidste 10 blev endnu mere indviklet
3. -
4. lektiegivningen har været for løs (!) men ellers tilpas
5. -
6. for løst et program med lektiegivning og arbejdsform
7. vi vidste for lidt, blev for lidt informeret, det virkede svært
8. -
9. springer for meget i emnerne, ofte bliver de ikke ordentlig afsluttet?

12: 1. at vi laver meget arbejde på egen hånd, eller vi laver meget arbejde i grupperne
2. at læreren fortæller om emnet i 10-20 min's tid, hvorefter man kan spørge, hvis man er i tvivl. Eleverne regner på tavlen
3. en time hvor læreren formår at motivere eleverne, fordi de selv føler, at stoffet er vedkommende
4. -
5. ting vi arbejder med må ikke være for abstrakt, f.eks. er renter og obligationer et nyttigt emne
6. får lov til at arbejde meget på egen hånd. Stof der inter-

esserer mere end i 1.g

7. når man kan gå derfra og huske, hvad man lærte. Hvor der er indbyrdes snak, men hvor det alligevel er begrænset. Beviser eller eksempler på tavlen
8. gennemgang af lektien (harpun.metode), regne selv, forberedelse af næste lektie
9. det er som oftest læreren , som gør et fag spændende - men det hjælper jo også til at gøre en time god, hvis man forstår stoffet og har lavet alle lektierne

13: 1. hvis læreren snakker hele timen om f.eks. et nyt emne
2. hvis læreren kun står og skriver formler og lign. på tavlen i 45 min.
3. læreren gennemgår grundbogsstof på klassen uden at inddrage eleverne i undervisningen
4. -
5. -
6. at skulle sidde og høre læreren snakke og snakke til ingen nytte. Sygt
7. når der bliver holdt "foredrag", og man kun skal høre, så siver ikke alt ind
8. klasseundervisning hvis du ikke har lavet lektier. Trampen rundt i det samme !!
9. en time hvor læreren står og øvler om et eller andet intetsigende emne

14:	a)	b)	c)	15:
1.	30 min.	30 min.	30 min.	40 min.- 1 time
2.	60	30	30-45	1-2 timer
3.	15	10	15	30 min.
4.	5	10	15	30 min.
5.	15	20	10	30-45 min.
6.	30	60	30	1-2 timer
7.	20	20	30	30 min.
8.	30	5	-	½ time
9.	15-45	30	30	2½ time
$\bar{x}$	26 min.	24 min.	24 min.	51-68 min.

16: interessante
1. data, noget der interesserede mig
2. problemet "modeadfærd", da det har relationer med dagligdagen
3. at lære datateknik, fordi datateknikken ofte kaldes fremtidens fundament
4. indførelse i datasystemet
5. eksponentiel vækst, da jeg lærte, hvordan forskellige faktorer indvirker meget/helt på en vækst
6. læren om edb og programmering, fordi det er vigtigt for en videreførende uddannelse
7. at programmere. Man sidder og trykker på taster og bestemmer noget, og så er det på skærmen. Det er spændende at lære hvordan. Når vi sad og lavede små programmer og prøvede alt muligt. Da vi havde helt frie tøjler
8. data, for det har jeg aldrig prøvet før
9. rentesregningen - min interesse

kedelige
1. +
2. at sidde 4-5 mennesker ved dataskærmen, fordi alle bare trykker, når de får en idé
3. klasseundervisning fordi datateknikken er langt mere egnet til gruppearbejde
4. -
5. -
6. ikke at have fået nok ud af det, fordi jeg har været en smule syg
7. når der blev gennemgået noget, som man ikke kunne finde ud af. Når vi skulle sidde og lave 3 forskellige grafer, men alligevel lavede vi det samme hele tiden
8. data, fordi jeg ikke forstår det
9. vores skærmarbejde

17: 1. +
2. at vi arbejder i grupper og MED MERE SAMFUNDSRELEVANTE EMNER
3. vi har en forsøgsordning, som inddrager mere gruppearbejde

i undervisningen
4. vi kører forsøgslinie med samfundsfaglig-matematik (mere spændende)
5. vi har ikke et fast pensum vi skal igennem
6. ved ikke - måske mere regning
7. at vores er samfundsrelevant, og at det er lettere forståeligt, og vi ved, vi let kan få brug for det lærte
8. at vi er en forsøgsordning
9. jeg ved ikke, hvad de andre laver

18: ja : 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9
nej : -
det samme: 3

19: 1. ja - hvis man ikke har læst hjemme, eller at stoffet er for kompliceret eller svært
2. opgaverne er til tider for upræciserede, og at alle ikke har læst hjemme
3. ja - bl.a. at stoffet er for svært
4. 0
5. dårlig forberedelse + interessen i arbejdsstoffet
6. som regel når stoffet er for svært. Det kan ske man snakker om TV eller lign.
7. hvis vi ikke kan arbejde sammen, hvis vi har for meget udenomssnak, samt de eksempler der er givet
8. når man ikke har lavet lektier
9. hyppigste årsag til dårligt gruppearbejde er en dårligt fungerende gruppe

20: ja : 4, 5, 6
nej : 1, 2, 3, 8, 9
hvis nej får du .....
1. ja eller også springer jeg det over
2. jeg stopper, når han er ved at gå ud af sit gode skind - til tider
3. ja
4. -
5. -
6. -

7. det er lidt forskelligt. Først spørger jeg gruppemedlemmerne, men hvis jeg ikke forstår det, sådan som de forklarer det, så spørger jeg læreren, indtil jeg forstår det helt
8. nej
9. jo som oftest (gruppe/klassemedlemmer)

21: særlig svært
1. ja, f.eks. rettelser i datamaskiner - fordi jeg ikke har haft data før
2. de opgaver som skulle kodes ind på dataerne, fordi men ikke ved 100%, hvordan man skal betjene datamaskinerne
3. ja - programmering af datamaskiner. Vi har aldrig prøvet det før
4. -
5. de forskellige rentefødder. Der var mange
6. programmering og løsning af program. - Aldrig lært før
7. ja - jeg havde svært ved at huske at fremkalde forskellige programmer. Jeg forstod det ikke, men har så fået det forklaret siden
8. data - for hurtig gennemgang
9. -

særlig let
1. ja - procentregning
2. -
3. nej
4. -
5. -
6. +
7. nej
8. -
9. -

22: 1. at man bagefter selv kan forklare det f.eks. ligning
2. at man kunne bruge det til daglig (og eksamen)
3. at forstå det grundlæggende i det stof, som vi behandler
4. -
5. sammenhængen mellem forskellige matematiske formler/begreber/udtryk

6. at kunne klare sig rimeligt
7. at kunne anvende det man har lært, og kunne repetere det for sig selv og andre
8. at kunne benytte formler, at kunne regne
9. hvis man kan bruge matematik og forklare den, så forstår man den

23: 1. procentregning
2. at gøre den så virkelighedsnær som muligt
3. det fører til en bedre udnyttelse af gruppearbejdet samtidig med at det er relevant
4. -
5. forstå hvordan en datamaskine hurtigere end en menneskelig regning kan udregne forskellige ting
6. vækstrateligningen: $R = R_m(1-N/K)$
7. at kunne lave et program, og rette i det og så forstå hvad maskinen lavede
8. vi har lært at arbejde bedre i grupper, samtidig med at matematikken er mere virkelighedsnær
9. at lære noget man virkelig har brug for

24: 1. ja - fordi matematik er nok det fag en uddannelse altid stiller krav til
2. ja - det er et relevant fag. Ligeledes bruger man f.eks. meget statisker i dagligdagen (TV-avisen)
3. ja - matematik indgår i mange samfundsmæssige sammenhæng
4. ja
5. ja - det er meget nyttigt i hverdagen
6. ja - fordi det er et vigtigt fag for fremtiden
7. ja - jeg synes matematikken er meget brugt i samfundet
8. ja - man bruger det i senere uddannelsesled
9. ja - al videre forskning er baseret på at folk kan regne! Hvad med skattevæsnet, hvis de ikke får regneeksperter

25: 1. ja - fysik, biologi, kemi, - da de har en del til fælles
2. nej - hvis I mener som på Herlev Gym., mener jeg, det virker for rodet og flippet (P.S. en af mine venner går der)
3. nej - dertil er den alt for afgrænset

4. nej
5. nej - det er for vigtigt et fag efter min mening
6. ja - v.hj.a. fysik som handler meget om udregninger
7. ja - jeg mener det skal være samfundsrelevant (samfundsfag)
8. ja - kun som del af fysik, geografi, kemi
9. nej - hvilket fag skulle være

26: 1. ja - procentregning - banker, udregning af lønseddel eller bankbog
2. ja - geometri rentesregning - byggeindustrien, arkitekter og banker
3. ja - nationaløkonomi - bl.a. i statsadministrationen
4. ja - tabeller, grafer, rentesregning, datalære, statistikundersøgelser, selvangivelse, regn...??
5. ja - geometri, rentesregning - arkitekter, banker
6. ja - den systematiske matematik - eks. revisions og advokatkontorer
7. ja - rentesregning. + + x. - Banker, forretninger
8. ja - regnskabslære - revisorvirksomhed, civiløkonomi
9. ja - rentesregning, addition - bank, slagter

27: 1. ja - fysik - vektorregning
2. ja - fysik - vektorregning
3. ja - fysik, kemi, samfundsfag - bogstavregning
4. ja - samfundsfag, geografi - tabeller, ? diagrammer, ?
5. nej
6. ja - fysik og kemi - udregningsmatetik
7. ja - fysik og samfundsfag - vektorregning, statistik
8. ja - fysik, geografi og kemi
9. ja - fysik, kemi - f.eks.....?

28: 1. nej
2. ja - geometri, til beregning af højden på mit svævefly
3. nej
4. ja - ved forståelse af f.eks. TV-avisen - undersøgelse af diverse konti og obligationer i banker
5. nej

6. ja - tænkning og udregning - evt. til selvangivelsen og anden bogholderi
7. ja - rentesregning m.m. - selvangivelsen
8. nej
9. ja - rentesregning, addirion - man kan jo ikke fungere i et samfund, hvis man ikke kan lægge to tal sammen

29: 1. ja - rentesregning - udskrivning af f.eks. selvangivelse
2. ja - rentesregning - bank
3. ja - statistik, nationaløkonomi - videre uddannelse
4. ja - til forståelse af TV-avis og undersøgelse af konti og obligationer
5. ja/nej
6. ja - tænkning og udregning i al almindelighed. - Bogholderi, regnskabsføring, selvangivelse og evt. arbejde
7. ja - rentesregning - selvangivelse
8. nej
9. ja - rentesregning - udbytte af obligationer

30: 1. ja
2. nej - man skal bare have en smule logisk sans, men særlige evner er nok for meget sagt
3. nej
4. ?
5. ja - logisk sans
6. nej
7. nej
8. nej
9. - - man skal kunne tænke klart og logisk

31: 1. noget med "gange", "dividere", "minus", "plus" en masse blækregning
2. læren om tal og deres brug
3. matematik er læren om tal
4. ØH!
5. forståelse af forskellige ting begreber osv
6. en masse udregninger med tal + + x osv.

7. matematik er noget med tal. Noget med at "fortolke" forskellige tal. Kunne lave noget med de tal, og få noget ud af det.
8. at kunne benytte formler, at kunne regne
9. en måde hvormed man kan få overblik over tingens/enes størrelse, antal. Lærer at opfatte logisk

32: prioriteringen omregnet således at 1. plads får 9 point, 2. plads 8 point osv.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	i alt	$\bar{X}$	nr.
sjov/interessant	4	3	7	6	4	8	5	8	2	47	5,2	5-6
videre uddan.	9	9	8	3	6	9	6	3	7	60	6,7	1-3
i hverdagen	3	8	2	9	9	5	9	7	8	60	6,7	1-3
eksamen	7	5	9	2	2	7	2	6	3	43	4,8	7
tænke logisk	6	7	3	7	8	4	7	9	9	60	6,7	1-3
lære at bevise	8	4	6	5	5	6	3	5	5	47	5,2	5-6
andre sammenhænge	2	6	4	8	7	3	8	4	6	48	5,3	4
mat. modeller	5	2	5	4	3	2	4	2	4	31	3,4	8
andet	-	-	-	-	-	1	-	-	-	1	-	-

andet : en vis usikkerhed (6)

33:	34: ja	ved ikke
1. ½ time	x	
2. 45 min.	x	
3. 20 min.	x	
4. 25 min.	x	
5. ca. ½ time	x	
6. 45 min.	x	
7. ½-¾ time	x	
8. 30 min.	x	
9. 1¼ time		x

Spørgeskemabesvarelser fra skole 3

Piger: nr. 1 - 6
Drenge:nr. 7 - 2o

1) Det sidste forløb har været :
for kort : 7, 16
tilpas : 1,2,3,4,5,6, 8,9,1o,11,13,14,15,17,18,19,2o
for langt: 12,

2) Matematiktimerne har været:

	ja	nej	det samme
sjovere	1, 11	2,6,7,8,1o,12 13,15,16,18,19 2o	4,5,9,14,17
	1,2,3,5,6,7,8 9,11,13,14,15 19,2o	1o,16,18	4,12,17
lettere	2,1o,16	8,13,15,17,18 19,2o	1,3,5,6,4,9 11,12,14
	1,3,5,7,11,14 16,2o	2,4,8,9,1o,12 15,17,18	6,13,19
behageliger	1,3,1o,13,17	8,9,16,18,19 2o	2,4,5,6,11 12,14,15
	1,2,3,5,6,7,8 11,13,15,17, 2o	9,1o,16,18	4,12,14,19

3) Sjovt/godt ved GRUPPEARBEJDE
1. hvis alle er aktive
2. godt, fordi vi kan få hjælp fra de øvrige i gruppen
3. kan hjælpe/blive hjulpet af venner med det man ikke forstår
4. at tingene blev snakket igennem
5. godt at kunne hjælpe hinanden i gruppen
6. -
7. -
8. -
9. godt ved gruppearbejde
1o. at få snakket med de andre
11. godt - man får lært tingene på en lidt anden måde
12. godt - når det fungerer effektivt

13. kunnet hjælpe hinanden med ting man ikke helt forstod
14. godt - hvis alle deltager aktivt
15. godt - at udveksle erfaringer i gruppen
16. ingenting
17. man får mere ud af undervisningen
18. -
19. man har kunnet støtte hinanden
2o. samarbejdet

Irrieterende/dårligt
1 . når nogen er uforberedte
2 . for meget gruppearbejde - det duer ikke i vores klasse mange gider ikke lave noget ⇒ man bliver sløv og får ikke lært noget
3 . hvis nogen ikke har forberedt sig
4 . at vi ikke altid kunne tage os sammen, snakkede om alt muligt andet ⇒ forvirring når tingene skulle afleveres, stoffet blev ikke behandlet ordentligt osv
5 . grupperne har ikke altid kørt lige godt
6 . lidt forvirrende, føler vi springer rundt i tingene
7 . gruppearbejdet har været ukoncentreret
8 . -
9 . nej
1o. læreren
11. at man ikke altid har læst hjemme
12. -
13. nogen gange har der været for meget larm i grupperne
14. for dårlig koncentration og forberedelse
15. støjen, har været det mest irrieterende
16. måden at tilrettelægge undervisningen på
17. man laver ikke så meget individuelt
18. at man snakker istedet for at lavr gruppearbejde
19. -
2o. at ikke alle deltager lige meget

Har I snakket med læreren om hvordan gruppen fungerer

1. nej, men nogen fungerede bedre end andre
2. nej, kun til dels, læreren kan jo ikke gøre noget, hvis det er en dårlig gruppe (sløv, hvor de fleste ikke læser og gider arbejde)
3. ja
4. ja, vi skulle bla. aflevere dagbog efter hver time
5. ja
6. nej
7. ja, ind imellem
8. nej
9. ja
10. ja
11. nej, men gruppen som helhed måske
12. nej
13. ja - vi har udfyldt nogle dagbøger
14. var det nødvendigt ? (dårligt)
15. ja
16. ikke ordentligt
17. ja
18. nej
19. ?
20. af og til

Sjovt/godt ved KLASSEUNDERVISNING

1. når alle er forberedte
2. & 3. -
4. at tingene blev snakket igennem
5. tingene blev godt forklaret
6.,7,8,9. -
10. intet, kun de fede diskussioner
11. at man får samlet de løse ender op
12. & 13. -
14. klasseundervisning er kun at foretrække,hvis den er grundig og alle bliver'taget med'
15. det vi har lært
16. ingenting
17. 18. 19. & 20. -

Irri-terende/dårligt

1. når nogen er uforberedte
2. -
3. uforberedte elever
4. -
5. for meget uro i klassen
6. forvirrende, vi springer rundt i tingene
7. -
8. irrieterende, at ikke afleverede blækregning ikke bliver gennemgået ved tavlen bagefter.
9. nej
10. læreren
11. -
12. for meget larm ved klasseundervisning
13. -
14. for dårlig koncentration og forberedelse
15. støjen er det mest irrieterende, den virker hæmmende på undervisningen
16. måden at tilrettelægge undervisningen på, den skal være mere konservativ.
17. -
18. at man snakker istedet for at følge med.
19. & 20. -

Hvad har været lærerigt

1. man skal være aktiv
2. gennemgang/opsamling af forløbet
3. den matematik man har arbejdet med, men man lærer også at samarbejde. - Det er vigtigt at kunne samarbejde i samfundet.
4. opsparing - rentesregning
5. -
6. de duplikerede ark + resumé ved tavlen
7. logaritmer
8. -
9. ja
10. intet
11. både gruppearbejde og klasseundervisning
12. radioaktivt henfald
13. gennemgang af beviser osv

14. de udleverede papirer med sætninger og beviser
15. det med radioaktivt henfald
16. ?
17. at man ikke får lavet så meget når man har gruppearbj.
18. stort set det hele
19. klasseundervisningen
2o. at tage hensyn til de andre

4) Bedre til at arbejde i grupper - hvordan
1. ja, alle har nu forstået, hvor vigtigt det erat alle laver noget
2. nej, tværtimod - det er blevet overdrevet, så det hænger mig langt ud af halsen
3. ja
4. jeg tror det er det samme
5. lidt, men ikke nok
6. vi har fundet ud af at der skal laves noget, ellers er det jo ekstra lektier hjemme
7. nej, nu da man har lært hinanden at kende, er det blevet ukoncentreret
8. ja, fordi vi har været på hyttetur, der grundlagdes accepteringen af andre end en selv
9. ja - ved øvelse
1o. nej
11. ja, vi får mere udbytte af stoffet nu da vi kender hinanden bedre
12. ja, mere disciplineret og dermed effektivt
13. ja, man har lært at respektere de andre i gruppen og lært at uddele arbejdsopgave
14. absolut ikke
15. nej ikke særligt
16. nej
17. det samme, bortset fra at man kender hinanden bedre nu
18. nej det synes jeg ikke
19. man lærer jo at arbejde effektivt og tage hensyn til andre
2o. ja, nu kender vi hinanden bedre

5) Hvordan skal undervisningen foregå resten af året

	JA	NEJ
i grupper	1o, 17	2, 8, 14, 15, 16, 17 18,19, 2o,
klasseu.v.	2, 1o, 14, 15 16, 18, 19	8, 2o

begge dele, ja/nej - hvor meget af hver slags
1. ja, mindst klasseundervisning ca 1/3
2. ikke gruppearbejde, så længe klassen fungerer som den gør
3. ja, mest gruppearbejde ca 2/3
4. ja, men svært at sige, det kommer an på emnet
5. ja, kommer an på hvad vi skal have om
6. ja, men mest klasseundervisning
7. ja, 5o% af hver
8. ja, mest klasseundervisning
9. ja, lige meget af hver
1o. ja, men mest klasseundervisning
11. ja, men for det meste klasseundervisning
12. ja, 7o% klasseundervisning - 3o % gruppearbejde
13. ja, ca halvt af hver
14. nej
15. nej
16. nej
17. ja - mest klasseundervisning
18. -
19. ja, hovedvægten på klasseundervisning
2o. ja, 5o % af hver

Hvornår er det bedst med gruppearbejde
1. når tingene er gennemgået og man får opgaver til aflevering
2. ved ikke, måske når læreren har gennemgået og vi så evt. kunne løse nogle opgaver
3. næsten altid
4. når det er en opgave om f.eks. opsparing + hvis der er noget nogle ikke har forstået og andre har, så kan man i gruppen løse opgaver om dette
5. i midten og i slutningen af et forløb, så man kan snakke om hvad man forstår/ikke forstår og kan hjælpe hinanden eller f.eks. snakke om svær blækregning

6. ved store'rapporter' og evt. ved arbejd selv timer, hvis man er i én stabil gruppe
7. når man er forberedt
8. når der er noget svært
9. når det er svært, så vi kan forklare hinanden det
10. når alle er interesserede og aktive
11. som indledning til et eller andet matematisk problem
12. når man skal forklare hinanden visse ting
13. 14. & 15 -
16. aldrig
17. når der er noget man skal snakke om
18. ved det ikke
19. i de sidste timer og når man skal lave øvelser
20. ved diskussioner

Hvornår er det bedst med klasseundervisning
1. når tingene skal gennemgåes
2. når folk (flertallet) ikke forstår det dvs. svær matematik
3. når man skal samle op
4. gennemgang af nyt stof + regnede opgaver
5. bedst i begyndelsen af et forløb
6. ved indlæring af nyt stof
7. når man er uforberedt
8. når det svære bagefter skal gennemgåes
9. -
10. når alle er interesserede og aktive
11. til at få samlet de løse tråde op fra gruppearbejdsopg.
13. når man skal have lært noget nyt
12. & 14. -
15. når der er noget særligt svært
16. altid
17. når der er noget man skal lære
18. altid
19. når noget vanskeligt skal gennemgåes og hvis der er forståelses spørgsmål
20. ved gennemgang

6) Er de dygtige, dygtige nok
1. ja for det meste
2. ikke altid, nogle gange er de for overlegne og dominerende så de dårlige føler sig totalt åndssvage. Andre gange er gruppen heldigt sammensat, så alle kan forklare noget ⇒ godt udbytte
3. ja i de fleste tilfælde
4. ikke altid, men ved fælles hjælp plejer det lykkes
5. ja
6. nej ikke altid - nogen 'gemmer' deres viden, mens andre er villige til at fortælle det de ved om tingene
7. nej
8. nej
9. ja, de forklarer hvordan nab skal gøre indtil man forstår det
10. i nogle tilfælde, ja
11. det kan godt sommetider være lidt svært, fordi ikke alle kan lære fra sig
12. hvis de virkelig har 'check' på tingene, så ja - hvis ikke, så nej
13. det kommer an på hvor'social'den dygtige er - om han kan bære over med, at nogle skal have forklaret en ting flere gange
14. i nogle tilfælde
15. det kniber engang imellem
16. nej - de fleste dygtige tænker kun på, hvor hurtigt de selv kan blive færdige
17. ja
18. ikke altid, men det hænder
19. ja
20. ikke altid, de er ofte dårlige lærere

7) Skal en matematiklærer have specielle egenskaber
1. -
2. nej, de skal bare være gode til at lære fra sig, dvs. forklare enkelt og klart
3. nej, bare være gode til at lære fra sig
4. skal kunne forklare den samme ting på forskellige måder
5. -

6. føre en nogenlunde hård disciplin ellers sløvhed ved opgaverne
7. nej
8. nej, - måske er det vigtigt at han/hun er god til at lære fra sig
9. ved ikke
lo. skal kunne skabe interesse omkring matematik, da det tit er tørre tal
11. matematik er et tungere fag, derfor skal læreren være god til at forklare stoffet på flere matematiske korrekte måder
12. ja, det er vigtigt at de kan sætte sig ned på vores plan, altså at de kan lære fra sig
13. evnen til at forklare ting på en indlysende måde
14. være god til at lære fra sig - ellers ikke
15. være god til at lære fra sig
16. nej
17. evnen til at få eleverne tilat forstå
18. ja, vigtigt at læreren kan sætte sig ned på elevernes plan
19. hun skal kunne lære fra sig, så vi andre forstår det
2o. nej

8) Hvordan får læreren alle til at deltage aktivt
1. -
2. et fremmedord i vores klasse, da jeg ikke tror alle er lige interesserede i at gå her. Det er meget sjældent hele klassen er tilstede ⇒ at vi gentager meget ⇒ at man gi'r sig til noget andet
3. lade eleverne bestemme mere, for så får vi de interessanteste emner
4. gøre emnet interessant (hvilket er meget svært, da vi er interesserede i forskellige ting
5. lade alle få en chance, ikke kun spørge dem, der rækker hånden op først
6. være selvsikker og erfaren
7. prøve at få alle til at deltage aktivt når der bliver spurgt, også spørge dem, der ikke rækker hånden op
8. spørge dem der ikke svarer

9. -
lo. selv fortælle, stille og svare på spørgsmål
11. sørge for at gøre stoffet mere interessant på en eller anden måde
12. læreren skal sørge for ro i klassen, så man får det hele med, ellers mister man hurtigt interessen
13. kræve ro, og udlægge stoffet på en spændende måde
14. det kan godt være umuligt, og det er vel egentlig ikke lærerens opgave
15. skabe ro i klassen
16. ?
17. have disciplin
18. interessant undervisning
19. hive nogen op til tavlen
2o. gøre undervisningen spændende

9) Skal læreren blande sig i gruppearbejdet
alle svarede ja

Har læreren blandet sig
for lidt : 2, 6, 8, 12, 14, 17, 2o,
for meget:
tilpas : 1, 3, 4, 7, 9, lo, 11, 13, 15, 18, 19

lo) Har du haft nok indflydelse på valg af

	JA	NEJ
enme	1, 4, 6, 9, lo, 11, 13, 15, 16, 18, 2o,	2, 3, 5, 6, 8, 12, 14, 17, 19,
arbejdsform	1, 2, 3, 4, 5, 6, 9 lo, 11, 14, 15, 16, 2o	7, 8, 12, 13, 17, 18, 19,

Hvordan blev emne og arbejdsform besluttet
1. ved afstemning
2. emnet, fordi vi skulle bruge det i fysik, arbejdsformen stemte vi om
3. emne - læreren bestemte, det er obligatorisk arbejdsformen - demokratisk afstemning
4. klassesnak

5. tidligere emner har vi været med til at vælge, ikke dette - arbejdsformen har vi snakket om i klassen
6. læreren
7. samtale i klassen
8. spørg vores lærer
9. gennem klassen
1o. afstemning og diskussion
11. læreren foreslog - forsamlingen godkendte
12. af læreren
13. -
14. snak i klassen om arbejdsformen
15. emne obligatorisk - arbejdsformen til dels ved afstemning
16. af os alle
17. læreren
18. flertalsbeslutning
19. læreren valgte for os
2o. ved snak i klassen

11) Har det sidste forløb været
for løst: 4, 5, 6, 7, 8, 1o, 13, 15, 16, 17, 19, 2o
tilpas : 1, 2, 3, 9, 11, 12, 14, 16,
for fastlagt: -

uddyb:
4. det har været meget rodet
6. der er en dårlig forklaring på tingene, man får ikke kontante svar
7. for meget papir, hvilket gør det uoverskueligt
1o. læreren har været væk en del, og når hun har været der, har hun ikke kunnet lære mig noget. Hun skaber ingen interesse og det lader til at hun ikke selv kan
11. men jeg ville gerne gennemløbe de sværer passager en gang til
14. grundig nok, men ikke for grundig
15. det har været svært at finde hoved og hale i dette forløb
18. man har haft tid nok til at lære tingene - ikke noget pres
19. ikke vidst hvad man skulle lave i timerne
2o. for mange papirer

12) Beskriv den ideelle matematiktime
1. alle skal være forberedte og koncemtrerede
2. alle møder til tiden, lytter og holder kæft når vi får gennemgået noget. Vi stiller evt. spørgsmål. Vi løser nogle opgaver der sikrer at stoffet er forstået og kan bruges. Vi gennemgår opgaver ved tavlen for at kontrollere at vi med egne ord kan forklare - øve 'at være ved tavlen'
3. at det er halvsvært (ikke kedeligt fordi det er svært) og interessant
4. alle er opmærksomme - føler jeg lærer noget
5. alle føler de lærer noget, alle er opmærksomme og alle får sagt noget
6. oplagt lærer - matematik i 2.eller 3. time, god forberedelse, forståelse af gennemgang, lektier for, som man kan finde ud af
7. undervisning efter en bog, samt støttepapir
8. -
9. at man kommer til tavlen
1o. når vi har fri
11. at få gennemgået stof på en god, underholdende måde og samtidig faglig lærerig måde
12. når man føler man lærer noget
13. alle følger med og er koncentrerede
14. at der er ro i klassen - eleverne kommer til tiden. Undervisningen virker tilpas afslappet uden at være doven
15. der gennemgåes noget - en kommer til tavlen og resten af klassen hjælper denne
16. klasseundervisning - man bliver mere'matematikmindet'
17. når alle er med og man forstår det
18. når der er ro - alle har lavet lektier og følger med
19. læreren forklarer noget nyt, vi får lov til selv at udføre øvelserne senere
2o. når jeg forstår det hele

13) Beskriv en dødsyg matematiktime
1. når der matematik i de sidste timer og alle er ukoncentrerede
2. ukoncentrerede elever i 7. time. De fleste har 'glemt' at læse, for megen 'snakken' medfører at man bliver ukoncentreret og kun tænker på hvornår det ringer ud

3. at det er 7. time, alle larmer og er uoplagte
4. småsnak- uro osv. at det er fra kl 13-15, mellem 14-15 vil alle hjem
5. uro, snak - ingen oplagte, ikke læst - kort sagt tirsdag 7. time
6. for megen diskussion mellem 3-4 elever + lærer. 6, time ⇒ uforberedt og dårlig undervisning
7. Bevis, bevis ..... bevis
8. tirsdag ml 13-15 - 3 timer i træk i slutningen af en overdødsyg dag
9. hvis læreren kun står og snakker
10. jeg synes tit at matematik er kedeligt. Sidste år var jeg glad for matematik - der lærte jeg nemlig noget
11. når stoffet er kedeligt er der ingen der følger med ⇒ larm og intet fagligt udbytte
12. hvis den er så larmende, at man lige så godt kunne have siddet i kantinen og spist basser
13. der er total panik, alt for megen snak og uro.
14. af læreren lirer en hel masse af, som det er umuligt at forstå
15. alle støjer, vi bliver sat i grupper og skal selv finde ud af noget, som vi ikke kan og det hele går agurk
16. gruppearbejde
17. sabotage af undervisningen
18. man snakker sammen indbyrdes og er ukoncentrerede
19. at folk larmer
20. man fatter ikke en skid

14) Hvor lang tid til hjemmeforberedelse

	A	B	C	15)
1.	30 min	60 min	70 min	60-120 min
2.	20	20	20	60
3.	30	60	65	90-120
4.	5-10	0	5-10	30
5.	15	5	-	30-60
6.	?	30	?	?
7.	5	0	5	60
8.	?	?	-	-
9.	15	15	15	120
10.	0	10	5	0
11.	45	30	20	180

	A	B	C	15)
12.	30	30	30	120-180
13.	30	?	?	120-180
14.	20-30	20	20-30	120-180
15.	60-120	60-120	-	120-180
16.	60-120	0	10-20	30-90
17.	20	?	?	120
18.	15-30	15-30	15-30	120-150
19.	45	30	37	180
20.	5	5	0	180

16) Det mest interessante ved sidste forløb
1. beviserne
2. brug af log.papir, så vi kunne se hvad vi skulle bruge vores viden om eksponentialfunktioner til
3. det ved jeg ikke
4. & 5. -
6. resumeet, man fattede sammenhængen lidt bedre
7. ikke noget
8. & 9. intet
10. intet
11. der hvor man finder funktionsudtrykket - det kunne jeg jeg finde ud af
12. & 13. -
14. at lære at bruge enkelt og dobbelt logaritmisk papir
15. halveringstid, det kan vi bruge til noget
16. sammenhængen med fysik, det giver en et grundlag for videre motivation
17. ikke særlig interessant
18. om bestemmelsen af eksponentielle funktioners udtryk
19. at kunne anvende det til andet end matematik
20. -

Det mest kedelige
1. de mange gentagelser pga. uforberedte elever
2. 4, 5, 6. -
3. det ved jeg ikke
7. beviser, det er for trælst med 2 timer itræk med beviser

8. det hele- fordi man ikke er god til det, så forbereder man sig ikke, hvilket selvfølgelig er forkert
9. -
lo. læreren har ikke lært os noget
11. det jeg ikke kunne finde ud af
12. 13, 14 -
15. beviserne
16. gruppearbejde - jeg synes ikke om klassen som helhed (enspænder)
17. -2o. -

17) Vigtigste forskelle mellem din og din parallelklasses u.v.
1. vores matematik er mere interessant og spændende
2. vi har overvejende gruppearbejde - de andre har klasseundervisning
3. i min parallelklasse er det 'kæft, trit og retning'
4. -
5. vi har mere indflydelse på emnerne, fordi vi må gå ud over normalt pensum
6. ?
7. blækregning, samt beviser
8. -
9. for fysikerne er det meget med bogstaver (tørt stof)
lo. at de andre har en god lærer
11. fysikerne og de naturfaglige har mere teori end vi har
12. vores er langt mere fri
13. de andre har for meget disciplin
14. vores undervisning er mere elevvenlig og knapt så koncentreret
15. arbejdsformen
16. vi har meget gruppearbejde - kontra de andre
17. vi har det nok mere frit
18. i de andre klasser er det læreren der bestemmer
19. -
2o. de andre klasser har flere lektier

18) ja : 1,2,3,4,5,6,7,8,9,11,13,14,15,16,17,18,19,2o
nej : -
det samme: lo, 12

19) bestemte årsager til at gruppearbejdet går i stå
for svært : 1,2,3,6,8,lo,11,15
manglende forberedelse: 1,3,6,7,8,9,lo,11,14,15,12
andre årsager:
7.koncentrationsbesvær
9. gammelt stof
lo. + 11. ukoncentration
12. det kan være alle mulige ydre omstændigheder
13. man kommer for sent igang med at lave noget
14. dårlig koncentration
16. kan ikke huske ret meget - gruppearbejde noget skidt
17. de fleste er for ukoncentrerede ved gruppearbejde
18. ikke læst + glemt materialet
19. man kører fast i et problem, som man ikke kan løse
2o. årsagen er som regel, at man ikke gider lave noget

2o) Bliver du ved med at spørge læreren indtil du har forstået
ja : 1,2,3,4,5,7,9,11,12,15,16,19
nej: 4,5,6,8,lo,13,17,18,2o

hvis nej ...
4- 5. nogle gange sidekammeraten
6. nogle gange, ellers glemmer man det
8. nej
lo. ja
13. nogle gange
17. næh !!
2o. ja, som regel

21) Særlig svært at forstå i sidste undervisningsforløb
1. det hele er kommet af sig selv gennem hele forløbet
2. hvorfor vi skulle bruge log. på lommeregneren, når vi ikke vidste hvad/hvordan den regnede det ud
3. forskellen på eksponentielt voksende/aftagende fkt. og eksponential fkt.
4. nogle af beviserne - de var indviklede
5. nogle af beviserne
6. beviserne - indviklet
7. ja, omkring kombineret matematik og fysik - det bliver rodet.

8. ja, fordi jeg er for doven til at sætte mig ned og terpe det hele igennem
9. ja, måske fordi læreren ikke forklarer
lo. det hele
11. nogle af de første beviser var svære at forstå - det var nyt stof
12. beviser og log. funktioner
13. -
14. det hele
15. -
16. eksponentialfunktioner -for ukoncentreret lærer (og elever) - det var svært
17. ja, det forklares for løst
18. ja - betydningen af definitionen
19. -
2o. ja beviserne - den nye regning

Let at forstå
1. & 2. -
3. ja, det meste
4. bl.a dem der var en forlængelse af potensreglerne
5. -
6. indtegning på log.papir - havde lært noget lignende før
7.-
8. nej
9. & lo. -
11. det med at finde funktionsudtrykket - det var gammelt stof
12. ja - absolut og relativ vækst, det var let
13. 14, 15, 17. -
16. nej
18. ja, indtegnelsen på log. papir
19. første del af eksp.fkt. - let
2o. ja, semi og dobbelt log.papir - oppositioner

22) Hvad mener du med at forstå matematik
1. man forstår det, så man kan regne opgaver
2. forstå udregningerne/formlerne og kunne bruge dem
3. kunne forstå udregninger og at kunne bruge det selvstændigt
4. at lave en opgave om det jeg har lært
5. at kunne bruge det (regne opgaver), vide hvad man kan bruge det til efter skolen
6. fatte sammenhænge + kunne bruge det i andre opgaver
7. så man kan se logikken og sammenhængen i beviser og udregninger og regneregler
8. at se en logisk sammenhæng mellem forskellige grene af matematikken
9. kunne klare at bevise dit og dat
lo. at lære det, og forstå en mening med matematik
11. lære de matematiske tankegange/fremgangsmåder i stoffet
12. at forstå beviserne og sammenhængen
13. se det indlysende i, at sådan er det
14. at lære den ordentligt
15. kunne lave de opgaver der er til stoffet
16. kunne det godt nok til at kunne lave blækregning
17. finde ud af hvordan tingene/opgaverne skal løses
18. at kunne bruge det uden besvær
19. kunne lave opgaver uden at kigge i vejledningen
2o. når man er klar over sammenhængen mellem tingene

23) Pointen i den matematik i har beskæftiget jer med
1. 2. 4. & 5. -
3. synes ikke man kan sige der var en pointe
6. det kan bruges i andre fag (graferne)
7. at kunne regneregler
8. & 9. -
lo. hvad man skal bruge det til
11. at kunne se på et funktionsudtryk om det er en eksp.fkt eller en potens fkt.
12. kunne udregne radioaktivt henfald
13. 17. & 18 -
14. lære brugen af logaritmer
15. kunne bruge det senere i sin hverdag

16. tak for spørgsmålet, hvis i har svaret, vil jeg være glad for at få det
19. at hvis man tegner eksp.fkt ind på et stykke log.papir får man en ret linje
2o. kulstof 14-metoden

24) Skal der undervises i matematik i gymnasiet
ja : 1,2,3,4,5,6,9,1o,11,12,13,14,15,16,17,18,19
nej: 2o

Begrundelse
1. noget af det kan bruges når man kommer ud herfra
2. spændende fag - kan bruges til forståelse/vurdering af så mange andre ting
3. det bliver anvendt i samfundet
4. man kan bruge det bagefter - matematik er interessant, mit bedste fag
5. det er et af de fag man kan bruge bagefter.
6. lære matematik ligesom man lærer dansk
7. det kommer an på ens videre uddannelse
8. skulle være frivilligt, så man f.eks. kunne vælge flere samfundsfagstimer incl. matematik
9. -
1o. det er lærerigt, lære at udvikle sin fantasi og løse problemer
11. matematik har altid været et af de vigtigste fag
12. får altid brug for det - lige så meget som gym., dansk, fransk osv,
13. & 14 -
15. det er jo en videre gående uddannelse
16. nødvendigt senere i livet - dog mangler 'handelskabsfag' såsom bogføring og handelsbreve
17. matematik skal laves om, så det også er noget man kan bruge i dagligdagen
18. man kan altid få brug for det
19. erhvervslivet kræver det + videregående uddannelser
2o. gymnasieformen skal ændres

25) Kunne matematik foregå udelukkende som en del af andre fag
1. nej, det er et vigtigt fag når vi kommer ud
2. det ville være synd for både matematik og de andre fag. Det ville være svært at komcentrere sig om 2 fag på en gang
3. den mængde der er nødvendig for at kunne klare sig i samfundet, kan ikke dækkes ind under andre fag
4. forvirrende
5. forvirrende
6. det ville være lettere at se sammenhængen og 'nytten' af at lære det så
7. hvis alle fag kørte en del af en helhed, så det kunne samles
8. ikke udelukkende , men det kunne med fysik og samf.
9. matematik er meget selvstændigt
1o. matematik er for stort til at være en del af et andet fag (sådan har det altid været)
11. nødvendigt at gennemgå de matematiske grundprincipper
12. for et rod
13. man har brug for nogen grundlæggende kundskaber
14,17. & 18 -
15. det er det jo heller ikke på de videregående læreanstalter
16. personlig opfattelse
19. for rodet
2o. i fysik f.eks.

26) kender du eksempler på at matematik anvendes i samfundet
1. ja, eksponential fkt. - kraftværker
2. ja
3. ja, rentesregning i banker og på kontorer
4. ja, regning, grafer - bygge broer,bygninger
5. ja, rentesregning - banker
6. rentesregning i banker, grafer - undersøgelser
7. ja, revision
8. ja, i en række erhverv fx. ingeniør
9. nej
1o. ja, ingeniør
11. ja, statistik og eksponentialfunktioner - stat og kommune
12. differentialregning - ingeniør

13. ja, geometri - teknisk tegning
14. sandsynlighedsregning, geometri - statistik, bygning ol.
15. ja, geometri, rentesregning - på virksomheder, selvstændige arkitekter, ingeniører
16. ja, næsten alt - ingeniører, piloter, forskere, kemiing.
17. nej
18. eksponentialregning, statistikregning,- a-kraft, statistiker
19. ja, rentesregning - banker
2o. addition og summation - hos købmanden

27) Kender du eksempler på at matematik anvendes i andre fag
1. ja, geografi, fysik: eksponentialfunktioner
2. ja, hist.,samf.,fysik: tabeller, kurver og lign.
3. fysik historie, kemi: statistik, eksp.fkt., m.m
4. ---------- " ----------
5. ja, i historie ved kildesamling
6. ja, i samf., fysik og kemi - statistik, eksp.fkt
7. fysik - ligninger, eksp.fkt., semi og dobbelt log.
8. fysik, samfundsfag - statistik, eksp.fkt.
9. fysik - eksp.fkt.
1o. geografi, samfundsfag - statistik
11. fysik, kemi - det matematik vi lærer i matematik
12. fysik og andre fag - regne procenter o.lign.
13. fysik, kemi - exp., statistik
14. 15, 16. fysik, kemi og geografi - eksp.fkt.,stat istik
17. 18. fysik og samfundsfag - exp.,ssh, stat.
19. fysik - exp.
2o. fysik - log.

28) Har du brugt matematik til andet end skolebrug
1. nej
2. ja, rentesregning til at hjælpe min far med et lån
3. nej
4. ja, regnskab
5. -
6. nej
7. rentesregning - bankbøger, opsparing
8. nej
9. nej

1o. ja, rentesregning o.lign
11. nej
12. ja, rentesregning - økonomiske ting os sager
13. ja, købmandsregning
14. nej
15. ja, gammeldags regning og geometri - teknisk tegning
16. ja, (log) potensregning - elektronik
17. nej
18. nej
19. ja, rentesregning - regne renter
2o. nej

29) Kommer du til at bruge matematik efter gymnasiet
1. rentesregning - udd. som bankass.
2. ved ikke
3. ja, rentesregning ved banklån etc.
4. ja, regnskab
5. ja,
6. ja, til alt med økonomi - til egne finanser
7. rentesregning til privat økonomi
8. ja, måske statistik o.lign - H. A
9. nej
1o. det hele - alt
11. ja - ved ikke
12. ja, langt det meste vi har lært indtil nu
13. ja, det hele - videre uddannelse
14. nej
15. ja, det meste til teknikum ingeniør udd.
16. ja, vil gerne være pilot, ellers ved jeg ikke
17. nej
18. ja
19. nej
2o. ja, - summation til at tælle biler

3o) Kræver det andre evner at lære matematik end andre fag
1. ja, kunne se logikken
2. nej
3. ja, logisk tankegang
4. ja, kunne tænke abstrakt
5. ved ikke - abstrakt tænkning ?

6. ja, logisk tænkeevne, hurtig opfattelsesevne + terapi
7. nej
8. nej
9. ja
1o. ja, logisk sans
11. ja, have sans for matematik
12. ja, tænke logisk
13. ja, tænke logisk
14. nej
15. ja, man skal være logisk, fremmadtænkende
16. nej
17. ja, evnen til at opfatte hurtigt
18. ja, logisk tankegang, ikke udenadslære
19. ja, rationel tænkning
2o. nej ihvertfald ikke evnen til at lave spørgeskemaer

31) Hvad ville du sige, hvis du skulle forklare hvad matematik er

1. -
2. noget med tal/størrelser, aft/voks. værdier
3. det ved jeg ikke
4. godt spørgsmål, man kunne skrive bøger om den slags
5. ----------"----------
6. noget med tal, formler, beviser og opgaver
7. nej tak
8. -
9. noget med tal
1o. formler
11. matematik er noget man har brug for, for at kunne tænke logisk
12. aner det ikke
13. ?
14. lære at bruge en masse formler og udtryk
15. læren om logiske beregninger med en masse ubekendte, modsat regning
16. læren om tals forskellige måde at optræde på ? ? ?
17. -
18. -
19. det ville jeg ikke have plads til her
2o. det er når man forsøger at gøre noget nemt, helt uoverskueligt og forvirrende

32) Hitlisten

prioriteringen er omregnet således at 1.prioritet får 9 point 2.prioriteten får 8 point osv

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1o	11	12	13	14	15	16	17	18	19	2o	ialt
A	9	9	6	4	4	9	9	9	8	9	6	5	5	4	2	5	6	3	6	8	126
B	7	6	8	8	7	4	6	8	9	7	4	4	7	5	9	9	9	8	8	6	139
C	8	8	9	9	9	5	7	7	7	8	7	8	8	9	8	7	8	6	5	7	15o
D	3	-	-	6	5	8	8	1	6	2	5	1	2	6	5	8	3	2	9	4	84
E	2	-	-	5	6	6	5	6	1	6	9	7	6	7	4	o	7	9	7	5	98
F	4	5		2	2	2	3	2	4	3	3	4	4	2	6	9	2	4	5	2	68
G	6	2	7	7	8	7	4	5	5	4	8	9	9	8	7	6	5	7	4	9	127
H	5	7	-	3	3	3	2	1	2	5	2	8	3	3	3	9	4	5	o	3	71

33)	34) JA	NEJ	VED IKKE
1. 2o min	x		
2. 6o	x		
3. 32	x		
4. 3o	x		
5. 3o	x		
6. 3o-4o	x		
7. 15		x	
8. 25		x	
9. 15	x		
1o. 2o	x		
11. 4o	x		
12. 45	x		
13. 45	x		
14. 4o	x		
15. 45	x		
16. 27		x (i 1.g kunne jeg godt, men ikke nu)	
17. 3o			
18. 3o	x		
19. 2o			x
2o. 15 timer	x		

Bilag 5

Bilag til observationsrapport fra skole 1

1. Opgaver om matematiske differentialligningsmodeller.
2. 2 sider om numerisk løsning af differentialligninger, heraf 1 side om 2.ordens Runga-Kutta metoenn.
3. Vejledning til matematikrapport om differentialligningsmodeller.

8. Vejledning til planlægning af undervisningstime (elevfremlæggelsen).
9. Hjælpeskema til læsning af matematikrapporter om diffferentialligningsmodeller.
10. Dagbogsseddel.

OPGAVER OM MATEMATISKE DIFFERENTIAL-LIGNINGSMODELLER

Arbejdet forløber gennem 3 faser:

1. Opstilling af model og løsning af problemet i modellen.
2. Vurdering af modellen.
3. Fremlæggelse og kritik af arbejdet.

De konkrete opgaver skal løses. Derudover kan opgaven drejes eller udvikles efter gruppens ønske.

Ved løsningen af de stillede problemer skal man først redegøre for den model af systemet, man vil behandle. Denne model skal så formuleres matematisk. De her betragtede modeller fører til differentialligninger for den ønskede størrelse.

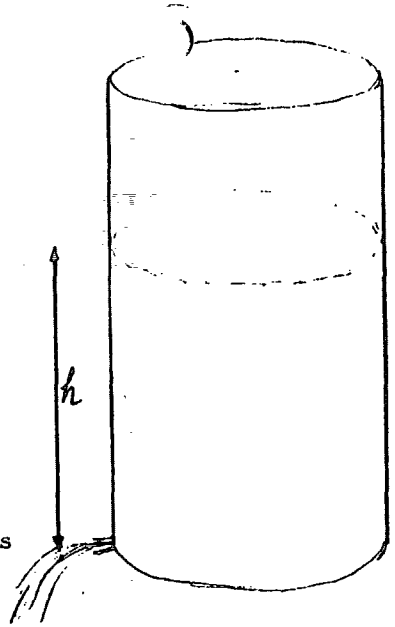
Løs herefter ligningen både numerisk på lommeregner og analytisk. Start f.eks. med den numeriske løsning.

Diskuter nu løsningen i.f.t. virkeligheden, dvs empiriske data. Hvis I ikke har sådanne, så skaf dem ved at lave eksperimenter eller ved litteraturstudier.

Der skrives så en rapport om arbejdets resultater i en sammenhængende form.

Planlæg herefter en fremlæggelse af Jeres arbejde for resten af klassen (1 time) og fremstil en "spiseseddel" for fremllggelsen. Rapporten en lektie til fremlæggelsen.

Opgave A.



En cylinder uden låg er forsynet med et rør i bunden hvorigennem en væske i cylinderen frit kan strømme ud under tyngdens påvirkning. Vi ønsker at bestemme højden h som funktion af t.

Teoretisk baggrund: fra fysikken ved vi, at for et system, der er fri for gnidningskræfter, gælder den såkaldte "Mekanikkens energisætning" :

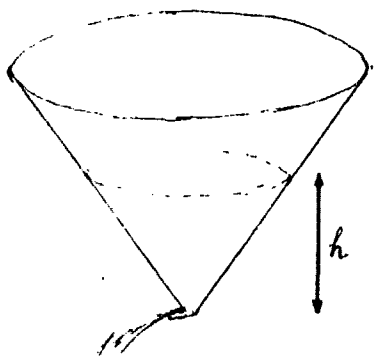
$$\Delta W_p + \Delta W_k = 0 \quad ,$$

hvor ΔW_p er ændringen i systemets potentielle energi og ΔW_k er ændringen i systemets kinetiske energi.

Vink: find først hastigheden v af den udstrømmende væske, idet man ser bort fra gnidning. Herefter kan højdeændringen i løbet af et lille tidsrum beregnes, idet mængden af udstrømmende væske jo modsvares af et tilsvarende væskefald i beholderen. overvej hvorledes gnidning vil spille ind.

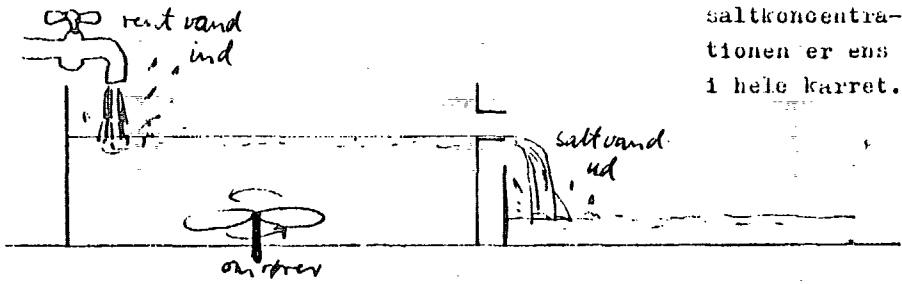
Opgave B.

Samme opgave som A, men for en tragtformet beholder.



Opgave C

Et kar indeholder en saltopløsning. En omrører sørger for, at saltkoncentrationen er ens i hele karret.



Der tilføres en konstant mængde vand pr sekund gennem en vandhane. Find saltkoncentrationen i karret (og det udstrømmende vand) som funktion af tiden.

Opgave D.

Opstil modeller for radioaktivt henfald og absorption af γ-stråling i stof (se lærebogstekst og opgaver).

Anvend modellerne på det empiriske materiale fra "Radioaktivitetsopgaven" og bestem modellens parametre for de anvendte kilder og stoffer. Bestem herved halveringstider og -tykkelser

I kilden ^{137}Cs foregår to forskellige radioaktive processer:

1. $^{137}Cs \rightarrow {}^{137}Ba^* + e^-$
2. $^{137}Ba^* \rightarrow {}^{137}Ba + \gamma$

Ba^* er en såkaldt eksiteret tilstand af Ba. Fra tabelopslag (se f.eks. "Databogen") findes halveringstiderne for de to processer. Antag at en kilde indeholder en vis mængde ^{137}Cs (og altså intet $^{137}Ba^*$). Find mængden af $^{137}Ba^*$ som funktion af tiden.

Løs også det generelle problem, hvor et radioaktivt stof 1 omdannes til et andet radioaktivt stof 2, der igen omdannes til et stof 3. (formulér også problemet, hvor 3 henfalder til et stof 4 o.s.v.). N_1, N_2 og N_3 er antallet af kerner af de tre stoffer og henfaldskonstanterne er hhv. k_1, k_2 og k_3. Vi vil altså bestemme N_2 som funktion af tiden.

Hvorledes kan disse modeller anvendes til datering af oldsager Jordens alder?

Øvelse E.

Opstil en model for raketbevægelse i et feltfrit rum (se lærebogstekst og opgaver).

Teoretisk baggrund: Fra fysikken har vi

Impulssætningen: $\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t$

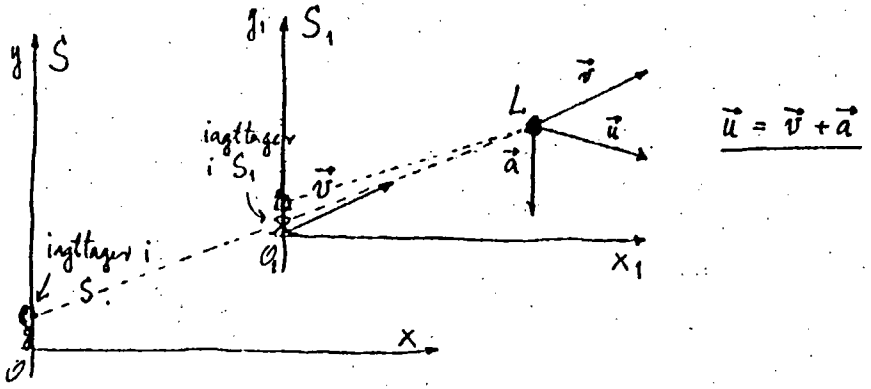
Gallileitransformationen: $\vec{u} = \vec{v} + \vec{a}$

(Hvis en partikel har hastigheden $\vec{a}$ i.f.t. koordinatsystemet S_1, og S_1 selv har hastigheden $\vec{v}$ i.f.t. koordinatsystemet S, så har partiklen hastigheden $\vec{u} = \vec{v} + \vec{a}$ i.f.t. S.)

Opstil også en model for raketbevægelse i Jordens tyngdefelt tæt ved Jordoverfladen. Lav først en én-dimensional model, hvor raketten bevæger sig helt lodrat, og derefter er to-dimensional model. (se tegningen).

Find den maksimale højde og længde en raket kan flyve i modellerne.

Diskuter, hvad der er nødvendigt, for at opnå en raket, der kan bringe megen last højt op og evt. i kredsløb om Jorden.



$\vec{u} = \vec{v} + \vec{a}$

Gallileitransformationen:

Legemet L har hastigheden $\vec{a}$ i.f.t. S_1.

S_1 har hastigheden $\vec{v}$ i.f.t. S.

Legemet L har så hastigheden $\vec{u} = \vec{v} + \vec{a}$ i.f.t. S.

PH.
5/2

PROGRAMMERINGSLØSNING TIL TI-57:

LØSNING AF 1. ORDENS DIFFERENTIALLIGNING.

Programmet løser differentialligningen $y'(x) = g(x,y)$ v.hj.a. 2. ordens Runge-Kutta metoden, der giver

$$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{2}\left(g(x_k,y_k) + g(x_{k+1},y^*_{k+1})\right)h \quad , \quad \text{hvor}$$

$$y^*_{k+1} = y_k + g(x_k,y_k)h \quad ; \quad k = 0, 1, \ldots$$

Programmet beregner og udlæser y-værdierne y_1, y_2, ... hørende til x-værdierne $x_1 = x_0 + s$, $x_2 = x_1 + s$, ... , idet begyndelsesbetingelsen er $y(x_0) = y_0$. Tabelskridtlængden s skal være et helt antal (n) gange integrationsskridtlængden h: $s = nh$. Programmet udlæser efter endt beregning først x_k og derefter y_k, hvorefter der stoppes, og et nyt tabelpunkt kan beregnes.

Registre	0	1	2	3	4	5	6	7
	i brug (Dsz)	x	y	h	n	i brug	-	-

PROGRAM

00	RCL 2	12	=	24	R/S
01	SBR 1	13	×	25	RCL 4
02	STO 5	14	RCL 3	26	STO 0
03	×	15	+	27	RST
04	RCL 3	16	2	28	Lbl 1
05	SUM 1	17	=		⋮ maks. 20 trin til beregning af g(x,y)
06	+	18	SUM 2		
07	RCL 2	19	Dsz		
08	=	20	RST		
09	SBR 1	21	RCL 1		
10	+	22	Pause		
11	RCL 5	23	RCL 2		INV SBR

Subrutinen efter label 1 udregner $g(x,y)$ idet tallet y står i x-registeret (lyspanelet) og tallet x står i register 1. Der er således 20 programtrin samt 2 lagerregistre (6 og 7) til rådighed for programmeringen af $g(x,y)$.

NB! Har man brug for mere plads, kan trin 21 og 22 uden videre spares og evt. kan også Dsz-strukturen spares, hvorved der frigøres yderligere 4 programtrin samt 2 lagerregistre.

VEND!

Start og brug af programmet.

x_0 og y_0 er givne tal. h vælges således, at man får en passende nøjagtighed (f.eks. h = 0.1 eller h = 0.05). Herefter vælges n til den ønskede tabel. Undertiden er det hensigtsmæssigt eller endda nødvendigt at ændre h og n undervejs i tabelberegningerne.

Startbetingelserne gemmes i lommeregneren v.hj.a. STO-knappen således: x_0 i 1, y_0 i 2, h i 3 og n i 0 og 4.

Brug altid Fix-knappen til at ansætte et passende antal decimaler.

Efter at trykke RST er vi klar. Hvert nyt tabelpunkt fås ved tryk på R/S.

Eksempel.

Løs ligningen $y'(x) = -2xy$, $y(0) = 2$.
Her er altså $g(x,y) = -2xy$. Der programmeres som på foregående side samt

.		30	RCL 1	34	=
.		31	×	35	INV SBR
.					
28	Lbl 1	32	2		
29	×	33	+/-		

Herefter 0 STO 1, 2 STO 2, 0.1 STO 3, 5 STO 0 STO 4, RST, Fix 3. Efter R/S udlæses 0.500 (pause) 1.558 som da kan nedskrives i tabellen. Herefter tabelleres v.hj.a. R/S. Herved er fremkommet følgende lille tabelstump. Til sammenligning er også tabelleret funktionen $y(x) = 2e^{-x^2}$, der let ses at tilfredsstille ligningen.

x	y	$2e^{-x^2}$
0	2	2
0.500	1.558	1.558
1.000	0.738	0.736
1.500	0.215	0.211
2.000	0.039	0.037

OPGAVELØSNING.

Vi skal løse differentialligningen

$$\begin{cases} F'(x) = \dfrac{1}{1 + \cos x} - 1 & , \quad x \in \left[0 \; ; \; \frac{\pi}{2}\right] \\ F(0) = 1 \end{cases}$$

numerisk på TI-57, v.hj.a. 2. ordens metoden.

Alle variable gemmes i et lagerregister, der har et nr fra 0 til 7. Register nr 0 og 7 har en speciel funktion på TI-57, så dem udelader vi så vidt muligt. Skal specialfunktionen af disse registre ikke bruges, kan de inddrages på normal vis, dvs de får karakter enten af lager for talkonstanter eller af variable.

Vi vil f.eks. bruge register nr 1 for x, nr 2 for y og nr 3 for skridtlængden h. Hvis h er lille, vil vi ikke have udlæst y-værdien for hver x-værdi, men kun for f.eks. hver 10. - i almindelighed for hver n-te x-værdi. n gemmes da i nr 4, og vi vil til dette brug anvende Dsz-operationen, der bruger nr 0. Derudover får vi brug for et sted at gemme et mellemresultat; hertil reserveres nr 5.

Reg. nr.	0	1	2	3	4	5	6	7
kommentar	i brug (Dsz)	x	y	h	n	i brug		

Eksempel på "fodgænger"-løsning.

00	RCL 1	14	cos	28	=
01	cos	15	+	29	SUM 2
02	+	16	1	30	RCL 3
03	1	17	=	31	SUM 1
04	=	18	1/x	32	Dsz
05	1/x	19	-	33	RST
06	-	20	1	34	RCL 2
07	1	21	=	35	R/S
08	=	22	SUM 5	36	RCL 4
09	STO 5	23	RCL 5	37	STO 0
10	RCL 1	24	+	38	RST
11	+	25	2		
12	RCL 3	26	x		
13	=	27	RCL 3		

Opgaveløsning side 2.

Vil vi f.eks. kende løsningen y for de 11 x-værdier der ligger jævnt fordelt i intervallet $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$, er det oplagt at benytte h-værdier, der er en vis brøkdel af $\frac{\pi}{2}/10 = \frac{\pi}{20}$.
Vi vil bruge $h = \frac{\pi}{20}$, $h = \frac{\pi}{40}$ og $h = \frac{\pi}{200}$ og se, hvorledes løsningen ændrer sig. Til disse h-værdier svarer n = 1, n = 2 og n = 10, hvis vi vil have udlæst løsningen y for x-værdierne $x = 0$, $x = \frac{\pi}{20}$, $x = 2\frac{\pi}{20}$, $x = 3\frac{\pi}{20}$, ... , $x = 10\frac{\pi}{20} = \frac{\pi}{2}$.

Til 1. kørsel med $h = \frac{\pi}{20}$ startes med

0 STO 1 , 1 STO 2 , π ÷ 20 = STO 3 , 1 STO 0 STO 4.
Herefter tastes Fix 3 , RST og R/S , R/S , ...

Til 2. kørsel med $h = \frac{\pi}{40}$ startes med

0 STO 1 , 1 STO 2 , π ÷ 40 = STO 3 , 2 STO 0 STO 4.
Herefter tastes RST , R/S , R/S , ...

Til 3. kørsel med $h = \frac{\pi}{200}$ startes med

0 STO 1 , 1 STO 2 , π ÷ 200 = STO 3 , 10 STO 0 STO 4.
Herefter tastes RST , R/S , R/S , ...

Ved hver udlæsning af resultaterne skrives de ned i en tabel. Vi får således 3 tabeller til bestemmelse af y(x).

Eksempel på "avanceret" program-løsning.

00	RCL 1	13	RCL 3	26	cos
01	SBR 1	14	=	27	+
02	STO 5	15	SUM 2	28	1
03	RCL 1	16	RCL 3	29	=
04	+	17	SUM 1	30	1/x
05	RCL 3	18	Dsz	31	−
06	=	19	RST	32	1
07	SBR 1	20	RCL 2	33	=
08	SUM 5	21	R/S	34	INV SBR
09	RCL 5	22	RCL 4		
10	÷	23	STO 0		
11	2	24	RST		
12	x	25	Lbl 1		

VEJLEDNING TIL MATEMATIKRAPPORT OM DIFFERENTIALLIGNINGSMODELLER.

Rapporten skal indeholde flg.:

1. Forside

2. Redegørelse for problemet (-erne).

3. Forklaring af, hvilke størrelser der indgår, og hvorledes de indgår i den matematiske model. Det skal klart fremgå hvilke antagelser der ligger til grund for modellen, og hvorledes disse antagelser fører til de ligninger, I er nået frem til at opstille.

4. Redegørelse for løsningen af ligningerne. Diskussion af løsningernes karakter (herunder grafisk behandling), samt fortolkning af dem.

5. Redegørelse for indsamling af empiriske data og sammenligning af disse med modelberegningerne.

6. Vurdering af modellen (-erne). Diskussion af modellernes gyldighed, begrænsninger, mangler og evt. anvisning af mulige forbedringer.

Vejledning til planlægning af undervisningstime.

Gruppen skal lave en plan for fremlæggelse og diskussion af gruppens projektarbejde om differentialligningsmodeller. Gruppen skal selv forelægge sit arbejde og lede den efterfølgende diskussion i klassen. Følgende forhold skal overholdes:

- Fremlæggelse og diskussion skal nås på 1 undervisningstime (45 min.).
- Klassekammeraterne har fået kopi af gruppens rapport. Denne har de læst hjemme som lektie til timen og forberedt sig v.hj.a. det udleverede hjælpeskema.
- Gruppen skal forelægge sit arbejde ved anvendelse af de hjælpemidler (tavle, overhead, demonstration m.v.) man finder passende og på den måde, at alle gruppens medlemmer hver især skal sørge for en del af fremlæggelsen (ca. lige meget tid til hver).
- Der skal være tid til spørgsmål og diskussion i klassen efter fremlæggelsen.
- Undervisningsplanen skal indeholde angivelse af cirka-tidspunkter for de forskellige dele.
- Undervisningstimen afprøves først ved en generalprøve.

Hjælpeskema til læsning af matematikrapporter om differentialligningsmodeller.

- Markér ved understregning el. lign. med en bestemt farve de steder i teksten, der er centrale for opstilling af en matematisk ligning og indram ligningen.
- Markér ligeledes med en anden farve hvor et afgørende matematisk resultat er opnået.
- Markér ligeledes de steder, der er centrale for vurderingen af modellen samt angivelser af modellens anvendelsesområder og begrænsninger.
- Skriv følgende op på et stykke papir, hvor der også skal være plads til svar og kommentarer:

  * angivelser af sider og steder, hvor der er noget du ikke forstår.
  * de ting, du er uenig i.
  * angivelse af de ting du synes er bedst skrevet.
  * angivelse af evt. ting du synes er uheldigt eller dårligt lavet:

5/10

[illegible]

Dato: Kl: Klasse: Gruppenr.:

Tilstede i gruppen:
Fraværende:
Referent:

Formålet for timens gruppearbejde:

Konklusioner/resultater:

Beslutninger (herunder lektie til næste gang):

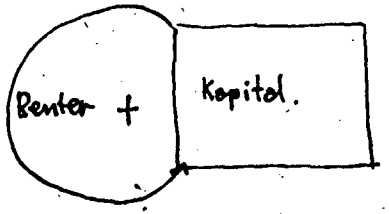
Evaluering: blev formålet opfyldt? hvordan gik arbejdet?

Bilag 6

Oversigt over bilag til skole 2.

I afsnittet fra "Grænser for vækst" så vi forskellige eksempler på udviklinger, som var styret af feedbackmekanismer: befolkningsudviklinger, indesstående på en konto m.v. Vores mål er at blive i stand til at beregne en sådan udvikling, når feedbackmekanismen er kendt. De mest simple vækstmodeller kan vi godt beregne ved hjælp af formler (jvf. formlerne i rentesregning); men når blot forholdene bliver en anelse mere indviklede, bliver vi nødt til at tage datamaskinen til hjælp. En programmerindsoversigt findes i appendix.

Lad os prøve at kigge på eksemplet med indestående på en bankkonto igen. Feedbackmekanismen kan beskrives i følgende diagram



Feedbackmekanismen er positiv, hvilket betyder

kapital ⟶ renter ⟶ større kapital ⟶ flere renter

osv. Generelt er et positivt feedbackforløb karakteriseret ved denne mekanisme. Vi kalder den størrelse, som udvikler sig for N:

N ⟶ feedback ⟶ større N ⟶ større feedback osv.

Vi må nu formulere dette, så vi kan beregne udviklingen. Vi bruger eksemplet med rentetilskrivning. Vi anvender følgende betegnelser:

N: indestående (kapital)
R: rentesats per tidsenhed (f. eks. år)
DT: tidsrummet mellem to rentetilskrivninger (DT står for tilvækst i tid)
DN: tilvækst i kapitalen i tidsrummet DT, dvs. tilskrevne renter

Da gælder

(§) $DN = R \cdot N \cdot DT$ eller $\frac{DN}{DT} = R \cdot N$

Denne formel beskriver altså feedbackforløbet. Størrelsen $\frac{DN}{DT}$ er kapitlatilvæksten per tid, og formlen udtrykker, at kapitaltilvæksten per tid er proportional med kapitalen. Proportionalitetsfaktoren er simpelthen rentesatsen.

I almindelighed kaldes proportionalitetsfaktoren for vækstraten. Indestående på en bankkonto er karakteriseret ved, at vækstraten er konstant. Alle udviklinger med konstant (positiv) vækstrate udviser samme type forløb. Sådanne udviklinger kaldes EKSPONENTIELLE UDVIKLINGER.

Selvom eksponentiel vækst udviser træk, som er karakteristiske for mange vækstforløb, er det sjældent, at rene eksponentielle udviklinger forekommer. I de fleste tilfælde ændrer vækstraten sig i løbet af udviklingen. Vi betragter nu en bestemt type:

Eksempel 1: (Modeadfærd) Inden for økonomien (og sociologien i almindelighed) ser man ofte, at den enkeltes adfærd er bestemt af, "hvad de andre gør". Hvis ingen eller få af de andre udfører en given adfærd (f. eks. at købe en given vare (walkman,gulerodsbukser m.m.)), er den enkelte heller ikke tilbøjelig til at udføre denne adfærd; men jo flere af "de andre", der udfører adfærden, jo mere tilbøjelig vil den enkelte være til også at udføre denne adfærd. Adfærden "smitter". Der går mode i adfærden.

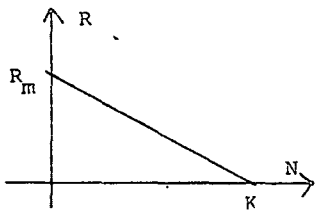
Vi kalder antallet af adfærdsudøvere for N. I løbet af tidsrummet DT vokser N med størrelsen DN. Vi skal stille en ligning op for DN. Først og fremmest er tilvæksten DN proportional med det (lille) tidsrum DT. DErnæst er DN proportional med antallet af folk, der allerede udøver adfærden, altså proportional med N. Jo flere, der udøver "moden", desto større vil presset for at gå over til "moden" være. Dette pres er bestemt af en række faktorer såsom gruppepres, økonomisk formåen, samkvems - hyppighed m.m. Sluttelig vil DN være proportional med antallet af personer, der endnu ikke udøver adfærden (de mulige kunder) K - N. Sammenfatter vi dette, får vi

DN er proportional med $(K-N)\cdot N\cdot DT$

Hvis vi sammenligner med (§), ser vi at vækstraten har formen

$$R = a - bN,$$

hvor a og b er positive konstanter. Grafen for R som funktion af N har altså følgende udseende:



Skæringspunktet med 2. - aksen er den maksimale vækstrate R_m. skæringspunktet med 1. - aksen er kapaciteten K. Når N=K er vækstraten R=0. Væksten er med andre ord gået i stå. Vi har nået kapaciteten for "systemet": K. Hvis vi indfører størrelserne R_m og K i stedet for a og b, bliver udtrykket for R:

(§§) $$R = R_m\cdot(1 - N/K)$$

Opgave: Vis, at udtrykket (§§) for R passer med betydningen af størrelserne R_m og K.

Udover den maksimale vækstrate R_m og kapaciteten K (det totale antal mulige kunder) er der (i hvert fald) to andre størrelser af betydnig for beskrivelsen. Det vil være rart at kende antallet af adfærdsudøvere til tids punktet T=0. Dette antal kalder vi N_o. Desuden vil vi nu prøve at finde den N-værdi, hvor tilvæksten per tidsenhed er størst.

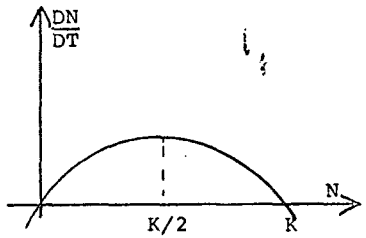
Tilvæksten per tidsenhed er jo $\frac{DN}{DT}$. Da

$$DN = R_m\cdot(1 - N/K)\cdot N\cdot DT$$

får vi

$$\frac{DN}{DT} = R_m\cdot(1 - N/K)\cdot N.$$

Hvis vi afbilleder $\frac{DN}{DT}$ som funktion af N får vi en parabel med grenene nedad. Parablen skærer 1. - aksen i punkterne N=0 og N=K:



Den maksimale værdi opnås midtvejs mellem de to skæringspunkter, altså for N=K/2.

Opgave: Gennemfør de argumenter der mangler i ovenstående.

Tilvæksten per tidsenhed $\frac{DN}{DT}$ kaldes <u>væksthastigheden</u>, og vi fandt altså, at den var størst for N = K/2. Værdien findes ved at indsætte N = K/2 i udtrykket

$$\frac{DN}{DT} = R_m \cdot (1-N/K) \cdot N.$$

<u>Opgave</u>: Vis, at den maksimale væksthastighed er $R_m \cdot K/4$.

<u>Eksempel 2</u>: Lad os forestille os en koloni af fugle, der konkurrerer om redepladser på et fuglefjeld. Sålænge antallet af fugle er lille ($\cong 0$), er der intet besvær med at skaffe sig den fornødne plads. Vækstraten vil derfor være maksimal. Den betegnes som før med R_m.

Efterhånden som populationen vokser, øges konkurrencen mellem individerne med det resultat, at de ikke bliver i stand til at producere så meget afkom per individ. Samtidig stiger dødeligheden. Vækstraten vil derfor aftage. Vi gør den simple antagelse, at vækstraten aftager lineært med populationen N (individer), sådan at vi kan skrive

$$R = R_m \cdot (1-N/K),$$

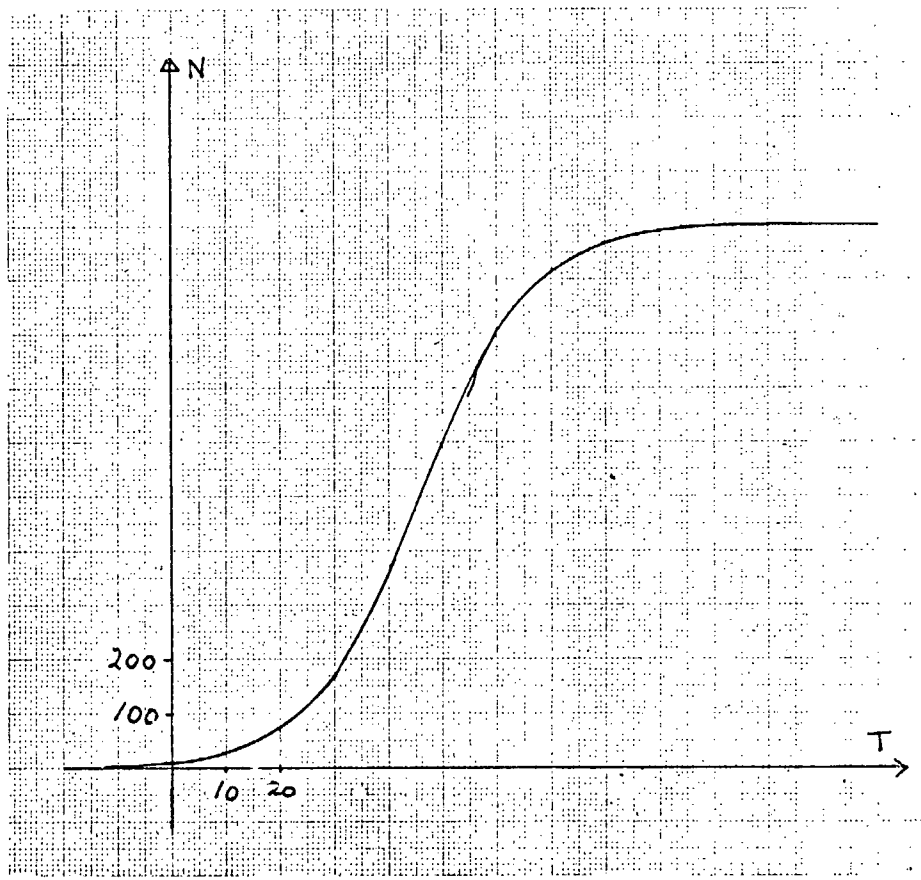
jvf. side 3.
Vi får igen som før

$$DN = R_m \cdot (1-N/K) \cdot N \cdot DT$$
$$= R_m/K \cdot (K-N) \cdot N \cdot DT,$$

altså en ligning af typen "modeadfærd".

Er det nu rimeligt? Vi fortolker som før. Tilvæksten DN i fuglepopulationen er proportionalt med antallet af fugle, N. Jo flere fugle, desto mere afkom. Desuden er DN proportionalt med tidsrummet DT. Størrelsen K kan vi fortolke som det maksimale antal fugle, der er plads til. Antallet K-N er altså udvidelsesmuligheden for populationen N. Dvs. i vores model af fuglefjeldet er tilvæksten DN proportional med udvidelsesmuligheden K-N.

<u>Opgave</u>: Nedenstående graf viser en population af fugles vækst på et fuglefjeld. Aflæs størrelserne N_o, K og den maksimale væksthastighed $(\frac{DN}{DT})_{max}$. Beregn R_m.



APPENDIX.

Nødtørftigt programmeringskursus og programeksempler.

Det følgende er et lille kursus i det allermest nødvendige, I skal kunne for at være i stand til at lave beregninger på datamaten: Det er slet ikke et egentligt programmeringskursus, og det må pointeres, at for at kunne lave større beregninger kræves, foruden kendskab til et stort antal ordrer og sætninger, først og fremmest øvelse. At programmere er noget man lærer ved at gøre det.

Hvad vi har brug for, er i det store hele:

1) De almindelige regneoperationer
2) At kunne oprette variable
3) At kunne indlæse data
4) At kunne udskrive data
5) At give datamaten besked om, hvornår den skal starte og slutte en række udregninger.

Derudover skal vi kunne køre programmer, samt udskrive og ændre programmer.

Programmeringssproget, vi benytter, er COMAL 80.

De almindelige regningsarter fremgår af:

Addition	: 5+4	har værdien	9
Subtraktion	: 5-4	"	1
Multiplikation	: 5*4	"	20
Division	: 20/4	"	5
Potensopløftning	: 5**2	"	25

Datamaten udfører regneoperationerne i samme rækkefølge som lommeregneren, således at potensudregning udregnes først, dernæst multiplikation og division og sluttelig addition og subtraktion. Vil man ændre på dette, må man bruge parenteser efter de almindelige parentesregler. F. eks.

2*5-5 har værdien 5, mens 2*(5-5) har værdien 0. Og 8/2**2 har værdien 2, mens (8/2)**2 har værdien 16.

Opgave: Find værdien af følgende udtryk:
2*3-4/2, 5*(3-1), 10/(5-3), 10/5-3, 2*4**2, 2**2*4, (2**2)*4.

Opretning af variable, indlæsning af værdier.

Nedenstående eksempler viser brugen af tildelingslighedstegnet (dynamisk lighedstegn) :=. Desuden anvendes sætning INPUT. Bemærk, at programlinier altid indledes med linienummer. Linierne udføres i den rækkefølge, som linienummeret angiver, uanset i hvilken rækkefølge, men måtte have indtastet linierne. Udskriften dirigeres af en printsætning.

```
0100 // NIELS:1_1
0110 INPUT A
0120 A:=A+1
0130 PRINT A
```

```
0090 // NIELS:1_2
0100 INPUT A
0110 INPUT B
0120 C:=A+B
0130 PRINT C
```

```
0090 // NIELS:1_3
0100 INPUT A
0110 INPUT B
0120 B:=B+A
0130 PRINT B
```

Beskrivelse af program NIELS:1_1 :

Linie 100: En linie, som indledes med // , kan bruges til kommentarer. Under udførelsen af programmet springer datamaten blot over en sådan linie.

Linie 110: INPUT-sætningen bruges til oprettelse af en variabel. Under udførelse udskriver datamaten : , og venter på, at den variable, her med navnet A, skal tildeles en værdi. Dette sker ved hjælp af tastaturet.

Linie 120: I linie 110 reserveredes et område, "en kasse". Kassen fik navnet A, og du gav kassen et indhold, en talværdi, ved hjælp af dataskærmens tastatur. Linie 120 læser indholdet af A, adderer 1 og tildeler dernæst kassen

med navn A den nye værdi, som altså er 1 større.

Linie 130: PRINT-sætningen bruges til at udskrive indholdet af variable. Under udførelsen skriver datamaten blot værdien af den variable A.

Opgave: Beskriv selv programmerne NIELS:1_2 og NIELS:1_3.

Opgave: Lav et rollespil, som kan simulere programmet NIELS:1_2. Rollerne er INPUT, A, B, C,:=, PRINT. F. eks. skal den person, som "spiller" INPUT, oprette den variabel, der optræder i INPUT-sætningen og tildele denne variabel den "indtastede" værdi. Personen, der "spiller" A, skal holde regnskab med A's aktuelle værdi. Osv.

Næste program udregner nøjagtig det samme som NIELS:1_3; men her har INPUT- og PRINT-sætningen en ledsagende tekst, der er i anførselstegn. Den tilladte sætningsstruktur, også kaldet syntaksen, er af formen

```
INPUT "Tekst":Variabel
```

og

```
PRINT "TEKST",Variabel
```

```
0100 // NIELS:1_4
0110 // Vi prøver nu at indføje ledsagetekster i INPUT-saetningerne.
0120 // Studer saetningernes opbygning.
0130 INPUT "INDTAST EN TALVAERDI: ":A
0140 INPUT "INDTAST EN NY TALVAERDI: ":B
0150 B:=A+B
0160 // Vi kan ogsaa ledsage udskriften med en tekst:
0170 PRINT "SUMMEN AF DE TO TAL ER: ",B
```

Opgave: Lav et program, der udregner produktet af tre tal.

Næste program, NIELS:1_5, viser virkemåden af WHILE-DO-ENDWHILE konstruktionen.


```
0100 // NIELS:1_5
0110 INPUT "INDTAST ET TAL MINDRE END 10: ":A
0120 WHILE A<10 DO
0130   PRINT "DA TALLET ER MINDRE END 10 STOPPER PROGRAMMET IKKE."
0140   PRINT
0150   PRINT
0160   PRINT
0170 ENDWHILE
0180 PRINT "TAG EN LISTE AF PROGRAMMET."
```

Hvis brugeren har indtastet et tal (linie 110), som faktisk er mindre end 10, er betingelsen A < 10 opfyldt, og datamaten udfører linierne indtil ENDWHILE-sætningen (linie 170), hvorefter den går tilbage til linie 120 og undersøger, om betingelsen A < 10 stadig er opfyldt. Hvis dette er tilfældet, udføres linierne til ENDWHILE igen. Da der ikke ændres på værdien af A i programmet, vil resultatet være, at datamaten udfører linierne 130,.. ..,160 om og om igen, indtil programmet afbrydes ved at trykke på ESC-knappen (escape!).
Hvis brugeren derimod har indtastet et tal, som faktisk er større end eller lig 10, er betingelsen A < 10 ikke opfyldt. Datamaten springer derfor linierne til og med ENDWHILE-sætningen over. Resultatet er udskriften i linie 180.

Summa summarum: Ved hjælp af WHILE-DO-ENDWHILE kan vi lade udførelsen af bestemte programlinier være styret af, om en given betingelse er opfyldt eller ej. Næste eksempel viser, hvorledes dette kan udnyttes ved beregninger.

```
0100 // NIELS:1_6
0110 // DETTE PROGRAM UDREGNER N!
0120 INPUT "INDTAST ET HELT TAL: ":N
0130 I:=1;PROD:=1
0140 WHILE I<=N DO
0150   PROD:=PROD*I
0160   I:=I+1
0170 ENDWHILE
0180 PRINT "PRODUKTET AF TALLENE FRA 1 TIL N ER N!= ",PROD
```

Programmet udregner produktet af tallene fra 1 til N, f. eks. N=6 giver N!=1·2·3·4·5·6 = 720
Læg her mærke til, at under udførelsen af linierne mellem WHILE-sætningen og ENDWHILE-sætningen ændres værdien af kontrolvariablen I, således at udførelsen af disse linier stopper, når I har nået værdien N.

Opgave: Foretag en ændring af programmet, sådan at kontrolvariablen I i stedet tælles baglæns fra N til 1.

Opgave: Lav et rollespil over programmet. Find selv de nødvendige roller.

I de følgende programmer udnyttes WHILE-DO-ENDWHILE konstruktionen i nogle (måske mere brugbare) beregningseksempler

```
0090 // NIELS:MIDDEL
0100 // DETTE PROGRAM BEREGNER MIDDELVAERDIEN AF ET OBSERVATIONSSAET
0110 INPUT "OBSERVATIONSSAETTETS STORRELSE: ":N
0120 I:=1
0130 X:=0
0140 SUM:=0
0150 WHILE I<=N DO
0160   INPUT "OBSERVATION: ":X
0170   SUM:=SUM+X
0180   I:=I+1
0190 ENDWHILE
0200 MID:=SUM/N
0210 PRINT "MIDDELVAERDIEN ER",MID
```

```
0090 // NIELS:RENTE
0100 START:
0110 PRINT
0120 PRINT
0130 INPUT "INDTAST HOVEDSTOL: ":K
0140 INPUT "INDTAST ANTAL TERMINER: ":N
0150 INPUT "INDTAST RENTESATS PER TERMIN (DECIMALTAL): ":R
0160 T:=0
0170 WHILE T<=N DO
0180   PRINT T,":",K
0190   K:=K+R*K
0200   T:=T+1
0210 ENDWHILE
0220 GO TO START
```



```
0090 // NIELS:VARIANS
0100 // DETTE PROGRAM BEREGNER VARIANSEN AF ET OBSERVATIONSSAET
0110 // MED N-VAEGTNING
0120 INPUT "OBSERVATIONSAETTES STORRELSE: ":N
0130 I:=1
0140 INPUT "FORSTE OBSERVATION: ":X0
0150 SUM1:=X0**2
0160 SUM2:=X0
0170 WHILE I<N DO
0180   INPUT "NAESTE OBSERVATION: ":X
0190   SUM1:=SUM1+X**2
0200   SUM2:=SUM2+X
0210   I:=I+1
0220 ENDWHILE
0230 VAR:=SUM1/N-(SUM2/N)**2
0240 PRINT "VARIANSEN ER ",VAR
0250 PRINT "OG DERFOR ER SPREDNINGEN ",SQR(VAR)
```

Opgave: Beskriv (linie for linie), hvad programmerne NIELS: RENTE og NIELS:MIDDEL gør.

Opgave: Lav passende ændring, bl. a. ved tilføjelse af linier, i programmet NIELS:MIDDEL, således at programmet beregner middelværdien af et observationssæt, når hyppighederne er kendte.

Bilag 8/1

Gengivelser af elevbesvarelser fra "Matematikopfattelser hos 2.g'ere" (IMFUFA-tekst nr. 24).

Spørgsmål 2: "Synes I at der bør undervises i matematik på jeres gren ?"

Samfundsfaglig gren

Praktisk taget alle (men altså med enkelte undtagelser) finder, at der bør undervises i matematik på denne gren, mange med det argument, at den hører under matematiklinien.De fleste elever finder begrundelserne i at matematik kan/skal bruges til noget i andre fag, fortrinsvis samfundsfag, men adskillige synes at brugbarheden udebliver.Mange elever anfører at matematik fylder for meget og godt kunne skæres ned.

Matematisk-fysisk gren

Alle svarer prompte ja til spørgsmålet og langt de fleste begrunder det med nødvendigheden for de naturvidenskablige fag, først og fremmest fysik, dernæst kemi.Desuden lægges vægt på det studieforberedende samt på selvfølgeligheden af at have matematik på en matematisk-fysisk gren.

41

Spørgsmål 3: "Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?"

Samfundsfaglig gren

En overvejende del afviser idéen om at gennemføre matematikundervisningen alene inden for andre fag; det vil gøre matematikken uoverskuelig og springende.Et stort mindretal er stemt for idéen. Flere anfører, at tværfagligt samarbejde er en brugbar løsning på problemet.

Matematisk-fysisk gren

Ideén vinder kun genklang hos et lille mindretal, der især lægger vægt på matematikkens relationer til fysik.Flertallet afviser ordningen med den begrundelse, at det ville gå ud over matematikkens opbygning og sammenhæng, og at det ville skabe huller i baggrunden.

8|2

46

Spørgsmål 8: "Kender I nogle eksempler på at matematikken anvendes i samfundet ? Hvor ?"

Samfundsfaglig gren

Teknik og ingeniørvidenskab nævnes ofte og herunder:

byggeri, værktøjsmagere, flykonstruktion, brobygning, elektronik

Økonomi, offentlig statistik og handel nævnes ofte og herunder:

banker, ministerier, prognoser, skatter

Iøvrigt nævnes:

i virksomheder (herunder: varekontrol,våbenudvikling) landmåling , biologi, fiskeri, havbiologi, edb, kemi, laboratoriearbejde, overalt

Matematisk-fysisk gren

Teknik og ingeniørvidenskab nævnes ofte og herunder:

bil-og flykonstruktion, elektronik, byggeri, arki-

47

tekter, møllebygning, brobygning, tømrere, laboranter

Økonomi, offentlig statistik og samfundsproblemer nævnes ofte og herunder:

prognoser, befolkningsudvikling, salg, handel, skat banker

Edb nævnes ofte

Iøvrigt nævnes:

i virksomheder (og herunder: placering af fabrikker), apotekere, landmåling lægevidenskab, forsikring, meteorologi, økologi

48

Spørgsmål 9: "Hvad kan I bruge matematikken til ?"

Samfundsfaglig gren

Nogle nævner at de bruger matematik i andre fag og peger her især på fysik.Andre mener at det kan bruges i visse videre uddannelser.Der er fuld enighed om at matematik ikke bruges i dagligdagen uden for skolen, selv om nogle peger på muligheden af at det sker ubevidst.Ingen angav at have brugt matematik uden for skolen.En enkelt finder, at matematik udvikler den logiske sans.Den gennemgående fornemmelse er vanskelighed ved at udpege steder, hvor matematikken bruges af de pågældende.

Matematisk-fysisk gren

Fire grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
De fleste havde stort besvær med at pege på områder, hvor de bruger matematik.Mange svarer at de ikke bruger det til noget.Nogle anfører at bruge det i andre fag (fysik og geografi).Nogle forventer at få brug for matematik ved videre uddannelser og jobs.
Kun én har brugt matematik i dagligdagen uden for skolen.

55

Spørgsmål 14: "Hvis I skulle forklare en udenforstående, hvad matematik er, hvad ville I så sige ?"

Samfundsfaglig gren

Spørgsmålet fremkalder betydelig rådvildhed og ikke mange svar er konkrete.Flere ville forklare hvad matematik er, ved at give eksempler på hvad det kan bruges til (jordopmåling, fiskeri og aflæsning af tabeller og skemaer samt rentesregning nævnes).Andre svarer, at matematik er en form for udvidet regning, regning med bogstaver og ubekendte.Nogle ville sige, at matematik er logik.Et par stykker antyder, at det er umuligt at forklare hvad matematik er, det skal prøves.En enkelt vil sige at matematik er en arbejdsmetode.

Matematisk-fysisk gren

Spørgsmålet fremkalder stærk rådvildhed og kun meget få svar er konkrete.Mange svarer, at matematik er noget med tal og bogstaver og formler.Andre hæfter sig ved at matematik har med logik og orden at gøre.Nogle ville give eksempler (koordinatsystem, ligninger og integraler nævnes) for at forklare hvad matematik er.Enkelte ville fremhæve de spille-og legemæssige sider af ma- [illegible] mener ikke at kunne forklare hvad matematik er.

1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.

Projektrapport af Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.

Vejleder: Anders Madsen.

2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.

Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinøe og Peter H. Lassen.

Vejleder: Bernhelm Booss.

3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik.

Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.

4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen.

Mogens Niss.

Nr. 4 er p.t. udgået.

5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE".

Helge Kragh.

6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".

Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.

7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN".

B.V. Gnedenko.

Nr. 7 er udgået.

8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bound-graph formalismen.

Peder Voetmann Christiansen.

9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's:"Nova Stereometria Doliorum Vinarioum".

Projektrapport af Lasse Rasmussen.

Vejleder: Anders Madsen.

10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".

Projektrapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen.

Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.

11/79 "STATISTISKE MATERIALER"

red. Jørgen Larsen

12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER".

Mogens Brun Heefelt

13/79 "CAVENDISH'S FORSOG I GYMNASIET".

Projektrapport af Gert Kreinoe.

Vejleder: Albert Chr. Paulsen

14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography".

Else Høyrup.

Nr. 14 er p.t. udgået.

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".

Specialeopgave af Leif S. Striegler.

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".

Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".

Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.

Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".

Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.

Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".

Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMÅL OG KONSEKVENSER".

Projektrapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".
1-port lineært response og støj i fysikken.

Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of realitivity".

24/80 a+b "MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2.G'ERE".
1. En analyse. 2. Interviewmateriale.

Projektrapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.

Vejleder: Mogens Niss.

Nr. 24 a+b er p.t. udgået.

25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.

26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".
En projektrapport og to artikler.

Jens Højgaard Jensen m.fl.

Nr. 26 er p.t. udgået.

27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC's PHYSICS".

Helge Kragh.

28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".

Projektrapport, speciale i fysik, af Gert Kreinøe.

Vejleder: Niels Boye Olsen.

29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentialligningsmodeller".

Projektrapport af Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.

Vejleder: Mogens Brun Heefelt

30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".

Oluf Danielsen.

Nr. 30 er udgået.

Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærernes forlag.

31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE".

Projektrapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.

Vejleder: Stig Andur Pedersen.

Nr. 31 er p.t. udgået

32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER OG MOSSBAUER-EFFEKTMÅLINGER".

Projektrapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og Preben Jensen.

Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".

Arne Jakobsen.

34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".

ENERGY SERIES NO.1.

Bent Sørensen.

Nr. 34 er udgået.

Publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment", Tycooli International Press, Dublin, 1981.

35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".

Helge Kragh.

36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN ?".

Fire artikler.

Mogens Niss.

37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".

ENERGY SERIES NO.2.

Bent Sørensen.

38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".

Projektrapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.

Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.

39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".

Jens Højgaard Jensen.

40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".

Projektrapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.

Vejleder: Per Nørgaard.

41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".

ENERGY SERIES NO.3.

Bent Sørensen.

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".

Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".

2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".

ENERGY SERIES NO.4.

Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".

Projektrapport af Niels Thor Nielsen.

Vejleder: Bent C. Jørgensen.

45/82

46/82 I+II "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".

Projektrapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.

Vejleder: Bent C. Jørgensen.

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".

ENERGY SERIES NO.5.

Bent Sørensen.

48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".

Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.

Vejleder: Mogens Niss.

49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".

Projektrapport af Preben Nørregaard.

Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.

50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY". ENERGY SERIES NO.6.

Rapport af Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.

Vejleder: Bent Sørensen.

51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?"

Projektrapport af Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.

52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS"

Bernhelm Booss & Krzysztof Wojciechowski.

53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".

Arne Jakobsen & Stig Andur Pedersen.

54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.

Stig Andur Pedersen & Johannes Witt-Hansen.

55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.

En bibliografi.

Else Høyrup.

Vedr. tekst nr. 55/82:
Se også tekst 62/83.

56/82 "ÉN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.

Projektrapport af Troels Lange.

Vejleder: Anders Madsen.

57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET" -
Skjulte variable i kvantemekanikken?

Projektrapport af Tom Juul Andersen.

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

Nr. 57 er udgået.

58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.

Projektrapport af Per Hammershøj Jensen & Lene Vagn Rasmussen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".

ENERGY SERIES NO. 7.

Bent Sørensen.

60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE" - et eksempel.

Projektrapport af Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.

Vejleder: Anders Madsen.

61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION", som et eksempel på en naturvidenskab - historisk set.

Projektrapport af Annette Post Nielsen.

Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.

62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.

En bibliografi. 2. rev. udgave

Else Høyrup

63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".

ENERGY SERIES No. 8

David Crossley & Bent Sørensen

64/83 "VON MATHEMATIK UND KRIEG".

Bernhelm Booss og Jens Høyrup

65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".

Projektrapport af Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen, Erling Møller Pedersen.

Vejledere: Bernhelm Booss & Klaus Grünbaum

ISSN 0106-6242