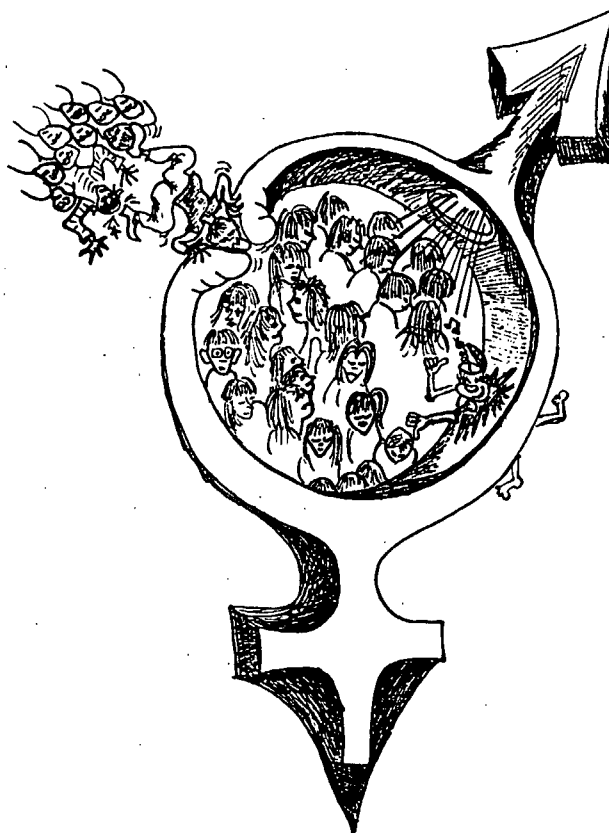


HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE  
PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?



PROJEKTRAPPORT:  
Lill Røn  
Susanne Stender  
Lissi Pedersen  
Lis Eilertzen



## TEKSTER fra

# IMFUFA

**ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER**  
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES  
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

## RESUME:

Vi har taget udgangspunkt i, at der i enhver klasse sidder nogle elever, som af én eller anden grund blokerer overfor matematik. Vi ville overveje hvilke muligheder vi har for at opbløde noget af blokeringen, når vi kommer ud som gymnasielærere.

Vi har set på det udfra den måde, som begreber dannes på, når man skal lære noget, udfra hvordan de videnskabssteoretiske retninger indenfor matematik påvirker matematikundervisningen og udfra hvad vi selv anser for at være en god undervisning.

Projektet ender med at diskutere de handlemuligheder, som vi reelt har, når vores undervisning er underlagt de rammer, der eksisterer for gymnasiet idag.

INDHOLDSFORTEGNELSE:

1.	Indledning.....	side 3
1.1.	Forløbsbeskrivelse, indeholdende gruppepræsentation, projektets udgangspunkt, formål og mål.....	" 3
1.2.	Læservejledning.....	" 8
1.3.	Præciseret problemstilling.....	" 9
2.	Dokumentation af problemets eksistens.....	" 10
3.	Arsagsforklaringer til kvinders blokering overfor/fravælgelse af matematik .....	" 12
3.1.	Sammenhæng mellem symptomer, problemer og forklaringer	12
3.2.	Omtale af forskellige årsagsforklaringer .....	14
3.2.1.	Biologiske årsagsforklaringer .....	14
3.2.1.1.	Hypotesen om større mandlig variabilitet .....	14
3.2.1.2.	Podagra-hypotesen .....	14
3.2.1.3.	Hormonale forklaringer .....	15
3.2.1.4.	X-bindingshypotesen .....	16
3.2.1.5.	Forklaringer baseret på hypotetisk antagede kønsforskelle i hjernelateraliteten .....	16
3.2.2.	Sociokulturelle forklaringer .....	17
3.2.2.1.	Kvindesocialisationen i samfundshistorisk perspektiv ..	17
3.2.2.2.	Kvindesocialisationen i psykologisk perspektiv .....	17
3.2.2.2.1.	Opfrelsesteorien .....	17
3.2.2.2.2.	Frygt for succes .....	18
3.2.2.2.3.	Tillid/angstelsesfaktoren .....	18
3.2.2.2.4.	Pige- og drengeløgetøj .....	19
3.2.2.2.5.	Lærerdifferentieringen .....	20
3.2.2.2.6.	Identitetsproblemer .....	20
3.2.2.2.7.	Holdninger til faget .....	20
3.3.	Kommentarer til undersøgelserne .....	21
4.	Begrebsdannelse .....	23
4.1.	Vores uforbeholdne mening om begrebsdannelse .....	23
4.2.	To anerkendte psykologiske retningers meninger om begrebsdannelse med særligt henblik på matematisk begrebsdannelse .....	25
4.2.1.	Sovjetskolens grundsyn på begrebsdannelse .....	25
4.2.1.1.	Krutetskii: strukturen i matematiske evner og anlæg ..	29
4.2.2.	Piagets teori om begrebsdannelse .....	35
4.2.2.1.	Skemp: dannelse/opbygning af matematiske begreber .....	37
4.3.	Opsamling på begrebsdannelse.....	" 38
4.3.1.	Piaget og Vygotskij.....	" 38
4.3.2.	Skemp og Krutetskii.....	" 39

5.	Videnskabsteori .....	side	41
5.1.	Indledning .....	"	41
5.2.	Tidslinje .....	"	41
5.3.	Kort rids af nogle videnskabsteorier .....	"	42
5.3.1.	Logiscisme .....	"	42
5.3.2.	Formalisme .....	"	42
5.3.3.	Strukturalisme .....	"	43
5.3.4.	Intuitionisme .....	"	45
5.4.	Videnskabsteori - fagopfattelse - undervisning	"	48
6.	En "ideel" undervisning.....	"	51
7.	Begrænsninger af den "reelle" undervisning.....	"	56
8.	Reelle handlemuligheder.....	"	60
9.	Konklusion på problemformuleringen.....	"	64
10.	Videre perspektiver.....	"	67
11.	Kritik/selvkritik.....	"	68
12.	Litteraturliste.....	"	69
Appendix A	.....	"	74
Appendix B	.....	"	81
Appendix C	.....	"	88

## Kap. 1. INDLEDNING.

### 1.1. Forløbsbeskrivelse, indeholdende bl.a. præsentation af gruppen, projektets udgangspunkt, formål og mål.

Davs, vi er en gruppe på 4 kvinder, der går på matematik-overbygningen, og som i det herrrens år 1981, primo juli begyndte projektindsøvringsfasen til vort kommende projekt om kvinder og matematik. Konkret tog vi udgangspunkt i bl.a. vores interesser, egne skole- og senere-erfaringer og vore (uopnåelige) forventninger til vores uddannelse.

Vore forudsætninger var forskellige:

- de 3 af os havde holdt hinanden ud i en gruppe på matematik-OB i et år, hvor vi deltog i et projekt, som opfyldte det såkaldte skolemodul (om undervisning m.m. OB-modul 1).
- den sidste kom lige fra Nat-Bas, og var lige så meget på gyngende grund som de andre!

Vi kendte til et problem i matematikundervisning: nogle elever afslår at have noget med matematik at gøre, og specielt piger blokerer overfor faget. Med det som udgangspunkt ville vi gerne have nogle handlemuligheder overfor slige elever.

I folkeskolens mindre klasser er der stort set ingen kønsforskelle m.h.t. matematik-engagement, men ved og efter puberteten sakker pigerne agterud. Og i grenvalget ved gymnasiets gyldne porte vælger hovedparten af pigerne den sproglige gren, og drengene den matematiske. Kvindernes underrepræsentation på de naturvidenskabelige fag (herunder matematik) i de videregående uddannelser er ligeledes slående.

I en solfyldt weekend i midten af august dyrkede vi så projektsnak, social snak og anden snak, og det lykkedes faktisk alt sammen hin weekend.

På Matematisk Forum primo september bekendtgjorde vi sålunde vor gruppes fødsel og fik tildelt en vejleder, Bernhelm Booss. Desuden fik vi litteraturhjælp af forskningsbibliotekar Else Høyrup, matematiker Mogens Niss og videnskabsteoretiker Stig Andur Pedersen.

September måned læste og refererede vi forskellige fremmedsproglige tekster/artikler om strukturmatematikken og dens forbrydelser mod menneskeheden. Desuden læste vi Mogens Niss' anmeldelse af Ole Skovsmoses 'Didaktiske arbejds-papirer', og M.Niss holdt et foredrag for os om matematikkens didaktisk-historiske udvikling. I september fremstillede vi også de første problemformuleringer, indsnævninger af problemfeltet og første udkast til projektindholdet. Vi læste også (for nogle genlæste) Else Høyrups bog "Kvinder, arbejde og intellektuel udvikling" og IMFUPA-tekst nr.31 af Jørgen Karrebæk og Troels Lange, da disse materialer bedst beskrev de problemfelter, der p.t. havde vores interesse indenfor matematikområdet: køns-specifikke blokeringer overfor matematik, specielt m.h.p. piger/kvinder, og et forsøg på at sætte matematikundervisningen i perspektiv v.h.a. den bagvedliggende fagopfattelse, som hidrører fra videnskabsteorien. I tekst nr.

31 sluttede forfatterne af med at lugte til en mulig problemopblødende/-opløsende videnskabsteori og dermed undervisningsmetode - og her ville vi nå videre, satte vi os dengang som mål. !

Vort formål med proejktet var altså gennem arbejdet med problemstillingerne at få nogle bud på, hvorfor kvinder blokerer i undervisningssituationen overfor matematik. Endvidere selv at blive bekendt med den matematikopfattelse, som vi som kommende lærere vil formidle (hvad matematikkens grundlag egentlig består af), og vort mål var mere undervisningsrettet; idet vi håbede at få nogle ideer til, hvordan en undervisning kunne være mindre matematik-afskrækkende, og dermed mere kønsvenlig end den nuværende er det.

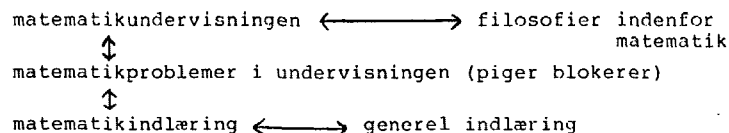
Som arbejdsmetode foreslog vores vejleder, at lave et historisk review over undersøgelser om pigers matematikevner i.f.t. drenges, for at konkludere, at kvinder ikke er dårligere; men på den måde ville vi ikke kunne indfri vores mål. I stedet valgte vi at komme omkring alle de knudepunkter, der er relevante for problemstillingen (traditionel opdragelse, begrebsdannelse - specielt pigers/kvindes begrebsdannelse, matematisk begrebsdannelse, videnskabsteori, undervisning), for at nå nogle reelle handlemuligheder overfor de blokerende elever. Vort bevidste valg fik selvfølgelig som konsekvens, at de relevante knudepunkter ikke kunne blive dybtgående, tilpas videnskabeligt lødigt behandlet.

Frem til efterårsferien samlede og udvalgte vi nødvendigt basislitteratur for gruppen til gensidig orientering og gennemlæsning i efterårsferien, med kyndig vejledning fra Andur.

Desuden gennemstøvede vi Nat-fagsale og andre biblioteker efter egen fornemmelse (og dårlige engelskkundskaber) og andres henvisninger og forslag. Vi fandt da også virkelig megen litteratur om kvinders dårlige eksamensresultater i matematik sammenlignet med mænds, mulige forklaringer på det og handlingsforslag til løsning af problemet. Alt det blev læst, refereret og lettere kritiseret (det er jo umuligt at undgå!) og fremtræder nu i det indledende afsnit i rapporten.

Desuden udarbejdede vi efter input-diskussioner de første oplæg om vore idealistiske krav til undervisning, hvortil vi bl.a. har brugt IMFUFA-tekst nr.1.

Sideløbende med arbejdsmetodediskussioner mellem gruppen og den tilknyttede vejleder meldte november måned sig med problemer 'en masse'; selv om vi efterhånden havde fået projektet godt stykket sammen omkring:



Til belysning af indlæring af de grundlæggende matematiske begreber kunne vi ikke finde noget egnet, velspecificeret materiale, der desuden var køns-

problemorienteret i forhold til vores problemstilling.

Desuden fandtes der ikke noget materiale om udviklingspsykologien koblet på matematikken og/eller kønnene og eventuelle forskelle heri - syntes vi!

Oveni dette virvar og begyndende frustrationer kom så Grovskitsen. Som om vi ikke havde problemer nok!! Studenterpolitiske dage og begyndende studentermobilisering optog vores gruppe en kort periode. Så enedes vi om at studere med den ene hånd og kæmpe studenterpolitisk med den anden (venstre?). Så kom næste omgang: denne gang fra vores vejleder. Tiden nærmede sig sidst i november, og da tiden netop går hurtigst dér sidst på året, når det sådan hælder mod afslutningen, var han begyndt at få frustrationer. Det var måske ikke så underligt; når projektet skulle afleveres ved juletid! Gruppen besluttede så, at udskyde eksamen til sommer, og vi opløste så (til alles tilfredshed) samarbejdet med vores vejleder.

Vi valgte 4 videnskabsteoretiske retninger (logicisme, formalisme, strukturalisme og intuitionisme) og fik henvisninger til uddybende litteratur.

I december holdt vi en slags kombineret projektfremleggelse og -evaluering blandt kvinderne i IMFUFA og specielt inviterede af samme køn. Vi diskuterede bl.a. behovet for og værdien af et sådant kønspolitisk projekt, og desuden opsamlede vi folks erfaringer med området og fik nogle gode ideer til, hvordan vi skulle komme videre. Endelig holdt vi et møde med Jens Høyrup angående litteratur og kontakter især med henblik på matematikundervisning og udviklingspsykologiske teorier m.h.t. matematik.

I slutningen af december måned, nærmere bestemt uge 50, blev vi så af de dystre tidsperspektiver og lysten til at deltage i juleorgierne nødsaget til at planlægge det videre projektforsløb som følgende knudepunkter:

- vi vægter nu videnskabsteorien og søger i det skjulte videre efter den manglende litteratur til begrebsdannelsen,
- hele januar bliver kursus- og eksamensræsfri, så der kan vi rigtigt knokle projektet. Vi bestræber os på at være færdige i begyndelsen af februar,
- i foråret følges projektet op af følgende aktiviteter:
  - 1) Konference om matematik og kønsroller i januar.
  - 2) Matematikseminar om køn - matematik i marts.
  - 3) Opbygning af undervisningsopgaver i bl.a. begrebsforståelse.

#### JULEFERIE!!!

Som planlagt så gjort: vi intensiverede projektaktiviteten i hele januar, idet vi her gennemlæste materialer om ældre matematikopfattelser og videnskabsteoriene logicisme og formalisme. Men aldrig har vi danset med tungere drenge! Det tog os en til og evighed, førend vi havde overlevet chokkene fra Körners filosofixe, sværtforståelige og -døjelige redegørelse for de forskellige videnskabsteoretiske retninger. (Og ét er at læse noget

svært stof på udenlandsk - her engelsk, noget andet er at forstå og beherske stoffet tilstrækkeligt til at reproducere det i et forståeligt oplæg, og noget tredje (!) er at udstillere de for vort projekt nødvendige ingredienser.)

Her lå der også et metodemæssigt problem skjult: vi kunne ikke begynde at frasortere de for vores projekt nødvendige dele af videnskabsteorien, hverken enkeltvis eller samlet, til den del af rapporten, som skulle være en (kort) redegørelse for videnskabsteoriene, forend vi dels havde lavet transformationen videnskabsteori → fagopfattelse → undervisning, og deraf helt klart vidste, hvad der havde indflydelse og hvordan på vores begrebsdannelse. Så vi gik rundt enormt længe med en løs fornemmelse i knæene over ikke at kunne lave oplæg om videnskabsteoriene, som de skulle indgå i vores projektet.

Slutningen på denne 'små skridts tunge dans' blev, at vi ikke blev færdige med projektet som håbet inden februar, hvor andre aktiviteter hensynsløst startede igen.

Kurserne dukkede frem på scenen og krævede deres del af os; den ene af os 3½ dag om ugen, så meget tid blev der ikke til projektet. Men vi kom dog i løbet af februar igennem - og ud på den rigtige side af - strukturalismen. Vi holdt i løbet af februar også en slags vejledermøder med Andur og Mogens om deres forskellige syn på videnskabsteori, og specielt intuitionismen. Endelig nærdiskuterede vi intuitionismen med Andur og fik kritik på vore oplæg om videnskabsteori.

I denne ellers kolde og mørke måned dukkede der et lyspunkt op: vi var begyndt at få fat i noget brugbart materiale om begrebsdannelse, godt nok ikke kvindespecifikt, men dog om matematisk begrebsdannelse.

I februar/marts fik vi taget hul på begrebsdannelses-siden i vores problemformulering og afsluttet videnskabsteorien med intuitionismen; vi var endda lige ved at blive helt forfaldne til Körners filosofistil!

Før læsningen af begrebsdannelses-litteraturen lavede vi selv et afsnit om vores uforbeholdne mening om begrebsdannelse. Og i løbet af marts har vi så læst om to forskellige syn på begrebsdannelse. Endvidere har vi fået læst om to forskellige syn på matematisk begrebsdannelse, som tager deres udgangspunkt i de to forskellige udviklingsteorier.

Ved påsketid var vi klar til de helt store diskussioner: vi havde to intensive døgn i Haslev. Nu skulle alle sammenhænge i projektets afsnit findes! Vi prøvede at få rettet vores videnskabsteoriafsnit endeligt til og at koble det sammen med undervisning, men endnu engang gik det op for os, at det er den svære del af projektet; især har vi stadig problemer med formalismen og intuitionismen. Andurs tålmodighed er stor, så han har lovet os endnu en konsultation.

I påsken fik vi også diskuteret matematik-didaktik udfra nogle artikler af bl.a. Mellin-Olsen (en normand): han bruger mange kræfter og meget plads på at udbrede sig om almindeligheder (i vores øjne)!



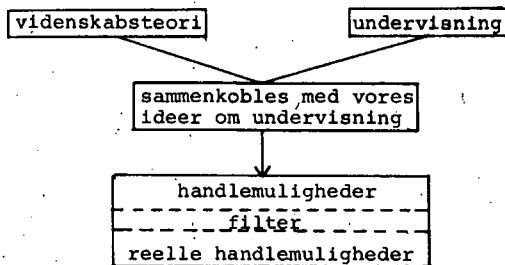
Vi fik også taget hul på at snakke om begrebsdannelse generelt.

Efter påske har vi lavet noget om matematisk begrebsdannelse.

NU er vi i fuld gang med at lave projekt-bunker: noget bliver rettet til og skrevet ind! (en skøn fornemmelse)

Lige før påsketid kom landeplagen "Fynsk mund og klov" også os på tværs. Det planlagte matematikseminar om "Køn - matematik" måtte ikke afholdes på Fyn og blev udskudt til det kommende efterår.

Når afsnittene om begrebsdannelse og videnskabsteori er færdige, skal de kobles sammen med vores ideer om undervisning, så det bliver hvad vi kan forestille os som en "ideel" undervisning. Dette skal så filtreres gennem rammer o.lign. for gymnasiets matematikundervisning i dag og skal ende med hvad vi reelt har af muligheder, når vi kommer ud som lærere.



## 1.2. LÆSEVEJLEDNING.

Rapporten er bygget op på den måde, at der efter indledningsafsnittet (dette), er et afsnit, hvor vi viser, at det problem, vi har taget udgangspunkt i, eksisterer (kap. 2). Dernæst kommer der et afsnit, hvor en masse forskellige forklaringer på, at kvinder er dårligere til matematik end mænd, er samlet (kap. 3).

De næste 2 kapitler (kap. 4 og 5) skal betragtes som ligevægtige bidragydere til forskellige aspekter i forhold til en matematikundervisning. Det er først et kapitel (kap. 4) om begrebsdannelse, hvori afsnittet om Krutetskii's opfattelse er vægtet meget (pladsmæssigt) i forhold til Skemp's opfattelse, da den for os var den mest ukendte og formodentlig også er det for andre. Herefter er der et kapitel (kap. 5) om videnskabsteorier, fagopfattelser og undervisning, hvori afsnittet om intuitionisme er grundigst behandlet, da det var et helt ukendt område for os alle.

Opsamlingen på de 2 kapitler har vi i kap. 6 sat sammen med vores ideer om en "god" undervisning. For at moderere dem lidt, er der et afsnit om de faktiske rammer og vilkår, som undervisningen er underlagt: en slags filter, hvor det, der kommer igennem er de reelle handlemuligheder, man har som lærer her og nu (kap. 7 og 8)

Derefter følger en konklusion på problemformuleringen (kap. 9) og opfølgning af projektet og videre perspektiver. Til slut har vi et afsnit med kritik/selvkritik.

Vi har gennem hele projektet erstattet betegnelserne "hun/han" og former heraf med den neutrale betegnelse "per".

GOD LÆSELYST !

1.3. Præciseret problemstilling.

Det kan dokumenteres, at der er en skæv kønsfordeling på gymnasiets matematiske linje, hvilket kan være et af udtrykkene for, at piger i højere grad end drenge blokerer overfor/fravælger matematik.

I.1.

Er det fordi piger er dårligere til at lære/bruge matematik end drenge?

2. Hvis ja, kan én af årsagerne så søges i, at piger og drenge socialiseres til at danne forskellige begreber?
3. Hvis ja, er denne "pige-begrebsdannelse" så mere i modstrid med strukturmatematikken end en "drenge-begrebsdannelse"?

II.1.

Hvilken opfattelse af faget matematik ligger bagved strukturmatematikken?

2. Kunne det tænkes, at en anden opfattelse af faget ville bevirke en anden udformning af matematikken, der kunne mindske fravælgelsen/blokeringen?

III.1.

Eller er det snarere de holdninger, der formidles, der får piger til at fravælge/blokere?

2. Får piger og drenge i opdragelsen/skolesystemet dannet forskellige holdninger til matematik, som kan forklare pigers fravalg af faget?

IV.1.

Hvilke krav vil vi stille til en ikke-kønsdiskriminerende matematikundervisning i gymnasiet?

2. Kan disse forenes med de givne ydre rammer og med undervisning efter strukturmatematik?
3. Hvis nej, kan vores arbejde med problemstillingen så give nogle bud på, hvordan undervisningen skal udformes?

## Kap. 2. DOKUMENTATION AF PROBLEMETS EKSISTENS.

Vores udgangspunkt er, at mange piger blokerer overfor matematik, og det kan ses på 2 måder:

1) I overgangen fra folkeskolen til gymnasiet sker der et stort skred i fordelingen af piger og drenge på forskellige fag og niveauer.

I folkeskolens 9. klasse er der lige mange piger og drenge. Af de elever, der tager Folkeskolens Afgangsprøve (FA) efter 9. klasse, er der også omtrent lige mange af hvert køn (ca. 2% flere drenge).

I 10. klasse ser det således ud:

	♀	♂
elevbestand i 10. klasse	53,4%	46,6%
af de elever, der tager FA, er	60,8%	39,2%
af de elever, der tager FUA <sup>1)</sup> , er	49%	51%

Af eleverne på en årgang tager

	♀	♂
FA	45%	33%
FUA	45%	54%

Ved tilmeldingen til gymnasiet er der 55% piger og 45% drenge. Af eleverne på matematisk linie er 39% piger og af eleverne på sproglig linie er 80% piger! I mat.fys. er 26,8% piger og i nysproglig er 85% piger.<sup>2)</sup>

Det videre grenvalg viser, at pigerne "fravælger" matematik ved at vælge de grene, der er mindst matematik på:

2.g	mat.fys.	mat.nat.	mat.sam.	mat.forsøg
♀	26,8%	56,5%	34,1%	31,7%
♂	73,2%	43,5%	65,9%	68,3%

Der er godt nok lige meget matematik på mat.nat.- og mat.sam.-grenene; men flere undersøgelser viser, at pigerne også helst vil undgå politiske o.lign. diskussioner.<sup>3)</sup>

Flere har fremhævet for os, at det mere er fysik end matematik pigerne fravælger; det er muligt, men det kan man ikke se af disse tal, fordi mat.nat., hvor der er flest piger er både matematik og fysik på B-niveau, og under alle omstændigheder er problemet der i hvert fald også i matematik. I øvrigt er det diskussioner, som vi ikke vil tage op mere i projektet.

2) På de klasstrin efter folkeskolen, hvor matematikundervisning er obligatorisk, er pigerne tit meget passive i matematiktimerne. De "kan ikke finde ud af det", og de "kan ikke lide matematik". De reagerer ofte på matematikundervisning ved at blokere mere eller mindre hver gang de skal høre på/lære/forstå noget matematisk stof.

1) Folkeskolens Udvidede Afgangsprøve.

2) Undervisningsministeriets statistikkontor.

3) bl.a. Ase Ladings undersøgelse "Pigerne i gymnasiet" (endnu ikke offentliggjort).

I nogle tilfælde ses den samme mekanisme hos piger på klasseset, hvor matematik er frivilligt valgt. Det kan skyldes, at de har valgt matematik af andre årsager end deres egen interesse, f.eks. fordi det er adgangskrav til den uddannelse de ønsker eller fordi de skal opfylde deres forældres ambitioner på deres vegne e.lign.

Vi vil gerne beskæftige os med de reaktionsmønstre, der rent faktisk kan observeres i klassen; hvor mange aktive i.f.t. passive elever, der er, og hvilket køn de har. Resultater fra amerikanske undersøgelser, der er lavet af elevernes opfattelse af deres egen skolesituation, og af hvordan og hvor meget forældres og læreres forventninger til eleven påvirker deres opfattelse af faget, og sig selv i faget, mener vi ikke uden videre kan overføres til danske forhold. Dels fordi undersøgelserne er foretaget i et helt andet skolesystem end det danske, dels fordi de nok mest beskæftiger sig med den amerikanske middelklasse (der er temmelig forskellige fra de miljøer, som eleverne i gymnasiet kommer fra). Men det er dog vores indtryk udfra de amerikanske undersøgelser, samtaler med forskellige lærere i folkeskolen og i gymnasiet og udfra vores egne erfaringer, at piger tit reagerer som beskrevet.



Kap. 3. ÅRSAGSFORKLARINGER TIL KVINDERS BLOKERING OVERFOR/FRAVÆLGELSE AF MATEMATIK.

3.1. Sammenhæng mellem symptomer, problemer og forklaringer.

Det bagvedliggende problem (piger er "dårligere" til matematik end drenge) er blevet observeret og beskrevet på mange forskellige måder i den udvalgte litteratur:

- SYMPTOMER {
- piger er usikre på, om de kan lære matematik
  - piger blokerer overfor matematik
  - piger står af overfor matematik
  - piger fravælger matematik

Den nævnte rækkefølge af symptomerne er udtryk for problemets udvikling: En usikkerhed overfor matematik fører let til, at eleven blokerer for nogle områder i faget; det kan udvikle sig til, at eleven står helt af og ikke vil have noget med matematik at gøre, og det medfører så, at eleven fravælger faget så hurtigt som muligt. Det betyder bl.a., at eleven bevarer (eller snarere forstærker) sin usikkerhed overfor, hvad matematik er for noget og hvad det kan bruges til, og det kan medføre, at andre fag, der har et vist matematisk indhold, også fravælges. Det er ikke vores mening, at pigerne skal have særbehandling på den måde, at undervisningen skal tilrettelægges, så det bliver lettere for dem og så de ikke fravælger matematik. Derimod mener vi, at undervisningen skal tilrettelægges så den løsriver pigerne fra de traditionelle kønsroller og så de indser, at matematik også er vigtigt for dem. Matematisk viden/kunnen indgår i en vis udstrækning i mange (naturvidenskabelige) fag, og kvinder, som på et eller andet (skole-)trin har fravalgt matematik eller andre fag med matematisk indhold, mangler disse forudsætninger, og afskærer sig derfor fra muligheden for senere at gøre sig gældende på dette erhvervsområde. Denne skæve forudsætning, og deraf skæve erhvervskompetance, er derfor med til at fastlåse de traditionelle kønsroller. Fravælgelsesproblemet har altså ret vidtrækkende politiske konsekvenser.

Der er fremsat mange hypoteser om, hvad forskellen i de to køns matematik-præstationer skyldes. Nogle af disse umiddelbare forsøg på forklaringer på problemet er bl.a.:

- piger har dårligere rumlig sans<sup>1)</sup>
- piger tænker dårligere abstrakt (modsat konkret)

At mænd har bedre rumlig sans, mens kvinder har bedre verbale evner, er ofte blevet fremført, bl.a. af A.W.H. Buffery og J.A. Gray (1972), Eleanor Maccoby og Carol Jacklin (1974), Mark McGee (1979) og I.M. Smith (1969). Disse kønsforskelle er refereret som 2. og 3. hyppigste i mere end 100 generelle psykologiske tekster fra 1875 til 1975, undersøgt af Abraham S. Luchins (Edith Luchins, 1981) på University of Guelph, Ontario, USA. Den

1) Rumlig sans kan beskrives som evnen til at opfatte, beregne og til i tankerne at manipulere med to- eller tre-dimensionale ting.

hyppigst refererede kønsforskæl var mænds større fysiske styrke (i alle tekster!). Hvad så disse svagheder hvad angår rumlig sans eller abstrakt tænkeevne igen skyldes, altså hvad den egentlige årsag til kønsforskellen m.h.t. matematiske præstationer er, findes der endnu flere teorier om, hvoraf nogle refereres her.

Endelig er der foretaget mange forsøg på at undersøge de fremsatte teoriers gyldighed/holdbarhed. Mange af disse undersøgelser bruger som målestok for de matematiske evner bl.a. løsning af konstruerende opgaver (kontra simple repetitive opgaver), samt den rumlige sans. Det er problematisk at benytte den rumlige sans til dette, da det ikke er en "statisk" størrelse, hvilket bl.a. fremgår af, at der ikke findes undersøgelser, der viser kønsforskelle m.h.t. rumlig sans hos førskolebørn (Else Høyrup, 1974)

I en amerikansk undersøgelse med ca. 2000 elever i 6.-12. grades<sup>1)</sup>, foretaget af E. Fennema og J. Sherman (Fennema & Sherman, 1977a+b), fandtes forskelle m.h.t. rumlig sans mellem piger og drenge på to ud af de fire high-schools (9.-12. grades), men kun på een ud af de ni skoler med 6.-8. grades-elever. På de to high-schools, hvor der fandtes forskelle, blev der lavet et 6-ugers "trænings-kursus i rumlig sans", hvorefter der ikke længere var nogen forskel at spore. I en anden undersøgelse (Fennema & Sherman, 1977b + 1978) fandtes ingen kønsforskelle m.h.t. rumlig sans. Ligeledes har adskillige andre undersøgelser vist, at rumlig sans kan optrænes (Wittig & Petersen, (eds.), 1979 p.283). Nogle undersøgelser har vist, at kønsforskelle m.h.t. rumlig sans til dels er kulturelt betingede, idet forskellen er mindre hos eskimobørn end hos børn fra Illinios (samme, p.71). Endvidere har to uafhængige undersøgelser (Berry, 1966 samt MacArthur, 1967) vist, at der ikke er kønsforskæl m.h.t. felt-uafhængighed<sup>2)</sup> hos eskimoer. Dette forklarer de med, at kvinder og mænd i eskimo-samfund er ligeværdige mennesker, hvis overlevelse er meget afhængig af brugen af denne rumlige sans.

Vi har inddelt årsagsforklaringerne i to grupper:

- 1) Årsagsforklaringer af biologisk art
- 2) Årsagsforklaringer af sociokulturel art.

Sammenhængen mellem de førnævnte symptomer, problemforklaringer og de egentlige årsagsforklaringer kan anskueliggøres ved hjælp af tre niveauer, på følgende måde:

1. niveau: Symptomer - empirisk iagttagelse af problemet
2. niveau: Problemforklaring - umiddelbar forklaring på, hvorfor problemet er opstået
3. niveau: Egentlig årsagsforklaring - "dybereliggende" forklaring på, hvorfor problemet er opstået.

---

1) Svarende til 6.-12. skoleår; eleverne er fra 12 til 18 år.

2) Felt-uafhængighed er evnen til at kunne orientere sig i rummet, uden at kunne se, hvad der er op og ned.

### 3.2. Omtale af forskellige årsagsforklaringer.

#### 3.2.1. Biologiske årsagsforklaringer.

Det er en almindelig opfattelse, at kvinder ikke er ligeså intellektuelt kompetente som mænd (Fox, Fennema & Sherman, 1977 p.137). Hvis kvinder klarer sig godt intellektuelt, tilskrives det ofte, af både dem selv og andre, held eller hårdt arbejde, men ikke evner.

Allerede omkring århundredskiftet dukkede "videnskabelige" forklaringer på denne påståede kvindelige intellektuelle brist op. En forklaring var, at deres hjerner var mindre (Ellis, 1908). En anden, at livmoderen trækker energi væk fra hjernen (Clark, 1883). Vi vil ikke her diskutere disse ældre teorier, men i stedet se nærmere på de nyere biologiske årsagsforklaringer.

##### 3.2.1.1. Hypotesen om større mandlig variabilitet.

Flere undersøgelser er lavet i de senere år med det formål at vise, at spredningen i den mandlige intelligens (antallet af genier og retarderede i en gennemsnitsbefolkningsgruppe, variabiliteten) er større end i den kvindelige. Problemet med disse undersøgelser er, at de kræver meget store populationer for at undgå "skævheder" i udvælgelsen. Lehrke (1972, 1974) forklarer en hypotetisk antaget større variabilitet i den mandlige intelligens med en x-bundet<sup>1)</sup> verbal evne. Han bygger sin teori på en tidligere undersøgelse af Stafford fra 1961, men han "glemmer" at referere, at Stafford havde fundet belæg i sin undersøgelse for en hypotese om en arvelig, recessiv<sup>2)</sup>, x-bundet rumlig sans, men ikke for en hypotese om en arvelig, recessiv, x-bundet verbal evne. Staffords hypotese om den rumlige sans er siden blevet tilbagevist (se senere, afsnit 3.2.1.4.).

##### 3.2.1.2. Podagra-hypotesen.

Podagra er en stofskiftesygdom, karakteriseret ved forhøjet koncentration af urinsyre i blodet og aflejring af urinsyrens salte i forskellige dele af kroppen, bl.a. som nyresten. Forekomsten af podagra specielt hos genealogiske mænd skulle være en historisk kendsgerning (eller er det? De ikke-genealogiske mænds historie er vel næppe skrevet). En undersøgelse har vist, at koncentrationen af urinsyre i blodet korrelerede signifikant og positivt med resultaterne af en intelligens-test af 817 soldater (Stetten & Hearon, 1959), men korrelationen på 0,08 er for lille til at have praktisk betydning. Andre undersøgelser har enten ikke kunnet påvise en positiv korrelation

- 1) Gen-bundet til x-kromosomet. Det kønsbestemte kromosompar kombineres hos mænd af et x- og et y-kromosom, mens kvinder har to x-kromosomer.
- 2) Recessiv vil sige vigende, dvs. et gen, der vil være underlegent overfor genet for den tilsvarende egenskab på det andet kromosom i parret. Da mænd kun har et x-kromosom, mens kvinder har to, skal mænd således kun have eet kromosom med dette gen, mens kvinder skal have to, for at egenskaben bliver bestemt af genet.



mellem urinsyre i blod og testresultater, eller kun fundet korrelationer af samme størrelsesorden som denne. Piger har fra en alder af 10 år signifikant lavere urinsyrekoncentration i blodet (men mange andre parametre i blodet er også forskellige hos de to køn), og dette, sammenholdt med ovenfor nævnte undersøgelser, har ført til flere teorier vedrørende urinsyrekoncentrationens betydning for kvinders matematiske begavelse.

Teorier vedrørende korrelation mellem urinsyrekoncentration og intelligens, ambitioner osv. har været fremsat. I undersøgelser ud fra disse teorier har der ikke været taget højde for, at stress, kraftige fysiske anstrengelser, fedtrig kost og mange andre ting kan medføre en højere urinsyrekoncentration. Ingen undersøgelser har kunnet påvise en sammenhæng mellem urinsyrekoncentrationen hos kvinder og kvindernes evner til at løse diverse tests.

### 3.2.1.3. Hormonale forklaringer.

Forskelle i de hormonale systemer har også været anvendt som forklaring på de to køns forskellige matematikpræstationer. Broverman et al. opstiller følgende hypoteser:

- a) Der er en negativ sammenhæng mellem løsning af simple opgaver og løsning af komplekse opgaver.
- b) Kvinder er bedre til løsning af simple opgaver end mænd, mens omvendt mænd er bedre end kvinder til løsning af de komplekse opgaver.
- c) Denne negative sammenhæng mellem løsning af simple og komplekse opgaver er udtryk for den underliggende antagonisme af de adrenerge (aktiverende) og de cholinerge (hæmmende) hormonale systemer.
- d) Østrogener (kvindelige hormoner) er stærkere aktiverende end androgener (mandlige hormoner).

Herpå konkluderer de, at de mere aktiverende hormoner hos kvinder bevirker, at kvinderne bedre end mænd løser simple opgaver, hvorimod mænds mindre aktiverende hormoner bevirker, at de bedre løser komplekse opgaver (Broverman et al., 1968). Til Broverman et al.'s fire hypoteser kan knyttes følgende kommentarer:

- ad a) Det forekommer mærkværdigt, at der skulle være en negativ sammenhæng mellem løsning af simple og komplekse opgaver. Mere nærliggende er det at tro, at der er en positiv sammenhæng.
- ad b) Postulatet om, at kvinder er bedre til at løse simple opgaver end mænd, og at mænd er bedre til at løse komplekse opgaver end kvinder, forekommer at være grebet ud af den blå luft.
- ad c) Den adrenerge hormoneffekt er ikke altid aktiverende; den kan også være hæmmende. Dog gælder det, at i det perifere nervesystem er adrenerg og cholinerg påvirkning oftest modsatrettede effekter på det enkelte organ.

ad d) Hvad er østrogener stærkere aktiverende på?

Konklusionsgrundlaget er meget løst, idet hypoteserne er oversimplificerede antagelser og unøjagtig omgang med fysiologiske facts: Det sympatiske/parasympatiske nervesystem<sup>1)</sup> er ikke det samme som det adrenerge/cholinerge system. Falske og upræcise antagonismer mellem systemerne er benyttet. Konklusioner drages på det perifere nervesystem og benyttes på det centrale nervesystem, og derefter benyttes de som basis for cholinerg virkning.

Andre undersøgelser vedrørende hormonale forklaringer er lige så mangelfulde og skal ikke refereres her. Blot skal det lige nævnes, at hjernen selv kan omdanne androgener til østrogener, hvilket gør undersøgelser fra dette område vanskeligt gennemskuelige.

#### 3.2.1.4 X-bindings-hypotesen.

Denne hypotese er fremsat af O'Connor i 1943. Hypotesen går ud på, at en egenskab (her rumlig sans) bæres som et recessivt karakteristika på x-kromosomet. Hvis hypotesen var rigtig, ville det betyde, at meget færre kvinder end mænd ville besidde rumlig sans, idet sandsynligheden for at arve to x-kromosomer med egenskaben er lig kvadratet på sandsynligheden for at arve et.

Også undersøgelser, der skulle understøtte denne hypotese, er mangelfulde (der mangler en kontrolgruppe, den undersøgte gruppe er for lille, den rumlige sans betragtes som en "enten/eller"-egenskab, osv.). Der er ikke fundet empirisk understøttelse for hypotesen.

#### 3.2.1.5. Forklaringer baseret på hypotetisk antagede kønsforskelle i hjernelateraliteten.

De to hjernehalvdele antages at være specialiseret til forskellige funktioner; for normale, højrehåndede personer menes den venstre del at være specialiseret til verbale, analytiske opgaver, og den højre del til rumlige, "åndelige" opgaver.

I hovedtræk lokaliseres matematisk tænkning til venstre del med den verbale og analytiske tænkning (de eneste matematiske opgaver, der er lokaliseret til højre del, er de meget simple beregninger). Da det antages, at pigers venstre hjernehalvdel er tidligere og bedre udviklet end drenges (de snakker tidligere og klarer sig med ord i stedet for fysisk udfoldelse i mange situationer), skulle man tro, at kvinder var bedre til matematik end mænd. Men løsning af matematiske opgaver kræver som regel også brug af rumlige, "åndelige" evner (højre halvdel), samt kommunikation mellem hjernehalvdelene, og mange mener, at det er dér, piger kommer til kort, fordi den tidlige udvikling af den venstre hjernehalvdel hæmmer udviklingen af den højre.

Der er blevet fremsat mange hypoteser inden for dette område, og der er blevet foretaget mange undersøgelser, bl.a. baseret på hjerne-

1) De indre organer styres af det autonome nervesystem, som er opdelt i to: Det sympatiske system, som sørger for at kroppen forberedes til intens aktivitet, og det parasympatiske, som sørger for at de vitale organer får hvile (f.eks. hæver hhv. sænker de pulsen).

kirurgiske indgreb. Mange af de antagelser, der ligger under hypoteserne, har vist sig at være tvivlsomme, og de eksisterende undersøgelsesdata modsigelsesfulde (Fox, Fennema & Sherman, 1977).

### 3.2.2. Sociokulturelle årsagsforklaringer.

#### 3.2.2.1. Kvindesocialisationen i samfundshistorisk perspektiv.

Heide Inhetveen fremsætter en teori om, at kvinders udelukkelse fra alt, der har med matematik, teknik og naturvidenskab at gøre, er en ikke-tilfældig historisk udvikling, der falder i tråd med arbejdsdelingen (Inhetveen, 1979). Udelukkelsen skyldes derimod mandens overherredømme i samfundet. Ved at gå tilbage i historien ses det, at jo mere kvinderne undertrykkes, jo mindre matematik og naturvidenskabsundervisning findes i pigeopdragelsen. De herskende gruppers begrundelser for en sådan restriktion er påfaldende ens: Analyserende og abstraherende beskæftigelser strider imod "kvindelig tænkning". Den egentlige magtsociologiske begrundelse er, at de herskendes position bedst sikres ved at holde de beherskede hen i uvidenhed.

Kvinderne har ikke altid været uden for skabelsen af ny teknik. I den yngre stenalder, hvor arbejdsdelingen var mere lige, var kvinderne med til skabelsen af ny teknik inden for deres arbejdsområde (vævestolen, pottemagerskiven). Omkring 300 f.Kr. opstod i snæver, indre sammenhæng med en samfundsmæssig centralmagt en ny og kvalitativt anderledes teknologi - den såkaldte mega-teknologi (modsat småt-teknologien fra stenalderen). Fra da af blev kvinderne trængt mere og mere ud i periferien, og blev holdt uden for det tekniske og naturvidenskabelige område helt op til vor tid.

Som en kuriositet kan det nævnes, at den lette regneundervisning i Folkeskolen gik under navnet pigeregning op til 1958 (formelt, men reelt til midt i 60'erne): i modsætning til undervisning i geometri/aritmetik (Høyrup, 1977).

#### 3.2.2.2. Kvindesocialisationen i psykologisk perspektiv.

Denne gruppe forklaringer har alle det tilfælles, at de anskuer en forskellig opdragelse (forstået bredt) af piger og drenge som årsagen til, at piger udvikler sig anderledes end drenge m.h.t. "matematiske evner".

##### 3.2.2.2.1. Opofrelsesteorien.

Den samfundsmæssige arbejdsdeling medfører en samfundsskabt kvindenatur, dvs. det at sørge for de daglige overlevelse for den menneskelige slægt. I det patriarkalske samfund kan kvinder ikke unddrage sig disse reproduktive funktioner (at sørge for andre). Gennem opdragelsen overføres denne opfattelse til pigerne. De lærer herved at tage kompleksiteten af rammeomstændighederne med i overvejselserne ved problemløsninger.

Dette får Inhetveen (1979) til at fremsætte følgende teori: Piger/kvinder får svært ved at tænke formelt-abstrakt. Desuden skulle det medføre empathi (dvs. alle detaljer medtages i overvejselserne) og opofrelsesfølelser hos kvinder, plus en stærk afhængighed af andres bedømmelse af dem.

Matematik er en formel-abstrakt videnskab, hvori forbindelsen til virkeligheden og anvendelsen af matematik let tabes, idet der arbejdes med matematiske formler, begreber osv. på højeste (intellektuelle) niveau. Dette virker afskrækkende på piger, der netop er opdraget til social ansvarsfølelse. Selv dygtige kvindelige matematikere har svært ved at forene deres matematiske produktivitet med deres liv som kvinder.

#### 3.2.2.2. Frygt for succes.

Denne teori blev fremsat af Horner i 1968 som mulig årsagsforklaring, og den går kort ud på, at kvinder (som alle andre) påvirkes af omgivelsernes forventninger til dem, og i overensstemmelse med disse forventninger prøver at ændre deres opførelse, så den passer bedst.

"Frygt for succes" kan siges at beskrive den manglende opbakning fra omgivelserne, eller den demoraliserende angstelse, som virker blokerende eller bremsende på kvinders (bl.a. matematiske) udvikling.

Flere forskere har lavet undersøgelser, som enten har støttet (Fox, 1977; Smithers & Collings, 1977; Simkin, 1979 og Leder, 1977) teoriens gyldighed/holdbarhed, eller som ikke har givet grundlag for gyldige konklusioner (Sherman, 1977a).

#### 3.2.2.3. Tillid/angstelse-faktoren.

Tillid/angstelse-faktoren er en af de vigtigste faktorer, til at forklare kønsrelaterede forskelle i matematikundervisning. Den kan beskrives sådan: En person vil være tilbøjelig til at gøre de ting, som per er fortrolig med (har tillid til), og til at undgå aktiviteter, der vækker angstelse hos per; og er egentlig mere en beskrivelse af nogle reaktioner end det er en forklaring.

##### Vedrørende angstelse.

Callahan og Glennon konkluderer, at "angstelse og matematik er relaterede". Almindeligvis er stor angstelse forbundet med lavere matematik-resultater (Callahan & Glennon, 1975).

##### Vedrørende tillid.

Leviton (1975) og Primavera (1974) har begge review'et litteratur vedrørende selvtillid, og de konkluderer begge, at der eksisterer en positiv sammenhæng mellem akademiske præstationer og selvopfattelse.

I forskellige undersøgelser, hvor tillid og angstelse er undersøgt som separate faktorer, er det konstateret, at de er to sider af samme sag (Fennema & Sherman, 1977a + 1978). De undersøgelser, vi refererer til her, beskæftiger sig med denne sammenhængs forhold til matematik, men i øvrigt er sammenhængen der sandsynligvis også på andre områder. Sherman og Fennema forsøgte i begge deres undersøgelser at "måle" tillid til og angstelse ved den samme ting (f.eks. den adspurgtes egen vurdering af sine evner til at lære matematik); og tillid og angstelse synes at være to sider af samme sag: meget tillid til et eller andet passer godt sammen med lille angstelse til samme ting, og omvendt.

I Sherman og Fennema's undersøgelser havde drenge på hvert niveau mellem 6. og 12. grades signifikant mere tillid end piger til deres egne evner inden for matematik. I de fleste tilfælde, hvor dette gjorde sig gældende, var der ingen forskel i matematiske præstationer. Endvidere var tillid til at lære matematik og gode matematik-præstationer bedre korrelerede ( $r = 0,40$ ) end nogen anden affektiv variabel og matematik-præstationer. Korrelationen var næsten lige så god som korrelationen mellem de kognitive variable (verbal evne og rumlig sans) og matematik-præstationer.

#### 3.2.2.2.4. Pige- og drengelegetøj.

Teorien går ud på, at kønnenes forskellige lege, der er blevet dem indpodet gennem opdragelsen, og det forskellige legetøj, piger og drenge benytter, bevirker at de udvikler sig forskelligt. Pigernes udforskning og hjernemæssige aktivitet bliver hæmmet, og drengenes udforskning og hjernemæssige aktivitet bliver stimuleret. At legene og legetøjet ikke har forandret sig væsentligt gennem tiderne, er behandlet af den italienske socialforsker Elena Gianini Belotti, der har undersøgt børns adfærd og udvikling, og har fremsat følgende teori:

Lige fra børnene bliver født, vælger forældre og andre voksne legetøj til dem efter deres køn; typisk pigelegetøj i vuggestuealderen er blomster, engle, snefnug og dukker, mens drengene får ting som legetøjsbiler og abstrakte figurer. Begge køn får legetøj, der forestiller dyr, bolde og geometriske figurer.

Senere kan både piger og drenge godt lege med dukker, men drengene leger kun med "hankøns-dukker", som de kan lege deres sædvanlige lege med. Pigerne leger overvejende med meget feminine dukker, som de vugger/luller i søvn - det er det, de fornemmer, deres omgivelser påskønner.

Man kan også se forskel på børnenes leg; drengenes er som regel noget mere mere voldsom, aggressiv og konkurrencepræget end pigernes. Indtil 5-6 års alderen er begge køn interesserede i huslige gøremål, men interessen behandles forskelligt af de voksne. Pigernes deltagelse er mere forpligtende end en leg, og de hjælper først og leger så bagefter. Drenge bliver ikke trukket væk fra det, de er igang med, og hvis de vil hjælpe, belønnes de. Efterhånden fortrænger de det huslige område som mandeområde. Efter 5-6 års alderen adskiller kønnenes legeindhold sig mere og mere; de indfanges mere og mere i de traditionelle kønsroller.

Legene og legetøjet kan inddeles i "rigtigt" og "forkert" leg/legetøj efter de sociale funktioner, som kendetegner de to køn i den voksne verden. Drengelegene er af mere intens aktivitet, de kræver flere kræfter og er mere aggressive. Pigerne er mere aggressive af verbal form, og de elsker ritualer og ceremonier. De kan blive helt opslugt af legen med at overholde regler, ritualer osv., hvorved de undertrykker den aktivitet og aggression, som af voksne er stemplet som ikke-feminin, og dermed forbudt. Derfor benyttes den verbale aggression, idet den kan accepteres af de voksne.

Bevægelseslegene er af afgørende betydning for hjerneaktiviteten:  
"Kroppens evne til at bevæge sig bygger på en lang række fine neuromusku-

lære samspil og en kraftig hjerneaktivitet. Jo mere et barn er i bevægelse, og jo mere det har lejlighed til at gøre sensoriske erfaringer, jo mere udvikler dets hjerneceller og dets intelligens sig." (Belotti, 1980).

#### 3.2.2.2.5. Lærerdifferentiering.

Lærerne er også en del af børnenes omgivelser, og deres opfattelse af, hvad der er mande-/kvindetraditionelt påvirker derfor også børnene. Fennema og Sherman har vist, at der sker en forskelsbehandling af elever ud fra deres køn, og endvidere at denne forskelsbehandling påvirker elevernes udvikling inden for faget. (Fennema & Sherman, 1978).

Det viste sig, at lærerne behandlede piger og drenge forskelligt, bl. a. gennem omfanget af kontakt, dvs. antallet af gange en lærer hørte, spurgte, roste/riste en elev, og måden dette blev gjort på. Desuden viste det sig, at begavede piger var mere sårbare/følsomme end drengene, og at de begavede piger endvidere blev kontaktet mindre af læreren end de lige så begavede drenge.

Det har også vist sig, at elever i traditionelle skoler bliver mere traditionelt kønsrolle-bundne end eleverne i mere "frie" skoler, og at pigerne opnåede bedre resultater i skoler, hvor omgivelserne bevidst fra det 10. leveår havde animeret pigerne til deltagelse i matematik.

Denne forklaring kan måske ses som et eksempel på Rosenthal-effekten: At omgivelsernes (specielt lærerens) forventninger påvirker personerne så meget, at forventningerne må siges at blive indfriet (uundgåeligt!).

#### 3.2.2.2.6. Identitetsproblemer.

Indtil 14-16 års alderen klarer piger sig bedst i skolen. I gymnasiet skifter det: Drengene klarer sig bedst her (Ørum, 1973). Pigerne bedre præstationer før gymnasiet kan forklares med, at piger udvikles hurtigere end drenge, og med at de er bedre socialiseret til at indordne sig under skolesystemet.

At piger herefter klarer sig dårligere forklares med, at de giver afkald på deres intellektuelle succes for at sikre deres femininitet og deres accept hos drengene (og resten af deres omgivelser). Alt i alt er hjernemets opdragelse, omgivelsernes forventninger (specielt med hensyn til erhverv), skolestrukturen og ikke mindst de herskende fordomme (kvindelige matematikere må være lesbiske!?), sammenlagt med til at bremse pigers intellektuelle udvikling i puberteten.

#### 3.2.2.2.7. Holdninger til faget.

I Sherman og Fennema's første undersøgelse blev ca. 2000 elever testet for følgende kognitive variable:

a) Problemløsning	3 mål (tre kognitive niveauer)
b) Verbal evne	1 mål
c) Rumlig sans	1 mål
d) Matematiske begreber	1 mål
e) Matematiske beregninger	1 mål
f) Holdninger	8 mål (div. affektive variable)

Testen blev foretaget i fire geografiske områder.

Alle de variable blev valgt, fordi de i andre undersøgelser havde vist sig (eller formodedes) at indvirke på "indlæring af matematik" og valg af matematik. Som forventet fandtes der en høj korrelation mellem "højt matematisk niveau" og hhv. verbal evne og rumlig sans, men ingen kønsforskelle i disse to sidste variable!! Der hvor der fandtes kønsforskelle i "matematisk niveau" var drengene bedre, men her var der samtidig stor forskel i holdningerne hos piger og drenge: Drenge har større tro på, at de kan lære matematik, de opfatter stereotyp matematik som et mandeområde, de opfatter matematik som mere brugbart end pigerne gør, og de har større oplevelse af en positiv holdning fra begge forældrene og læreren end pigerne har.

Et interessant resultat er, at der er stor uoverensstemmelse mellem resultaterne fra de forskellige områder, hvilket måske kunne tyde på, at de kønsrelaterede forskelle er bestemt af faktorer i skolens miljø. Sammenholdes dette med, at bedre resultater for drengene altid findes sammen med mange negative holdninger til faget hos pigerne, kunne det antydes, at piger i skolen får en negativ påvirkning m.h.t. matematik.

I en senere undersøgelse (633 piger og 572 drenge) af Fennema, tagets udgangspunkt i, at færre piger end drenge vælger matematik på højt niveau. Variable, som tidligere har vist sig at betyde noget for valg af matematik, undersøges: Fem forskellige holdningsvariable og "forklaringsvariable" (hvordan piger og drenge forklarer deres fejl/succes) udskiltes. Herudover spurgtes om planer for matematikkurser, videre uddannelse og erhvervsvalg. Undersøgelsen viser, at holdningen "matematik er brugbart" bedst forudsiger noget om planer for matematik. Her viser undersøgelsen, at piger opfatter matematik som mindre brugbart end drengene gør.

### 3.3. Kommentarer til undersøgelserne.

Afsnittet om årsagsforklaringer til kvinders matematik-blokering og -fravælgelse skal læses med forsigtighed; dels fordi det er en kortfattet sammenpresning af en lang række undersøgelser, hvis forudsætninger og metoder der sjældent gøres rede for; dels fordi mange af undersøgelserne er flere år gamle og fra andre kulturer end vores egen; og endelig fordi undersøgelserne formodentlig handler mest om middelklassen.

Hvad angå de biologiske årsagsforklaringer, kan vi tilslutte os Julia Sherman, som har følgende kommentar i slutningen af sin oversigt over disse: "It would be difficult to find a research area more characterized by shabby work, overgeneralizations, hasty conclusions and unsupported speculations.

This is particularly unfortunate, since biological factors in sex-related cognitive differences is a research area with considerable social risk to the female group. It is also unfortunate, because the poor quality of the research introduces confusion and retards the evolution of intelligent, well grounded opinions on this subject." (Fox, Fennema & Sherman, 1977).

Vi mener endvidere, at det er forkert og ukonstruktivt, at tage udgangspunkt i en biologisk forskel (ingen af de nævnte biologiske teorier kan fremvise forskellige undersøgelser med samme tendens). Det ukonstruktive ligger også i, at et sådan udgangspunkt ikke vil føre til handlemuligheder overfor den forskelsbehandling af de to køn, som finder sted i samfundet idag, men tværtimod legitimere en sådan. Dette vil betyde en cementering af det nuværende kønsrollemønster.

De sociokulturelle årsagsforklaringer tilhører først og fremmest en positivistisk, eksperimentalpsykologisk tradition i USA. Her opregnes en lang række af delresultater om, hvordan piger/drenge gennemsnitligt klarer forskellige tests, som foregiver at måle generelle kognitive og sociale evner, såsom verbal evne, rumlig sans, abstraktionsevne, kreativitet aggression, samarbejdsevne etc. Vi mener, at der i denne forskningstradition ligger en stor fare for fejlfortolkning af delresultaterne, dels på grund af hele eksperimentalformen, hvor der ofte måles helt andre evner end de tilsigtede, og hvor testene er præget af testudformernes holdninger, dels på grund af opfattelsen af mandlighed og kvindelighed som noget, der kan beskrives med ord som "evner", løsrevet fra de sammenhænge, som skaber disse evner, og hvori de bruges.

Enkelte tests kan dog være den enkelte lærer til nytte, når per vil vide hvilke forudsætninger, den enkelte elev har, og således finde ud af, hvor det eventuelt er nødvendigt at sætte ekstra ind. Men testene skal dog stadigvæk udvælges og benyttes med omtanke, jvf. ovenfor.



#### Kap. 4. BEGREBSDANNELSE.

##### 4.1. Vores uforbeholdne mening om begrebsdannelse.

Det følgende er vores tanker, før vi lod os påvirke af endet end hinanden.

Først nogle spørgsmål til os selv:

- a) Hvordan danner man begreber?
- b) Sker begrebsdannelsen på samme måde hos alle?
- c) Hvilke begreber dannes?
- d) Dannes de samme begreber hos alle?

Vores grundantagelse er, at man "socialiseres" til at danne bestemte begreber. Det skal forstås sådan, at vi mener at begrebsdannelsen er afhængig af de påvirkninger, som man får fra sine omgivelser, og som man handler i. Med andre ord antager vi ikke, at begrebsdannelsen er givet (arveligt) uanset omgivelserne hvori de dannes. Vi antager heller ikke at de påvirkninger man udsættes for fører "mekanisk" til bestemte begrebsdannelser, men at personens handling (fysisk og psykisk) med disse påvirkninger i høj grad er medvirkende i processen. Vi antager således, at man danner begreber udfra påvirkninger fra og handlinger i sine omgivelser = begrebsverdenen.

De påvirkninger og handlinger, som har fundet sted, giver anledning til de dannede begreber = begrebsapparatet, som sammen med nye påvirkninger og handlinger vil føre til dannelse af nye begreber. Disse er både tilpasninger af nye erfaringer til begrebsapparatet og tilpasning af begrebsapparatet til erfaringerne, hvorved man får "udvidet" sit begrebsapparat. Naturligvis udsættes ikke alle for de samme påvirkninger og udfører ikke de samme handlinger i begrebsverdenen (- så skulle vi alle indgå i ét og samme miljø) - derfor mener vi ikke, at det er rimeligt at antage, at alle får dannet de samme begreber. Men den måde man danner begreberne på inde i hovedet (altså hvordan man organiserer og strukturerer sine erfaringer) kan godt være den samme. Forstået på den måde at selv om man udfra sine forskellige erfaringer danner forskellige begreber og strukturerer disse forskelligt, kan struktureringsprocessen godt foregå på samme måde hos alle: nemlig sådan at nye erfaringer indpasses i det allerede dannede begrebsapparat, samtidig med at dette ændres så det også omfatter de nye erfaringer.

Når det så er sådan, at piger og drenge faktisk opdrages forskelligt (jvf. app. A.), får de jo også forskellige erfaringsområder (de får på en måde "tilbudt" forskellige dele af verden, som områder de kan få en plads i). De danner deres begreber udfra deres forskellige erfaringsområder, og derfor mener vi, at det er ret sandsynligt, at piger og drenge danner forskellige begreber.

Hvis disse antagelser er rimelige, må de begreber, som skal være tilgængelige for at kunne starte en matematisk begrebsdannelse også foreligge (eller mangle) på forskellig vis hos piger og drenge. Den matematiske begrebsdannelse må derfor også foregå forskelligt, da organiseringen af de nye begreber (her, de matematiske) foregår forskelligt, fordi den skal fo-

regå i forskellige begrebsapparater. Nu kommer problemet så!

Er den opfattelse af matematisk begrebsdannelse, der ligger bag matematikundervisningen i dag i bedre overensstemmelse med de hos drenge dannede begrebsapparater end hos pigerne?

Det er jo en kendsgerning, at de fleste matematikbøger er skrevet af mænd og at de forskellige diskussioner, som førtes før indførelsen af strukturmatematikken foregik blandt mænd. Måske kunne dette godt påvirke opfattelsen af, hvordan matematisk begrebsdannelse skal foregå.

På baggrund af disse tanker vil vi se på 1) to udviklingspsykologers syn på begrebsdannelse, og 2) nogle bud på matematisk begrebsdannelse.

1) - en sovjetisk udviklingspsykologi fordi den beskæftiger sig med socialisationens betydning for begrebsdannelsen.

- Piagets udviklingspsykologi, fordi den har dannet udgangspunkt for nogle opfattelser af matematisk begrebsdannelse, og fordi den for mange har været med til at "legitimere" strukturmatematikken, og omvendt.

2) - en matematisk begrebsdannelsesteori der hviler på sovjetpsykologernes teorier: Krutetskii.

- en matematisk begrebsdannelsesteori der hviler på Piagets teorier: Skemp.

Vi skulle på dette sted i rapporten have haft et afsnit om forskellige opfattelser af forskelle i pigers og drenges begrebsdannelse; altså noget om hvordan den traditionelle opdragelse indvirker på begrebsdannelsen, og dermed specielt den matematiske, hos henholdsvis piger og drenge.

I den psykologiske litteratur er vi stødt på undersøgelser af forskelle i "kognitiv funktion" hos piger og drenge: ingen forskelle i generel intelligens, mens der er fundet forskelle i specifikke evner. Piger scorer højst i verbal-evne tests, og drenge scorer højst i spatial-evne tests. Der har dog været problemer med de sidste, da nogle undersøgelser viser, at piger er lige så gode som drenge. Dette bortforklares med, at de anvendte tests slet ikke måler spatial-evne! En anden forklaring er, at piger kan omsætte spatial-problemer til verbal-problemer!

Disse forskelle i specifikke evner har været søgt forklaret med:

- 1) genetiske årsager
- 2) hormonale årsager
- 3) hjerneorganisation/-funktion
- 4) socialisation

Årsagerne har været undersøgt, men der har været mange modstridende resultater. De fleste er enige om, at der er forskelle, men uenige om årsagerne!

Vi er overhovedet ikke i vores omfattende litteratursøgninger og kontakter til personer, der kunne tænkes at vide noget på dette felt, stødt på, at der er undersøgt eller skrevet noget om det. Dette hul i forskningslitteraturen betyder, at vi ikke kan gøre vores projekt helt så kvindespecifikt, som vi havde håbet på. Men omvendt kan vi heller ikke i vor uddannelse påbegynde grundvidenskabelige undersøgelser over dette psykologiske område.

Vi vil nu give et meget kort resumé af de to psykologers meninger om begrebsdannelse, hver af dem efterfulgt af et afsnit om matematisk begrebsdannelse, som bygger på deres teori.

#### 4.2. To anerkendte psykologiske retningers meninger om begrebsdannelse, med særlig henblik på matematisk begrebsdannelse.

##### 4.2.1. Sovjetskolens grundsyn på begrebsdannelse.

sovjetspsykologerne repræsenteres her af Vygotskij, Luria og Leontjew, og i det følgende vil der komme en gennemgang af deres udviklingsteori for begrebsdannelse hos mennesket.

Deres teori tager (ifølge deres forskningstradition) udgangspunkt i en overordnet filosofisk teori. De går ud fra den dialektiske materialisme, og alt hvad de laver af forsøg o.lign. skal derfor passe med den filosofi. Det betyder så, at hvis der kommer modstridende eller "upassende" resultater/observationer bliver de tilpasset den overordnede filosofi, så undersøgelsesresultater, forklaringer o.lign. måske ikke bliver så differentierede. Vi mener dog alligevel, at de har fundet ud af en masse gode ting, som man kan bruge.

Sovjetspsykologernes grundsyn er, at man ved at forstå individets udvikling kan erkende noget om menneskehedens historiske udvikling, dvs. den materielle omverdens udvikling, og denne vil omvendt påvirke enkeltindividernes udvikling.

Individet påvirker og påvirkes af to forhold:

- påvirkningen fra naturens fysiske genstande
- den kulturelle påvirkning fra de fysiske genstande, som er udformet af menneskene, dvs. genstande såsom sprog, sociale relationer osv.

I modsætning til Piagets opfattelse af, at individets erkendelse er dets konstruktion af omverdenen står Sovjetskolens opfattelse af, at individet erkender gennem tilegnelse af den kulturelt udformede omverden.

##### Leontjews syn på individets udviklingsfaser

Erkendelsesudviklingen fra spæd til voksen forløber over nogle stadier, hvis indhold og udseende bestemmes af de aktuelle livsbetingelser. Endvidere vil det psykiskes historiske udvikling være bestemt af samfundets udseende, som igen bestemmer nye samfundsindividets udvikling (her er der altså mulighed for differentiering samt forandring).

På det individuelle plan vil der være en bestemt, en fast rækkefølge af udviklingstrinene, hvis varighed (længden af dem) og udseende er bestemt af trinets indhold, og som betinges af den aktuelle samfundsform, altså er betinget af de forhold, som individet lever under.

Den aktuelle udviklingsfase individet befinder sig i, betegnes ved/ navngives efter fasens aktuelle dominerende virksomhed, hvilket vil sige den aktivitet, der er den mest betydningsfulde for individets videre udvikling. Den dominerende virksomhed er karakteriseret af:

a) I den dominerende virksomhed antydes allerede nye virksomhedsformer. Under førskolealderens ledende virksomhed, legen, betragtede vi allerede den nye indlæringsvirksomhed. Barnet begynder at lære, idet det leger.

b) Den dominerende virksomhed fører til dannelsen og forandringen af psykiske processer. Under legen opstår for eksempel den aktive fantasi, og under indlæringen udvikles den abstrakte tænkning. Nu kan disse processer imidlertid ikke fuldbyrdes udelukkende indenfor den dominerende virksomhed. Mange psykiske processer dannes og forandres i andre virksomhedsformer, som genetisk er forbundet med dem. Abstraktion og almengørelse af for eksempel farver dannes ikke i leg, men derimod mens barnet tegner eller klipper med farvet papir, altså i virksomhedsformer, som kun i deres oprindelse er forbundet med legen.

c) Den dominerende virksomhed medfører den på det givne udviklingstrin betragtede grundlæggende forandring af den barnlige personlighed.

(Larsson, 1981)

På forskellige alderstrin, eller rettere udviklingstrin vil der være skiftende dominerende virksomhed, således vil følgende virksomhed være dominerende på følgende trin:

dominerende virksomhed	alderstrin/udviklingstrin
socialt-emotionelt samvær	spædbørn
genstands-operationel aktivitet	småbørn
legevirksomhed	førskole-børn
lærevirksomhed	skolebørn
arbejdsvirksomhed	voksen

Barnets opvækstbetingelser er altså bestemmende for indholdet i dets virksomhed, der igen giver udtryk for barnets udviklingstrin og kan påvirkes heraf.

altså: omgivelsernes krav til barnet afføder den dominerende virksomhed, som igen bevirker, at barnet udvikler sig psykisk.

#### Sovjetpsykologernes syn på sprogets indflydelse på begrebsdannelsens udvikling

Her arbejder Luria og Vygotskij under samme overordnede opfattelse. Vygotskij har udfra forsøg med at lade børn sortere forskellige træklodser, navngivet af meningsløse stavelser, iagttaget at børnene gennemgår 3 faser i begrebsudviklingen:

1. fase er kendetegnet af, at barnet har synkretiske billeder af sorteringen, dvs. uformede, uordnede opfattelser af sorteringen. De sorterer efter 3 principper:

- a) trial-and-error, et tilfældighedsprincip
- b) rumlig orden: Hvis sammenhæng mellem tid og rum, så placeres billederne under eet
- c) differentiering af tidligere oplevede enheder, usammenhængende mængde.

Børnene har i denne fase intet indre organisationsprincip og ingen logik, men sorterer (danner dette sorteringsbegreb) udfra en aktuel perception af deres omverden, udfra subjektivt oplevede forbindelser mellem genstandene.

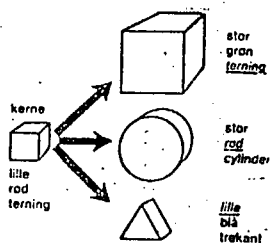
## 2. fase: Kompleksdannelse

Der findes mange former for komplekstænkning, dog er de karakteriseret af at begreberne dannes på grundlag af konkrete, objektive forbindelser mellem genstandene, der ikke kan være logisk identiske, således at de-  
ne specielle forbindelse mellem genstandene danner grundlag for begrebsdannelsen.

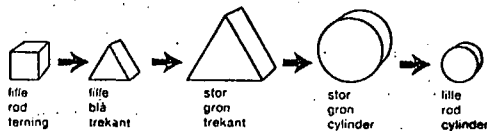
Denne fase i begrebsdannelsen er karakteriseret af sammenhængende og objektive tænkning.

Nogle eksempler på begrebsformer i denne fase er:

- a) associative komplekser



- b) kompletterende komplekser  
mængden karakteriseres af elementernes samlede funktion, f.eks. køkkenting: ting til madlavning, eller  
mængden karakteriseres af repræsentanter for gruppen, f.eks. én rød cirkel, én grøn trekant.
- c) kædekomplekser



- d) diffuse komplekser  
forbindelsen udflydende, ubestemt, f.eks. ligner  $\Delta$  og  $\nabla$  hinanden.  
d) er det første af trinene i en overgangsform til abstrakt tænkning. Det efterfølges af:  
trin I: genstandene med maksimal lighed kategoriseres sammen.  
trin II: (potentielle begreber) mængden karakteriseres af en udskilt egenskab, dvs. abstraktion har fundet sted, dog refereres stadig til konkrete sammenhænge.

e) pseudo-begreber

mængden ligner et abstrakt begreb, men kendetegn er ikke dannet ved abstraktion, men ved konkrete forbindelser.

3.fase: begreber

Abstrakte begreber dannes nu ved analyse og abstraktion

Fasebeskrivelsen er i logisk rækkefølge, men den er ikke beskrivende for individets udvikling, f.eks. kan den voksne også have ikke-færdigt udviklede begreber.

Den tredje fase udvikles normalt i puberteten.

Både Vygotskij og Luria mener, at undervisning er en forudsætning for udviklingen af de ægte, de reelt abstrakte, begreber:

Vygotskij: "Skolegangen er en nødvendig faktor for udviklingen af ægte begreber."

Luria: "Læren udvikler evnen til abstraktion."

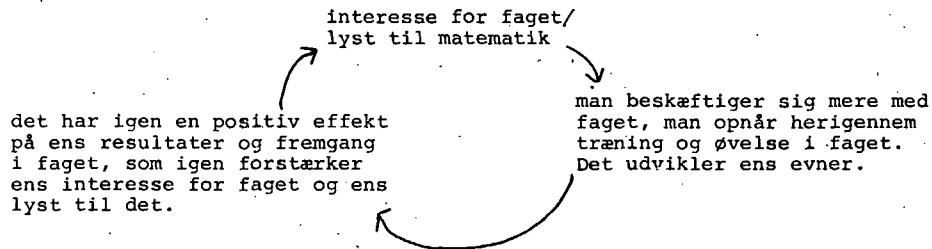
#### 4.2.1.1. Krutetskii, Strukturen i matematiske evner og anlæg og deres natur.

Den sovjetiske forsker V.A.Krutetskii har gennem 12 år (1955-67) foretaget undersøgelser om matematiske evner og anlæg, specielt hvad der udmærker forskende matematikere, hvordan de matematiske evner psykologisk er opbygget, og hvordan man gennem undervisning kan påvirke skolebørns matematiske evner.

Undersøgelserne er opstillet i samarbejde med psykologer, metodologer og lærere. De er foretaget dels blandt skolebørn i 6-17 års alderen, på l. til ll. skoletrin, og dels blandt forskende matematikere.

#### Krutetskii's syn på om evner er medfødte eller indlærte.

Alle mennesker fødes med en lige stor "portion" af anlæg for evner, og hvad man så er god til, bestemmes af hvilke ting man har lyst til/af hvor ens interesser ligger. Lysten styrer hvilke egenskaber man tilegner sig gennem livet, og disse egenskaber er så udtryk for, hvad man er god til eller dårlig til. Har man f.eks. lyst til matematik, eller kan ens interesse herfor vækkes, kan den selvforstærkende virkning, som lysten har på ens energi i faget skematisk beskrives således:



Angående de medfødte anlæg for evner har Krutetskii selv udtrykt det således:

Man har medfødte bestemte måder, som hjernen fungerer på, og ved personer med særlige matematiske anlæg er "hjernen udelukkende orienteret mod at isolere den type af rumlige og numeriske symboler fra de stimuli, der kommer fra omgivelserne, og hjernen er orienteret mod at arbejde optimalt med præcis denne type isolerede stimuli." (Krutetskii, 1976)

"Alle kan således blive almindelige matematikere, men man skal være født til at blive en fremragende, talentfuld matematiker." (Krutetskii, 1976)

Alle skulle også være født ind i én af følgende 3 anskuelsestyper:

- 1) analytisk type (tænker i verballogiske termer)
- 2) geometrisk type (tænker i visuelle termer)
- 3) harmonisk type (kombinerer 1) og 2))

Gennem undervisningen kan man så i vid udstrækning bestemme det specielle indhold i matematikevnerne, idet de almindelige matematikevner dannes gennem indlæring. At være "matematisk egnet" eller have tendenser i den retning, kan nu karakteriseres som værende en generaliseret, forkortet og

fleksibel tænkning på områder med matematiske relationer, tal og bogstav-angivelser, og hjulpet af en matematisk hukommelse.

#### Strukturen i evnerne.

Efter at have klarlagt hvad det vil sige at være "matematisk egnet", kunne Krutetskii undersøge, hvordan evnerne var opbygget, og hvorvidt de var forskellige og virkede sammen.

Udfra at problemløsning, og specielt matematisk problemløsning, altid foregår over 3 trin, opstiller Krutetskii den endelige definition af matematiske evner. Disse er sammensat af de enkelte komponenter.

I alle problemløsniner gennemgår eleven følgende 3 trin:

Apparently, three links or stages can always be traced in the solution of any problem (from the elementary to the very complicated). The solution of any problem seems to begin with the acquisition of initial facts, initial information about the problem, with thorough reflection, attempts to understand, and mastery. Then comes the solution proper, as a stage of processing or transforming the facts acquired for the purpose of obtaining the desired result. And finally, both the process and the result of the solution always leave some trace in the memory, somehow enriching a person's experience.

Thus, we shall distinguish three basic stages of mental activity in the process of solving mathematical problems:

1. Receiving information about the problem (related to an initial orientation toward its terms, an attempt to understand it).
2. Processing (transforming) the obtained information for the purpose of solving the problem, and obtaining the desired result.
3. Retaining information about the problem.

Krutetskii mener, at evner er sammensat af følgende komponenter:

1. Obtaining mathematical information
  - A. The ability for formalized perception of mathematical material, for grasping the formal structure of a problem.
2. Processing mathematical information
  - A. The ability for logical thought in the sphere of quantitative and spatial relationships, number and letter symbols; the ability to think in mathematical symbols.
  - B. The ability for rapid and broad generalization of mathematical objects, relations, and operations.
  - C. The ability to curtail the process of mathematical reasoning and the system of corresponding operations; the ability to think in curtailed structures.
  - D. Flexibility of mental processes in mathematical activity.
  - E. Striving for clarity, simplicity, economy, and rationality of solutions.
  - F. The ability for rapid and free reconstruction of the direction of a mental process, switching from a direct to a reverse train of thought (reversibility of the mental process in mathematical reasoning).
3. Retaining mathematical information
  - A. Mathematical memory (generalized memory for mathematical relationships, type characteristics, schemes of arguments and proofs, methods of problem-solving, and principles of approach).
4. General synthetic component
  - A. Mathematical cast of mind.



Evne- og aldersudvikling hos elever i 1. til 11. klasse.

Krutetskii undersøgte, hvornår de følgende 6 komponenter kan træffes på de forskellige klassetrin, og hvordan de efterhånden udvikledes, påvirket af både aldersudvikling og undervisning:

- 1) formaliseret opfattelse af matematisk stof.
- 2) generalisering heraf.
- 3) kvaliteten, som ligger i forkortede tænkeprocesser (ræsonnementskæder).
- 4) fleksibilitet.
- 5) stræben efter elegant og økonomisering ved opgaveløsning.
- 6) matematisk hukommelse.

De bliver alle gennemgået i det følgende m.h.p. alderstrinnes udvikling af komponenten; rundet enkeltvis af med en konklusion, og til slut afrundet med en fælles opsamling. Vi har brugt Krutetskii's betegnelser for egnede osv., således betyder C - capable, VC - very capable, AC - average capable og IC - incapable.

Ad 1: Formaliseret opfattelse af matematisk stof:

I 2. og 3. klasse findes formaliseret opfattelse i ret primitive former; således har nogle tendens til at afdække de begvedliggende begreber og relationer, og de forsøger at forbinde de enkeltstående dele.

De specielt gode elever begynder i regnetræningsopgaver at sortere de medtagne oplysninger i nødvendige og overflødige for at løse opgaven. Endelig kan de indse, hvis der mangler oplysninger for at kunne løse opgaven.

Efterhånden kommer forkortelsesprocessen i ræsonnementerne også i gang, og begge komponenter tiltager indtil og igennem 4.klasse.

I 4. klasse er der blandt VC'erne en udtalt tendens til en analytisk-syntetisk opfattelse af et problems termer. De begreber, som udgøres af de enkelte elementer, specielt karakteristiske, semantiske matematiske strukturer, er komplekser af forbundne matematiske mængder og kategorier. Eleverne husker opgaverne for noget forskelligt allerede på dette klassetrin: C'erne på det væsentlige og AC'erne på konkrete data.

I de mellemste klasser (= 5., 6., 7. og 8.) tiltager forkortningstendensen og den analytisk-syntetiske anskuelse. C'erne har her en nuanceret egenskabsskala, en mangesidet opfattelsesskala; dvs. den kvalitet, der ligger i at kunne opfatte et bestemt præsenteret begreb (som er undersøgt i forskellige tilfælde) som mangesidet.

I de ældste klasser (9., 10. og 11.) kunne man - under læreinstruktion - iagttage en tendens til at eleverne undersøgte problemernes tilstrækkelighed (deres kompletthed) og deres konsistens (deres harmoni, enhed). Eleverne forsøgte at adskille det postulerede fra det konkluderede; de var på vej til at danne den såkaldt axiom-tilpassede tankegang, som er vigtig for "succes" i matematik.

Konklusion: Det er altså muligt gennem undervisning at påvirke tendensen til at formalisere noget præsenteret stof, til at fange den formale struktur i konkrete opgaver.

#### Ad 2: Generaliseringsevnen:

Generaliseringsevnen begynder først at tage form af alle komponenterne. Allerede i 1.klasse møder man de tidligste former. Dog er det den generelle generalisering og ikke den matematiske generalisering, som udvikles gradvist op igennem de små klasser.

Gennem disse kan man iagttage den relativt enkle form: at kunne placere et særtilfælde under en generel regel. "Bevægelsen" går begge veje: at se, hvordan reglen omfatter særtilfælderne, og at se hvad der i særtilfældet er kendt og generelt, og altså svarer til og hører ind under reglen.

I de mellemste klasser begynder den induktive generalisering at udvikles. Det er evnen til at kunne bevæge sig ud over det kendte og generelle til det ukendte og generelle. Denne evne hænger nært sammen med dels evnen til formaliseret opfattelse af stof, og dels med evnen til gradvist at afkorte antallet af nødvendige øvelser af en bestemt type opgaver, for at kunne generalisere det essentielle i denne type. Øvelserne er altså en forudsætning for generaliseringen, og dem kan man efterhånden skære ned på, fordi eleverne efterhånden er kørt ind på tankegangen i matematik.

I de ældste klasser er en generaliseret løsningsform typisk for eleverne, og den kan også spores hos børn i de yngre klasser. Løsningsformen er en tendens til at løse det specielle tilfælde i en generel form, dvs. at opstille en "højere" regel ud fra opgaveløsningen. Løsningsformen betyder bl.a., at eleverne har let ved at acceptere bogstavregning i stedet for konkrete talværdier; de er jo kun et særtilfælde af en generel løsning. Generaliseringer kan hos ældre C'ere dannes og fungere på flere niveauer samtidig (omtales mere udførligt under matematisk hukommelse). Endelig blev der også hos de ældre elever iagttaget, at de anvendte flere niveauer af generaliserede løsningsmetoder og løsningsprincipper, som adskiller sig ved en forskellig grad af generalisering.

Konklusion: Der er en "linie" i udviklingen af generaliseringsevnen: fra ydre nødvendighed til indre trang; dvs. fra i de små klasser at være i-gangsat af ydre stimuli (lærerens råd og anvisninger, et problems iøjnefaldende logik) udvikles denne nødvendighed (at generalisere for at kunne løse) efterhånden for i de mellemste klasser at være blevet en egentlig indre nødvendighed, en trang, et behov; som eleverne gør brug af, selvom det ikke kræves af ydre omstændigheder. Og sluttelig er denne trang i de ældste klasser så udviklet at den overskygger andre faktorer såsom elegant ved en løsning (dvs. at eleverne i valget mellem at stoppe ved en elegant løsning, der kun har særtilfælde-karakter, og at gå videre og finde en mere kompliceret, men mere generel gyldig regel, valgte det sidste.)

#### Ad 3: Afkortning i tankeprocesserne (ræsonnementerne):

Denne evne udvikles under forudsætning af, at den bestemte slags ræsonnementer og det tilhørende sæt operationer stadig gentages ved en bestemt opgavetypr.

Evnen begynder først at vise sig hos noget ældre elever. I 1.klasse

er der yderst primitive former, og i 2. klasse kun genkendelig for meget enkle problemer. Hos 3. og 4. klasse viser afkortningen sig mere fremtrædende og særligt efter at de har løst en række opgaver og eksempler af samme type.

To træk er karakteristisk for mellemste og til de ældste klasser i udviklingen af afkortningsevnen:

a) Evnen udvikles under forudsætning af gentagen træning i bestemte ræsonnements- og opgaveoperationstyper.

↓  
stadig mindre gentagelse er nødvendig for at springe led i ræsonnementskæden over.

↓  
ræsonnementskæden er så kort som muligt; eleven tænker i afkortede strukturer.

b) Elever er bevidste om led, der efterhånden overspringes i ræsonnementet, og de kan rekonstruere den oprindelige, fuldstændige kæde

↓  
stadig flere led falder ud, men eleven kan med besvær rekonstruere den oprindelige kæde.

↓  
eleven har yderst svært ved og kan for det meste overhovedet ikke rekonstruere den oprindelige kæde; de mellemliggende led er glemt (viser sig ved, at løsningen da er indlysende).

a) og b) udvikles sideløbende.

#### Ad 4: Fleksibiliteten:

I de yngste klasser træffes denne evne kun hos C'ere og VC'ere, og da kun i primitiv form. F.eks. forvirrede det ofte eleverne, når læreren påstod, at én opgave kunne løses på flere måder, der alle gav det samme, rigtige resultat.

I 3. og 4. klasse kunne eleverne bedre acceptere dette og ved lærerens råd finde frem til dem.

I ældre klasser har de matematisk IC'ere stadig svært ved at slå om fra én tankegang (et ræsonnement) til en anden (kvalitativt anden, forbundet med den anderledes opgaveløsning). De var meget bundne af den først fundne løsningsmetode (også selvom den var mere besværlig end en senere fundet), og tænkte i skridt-for-skridt ræsonnementer. En fundet løsning blokerede for andre løsninger.

Evnen udvikles gradvist til at være stadig mindre bundet af et tidligere foretaget ræsonnement, for til sidst at være fuldt udviklet hos ældre elever.

#### Ad 5: Økonomisering med ens mentale kræfter, elegant (rationalitet) i problemløsning:

Evnen begynder først at vise sig i de mellemste klasser. De matematisk AC'ere forsøger at finde en løsning, mens de matematisk VC'ere forsøger at finde den bedste, mest økonomiske løsning. I de ældste klasser er evnen fuldt udviklet og karakteristisk for VC'erne.

Ad 6: Matematisk hukommelse:

I de små klasser er evnen uudviklet; eleverne husker det generelle og det specielle lige godt. Men gradvist bliver sammenhængen mellem de givne oplysninger mere betydningsfuld for dem; sådan at hvis de glemmer noget, er det de konkrete oplysninger og ikke den matematiske sammenhæng. Hukommelsen aflastes efterhånden til at skulle huske det generelle.

Voksnes hukommelse er generaliseret og periodisk indrettet (dvs. de husker også de konkrete data i netop den tid, hvor problemet behandles).

Hos ældre elever karakteriseres hukommelsen af 2 forhold:

1) Det matematiske stof kan huskes på flere niveauer af generaliseringer samtidig. Et eksempel: opfattelsen hos 10. klasse elever af en trekants areal bestod af følgende 3 måder samtidig:

I) det mest brede funktionsmæssige billede af formlen (= en  $\Delta$ 's areal er en funktion af to sider og den mellemliggende vinkel).

II) et mere generaliseret billede, men stadig uden formlen (= en  $\Delta$ 's areal er en funktion af de to sider og sinus af vinklen).

III) formlen selv (=  $A = \frac{1}{2}ab \sin c$ ).

2) Eleverne kan huske generelle metoder og ideer til tilnærmelse til en opgaveløsning; ofte i de mest generelle former, uden detaljer.

Opsamling:

Krutetskii har forsøgt at give et generelt billede af aldersudviklingen af evnekomponenterne på yngste, mellemste og ældste klassetrin (vælges andre underafdelinger, får man mere specificerede billeder).

Udviklingslinien formes under den afgørende indflydelse af indlæringen fra skolen, selv om den ikke kun er bestemt heraf.

Ikke alle komponenter begynder samtidigt: Således ser det ud til, at generaliseringsevnen er den grundlæggende, før de andre evners udvikling, og at den danner basis for disse.

Krutetskii taler meget om, hvad det vil sige at kunne matematik - men ikke på begrebsdannelsesplan. Og slet ikke kønsspecifikt, da det ikke har været hans ærinde. Dog har han i sin bog behandlet kønsforskellene i matematikken, ud fra et review over vestlig litteratur om emnet og den spredte sovjetiske litteratur, som på det tidspunkt (1966) forefandtes. Reviewet dækker dog kun forældet litteratur, og i sine egne undersøgelser har han ikke kunnet spore nogen direkte forskelle, som ikke kommer af den skæve rekruttering. Således udtrykker han selv: "But this actual difference, we believe, should be put down to a difference in tradition, in the upbringing of boys and girls, and to the widespread view of professions as masculine or feminine. The result is that mathematics is often outside the sphere of girls' interests. At least, we have no data available today that would compel us to draw a different conclusion."

#### 4.2.2. Piagets teori om begrebsdannelse.

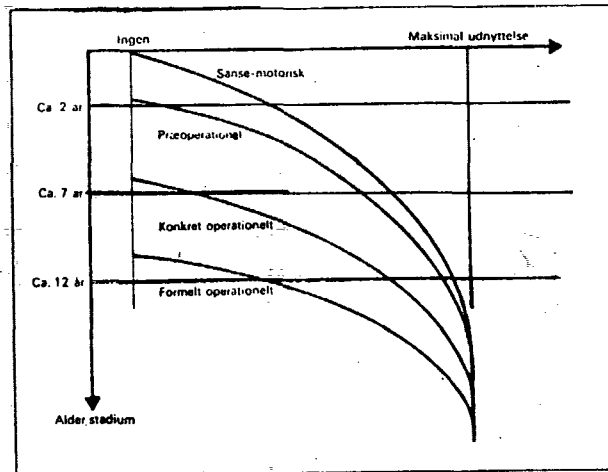
Piagets opfattelse af erkendelsen er dialektisk, idealistisk: Erkendelsen er en aktivitet, som ikke kun består i omgivelsernes påvirkning af personen, men i høj grad i personens handlen med sin omverden.

Erkendelsen sker ud fra personens forudsætninger : de specielle, som er den enkelte persons erfaringer med det, der erkendes, og de generelle, som er de funktionsmuligheder, personen overhovedet har, dvs hvilke handle/erkendelsesstrukturer, som er opbygget i hovedet.

Det er de generelle funktionsmuligheder og strukturerne, Piaget har forsket mest i, da han mener, at disses udvikling er uafhængige af individets egenart og den aktuelle omverden. Til beskrivelse af erkendelsens udvikling bruger Piaget fire stadier, til hvilke der knytter sig forskellige strukturtyper :

Periodens eller stadiets betegnelse	Omtrentlig aldersangivelse	Kortfattet beskrivelse
Sanse-motorisk	-2	Erkendelsen foregår i og med sanse-motorisk handlen. Perioden opdeles i 6 trin med stigende kompleksitet i handlemønstrene.
Præoperationel	2-7	Barnet kan bruge sprog, forestillinger, tegninger o. a. symboler, så erkendelsen er ikke kun sanse-motorisk. Men de indre handlinger eller operationer er således, at erkendelsen præges af egocentrisme, intuitioner og manglende systematik.
Konkret operationel	7-12	Erkendelsen bygger på strukturer, som gør, at de ydre og indre handlinger (operationer) kan udvise en <u>bestemt</u> systematik, dog kun inden for rammerne af konkrete, overskuelige situationer.
Formel operationel	12-	Erkendelsen bygger på strukturer, som udviser en anden systematik; den giver bl. a. mindre afhængighed af, at situationen er konkret og overskuelig. Man kan arbejde formelt; f. eks. med sproglige udsagn eller et matematisk aksiomsystem, man kan overskue alle de muligheder, der logisk set er i en situation, og man kan tænke med »hvis ... , så ... «-antagelser (hypotetisk deduktivt).

Udviklingen af disse og de generelle funktionsmuligheder kalder Piaget den vertikale forskydning i modsætning til den horiensontale forskydning, som svarer til de specielle erfaringer :



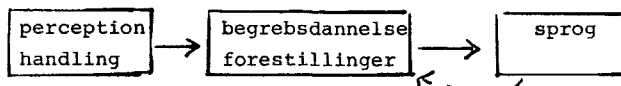
Vertikal og horisontal forskydning

Figuren viser også, at de forskellige funktionsmuligheder, der er udviklet, bibeholdes og videreudvikles : voksne handler også sansemotorisk og har ofte brug for konkrete eksempler!

I Piagets teori beskrives erkendelse v. hj.a. assimilation og akkomodation <sup>1)</sup>, mellem hvilke der skal være "ligevægt" ved erkendelsen.

Det er vigtigt, at Piaget ikke mener, at sprogudviklingen er af afgørende betydning for erkendelsen og tænkningen, idet disse bygger på handlemønstre og ikke på sproget.

Piagets opfattelse af begrebsdannelsen kan illustreres således :



Begrebsdannelsen sker under indflydelse af sprog, handling, den kulturelle omverden og de samfundsmæssigt bestemte sociale relationer.

1) assimilation : nye erfaringer tilpasses i de nuværende strukturer.

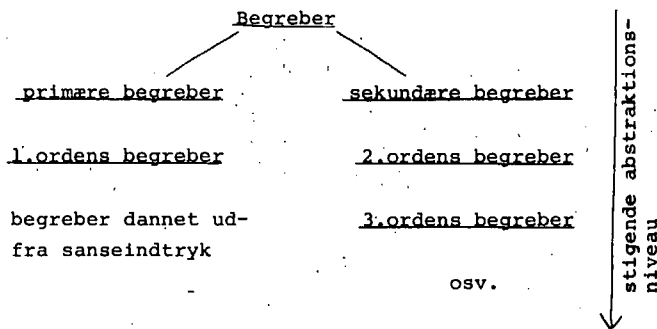
akkomodation : strukturerne tilpasses de nye erfaringer.

4.2.2.1. Skemp. Dannelse/opbygning af matematiske begreber.

Richard R. Skemp, som er både matematiker og psykolog, beskæftiger sig en del med begrebsdannelse, herunder matematisk begrebsdannelse, i sin bog "The Psychology of Learning Mathematics". I hovedtræk er hans idé følgende:

Man klassificerer sine erfaringer og forsøger hele tiden at indpasse sine nuværende oplevelser i disse klasser. Hver gang vi ser noget klassificerer vi det; der er dog ikke 2 gange, hvor man ser det samme (man ser det fra forskellige vinkler, i forskellig belysning, fra forskellig afstand osv.). Udfra alle de forskellige sanseindtryk trækker vi så en bestemt invariant egenskab, som er den vi husker (i stedet for alle de forskellige input). Det er også udfra denne invariante egenskab, at senere input genkendes. "Abstraktion er den aktivitet, hvorigennem vi bliver opmærksomme på ligheder (i dagligdags betydning) mellem vores oplevelser. Klassifikation betyder at samle vores erfaringer på basis af disse ligheder. (...) Slutproduktet af en abstraktion kaldes et begreb." Denne proces er så kontinuert og automatisk, at den meget sjældent bemærkes.

Skemp inddeler begreber på forskellige måder. Han regner med primære og sekundære begreber. Primære begreber er begreber, der er dannet udfra vores sanser og vores erfaringer med omverdenen. Sekundære begreber er dannet udfra andre begreber; abstraktioner af andre begreber. Dernæst inddeler han de sekundære begreber videre i 2.ordens, 3.ordens osv. begreber, hvor de forskellige niveauer begreber er abstraktioner af begreber på det foregående niveau. Niveauerne repræsenterer på den måde "afstanden" fra sanseverdenen til begrebet: altså hvor mange abstraktioner, der skal til for at komme fra de primære begreber ( $\approx$  1.ordens begreber) til et mere abstrakt begreb (af højere orden). På den her måde bliver begreber ordnet i hierarkier, hvor det iøvrigt kun er meningsfyldt at sammenligne begreber indenfor samme hierarki. Man kan f.eks. ikke afgøre, hvad der er mest abstrakt: begrebet sonate eller begrebet farve.



Det var så Skemps generelle opfattelse af begrebsdannelse. Angående matematiske begreber mener han, at de dannes på samme måde som andre, og at de

er en ægte delmængde af mængden af begreber. De er også blandt de mest abstrakte begreber, der findes. "Jo højere ordens begreber, som symboler repræsenterer jo flere erfaringer indeholder de. Matematik er det mest abstrakte og derfor det stærkeste af alle teoretiske systemer."

Dannelsen af de matematiske begreber sker typisk og lettest ved, at en lærer forsøger at kommunikere dem til eleverne. Skemp mener, at det sker bedst ved først at give nogle eksempler, så eleverne har et groft indtryk af, hvad begrebet handler om, og derefter pudse af (skærpe begrebet) v.h.a. en definition. I al almindelighed mener han ikke, at man til en person kan kommunikere et begreb, som er af højere orden (mere abstrakt) end de begreber, som personen allerede har dannet.

Noget andet som man skal tage hensyn til ved formidlingen af matematiske begreber er, at jo mere støj, der er i kommunikationen (dvs. data, som er irrelevant for dette begreb), jo sværere bliver det at "trække det væsentlige ud" og danne begrebet.

Til slut 2 principper for matematikundervisning. Det er vigtigt at læreren kender (og forstår) dem og mindre vigtigt, at eleverne kender dem:

(1) Begreber af højere orden end dem, som personen allerede har dannet, kan ikke kommunikeres til per v.h.a. en definition; men kun ved at arrangere det så per møder en passende samling af eksempler.

(2) Siden det i matematik er sådan, at disse eksempler næsten altid er andre begreber, må man først være sikker på, at disse allerede er dannet i elevens bevidsthed (tankegang).

Af (2) følger at de nødvendige begreber må være tilgængelige. Det er ikke nok, at eleven har lært det engang i fortiden.

#### 4.3. Opsamling på begrebsdannelse.

##### 4.3.1. Piaget og Vygotskij.

Vi mener, at de to begrebsdannelsesteorier overlapper hinanden på mange punkter. Deres skematiske opbygninger af udviklingstrinene virker brugbare, som hovedlinier betragtede, men er for simple til at kunne bruges til mere end hovedtræk/fingerpeg. Vygotskijs tre faser i begrebsudviklingen virker overbevisende og er ikke i modstrid med Piaget. Begge beskriver begrebsdannelse meget generelt og kommer ikke ind på, om piger og drenge får dannet forskellige begreber gennem opdragelsen - på dette område er vi ikke blevet klogere.

Der er uoverensstemmelse mellem dem m.h.t. opfattelsen af, hvad der starter erkendelsesprocessen: udfra Piagets opfattelse kan et givet begreb ikke indlæres, før personen er moden til det (er nået til et bestemt udviklingstrin), udfra Vygotskijs opfattelse er indlæringen derimod med til at fremme udviklingen af begreberne. Således mener Piaget, at processen startes indefra, mens Vygotskij mener, at den startes udefra af omgivelserne. Endvidere er deres opfattelser af sprogets betydning for begrebsdannelsen forskellig: Piaget mener, at sproget er underordnet begrebsdannel-



sen, hvorimod Vygotskij mener, at begreberne faktisk indlæres via sproget.

Vi synes, det er vigtigt, at Vygotskij vægter socialiseringen meget, da det for os at se, netop kan være en årsag til forskellig begrebsdannelse hos piger og drenge, men, som sagt, Piaget og Vygotskij beskæftiger sig ikke med kønsforskelle, så det er vores private mening.

Noget andet, som disse meget generelle beskrivelser af begrebsdannelse ikke udtaler sig om, er hvad begreber egentlig er for noget. Begrebet "begreb" laver hverken Piaget eller sovjet-psykologerne nogen klar afgrænsning af.

Vi har altså ikke ved at arbejde med de to udviklingspsykologier fået noget svar på vores spørgsmål om pigers og drenges forskellige begrebsdannelse og dets betydning for opbygningen af de matematiske begreber.

Vi mener, at det er nyttigt (og nødvendigt), at man som lærer har kendskab til hvordan begreber overhovedet opbygges, men vi savner en lidt mere præciseret beskrivelse af processen. Og da ingen af de to generelle psykologiske retninger beskæftiger sig med, hvad matematiske begreber er og hvordan de opbygges (det er måske bare et specialtilfælde af den almene begrebsdannelse?!), havde vi håbet at få dette klarlagt ved at se på Skemp og Krutetskii.

#### 4.3.2. Skemp og Krutetskii.

Vi mener, der er nogle ting vi kan bruge i både Skemps og Krutetskii's opfattelser af matematisk begrebsdannelse.

Skemps opfattelse om, at begreber ordnes i hierarkier er egentlig udmærket. Begreber kan kun dannes hvis eleverne har de relevante begreber fra det underliggende niveau klare. Desværre er det ikke beskrevet nogen steder hvad begrebshierarkierne består af og hvilke der er forudsætning for hvad (f.eks. hvilke og hvor meget af dem, der er forudsætning for at forstå matematikundervisningen i gymnasiet e.lign.). Derfor kan man i en undervisningssituation ikke tage hensyn til det fuldt ud; men hvis man selv har en ide om, hvilke ting eleverne gerne skal kunne for at gå videre, så kan man jo forsøge at optimere betingelserne (og dermed chancerne) for elevernes begrebsindlæring.

Vi har grebet fat i Skemps begrebshierarkier, fordi vi mener, at det er en fornuftig måde at beskrive begrebsdannelsen på. Hvis vi sammenholder det med problemformuleringen (hvorfor blokerer piger overfor matematik?) giver det nogle muligheder for at forklare, at der er forskel i pigers og drenges beredskab til at lære matematik - de har forskellige erfaringer og handlemuligheder og får derudaf dannet forskellige begrebshierarkier. Det er et af vores huller, at disse begrebshierarkier intet sted beskrives særlig konkret og slet ikke kønsspecifikt.

Angående Krutetskii mener vi, at de komponenter, han behandler i forbindelse med matematikindlæring, mest er nogle af de resultater, som undervisningen giver (i modsætning til forudsætninger for den). Det er egenskaber/færdigheder, som eleverne udvikler efterhånden, og som er ret udviklede på de senere trin. Nogle af komponenterne (især almen generalisering og en

form for formalisering), mener vi er en forudsætning for i det hele taget at kunne gå i gang med matematik. De to er i nogen grad til stede på forhånd, mens de resterende fire (fleksibilitet, rationalitet, reversibilitet og matematik-hukommelse) udvikles som følge af undervisningen. Vi vil ikke godtage Krutetskiis opfattelse af medfødte anlæg til evner, som så udvikles til at udgøre personlige egenskaber. Vi mener ikke, at man har medfødte matematikevner. Og bortset fra, at vi ikke mener hans tre anskuelsestyper (analytisk, geometrisk og harmonisk) er medfødte, er det nok rigtigt, at de findes, og derfor må man også i en konkret undervisningssituation anskueliggøre stoffet på flere forskellige måder for at give flest mulig elever chancen for at forstå det.

Begge retningers beskrivelse af matematisk begrebsdannelse/evner er af meget generel karakter, og ingen af dem giver nogle helt konkrete bud på hvad matematiske begreber er eller hvordan de opbygges. Heller ingen af dem har nogen opfattelse af kønsforskelle i opbygningen af begreber og dets betydning for matematik.

Selvom vi altså ikke har fået nogle svar på vores spørgsmål om dannelsen af forskellige begreber hos piger og drenge tror vi stadig, at socialiseringen, som jo giver dem forskellige erfaringsberedskaber, er medvirkende til en forskellig begrebsdannelse.

Kap. 5. VIDENSKABSTEORI.

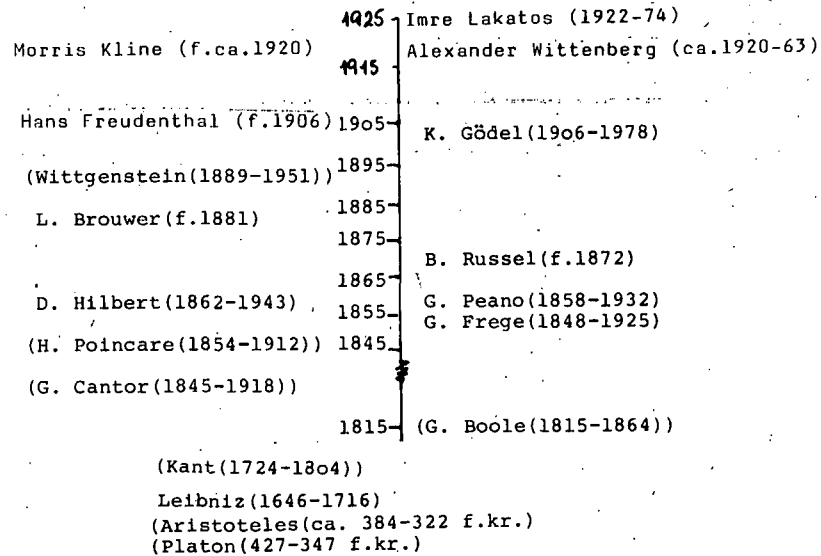
5.1. Indledning.

Meningen med dette afsnit er ikke at give nogen fuldstændig beskrivelse af forskellige matematik-opfattelser gennem tiden, da det er gjort mange andre steder<sup>1)</sup>. Vi vil kun medtage de elementer fra videnskabsteoriene, som har betydning for vores problemstilling.

Det har i sig selv været svært for os at tænke på, at der er/har været forskellige opfattelser af faget. Vi er gået igennem skolesystemet uden at have fået at vide, at der eksisterer forskellige opfattelser af faget, og er efterladt i den tro, at matematik er en fast størrelse. Ganske vist fik vi en fornemmelse af, at matematikken har udviklet sig, men kun i een fremadgående retning.

Inden for de enkelte videnskabsteorier har vi kun beskæftiget os med de mest fremtrædende mænds opfattelser af matematik. Vi har beskæftiget os lidt med de ældre opfattelser, for at få en fornemmelse af, hvilke principper, de senere opfattelser har overtaget fra disse. Videre har vi beskæftiget os med de videnskabsteorier, som har betydning for undervisningen idag. Vi har som en repræsentant for en matematik-opfattelse, der ikke accepterer det grundlag for matematik, disse videnskabsteorier har, valgt intuitionismen.

5.2. Tidslinie<sup>1)</sup>.



1) På tidslinien her er folk placeret efter deres fødselsår - deres aktive periode ligger sandsynligvis mindst 30 år længere oppe, hvilket man selv bedes lægge til. Navnene i parenteser betyder, at vi er stødt på vedkommende under arbejdet, men ikke har nævnt ham i projektet.

5.3. Kort rids af nogle videnskabsteorier.

5.3.1. Logicisme.

I forlængelse af Leibnitz' idé om at bringe matematik og logik sammen, forsøgte Frege og Russell at lave et program for, hvorledes det skulle gøres:

Det logiscistiske program Ved hjælp af nogle få logiske symboler (begreber) og nogle få logiske slutningsregler, som opfylder matematikkens krav om strenghed og beviselighed, kan matematikken deduceres fra logikken.

Frege og Russell er enige om dette program, selv om de har grundlægende forskellige syn på, hvad tal og definitioner er: Frege mener, at tal hører til de logiske objekter, hvorimod Russell blot opfatter dem som notationer. Frege mener, at eksistensen af det definerede må vises, mens Russell mener, at definitioner er afhængige af den sammenhæng, de indgår i. De mener begge, at definitioner formidler overgangen mellem indlysende logiske symboler og ikke-indlysende logiske symboler.

Frege's logistiske system (incl. mængdelæren) indeholder en modsigelse, som i Russell's formulering lyder således: Frege forudsætter, at enhver egenskab definerer en mængde. Russell viste, at hvis det er tilfældet, må det også gælde for

$$M = \{x \mid A(x) = x \notin M\}$$

(mængden af elementer x tilhørende M, som har den egenskab A, at de ikke tilhører M), og det fører til en modstrid. For at løse Frege's paradoks, indførte Russell sin typeteori. Han tillagde begreber et meningsområde, og alle begreber inden for samme meningsområde er af samme logiske type. På den måde er det ikke meningsfyldt at spørge "om en klasse er medlem i sig selv", i mængden M fra før skal der være typeforskel på x og M.

For at kunne udtrykke matematikken godt nok ved hjælp af typeteorien, måtte Russell indføre ikke-logiske aksiomer (f.eks. uendelighedsaksiom, udvalgsaksiom). Således lykkedes det ikke for nogen af dem at bevise den logiscistiske tese: at matematikken kan reduceres til logik.

5.3.2. Formalisme.

Efter at de første forsøg på at sikre matematikken mod antinomier (modsigelser) var slået fejl, kom Hilbert med sit formalistiske program. Han mente, at man som praktisk arbejdende matematiker skulle have lov at boltre sig stort set som man ville, i "det antematiske paradis". Det skulle blot sikres hen ad vejen, at det, der blev lavet, var konsistent. Han satte sig altså som mål at bevise konsistensen af matematikken for at "redde" denne.

At vise, at et system af sætninger (f.eks. teoremerne i en matematisk teori) er konsistent, er at vise, at det ikke indeholder to sætninger, hvoraf den ene er negationen af den anden; eller en sætning, som alle andre

Sætninger følger af Hilberts intentioner resulterede i et praktisk program, det formalistiske program, som han ville udføre á to omgange: Først skulle hele matematikken formaliseres, dvs. der skulle konstrueres et system, som skulle være formelt, på den måde at slutningsreglerne virkede på sekvenser af symboler, og der kun skulle tages hensyn til arten og rækkefølgen af symbolerne (ikke f.eks. til deres mening). Ud fra det formelle system skulle ihvertfald den indledende matematik kunne udledes ved hjælp af et nærmere bestemt sæt af slutningsregler. Dernæst ville han vise, at anvendelsen af slutningsreglerne aldrig kunne føre til modsigelser, eller rettere til formel inkonsistens i den betydning, at der f.eks. ikke kunne eksistere et gyldigt bevis, som endte med udsagn som "1=2".

Med andre ord ville Hilbert henføre/omskrive matematikken til et finit system, fordi han troede, at det kunne lade sig gøre at give et absolut konsistensbevis for finitte systemer.

Hilberts program kunne ikke gennemføres, fordi det viste sig, at et systems konsistens ikke kan afgøres indenfor systemet. Det kan kun afgøres i et system, der logisk er stærkere end det, man skal bevise konsistensen af, og jo stærkere et system er, jo større chance er der også for inkonsistenser. Så hvis man beviser konsistensen af et system ved hjælp af et stærkere system, skal man bagefter bevise konsistensen af dette system, osv.

Resultater, som satte afgørende begrænsninger for gennemførelsen af det formalistiske program, var Gödel's sætninger (uafgørlighedssætningerne):

1. I ethvert tilstrækkeligt righoldigt system, kan der formuleres sætninger, der hverken kan bevises eller modbevises indenfor systemet, medmindre systemet selv er inkonsistent (uafgørlighedssætningen).
2. Ingen sætning, som formelt udtrykker konsistensen af et "Hilbert-formaliseret" system indeholdende talteorien, er beviselig inden for systemet, når systemet er konsistent. Man kan godt finde en sådan sætning, men den kan hverken bevises eller modbevises.

### 5.3.3. Strukturalisme.

Denne retning er ikke, som de foregående, filosofisk begrundet, men derimod praktisk.

Bourbaki er den mest fremtrædende repræsentant for strukturalisme; det er en arbejdsgruppe, dannet i 30'erne, som har forsøgt at samle og strukturere matematikken. Gruppen har stræbt efter at finde fællestræk ved forskellige matematiske teorier. Disse fællestræk skulle dække over nogle fælles ideer, som er selve grundlaget i de matematiske teorier: De logisk

set fundamentale strukturer<sup>1)</sup>

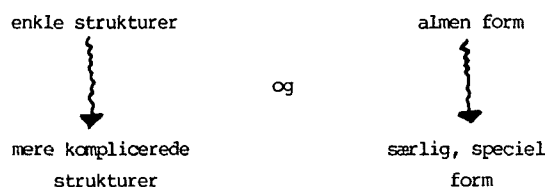
Den aksiomatiske metode er central: Strukturer og disses egenskaber studeres, elementernes indbyrdes relationer udtrykkes i aksiomer, hvorfra teoremerne, som udtrykker strukturernes egenskaber, deduceres.

Sproget, strukturerne beskrives i, er mængdelærens.

De logisk set fundamentale strukturer er identificeret som:

- algebraisk struktur (mængde med komposition)
- ordningsstruktur (mængde med ordningsrelation)
- topologisk struktur (mængde med omegnssystem)

Ved hjælp af disse kan matematikken opstilles i en slags hierarki. Heri udgør de nævnte grundstrukturer kernen: De kan variere fra den mest almene form med det mindste antal aksiomer og en enkel struktur, til en udbygget struktur med et øget antal aksiomer.



(figurerne er skematiske og idealiserede)

De tre grundstrukturer kan beskrive de fleste andre matematiske strukturer, men der findes dog dele af matematikken, som det ikke har været muligt at beskrive ved hjælp af disse. Den udelukkes ikke, at der findes andre grundstrukturer. Strukturalisme organiserer således ikke matematikken i emner, men i fællestræk for teorierne. Herved bliver der tendens til at "algebraisere" teorierne (også f.eks. geometri, som herved mister sin konkrethed), dvs. at den aksiomatiske metode giver matematikken et enhedspræg, der bliver et frugtbart forskningsinstrument for dem, der altid har villet sætte ideer i stedet for regning. Formålet med den aksiomatiske metode er da også at økonomisere med ens regne/hjernemæssige indsats: Så snart en relation mellem forskellige studerede elementer erkendes, kan den strukturs aksiomer, hvori relationen "passer", anvendes på elementerne. Fejltrin og forvekslinger undgås således.

---

1) Måden at afdække strukturerne på er gammelkendt, men dens anvendelsesområde er nyt. Måden er:

- man opløser en teori i dens argumenter og udskiller de essentielle dele og argumentstrukturer
- disse isoleres og formuleres abstrakt (i aksiomatisk stil)
- de enkelte deles konsekvenser udvikles og afprøves
- delene føjes sammen
- deres indbyrdes påvirkning undersøges

#### 5.3.4. Intuitionismen.

Intuitionistiske ideer inden for matematik starter med Kroenecker i 1870'erne, men først i 1907 afgrænses intuitionistisk matematik med Brouwer's disputats.

Brouwer beskriver på det tidspunkt situationen inden for matematik ved at dele den op i to grupper:

- 1) En autonom matematik. Her var eksakt eksistens, absolut pålidelighed og "ikke-selvmodsigelighed". Den var universelt anerkendt, uafhængig af sprog (Brouwer's mening/påstand) og erkendelsesteoretisk uproblematisk. Denne matematik omfattede bl.a. :
  - a) Den elementære teori for de naturlige tal
  - b) Princippet for fuldstændig induktion (induktionsbeviset i den intuitive form)
  - c) Mere eller mindre betydelige dele af algebra og talteori, og dele af elementær analyse
- 2) En matematik, hvis sandhedsværdi var afhængig af sprog og logik. F.eks. var det nødvendigt at anvende den klassiske logik (det udesluttede tredjes princip) for at danne de reelle tal. Til denne gruppe hørte også kontinuumsteorien, som manglede et bevis for eksistensen af "ikke-selvmodsigelse".

Problemerne i mængdelæren (f.eks. Russell's og Cantor's paradokser), var alvorlige. Russell mente, at problemerne var af generel natur (ikke specielt matematiske), og at sproget skulle renses for disse logiske problemer.

Intuitionisterne, derimod, mente, at matematikken tillod konstruktioner, der ikke var holdbare. Der var kommet ubegrundede antagelser ind i matematikken. Matematikken var syg. Det syge skulle skæres væk.

Brouwer opfatter matematik som en fuldstændig autonom og selvtilstrækkelig aktivitet (konstruktionsproces), og fuldstændig adskilt fra matematisk sprog, specielt fra sprogfænomener, som er beskrevet ved teoretisk logik. Matematisk eksistens bliver sammenfaldende med konstruerbarhed. Dog gør Brouwer selv opmærksom på, at enhver endelig liste over konstruktive matematiske principper, principielt er ukomplet.

Programmet for intuitionisterne bliver således at konstruere matematiske objekter, eftersom kun konstruerede objekter har matematisk eksistens. Det er ikke at vise legitimiteten af disse konstruktioner (ved hjælp af logik eller formalisme). For de er legitime i sig selv - de bestemmer deres egen værdi: At tælle som aktuel konstruering er selvfølgelig aldrig helt præcist defineret i almindelige vendinger; men intuitionisterne hævder, at det bliver helt klart i praksis.

For det første konstruerer intuitionisterne de naturlige tal på basis af den intuition, at alle kan skelne mellem 1 og 2 (og mellem 3 og 4), og derfor er i stand til at tælle. Den bagvedliggende filosofi er en filosofi

bygget op omkring vores fornemmelse af tidens bevægelse (Bhagavad-gita, og senere klarere beskrevet af Kant).

Derneft konstrueres potentielt uendelige, fortsættende sekvenser  $p_1, p_2, p_3, \dots$ . Begreberne aktuelt uendelig og aktuelt uendelige mængder accepteres ikke, da sådanne ikke kan konstrueres. Den bagvedliggende filosofi er også her en filosofi omkring vores tidsopfattelse. Konstruktionen af disse sekvenser  $p_1, p_2, p_3, \dots$ , som er valgt mere eller mindre frit fra tidligere konstruerede matematiske objekter, sker på sådan en måde, at den valgfrihed, der måske eksisterer for det første element  $p_1$ , kan udsættes for en varig restriktion ved et eller andet følgende  $p_r$ , og igen og igen til skarpere, varige restriktioner, eller oven i købet til sløjfning ved videre følgende  $p_r$ 'er.

Begrebet species introduceres som en måde, hvorpå man definerer delmængder af allerede konstruerede matematiske objekt-systemer. At E er en species betyder, at E er en egenskab ved allerede konstruerede matematiske objekter og tilfredsstillende betingelsen, at hvis de holder for et givet matematisk objekt, holder de også for alle matematiske objekter, som er defineret til at være lig dette: Hvis  $a=b$ , og  $E(a)$ , så  $E(b)$ . Lighedsrelationen skal være symmetrisk, refleksiv og transitiv. Matematiske objekter, der er konstrueret tidligere, uafhængigt af egenskaberne, og for hvilke egenskaberne gælder, kaldes matematiske species-elementer.

Forskellen mellem klassisk og intuitionistisk matematik kommer klart til udtryk ved de reelle tal. Da intuitionisterne kræver, at en talfølge skal kunne konstrueres, medfører det, at den klassiske udgave af følgende udtryk:

$$\forall \epsilon > 0 \exists N \forall m, n > N: |a_n - a_m| < \epsilon$$

skal forstås konstruktivt, og derfor til omformes til:

$$\forall k \in \mathbb{N} \exists N(k) \forall m, n > N: |a_n - a_m| \leq 1/k$$

Hvis intuitionisterne, for at konstruere de reelle tal, kun benyttede ækvivalensklassen af konstruerbare Cauchy-talfølger, ville de reelle tal blive numerable. Altså ville kontinuum'et ikke fås. Begrebet "en spredning" (spread) indføres for at indfange dette. For en intuitionist er kontinuum'et af de reelle tal ikke en fuldstændig totalitet af dimensionsløse punkter på en linie; men nærmere sandsynligheden for en gradvis bestemmelse af punkter, som er beskrivelige (konstruerbare) ved hjælp af tanken om potentielt uendeligt fortsættende sekvenser og tanken om "spredning". En spredning M er defineret ved hjælp af to love, som kaldes for spredningsloven  $\mathcal{A}_M$  og komplementaritetsloven  $\Gamma_M$ .

En spredningslov er en regel  $\mathcal{A}$ , som deler de finite sekvenser af naturlige tal i tilladelige og ikke-tilladelige sekvenser ved hjælp af følgende fire "recepter":

- 1) Ved reglen  $\mathcal{A}$  kan det afgøres for ethvert naturligt tal  $k$ , om det er en et-medlems tilladelig sekvens eller ej. (En et-medlems-sekvens består af et naturligt tal og en n-medlems-sekvens af  $n$  sådanne tal. Sekvensen  $a_1, a_2, a_3$  kaldes for en

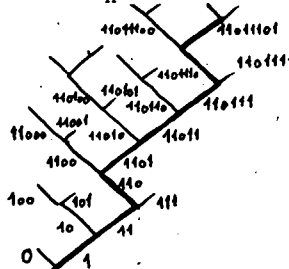


- umiddelbar efterfølger af  $a_1, a_2$ , og  $a_1, a_2$  er en umiddelbar forgænger for  $a_1, a_2, a_3$ . Den samme terminologi benyttes også i det generelle tilfælde, for  $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$  og  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .
- ii) Enhver tilladelig sekvens  $a_1, a_2, \dots, a_{n+1}$  er en umiddelbar efterfølger af den tilladelige sekvens  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .
- iii) Hvis en tilladelig sekvens  $a_1, \dots, a_n$  er givet, tillader reglen  $\Lambda$  os at beslutte, for ethvert naturligt tal  $k$ , om  $a_1, \dots, a_n, k$  er en tilladelig sekvens eller ej.
- iv) Til enhver tilladelig sekvens  $a_1, \dots, a_n$  kan findes et naturligt tal  $k$ , så at sekvensen  $a_1, a_2, \dots, a_n, k$  er en tilladelig sekvens.

Komplementaritetsloven  $\Gamma_M$  for en spredning  $M$  tillægger et definit matematisk objekt til enhver finit sekvens, som er tilladelig ifølge spredningsloven for  $M$ .

En potentielt uendeligt fortsættende sekvens (ips) skal opfylde den regel, at for ethvert  $n$  skal  $a_1, a_2, \dots, a_n$  være tilladelig ifølge  $M$ .

Komplementaritetsloven  $M$  for en spredning  $M$  tillægger et definit matematisk objekt til enhver finit sekvens, som er tilladelig ifølge spredningsloven for  $M$ .  $M$  tillægger til hver tilladelig sekvens  $a_1; a_1, a_2; a_1, a_2, a_3; \dots$  et matematisk objekt:  $b_1$  til  $a_1; b_2$  til  $a_1, a_2; b_3$  til  $a_1, a_2, a_3$  osv. Hvert af disse potentielt uendeligt fortsættende objekter, som  $b_1, b_2, \dots, b_n$  udgør, kaldes et element af spredningen  $M$  - med  $b_n$  som den  $n$ 'te komponent. Man kan forestille sig spredningen  $M$  som et "træ" - se figuren, der forestiller et "binært" "træ" - hvor en ips kan siges at være en tur langs en tilladt rute.



To spredningselementer er ens, hvis deres  $n$ 'te komponent er ens; og to spredninger er ens, hvis der til ethvert element i en af dem kan findes et ens element i den anden.

Den intuitionistiske tanke om spredning fører til kontinuumsbegrebet, som en mulighed for visse aktuelle konstruktioner.

Intuitionisterne beskæftiger sig ikke med en matematiseret, generel logik, men kun med en matematisk logik, der går på formulering af principperne, der er benyttet i aktiviteten af matematiske konstruktioner. Skønt intuitionisterne har produceret formelle systemer, som kan gøres og har været gjort til genstand for meta-matematisk udforskning, betragtes disse systemer af dem som sproglige biprodukter af essentielt ikke-sproglige aktiviteter af matematik, og værende af hovedsagelig pædagogisk værdi.

Fra et rent formelt synspunkt er intuitionistisk logik et subsystem af

den klassiske logik, hvor indskrænkningen i sidste instans kommer af konstruerbarhedskravet. Imidlertid viste Gödel, at klassisk logik kan indlejres i intuitionistisk logik, da de er lige stærke med hensyn til konsistens.

Intuitionisterne anerkender ikke det udesluttede tredje's princip, ej heller følgende dobbelt-negations-udtryk:  $\neg\neg p \Rightarrow p$ .

Den intuitionistiske implikation:  $p \Rightarrow q$ , er ikke en sandhedsfunktion. Intuitionisten Heyting forklarer den på følgende måde:  $p \Rightarrow q$  kan påstås, hvis og kun hvis vi er i besiddelse af en konstruktion  $W$ , som sammen med enhver konstruktion, der beviser  $p$  (antag, at sidstnævnte konstruktion effektueres), automatisk vil bevirke en konstruktion, som beviser  $q$ .

#### 5.4. Videnskabsteori - fagopfattelse - undervisning.

Vi har ikke kunnet finde belæg for vores hypotese om, at piger og drenge danner forskellige begreber. Vi kan derfor ikke sammenholde strukturmatematikken med kønspecifikke begrebsdannelse, men der kan stadigvæk godt ligge et problem her. For at afdække dette skal der dog først finde en teoridannelse sted vedrørende begreber og begrebsdannelse. Endvidere skal sammenhængen mellem videnskabsteori, fagopfattelse og undervisning teoretiseres.

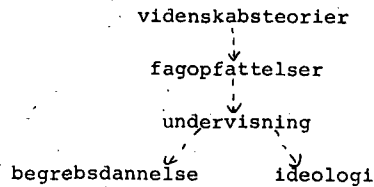
I vores beskæftigelse med videnskabsteorier er vi godt nok stødt på flere personer, der mener, at der eksisterer en sammenhæng mellem videnskabsteori, fagopfattelse og undervisning (f.eks. René Thom). Men hvilken betydning de forskellige videnskabsteorier får for undervisningen har vi ikke set formuleringer af. Derfor havde vi håbet gennem vores eget arbejde med videnskabsteorier selv at kunne formulere, hvilken indflydelse videnskabsteoriene har på fagopfattelsen og dermed på undervisningen. Denne opgave har dog ikke været helt let!

Vi mener, at i og med at videnskabsteoriene diskuterer grundlaget for matematikken, må der herfra komme en holdning til, hvad det centrale er i matematikken, og altså hvad der skal erkendes gennem matematikundervisningen.

Lærerne er påvirkede af deres egne erfaringer med matematik gennem deres uddannelse, hvilket har givet dem en (måske ikke udtalt) opfattelse af faget og formidlingen af matematik (som de selv har været udsat for). Det katastrofale er så bare, at mange matematiklærere og matematikkonsulenter ikke er sig selv denne påvirkning bevidst, men alligevel gennem deres undervisning og eventuelle lærebogsforfatninger formidler en opfattelse af, hvad matematik er.

Selvom der bag en stofudvælgelse ligger en opfattelse af, hvad matematik er, er udvælgelsen ikke kun udformet udfra en bevidst holdning til denne fagopfattelse. Udvalget sker også udfra en mening om hvordan begrebsdannelsen sker psykologisk og fagligt logisk. Endvidere påvirkes udvælgelsen af en politisk stillingtagen til skolens funktion i samfundet, og dermed også matematikundervisningens udformning, da denne jo skal opfylde skolens ideologiske funktion.

Vi illustrerer vores opfattelse således:



De videnskabsteoretiske retninger, som beskæftiger sig med matematikkens væsen og dens grundlag, præger ikke direkte den praktiske udførelse af matematikformidlingen - mange lærere har aldrig beskæftiget sig med videnskabsteori, men er igennem deres egen uddannelse blevet udsat for en fagopfattelse, som de så ubevidst har overtaget.

Det er for os at se ikke muligt udfra de forskellige betragtede videnskabsteoretiske retninger at udlede en bestemt form for undervisning. Derfor har det ikke været muligt for os at se, hvorvidt en anden fagopfattelse vil føre til en anden udformning, som kunne mindske pigers fravælgelse/blokering.

Dog er der alligevel en påvirkning fra videnskabsteori til undervisning: Hvis man f.eks. opfatter logik som grundlaget for matematik (eller er blevet undervist efter denne opfattelse) må det forekomme én basalt at undervise i dette. De videnskabsteoretiske retninger formalisme og logicisme er grundlaget for strukturalisme. Denne, som ikke er en filosofisk, men snarere en mere praktisk begrundet retning, har vi taget med, fordi det er den, der er grundlaget for den nuværende matematikundervisning. Det er klarere udfra denne retning at udlede en matematikundervisning, da den netop tager udgangspunkt i opbygningen af matematik i stedet for grundlaget.

Kravet om et videnskabsteoretisk indhold i vores projekt har for os betydet, at vi var nødt til at komme rundt om både logicisme, formalisme, strukturalisme og intuitionisme. Dette har medført, at vi for sent er blevet opmærksomme på, at nyere retninger indenfor matematikfilosofi eksplicit forsøger at koble fagopfattelse og undervisning sammen. Vi har derfor været nødsaget til blot at danne os et overblik over disse nyere retninger gennem læsning af Ole Skovsmoses bøger "Didaktiske arbejdsopgaver" 1, 2 og 3 (Ole Skovsmose, 1980/81). Vi er ikke ved gennemlæsningen stødt på fagopfattelsen, og der mangler stadig en forbindelse mellem videnskabsteori og de didaktiske analyser og de praktiske udformninger af undervisningen. Alligevel synes vi, at der er mange gode ideer at hente her.

Vi vil derfor kort gengive nogle af hovedstrømningerne inden for matematikdidaktik:

Imre Lakatos kritiserer i sin bog "Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Refutations" (1976) videnskabsteori-retningerne for kun at handle om matematiske produkter og for ikke at foretage analyser af de proces-

ser, som har ført til produkterne. Procesanalysen skal bestemme hvilke problemer, der har været inden for matematik, hvorledes de er blevet behandlet, hvilke begreber, der er blevet skabt undervejs, etc.. Endvidere skal omgivelserne for denne matematiske udvikling medtænkes - hvilke ydre faktorer, der har stimuleret interessen for netop de behandlede problemer. I bogen analyserer Lakatos selv en matematisk bevisproces for et ganske vist snævert område af matematikken (Eulers polyedersætning).

Det centrale i matematik bliver skabelsen af begreber og teorier (begreber dannes under opbygningen af et bevis, dvs. bevisarbejdet er også en begrebsdannelsesproces). Lakatos gør sig endvidere didaktiske overvejelser og kritiserer undervisningen for at være deduktiv.

Morris Kline, der er antiformalist ligesom Lakatos, har i sin bog "Hvorfor kan Jørgen ikke regne" (1977), knyttet et angreb på deduktivismen sammen med det genetiske princip. Kline knytter følgende bemærkning til formuleringen af det genetiske princip: "Det genetiske princip kan måske sikre os mod almindelig forvirring: Hvis A logisk går forud for B i et givet system, kan B stadig berettiget gå forud for A i undervisningen, især når B er gået forud for A historisk set. I det hele taget kan vi vente større succes, hvis vi følger det genetiske princip, end hvis vi følger den rent formelle vej til matematikken." (Kline, 1977, p.119).

Lederen af det hollandske Institut for Udvikling af Matematikundervisning (IOWO) var fra 1971-76 Hans Freudenthal, som både arbejder ud fra processynet og det genetiske princip. I sit forord til "Five Years IOWO" nævner han to centrale synspunkter, som har ligget til grund for IOWOs arbejde. For det første at matematikken er en menneskelig aktivitet. For det andet at udviklingen af undervisningsforløb bør foregå i samspil med undervisningssituationen. Freudenthal mener, at der skal undervises i matematik ud fra den sokratiske metode, hvor erhvervelse af viden består af genopdagelse, hvilket ifølge ham selv giver eleverne en fornemmelse af den proces, der er karakteristisk for matematik. Den sokratiske undervisningsmetode forudsætter tillid til elevens erkendelsespotentialer.

Endvidere var hans tanker, at der skulle knyttes relevansdiskussion til matematikformidling: Hvor charmerende og motiverende spil kan være, kan de ikke udgøre rygmarven i matematikerfaring. Alligevel foregår IOWOs matematikkurser i en legeverden, hvortil det er meningsløst at knytte relevansdiskussionen.

En anden "genetiker" Alexander Wittenberg har sagt, at matematik er vokset frem gennem en matematisk arbejdsproces, og at begreber er opstået som led i et afklaringsarbejde og som svar på visse problemer. Begrebsdannelsen har i en historisk og faglig sammenhæng karakter af nødvendighed. Denne sammenhæng kan de ikke fjernes fra.

Kap. 6. EN "IDEEL" UNDERVISNING.

"Hvilke krav vil vi stille til en ikke-kønsdiskriminerende matematikundervisning?"

Før vi kan forsøge at besvare dette punkt i problemformuleringen (IV.1) og de efterfølgende (IV.2 og 3), må vi diskutere, hvilken opfattelse vi har af matematik som videnskab og som skolefag:

Matematik samarbejder med andre videnskaber i kraft af dens metoder og teorier, som er egnede til problemløsning. Dette vidner matematikkens historiske udvikling også om; den har gennemgået en udviklingsproces i nært samspil med andre videnskaber, bl.a. fysik. Og processen fortsætter: der er endnu uløste problemer i matematikuniverset, ligesom der stadig udvikles nye teorier.

Men matematikkens udvikling sker ikke bare af sig selv. Hvad der forskes i og hvordan det gøres er ikke objektivt bestemt, men er i høj grad afhængig af økonomi og interesser. Endelig har det faglige indholds mulige anvendelser visse begrænsninger (tænk blot på matematiske modeller, og indenfor skolesystemet kan klassekvotientundersøgelsen (jvf. Byggesten) nævnes som nyeste kuriositet). Kort sagt mener vi altså, at en matematisk faglig kompetance nødvendiggør, at fagkritik og samfundskritik inddrages i arbejdet med matematik, såvel i den offentlige debat, som i skolen.

Skolen indgår i vores kapitalistiske samfund og er underlagt staten og dens ideologiske rolle, der skal sikre de sociale og ideologiske forudsætninger for, at den nuværende produktionsmåde opretholdes. Dette varetages v.h.a. 3 typer af indgreb: økonomiske/tekniske, politiske og ideologiske. Eksempler på økonomisk/tekniske indgreb kan være: statsstøtte, indgrebspolitik, indgreb i lønforhandlingerne, toldpolitik, eksportkreditter, finanspolitik, penge- og kreditpolitik, finansiering af uddannelse m.m. Eksempler på politiske indgreb kan være: indsættelse af politi, militær eller efterretningstvæsnere ved demonstrationer o.a., indgreb i forbindelse med det arbejdsretlige system og det kollektive overenskomstsysteem m.m. Eksempler på ideologiske indgreb kan være: indgreb vedrørende religion, udformning af uddannelsers indhold, massemedier, kultur, sport, arbejdsregler og almindelig lov og orden m.m.

Det ses, at skolen er underlagt de ideologiske indgreb. Skolens ideologiske funktion (skolens "sammenhæng" med staten og dens ideologiske betydning) er altså at sikre, at eleverne gennem undervisningen erhverver visse kvalifikationer, både af faglig, arbejdsmæssig og moralsk art.

I det følgende vil vi diskutere, hvilken ideologi vi mener bør ligge bag en matematikundervisning; hvilke kvalifikationer en sådan undervisning vil udstyre eleverne med, og endelig hvilken undervisningsform, der bedst honorerer den krævede ideologi og de krævede kvalifikationer.

Når man sammenkobler gymnasiets nuværende stilling i uddannelsessystemet og samfundet, gymnasieelevernes sammensætning og uddannelses-/erhvervsudsigter og endelig vores opfattelse af matematikken, mener vi, at den ideologi, der vil tjene eleverne bedst, vil være en erkendelse af matematiks

redskabskarakter; at den kan anvendes til at organisere en del af "verden" med. Denne erkendelse skal samtidig være kritisk, således forstået, at redskabets udstrækning og begrænsning skal erkendes. Endelig vil vi formidle og befordre en frigjort holdning til matematik og en diskussion blandt eleverne af skolens placering og funktion i samfundet m.h.p. dens ideologiske funktion og specielt en diskussion af matematikkens rolle heri (dvs. diskutere dens socialiserende, kvalificerende og sorterende funktion).

Nært forbundet med denne ideologi er de kvalifikationer, som eleverne vil blive udstyrede med. Disse er i stikordsform følgende:

- a) faglige: kunne erkende og vurdere et problems matematiske indhold (eller mangel på samme), strukturere det til løsning og bedømme om det er rimeligt at løse det matematisk og så løse det. Dette kræver beherskelse af visse matematiske metoder og teorier, og altså igen af visse begreber.
- b) arbejds-mæssige: beherske flere arbejdsformer, blive selvstændig og tage kritisk stilling til det, der præsenteres i undervisningen.
- c) moralske: opnå en ikke-kønsdiskriminerende, frigjort holdning til faget (dvs. matematik er lige vigtigt og relevant for begge køn; matematik er ikke sværere/mere indviklet end andre fag). Kritisk indse anvendeligheden/brugbarheden af matematisk viden til problemstrukturering og -løsning.

Den undervisningsform som vi i teorien mener, vil være det bedste middel til gennem undervisningen at opnå de nævnte kvalifikationer og som samtidig er en nødvendig betingelse herfor er (naturligvis) tværfagligt samarbejde (TS) om projektlignende undervisningsforløb, som tager udgangspunkt i reelle (for eleverne) og konkrete problemstillinger. Denne undervisningsform er endvidere en form, som vi har de bedste erfaringer med.

TS kan dække over parallellæsning (dvs. samme emne behandles i flere fag på samme tidspunkt) og egentlig integration (dvs. samme emne behandles uden egentlig fagadskillelse).

Begrundelserne for TS på et mere konkret plan er bl.a.:

- al menneskelig viden opfattes som værende en del af en helhed, og derfor vil det være unaturligt at opsplitte i fag. TS giver mulighed for at arbejde med sammenhænge og helhedsopfattelser.
- elevernes arbejde kan rationaliseres, idet de i TS kan udnytte begreber og metoder, som er fælles for de indgående fag.
- der vil blive skabt en større sammenhæng i elevernes dagligdag, så den kommer til at minde mere om studiemæssige eller erhvervmæssige arbejdsforhold. En mangel på sammenhæng i arbejdsdagen vil hæmme gennemførelsen af de arbejds-mæssige kvalifikationer; således vil indlæringen af planlægningens betydning i sig selv og for elevernes udvikling af selvstændighed blive vanskeliggjort. Og endelig vil en mangel på sammenhæng beskære, ja faktisk umuliggøre elevernes indflydelse på undervisningen, idet læreren må detalje-planlægge og -styre undervisningen.

- gymnasiets ændrede placering: uddannelsessystemet har medført større krav om stofvalgs-begrundelse overfor eleverne. Disse begrundelser er betydeligt lettere ved problemarbejde, idet de "næsten giver sig selv" når undervisningen tager udgangspunkt i fænomener, som eleverne kender; modsat den traditionelle, systematiske, fagopsplittede undervisning, hvor undervisningen tager udgangspunkt i teorier eller de grundlæggende aksiomer, og så "beviser", at et fænomen kan finde sted og derfor begrundes det stof, der er taget med.

Opsamlende kan det siges, at TS giver:

- reel frihed i valget af arbejdsformer
- bedre introduktion til videnskabelige problemer
- større mulighed for at få mening med/sammenhæng i skolearbejdet.

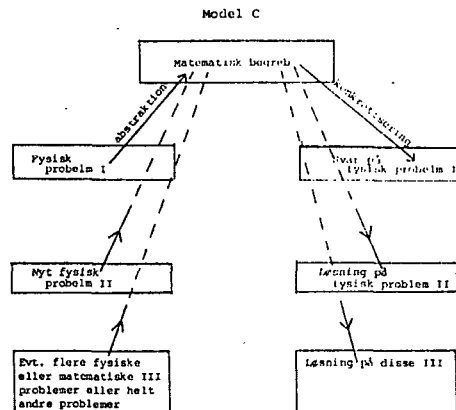
I forhold til vores problemstilling, mener vi, at en undervisning, der bevæger sig væk fra den traditionelle systematiske og lidet elevmotiverende hen mod en kritisk pædagogisk (dvs. frigørende, problemorienteret, deltagerstyret), eksemplarisk undervisning baseret på TS, også kan løse op for nogle af blokeringerne, nemlig den del, der stammer fra omgivelsernes holdning til eleven i faget, og pers manglende interesse for faget og identifikationen med fagets nytte og fagets problemstillinger; såfremt man tager hensyn til pers sociokulturelle og kognitive forudsætninger. Desuden skal læreren lade per indgå i et reelt samarbejde om undervisningens planlægning, udformning og gennemførelse (se dog endvidere app.B angående elevernes bedømmelse af elevmedbestemmelsens betydning) og læreren skal understrege vigtigheden af det bevidsthedsdannende aspekt ved elevmedbestemmelsen. Den frigørende virkning i undervisningen kan opnås ved, at læreren tilstræber/opnår en dialog mellem lige parter, og ved at eleverne altid sikres et overblik over stoffet og undervisningssituationen.

Nogle modeller for en TS-undervisning, der honorerer vores krav, kunne være:

Model A) En fremgangsmåde kunne bestå i at benytte begivenheder fra videnskaberne historie direkte i undervisningen. Det ønskede vi ikke at gøre, dels fordi vi med vore faglige forudsætninger, ikke kunne finde tilstrækkelig mange egnede eksempler, og dels fordi kravet om at holde sig til den historiske "sandhed" ville være en komplikation.

Model B) En anden fremgangsmåde består i at koordinere undervisningen tidsmæssigt på en sådan måde, at de matematiske metoder hele tiden er kendt af eleverne, når de skal bruges i fysikundervisningen. Dette er naturligvis en fordel i forhold til en helt ukoordineret undervisning, og vi har da også tilstået dette i perioder. Men som eneste samarbejdsform er den utilfredsstillende af to grunde. For det første bibringes eleverne det indtryk, at matematiske begreber opstår af sig selv, dvs. der ses bort fra den abstraktionsproces - og idealisationsproces som går forud for næsten enhver anvendelse af matematik. For det andet kan det være svært for eleverne at bruge noget matematik, som de kun har beskæftiget sig med i matematiktimerne med et bestemt symbolvalg og en bestemt faglig jargon samt ved løsning af typeopgaver.

Model C) En tredje fremgangsmåde, som undgår denne kritik, består i at arrangere undervisningsforløb, hvor en fysisk problemstilling begrundes indførelsen af et matematisk begreb, som derefter bruges til behandling både af det oprindelige og af nye problemer. Det er illustreret i figur 1. Herved opnås den åbenlyse fordel for fysikundervisningen, at de matematiske sider af et fysisk problem ikke kommer til at volde selvstændige problemer i fysikundervisningen (som det ofte sker), og det giver matematikundervisningen den mindre åbenlyse, men nok så betydningsfulde fordel, at de matematiske metoders abstrakte karakter ikke postuleres, men vises.



Figur 1: skematisk fremstilling af model C  
Fra konkrete, her fysiske problemer ledes man via abstraktion til et matematisk begreb, som derefter - ved konkretisering giver løsninger på problemerne.  
De optrukne pile sigter på den tidsmessigt første situation, de punkterede pile på senere situationer.

Vi mener dog, at det kunne være spændende med nogle historiske eksempler i undervisningen; jvf. også "Tanker om en praksis", IMFUFA tekst nr.1: Det ville være muligt, at formidle den ønskede holdning til/erkendelse af matematikkens funktion ved at tilrettelægge undervisningen på et bestemt emneområde således, at det tilgodeses, om området er egnet som case-study i matematikkens historiske udvikling, eller dens anvendelser, eller dens aksiomatiske struktur. Hvis emneområdet ikke er egnet til at eksemplificere en af de 3 nævnte egenskaber ved matematik, baseres undervisningen på, at eleverne skal lære de anvendelser af emnet at kende, som de vil møde i andre sammenhænge, og at de endelig skal have en fortrolighed med og overblik over emneområdet.



Hvad angår vores "blokerende og fravælgende piger", mener vi, at hvis:

- a) de udvalgte eksempler og hele undervisningen tager udgangspunkt i elevernes sociokulturelle og kognitive forudsætninger,
- b) de udvalgte eksempler tilstræbes at være specialtilfælde af den samfundsmæssige helhed, eleverne indgår i, vil pigerne være bedre stillet end de er i dag, hvor mange ikke erkender den eksisterende kønsmæssige skæve fordeling i gymnasiet og hele uddannelsessystemet og de vidtrækkende konsekvenser af denne kønspolitiske problemstilling.

Vi vil dog fremhæve, at vi gennem vort arbejde med denne problemstilling ikke med sikkerhed har kunnet eftervise, at blokeringen kan forklares som værende et kønsspecifikt begrebsdannelsesproblem (at piger får andre begrebsmæssige forudsætninger end drenge p.g.a. den traditionelle, kønsdiferentierende socialisering, og at disse forudsætninger begunstiges på forskellig vis i matematikundervisningen). Endvidere kan vi ikke her og nu ændre den kønsspecifikke socialisering, men omvendt vil vi heller ikke arbejde for en kvindespecifik undervisning, der i sine ekstremiteter indbefatter den tidligere pigeregning eller den i USA anvendte form for matematikangst-klinikker. Vi mener ikke, at piger skal forfordeles ved at have det lettere/hjælpes mere igennem undervisningen; men at lærere og elever skal bearbejde det eksisterende problem i fællesskab, dels i starten af undervisningen (ved introduktionen) og dels løbende i undervisningen.

Endelig mener vi, at matematik bør være obligatorisk og ikke kunne fravælges på noget tidspunkt (af hensyn til elevernes erkendelse af fagets politiske rekskabskarakter), men på den anden side mener vi heller ikke, at en matematiktvang udbedrer blokeringerne (eleverne vil godt nok være fysisk til stede i timerne; men kan sagtens blokere psykisk, og så vil matematikkens sorterende funktion for alvor slå igennem, og det mener vi er urimeligt).

## Kap. 7. BEGRÆNSNINGER AF DEN "IDEELLE" UNDERVISNING.

Vi vil nu se på de begrænsninger, der idag måtte være i gymnasiet for at kunne gennemføre den skitserede ideelle matematikundervisning. Disse begrænsninger har vi valgt at inddele i følgende kategorier: a) det officielle formål for gymnasiets matematikundervisning, b) rammeindretninger, c) undervisningsmateriale, d) lærerkvalifikationerne og e) elevmaterialet.

### a) Det officielle formål for gymnasiets matematikundervisning.

I bekendtgørelsen af 12. juni 1981 for gymnasiet findes i dag følgende to bredt formulerede formål:

#### *II. Den sproglige linje.*

##### *Formål:*

Formålet med undervisningen er, at eleverne erhverver

1. nogle matematiske kundskaber, som kan være dem til nytte i andre fag og i deres øvrige dagligdag,
2. kendskab til udformning og anvendelse af nogle matematiske modeller, og
3. indtryk af matematisk metode og tankegang.

#### *I. Den matematiske linje.*

##### *Formål:*

Undervisningen har til formål:

- at give eleverne kendskab til en række fundamentale matematiske begreber, tankegange og metoder,
- at opøve eleverne i anvendelse af matematiske begreber, tankegange og metoder til formulering, analyse og løsning af problemer inden for forskellige fagområder,
- at opøve klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform,
- at udvikle fantasi og opfindsomhed,
- at give en forståelse af og evne til kritisk at analysere den måde, hvorpå matematikken anvendes inden for forskellige fagområder.

### b) Rammeindretningen.

Herved vil vi forstå pensumlisten, timetal, eksamensform, klassekvotient, lektionernes længde og placering på skemaet.

#### Samtlige sproglige grene

Pensum: funktioner

deskriptiv statistik

sandsynlighedsregning og kombinatorik

differentialregning el. tilsvarende valgfrit emne

brug af regnetekniske hjælpemidler

frie timer

Timetal: 1. år: 2 timer, 2. år: 3 timer, 3. år: 0 timer.

Eksamen: En mundtlig eksamen efter 2.g.

#### Mat.fys.-grenen

Pensum: almene begreber fra mængdelære og algebra

hele, rationale og reelle tal

kombinatorik, sandsynlighedsregning og statistik

ligninger og uligheder

plangeometri

elementære funktioner

infinitesimalregning

anvendelser af infinitesimalregningen

valgfrit emne

brug af regnetekniske hjælpemidler

Timetal: 1. og 2. år: 5 timer, 3. år: 6 timer

Eksamen: To skriftlige og en mundtlig eksamen.

Mat.sam.- og mat.nat.-grenene

Pensum: almene begreber fra mængdelære  
hele, rationale og reelle tal.  
kombinatorik, sandsynlighedsregning og statistik  
ligninger og uligheder  
plangeometri  
elementære funktioner  
infinitesimalregning  
anvendelse af infinitesimalregningen  
brug af regnetekniske hjælpemidler

Timetal: 1.år: 5 timer, 2. og 3.år: 3 timer.

Eksamen: En skriftlig og en mundtlig eksamen.

Det skal bemærkes, at undervisningsministeriet har planer om at ændre gymnasiet i begyndelsen af 90'erne og derfor er interesseret i at få indhentet så mange erfaringer som muligt fra forskellige former for undervisningsforsøg. Det er derfor nemt for tiden at opnå dispensationer fra ovenstående pensumlister og godkendelse af forskellige eventuelt tværfaglige undervisningsforsøg - måske mindre nemt er det at få tilkendt en timerreduktion, som står i et rimeligt forhold til den ekstra arbejdsbyrde, der følger med at skulle afholde sådanne undervisningsforsøg.

For at klare den stigende tilgang af elever til gymnasiet uden en tilsvarende bevillingssøgning satte direktoratet forrige år den maksimale klassekvotient op til 28.

Lektionslængden er 45 min., og almindeligvis er lektionerne mere eller mindre tilfældigt placeret på skemaet. Dog er der i forbindelse med undervisningsforsøg mulighed for at bryde skemainddelingen, og således mulighed for at køre længerevarende undervisningsforløb på tværfaglig basis.

#### c) Undervisningsmateriale

Pensumlisterne er stort set indholdsfortegnelse i de fleste af gymnasiets matematikbøger. Hvis en lærer vil køre alternative undervisningsforløb eller egentligt tværfagligt samarbejde er per henvist til selv at samle eller skrive sit undervisningsmateriale. Og det er faktisk sådan, at det er svært at plukke ud fra de "autoriserede" bøger, fordi de er skrevet sammenhængende så hvis man tager enkelte afsnit ud må der alligevel skrives nogle ting, så det kommer til at hænge sammen. I Århus findes der en notecentral, hvor alternative undervisningsmaterialer samles. Her skulle der være mulighed for at låne materiale, eller eventuelt blot få ideer til gode undervisningsforløb.

#### d) Lærerkvalifikationer

Matematiklæreruddannelsen på de gamle universiteter er en "snæver" uddannelse, som ikke lægger vægt på hverken en anvendelsesorienteret matematikformidling eller et tværfagligt samarbejde. Dette betyder, at en stor del

af kandidaterne herfra ikke umiddelbart er motiverede for at forsøge sig med alternativ matematikundervisning. De har jo også ca. 20 års "klassisk" matematikundervisning siddende i rygraden.

Matematiklæreruddannelserne på RUC og AUC skulle umiddelbart motivere lærere uddannet herfra til at forsøge sig med alternative undervisningsforløb p.g.a. deres projektor organiserede studieforløb; selvom de også har mange års "klassisk" matematikundervisning siddende i rygraden.

Der kører for tiden mange undervisningsforsøg i matematik, af kandidater både fra de gamle og de nye universiteter. Erfaringer fra Herlev-forsøgene viser, at et af problemerne i tværfagligt samarbejde er lærerens angst for at udstille sin daglige undervisning, og for at pers eget fag skal miste sin identitet og degraderes til redskabsfag.

#### e) Elevmaterialet

Tilgangen til gymnasiet er steget stærkt op gennem 70'erne (specielt i 1977) og der er intet tegn på, at denne udvikling skulle vende. Dette betyder, at op mod 50% af en årgang kommer i gymnasiet - et gymnasium, der ikke har forandret sig gennemgribende fra da det var en eliteskole for ca. 10% af en årgang. Gymnasiet er nu for mange af eleverne blevet et opbevaringssted, som blot ikke er indrettet til dem. Dette giver stigende fremmødeproblemer, uro og apati i timerne, psykiske problemer, frafald og stigende dumpeprocenter. Endvidere er adgangsbeholdningen for både mellemuddannelserne og de videregående uddannelser med til at befordre et karakterræs blandt eleverne.

Som et øjebliksbillede af pigerne på nogle gymnasier idag, vil vi resumerer nogle resultater fra en undersøgelse af pigerne i gymnasiet. Undersøgelsen blev præsenteret af Åse Lading (gymnasielærer i dansk og engelsk på Rødovre Statsskole) ved en debataften arrangeret af Pædagogisk Landsorganisation d.26.3. Undersøgelsen er endnu ikke afsluttet (maj '82).

Åse Lading inddeler groft pigerne i to grupper med glidende overgang:

- a) de stille piger
- b) de aktive, selektive piger

De stille piger er meget familieorienterede og klarer sig bedst i de meget "kontante" og regelrette fag, som matematik og latin. I disse fag behøver de ikke at have holdninger, der skal formuleres i lange sætninger. Det er svage piger i den forstand, at de udnyttes af lærerne til at holde undervisningen kørende (de forsømmer meget lidt); men undervisningen løfter dem ikke op på et højere bevidsthedsplan. Det er piger med meget lidt selvtillid, hvilket matematik- og latinundervisningen idag ikke rækker spor ved. De befinder sig bedst i små grupper.

De aktive, selektive piger er meget lidt familieorienterede. De bor ofte for sig selv og har erhvervsarbejde. Det er dem, der tilfører undervisningen nye og spændende indslag, men til gengæld forsømmer de mere, er tit uforberedte (hvilket ikke forhindrer dem i at deltage aktivt i undervisningen) og finder, at skolen forhindrer dem i at være sammen med deres kæresten og kammerater (skolen blokerer for deres liv ved siden af). De mener, at 45

min.'s lektioner er maksimum, og at længere undervisning gør dem så trætte, at de ikke kan klare deres erhvervsarbejde ordentligt.

Endvidere har Åse Lading observeret, at på trods af et eksplicit ønske om en længerevarende uddannelse, er der ikke noget voldsomt karakterræs blandt nogen af pigerne (Åse Lading, 1982).

## Kap. 8. REELLE HANDLEMULIGHEDER.

Med udgangspunkt i vores ideelle undervisningstanker/overvejelser vil vi diskutere, hvilke muligheder vi har for at gøre den nuværende undervisning bedre, i håb om at afhjælpe den konstaterede blokering og fravælgelsesproblemerne.

Som input til denne diskussion har vi dels den viden, vi har erhvervet gennem arbejdet med projektets afsnit (begrebsdannelse, videnskabsteori, ideel undervisning, begrænsninger heraf), dels synspunkter, fremsat i diskussioner med folk om vores problemstilling og dels resultater fra forskellige undersøgelser.

Vi har således ikke vurderet de modtagne input, endside sorteret dem efter vores overbevisning, men bringer dem alle ubearbejdet her af hensyn til dig, kære læser, så du kan se, hvilke påvirkninger, der har præget vores vurdering af de reelle handlemuligheder.

Input til diskussionen er således følgende:

-kønsfordelingen er ikke tendentielt ens i alle lande (f.eks. ikke i Øst- og Vesteuropa).

børn fra "akademikerhjem" klarer sig relativt bedre i både folkeskolen og gymnasiet end børn fra "arbejderhjem", -deres indlærte strategier virker bedre begge steder, dog er tendensen klarere i gymnasiet. udfra karaktererne ser det ud til, at pigerne bl.a. i matematik klarer sig ligeså godt -hvis ikke bedre- end drengene.

De "sorte" fag, herunder matematik virker mindre arbejdersorterende end de politiske, argumenterende fag, som dansk, samfundsfag, osv.

Kritisk pædagogisk-anlagt undervisning kræver mere af eleverne m.h.t. politisk stillingtagen, argumentationsevne og overblik. <sup>1)</sup>

-pigerne kan bedre lide/klarere sig bedre på matematikområder med regelrette løsningsstrategier, hvorfor de f.eks. er bedre til algebra.

-i de mindre klasser i folkeskolen udviser pigerne indbyrdes samværsformer, som minder om parforhold (de knytter sig til én bestemt veninde og lukker ikke andre ind i forholdet). Drengene danner mere klike-liggende forhold med en hierakiopbygning. Undervisningssituationen tilgodeser mest drengenes samværsform (klasseundervisningen og gruppearbejde i relativt store grupper, som ikke er kønsopdelte). <sup>2)</sup>

-i folkeskolens mindre klasser får kønnene ved klasseundervisning fra "katederet" lige meget opmærksomhed fra læreren, men ved individuelt arbejde "tilraner" 3 drenge sig lige så meget af lærerens tid som 11 piger tilsammen. <sup>3)</sup>

-i folkeskolen benyttes efterhånden mere samfundsrelaterede emner som udgangspunkt for undervisningen; således ser emnerne ud til at tage

1) "Social oprindelse og fagkarakterer i gymnasieskolen", Finn V.Jensen, Ole P.Winther, AUC, 1979.

2) "Piger og drenge i skolen" ved Kirsten Larsen.

3) "Målet är jämställdhet", Skolöverstyrelsen, 1980.

udgangspunkt i elevernes dagligdag og være relevante/nyttige/ anvendelige for eleverne at vide noget om. Eleverne placeres også i procesliggende undervisning: således skal de fornemme noget af den historiske udviklingsproces, som matematikken har gennemgået.

- undervisningsmaterialet er stadig meget kønsrollebevarende og traditionelt: for hvor tekst/opgave, hvori der indgår kvinder, er der 3, hvori mænd optræder, og de roller, som henholdsvis mænd og kvinder har i teksten/opgaverne er typiske, traditionelle kønsroller. <sup>1)</sup>
- i folkeskolens undervisning er læreren nøgleperson, hvis der skal ændres noget. <sup>2)</sup>
- eleverne opstiller spektrum over foretrukne fag med matematik, fysik, kemi i den "kolde" ende og æstetiske fag, samfundsfag og biologi i den "varme" ende. Udøverne af disse fag/videnskaber rubriceres i overensstemmelse hermed, og elevernes valg viser tendensen at pigerne foretrækker de varme fag og drengene de kolde. <sup>3)</sup>
- de 16-åriges opfattelse/holdning til fagene er, at mht "prestige" placeres matematik af begge køn øverst af alle fag, mht "tilfredshed med" og "interesse for" ligger matematik i midten og mht "vanskeligt" placeres matematik relativt langt nede ad skalaen.
- eleverne foretrækker en verbal og eksperimentel undervisningsform frem for en teoretisk og matematisk. <sup>4)</sup>
- folkeskoleelevers forståelse af de grundlæggende begreber proportionalitet og kontrol af variable. (som er centrale for den kvantitative forståelse af bl.a. naturvidenskaberne) er så ringe, at under 25% beherskede disse begreber mere end instrumentelt. <sup>5)</sup>
- grundbegreberne i videnskaben er masse, længde og tid - hos barnet er grundideerne bl.a. hastighed og intuitive fornemmelser af massefart. <sup>6)</sup>
- hitlisten over de valgfrie fag for Københavns skoleelever årgang 1981-82 i 8.-lo- klasse viser klart, at drengene vælger traditionelle drengefag (som elektronik) og pigerne pigefag (som hjemmekundskab), og primært erhvervsrettede fag (fremfor kreative, bevidsthedsudvidende, personlighedsdannende fag). <sup>7)</sup>

1) "Kønnenes placering i matematik", Cort, Hjarnå og Johansen, Gjellerup.

2) Naturfag: skolen - udfordring og svar (I), Skoleforum I-1978, p.27.

3) M.B.Armerod with D.Duckworth: "Pupil's attitudes to Science", NFER Publishing Company, Windsor 1975.

4) A.W.Pell: "Subject swings at A level: Attitudes to physics", The School Science Review, 1977, no.205.

5) En gruppe kandidater ved Pedagogisk Seminar i Oslo har lavet undersøgelsen, omtalt i konferencematerialet til "kønsroller og matematik".

6) Jvf. en gruppe ved Exeter University bl.a. P.F.W.Preece: "Mapping cognitive structure: a comparison of methods", Journal of Education Psychology, 1976, no.68.

7) Artikel i Politiken: "Kønsroller præger valg af fag".

ændringer i samfundets kvalifikationskrav med henblik på gymnasiets matematik: mange oprindelige regnefunktioner i produktionen, handelslivet og privatlivet foretages nu maskinelt og elektronisk - talfærdighed er nu blevet mindre kritisk som kvalifikation.

Udviklingen af produktionens tekniske og organisatoriske struktur kræver fortsat innovation - der er stærkt behov for mennesker med specialtræning i "logik", forstået som fantasiform, der istandsætter folk til at overskue, udtænke og supplere stadig mere raffinerede og komplicerede sammenhænge.

Familiens og samfundets økonomi fremtræder mere kompleks - hvis per skal have mulighed for at styre sin tilværelse hhv. være medbestemmende i samfundet, må per uddannes i at overskue de sammenhænge, per indgår i samt kunne vurdere konsekvenserne af alternative handlemuligheder<sup>1)</sup>.

-omgivelsernes holdning til gymnasieleverne i faget påvirker eleverne, således er lærerens krav om kreativitet, originalitet og interessant-hed hos eleven bedst i overensstemmelse med drengenes opførsel og de aktive, selektive pigers opførsel<sup>2)</sup>. .)

-pigernes selvvurdering og selvtillid til deres egne evner er langt mindre end drengenes, og omgivelsernes opbakning af eleven i faget er heller ikke ens for begge køn.

Sammenholdes vores ideelle undervisningsintentioner med de beskrevne begrænsninger og med input-listen tegner der sig et broget billede!!

Idag foregår undervisningen mere efter pensumlistens krav end efter formålsparagraffen. Førre undervisningen reelt baseres på formålsparagraffen, mener vi at diskussionen af formålsformuleringerne tjener til at lægge et røgslør over de bagvedliggende reelle hensigter og begrundelser for matematikundervisningens egentlige udseende. Og blandt andet disse reelle begrundelser kunne vi godt tænke os blev draget frem i diskussionen af gymnasiets fremtidige struktur og indhold.

I lyset af undervisningsministeriets velvillighed overfor forsøgsundervisning og af erfaringer fra gennemført forsøgsundervisning mener vi nok, at der er muligheder for at gøre nogle mere kønsspecifikke erfaringer omkring blokerings- og fravælgelsesproblemet. Hidtil har denne problemstilling ikke primært været formålet for forsøgsundervisning.

Allerførst vil vi fremhæve, at vi mener den traditionelle matematikundervisning har spillet fallit. Dernæst mener vi, at Herlev-forsøgene har vist, at fordelene ved undervisning baseret på TS kan opnås uden for store ulemper indenfor de nuværende rammer (bl.a. pensumlistens rammer). Så de egentlige forhindringer, der lægges i vejen for at flere TS-undervisningsforsøg igangsættes, er nok snarere lærernes psykologiske og "faglige" betænkkeligheder og de reelle problemer af praktisk karakter (som arbejdspress,

1) Ikke-kursusdelt matematikundervisning, 10.klasstrin, 1979-80, Kroggårdsskolen.

2) Konference om kønsroller og matematik, ved én af deltagerne.



materialenød, elevernes sociale situation, m.m.).

Dog mener vi samtidig, at Herlev-forsøget med integration af matematik og fysik uden nødvendigvis samme ligevægtige inddragelse af samfundsfag eller historie løber en fare for at den kritiske holdning til faget ikke formidles til eleverne, men at de efterlades med en positivistisk videnskabstro og reelt har været udsat for (endnu) en legitimerende, såkaldt elevrelevant og anvendelsesorienteret, kritisk pædagogisk-lignende undervisning, som eleverne har haft nok af "dårlige" erfaringer med.

I en reel undervisningssituation ville vi basere vores undervisning på en mere kønspolitisk åben indstilling overfor blokerings-/fravælgelsesproblemerne, ved bl.a. i introduktionsperioden at afklare eleverne med deres uddannelsessituation, skolens ideologiske funktion, og hvorfor matematik (som fag) har så vidtrækkende samfundsmæssige perspektiver. Disse problemer skal også berøres/behandles løbende i undervisningen.

Udgangspunktet for TS-undervisningen vil vi tilstræbe starter i problemer, der føles (reelt) relevante for eleverne, og som de har været med til at udvalge. Undervejs tilstræbes en stadig mindre planlægning/styring af undervisningen, der løbende skal evalueres og justeres efter elevernes aktuelle behov. Endvidere kunne det udfra udtalelser om elev-holdninger til faget og undervisningsformen, se ud til, at en mere diskussionsåben og elevaktiverende undervisning vil kunne "indfange" mange af eleverne. Dette kunne bl.a. opnås ved at inddrage mere modelanvendelser og modelsimuleringskørsler på edb.

Men dette er dog stadig ret idealistisk. De barske realiteter er nok snarere, at vi lige når vi kommer ud som færdiguddannede lærerkandidater, først må overvinde praksischocket og opnå en vil undervisningsrutine. Men så for ikke at "ruste fast" i denne rutine kunne vi godt forestille os, at knytte en nær kontakt mellem forsker- og undervisningsverdenen (hvilket der allerede gøres flere steder idag).

Og endelig vil vi i vores undervisning være fantastisk opmærksomme overfor den dobbeltkommunikation, der implicit foregår mellem læreren og eleverne. Vi mener det faktisk, når vi fremhæver, at kvinder ikke er dårligere til matematik, og at matematik er lige vigtigt for begge køn, og at kvinder ikke skal have det lettere i matematik. Det vil være at gøre dem en bjørnetjeneste, som kun forstærker de vidtgående politiske perspektiver ved en kønsdiskriminerende undervisning, som klart vil være med til at cementere de traditionelle kønsroller.

Endelig vil vi være kritiske overfor og bearbejde lærerrollen og lærerholdningens indflydelse på elevernes holdning og differentieringen mellem eleverne. Og gennem forældremøder o.lign. bearbejde omgivelsernes holdning til og påvirkninger af eleven i faget.

## Kap. 9. KONKLUSION PÅ PROBLEMFOMULERINGS.

### I.1.

Vi mener (stadig) ikke, at piger er dårligere til matematik end drenge af arvelige årsager : hvorfor skulle en kønsforskel først vise sig omkring puberteten (indtil da er piger mindst lige så gode som drenge til matematik), hvis det var noget arveligt. De piger, der går i matematisk gymnasium, klarer også de formelle krav mindst lige så godt som drenge.

Men noget synes at tyde på, at der dannes en holdning, både hos piger og drenge om, at piger ikke behøver at være gode til matematik- og at det heller ikke er ønskeligt, at de er det.

Piger socialiseres gennem opdragelsen til at skulle indfri kvinderollen, som tydeligt viser sig efter puberteten. I puberteten er piger særligt modtagelige overfor påvirkninger af, hvad kvinderollen er.

I den rolle, de socialiseres til, indgår ikke at kunne matematik, derfor bliver det rigtigt, at piger på højere og højere niveau bliver dåligere og dåligere til matematik.

### I.2.

Vi mener, at begreber, der er dannet, er et produkt af påvirkningerne fra omgivelserne. Når piger og drenge så ikke får de samme påvirkninger, bliver de begreber, de danner, sat i forskellige sammenhænge: begrebshierarkierne bliver forskellige.

På grund af en manglende teoridannelse omkring begreber og begrebsdannelse, er dette stadigvæk vores eget postulat eller hypotese.

### I.3.

Vi har ikke undersøgt de begrebshierakier, som strukturmatematikken består af, men den bygger på de grundlæggende matematiske strukturer, som hævdes at være de samme som de psykologiske, som Piaget har beskrevet - det skulle således være den psykologisk rigtige måde at opbygge matematikken på. Det kan dog godt se ud, som om, det ikke er helt rigtigt : hvis elevernes almindelige begreber og strukturmatematikkens begreber faldt så godt sammen, skulle man ikke tro, at der var så store begrebsmæssige problemer i matematik, som der er. Eleverne har ikke noget overblik over matematikken, strukturerne er for dem uigennemskuelige, og undervisningen får som følge heraf ikke nogen relevans for dem (har ikke noget at gøre med deres øvrige liv), hvilket er med til at fjerne enhver motivation- hvis en sådan var til stede, og er i hvert fald ikke med til at skabe en.

Vi har ikke kunnet undersøge, hvilke forskellige begreber og begrebshierakier, piger og drenge danner, men begge køn har påviseligt problemer med strukturmatematikken.

### II.1.

Bag strukturmatematikken ligger en opfattelse af, at matematik er logik, som kan formuleres i et mængdeteoretisk sprog. Matematik er opbygget af de få grundlæggende strukturer, som kun er gennemskuelige for matemati-

kere: Ikke alle lærere- og slet ikke eleverne kan gennemskue disse.

Bag opfattelsen af, at det er bestemte strukturer, der skal indlæres, ligger en opfattelse af matematikken som et produkt, hvilekt også understreges af, at matematikundervisningen ikke indeholder et historisk perspektiv.

Eleverne får ikke nogen idé om, at matematik kan opfattes anderledes, og at der kan være "huller" i matematiske argumentationer.

### II.2.

Vi mener ikke, efter at have læst logicisme, formalisme, strukturalisme og intuitionisme, at vi blandt disse matematikopfattelser kan udpege/finde den, som vil give en udformning af matematikken, der kunne mindske blokeringerne.

Ved den senere læsning af nyere retninger indenfor matematik-didaktik-ken har vi fundet Freudenthal' synspunkter fornuftige, idet de kobler det "genetiske" princip og et matematisk processyn sammen. Dog mangler der en videnskabssteoretisk basis for synspunkterne, og den praktiske udformning af undervisningsforløb, som den ses i IOWO, realiserer ikke synspunkterne. Det matematiske processyn bliver "reduceret" til en opfattelse af matematik som en aktivitet - en aktivitet, der placeres i en løgeverden uden elev- og samfundsrelevans.

### III.1.

Vi synes ikke, det er underligt, at piger i højere grad end drenge blokerer overfor matematik, når de bliver opdraget med holdninger om, at piger ikke behøver at være gode til det, og at piger skal blive gode mødre, osv.

### III.2.

Ikke kun i opdragelsen, men også i skolen og også af matematiklærere får piger dannet holdninger om, at matematik ikke er så vigtigt for dem.

### IV.1.

Ideologien bag undervisningen skla være, at eleverne skal sættes i stand til at have overblik over deres egen situation, og at de skal kunne handle aktivt omkring den. De kvalifikationer, som vi gerne vil udstyre eleverne med, skal hjælpe dem med det. Derudover skal de kunne gennemskue så meget som muligt af, hvad der foregår omkring beslutningsprocesser o.lign. rundt omkring i samfundet.

Vi vil kræve, at undervisningen tager reelt udgangspunkt dels i elevernes sociale situation og deres interesser (f.eks. ved anvendelse og diskussion af matematiske modeller), dels i de faglige forudsætninger, som eleverne har, når de kommer. Vi mener, at det er en god (og nødvendig) investering at starte med en slags introduktion til undervisningen, hvor læreren kan få hold på elevernes forudsætninger, og hvor lærer og elever kan diskutere deres forhold til undervisningen og skolen.

Vi er meget betænkelige ved en pensumliste, som der er nu, fordi den på forhånd bestemmer undervisningen så meget, at man ikke kan tage de førnævnte hensyn i tilstrækkelig grad.

Undervisningsformen skal være meget varieret, da det er forskelligt, på hvilke måder eleverne opfatter stoffet bedst (analytisk, visuelt el. lign.). Alle eleverne skal tilgodeses i undervisningen, og udgangspunktet skal være lagt så ingen sidder og føler, at de er "dumme" m.h.t. matematik, eller at det rager dem langsomt.

#### IV.2.

De ydre rammer (bredt fortolket) vil nok betyde, at der skal slækkes på kravene i IV.1. Det er ganske vist for tiden let at få dispensationer til at køre alternative undervisningsforsøg (evt. på basis af TS), men elevernes sociale situation, med adgangsbegrænsning, udsigt til arbejdsløshed og stramme økonomiske vilkår gør dem nok mindre motiverede for at indgå "levende" i alternative matematikundervisningsforsøg. Endvidere er det nok sådan i dag, at en ret stor del af lærerkorpset ikke kan (tør) eksperimentere med alternative undervisningsforsøg, endsige indgå i større tværfaglige samarbejder; mest fordi de slet ikke har fået en uddannelse, hvori den slags indgik.

Desuden kan det realistisk set ikke lade sig gøre at levere en ikke-kønsdiskriminerende undervisning, sådan som systemet er nu. Det kan lade sig gøre at lave en mindre-kønsdiskriminerende, men ikke en ikke-kønsdiskriminerende undervisning. Det kan først lade sig gøre, når det øvrige samfund med dets påvirkninger af eleverne, også (reelt) mener, at det er vigtigt for os alle at kunne matematik, og at det ikke kun er for drenge/mænd, specielt dem, der sidder på magten.

#### IV.3.

Der dog forskellige ting, man kan gøre for at gøre undervisningen bedre inden for de rammer, der er nu; man kan indlede med en introduktion til undervisningen, man kan diskutere undervisningsforløbet med eleverne efterhånden som det skrider frem, man kan tilføje undervisningen et historisk perspektiv, så matematikken ikke fremstår som en ahistorisk "klump", der kun har udviklet sig i een fremadskridende retning, man kan inddrage flere eksempler og anvendelser, som er relevante for eleverne i undervisningen, man kan få timerne lagt i "klumper", så der er bedre mulighed for at udvikle andre undervisningsmetoder end når de ligger enkeltvis, man kan optage mere eller mindre tværfaglige samarbejder med andre fag, hvor man også kan forsøge sig med samarbejde om undervisningsmetoder, og endelig så kan lærerne indbyrdes aftale f.eks. indhold i og aflevering af de skriftlige opgaver (som eleverne jo skal aflevere), så der kommer en smule sammenhæng for eleverne og så deres arbejdsbyrder bliver udjævnet noget.

Vi mener grundlæggende, at matematikundervisningen skal være procesorienteret, så eleverne kan se, at der har været og er mange udviklinger indenfor matematik; det kan måske få dem til at føle sig mindre usikre og underdanige overfor faget, så de måske kan bruge det til noget..

## Kap. 10. VIDERE PERSPEKTIVER.

Hvad man så kan gøre for at komme videre har vi delt i 3 afdelinger, primært udfra de problemer vi selv er rendt ind i i løbet af projektarbejdet.

1) angående begrebsdannelse vil det være ønskeligt at finde ud af:

- en nærmere definition af begreber og begrebsdannelse,
- de begrebskierarkier, som piger/kvinder har (både m.h.t. matematik og andet) sammenlignet med dem, som drenge/mænd har, så det bliver muligt at tage udgangspunkt i de begreber, som eleverne har fælles,
- hvilke begrebshierarkier vi skal bibringe eleverne for at opfylde vores mål med undervisningen. Og hvilke begreber, der faktisk kræves nu; så det kan sammenlignes og vurderes,
- forholdet mellem begrebsorientering og regelorientering, for at gøre det muligt at mindske antallet af elever, der blokerer overfor faget og gøre deres (eventuelle) blokering mindre,
- om der er kønsforskelle i måden at angribe matematiske problemer på.

2) undersøgelser, der prøver at afdække

- elevernes holdning til matematik. Både deres mening om fagets brugbarhed og deres mening om dem selv i.f.t. faget. Her er det ret vigtigt, at undersøge både matematikere og sproglige, for måske at kunne se nogle af de ting, der gør at så mange piger vælger matematik fra,
- lærerens mening om de forskellige elever og deres forhold til matematik,
- forældres (og andre dele af elevernes omgivers) mening om faget matematik og elevens forhold til og muligheder i det.
- hvordan de observationsundersøgelser af piger i gymnasiet (generelt), som er i gang i øjeblikket, passer sammen med undersøgelser af piger specielt i matematikundervisningen.

3) undervisningsforsøg med andre former for matematikundervisning i gymnasiet, så vi efterhånden får en chance for at vurdere undervisningen og dens grundlag; f.eks. forsøg med mere proces- og anvendelsesorienteret matematikundervisning. Man skal dog være yderst forsigtig med sådanne undersøgelser (jvf. afsnit 3.3). Men det er nok den eneste måde at komme videre på, og hvis resultaterne bare tages som et fingerpeg, og ikke som "sådan er det nu engang", så er det udmærket.

Endelig skal det tiere og klarere påpeges, at det faktisk er vores alvorlige mening, når vi siger, at matematik er lige så vigtigt for piger/kvinder som for drenge/mænd.

Kap. 11. KRITIK/SELVKRITIK.

Igennem projektarbejdet har der været en del problemer af både praktisk og teoretisk art, som har betydet, at de oprindeligt udstukne mål i forløbsbeskrivelsen ikke kunne nås.

Et af de væsentligste problemer har været en mangel på kontinuert faglig vejledning, specielt m.h.p. videnskabsteorierne, hvorfor vi ikke er nået videre end forfatterne til IMFUFA tekst nr. 31, hvad intuitionismen angår. Omvendt har vi dog indfriet vores egne mål m.h.t. projektets anvendelighed, idet vi hele tiden har bestræbt os på at forstå de videnskabsteoretiske opfattelser ud fra hvilke konsekvenser de kunne få for problemstillingen. På dette punkt er vi nået videre end de andre, og vi kunne måske være kommet endnu længere m.h.t. procesorienteret undervisning, hvis vi havde trukket på Ole Skovsmoses kvalifikationer.

Gennem projektarbejdet har vi ved sammenkoblingen af de 3 hovedområder afsløret nogle områder i det tilgængelige materiale, som ikke er dækkende, eller som ikke er forsøgt sammenkoblet på den måde vi har gjort det (vi tænker her specielt på, kvindelige begreber er/udmærker sig ved, og specielt m.h.p. matematisk begrebsdannelse).

Af praktiske problemer har der været de kontakter, som vi lavede skriftlige forespørgsler hos angående litteratur om begrebsdannelse og specielt kvinders. Vi har dog aldrig modtaget nogen form for respons fra disse.

Gruppen har fungeret enormt godt m.h.t. god arbejdsmoral og arbejdstone, hvilket måske skyldes, at vi var enige om udgangspunktet for projektet og om målet (projektets anvendelighed), og havde nogenlunde de samme forventninger m.h.t. projektet.

I starten var vi lidt bange for udelukkende at være selvbekræftende; men efter at vi fandt noget matematisk begrebsdannelseslitteratur og lidt angående socialiseringens indflydelse på begrebsdannelsen var vi lidt mindre skræmte over denne "påstand".

Endelig har der været perioder, hvor gruppeprojektdagene kun fungerede som aftalemøder, som koordineringsorgan, og ikke som egentligt diskussionsforum. Men senere i projektføreløbet blev denne vægtning rigeligt omprioriteret. Men prioriteringen er også spejlbillede af de studerendes forskellige situation på Nat. Bas. og matematik OB.

Kap. 12. LITTERATURLISTE.

Bekendtgørelse om undervisning i gymnasiet (bekendtgørelse nr. 312)  
af 12. juni 1981.

Belotti, E.G.: "Sådan bliver du pige."  
Demos, 1980.

Buffery, A.W.H & Gray, J.A.: "Sex differences in the development of spatial  
and linguistic skills", i C. Ounsted & D.C. Taylor (eds.): "Gen-  
der differences: Their Ontogeny and Significance", Williams &  
Wilkins, Baltimore, USA, 1972.  
Her i Edith Luchins, 1981.

Berry, J.W.: "Temne and Eskimo perceptual skills".  
International Journal of Psychology vol. 1, 1966, p.207-229.  
Her i Wittig & Petersen, 1979.

Broverman, Klaiber, Kobayashi & Vogel: "Roles of Activation and Inhibition  
in Sex differences in Cognitive Abilities".  
Psychological Reviews, vol. 75, 1968, p. 23-50.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.

Bjørneboe, J. & Reich, J.: "Tværfagligt samarbejde mellem matematik og fy-  
sik på gymnasiets mat-fys gren =976-78".  
Herlev forsøgsrapport nr. 9, juni 1979.

Bourbaki, : "The Architecture of Mathematics".  
Am. Math. Monthly, vol. 57, 1950, p. 221-232.

Bourbaki, : "Theory of Sets" (indledningen).

Clark, E.J.: "Sex in Education; or, a Fair chance for girls".  
Heritage Press, Buffalo, New York, USA, 1873.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.

Callahan, L. & Glennon, V.: "Elementary School Mathematics: A guide to cur-  
rent Research Association for Supervision and Curriculum Deve-  
lopment".  
Washington D.C., USA, 1975.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.

Diendonné, J.: "Should we teach "modern" Mathematics?".  
American Scientist,

Ellis, H.: "Man and Woman". (4th edition)  
Scribner, New York, USA, 1908.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.

- Fox, L., Fennema, E. & Sherman, J.: "Women and Mathematics: Research Perspectives for Change".  
NIE Papers in Education and Work, No. 8. U.S. Department of Health, Education and Welfare, National Institute of Education, USA, nov. 1977.
- Fennema, E. & Sherman, J.: "Sex-related differences in Mathematics Achievement, Spatial Visualization and Affective Factors".  
American Educational Research Journal, vol 14, nr. 1, 1977a, p. 51-72.
- Fennema, E. & Sherman, J.: "The Study of Mathematics by High School Girls and Boys: Related Variables".  
American Educational Research Journal, vol. 14, nr. 2, 1977b, p. 159-168.
- Fennema, E. & Sherman, J.: "Sex-related Differences in Mathematics Achievement and Related Factors: A further Study".  
Journal for Research in Mathematics Education, vol. 9, 1978, p. 189- .
- Fennema, E.: "Women and Girls in Mathematics - Equity in Mathematics Education".  
Educational Studies in Mathematics, vol. 10, 1979, p. 389.
- Gjone, Gunnar: "Problemer og resultater i matematikk-didaktikk".  
i: Bernt K. Hauge (ed.): "Realfagsundervisning i Norge".
- Horner, M.: "Sex differences in Achievement Motivation and Performance in Competitive and Non-competitive Situations".  
Upubliceret doktorafhandling, University of Michigan, 1968.  
Her i G. Leder, 1980.
- Høyrup, Else: "Jenter og matematikk".  
Praxis vol. 31, nr. 6, Oslo 1977, p. 18.
- Høyrup, Else: "Kvinder: Arbejde og intellektuel udvikling".  
RUC boghandel og forlag, 1974, p. 152.
- Inheteven, Heide: "Frau und Mathematik".  
i: Dieter Volk (Hrsg.): "Kritische Stichwörter zum Mathematik-Unterricht". Wilhelm Fink Verlag, München, 1979, p. 67-85.
- IMFUFA-tekster nr. 1, 24 og 31.
- Knudsen, C. & Rischel, E.: "Fagsamarbejde mellem matematik, fysik og kemi i 1. gM. i skoleåret 1977/78".  
Herlev forsøgsrapport nr. 6, juni 1979.



- Krutetskii, V.A.: "The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren".  
The University of Chicago Press, Chicago, USA, 1976.
- Kuyk, W.: "Complementarity in Mathematics".  
D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1977.
- Körner, S.: "The Philosophy of Mathematics".  
Hutchinson University,
- Larsen, Kirsten & Bjerrum, Harriett (eds.): "Pigeliv - rapport fra symposium om pigesocialisation idag, Alsgårde 12.-14. juni 1981".  
Forlaget Emmeline, Roskilde 1982 (2. oplag).
- Larsson, Hanne: "Matematiske begrebers udvikling hos børn".  
Forum, København 1981.
- Leder, G.: "Mathematics Performance and Future Occupation: Are they related?"  
Research in Mathematics Education in Australia, vol. 1, 1977,  
p. 179-188.  
Her i G. Leder, 1980.
- Leder, G.: "Bright Girls, Mathematics and fear of Success".  
Educational Studies in Mathematics, vol. 11, 1980, p. 411-422.
- Lehrke, R.: "A Theory of x-linkage of Major Intellectual Traits".  
American Journal of Mental Deficiency, vol. 76, 1972, p. 611-619.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.
- Lehrke, R.: "x-linked Mental Retardation and Verbal Disability".  
Intercontinental Medical Book Corporation, New York, USA, 1974.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.
- Leviton, H.: "The Implications of the Relationship between Self-concept and Academic Achievement".  
Child Study Journal, vol. 5, 1975, p. 25-36.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.
- Luchins, Edith: "Women and Mathematics: Fact and Fiction".  
American Mathematical Monthly, vol. 88-6, 1981, p. 413.
- Luria, A.R.: "Om erkendelsesprocessernes historiske udvikling".  
København 1977.
- Maccoby, E. & Jacklin, C.: "The Psychology of Sex Differences".  
Stanford University Press, Californien, USA, 1974.  
Her i Edith Luchins, 1981.
- McGee, Mark: "Human Spatial Abilities: Psychometric Studies and Environmental, genetic, hormonal and neurological influences".  
Psychological Bulletin, vol. 80, 1979, p. 889-918.  
Her i Edith Luchins, 1981.

- MacArthur, R.S.: "Sex Differences in Field Dependence for the Eskimo".  
International Journal of Psychology, vol. 2, 1967, p. 139-140.  
Her i Wittig & Petersen, 1979.
- MacLane, Saunders: "Mathematical Models: A Sketch for the Philosophy of  
Mathematics".  
American Mathematical Monthly, 1981, p. 462-472.
- O'Connor, J.: "Structural Visualization".  
Boston Human Engineering Laboratory, Boston, USA, 1943.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.
- Otte, Michael (ed.): "Mathematiker über die Mathematik".  
Springer Verlag, Berlin, 1974.
- Primavera, L.H. et al.: "The Relationship between Self-esteem and Academic  
Achievement: An Investigation of Sex Differences".  
Psychology in the Schools, vol. 11, 1974, p. 213-216.  
Her i E. Fennema, 1979.
- Simkin, .: "Sex Differences in Pupils Commitment to school Succes".  
i: S. Rawley (ed.): "Proceedings of the 1979 Annual Conference  
of Australian Association for Research in Education", p. 123-131.  
Her i G. Leder, 1980.
- Skemp, R.: "The Psychology of Learning Matnematics".  
Penguin Books Ltd., Harmondsworth, 1973
- Skemp, R.: "Schematic Learning in Mathematics".  
i: (ed.): "Development in Human Learning",
- Skovsmose, Ole: "Didaktiske arbejdsopgaver 1, 2 og 3: Forandringer i mate-  
matikundervisningen - Matematikundervisning og kritisk pædago-  
gik - Alternativer i matematikundervisningen".  
Gyldendals matematiske bibliotek, 1980, 1981 og 1981.
- Smith, I.M.: "Spatial Ability. Its Educational and Social Significance".  
University of London, 1964 og Knapp, San Diego, Calif. USA, 1964.  
Her i Edith Luchins, 1981.
- Smitters & Collings: "Bright Girls Choose Science".  
Science Teacher, vol 20, 1977, p. 86.  
Her i G. Leder, 1980.
- Solvang, Ragnar & Mellin-Olsen, Stig: "Matematikkdidaktik Metodikk"  
NKF, 1978.
- Stafford, R.E.: "Sex Differences in Spatial Visualization as Evidence of  
Sex-linked Inheritance".  
Perceptual and Motor Skills, vol. 13, 1961, p. 428.  
Her i L. Fox, E. Fennema & J. Sherman, 1977.

Stetten, D. Jr. & Hearon, J.: "Intellectual Level Measured by Army Classification Battery and Serum Uric Acid Concentration",  
Science, vol. 129, 1959, p. 1737.

Thom, René: "Modern Mathematics: An Educational and Philosophic Error?".  
American Scientist, vol. 59-6, 1971.

Vejleskov, Hans: "Piagets tanker om erkendelsens udvikling".  
Danmarks Lærerhøjskole,

von Wright: "Logik, filosofi och språk".  
Aldus/Bonniers, Lund, 1965.

Wittig, M. & Petersen, Anne (eds.): "Sex-related differences in Cognitive Functioning".  
Academic Press Series in Cognition and Perception, New York, USA  
1979.

Ørum, B.: "Kønsforskelle blandt skoleungdom".  
Publikation nr. 59 fra Socialforskningsinstituttet.

#### APPENDIX A

Vi vil prøve at skitsere nogle af de konsekvenser, som den traditionelle børneopdragelse får.

Der er meget stor forskel på, hvordan piger og drenge behandles. Omgivelsernes opfattelse af, hvad piger og drenge kan tillade sig og bør gøre er meget præget af de traditionelle kønsroller. Resultaterne bliver at børnene selv meget klart får et indtryk af, hvordan de skal opføre sig for at omgivelserne påskønner dem. Og efterhånden optager de det i sig som deres egen opfattelse af, hvordan tingene hænger sammen. I den forbindelse er det pigerne, der har det sværest. De begrænses mest i deres handlinger og muligheder af formaninger og pligter.

Meget hurtigt bliver der forskel på piger og drenge. Pigerne er artige og afdæmpede og afreagerer ikke fysisk men verbalt - hvis de endelig skal have luft for et eller andet. De er ret usikre og de har tydeligt fornemmet, at de er "mindre værd" end drengene, der får lov til meget mere. Deres leg er stille sysler eller spil, hvor det gælder om at overholde en masse regler og ritualer; det drejer sig egentlig ikke om spillet/legen, men om ritualerne og reglerne. De handler indenfor afgrænsede rum; tit og ofte leger de inde eller de forestiller sig de leger i en stue e.lign. Drengene er friske og til en vis grad ulydige ("passende ulydige"), de udfolder sig meget fysisk, og deres leg er mere voldsom og tit udendørs, eller de forestiller sig, at de leger i meget vide rum, f.eks. rumkrig. De er meget selv-sikre (i hvert fald i forhold til pigerne) og har lige så tydeligt som pigerne fornemmet, at der er "rangsfor-skel" mellem piger og drenge.

Senere konstateres det så, at pigerne klarer sig bedre end drengene verbalt, mens drengene er bedre end pigerne når det drejer sig om noget, der kræver fornemmelse for rum/rumlighed - og så kunne man meget nemt få den mistanke, at det hænger sammen med de handlerum og erfaringer, som børnene har haft gennem deres opvækst.

Vi vil give nogle eksempler og sammendragende bemærkninger om forskels-behandlingen af piger og drenge. DE stammer fra den italienske socialforsker Elena Gianini Belotti's bog "Sådan bliver du pige", som bygger på italienske forhold. Men vi mener, at langt størstedelen af de generelle ting hun skriver og de eksempler hun bruger lige så godt kunne være i Danmark. Desværre er det også sådan, at det ikke er uaktuelt at give de eksempler og beskrivelser som hun gør, så derfor...

## Bliver det en dreng eller en pige?

Der findes i folkemunde adskillige måder at afgøre barnets køn på.

**Lil-**cania sætter man spidserne på en saks ned i en si. Hvis saksen falder mod højre bliver det en dreng, mod venstre en pige. Hvis man anbringer en mønt på moderens ryg, under tøjet, og den falder til jorden med 'ansigtssiden' opad, så bliver det en dreng, ellers en pige. En af de mest udbredte prøver er den, hvor man benytter ønskebenet på en kylling. Mand og kvinde trækker i det, og hvis manden får det længste stykke bliver det en dreng, hvis kvinden får det bliver det en pige. Hvis man uventet spørger en kvinde: 'Hvad har du i hånden?', og hun så først ser på sin højre hånd, så bliver det en dreng, hvis hun ser på venstre hånd bliver det en pige. Hvis moderens mave er spids under graviditeten bliver det en dreng (en klar hentydning til fallos), mens en bred, flad mave viser, at det bliver en pige. Hvis moderens mave er størst i højre side bliver det en dreng, og det gælder også hvis hendes højre bryst er det største, og hvis hun har mere uro i den højre fod end i den venstre. Hvis den gravide altid er i godt humør skal hun have en dreng, hvis hun er i dårligt humør og har let til gråd skal hun have en pige. Hvis hun er rødmosset får hun en dreng, hvis hun er bleg får hun en pige. Hvis fosterets hjerte slår hurtigt, er det en dreng, slår det langsomt er det en pige. Hvis fosteret bevæger sig inden den fyrretyvende dag er det en dreng og fødslen bliver let, hvis det først bevæger sig fra den halvfemsindstyvende dag bliver det en pige.

Hvis man undersøger de træk, der nu er blevet opremset, vil det afsløre sig, at de har én ting til fælles: alt det, der udlægges som tegn på, at barnet bliver en dreng, er positivt.

De fleste mødre erkender, at de er mere eftergivende over for drenge end over for piger.

Det er lige ved, at mødre siger til deres døtre: 'Det er i orden, at jeg skal gøre de mest nødvendige ting for dig, men skynd dig at blive stor, så du kan klare det selv'. Dette er kun tilsyneladende en opfordring til at blive uafhængig og selvstændig. Faktisk opøver man hos piger kun én slags selvstændighed, nemlig den der fører med sig, at de ikke er afhængig af andre i dagligdagens små praktiske forhold, mens de er totalt afhængige, når det drejer sig om mere vidtrækkende afgørelser. Det drejer sig om så tidligt som muligt at få pigen til at indstille sin psykiske energi på at være til tjeneste for andre.

Over for sønner er moderens underforståede udsagn anderledes: 'Du kan gøre som du vil, det er din ret, men da jeg er rede til at stå til disposition for dig, så skal du ikke gøre dig for uafhængig af mig.' Denne holdning accepterer drengens ret til på egen hånd at træffe væsentlige beslutninger og til at benytte sig af andre for at realisere sig selv.

Det må understreges, at mødrene er strengere og mere konsekvente over for døtrene, hvis disse er hypertensive, dvs. aktive, nysgerrige, selvstændige, tidlige til at kravle og gå, altsammen karaktertræk, der betragtes som typiske for drenge. Hvis den lille pige er hypotonisk, dvs. rolig, passiv, kun lidt krævende, så accepterer hun uden særlige vanskeligheder moderens krav, fordi de svarer til hendes egne ønsker om regelmæssighed og orden i tingene.

Brunet og Lézine beretter om et overordentlig karakteristisk eksempel på en hypertensiv pige, der var meget livlig og opfarende. Hun var begyndt at gå før end hun var 12 måneder, og hun havde været tidlig til alle de ting, som hun blev testet for. De store konflikter med moderen var brudt ud, da pigen var omkring 18 måneder og skyldtes netop hendes vitalitet. Moderen havde besluttet at hun ville bruge hårde metoder i opdragelsen af barnet. Moderen, der var streng, smålig og perfektionistisk, 'elskede at sætte system og regelbundethed i altting'. Efter nogle få måneder var barnet blevet som moderen ønskede. Pigen var blevet meget mindre omkringfarende, hun sad længe og beskæftigede sig med det samme, og da hun var tre år kunne hun strikke, da hun var fire kunne hun stryge, og da hun var fem år kunne hun rede sin egen seng. Men om natten skar hun tænder, og da hun atter var til psykologisk test, siger rapporten, at:

*Hun er meget nervøs, hun knytter hænderne, trækker hovedet ned mellem skuldrene (ved 3-års undersøgelsen).*

*Hun virker hæmmet, bange, hun bider sig i læben (ved 4-års undersøgelsen).*

*Hendes bevægelser er godt kontrolleret og præcise, men hun er frygtløs og hæmmet (ved 5-års undersøgelsen).*

*Hun trækker sig i læben, taler sagte, har voldsom ordensmani. Hun leger kun lidt med andre børn og foretrækker stille lege. I skolen er hun reserveret og lukket inde i sig selv; det er påfaldende at denne tendens til næsten mental besættelse har udviklet sig så tidligt, og at hun har et konstant behov for få bekræftet tingenes rigtighed og for at gøre tingene helt til bunds.*

Og iagttagelserne fortsætter:

*Denne alt for tidligt gennemførte selvkontrol forværres yderligere af barnets hypertoni og af dets underkuede behov for at bevæge sig. Da hun kommer tilbage til 7-års undersøgelsen viser hun en række tegninger der er præget af stærke spændinger, og hun synes at have tendenser i retning af en fobi.*

Naturligvis er det ikke typisk, at der anvendes så megen hårdhed, som det er sket over for denne lille pige; men i mindre voldsomme former og strakt over en længere del af livet udsættes de fleste piger for lige så effektive undertrykkende indgreb i deres opvækst, hvis deres medfødte temperament ikke svarer til den anerkendte kontrol.

Jeg gengiver i det følgende en i sig selv banal samtale mellem mor og datter, hvori indgår alle de oven for nævnte elementer. Imitation og identifikation lyser ud af mange detaljer (tasken, spejlet, barnets mimik, bevægelser fuldstændigt som moderen osv.), og moderens direkte opdragelsesmæssige indgreb behøver vist ingen kommentarer, så typiske er de.

Forhistorien - Moderen kommer til mig sammen med datteren på 2 år og 3 måneder for at søge råd om nogle problemer som jeg her anfører efter deres væsentlighed:

- Pigen har i 10 dage gået i vuggestue hos nogle nonner, men moderen har været nødt til at blive hos hende hele tiden, fordi barnet græd hver gang hun forsøgte at gå sin vej. Efter disse 10 dage tog moderen barnet ud af vuggestuen igen, da det efter hendes opfattelse led for meget ved at komme der (og hun erkender at hun også selv har lidt under situationen). Hun har ikke i sinde at prøve igen, ikke engang i en bedre vuggestue, for efter et års forløb.

- Pigen er aggressiv over for andre børn; hun vil ikke lege med dem, og hun bider dem hvis de kommer hen til hende. Moderen skælder hende ud og holder hende væk fra børnene.

- Barnet tisser undertiden i bukserne endnu. Det er moderen meget irriteret over, og nogle andre mødre har fortalt hende, at deres børn har lavet alting på potten siden de var 8-9 måneder. Hun kan ikke forstå at hendes datter ikke er lige så dygtig.

- Pigen spiser næsten intet. Hun lader sig nok made, men hun sidder med maden i munden i timevis. Alligvel har hun det glimrende og hendes vægt er normal; hvad skal moderen gøre for at få pigen til at spise mere?

- Pigen sover 13 timer om natten og 2 timer om dagen; dette har moderen nu ikke noget imod, da det giver hende flere timer til sig selv.

Moderen vil gerne have disse problemer løst inden for en uges tid eller to.

Handlingen - Moderen holder barnet fast i hånden da de kommer ind, selv om der ingen fare er på færde. Vi lader pigen sætte sig på en lille børnesofa med to pladser og sætter et bord hen foran hende. Hun får tilbudt en kury med forskellige plasticperler der kan sættes sammen til en halskæde. Pigen er meget glad og tilfreds og er snart helt opslugt af at lege helt som hun selv har lyst til. Moderen er ærgerlig over, at datteren er så optaget af legen, fordi det forhindrer moderen i at vise hvor godt hun har opdraget pigen, det vil sige hvor lydig hun er. Hun begynder derfor at forstyrre barnet på en måde der afslører hvilken 'blid' ubøjelig undertrykkelse denne pige er udsat for.

Samtalen - Moderen henvender sig til datteren med den kælneputte-nutte stemme, som næsten alle benytter sig af over for børn, og med et konstant kunstigt smil, en per definition 'kvindelig' mimik.

Moderen: *Betta, vil du have frakken af?*

Betta: *(Svarer ikke, men smiler).*

Moderen: *Vil du beholde frakken på?*

Betta: *Ja.*

Moderen: *Sikken noget sjovt legetøj, hva'?*

Betta: *(Svarer ikke, men smiler).*

Moderen: *Vil du så ikke have frakken af?*

Betta: *(Svarer ikke, men smiler).*

Moderen: *Skal mor tage din frakke af?*

Betta: *(Svarer ikke).*

Moderen: *Husk at sige til mor hvis du skal tisse.*

Betta: *Ja.*

Moderen: *(trejser sig straks og bøjer sig ned mod pigen).*

*Kom, så skal jeg følge dig ud og tisse.*

Betta: *(ryster på hovedet). Jeg skal ikke tisse.*

Moderen: *Er du sikker på at du ikke skal tisse?*

Betta: *(Svarer ikke)*

Moderen: *Pas nu på at legetøjet ikke falder på gulvet.*

Betta: *(Svarer ikke)*

Moderen: *Det er noget dejligt legetøj, det der, ikke?*

Betta: *Jo.*

Imens går jeg forbi Betta, der ser op på mig og smiler.

Betta: *Hvor skal du hen?*  
Jeg: *Jeg skal ud og tisse. (Hvilket faktisk er tilfældet).*  
Betta: *(Smiler og synes det er sjovt).*  
Jeg: *(Da jeg kommer tilbage fra WC) Må jeg sætte mig her ved siden af dig?*  
Betta: *(Indvilliger glad og gør plads til mig; vi siger ikke noget, men kikker i tavshed på hinanden. Vi kan lide hinanden).*  
Moderen: *Hvem er den dame?*  
Betta: *(Svarer ikke, men ser på mig og smiler).*  
Moderen: *Kan du godt lide damen?*  
Betta: *Ja (og hun smiler til mig).*  
Moderen: *Har du fortalt damen hvad du hedder?*  
Betta: *(svarer ikke)*  
Moderen: *Hvorfor viser du ikke damen din taske?*  
Betta: *(gør det)*  
Moderen: *Hvad er det du har der i tasken, Betta?*  
Betta: *Et spejl.*  
(Kort pause). Moderen: *Fortæl damen hvad du hedder.*  
Betta: *(tier)*  
Moderen: *Hvorfor vil du ikke fortælle damen hvad du hedder?*  
Betta: *(tier).*  
Moderen: *Det er en flink dame, ikke?*  
Betta: *(tier).*  
Moderen: *(rettet mod mig). Det er mærkeligt, hun er ellers et værre sludrechatol! (rettet til Betta) Ved du godt at det der legetøj er damens?*  
Betta: *(ser på mig, men tier).*  
Moderen: *Lad være med at træde dig selv over tæerne, Betta. Du udelægger dine nye sko.*  
Betta: *(adlyder).*  
Moderen: *Har du fortalt damen hvor gammel du er?*  
Betta: *(viser med fingrene) To.*  
Jeg: *Så er du jo en stor pige.*  
Moderen: *Ja, men en gang imellem tisser hun alligevel i bukserne!*  
Jeg: *(lader som om jeg ikke har hørt det).*  
Moderen: *Skal du tisse, Betta?*  
Betta: *Nej.*  
Moderen: *Er du sulten?*  
Betta: *(ryster på hovedet).*  
Moderen: *Vil du så beholde frakken på?*  
Betta: *(tier).*

Bombardementet har kun varet et par minutter, men det giver grund til at tro, at Bettas dage er fulde af sådanne moderlige indgreb, hvortil så kommer dem som hun bliver overøst med af bedstemoderen, der ofte passer hende.

Hele opdragelsesprocessen drejer sig omkring denne differentiering mellem kønnene. De voksnes krav til børnene er helt igennem præget heraf. Der kan anføres masser af eksempler på hvor forskellige kravene er. Vi bryder os ikke om, at piger lærer at fløjte, mens vi finder det helt naturligt at en dreng gør det. Man griber ind hvis en pige ler fjollet og overstadigt, men det er helt i orden at en dreng gør det.

Vi tolererer ikke at en pige er et rodehoved, men det synes os normalt at en dreng er det. Man synes ikke, at en pige skal råbe eller tale højt, men hvis en dreng gør det, er det helt naturligt. Vi straffer gysende piger der bander eller bruger grimme ord, og når en dreng gør det morer vi os. Hvis en dreng ikke siger tak, undskylder vi på hans vegne, hvis en pige ikke gør det bliver vi vrede på hende. Hvis en dreng nægter at gå hen og hente et eller andet til os, finder vi at han er i sin gode ret, og vi går selv hen efter det, men hvis en pige nægter forekommer det os at være et åbent op-



rør. Vi accepterer i langt videre udstrækning at en dreng afbryder voksnes samtale end at en pige gør det. Vi affinder os med at en dreng ikke holder bordskik, mens vi absolut forventer det af en pige. Hvis en pige ikke er sød mod mindre børn anser vi det nærmest som udtryk for ondskab, mens vi snarere forventer at en dreng skal behandle mindre børn dårligt end at han skal kærtegne eller kysse dem. Hvis en dreng får et stykke legetøj ud af hænderne på et andet barn siger vi at han ikke må gøre sådan noget, men inderst inde forventer vi det af ham, mens vi absolut ikke venter det af en pige. Hvis en pige mishandler sin hund eller kat, aner vi en afgrund af perversion, hvis en dreng gør det forbyder vi ham det, men det forekommer os normalt. Vi gør grin med en dreng der er bange, men synes at det er helt i orden at en pige er det. Hvis en pige klynker hele tiden irriterer det os nok, men vi tager os dog af det, men hvis en dreng gør det, fortæller vi ham bare at han er en tøsedreng. Vi opmuntrer en dreng til at lege krig, til at klatre i træer, til at sætte sig fysisk på prøver, mens vi holder en pige tilbage hvis hun vil det samme. Hvis en pige sparket til en bold lærer vi hende at det er bedre at kaste med den, mens vi lærer en dreng at det er bedre at sparke. Det virker irriterende på os, hvis en pige er uordentlig, hvis hun snarer sig til eller river sit tøj i stykker, mens vi accepterer det samme hos en dreng. Hvis en pige nægter at tage mod vores tilbud om hjælp, som hun ikke har bedt om, for at klare en vanskelighed, så hjælper vi hende alligevel; hvis det er en dreng, så glæder vi os over det, fordi det viser at han allerede er en lille mand. Hvis en dreng lader som om han ryger, så ler vi af det, hvis en pige gør det, virker det mærkeligt på os. Hvis vi overrasker en dreng i at lege med sine genitaler, siger vi til ham at han skal holde op; hvis det er en pige får hun selvfølgelig også at vide at hun skal holde op, samtidig med at vi vanskeligt kan skjule vores afsky.

For nogen tid siden mødte jeg en dreng på omkring 5 år, som var med sin mor i supermarkedet. Mens de købte ind plagede han hende hele tiden for at få et stykke sæbe af den type man bruger til at vaske tøj med. 'Hvornår må jeg vaske tøj?', spurgte han flere gange. 'Du kan slet ikke få lov til at vaske tøj', svarede moderen ubøjelet, 'du er jo en dreng'. 'Men jeg vil så gerne', blev drengen ved. Moderen svarede ham ikke en gang, førend han gik hen til en hylde og selv tog et stykke sæbe som han lagde ned i indkøbskurven. Rasende lagde moderen sæben tilbage på hylde, mens hun skældte dengen ud; som nu begyndte at græde af raseri. Men moderen var urokkelig. Efter en så tydelig og definitiv afvisning beder den dreng ikke mere om at få sæbe til at vaske tøj med. Han retter i stedet sine ønsker mod de ting som han har lært at betragte som accepterede.

En ung kvinde fortalte mig en gang, at hun endnu kunne huske den stærke skyldfølelse der greb hende, da hun som 7-årig hørte sin mor beklage sig til en veninde over, at datteren ikke brød sig om at lege med dukker. Fra det øjeblik gjorde hun meget ud af at lege med sine dukker, da hun naturligvis var ivrig efter at leve op til de krav moderen stillede til hende, men hun foretrak inderst inde stadig de mere aktivitetsprægede lege.

når man kommer til legetøj, der har en selvstændig form og funktion og ikke bare indgår i noget andet som de oven for nævnte ting, så er forskellen tydelig. Til piger er der et enormt udvalg i efterligninger af husgeråd o.l., som køkkenredskaber og toiletsager, sygeplejersketasker udstyret med termometer, gazebind, plaster og sprøjter; der er dukkehuse med alt udstyr i køkken og badeværelse, møblerede stuer og børneværelser; der er forskellige sæt udstyr til at sy og brodere med, der er strygejern, testel, dukkevogne og en endeløs række af dukker med tøj og andet udstyr. Til drenge er det noget andet: alle mulige transportmidler, tog og lastbiler, skibe og flyvemaskiner, i alle størrelser og arter; krigsskibe, hangarskibe, atomraketter, våben af enhver slags, lige fra den fuldkomne kopi af en cowboypistol til nogle uhyggelige maskinpistoler, der kun adskiller sig fra de rigtige ved at være mindre livsfarlige, sværd, sabler, buer og pile, kanoner. Et veritabelt våbenarsenal.

en gruppe af 10-12 årige drenge og piger brugte værktøjet helt forskelligt, da de blev bedt om én ad gangen at opbygge 'spændende scener fra en fantasifilm'...

drengene opbyggede en særlig slags scenerier, mens pigerne opbyggede noget der var helt forskelligt herfra. Pigerne opbyggede indendørs familiescenerier, der oftest udsillede sig bag en lukket ring af møbler, mens drengene byggede friluftsscener med skyskrabere, tårne, pladser og gader med stærk trafik osv.

Når piger leger hjemme hos sig selv, sker det ofte at de bliver afbrudt fordi de skal hjælpe med arbejdet i huset. Dette sker meget sjældent for drenge, der altså har mere tid til at lege i. Mens drengene vokser op med overbevisningen om at det er deres ret at lege, så ved pigerne at deres ret til at lege afhænger af om de har gjort deres pligt - der består i at være til hjælp i huset. Almindeligvis stilles der også større krav til pigerne om at styre sig selv når de leger forskellige bevægelseslege, om at være mere ordentlige og om ikke at forstyrre de andre i huset.

Det er kun kvinder, der anses for egnede til at tage sig af børn i denne aldersgruppe, fordi de - i og med at de er kvinder - har 'naturlige anlæg' for at være blide, tålmodige, overbærende, forstående og varme; og under alle omstændigheder er de jo mødre eller skal være det, hvilket hævdes at give et særligt 'instinkt' over for børn.

## APPENDIX B

Resultater af og problemer i forbindelse med Herlev Statsskoles forsøgsundervisning udfra 2 eksempler på tværfagligt samarbejde (TS):

I) Fagsamarbejde mellem matematik, fysik og kemi i 1.g matematisk i skoleåret 1977-78 ved Carl P. Knudsen og Elisabeth Rischel, Rapport nr.6, juni 1979.

II) TS mellem matematik og fysik på gymnasiets mat.fys.-gren 1976-78 ved Jens Bjørneboe og Jette Reich, Rapport nr.9, juni 1979.

### I. Rapport nr.6, 1979:

#### Resultater fra det tværfaglige samarbejde:

Vi - lærerne - mener, at et fagsamarbejde som det her beskrevet øger elevernes faglige udbytte. Det beror efter vor mening på, at de indførte begreber ved et tværfagligt samarbejde får en langt bredere behandling, end det normalt er tilfældet. De optræder i et længere sammenhængende tidsrum og i flere forskellige problemstillinger end ved en fuldstændig fagdelt undervisning. Endvidere træder fagenes redskabsaspekt langt tydeligere frem, når de forskellige faglige begreber umiddelbart kan anvendes ved løsning af problemer, der traditionelt hører hjemme i et andet fag.

Vi har ved flere lejligheder spurgt eleverne, om fagsamarbejdet var en fordel for deres forståelse af de enkelte fag. Ved en spørgeskemaundersøgelse i maj svarede 16 ud af 21 bekræftende. På et tilsvarende spørgsmål efter den fælles behandling af hastighed og differentialkvotient fik vi disse elevsvar:

- gør stoffet lettere og mere interessant
- sværere men samtidig mere interessant
- sjovere og lettere
- sjovere men ikke lettere
- giver bedre forståelse

En enkelt var dog af en anden mening:

- man blev forvirret

Af disse overvejende positive svar kan man vel nok først og fremmest læse, at elevernes motivation og engagement har været større end ved almindelig undervisning. Det har selvfølgelig været af afgørende betydning for det øgede udbytte, som vi mener at have konstateret.

#### Arbejdsdagen

Et af formålene med dette udviklingsarbejde var at skabe sammenhæng i elevernes arbejdsdag. En forudsætning herfor er, at timerne ligger samlet på skemaet, og at der ikke skal skiftes lokale. For denne klasse lå timerne i fire blokke, og da lokaleforholdene på Herlev Statsskole på det tidspunkt endnu var meget gunstige, var det muligt at blive i samme lokale, når vi ønskede det. På en normal, overfyldt skole må løsningen nok være en udstrakt brug af dobbelttimer inden for de enkelte fag, kombineret med at MFK-timerne ligger samlet. Ved en sådan placering opnås der sammenhæng inden for den enkelte dag, også i perioder uden fagsamarbejde.

Ved fagsamarbejde opnås der endvidere et relativt stort timetal pr. uge. Denne klasse har i de enkelte forløb haft fra 6 til 11 ugentlige timer fordelt på 3 eller 4 timeblokke. Det har været stærkt medvirkende til at skabe sammenhæng i arbejdsprocessen. På den anden side kan et for stort timetal pr. dag og pr. forløb fø-

les som en belastning. Denne klassens elever har klart sagt, at 3 timer pr. dag giver en god arbejdsform, men at der ikke bør være mere end 3 timer pr. dag. Endvidere bør hvert forløb højst vare 3-4 uger uanset det ugentlige timetal.

Vi mener, at den lange tid i sammenhæng er særdeles værdifuld. Ved enhver undervisning er det vigtigt, at eleverne selv føler, at de lærer noget, og at de kommer videre. Skal dette opnås ved en undervisning med få og spredte timer, må læreren ofte planlægge og styre undervisningen til mindste detalje. De mange timer i sammenhæng giver mulighed for at overlade en større del af styringen til eleverne. I arbejdet med energi og omsætning af energi skulle hver gruppe således lave en arbejdsplan for den obligatoriske fase, hvortil der var afsat 12 timer. Herunder skulle de fastsætte, hvornår de forskellige eksperimenter skulle udføres samt reservere apparatur, og de skulle fordele arbejdet på hjemmearbejde og skolearbejde. At dette at prøve at planlægge arbejdet i en gruppe for et længere forløb er noget væsentligt, fik vi i øvrigt ikke medhold i fra eleverne. Hvis man ønsker at gøre eleverne mere bevidste overfor planlægning af arbejde og anvendelse af forskellige arbejdsformer, skal lærerne nok trække dette aspekt langt stærkere frem, end vi har gjort det overfor denne klasse. Derimod var eleverne interesseret i at tilrettelægge korte forløb, f.eks. omkring det eksperimentelle arbejde. En del af de eksperimentelle opgaver var ikke ledsaget af en udførlig vejledning, men kun en kort formulering af opgaven, f.eks.: Tilrettelæg og udfør et kalorimeterforsøg, hvor du bestemmer vands fordampningsvarme ved 100°C.

De gange, eleverne har haft mulighed for at bestemme det faglige indhold i arbejdet, har interessen for at udnytte denne mulighed ikke været stor. Vi har to gange bedt eleverne bestemme emnet for et 6 timers forløb. Første gang i kemi, hvor klassen valgte at re-petere. Anden gang i Energi og omsætning af energi, hvor eleverne allerede fra begyndelsen vidste, at der ville blive en valgfri fase, men hvor der ikke kom et eneste forslag fra elevside til emner. Lærerne kom derefter med en liste med 6 forslag og en kort beskrivelse af hvert emne. Det var vores indtryk, at kun få elever læste denne beskrivelse, før de valgte emne, og at dette valg altså ikke var noget, der optog dem. Samtidig skal det understreges, at klassen arbejdede godt og opfindsomt i denne fase, og at der ikke var tale om mangel på interesse for arbejdet.

Der har naturligvis mange gange i årets løb været mulighed for selv at vælge, hvordan man ville arbejde i korte forløb (1-2 timer). Valgfrihed mellem forskellige opgaver, valgfrihed mellem gruppearbejde og individuelt arbejde o.s.v.

Et af de spørgsmål, vi i maj stillede klassen til besvarelse i grupper, var: Har I haft tilstrækkelig indflydelse på emnerne/arbejdsformen/tempoet? Her er en ordret gengivelse af svarene.

- ikke så megen indflydelse på tempoet, ellers udmerket
- vi har haft tilstrækkelig indflydelse på emnerne og arbejdsformen, men ikke så meget på tempoet
- ingen indflydelse på emnerne/arbejdsformen (indflydelse på tempo (meget lidt))
- intet

Det, der springer os mest i øjnene ved disse svar, er, at de er meget korte. Spørgsmålet har åbenbart ikke forekommet væsentligt. Det stemmer godt med vores opfattelse af, hvilken holdning denne klasse (som i øvrigt er dygtig og interesseret) har haft til spørgsmålet om medbestemmelse: Hvis arbejdet fungerer godt, er det underordnet, hvem der har tilrettelagt det. Vi citerer fra et elev-svar på et spørgsmål om elevindflydelse på energiforløbet:

-Jeg vil ikke gøre mere ud af dette spørgsmål, da debatten om mere elevmedbestemmelse eller ej ikke er i stand til at hidse mig grusomt meget op.

### hvorved konklusionen bliver:

Vi mener, at denne klasses elever klart har opnået en større evne til at anvende metoder og færdigheder fra forskellige fag under arbejdet med samme problem, end de ville have opnået ved en sædvanlig fagdelt undervisning. Det har faldet dem ganske naturligt at overskride de traditionelle faggrænser, hvilket selvfølgelig er at forvente, når undervisningen direkte fokuserer på sammenhængen mellem fagene. Vi er dog ikke i stand til præcist at sige, i hvor høj grad elevernes evne til at behandle et problem tværfagligt er forbedret, da vi ikke råder over metoder til at måle en sådan færdighed kvantitativt. Derimod kan vi med stor sikkerhed sige, at elevernes rent faglige færdigheder, som vi har målt med de sædvanlige metoder, er på samme niveau som efter en traditionel undervisning.

Interessen for undervisningen i disse tre fag har været stor. På baggrund af elevernes udtalelser mener vi, at de tværfaglige undervisningsforløb har bidraget til at forøge elevernes engagement. Det samlede undervisningsforløb i de tre fag har været tilrettelagt med en vekslen mellem emne- og disciplinorientering. Denne vekselvirkning har været af væsentlig betydning for opnåelsen af de ovennævnte kvalifikationer. I øvrigt er det efter vor mening hverken ønskeligt eller muligt at tilrettelægge undervisningen i disse tre fag, så den bliver fuldstændigt emneorienteret.

Vi kan således anbefale, at undervisningen tilrettelægges efter retningslinjerne i dette forsøg. Efter vor opfattelse stiller det ikke specielle krav til indholdet. Det er primært et spørgsmål om planlægning. Det skal dog understreges, at denne planlægning tager tid, væsentlig mere tid end planlægning af undervisningen i hvert fag for sig. Endvidere er det en vanskelighed, at der mangler undervisningsmateriale til tværfaglige forløb.

Hvad angår elevernes arbejdsdag er det klart fremgået, at det er en fordel for eleverne at kunne arbejde længere tid i sammenhæng. Det stiller krav til skemaet om at timerne ligger i sammenhæng. Dette opnås nok lettest ved en udstrakt brug af dobbelttimer i de enkelte fag kombineret med, at de involverede fags timer er samlet. Der var i denne klasse enighed om, at 3 timer i sammenhæng pr. dag gav de bedste arbejdsmuligheder, og at de enkelte forløb ikke måtte strække sig ud over 3-4 uger uanset det ugentlige timetal.

### Problemer ved forsøget, specielt forbundet med undervisningsmaterialet:

Når vi har fremstillet så meget materiale selv, er det fordi vi ikke så anden mulighed. At det ville være nødvendigt til de fælles forløb var på forhånd klart, da der ikke på markedet fandtes undervisningsmateriale til tværfaglige forløb med disse fag. Hvad angår materiale til arbejdet i de perioder, hvor fagene arbejdede hver for sig, fandt vi ingen af de gangse lærebøger, i matematik og fysik brugbare på grund af den sammenhengende fremstilling, som gør det vanskeligt at tage et enkelt kapitel ud.

Vi har i mange situationer arbejdet med emner med tilknytning til den del af samfundet, der ligger uden for skolen, og nogle gange benyttet materiale, der ikke var fremstillet eller bearbejdet specielt til undervisningsbrug. Det er en meget tidskrævende opgave at finde sådanne tekster frem og at tilrettelægge et eleverarbejde i og omkring dem. Vi mener imidlertid, at det er værdifuldt at arbejde med sådant materiale og ønsker selv, at det var sket i større omfang.

Endvidere mener vi, at arbejdet med at udvikle opgaver, hvor matematik anvendes, bør intensiveres. Især med henblik på opgaver,

hvor eleverne kan være med til at stille spørgsmål og strukturere problemer. Dette arbejde bør ske i samarbejde med personer med viden fra andre fagområder, så de stillede spørgsmål bliver lødige og ikke blot er spørgsmål, der giver anledning til anvendelse af interessant matematik (8).

## II. Rapport nr.9, 1979:

### Delkonklusioner:

Det korte integrerede forløb har, som det fremgår af ovenstående lært os en hel del om, hvordan vi skal løse sådanne opgaver i fremtiden. Ideen med noter, der udleveres efterhånden, bør efter vores mening bibeholdes, så vidt arbejdet med deres udformning tillader det. På den anden side må arbejdsformerne overvejes nøje; gruppearbejdet må suppleres med opsamlinger i form af klasseundervisning, og hjemmearbejdet, i hvert fald med at holde de behandlede problemer præzente, må sikres, så stoffet ikke atomiseres og derved bliver meningsløst. Dog må det understreges, at selve det, der læres under et sådant forløb, er noget væsensforskelligt fra det, der læres i almindelig klasseundervisning; eleverne tilgænger sig metoder og færdigheder, de tvinges til at genopfriske tidligere lært (og ofte glemt) stof, og de vænner sig af med, at kun et svar (lærebogens, lærerens) er det rigtige.

Hvis vi skulle gennemføre et sådant 2g-forløb en gang til, ville vi naturligvis gøre mange ting anderledes, også hvad integrerede opgaver angår. Vi er helt klar over, at nogle har været for vanskelige, nogle for kedelige og nogle for irrelevante i forhold til det centrale stofområde. Specielt er det ikke lykkedes for os at overbevise eleverne om, at MA-FY-opgaver alt i alt betød en lettelse af deres arbejdsbyrde, fordi de talte både som matematik- og fysikopgaver. I det hele taget har de været hårde i deres dom over disse opgaver; dels af ovennævnte grund, dels fordi de fandt dem for irrelevante i forhold til eksamenskravene.

Alligevel ville vi nødig klare os uden. Dels af de grunde, som allerede er nævnt; men først og fremmest, fordi de er med til at dække et ingensandsland mellem fagene. Det er ting som konstruktion og brug af matematiske modeller, at begribe indholdet af en sætning gennem forskelligartede eksempler, ikke bare at kunne bruge matematiske metoder, men også se, hvilken metode, der er brug for, og så videre. Det er ting, som vi selv har måttet lære, men hvis betydning let glemmes, når det er sket.

### Resultater fra det samlede forsøg:

Det grundlæggende spørgsmål, om eleverne har klaret sig bedre, end hvis vi havde undervist dem fagdelt, lader sig naturligvis ikke besvare; pædagogik er ingen eksperimentelvidenskab. Men vi har mødt to generelle indvendinger mod et arbejde af denne art, som det vil være på sin plads at diskutere her.

Den ene er, at tværfagligt samarbejde skulle føre til sænkning af det faglige niveau og forpopping (se for eksempel Roy Wake's artikel i "Uddannelse" s. 529, 1978). Da vores elever har gået til studentereksamen på almindelige vilkår, med pent resultat, og da det tværfaglige samarbejde derudover har givet et udbytte, som ikke er blevet testet ved nogen (officiel) eksamen, mener vi ikke, at der kan være tale om en niveau-sænkning, men om det mod-

satte. En beslægtet indvending er, om ikke tværfagligt samarbejde forvrider fagene og medfører, at forholdsvis ubetydelige ting opprioriteres på bekostning af mere væsentlige. Vi mener, at vi ved vores konservative stofvalg skulle have demonstreret, at dette ikke behøver at være tilfældet, selvom vi naturligvis også mener, at tværfagligt samarbejde ikke bare muliggør, men ligefrem indbyder til andre valg.

Den anden, modsatte, indvending er, at vore arbejde ikke har været vidtgående nok. For det første mener vi som nævnt i afsnit II.2, at tværfagligt samarbejde skal praktiseres, når der er behov for det, ikke for sin egen skyld. For det andet må vi pege på, at elevindflydelse og stofvalg er nært forbundet, og at der i et konkurrencepræget uddannelsessystem vil være grænser for, hvad eleverne kan acceptere af nye - og dermed usikre - elementer i undervisningen.

Vores vurdering af enkelte punkter i vores arbejde er givet nedenfor.

#### VII.1) Modellen for samarbejdet

Det er vist fremgået af de foregående afsnit, at vi anser den model for samarbejde, som er illustreret i figur 1), som et hovedresultat af vores arbejde. For det første afspejler den fagenes indbyrdes forhold, sådan som vi ser det, og for det andet tager den hensyn til situationen i størstedelen af gymnasieforløbet, hvor matematiske metoder indlæres parallelt med deres anvendelse i fysik og andre fag. Desuden mener vi at have brugt den så tit, at det må være mere end et tilfælde, at den har virket. Os bekendt har ingen tidligere forsøgt at opstille en model af denne art.

#### VII.2) De integrerede forløb

Tre af de integrerede forløb mener vi som nævnt var vellykkede, medens ét mislykkedes. Dette lærte os en hel del om planlægning af tværfagligt samarbejde i almindelighed og om integrerede forløb i særdeleshed. For det første må samarbejdet have en vis intensitet, dvs. der må være et rimeligt antal ugentlige timer til rådighed, og induktive og deduktive elementer må veksle hyppigt. For det andet må lærerne (for eksempel ved hjælp af opsamlinger og oversigter) gardere sig mod, at eleverne taber tråden, og for det tredje er det nødvendigt, at de er orienteret om og accepterer denne undervisningsform.

Hvad undervisningsmaterialet angår, kan noget af det for så vidt godt bruges igen, men det er stærkt knyttet til situationen i klassen og bør snarere opfattes som eksempler på, hvordan man kan bære sig ad, som nævnt mener vi, at der er mange muligheder for samarbejde mellem matematik og fysik. Desuden mener vi, at der er uafklarede spørgsmål i forbindelse med den sproglige formulering af undervisningsmateriale i vores fag.

#### VII.3) De integrerede opgaver

Et tværfagligt samarbejde mellem matematik og fysik ville være absurd uden samarbejde på opgaveområdet; det vil de fleste nok give os ret i. Men vi erkender, at vi ikke forudså, hvor svært det var for eleverne at løse den slags opgaver, og at vi ikke ofrede tilstrækkelige kræfter på at analysere vanskelighederne. Ved årsprøven skete der det, at de "rene" matematik- og fysikset var blevet relativt lette, fordi det samarbejdsrelevante - og svære - stof var blevet samlet i MA-FY-sættet. Dette har uden tvivl betydet meget for elevernes holdning til disse opgaver, selvom de klarede det ganske godt (sammenlign fig. 2).

---

1) Figuren i kap.6

## Problemer ved forsøget:

Vi har naturligvis haft mange problemer undervejs; selvom det måske kan virke en smule håndfast, har vi inddelt dem i psykologiske, pædagogiske, faglige og arbejdsmæssige.

### V.1) Psykologiske problemer

Eleverne havde ikke tidligere været udsat for en undervisning, hvor ting fra et fag skulle bruges i et andet, hvor der var to lærere til stede i timerne, som ikke altid var enige, som skiftedes til at undervise osv. De vænede sig dog hurtigt til det, ligesom deres selvfølelse blev stimuleret ved, at deres meninger blev registreret og bevaret for eftertiden.

Lærerne (dvs. vi) var i begyndelsen nervøse for, at en kollega skulle se ens pædagogiske fejl, og navnlig, at den andens fag skulle "sluge" ens eget.

I parentes bemærket er det vores indtryk, at det netop er angsten for at udstille sin daglige undervisning og for, at ens eget fag skal miste sin identitet og degraderes til redskabsfag, som afholder mange fra at gå i gang med tværfagligt samarbejde. Det er sørgeligt, fordi de reelle problemer efter vores mening ligger helt andre steder.

### V.2) Pædagogiske problemer

Når man arbejder sammen på denne måde, er det nødvendigt med en langt mere eksplicit beskrivelse af undervisningens mål og indhold, end når man arbejder alene. Ydermere kræver de integrerede forløb en meget omhyggelig og fleksibel planlægning, og vi gjorde en del bitre erfaringer, før vi fandt en hårfin balance mellem:

- (i) den indledende instruktion i klassen
- (ii) styringen af gruppearbejdet
- (iii) opsamlingen i klassen.

Også disse forløbs placering i skoleåret og i forhold til ferier og fridage fandt vi spillede en betydelig rolle, jvf. bilag 2.4. Hertil kommer, at der er vanskeligt på forhånd at bedømme sværhedsgraden af nyt undervisningsmateriale.

Elevedbestemmelse er et særligt problem, når det drejer sig om forsøgsundervisning, fordi valgfrihedens grænser ikke er så klart defineret som ved almindelig undervisning i vores fag. Der var desuden en tendens til, at eleverne skød skylden for alle vanskeligheder over på forsøget samtidig med, at de havde svært ved at vurdere, hvilke lettelser, de opnåede på grund af det. Vi brugte megen tid på at forklare vores målsætning for dem, og bøjede os (med sorg) for et klart ønske om at undgå forsøgseksamen. En vigtig grund hertil var nok, at det sat med integrerede opgaver, de fik til årsprøven, var lovlig svært (se afsnit VII 3 og bilag 2.6); dette har uden tvivl skræmt eleverne, hvoraf mange havde brug for højst mulige eksamenskvaliteter til at komme ind i videregående uddannelser.

### V.3) Faglige problemer

Ved at lave undervisningsmateriale blev vi opmærksomme på, i hvor høj grad det enkelte fags - og dermed vores - sprog er knyttet til videnskabsfagets, som bruger ord og udtryk, der enten har en anden betydning end i dagligsproget, eller som er helt ukendte for eleverne. Omskrivning af undervisningsmaterialet til et mere almindeligt og læseværdigt sprog er en nødvendighed for tværfagligt samarbejde (og sikkert et fremskridt under alle omstændigheder); men det stiller nogle krav til lærere/forfattere, som det kan være svært at honorere med en traditionel universitetsuddannelse.

Et andet problem i denne sammenhang er, at man ved forsøgsarbejde ofte må arbejde med duplikeret undervisningsmateriale. Det giver eleverne det konkrete problem at holde i orden i de (efterhånden) mange sider; men det giver også det mindre håndgribelige problem, at eleverne ikke har samme tillid til den slags materiale som



til en trykt lærebog, hvis svar opfattes som den endegyldige, eksamenrelevante sandhed. (- og det er så måske heller ikke så værst endda).

V.4) Arbejdsmæssige problemer

Flere af de arbejdsmæssige problemer er allerede nævnt: det tager tid at planlægge undervisningen i fællesskab, at lave nyt undervisningsmateriale og at begå fejl. Vi har en formodning om, at det første problem ville bestå, selvom vi fik mulighed for at gennemføre flere forløb af denne art, mens de andre sikkert ville aftage efterhånden.

På den anden side slip vi let fra de skemæssige og lokale-mæssige problemer, for det første, fordi skolens administration stiller sig meget positivt overfor vores ønsker om nabotimer osv., og for det andet, fordi der så sent som i skoleåret 1977/78 var god plads på Herlev Statskole. Dette er også grunden til, at vores skemaønsker næppe har haft negativ indflydelse på skemaet som helhed.

APPENDIX C

Liste over kontakter angående begrebsdannelse:

- Eigil Nielsen (angående sovjetpsykologerne)
- Hans Vejlesskov (angående "Barnets sproglige udvikling i tilknytning til den indledende matematikundervisning")
- Winnie Grønsved (angående undersøgelse om ikke-trindelt undervisning i forhold til trindelt undervisning)
- Kjell Askeland (angående pigers opfattelsesevne)
- Jette Drastrup (forskningsbibliotekar, RUC)
- Judy Gammelgård (psykologi, KUA)
- Kirsten Larsen ("Pigeliv", piger i skolen, undersøgelsen og rapporten er lavet sammen med Harriet Bjerrum)
- Mette Bauer (udviklingspsykologi, KUA)
- Jan Mathiesen (stud. psyk., KUA, angående stud.rapporter om pigers og drenges begrebsdannelse)
- Marian Rugård Jensen (psykologi, KUA)

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.  
 Projekt rapport af Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.  
 Vejleder: Anders Madsen.
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Nr. 2 er p.t. udgået.  
 Projekt rapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinøe og Peter H. Lassen.  
 Vejleder: Bernhelm Booss.
- 3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik.  
 Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Nr. 4 er p.t. udgået.  
 Mogens Niss.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MØDERNE FYSIKS HISTORIE".  
 Helge Kragh.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".  
 Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Nr. 7 er udgået.  
 B.V. Gnedenko.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bound-graph formalismen. Nr. 8 er udgået.  
 Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinarium". Nr. 9 er p.t. udgået.  
 Projekt rapport af Lasse Rasmussen.  
 Vejleder: Anders Madsen.
- 
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".  
 Projekt rapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen.  
 Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER"  
 red. Jørgen Larsen
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Nr. 12 er p.t. udgået.  
 Mogens Brun Heefelt
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".  
 Projekt rapport af Gert Kreinøe.  
 Vejleder: Albert Chr. Paulsen

- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography".  
Else Høyrup.  
Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".  
Specialeopgave af Leif S. Striegler.  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".  
Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".  
Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.  
Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).  
Nr. 18 er udgået.  
Bogudgivet på "Birkhäuser Verlag", 1979.
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".  
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".  
Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMAL OG KONSEKVENSER".  
Projektrapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".  
1-port lineært response og støj i fysikken.  
Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality".
- 
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE".  
a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale.  
Projektrapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.  
Vejleder: Mogens Niss.  
Nr. 24 a+b er p.t. udgået.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".  
En projektrapport og to artikler.  
Jens Højgaard Jensen m.fl.  
Nr. 26 er p.t. udgået.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS".  
Helge Kragh.
- 28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".  
Projektrapport, speciale i fysik, af Gert Kretnø.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.

- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller".  
Projektrapport af Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.  
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".  
Oluf Danielsen.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MENGDELERE".  
Projektrapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMALINGER OG MOSSBAUER-EFFEKTMALINGER".  
Projektrapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og Preben Jensen.  
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".  
Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".  
ENERGY SERIES NO.1.  
Bent Sørensen.
- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".  
Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN ?".  
Fire artikler.  
Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".  
ENERGY SERIES NO.2.  
Bent Sørensen.
- 
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".  
Projektrapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.  
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".  
Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".  
Projektrapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.  
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".  
ENERGY SERIES NO.3.  
Bent Sørensen.
- Nr. 29 er p.t. udgået.
- Nr. 30 er udgået.  
Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærernes forlag.
- Nr. 34 er udgået.  
Publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment",  
Tycooli International Press, Dublin, 1981.

- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".  
Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".  
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".  
ENERGY SERIES NO.4.  
Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".  
Projektrapport af Niels Thor Nielsen.  
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 
- 45/82
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - I+II ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".  
Projektrapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.  
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBACK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".  
ENERGY SERIES NO.5.  
Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".  
Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".  
Projektrapport af Preben Nørregaard.  
Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY". ENERGY SERIES NO.6.  
Rapport af Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.  
Vejleder: Bent Sørensen.

"Al denne intuition er hverken mere eller mindre end intelligens – en intelligens så skarp, at den kan trænge ind til den skjulte sandhed, som gemmer sig bag lag af falsk facade. . . Kvinderne sætter den rigtige kurs gennem livets større problemer, ikke fordi de har intuition, men ganske enkelt fordi de har fornuft. De ser ved første øjekast det, som de fleste mænd ikke vil kunne få øje på, om de så bruger søgelys og kikkert. De er inde ved kernen i problemerne, før mændene er færdige med at diskutere deres overflade. . . . Det er en meget, meget sjælden mand, som er så vedholdende intelligent, så stadig sund i sin dømmekraft og så lidt imponeret af overfladen, som gennemsnitskvinden er.

fra: Elizabeth Gould Davis

"I begyndelsen var kvinden"

ISSN 0106-6242