TEKST NR 48 1982

EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN
PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM

PROJEKTRAPPORT:

LIS EILERTZEN
JØRGEN KARREBÆK
TROELS LANGE
PREBEN NØRREGAARD
LISSI PEDERSEN
LAUST RISHØJ
LILL RØN
ISAC SHOWIKI

VEJLEDER: MOGENS NISS

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard,
Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki:

"En undersøgelse af matematikundervisningen på Adgangskursus til Københavns Teknikum."

IMFUFA tekst nr. 48 (1982), RUC.
132 s ISSN 0106-6242

RESUMÉ:

Denne projektrapport er en undersøgelse af matematikundervisningen på Adgangskursus ved Københavns Teknikum. Projektet er kommet i stand på baggrund af en henvendelse fra matematiklærere ved Adgangskursus. Intentionen med undersøgelsen er udover diagnosticering af problemer i matematikundervisningen, at blive klogere på almendannende hensigters betydning for matematikundervisning. Sådanne hævdes for gymnasiets og HF's matematikundervisning, mens formålet med Adgangskursus' er næsten rent studieforberedende.

Adgangskursus belyses historisk og kvalifikationsmæssigt i forhold til ungdomsuddannelsespolitikken siden 1900 og i forhold til teknikumingeniøruddannelsen og dennes rolle i det tekniske kvalifikationssystem. Matematikundervisningen studeres ved observation, interviews med elever, analyse af lærebøger, formelle bestemmelser m.m. Gymnasiets matematikundervisning behandles især på formålsniveau.

Projektet munder ud i en karakterisering af problemer ved Adgangskursus' matematikundervisning og skitserer i den forbindelse forbedringsmuligheder. Endvidere konkluderes, at almendannende hensigter synes at være en nødvendig, men ikke tilstrækkelig betingelse for at undgå, at matematikundervisning giver anledning til perspektivforvrængninger på faget og lægger op til et autoritært forhold til matematik og teknokratiske holdninger i almindelighed.

RUC, marts 1982.

INDHOLDSFORTEGNELSE

KAPITEL I

INTRODUKTION TIL PROJEKTET OG GRUPPEN

Dette projekt er, som titlen angiver, en undersøgelse af matematikundervisningen på adgangskursus til Københavns Teknikum. For at kunne gøre dette har vi set på adgangskursets og teknikums historiske udvikling og rolle i kvalifikationssystemet. Dette er sat yderligere i perspektiv ved et vue over de uddannelsespolitiske strømninger for ungdomsuddannelserne i 1900-tallet. Adgangskursus er for folk, der ønsker at studere på teknikum, men som ikke har matematisk studentereksamen eller HF med tilvalg i matematik, fysik og kemi. Da adgangskursus ved adgangen til teknika ækvivalerer studentereksamen, bliver denne brugt som et spejl til at se adgangskurset i.

Som led i undersøgelsen af matematikundervisningen har vi observeret undervisningen på stedet, vi har interviewet de elever, vi observerede og vi har gennemgået den del af lærebøgerne, der var genstand for undervisningen i observationsperioden.

Der har deltaget 8 studerende, en matematikvejleder og 2 pædagogiske konsulenter i dette projekt. De studerende er samledes med vidt forskellige erfaringer og baggrunde, og de har så haft til opgave sammen at udarbejde det foreliggende projekt (kun 3 af os har taget en basisuddannelse på RUC, og heraf er den ene endda samfundsvidenskabelig, resten er startet direkte på overbygningen på baggrund af anden uddannelse).

Hele projektforløbet har taget 2 semestre, og alle studerende har deltaget heri, dog med undtagelse af Isac, der på grund af sygdom ikke har deltaget i de sidste 3 måneders arbejde.

Projektet er i sin nuværende form tiltænkt at udfylde modul 1's krav "... at karakterisere matematikkens samlede virkefelt i sammenhæng med undervisningen i gymnasium og HF." Modul 1 hedder også breddemodulet. Desuden har vi med projektet, og de tekster vi sideløbende med har læst, tænkt os at opfylde den pædagogiske dimension del 1 og 2.

Matematikvejlederen har været Mogens Niss og de 2 pædagodiske konsulenter har været Jørgen Aage Jensen og Klaus Grünbaum.

KAPITEL II

INDLEDNING OG PROBLEMFORMULERING

Kap.II.1 Projektets opkomst

Projektet er kommet i stand efter en henvendelse fra Knud Lund og Hans Møller, begge lærere i matematik ved Adgangskursus (AK) til Københavns Teknikum, til IMFUFA.

(IMFUFA) beskæftiger sig med studiet af matematik og fysik samt deres funktioner i undervisning, forskning og anvendelser og uddanner i den forbindelse gymnasie/HF-lærere i fagene fysik og matematik.)

Lærerne gav i henvendelsen udtryk for at AK ved Københavns Teknikum i de senere år har haft nogle problemer omkring undervisningen. Der har været stigende frafald, voksende motivationsproblemer og svigtende tilgang. ansøgere med studentereksamen kommer direkte ind på teknikum.

Lærerne spurgte, om man fra instituttets side ville lave en undersøgelse, der kunne klargøre årsagerne til nævnte problemer og også gerne komme med forslag til løsning af nogle af dem.

Når det kunne have interesse for studerende ved RUC at beskæftige sig med de skitserede problemer i forbindelse med undervisningen, var det fordi de faglige emner i matematik på AK og i gymnasiet/HF ligner hinanden temmelig meget. Man kunne således forvente, at matematikundervisningen de to steder kunne belyse hinanden. På forhånd kunne man formode, at undervisningen var væsentlig forskellig på AK og i gymnasiet, fordi matematikundervisningen på AK retter sig specifikt mod teknikumingeniørstudiet og således udelukkende har en studieforberedende funktion, mens gymnasiet som helhed - også for faget matematiks vedkommende - ud over det studieforberedende betoner det almendannende aspekt i undervisningen.

En sammenlignende undersøgelse af matematikundervisningen på adgangskurset og i gymnasiet kunne derfor bruges til at indkredse det almendannende ved gymnasiets matematikundervisning.

Disse tanker blev fremlagt på et møde i instituttet, hvor det kommende semesters aktiviteter af kurser og projekter skulle drøftes. Et par af de tilstedeværende studenter blev interesserede i emnet og kontaktede sammen med Mogens Niss de omtalte lærere fra adgangskursus. Dette resulterede i et møde mellem folkene fra IMFUFA og Hans Møller og Knud Lund fra AK samt den ene af de to ledere af adgangskurset, Hans Henning Nielsen.

På dette møde gjorde de studerendeopmærksom på, at deres hovedærinde i denne sag ikke kunne være at undersøge og diagnosticere de nævnte problemer i undervisningen med henblik på en afhjælpning af dem. Men ved at sammenstille matematikundervisningen på de to steder ville man forsøge at afklare almendannende og studieforberedende funktioner i matematikundervisningen, og forstå AK's problemer i relation til en sådan afklaring.

Dette blev accepteret af AK, og dermed var grundlaget for dette projekt skabt.

Inden semestrets start i september 1980 havde yderligere 6 studenter meldt sig til projektet, og derved fik projektgruppen det udseende, den har nu.

Kap.II.2 Problemformulering

Vi vil i dette afsnit beskrive udviklingen af problemformuleringen. Nedenfor nævnes den første udgave af problemformuleringen.

I.a. Hvad er det meningen matematikundervisningen henholdsvis på AK og i gymnasiet/HF skal bibringe eleverne, og hvad bibringer den dem reelt ?
I forbindelse med ovennævnte fremkom følgende spørgsmål:
Har matematikundervisningen en sorteringsfunktion ?

II.a. På hvilken måde, i hvilket omfang og hvor har matematikundervisningen hhv. på AK og i gymnasiet/HF almendannende funktioner (herunder formaldannende funktioner) ?

b. Samme spørgsmål for studieforberedende funktioner.

c. Er almendannende og studieforberedende funktioner forskellige, og i givet fald på hvilke måder ?

d. Hvorfor undervises der almendannende i matematik ?

e. Hvad sker der, hvis man kun underviser studieforberedende ?

III.a. Hvordan kommer AK's problemer til udtryk ?

b. Hvad er årsagerne ?
- er det fordi matematikundervisningen ifølge cirkulæret kun har studieforberedende funktioner ?
- er det på grund af studiebelastningen ?
- skyldes det relevansproblemer i undervisningen ?
- er det på grund af autoritetsproblemer i undervisningen ?
- er der et spring fra folkeskolens matematikundervisning og til adgangskursets matematikundervisning ?

Vi vidste fra begyndelsen, at matematikundervisningen på AK i henseende til faglige emner lignede matematikundervisningen for gymnasiet/HF temmelig meget. Men vi havde en fornemmelse af, at matematikundervisningen på AK adskilte sig på væsentlige måder fra gymnasiets, fordi:

1) Adgangskursets elever har indbyrdes forskellige, og i forhold til gymnasieelever en anderledes baggrund for undervisningen,

2) Matematikundervisningens tidsramme er væsentligt kortere på AK end i gymnasiet/HF,

3) Formålet for og hensigten med matematikundervisningen på AK er rent studieforberedende, mens gymnasiet lægger vægt på at have både almendannende og studieforberedende hensigter.

For at kunne tage højde for modsigelser mellem intentioner og resultater delte vi i næste udgave af problemformuleringen op efter:

a) Hensigter
b) Effekter

Problemformuleringen kom herefter til at se således ud:

I. Hensigt : a) Hvad er det meningen matematikundervisningen hhv. på AK og i gymnasiet/HF skal bibringe eleverne, sætte dem i stand til ?

Effekt : a) Hvad bibringer undervisningen reelt eleverne, sætter den dem i stand til ?

II. Hensigt : a) Hvorfor undervises der almendannende i matematik ?

Effekt : a) På hvilken måde, i hvilket omfang og hvor har matematikundervisningen på AK og i gymnasiet/HF almendannende funktioner (herunder formaldannende funktioner) ?

b) Samme spørgsmål for studieforberedende funktioner.

c) Er almendannende og studieforberedende funktioner forskellige, og i givet fald på hvilke måder ?

d) Hvad sker der, hvis der kun undervises studieforberedende ?

III. Effekt : a) Hvordan kommer AK's problemer til udtryk ?

b) Hvad er årsagerne ?

- er det fordi matematikundervisningen kun retter sig mod studieforberedende formål ?
- er det på grund af studiebelastningen ?
- skyldes det relevansproblemer i undervisningen ?
- er det på grund af autoritetsproblemer i undervisningen ?
- er der et spring fra folkeskolens matematikundervisning og til adgangskursets matematikundervisning ?

Vi måtte nu nøjere til at undersøge matematikundervisningens formål og hensigter henholdsvis på AK og i gymnasiet/HF, som de kommer til udtryk i love, bekendtgørelser, cirkulærer med videre, samt undersøge matematikundervisningens effekt på eleverne på AK og i gymnasiet/HF.

Da vi gik i gang med at stille spørgsmål angående matematikundervisningens effekt, var det indlysende, at vi også måtte undersøge forudsætningerne for matematikundervisningen.

Det betød, at vi nærmere måtte undersøge undervisningens indhold, timetal, eksamensformer, materialer, undervisningsformer o.m.a.

For at ordne og strukturere disse begreber, benyttedes følgende ramme til beskrivelse af undervisningen, hvor begreberne hensigter og effekter, også indgik:

1. Hensigter og begrundelser.
2. Formål.
3. Rammeindretning (pensum, timetal, eksamen m.v.).
4. Materialer og undervisningsformer.
5. Gennemførelsen af undervisningen.
6. Effekten på eleverne.

Nu kunne den egentlige beskrivelse af matematikundervisningen henholdsvis på AK og i gymnasiet/HF begynde.

Det var fra starten af projektet ikke meningen, at vi ville foretage en selvstændig undersøgelse af gymnasiet/HF's matematikundervisning. Deres matematikundervisning ville vi belyse og beskrive ud fra hensigter og formål, som de kommer til udtryk i love, bekendtgørelser, m.v., samt på baggrund af en tidligere udarbejdet projektrapport om emnet (IMFUFA-tekst nr. 24a og b), som bl.a. indeholder interviews vedrørende 2.g'eres matematikopfattelser og et interview med de daværende (1980) fagkonsulenter i matematik. Endvidere skulle beskrivelsen bygge på Mogens Niss' undervisning, artikler og undersøgelser om gymnasiets matematikundervisning.

Matematikundervisningen på AK ville vi dels undersøge ved hjælp af love, bekendtgørelser, cirkulærer m.v., og dels ved hjælp af observation af undervisningen, samt interviews med eleverne og samtaler med lærerne.

Som det fremgår af ovenstående vil beskrivelsen af gymnasiets matematikundervisning på grund af manglen på en selvstændig undersøgelse fremstå svagere end beskrivelsen af AK's matematikundervisning. Vi har da også gennem projektforløbet indset, at det på baggrund af vores erfaringer og viden med hensyn til gymnasiet/HF's matematikundervisning, ikke var muligt at foretage en egentlig sammenligning af matematikundervisningen på AK og i gymnasiet/HF.

De problemstillinger, som projektet faktsik beskæftiger sig med, er således en modifikation af den oprindelige problemformulering, idet denne også indebar en undersøgelse af gymnasiet/HF's matematikundervisning med henblik på en egentlig sammenligning af matematikundervisningen på AK og i gymnasiet/HF. Den endelige problemformulering fik da følgende udseende:

Problemformulering:

1) Hvilke hensigter og formål har matematikundervisningen hen-

holdsvis på AK og i gymnasiet/HF ?

2) Hvilken effekt har matematikundervisningen på eleverne på AK ? Herunder: Hvilken matematikforståelse er det, der formidles ?

På grundlag af svarene på spørgsmål 1) og 2) vil vi forsøge at indkredse almendannende og studieforberedende elementer i matematikundervisningen, samt konkludere hvilken betydning de nævnte elementer har i matematikundervisningen.

Kap.II.3 Kommentarer til dispositionen

For at forstå den ramme adgangskursus og gymnasiet/HF er placeret i, vil vi først beskrive udviklingstendenser inden for ungdomsuddannelserne i dette århundrede i Danmark, samt beskrive udviklingstendenser inden for teknikuningeniøruddannelsen,

Dernæst vil vi til brug ved sammenligningen beskrive matematikundervisningen henholdsvis på AK og i gymnasiet/HF. Til sidst følger en sammenfatning og konklusion på problemformuleringen.

Projektet vil derfor ud over en introduktion af projektgruppen og projektet, en indledning og problemformulering indeholde følgende kapitler:

Kap.III Strømninger i ungdomsuddannelserne i dette århundrede i Danmark.
Kap. IV Teknikum og Adgangskursus.
Kap. V Matematikundervisningen i gymnasiet/HF.
Kap. VI Beskrivelse af matematikundervisningen på AK.
Kap.VII Sammenfatning og konklusion.

Appendices 1-3 indeholder vores beskrivelse af vore observationer af matematikundervisningen, sammendrag af interview med eleverne samt resultatet af en spørgeskemaundersøgelse vedrørende elevernes sociale og arbejdsmæssige forhold.

KAPITEL III

STRØMNINGER I UNGDOMSUDDANNELSERNE I DETTE ÅRHUNDREDE I DANMARK

Dette afsnit bygger hovedsageligt på numrene I, II, IV, VII og VIII i litteraturlisten.

Dets hensigt er at give en almen baggrund, for at forstå den ramme Adgangskursus og Gymnasiet er placeret i.

Kap. III.1 Gymnasieskolen før 19oo-tallet

Gymnasieskolens rødder kan spores helt tilbage til tiden før 1150, til kirke- og klosterskoler, som var et led i præsteuddannelsen. Kirken havde den totale indflydelse på undervisningens indhold, der forøvrigt foregik på latin.

Efter reformen i 1536 overgik skolen fra kirkeligt til statsligt regi, og navnet ændredes til Latinskolen. "det var stadig skolens opgave, selv om den nu var blevet omdøbt til Latinskolen, at give eleverne de nødvendige forkundskaber til et senere teologisk studium. Og dens samfundsmæssige funktion var også stadig at uddanne eller opdrage en elite, der skulle sikre det ideologiske hegemoni, som kristendommen udgjorde." 1)

Det var først ved latinskolereformen i 1739, at dansk indførtes som undervisningssprog for en del fags vedkommende. Der indførtes græsk og hebraisk, og fagene aritmetik, historie, geografi, logik og moralfilosofi fik en stærkere stilling,end de havde haft tidligere.

Sidst i 17oo-tallet oprettedes forskellige borgerskoler, der underviste i mere praktiske kundskaber. Her havde eleverne undervisning i dansk, skrivning og regning, samt i historie, geografi, naturhistorie, matematik, engelsk, tysk og fransk.

I begyndelsen af 1800-tallet blev den fælles kulturelle referenceramme den klassiske græske. Den klassiske kultur fik i borgerskabets kamp for at konstituere sig som klasse og frigøre sig fra det religiøse ideologiske hegemoni en normativ status og tjente som den højeste standard, hvorfor almen (dvs. borgerlig) dannelse bestod i indlevelse heri.

Forordningen om de lærde skoler fra 1809 må betragtes som udtryk for den klassiske dannelses indtog i gymnasiet, hvor den konkurrerede med den tidligere eneherskende ideologiske opdragelse, den teologiske. Gymnasiet, der tidligere i stor udstrækning havde været forskole for teologistuderende, blev med 1809-forordningen bl.a. også grundlaget for uddannelsen af embedsmænd.

Kravene til almen dannelse i den klassiske betydning nåede sit højdepunkt indenfor De lærde Skoler, der fungerede efter en reform fra 1850.

"Den lærde skole efter 1850 var præget af store og omfattende krav, der herskede det, man kalder fagtrængsel. Stofpåfyldningen var ved at have nået sit klimaks. Dette var da også den sidste gymnasiereform, hvor en encyclopædisk forståelse af almendannelsesbegrebet kunne opretholdes, dvs. at man prøver at give en samlet fremstilling af alt det, der indgår i den almene dannelse. Ved reformen i 1871 måtte man løse problemet ved en deling af dannelsen. Man oprettede en sproglig-historisk retning og en matematisk-naturvidenskabelig." 2)

På den sproglig-historiske retning bortfaldt fagene geometrisk tegning og fysik, og på den matematisk-naturvidenskabelige retning bortfaldt græsk. Dengang var gymnasietiden 6 år, og delingen foregik kun i de sidste 2 år.

Gymnasiet var tydeligt en eliteskole, det var her eliten fik en stor del af sin ideologiske opdragelse, som var tilstræbt at leve op til det klassiske græske dannelsesideal. Efterhånden som de enkelte fags indhold udvidedes og omfanget af viden steg, begyndte grundlaget for den klassiske dannelse at vakle, idet der opstod et synligt behov for at dannelsen også omfattede moderne sprog og realfag.

Kap.III.2 1903- og 1937-skolelovene

Med 1903-loven kom der en større omstrukturering af uddannelsessystemet. Der blev skabt en mere naturlig forbindelse mellem almueskolen og gymnasiet ved indførelsen af mellemskolen. Desuden oprettedes en nysproglig linie i gymnasiet, hvor hovedvægten blev lagt på moderne sprog og kultur; græsk afløstes af oldtidskundskab.

Begrundelserne for grendelingen i 1903 svarer nogenlunde til den langt senere udgivne betænknings (Den røde betænkning, 1960):"Et sådant verdensbillede af menneskets plads i tilværelsen kan ikke på forsvarlig måde gives den enkelte elev, uden at den intellektuelle lødighed lider derved. Af hensyn hertil og den efterfølgende faguddannelses krav og elevernes forslellige interesser og anlæg må gymnasieundervisningen til en vis grad specialiseres og differentieres." 3)

Indførelsen af mellemskolen må ses som et forsøg på at opnå en harmonisering af de forskellige uddannelsestilbud, der fandtes rundt om i landet og en sammenbinding af folkeskolen og gymnasiet. Dette skulle give mulighed for et sammenhængende uddannelsesforløb. Den nye skole, man fik ud af det, kaldte man en enhedsskole. I 1903 fik også piger adgang til det effentliges højere skolevæsen. Forestillinger om enhedsskolen i denne betydning kommer også til udtryk i følgende citater fra bemærkningerne til lovforslaget:"I nutiden har man i de lande, hvor demokratiets tanker ere trængt igennem og have sat deres præg på den hele samfundsordning i alle væsentlige henseender, således f.eks. navnlig i Schweiz og Norge, regnet det for en af de allervigtigste opgaver at få ordnet det hele skolevæsen, således at der tilvejebringes en organisk forbindelse mellem alle de forskellige arter skoler. Man har stræbt efter at skabe og har på sine steder allerede skabt en enhedsskole." 4)

"Det har selvfølgelig aldrig været eller kunne være meningen at alle lærlinge uden undtagelse skulle gennemløbe hele den således organiserede Enhedsskole fra først til sidst, idet jo de uundgåelige forskelligheder såvel i naturlig begavelse som i andre henseender med nødvendighed må føre til, at adskillige må standse eller holdes tilbage på et eller andet af skolens lavere trin. Men tanken har været, at alle de lærlinge, hvis naturbegavelse ikke lægger dem nogen hindringer i vejen og for hvis vedkommende de andre (særligt de økonomiske) forskelligheders hindrende indflydelse kunne overvindes, skulle løbe banen helt til ende, og høste det rigeste udbytte deraf. Særlig har man måttet stræbe hen til at hensynet til forældrenes stand, og så vidt muligt også deres formuende vilkår får så lidt som muligt at sige..., derfor har man, hvad enhedsskolens undervisningsordning og det tilstræbte højere dannelsesmål angår, bestræbt sig for at indrette den således, at den ikke bliver for "god" og fornem for de lærlinge, hvis forældre står lavere på samfundets stige, og heller ikke for ringe for dem, hvis forældre står på de højeste trin. (...)

Kun når dette sker vil statssamfundet nå at kunne drage fuld nytte af alle de gode åndlige kræfter, det sidder inde med i alle sine forskellige lag,... skal det blive mere end blot en adgang på papiret, må skolepengene nedsættes, fripladser og stipendier oprettes... Imidlertid har ministeriet under vor stats nuværende forhold ikke ment at turde at stille videregående krav i så henseende, der ofres jo allerede nu ikke så ganske lidt på disse formål..." [5)]

Som en tilsyneladende lighedsskabende ændring erstattedes de gamle udvælgelseskriterier, stand og økonomiske forhold, med det biologiske begreb, naturlig begavelse eller intelligens. Dette intelligensbegreb skjuler klassedelingen i samfundet, idet forskellige socialisationsteorier (f.eks. Bernstein) har vist, "at barnets sproglige socialisering er bestemmende for tankegang og bevidsthed, og den sproglige socialisering er bestemt af forældrenes stilling i samfundet." [6)] Gymnasiet kunne derfor fortsætte med at være eliteskole for de få (under 5% af en ungdomsårgang som årlig tilgang).

Efter 1903 voksede gymnasiets pensum- og eksamenskrav ud over 1903-lovens rammer. "En af årsagerne hertil var lærebøgerne, som havde en tendens til at svulme op, og da undervisning og eksamen ofte byggede på lærebøgernes krav, blev følgen en uheldig ophobning af leksikonviden ved eksamensbordet." [7)] En anordnings- og bekendtgørelsesrevision i 1935 med fornyede læseplaner kunne ikke bryde denne udvikling. Under krigen blev der dispenseret fra kravene af hensyn til de mange, der ikke kunne deltage regelmæssigt i undervisningen. Efter krigen arbejdede et udvalg med at gøre dispensationerne permanente. Det afgav en betænkning i 1949 vedrørende begrænsninger i læse- og eksamenspensa til studentereksamen. Der ver konstateret en markant aftagende søgning til nysproglig linie, og kommissionen foreslår dette løst ved en styrkelse af de centrale fag på den nysproglige linie på bekostning af matematik. Forslaget om bortfald af matematik for de sproglige gav anledning til så megen diskussion, at betænkningen først blev gennemført med 1953-ordningen. I løbet af 50'erne blev det dog klart, at det var en fejltagelse, der gav anledning til problemer. Specielt på medicinstudiet, hvor der krævedes tillægsprøve i matematik for nysproglige studenter.

At der fra statsmagtens side ikke har været et reelt ønske om at give alle lige uddannelsesmuligheder, fremgår tydeligt af 1937-skoleloven, hvor den eksamensfri mellemskole blev indført ved at tilføje en ottende klasse til folkeskolens syv klasser. Der blev dermed skabt bedre mulighed for at sluse eleverne over i en erhvervsforberedende linie, hvorved presset på den boglige linie, som hovedsageligt fandtes på gymnasierne, kunne lettes.

Denne "deling" blev ligefrem fremstillet som socialdemokratisk politik af den socialdemokratiske folketingsmand Vilhelm Rasmussen i 1933, og han så da (midt under 30'ernes krise og massearbejdsløshed) "ingen grund til at forsinke delingen." [8] 1937-loven havde til formål at spare på de boglige uddannelser og sikre en øget tilgang til de erhvervsmæssige uddannelser i hovedstads- og købstadsområderne, hvor den industrielle udvikling var nået længst. Landsbyskolerne styrkedes (fik 8. klasser) ved denne lovs gennemførelse.

I Julius Bomholts forslag (april 1955) til ændring af folkeskoleloven bliver baggrunden for 1937-loven beskrevet som et ønske om at begrænse tilgangen til eksamensmellemskolen. Til dette formål blev der indført en eksamensfri mellemskole, som ikke primært skulle forberede til fortsat boglig uddannelse (gymnasiet), men snarere skulle have et erhvervsmæssigt sigte, "... således at de børn, der nu tynger på eksamensmellemskolen mange steder, af egen drift vil søge den eksamensfri mellemskole og befinde sig vel i den." [9]

Kap.III.3 De statslige uddannelsesundersøgelser

Efter krigen starter de statslige uddannelsesundersøgelser med Ungdomskommissionens arbejde. Ungdomskommissionen blev nedsat i oktober 1945 og afgav en "Afsluttende udtalelse" i oktober 1952. Befrielsesregeringen havde givet kommissionen til opgave "... at undersøge ungsommens arbejds- og indkomstforhold og faglige uddannelse, dens boligforhold og muligheder for en sund udnyttelse af fritiden.(...) Kommissionen skal i sit arbejde i første række tage sigte på mulighederne for gennem positive foranstaltninger at sikre den normale ungdom en harmonisk social og kulturel udvikling." [10] Kommissionen foretog en række statistiske undersøgelser, bl.a. følgende tre:

1. Den 15-24 årige ungdoms forhold i almindelighed, 1946 (Ungdomsenqueten)
2. Gymnasiasternes sociale forhold m.v., 1946 (Gymnasieenqueten)
3. Studenternes sociale forhold, 1947 (Studenterenqueten)

Af Ungdomsenqueten fremgår det, hvor mange, eller snarere hvor få, der fik en skoleuddannelse ud over folkeskolen:

ca. 82% af samtlige unge gik ud af skolen uden eksamen
ca. 2% tog alene mellemskoleksamen
ca. 11% tog realeksamen
ca. 5% tog studentereksamen

Disse tal dækker dog over store forskelle mellem land og by, mellem drenge og piger, og mellem de forskellige befolkningsgrupper.

Af Gymnasieenqueten fremgik det tydeligt, at der var en skæv social rekruttering til gymnasiet. Dette gav anledning til forskellige overvejelser i Kommissionens betænkning I: Gymnasiet (1949), hvori der blev krævet en demokratisering af uddannelserne. Et krav om at det offentlige både skulle stille undervisningsapparat til rådighed og sikre, at den, der havde lyst og evner dertil, kunne benytte sig af undervisningen, uanset om han eller hans forældre havde råd til at bekoste uddannelsen, sådan at den allerede formelt lige adgang til uddannelse kunne få reelt indhold.

Kommissionen mente dog ikke "at de enkelte socialgruppers andel i rekrutteringen til gymnasiet skulle svare til deres talmæssige styrke i befolkningen", idet "traditionens regulerende betydning" ikke skulle modvirkes. "Målet er alene at afbøde virkninger af en af de nu fungerende regulatorer: forsørgernes økonomiske stilling, og lade den unges evner og interesser, også således som tradition og miljø har været med til at præge dem, være afgørende for, om han eller hun får adgang til gymnasiet."[11]

Kommissionen foreslog en stipendieordning for gymnasieelever p.g.a. de økonomiske hindringer, der gjorde sig gældende ved afgørelsen af, om et barn skulle i gymnasiet samt den skæve sociale rekruttering til gymnasiet.

I loven om Ungdommens Uddannelsesfond (UU) fra 1952 var der kun i ringe grad taget hensyn til Ungdomskommissionens forslag om statslig uddannelsesstøtte til specielt gymnasieelever.

I betænkningen om Ungdommen og Arbejdslivet, som blev afgivet i december 1951, indledte Ungdomskommissionen kapitlet om ligestilling med en accept af den socialt betingede ulighed i ungdomsuddannelserne:"Kommissionen er klar over, at man ikke kan stille alle unge lige, idet man ikke vil kunne se bort fra forskelle i intelligens, karakter, miljø, køn m.v."[12] Kommissionens undersøgelser havde påvist en social ulighed, som ikke kunne fjernes, fordi den var betinget af de sociale og økonomiske forhold. Dette siges dog ikke direkte. Der ses bort fra de overordnede samfundsmæssige årsager, og de sociale forskelle forklares ud fra individuelle forskelle (intelligens, osv.) hos de enkelte personer.

Undersøgelsen af arbejdslivets ungdom indeholdt endvidere en prognose for arbejds- og beskæftigelsessituationen i de efterfølgende år på grundlag af en befolkningsprognose, der opregnede virkninger af de store årgange fra 194o'erne. Antallet af 15-årige ville, ifølge prognosen, i starten af 1960'erne være ca. 90.000 eller ca. 50% højere end i 1950.

"Tendensen til stigende ledighed på visse områder af det danske arbejdsmarked" fik i december 1949 arbejdsminister Kjærbøl til at nedsætte Arbejdsmarkedskommissionen, der bl.a. fik til opgave:"...med hensyn til industrien at foretage en undersøgelse af, i hvilket omfang der inden for de enkelte industrigrene måtte være mulighed for udvidelser eller for anvendelse af yderligere arbejdskraft (...);... at tage spørgsmålet om arbejdskraftens fordeling på ufaglærte, tillærte og faglærte - herunder principperne for den faglige oplæring og ganske særligt mulighederne for større bevægelighed på arbejdsmarkedet - op til samlet behandling."[13]

Kommissionen havde endvidere fået til opgave at medvirke til "en forøglese af produktionen af hensyn til landets økonomi". Dette sidste vat måske grunden til at kommissionen specielt kastede sig ud i bevægelighedsproblematikken. I deres rapport fra 1952 står om dette problem:"Væksten i behovet for bevægelighed hænger sammen med de hurtige og hyppigere omskiftelser i produktionsvilkårerne, tekniske forandringer, prisforandringer, nye materialers fremkomst etc." og "Ringe bevægelighed kan nemlig medføre hindringer og forsinkelser for produktionen, hvilket giver sig udslag i forringet produktivitet og forøget produktionsomkostninger."[14]

Kommissionen påviste "mangel på faglært arbejdskraft samtidig med at der var konstateret stor arbejdsløshed blandt de ufaglærte arbejdsmænd" og den foreslog i første omgang (i 1952) "omskoling af de arbejdsløse arbejdsmænd" af hensyn til industriens mangel på faglært arbejdskraft. I øvrigt anså kommissionen arbejdsmændenes arbejdsløshedsproblem for at være "af aftagende betydning som følge af mindsket tilgang til arbejdsmandsgruppen."[15]

Da Ungdomskommissionen henledte opmærksomheden på den kraftige stigning i tilgangen til arbejdsmarkedet af unge ufaglærte, fandt daværende arbejdsminister J.O.Krag det i 1953/54 "ønskeligt at gøre problemet med de store årganges indpasning i beskæftigelsen til genstand for en særlig undersøgelse."[16] Arbejdsmarkedskommissionen videreførte da Ungdomdkommissionens beregninger og konkluderede, at hvis en truende ungdomsarbejdsløshed skulle undgås, var der kun en vej frem: antallet af arbejdspladser skulle øges. Dette under forudsætning af, at de boglige uddannelser havde samme relative andel som tidligere.

Denne konklusion blev videregivet til Lærlingekommissionen, som var blevet nedsat i oktober 1952 med det formål at undersøge principperne for den faglige oplæring. Denne kommissions ledende hensyn havde været:"ønskeligheden af at undgå bestemmelser, som kunne befrygtes at ville medføre tilbageholdenhed med eller endog uvilje fra mestrenes side mod at antage lærlinge, så meget mere (...) nu, hvor de store fødselsårgange melder sig på arbejdsmarkedet."[17] I stedet for at se på lærlingeuddannelsernes indhold og udformning havde kommissionen givet arbejdsgiverne (mestrene) forskellige indrømmelser, som den begrundede eller retfærdiggjorde med behovet for flere lærepladser til de store årgange. Mesterlæren blev bevaret stort set uændret, og det private erhvervsliv bevarede kontrollen med de faglige uddannelsers omfang og karakter. Endvidere blev begrænsningen i lærlingeantallet pr. svend ophævet. Indtil da havde lærlingeantallet været begrænset for at sikre en faglig forsvarlig oplæring. Dette hensyn veg nu for hensynet til industriens behov for en hurtig og mindre omkostningskrævende udvidelse af den kvalificerede arbejdskraft.

Det samme hensyn lå til grund for Arbejdsmarkedskommissionens forslag om oprettelse af en mellemteknikeruddannelse (teknisk assistent) i en betænkning i 1956. Sådanne mere specialiserede (mellem)teknikere ville ikke behøve en all-round lærlingeuddannelse. De ville kun forudsætte "... en praktik, der er tilrettelagt særligt med henblik på de opgaver, der vil blive pålagt de tekniske assistenter inden for de enkelte industregrene."[18] Inddelingen af den faglærte arbejdskraft på forskellige kvalifikationsniveauer er imidlertid en dekvalificering i forhold til en all-round faglig oplæring, men det var en hurtig og billig måde for industrien at sikre sig øget tilgang af teknisk uddannet arbejdskraft. Arbejdsmarkedskommissionen var den første, der kom med forslag om en mellemteknikeruddannelse. Teknikerkommissionen tog senere forslaget op og fik indført mellemteknikeruddannelser inden for flere områder. Arbejdsmarkedskommissionen havde ikke set et problem i mangel på højt uddannet arbejdskraft inden for industrien, og havde derfor ikke beskæftiget sig med de højere uddannelser. Dette aspekt kom først med i Teknikerkommissionens arbejde.

Den teknologiske udvikling lige efter krigen havde bevirket, at man i USA havde styrket matematikken og de naturvidenskabelige fag i uddannelsessystemet allerede i slutningen af 40'erne. Det smittede gennem OEEC (nu OECD) af på uddannelsesdebatten i hele den vestlige verden. Dette sammen med at der inden for industrien var opstået et stadigt voksende behov for arbejdskraft med tekniske/naturvidenskabelige (t/n) kvalifikationer, var blandt årsagerne til at man i Danmark nedsatte den såkaldte Teknikerkommission i 1956.

Teknikerkommissionen betonede,som omtalt i kap.IV i deres betænkning "Teknisk og naturvidenskabelig arbejdskraft" i 1959, kraftigt, at der inden for industrien manglede t/n arbejdskraft, og at man burde styrke disse fagområder inden for hele uddannelsessystemet. Kommissionen taler også om landets overlevelsesmuligheder, konkurrenceevne over for udlandet og om udviklingen af "den menneskelige produktionsfaktor". Betænkningen gav udtryk for stor optimisme på landets vegne, hvis man "bare" uddannede tilstrækkelig megen t/n arbejdskraft.

Der blev parallelt med Teknikerkommissionen nedsat en "kommission om uddannelse af ikke-faglærte" i 1957 af arbejdsministeren. Dette resulterede bl.a. i oprettelse af brancheopdelte specialarbejderkurser, der var kurser af tre ugers varighed. På denne måde åbnedes mulighed for større tilpasning og bevægelighed af denne produktionsreserve, som de omtales i betænkningen, og på denne måde var det sådan i slutningen af 50'erne at "Den eneste arbejdskategori, der nu... var mangel på, var de højt kvalificerede akademikere."[19)]

Behovet for ændringer i folkeskole og gymnasium havde udviklet sig i løbet af 50'erne. Den eksamensfri mellemskole fra 1937 havde ikke været nogen succes og ligeså med afskaffelsen af matematik i sprogligt gymnasium. Desuden var man interesseret i en større harmonisering mellem landsby- og byskoler.

At gymnasiet blev så meget ændret, som tilfældet var, var afledt af ændringer i folkeskolen. "For så vidt var gymnasiets anliggender ikke selvstændigt i fokus. Gymnasiet kom ind i billedet i anden instans, derved at de påtænkte forandringer for mellemskolen og den frie mellem ville få organisatoriske konsekvenser for elevernes kvalifikationer ved indgangen til gymnasiet. F. eks. indgik det i planerne, at eleverne skulle deles mindre skarpt end før efter femte klasse, og at mellemskolesystemet skulle placeres som en del af folkeskolen (som før udelukkende havde omfattet 1.-7. klasse) og adskilles fra gymnasieskolen. Først efterhånden som diskussion-erne udviklede sig, blev også gymnasiets struktut genstand for selvstændig opmærksomhed og inddraget i planlægningsarbejdet."[20]

Disse diskussioner mundede ud i vedtagelsen af nogle nye skolelove i 1958, der begge var rammelove, hvis indhold skulle udfyldes af nogle dertil beregnede kommissioner. Dette udmøntede sig i Den blå Betænkning (1958) for folkeskolen og Det nye Gymnasium (1960), også kaldet Den røde Betænkning, for gymnasiet. Dette kaldes herefter 58'ordningen, selv om betænkningen for gymnasiets vedkommende, først kom i 1960 og bekendtgørelsen i 1961.

For folkeskolens vedkommende betød 58'ordningen afskaffelse af mellemskolen. I stedet blev folkeskolen udvidet til 8-9 skoleår for den almene linie, og en 3-årig realafdeling, der byggede umiddelbart ovenpå 7. klasse. Desuden ligestilledes landsby- og byskoler, ved at der bl.a. blev indført skoledag hver dag på landet.

På gymnasiet betød 58'ordningen en ret stor strukturændring. Gymnasiet blev opdelt i to linier, en matematisk og en sproglig. Hver linie deltes så efter 1.g i de såkaldte grene, hvor den sproglige linie kom til at bestå af nysproglig, samfundssproglig og klassisksproglig grene, og den matematiske linie matematisk-fysisk, matematisk-naturfaglig og matematisk-samfundsfaglig grene. Indførelsen af samfundslinierne hænger sammen med udbygningen af den offentlige sektor og styrkelsen af biologi hænger sammen med nogle universitetsprofessorers aktive virke:"Den tilvækst af nye grene, som denne struktur frembyder, havde tilsyneladende i høj grad sin oprindelse i forskellige faglige faglige interessegruppers ivrige virke for at placere deres fag som gymnasielle kernefag. Det var f.eks. tilfældet for den matematisk-naturfaglige gren, hvis oprettelse skyldtes en aktiv indsats fra en mindre gruppe professorer i bio- og geofag, støttet af forsøgsvirksomhed ved enkelte skoler."[21] Desuden fik en vækst i den kemiske og biokemiske industris betydning indflydelse på oprettelsen.

Kap.III.4 Den uddannelsesoptimistiske periode

Perioden var meget præget af optimisme med hensyn til uddannelse, man mente virkelig, at der var et stort set udækkeligt behov for uddannet arbejdskraft, og at dette behov ikke kunne dækkes af de socialgrupper, der normalt tog en længerevarende uddannelse (især socialgruppe I). Man havde så stort behov, at det var nødvendigt at mobilisere intelligensreserverne, hvilket resulterede i, at socialdemokratiets gamle tanker om chancelighed blev fremtrædne igen. Således hedder det i Den røde Betænkning angående den skæve rekruttering:"I et teknisk højtstående land der tillige bygger på en demokratisk samfundsopfattelse er en sådan tilstand ikke acceptabel. Dels må alle unge, der er i besiddelse af de fornødne evner, uanset deres sociale herkomst have den samme mulighed for at gennemføre en højere uddannelse, dels er det en betingelse for erhvervslivets,teknikkens og videnskabens fortsatte udvikling, at alle får den uddannelse deres evner berettiger dem til, eksempelvis vil automatiseringen jo kræve en helt ny type medarbejdere med en ny og højere teknisk uddannelse."[22]

Man havde altså også et behov for at få uddannet noget mere arbejdskraft. Det var ikke kun inden for det t/n område, man mente, at en ekspansion var nødvendig, optimismen strakte sig ud over hele uddannelsesområdet, hvilket fremgår af nogle udtalelser fra det såkaldte Erik Ib Schmidt udvalg, der blev nedsat i 1960. I dette udvalgs betænkning, der kom i januar 1962 konstateres det "... at de førende industrilandes tekniske og økonomiske udvikling er nøje betinget af den indsats, der er gjort med hensyn til uddannelse og forskning, og der kan næppe rejses tvivl om, at en effektiv udnyttelse af alle evner og ressourcer 'betaler' sig samfundsmæssigt set, dvs. giver størst økonomisk vækst."[23]

Udvalget mente desuden, at man i løbet af 50'erne havde indrettet og trindelt uddannelsessystemet på den mest hensigtsmæssige måde, og at det nu bare drejede sig om at få uddannet så mange som muligt. "...hvis balancen mellem de enkelte trin i systemet opretholdes, og dette i øvrigt er tilpasset efter de samfundsmæssige behov, kan man næppe 'overinvestere' i undervisning og uddannelse. Den aktuelle risiko er under alle omstændigheder den modsatte: at det ikke lykkes hurtigt nok at leve op til kravet om udbygning af uddannelseskapaciteten."[24] Denne udtalte optimisme havde nok stor indflydelse på den kraftige udbygning af dehøjere uddannelser i løbet af 60'erne.

"Studenterundersøgelsen", der var blevet nedsat i 1959 til at undersøge studerendes økonomiske forhold og vilkår, var bl.a. årsag til, at man allerede i 1961 udvidede UU fra 19 til 71 mill.kr.

Som et yderligere led til at mobilisere intelligensreserven blev teknisk forberedelseseksamen oprettet i 1962.

Uddannelsesoptimismen har i en eller anden forstand smittet af på befolkningen, der kom i hvert fald en kraftig tilgang til gymnasiet, der var f.eks. en 3-dobling af elevtilgangen fra 54/55 til 68/69, og især lige i begyndelsen af 60'erne var der en meget kraftig stigning i tilgangen. Det virkede overraskende at tilgangen var så stor, og det kunne godt skabe sine problemer:"Selv om der i kølvandet på det økonomiske opsving og på de uddannelsespolitiske diskussioner omkring 1960 om mobilisering af den såkaldte 'intelligensreserve' udtryktes behov for at bringe flere igennem længerevarende uddannelser, var den kvantitative ekspansion af gymnasiet, der fandt sted i begyndelsen af 60'erne, ikke i ret høj grad forudset, endsige planlagt, af de centrale myndigheder. Udover den vækst der fulgte af de store årganges indtog i gymnasiet, havde man kun forestillet sig en beskeden vækst i gymnasiefrekvensen. Gymnasieskolen var hverken hvad bygninger eller, især lærere angår, dimensioneret til at opsuge den vækst der kom."[25]

Den store ekspansion i uddannelsessektoren gik hurtigere end man kunne nå at følge med. For at kunne vurdere hvordan hele uddannelsessystemet blev mest rentabelt for staten, måtte man lave forskellige undersøgelser. Man havde bevæget sig fra den uddannelsesoptimistiske periode ca. '56-64 til undersøgelsesperioden ca. '64-70/71.

Kap.III.5 Undersøgelsesperioden

De uddannelsessøgendes økonomi og planlægning af uddannelserne var to hovedtendenser i de foretagne undersøgelser.

Kap.III.5.a De uddannelsessøgendes økonomi

I 1964 blev uddannelsesundersøgelsen startet. Den omfattede de studerende ved alle de videregående uddannelse, som var omfattet af loven om Ungdommens Uddannelsesfond. Undersøgelsen var bestilt af undervisningsministeriet som led i folketingets overvejelser om revision af Ungdommens Uddannelsesfond i 1963, og resultaterne fra undersøgelsen kom til at indgå i det i juni 1965 nedsatte von Eyben-udvalgs arbejde, som blev afsluttet i 1968.

I 1965 var socialforskningsinstituttet blevet bedt om at foretage Ungsomsundersøgelsen. Denne undersøgelse skulle belyse de sociale og økonimiske problemer i forbindelse med uddannelsen af den del af ungdommen, der ikke, eller kun i begrænset omfang, omfattes af Ungdommens Uddannelsesfond. Desuden ville man sammenligne resultaterne med de undersøgelser, der var udført af Ungdomskommissionen af 1945. Ovennævnte undersøgelse skulle indgå i det førnævnte von Eyben-udvalgs arbejde.

I 1968 kom så von Eyben-udvalget med deres betænkning, der udtalte sig om de retningslinier, der skulle følges ved tildeling af Ungdommens Uddannelsesstøtte: uddannelsesvalg, forældreindtægt, egen indtægt m.m. Det er denne betænkning, der udgør hovedstammen i det SU-system, som eksisterer nu.

Kap.III.5.b Planlægning af uddannelserne

I 1964 oprettedes Planlægningsrådet for de højere uddannelser (PLR), som i 1966 fremlagde en planskitse for udbygningen frem til 1980. Planskitsen fremhævede et behov for planlægning, hvis man skulle sikre en rationel udnyttelse af væksten i uddannelsesudgifterne, men den viste også, at det administrative og nødvendige datamæssige grundlag for en sådan planlægning ikke var til stede.

I 1966 gjorde PLR opmærksom på behovet for styring, og desuden startede forberedelserne til Ungdomsforløbsundersøgelsen 1968. Den blev først afsluttet i 1975. Undersøgelsen skulle danne grundlag for en dyberegående analyse af, hvilke forhold der var bestemmende for de unges fordeling på de forskellige uddannelseskatagorier og den senere placering i erhvervsgrupper.

I 1971 afsluttede PLR "5 års redegørelsen" (De videregående uddannelsers udbygning 1971/72 - 1975/76). Den kan opfattes som en sammenfatning af undervisningsministeriets bestræbelser på at få en samlet oversigt over, hvad de stadigt øgede uddannelsesudgifter blev brugt til. Det var således et af udgangspunkterne for en egentlig planlægning.

I begyndelsen af 70'erne var efterhånden en del af de grundlæggende undersøgelser færdige, og man kunne begynde at anvende dem i styringen af uddannelsessektoren. Man startede hermed på styrings- og nedskæringsperioden.

Kap.III.6 Styrings- og nedskæringsperioden

I undervisningsministeriets bidrag til den første perspektivplanredegørelse (PP1) slås de nye toner an, og der lægges op til besparelser og rationalisering:"... at der sættes ind på, at ingen uddannelse bliver længere og kostbarere end strengt nødvendigt for sit formål."[26)]

"Set i relation til samfundets behov for uddannet arbejdskraft vil systemet (der tænkes her på adgangsbegrænsningen) åbne mulighed for at regulere tilgangen til de forskellige uddannelser efter basisuddannelser - enten gennem en effektiv studie- og erhvervsvejledning eller ved krav om, at den hidtidige uddannelse skal være gennemført med visse minimumsresultater. En sådan regulering... vil ikke afskære den enkelte fra at få arbejde inden for sit interessefelt, selv om det måske ikke bliver på det niveau, der oprindeligt blev sigtet mod."[27)]

Den anden perspektivplan (PP2) kom i 1973 og her videreudvikles tanken om begrænsning i antallet af studerende på de længerevarende uddannelser. Der lægges op til, at man vil forsøge at lokke folk over i kortere-varende uddannelser. Man regnede med, at man ved at lette adgangen til de korterevarende uddannelser ville løse det akutte problem, som bestod i et stadigt stigende pres på tilgangen til de lange uddannelser.

Man havde også fået et anderledes syn på lighedsspørgsmålet:"En væsentlig drivkraft bag mange af efterkrigstidens uddannelsespolitiske initiativer såvel her i Danmark som i udlandet har været ønsket om at udjævne de sociale uligheder i samfundet... Men uddannelsessociologiske resultater fra de senere år viser, at det er forbundet med meget store vanskeligheder at nedbryde de sociale skævheder i hastigere takt, end det sker i samfundet i øvrigt... Et samfunds uddannelsessystem kan ikke afvige fundamentalt fra tilværelsen udenfor skolen, hvis det sotre flertal af uddannelsessøgende og deres forældre samt lærere og øvrige ansatte skal vedkende sig skolens verden."[28)] (!)

I 1974 slog statens rationaliseringsbestræbelser på uddannelsesområdet rigtigt igennem. Det var nemlig udkommelsesåret for "Helhedsplanlægning af de videregående uddannelser 1974-1978" (H-planen). Her lægges der virkelig op til indskrænkninger og besparelser. Der bliver anlagt et investeringssynspunkt på uddannelserne. En af konsekvenserne ved et sådant investeringssynspunkt er at samfundet ikke ser nogen interesse i at give en længerevarende uddannelse til væsentligt flere, end der er behov for i de erhverv, som uddannelsen retter sig mod. En anden konsekvens ved dette synspunkt er, at uddannelsernes omkostninger skal minimeres.

I H-planen opstilles følgende grove ligning for ressourcetildelingen til de enkelte institutioner:

Ressourcetildeling = tilgang x uddannelsestid x ressourceindsats pr. stud.

Der lægges herefter op til en styring v.h.a. adgangsbegrænsning for tilgangens vedkommende. Uddannelsestiden har man tænkt sig at regulere ved at nedsætte de formelle krav til uddannelserne for at opnå erhvervskompetence. Desuden vil man sættebegrænsninger på hvor lang tid de studerende har ret til undervisningog SU.

I 1975 blev SU forringet, idet de rentefri statslån overgik til banklån med almindelig bankrente, og de 16-17 årige blev fjernet fra uddannelsesstøttens område og henvist til den kommunalt administrerede ungdomsydelse.

Kap.III.7 HF og gymnasium

Der udstedtes i 1966 en lov om Højere Forberedelseseksamen (HF), der var tiltænkt at udnytte den del af befolkningens uddannelsespotentiale, der tidligere var droppet ud af uddannelsessystemet ved at tilbyde dem et toårigt kursus. HF var først og fremmest tænkt som en forberedelse til folkeskolelæreruddannelsen. Betænkning og bekendtgørelse kom i 1967. Ved lovændringer i 1970 og 1973, der blev udmøntet i bekendtgørelser, hvor den gældende er fra 1974, opereres der med en todeling af visse fag i fællesfag og tilvalgsfag, hvor fællesfag er undervisning på et elementært niveau og tilvalgsfag sigter på videre studier.

Den nye, og nugældende gymnasiebekendtgørelse kom i 1971. Den indeholdt ikke særlig meget nyt, men var nærmest en opsamling af de småændringer, der var sket undervejs fra den forrige, og en præcisering af eksamenskravene. Desuden var den en tilpasning af stofmængden til 5-dages ugen, som var indført i 1970.

I 1972 startede en undersøgelse, der skulle undersøge om søgningen til HF havde en mindre skæv social rekruttering end den til gymnasiet.

Kap.III.8 EFG

På grund af en stor tilbagegang i lærlingetilgangen i slutningen af 60'erne prøvede man med en forsøgeordning kaldet de erhvervsfaglige grunduddannelser (EFG), at afhjælpe dette problem. EFG består af et fælles basisår og lægger i det hele taget op til en større institutionalisering af lærlingeuddannelserne. Uddannelsen sigter på at udvikle de unges omstillingsevne og mobilitetsberedskab.

I 1972 gennemførtes Knud Heinesens 'Forsøgslov', der sikrede EFG-lærlingene en løngodtgørelse under skoleophold - også i basisåret - svarende til den løn, lærlinge indenfor det pågældende hovedområde på tilsvarende uddannelsestrin opnår.

I 1976 blev så løngodtgørelse i basisåret afskaffet ved lov om ændring af de erhvervsfaglige forsøgsuddannelser (grunduddannelser), hvilket gav en årlig besparelse på 68 mill.kr. En stor del af denne årlige besparelse, nemlig 40 mill.kr., var overført til mestrene i 1975 til betaling af mesterlære-elevernes skolepenge. Dette var en favorisering af mesterlæren og en besparelse på mere end differensen på 28 mill.kr., idet institutionaliseringen af de erhvervsfaglige uddannelser var en bekostelig affære. Bevarelsen af mesterlæren betyder, at erhvervslivet beholder den fulde kontrol med uddannelsen. Endvidere er mesterlæren nok den mest effektive uddannelse, hvad angår tilpasning af arbejderne til lønarbejdet.

Kap.III.9 Folkeskoleloven 1975

I 1975 indgik 5 partier i folketinget forlig om en ny folkeskolelov. Forud for denne lov var gået flere års debat, startende med K.B.Andersens forslag om en forlængelse af den 7-årige undervisningspligt. I 1969 blev Helge Larsens såkaldte '9-punkts program' vedtaget i folketinget. Det indebar en udvidelse af undervisningspligten til 9 år fra 1973-74 og med differentieret undervisning fra 8.klasse. Programmet indeholdt endvidere en bemærkning om at skolens daværende fagkreds, timeplaner og afsluttende prøver burde underkastes en revision.

Folkeskolens Læseplansudvalg (undervisningsministerens permanente rådgivende organ) kom i 1971 med en opfølgning af 9-punkt programmet i et "notat". Heri går man ind for en 10-årig skole med niveaudelt undervisning i matematik, engelsk og tysk på 8.-10. klassetrin og i fysik/kemi på 9.-10. klassetrin samt etablering af frivillige afsluttende prøver efter 10. klasse, dels i de nævnte fag på to niveauer, dels i dansk og i det nye fag samtidsorientering.

Første udkast til en ny folkeskolelov kom med Knud Heinesens skolelovsforslag i december 1972, hvori karaktergivning og afsluttende eksaminer blev foreslået afskaffet helt. I dette lovforslag fandtes rester af enhedsskoletanken, idet alle fag også de kompetencegivende (matematik, fysik/kemi og fremmedsprog) skulle have samme mål og indhold for alle elever, og undervisningen skulle tilstræbe, at alle elever nåede de samme mål.

Endnu et bidrag til folkeskoledebatten var "Højbyskitsen", der kom i april 1973. Dette såkaldte "Højbyudvalg", der var blevet nedsat af undervisningsminister Knud Heinesen foreslog en integration af alle de 16-19 åriges uddannelse med en mangfoldighed af tilvalgsmuligheder.

I den vedtagne folkeskolelov fra 1975, som stadig er gældende, forlades enhedsskoletanken endeligt, idet undervisningen i de kompetencegivende fag niveaudeles i et grundkursus og et udvidet kursus, som foreslået af Læseplansudvalgets notat fra 1971. Dette notat var i stor udstrækning blevet fulgt under udformningen af loven. Ved dens ikrafttræden i 1976 blev realeksamen afskaffet og folkeskolens afgangsprøver på to niveauer blev etableret. Bortfaldet af realeksamen, der tidligere havde været adgangsbillet til mange mellemuddannelser eller traditionelle kvindefag (sygeplejerske, hospitalslaborant, børnehavepædagog osv.) fik betydning for rekrutteringen til gymnasiet i slutningen af 70'erne.

Kap.III.10 Det centrale uddannelsesråd og U 90

P-planerne havde understreget betydningen af en samlet planlægning af hele uddannelsesområdet. Det førte i 1973 til nedsættelsen af det centrale uddannelsesråd (CUR), der fik hele uddannelsessystemet som ansvarsområde.

Den daværende undervisningsminister Ritt Bjerregaard pålagde i 1975 CUR at formulere et debatoplæg til en "demokratiseret" langtids-uddannelsesplanlægning. I november 1975 afgav CUR en redegørelse vedrørende denne planlægning frem til 1990. I redegørelsen indgik tre i princippet forskellige modeller for de 16-19 åriges uddannelser. Og der blev lagt op til analyser af årsagssammenhænge mellem uddannelser, arbejdsmarked og samfund, og en inddragelse af forskere i analyseopgaver. I marts 1978 kom U 90 (fortryk) og heraf fremgår det, at hovedtendensen for CUR nu ikke mere var at komme med et debatoplæg. I begyndelsen af kap.X hedder det således:"Reformforslagene i det følgende er udarbejdet ud fra den opfattelse, at de ønskes gennemført af regering og folketingsflertal med virkning for hele landet." 29)

Den politiske sammensætning af CUR (som et udvalg, der skulle repræsentere forskellige interesser) gjorde, at de politiske diskussioner blev taget i CUR i stedet for i befolkningen og i folketinget. CUR havde valget mellem at komme med et sammendrag af en mængde mindretalsudtalelser eller et blødt kompromis med blot få mindretalsudtalelser. CUR valgte sidstnævnte mulighed og U 90 blev således ikke konfliktorienteret.

Grundfilosofien omkring lighed fra PP2 kan genfindes i kap.IX's indledning:"Ulighederne i samfundet kan ikke afskaffes gennem uddannelsespolitiske reformer, og det er næppe muligt at tilvejebringe et meget lavere niveau af ulighed i uddannelsessystemet end i samfundet", og følgende forsigtige mål blev sat:"... uddannelsessystemet bør i hvert fald ikke halte bagefter"[30] (de almindelige bestræbelser på at formindske ulighederne i samfundet).

Denne erkendelse fik dog ikke CUR til at forlade lighedstanken. Den blev rettet mod at give indtryk af, at andre livsområder (familielivet, fritidslivet og samfundslivet) kan løsrives fra arbejdslivet, at der kan skabes kompensation, samt at vedligeholde oplevelsen af og illusionen om lighed og retfærdighed. Om sorteringen af, hvem der skal ind på hvilke pladser i samfundets arbejdsdeling siger U 90, at rekrutteringen til de forskellige uddannelser skal være mere lige. På den anden side må man afstemme efter, hvilke samfundsmæssige behov der er for forskellige typer uddannelse og styre såvel elevstrømmen som udbygningen af uddannelseskapaciteten. Samtidig hedder det dog:"Vort sigte er ikke at afskære nogle fra at få en uddannelse."[31]

Skolens socialiseringsfunktion behandles relativt åbent i U 90. I kap. VIII står der således om socialiseringen, at når skolen opdrager alligevel, så kommer man "ikke udenom at spørge, om det ikke er hensigtsmæssigt, ja simpelthen nødvendigt, at skolen er mere bevidst overfor socialiseringsprocessen." I U 90 argumenteres der imod, at 1)"socialiseringen" er forældrenes sag, 2)at skolen skal være værdineutral og 3)at socialiseringen vil blive magthavernes indoktrinering. Der konkluderes, at skolen skal søge at give "en positiv holdning til de grundlæggende principper i vor form for folkestyre."[32]

Disse synspunkter er nok de mest kontroversielle, der findes i U 90 og dem, som har givet anledning til debat, bl.a. på grund af den stærkt udvidede rekruttering til gymnasiet er almendannelsen (i den litterært-historisk nationalt orienterede forstand) på retur. Bevidstheden om at være bedre knyttes i stigende grad til undervisningens indhold, der direkte kan fungere forberedende til at arbejde i overordnede og styrende funktioner i et kompliceret samfund: analytisk virksomhed, træning i kommunikation, tilvænning til at arbejde selvstændigt med fremmedbestemte opgaver og orientering om samfundets mekanismer på den borgerlige samfundsvidenskabs betingelser.

U 90 kom med et nyt bud på, hvad almendannelse burde være for noget. Den delte begrebet op i to:

1) almen erhvervskompetance, der bl.a. skulle bestå i
 -"evnen til at samarbejde og til at opfatte arbejdsvejledning og til at modtage og gengive besked
 -bredere erfaringer med de grundliggende arbejds- og produktionsprocesser og kendskab til gængse arbejdsredskaber og materialer og deres egenskaber osv.
 -kendskab til arbejdsvilkår i almindelighed, samt til sikkerhedsforhold, arbejdsmiljøproblemer i øvrigt og regler for lønfastsættelse, ansættelsesformer og arbejdsret."[33]

2) almen studiekompetence, der bl.a. skulle bestå i
 -"evnen til at analysere og drage slutninger fra egne erfaringer og skriftlige fremstillinger og til skriftligt og mundligt at gøre rede herfor
 -godt kendskab til engelsk
 -alment kendskab til metode for indsamling og bearbejdning af data og til kritisk vurdering af informationer og hypoteser."[34]

Ifølge U 90 må ingen uddannelse udelukkende give almen erhvervskompetence eller almen studiekompetence. Alle uddannelser skal give begge kompetencer.

Folkeskoleloven af 1975 behandles også i U 90, der påviser lovens utilstrækkelighed på flere punkter:"der sker fortsat ud fra prøveresultater en sortering af eleverne i folkeskolens sidste klasse med det resultat, at nogle elever vil være afskåret fra fortsat uddannelse i gymnasiet."[35] Krisen i 70'erne betyder, at der bliver "rift om at få pladser og de tilbageværende sorteringsmekanismer: specialundervisning, herunder især observationsklasser og -klinikker (i bunden) og prøver, eksaminer, almindelige højnelser af de faglige krav (i toppen) sætter sig atter igennem med styrke."[36] "Specialundervisningens tiltagende omfang anfægter folkeskolens erklærede formål om at være en fælles skole uden deling af børnene, der både på kort og langt sigt indebærer skæbnesvangre følger for den enkelte."[37]

Om ungdomsuddannelserne udtaler flertallet i U 90:"... at en rimelig balance kan opnås gennem et system sammensat af et bredt spektrum af uddannelser, hvori tyngdepunktet er et udvidet EFG-system, og hvori også indgår overvejende studieforberedende uddannelser på grundlag af et videreudviklet gymnasium og HF. Vi udelukker således ikke, at der også kan være flere former, men vi mener ikke mesterlæren bør bevares sideordnet med EFG. Mesterlæren er efter vor opfattelse for snæver, og en bevarelse af begge systemer vil være unødvendigt bekostelig. Der er enighed om at anvende de muligheder, loven giver, til gradvis at erstatte lærlingeuddannelserne med EFG i løbet af 80'erne."[38] De skel, der er mellem gymnasiet og erhvervsuddannelserne og erhvervene, foreslås afviklet. "Som led heri må bl.a. foretages en revision og fornyelse af fagrækken. En fortsat drejning i retning af samfundsfag, psykologi og praktiske fag forekommer ønskelig, og dette må gå hånd i hånd med praksisorienteret arbejdsform. På linie hermed må gymnasieelever i ikke for korte perioder beskæftige sig med praktiske opgaver fra det omgivende samfund. En af mulighederne her vil være et par måneders ophold på de værkstedsskoler, som er til rådighed for EFG-uddannelserne."[39]

I øvrigt siges det i U 90, at adgangen fra folkeskolen til ungdomsuddannelserne principielt ikke bør være betinget af nogen prøve, ligesom bestemte valgte niveauer eller folkeskolens 10. år ikke bør være en forudsætning.

Om de videregående uddannelser står der ikke meget i U 90. Ud over at der her og der foreslås forskellige stramninger, f.eks. omkring adgangsbegrænsningen, indføres et nyt begreb - en mellemlang videregående uddannelse på 3-4 år, der skal afsluttes med en kompetencegivende prøve.

Problemet er ifølge U 90, at for mange får en 6-8 årig videregående uddannelse, der er beregnet for en elite. Derfor foreslås, at flere skal have en korterevarende uddannelse på 1-2 år, at de fleste skal have en mellemlang uddannelse på 3-4 år, og at nogle skal have en ekstrem langvarig specialistuddannelse på 8-10 år.

At der i U 90 ikke gøres mere ved de videregående uddannelser, kan forklares ved, at en række af de indgreb og beskæringer af de videregående uddannelser som blev foreslået i H-planen i 1974 allerede i 1976/77 var blevet foretaget, og at disse indgreb vil få virkning langt ind i 80'erne.

I 1978 foreslog CUR en omlægning af SU, hvilket i virkeligheden var en yderligere forringelse, da de udeboende 18-22 årige og de 23-årige i ungdomsuddannelser mv. forfordeltes med næsten 50% mere i stipendium end de 23-årige i de videregående uddannelser. Forslaget skulle animere til et valg af korterevarende uddannelser, eller i hvert fald til at gøre uddannelsen færdig hurtigst muligt. Det blev gennemført 1.august 1980.

Kap.III.11 Ungdomsarbejdsløsheden og HF/gymnasium i slutningen af 70'erne

Allerede fra krisens start i 1974 blev ungdommen hårdt ramt af arbejdsløsheden. Antallet af unge 15-24 årige arbejdsløse, som søgte fuldtidsarbejde, var steget 506% fra nov. 73 til okt. 74. For de 25-44 årige var stigningen "kun" på 390% i samme tidsrum. Ungdomsarbejdsløsheden er på trods af forskellige beskæftigelsesforanstaltninger stadig et stort problem.

Indførelsen af adgangsbegrænsningen til de videregående uddannelser i 1977 fik indflydelse på tilstrømningen til HF. I 1975/76 var bestanden på sit højeste i 1.HF med 6979 elever; i 1977/78 var den faldet til 6262 elever. Usikkerheden omkring HF-eksamens ligeværdighed m.h.t. adgang til de videregående uddannelser sammenholdt med udsigten til hurtigt at komme ud i arbejdsløshed fik flere og flere til at vælge gymnasiet i stedet for. Dette har betydet at flere HF-kurser som sådan er blevet nedlagt. Til gengæld er der blevet oprettet (fra 1970) HF-enkeltfagskurser rundt om i landet. Disse enkeltfagskurser har haft er stor og stadig stigende elevtilgang.

En anden grund til gymnasiets succes omkring 1977 var, at adgangskravene til gymnasiet blev svækket.

Realeksamens afskaffelse ved folkeskoleloven af 1975 betød usikkerhed hos folkeskoleeleverne m.h.t., hvad folkeskolens nye afgangsprøver overhovedet kunne bruges til. Gøgeungeeffekten, der betyder, at studenter både i mellemuddannelserne og på EFG skubber folkeskoleeleverne ned bar i køen - og der var (og er) en lang kø til disse uddannelser - gjorde sig allerede fra krisens begyndelse gældende. Alt dette fik tilgangen til gymnasiet til at stige yserligere i 1977. For mange af de unge, der nu kommer i gymnasiet, bliver det blot et opbevaringssted. Der er ikke plads til dem andre steder. Tiden til de eventuelt bliver arbejdsløse bliver forlænget med tre år. Da gymnasiet ikke ligefrem er skræddersyet til denne del af ungdommen, giver mødet med dem da også anledning til problemer. Der ses stigende fremmødeproblemer, uro og apati i timerne, psykiske problemer, frafald og stigende dumpeprocenter. Disse elever har svært ved at se meningen med både de dannelsesmæssige elementer i undervisningen og den abstrakte færdighedskvalificering, hvis brugbarhed forekommer dem både tvivlsom og uigennemskuelig. Da denne udvikling i søgningen til gymnasiet fortsætter (for 81/82 er søgningen steget med 11% sammenlignet med 80/81 - stigningen i søgningen er specielt stor til det sproglige gymnasium, idet latin nu ikke mere kræves som adgangsbillet) må gymnasiet forsøge at løse disse problemer. Det er derfor nødvendigt med en gennemgribende gymnasiereform.

Kap.III.12 Gymnasiet i 80'erne

Undervisningsminister Dorte Bennedsen mener, at der bør ske gennemgribende ændringer i fymnasiets struktur og indhold fra midten af 80'erne:"De eksisterende fag og deres indhold bør tages op til en fordomsfri drøftelse, og den historisk betingede deling i en matematisk og en sproglig linie bør opgives til fordel for en fælles indgang til gymnasiet. Jeg forestiller mig, at det igangværende forsøgsarbejde i gymnasieskolen kan intensiveres og erfaringerne løbende opsamles, så ændringerne i gymnasiet kan være en realitet midt i firserne.

I matematik og naturvidenskaberne må man overveje at lægge mere vægt på overordnede samfundsmæssige problemer. Det er også værd at overveje, om der ikke kan slås bro over den kløft, som synes at eksistere mellem på den ene side fysik/kemi og på den anden side biologi og geografi. På det samfundsfaglige område kunne man overveje om ikke vægten i for høj grad har været lagt på samfundets offentlige sektor. Hvad enten eleverne finder deres erhverv i den offentlige eller den private sektor, vil det være vigtigt for dem at have en større viden om de problemer, som knytter sig til det private erhvervsliv. En vigtig problemstilling er også at skabe en historisk bevidsthed hos eleverne, så de kan handle på grundlag af en viden om de historiske betingelser, som har skabt vort nuværende samfund.

Der skal være perioder i gymnasiet med relevant praktisk beskæftigelse inden for arbejdslivet. Her vil der være gode muligheder for at give eleverne lejlighed til at prøve kræfter med andre udfordringer, end skolens dagligdag har mulighed for at byde på."[40)]

Ministeren nævner også, at nye fag som dataområdet og massemedieområdet "trænger sig på".

Hvordan gymnasiet vil se ud om fem år, er stadig et åbent spørgsmål. Det afhænger i høj grad af, hvordan de forsøg, der i øjeblikket foregår på gymnasierne, spænder af. Af EFG skulle blive hovedhjørnestenen i de 16-19 åriges uddannelse vil ikke kunne realiseres foreløbig, fordi EFG ikke er geografisk harmoniseret endnu - og det vil være en bekostelig affære - og fordi mangelen på EFG-praktikpladser stadig er katastrofal. Det bliver nok nærmere gymnasiet/HF der bliver hovedhjørnestenen i de16-19 åriges uddannelse, den seneste stigning i søgningen taget i betragtning. Et gymnasium med udelt 1.g, et praktisk islæt af en eller anden art og moderat tilvalg af fag (på forskellige niveauer?). Tværfagligheden vil nok mest komme til udtryk ved enkelte fagsamarbejder (kemi/biologi, etc.). Måske vil der som i folkeskolen komme valgfag som f.eks. datalære, medielære, musiske fag, osv.

LITTERATURLISTE FOR KAPITEL III

I. Bjerg, Jens og Ole Jellingsø:"Uddannelsesplanlægningens elendighed. En kritik af U 90".
Munksgaard, 1.udgave, 1.oplag, Kbh.1978.

II. Bregengård, Per, Jørgen Lerche Nielsen og Henrik Søborg:"Gymnasieskolen".
Kbh.1975, Nordisk Sommeruniversitets skriftserie, nr.8.

III. Helsted, Henrik:"Indledning og kommentarer til Lov om folkeskolen af 26.juni 1975".
Finn Suensons Forlag, Kbh.1975.

IV. Mathiesen, Anders:"Uddannelse og produktion".
Munksgaard, 1.udgave, 1.oplag, Kbh.1976.

V. Mathiesen, Anders:"Produktion, kvalifikation og arbejdsmarkedspolitik", Uddannelse og kvalifikation II.
Munksgaard, 1.udgave, 1.oplag, Kbh.1978.

VI. Mathiesen, Anders:"Uddannelsespolitikken, uddannelsesfordelingen og arbejdsmarkedet", Arbejdsnotat 4.
Lavindkomstkommissionens Sekretariat, 1979.

VII. "Matematikundervisningen i gymnasiet og i gymnasielæreruddannelsen", Oplæg fra udvalg III til landsmødet om matematikken i Danmark, maj 1981.

VIII. "U 90, Samlet uddannelsesplanlægning frem til 90'erne",bd. 1 og 2.
Undervisningsministeriet 1978.

IX. "Uddannelse". nr. 3, Kbh.1981.

X Undervisningsministeriets bidrag til PPl, Kbh.1971.

NOTER OG KILDEHENVISNINGER TIL KAPITEL III

1) Bregengård, p.246
2) ibid, p.251
3) ibid, p.252
4) ibid, p.253
5) ibid, p.254
6) ibid, p.255
7) U 90,2, p.41
8) Mathiesen, 1976, p.41
9) ibid, p.89
10) ibid, p.46
11) ibid, p.49
12) ibid, p.51
13) ibid, p.55

14) ibid, p.56
15) ibid, p.57
16) ibid, p.55
17) ibid, p.62
18) ibid, p.60
19) ibid, p.67
20) Oplæg fra udvalg III, p.20-21
21) ibid, p.22
22) Bregengård, p.258-59
23) Mathiesen,1976, p.69-70
24) ibid, p.70
25) Oplæg fra udvalg III, p.23
26) Mathiesen,1976, p.125
27) Undervisningsministeriets bidrag til PP1, p.118
28) Bregengård, p.259
29) Bjerg, p.32
30) ibid, p.33
31) ibid, p.37
32) ibid, p.35
33) U 90,1, p.170
34) ibid
35) U 90,2, p.51
36) ibid, p.48
37) ibid, p.47
38) U 90,1, p.165-166
39) ibid, p.171
40) Uddannelse, nr.3

KAPITEL IV

TEKNIKUM OG ADGANGSKURSUS

Kap. IV.1 Teknikums historie, udvikling og rolle i kvalifikationssystemet

Kap. IV.1.a Teknikas historie frem til midten af 1950'erne. [1]

Tidlige periode (før 1905): I 1860'erne oprettedes dagklasser for håndværkersvende i København og større provinsbyer. Der var en maskinbygningsretning og en husbygningsretning. Undervisningen foregik i vinterhalvåret (nov-april) og gik i begyndelsen over 2 semestre, men udvidedes (i Kbh.) i 1881 til 4. Dimittender betegnedes hhv. husbygnings- og maskinbygningseksaminander, senere -konstruktører. På et tidspunkt oprettes også undervisning og eksamen for elektrokonstruktører. Undervisningen blev efterhånden formaliseret i tekniske skoler, som altså gav en ensartet uddannelse af bygnings-, maskin- og elektrokonstruktører.

De første teknika (1905-22): I 1905 oprettes Odense Maskinbygningsteknikum - en uddannelse over 6 semestre med en faglig uddannelse som forudsætning. Målsætningen var at "meddele eleverne en afrundet fagvidenskabelig uddannelse i et omfang, som er nødvendigt eller ønskeligt for bestridelsen af selvstændige stillinger eler ved udøvelsen af ledende virksomhed på maskinbygningens forskellige områder." [2] I 1912 blev der stillet adgangskrav i dansk, regning og tegning. I 1915 oprettedes i Århus et Elektroteknikum, også 6 semestre lang og med en faglig uddennelse som forudsætning. Samme år oprettedes bygningsteknikum i Horsens og i 1922 et treårigt maskin- og elektroteknikum i København.

Konsolideringsperioden (1922-45): I 1922 kom der ensartede undervisningsplaner for hele landet. De væsentlige træk af udviklingen vedrørte forbedringer i og anerkendelse af undervisningen. Milepælene var ministerielt godkendte undervisningsplaner. I 1930 udbyggedes Odense med husbygningsteknikum, som også oprettedes i København 1931, Aalborg 1934 og Århus 1944. Forberedelserne til skibsbygningsteknikum i Helsingør begyndte i 1933, men realiseredes først i 1945. I 1943/44 fastsattes en optagelsesprøve til maskin- og elektroteknikum i dansk og regning, og det specificeredes hvilke lærlingeuddannelser, der gav adgang. I 1939 fik dimittenderne officiel ret til ingeniørtitlen. I perioden 1905-45 dimitterede 3902. Før 1935 dog sjældent over 80/år. Næsten halvdelen dimitterede 1935-45.

Strukturen fastlægges (1945-55): I 1949 opdeltes elektroteknikum i en stærkstrømsteknisk og en svagstrømsteknisk retning. I 1950 kom der undervisningsplaner og eksamensregulativ for den sidste af de fem retninger: husbygningsteknikum (- de andre er maskin, elektro-, skibsbygnings- og bygnings-). I 1952 opdeltes maskinbygningsteknikum i to linier: en maskinbygningslinie og en produktionsteknisk linie. Elektroteknikums opdeling i svag/stærk strøm fastlagdes endeligt. I 1952 og 1955 fastlagdes adgangsbetingelserne til realeksamen med mg (for M-, E- og S-retningerne, i 1957 for

HB-retningen) eller en optagelsesprøve i engelsk, tysk, dansk, regning, matematik, fysik og kemi. Der blev oprettet aspirantklasser til forberedelse til denne optagelsesprøve. Disse aspirantklasser var af 6 måneders varighed. Dog skulle realister med mindre end mg kun deltage i de sidste 2 måneders undervisning. Optagelsesprøven blev beskrevet som svarende til mellemskoleeksamen. [3] Samtidigt skete der en liberalisering af kravene til praktisk foruddannelse derved, at flere lærlingeuddannelser blev adgangsgivende.

Hensigten med at stille adgangskrav i dansk og regning i første halvdel af århundredet var vel nok at sikre, at kun folk, der kunne læse, skrive og regne, påbegyndte en teknikumuddannelse. De mere formaliserede adgangskrav i 50'erne havde da til hensigt at sikre, at kun folk, der var studieegnede, startede på en teknikumuddannelse. Teknikumuddannelsernes sværhedsgrad havde udviklet sig i takt med den tekniske udvikling i samfundet i øvrigt.

En oversigt over teknikumuddannelserne og adgangsveje til disse, som de så ud i slutningen af 50'erne gives i Fig. 1.

Kap. IV.1.b Teknikumingeniørernes beskæftigelse.

Teknikumingeniører har været og er overvejende beskæftiget uden for den offentlige sektor, undervisning inklusive. Af en tabel i Nørregaard [4] fremgår, at o. 1950 var ca. 15% beskæftiget inden for disse områder, mens de resterende på nær et par procent var beskæftiget inden for industri o.lign. Teknikerkommissionen angiver en lignende fordeling for 1956. Af 6100 teknikumingeniører var 1000 (16%) beskæftiget i det offentlige og/eller ved undervisning, 3400 (56%) i industri, 1200 (20%) i bygge- og anlægsvirksomhed, mens 500 (8%) havde anden beskæftigelse. Herudover var ca. 600 beskæftiget i udlandet. [5] H-planen angiver for 1972 16500 teknikumingeniører fordelt med 3900 (25%) i den offentlige og 12600 (75%) i den private sektor. [6]

I følge Nørregaard har teknikumingeniører spillet en stor rolle for dansk industris udvikling, især jern- og metalindustrien (incl. elektroindustrien). (I hvert fald frem til 1955, hvor Nørregaards bog er fra, men sikkert også siden.) [7] Administrative stillinger i stat og kommuner er derimod overvejende besat med civilingeniører.

Kap. IV.1.c Nogle begreber til forståelse af kvalifikation.

Den ungarnske, marxistiske økonom Janossy definerer nogle begreber - refereret af Esben Sloth Andersen - som er brugbare til forståelse af kvalifikationsproblematikken. "Profession" [8] angiver den konkrete beskæftigelse, som et menneskes individuelle kundskaber og erfaringer bedst sætter det i stand til; det er ikke nødvendigvis identisk med det arbejde vedkommende faktisk udfører. "Professionsstrukturen" er fordelingen af et lands samlede arbejdsstyrke efter arten af professioner og antallet af dem, der behersker de enkelte professioner. "Beskæftigelsesstrukturen" udtrykker den beskæftigelse, som arbejdskraften på grund af en mangfoldighed af omstændigheder er

Adgangsvejene til teknikumuddannelserne i slutningen af 50erne.

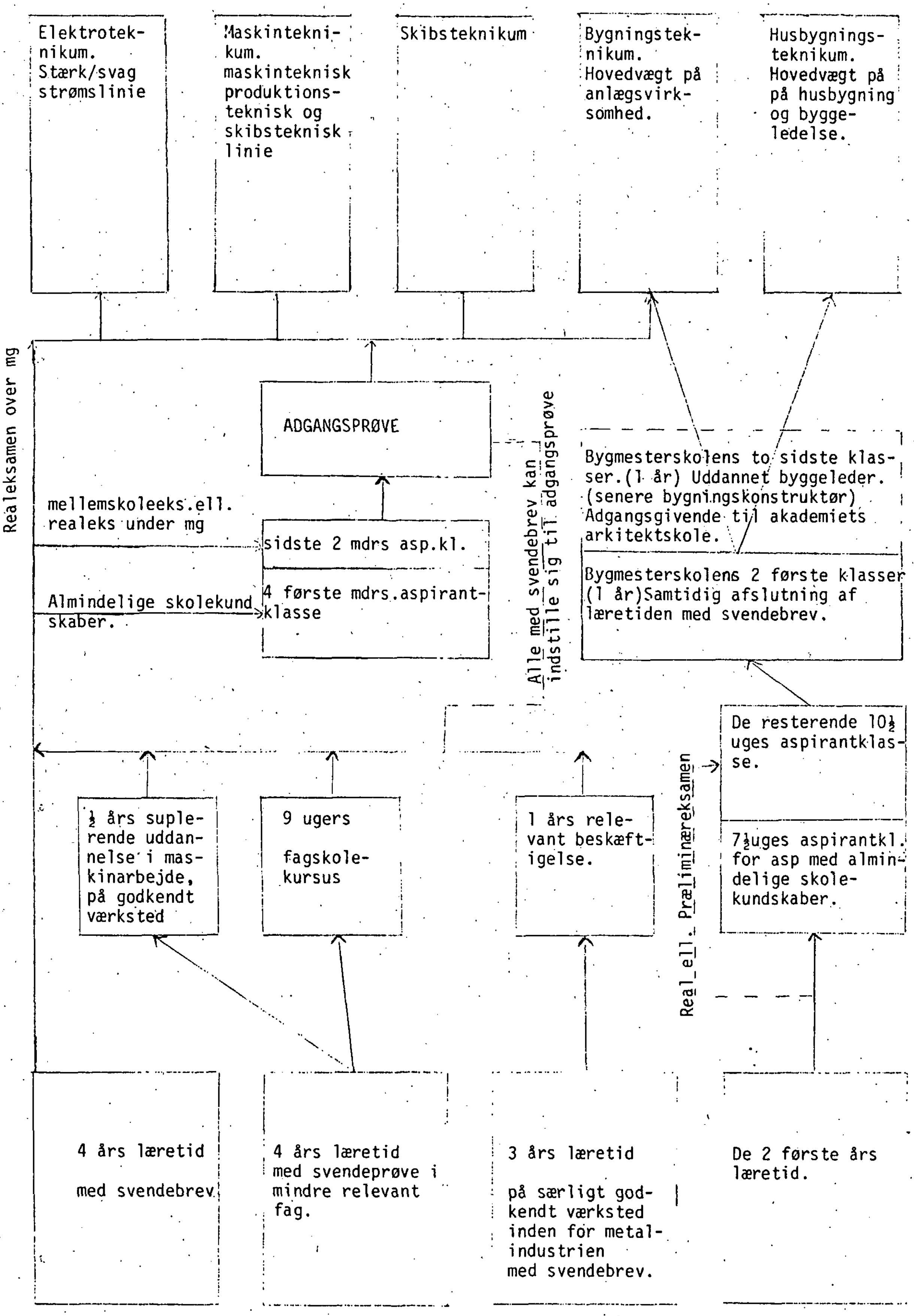


FIG. 1

blevet tvunget ind i. Den behøver således ingenlunde at falde sammen med professionsstrukturen. "Arbejdspladsstrukturen" er givet af de forhåndenværende produktionsmidler og er en klassifikation af de forhåndenværende arbejdspladser efter den slags beskæftigelse, som de kræver for en ordentlig udførelse.

Ideelt falder arbejdspladsstrukturen og professionsstrukturen sammen, alle arbejdspladser vil da kunne besættes optimalt, men arbejdspladsstrukturen vil på grund af den tekniske/økonomiske udvikling og konkurrence "komme foran" professionsstrukturen, fordi udviklingsprocessen forælder kvalifikationer og skaber nye kvalikationskrav. Arbejdskraft overflødiggøres og arbejdspladser står ubesatte eller uhensigtsmæssigt besatte hen. Derfor er der en spænding mellem arbejdspladsstrukturen og professionsstrukturen. [9)]

Det offentlige uddannelsessystem er nok den væsentligste faktor i skabelsen af professionsstrukturen. I lyset af vort begrebsapparat kan vi da sige, at et vigtigt mål for statens uddannelsesplanlægning er at sørge for, at uddannelsessystemet optimalt bidrager til, at professionsstrukturen dækker arbejdspladsstrukturen. Dette er af mange grunde vanskeligt. Uddannelsesinstitutioner og -systemer har inerti, arbejdspladsstrukturen er ikke sådan at aflæse, endsige omsætte til en specifik uddannelse, og ændrer sig tilmed planløst og delvist uforudsigeligt hele tiden. Den teknisk bestemte arbejdspladsstruktur overlejres i øvrigt af virksomhedens sociale organisation. Det sociale hierarkis over- og underordninger er ikke udtryk for eller sammenfaldende med virksomhedens professionsstruktur. Virksomhedens former for herredømme er en vigtig årsag til, at beskæftigelsesstrukturen afviger fra professionsstrukturen.

Det følger også af det foranstående, at det interessante ikke er, "at indordne uddannelsesinstitutionerne efter trinene i det af produktionen resulterende hierarki, men at spørge om staten er blevet færdig med de uddannelsesproblemer, som kvalifikationstrinene giver". [10)]

Kap. IV.1.d Teknikum- og civilingeniøruddannelsernes forskellige rødder og bestemmelser.

Teknikum- og civilingeniøruddannelserne knytter an til hver sin hovedstrømning inden for midt- og vesteuropæisk ingeniøruddannelse. Civilingeniøruddannelsen er den akademisk prægede uddannelse, der etableredes "fra oven" på statslig foranledning uden stærk forpligtelse til at holde sig tæt til samtidens tekniske udviklingsstade. Teknikumingeniøruddannelsen er derimod vokset frem "fra neden" ud af behovet for teknisk (videre-)uddannelse af lærlinge og langt stærkere bundet til og udtryk for det tekniske niveau i størstedelen af den "klassiske" industri (jern og metal). [11)]

Udover hvad teknikas og Danmarks Tekniske Højskoles (DtH) forskellige historiske rødder fortæller om deres indbyrdes placering inden for hierarkiet af uddannelser, kan dette belyses ved at citere teknikerkommissionens beskrivelse af deres forskellige formålsbestemmelser:

"Danmarks tekniske Højskole har til opgave at meddele en højere teknisk undervisning på videnskabeligt grundlag og at fremme udviklingen og den praktiske anvendelse af de tekniske videnskaber og de til grund herfor liggende almene videnskaber." 12)

"Uddannelsen på teknikum tilsigter at give dem, som har gennemgået en praktisk uddannelse inden for de fag, der korresponderer med vedkommendes uddannelse på teknikum, en teoretisk undervisning i et omfang, som er nødvendigt eller ønskeligt for bestridelse af ledende stillinger eller udøvelse af selvstændig virksomhed inden for maskin-, elektro-og skibsbygningsindustrien samt ved anlægs- og byggevirksomhed." 13)

De to bestemmelser "højere teknisk undervisning på videnskabeligt grundlag og udvikling af videnskabens tekniske anvendelser" over for "nødvendig teoretisk undervisning til bestridelse af ledende/selvstændig virksomhed i industrien" angiver en klar forskel i uddannelsernes ambitionsniveau i henseende til dybde og videnskabelig karakter.

Der er næppe tvivl om, at disse forskellige bestemmelser kommer til udtryk i forskellig undervisning og i kandidaternes kvalifikationer ("professioner"). Derimod er der tegn på, at denne forskel ikke modsvares af en tilsvarende i hele den relevante del af arbejdspladsstrukturen, jvnf. en substitutionsundersøgelse fra 1972, hvor 25% af de adspurgte civilingeniører, 69% af de adspurgte teknikumingeniører mener, at en civilingeniør kan erstattes af en teknikumingeniør, mens 59% hhv. 50% mener, at en teknikumingeniør kan erstattes af en civilingeniør. 14)

Kap. IV.1.e Efterkrigsøkonomi og industriens udvikling.

Efter 2. verdenskrig oplevede bl.a. de vesteuropæiske lande et voldsomt økonomisk opsving, der i Danmark for alvor slog igennem i midten af 50'erne, hvor Danmark fra hovedsageligt at være et landbrugsland endeligt fik industrien som vigtigste nationaløkonomiske produktionsfaktor. Forøgelsen af industriproduktionen gennem 50'erne stammede hovedsageligt fra en kvantitativ vækst i produtionsapparatet, og først senere blev den væsentligste produktionsforøgende faktor kvalitative ændringer i produktionens teknologi og organisation. I samme forløb forsvandt arbejdsløsheden og - troede man - afløstes af de "nye tider" med fuld beskæftigelse og store reallønsfremgange. Den Keynesianske opfattelse af statens økonomiske rolle slog igennem i administrationen og i de skiftende regeringer. Staten skulle skabe en ekspansiv økonomi ved at stimulere efterspørgslen gennem fornuftige finans- og pengepolitiske indgreb. (Finanspolitik: Økonomisk politik ført ved hjælp af statens indtægter og udgifter som regulerende instrumenter (skatter og afgifter, kasseover-/underskud, m.v.). Pengepolitik: føres i det væsentlige af nationalbanken, pengetrykning, kreditpolitik (rente og disconto, låneofter etc.)) Hermed ville man for al fremtid kunne undgå kriser og depressioner. Grænsen for vækst opfattedes som bestemt af de kvalifikationer, som arbejdsstyrken besad.

Omkring midten af 50'erne var arbejdspladsstrukturen kommet i et sådant spændingsforhold til professionsstrukturen, at der udgik initiativer fra centralt statsligt hold med henblik på at løse "de problemer, den tekniske udvikling og industriproduktionens vækst har rejst med hensyn til uddannelse at teknisk arbejdskraft af forskellig art." [15] Handelsministeriet nedsatte i 1955 det såkaldte teknikumudvalg til at gennemgå teknikas undervisningsmæssige, administrative og økonomiske forhold. Undervisningsministeren holdt i 1956 en rundbordskonference om manglen på naturvidenskabelig og teknisk uddannet arbejdskraft. 10. juli meddelte statsministeriet en beslutning om at nedsætte en række udvalg til "at kortlægge hele problemområdet og formulere forslag til påkrævede foranstaltninger ..." [16] Det vigtigste af disse var "Teknikerkommissionen".

Kap. IV.1.f Teknikerkommissionen og dens virke.

Teknikerkommissionens arbejde er i dansk sammenhæng det første (og hidtil eneste), som nogenlunde grundigt har afgrænset et uddannelsesområde og anlagt helhedsbetragtninger på det ud fra dets objektive samfundsmæssige funktion. Her afgrænses nemlig et felt af mellemteknikere, ingeniører og teknisk-naturvidenskabelige forskere samt lærere inden for de såkaldte eksakte naturvidenskaber (matematik, fysik, kemi m.m.), der indgår i en samlet samfundsmæssig problematik vedrørende den tekniske udvikling. Kommissionen så som sin opgave at skabe et større og mere varieret udbud af teknisk-naturvidenskabelig arbejdskraft. Bl.a. kunne kommissionen konstatere, at der ved dens nedsættelse (i 1956) ikke fandtes formaliserede uddannelser for "de lavere kvalifikationsgrader", dvs. for mellemteknikere.

I følge kapitel II i Teknikerkommissionens betænkning ("Kommissionens ledende synspunkter") medførte dette, at: "teknisk og naturvidenskabeligt højt kvalificeret personale i vid udstrækning beskæftiges med arbejde, som i andre lande udføres af teknisk hjælpepersonale. I de industrielt mere udviklede lande assisteres de højere uddannede teknikere således af 4-5 teknikere med kortere eller mindre teoretiske uddannelser, medens forholdet mellem de to kategorier af teknisk personale her i landet knapt nok er 1 : 1." [17]

For at afhjælpe denne mangel på kortvarigt uddannet arbejdskraft foreslog kommissionen oprettet en række uddannelser på to niveauer. Inden for brancher uden lærlingeuddannelsestraditioner foresloges uddannelser parallelt med lærlingeuddannelserne (- mod fagbevægelsens ønske). Disse 2-årige assistent-uddannelser blev oprettet i 1958; det drejer sig bl.a. om uddannelserne til teknisk assistent, teknisk tegner og laborant. Samtidig begyndte oprettelsen af de egentlige teknikeruddannelser under ingeniørniveau i forlængelse af lærlinge- eller assistent-uddannelserne. Hertil hører bygge-tekniker- og bygningskonstruktøruddannelsen, samt uddannelsen til elektronik-, maskin-, laboratorie-, kemo- og levnedsmiddeltekniker. Disse uddannelsers varighed er 1-3½ år. De har været stærkt præget af de enkelte industribranchers direkte interesser, og har ikke fået nogen fælles form endsige tilknytning til videregående uddannelser. [18]

Som følge af kommissionens virke oprettedes også teknisk forberedelseseksamen som en mulig adgangsvej til de tekniske assistentuddannelser.

Kommissionen så det som sin store opgave at øge rekrutteringen til de teknisk-naturvidenskabelige uddannelser. Synspunktet var, at behovet stort set var umætteligt; således nægtede kommissionen at udarbejde prognoser for teknikerbehovet med følgende argumentation: "Enhver prognose vil i større eller mindre grad være bundet til historiske forudsætninger. På forhånd må man regne med, at disse ikke vil holde stik i en periode med en stærk teknisk udvikling. Hertil kommer, at øget anvendelse af tekniske arbejdskraft er en selvforstærkende proces. Industrialiseringen skaber af sig selv et stigende behov for teknikere, ligesom en produktivitetsforøgende anvendelse af flere teknikere i foregangsvirksomheder vil bidrage til, at andre virksomheder følger efter enten tvunget af konkurrencen eller belært af andres erfaringer." [19]

I bestræbelserne for at øge tilgangen af teknisk uddannet arbejdskraft anså kommissionen det for nødvendigt at sætte ind over en bred front. Uddannelserne skulle udbygges i takt med tilgangen, således at der sikredes fri adgang for alle kvalificerede. Dette forudsatte, at det tekniske og naturvidenskabelige uddannelsessystem udbyggedes til en fleksibel helhed, der var tilstrækkeligt trindelt på alle niveauer. Målsætningen var en hurtig tilpasning af de tekniske uddannelser til de krav, som de teknologiske ændringer ville komme til at stille til arbejdsstyrken. "Tyngdepunktet vil forskydes fra produktion til planlægning, fra værksted til kontor, fra samlebånd til tegnestue og laboratorium. ... I fremtiden (må man) regne med, at arbejdets art og karakter radikalt kan ændres i løbet af kortere tidsrum. Den enkelte må være beredt til at skifte virksomhed, fag og erhverv. Ved tilrettelæggelse af nutidens uddannelser må man derfor tillægge bevægelighedssynspunktet en betydelig vægt." [20]

Kommissionen beskæftigede sig også med de studerendes økonomiske vilkår. Studiestøtten ansås for at være ganske utilstrækkelig og ønskedes hævet generelt. Kommissionen lagde særlig vægt på, "at de tekniske uddannelser ved ydelse af studiestøtte kan søges af sådanne, som i en senere alder ønsker at påbegynde et studium. Mange af dem har familie, og ... (studiestøtten) vil på ingen måde være tilstrækkelig, såfremt en ubemidlet familieforsørger, hvis hustru ikke har udearbejde, skal kunne gennemføre en sådan uddannelse." [21]

For at sikre den ønskede tilgang til de tekniske og naturvidenskabelige uddannelser anså kommissionen det for nødvendigt at udvide "rekrutteringsbasen" ved at "mobilisere" "uddannelsesreserverne". Særligt blandt pigerne og børnene fra landet måtte man forvente, at betydelige "begavelsesreserver" lå gemt. Derfor var det nødvendigt at udvide og forny naturfagsundervisningen på alle niveauer fra folkeskolen og opefter. Endvidere burde tilstræbes en endnu stærkere vækst i tilgangen til gymnasiet, idet "blot ca. 2/5" af et matematisk studenterkuld valgte en naturvidenskabelig eller teknisk videreuddannelse.

Kommissionen beskæftigede sig også med rekrutteringsgrundlaget for teknika, og overvejede i den forbindelse svendebrevet som adgangsforudsætning. Den fandt, svendeprøven ikke i alle tilfælde var et egnet kriterium, blandt andet fordi specialiseringen i produktionsprocessen medførte, at den faglige oplæring blev et dårligere grundlag for et senere studium på teknikum. Samtidigt bevirkede den fortsatte industrialisering, at "en stigende del af produktionen udføres af arbejdere, som ikke har modtaget nogen lærlingeuddannelse, selv i de områder, hvor der er gennemført en meget differentieret lærlingeoplæring. Der er næppe tvivl om, at der blandt disse arbejdere findes adskillige ... hvis praktiske virksomhed vil kunne kvalificere dem til et senere teknikumstudium." 22) Derfor opfattede kommissionen det absolutte krav om svendeprøve som snarere et formelt end et sagligt begrundet kriterium for optagelse, og foreslog i konsekvens heraf, at der tilrettelagdes kortere praktiske uddannelser, som specifikt sigtede mod teknikumingeniøruddannelsen.

Kommissionen var også ansvarlig for oprettelsen af Danmarks Ingeniørakademi (DIA) i 1957. Begrundelsen herfor var et ønske om at udvide rekrutteringsgrundlaget til ingeniøruddannelserne, idet akademiingeniøruddannelsen var en videregående uddannelse beregnet for studenter, men kortere, mere skolepræget og mindre ressourcekrævende end det akademisk tilskårne studium på DtH, og uden det omfattende krav om forudgående praktik på teknika.

Akademiingeniøruddannelsen blev oprettet efter forslag fra Danmarks tekniske Højskole, der var udsat for et stærkt ansøgerpres, som skolen hverken kunne eller ville imødekomme. DtH begrundede forslaget med, at "ikke alle ansøgere egner sig til civilingeniørstudiet med dets solide forankring i grundvidenskaberne ... Dette studium falder tungt for dem, der ikke har mere end jævne anlæg for matematik og naturvidenskab ..." Således henstillede højskolen, at "de studenter og ligestillede, der attrår et teknisk studium, fik mulighed for at træffe et valg mellem civilingeniørstudiet og en mindre teoretisk, men solid og bred ingeniøruddannelse, der naturligvis ville frembyde den fordel at være af noget kortere varighed. ... Der findes et stort antal studenter, der ville foretrække en noget mindre teoretisk, men dog bred uddannelse, når denne var tilrettelagt netop for studenter..." Teknikerkommissionen anbefalede oprettelsen af en sådan anden ingeniøruddannelse, beregnet for matematiske studenter, thi herved "blev (der) mulighed for at tilbyde en egnet undervisning for en væsentlig større kreds end hidtil uden af den grund at slå af på kravene til civilingeniøruddannelsen." 23)

Baggrunden for oprettelsen af DIA skal også søges i, at teknika på en forespørgsel i 1956 havde afvist at optage studenter direkte. 24)

Kap. IV.1.g Harmoniseringsbestræbelser for ingeniøruddannelserne.

Med teknikerkommissionens arbejde var den statslige planlægning dog ikke en gang for alle færdig med "de problemer, som kvalifikationstrinene giver". En række udvalg til "harmonisering" af ingeniøruddannelserne blev nedsat i slutningen af 60'erne og begyndelsen af 70'erne. Bl.a. var dele af industrien utilfredse med tilstedeværelsen af både DIA- og teknikumingeniører, og der var forslag om, at smelte uddannelserne hertil sammen. [25] Det første af disse udvalg, det såkaldte ingeniørharmoniseringsudvalg, der afgav betænkning i 1968, opstillede en målsætning om 4 uddannelsesniveauer for produktionen:

1) A-uddannelsen er en ingeniøruddannelse, hvis primære sigte er dybtgående teoretisk indsigt og teknisk videnskabelig forståelse tillige med færdigheder af praktisk ingeniørmæssig betydning. Uddannelsens målsætning er forsknings- og uddannelsesvirksomhed og højt kvalificeret, tværgående ingeniørmæssigt arbejde. Forudsætninger for uddannelsen er kundskaber i matematik, fysik og kemi svarende til matematisk studentereksamen og almene kundskaber svarende til HF. Lærerstrukturen er som universiteternes, dvs. 50% forskning. (Det var i '68.)

2) B-uddannelsen er en ingeniøruddannelse, hvis primære sigte er kundskaber og færdigheder af praktisk ingeniørmæssig betydning, som gør B-ingeniøren egnet til at have det tekniske og ledelsesmæssige ansvar for tilpasningen og anvendelsen af den teknisk-videnskabelige forskning. Forudsætninger for uddannelsen er som for A-uddannelsen, dog skal B-uddannelsen indeholde eller forudgås af en vis praktisk uddannelse. Lærerstrukturen skal være bygget op omkring fagledere med ansvar for undervisningen inden for et område. Lærerne skal have mulighed for faglig fornyelse i ca. 25% af tiden, og en organiseret læreruddannelse skal etableres. Særligt interesserede lærere bør have mulighed for forsknings- eller udviklingsarbejde. Lærerne bør have egne kontorer og adgang til bibliotek.

3) C-uddannelsen er en teknikeruddannelse, som sigter mod varetagelse af driftsmæssige opgaver gennem indsigt i produktionsprocessens teknologi og den menneskelige indsats i produktionsprocesserne. Endvidere skal ny teknologi i rimeligt omfang kunne nyttiggøres gennem viden om konstruktions- og produktionsmetoder. Forudsætninger for C-uddannelsen må ikke være mere teoretiske end at praktisk orienterede begavelser kan deltage, uden at særligt udprægede evner for matematik og fysik er nødvendige. En faglig uddannelse vil normalt skulle gå forud for den teoretiske. Lærerstrukturen ved C-uddannelsen skal sikre lærerne mulighed for til stadighed at medtage ny viden og erfaring i undervisningen. Læreruddannelsen skal være organiseret.

4) Udvalget opererer implicit med et niveau lavere end C-uddannelsen, nemlig de faglige uddannelser.

A-uddannelsen svarer til civilingeniøruddannelsen. B-uddannelsens målsætning ser udvalget opfyldt på ingeniørakademiet. Teknikumuddannelsen ser udvalget gennemgå en værdifuld udvikling efter indførelsen af skærpede adgangskrav og nye studieplaner. (Der refereres her til adgangskursus' indførelse i '65 og nye studieplaners iværksættelse i de følgende år.) I modsætning til ingeniørakademiet lægger teknika mere vægt på forudgående, relevant praktisk uddannelse. Fuld realisation af de nye studieindhold samt ændringer i lærerstabens opbygning og arbejdsvilkår (- der sigtes til forsknings-/fornyelsesret) og muligvis en vis udvidelse i den samlede studietid vil efter udvalgets mening også placere teknikumuddannelsen på B-niveau. [26]

Hertil kan føjes en historisk note, nemlig at teknikumuddannelsen ved dens oprettelse egentligt var tænkt som en mellemteknikeruddannelse. Nørregaard skriver herom: "Der er ingen tvivl om, at man på højere sted både ved etablering af eksamen for maskinbygningseksaminander og ved indførelsen af teknikumundervisningen forestillede sig, at der herved blev skabt en "teknisk mellemstand", der skulle have en ledelse over sig og arbejderne under sig. (/) Sådan kom det imidlertid ikke til at gå." [27]

Kap. IV.2 Adgangskursus' oprettelse og udvikling

Kap. IV.2.a Oprettelsen af adgangskursus.

Gennem 60'erne foregik en dybtgående reform af teknikumuddannelsen. Som en følge af det førnævnte teknikumudvalgs arbejde kom i 1958 "lov om tekniske skoler, teknika og teknologiske institutter", som bl.a. fastsatte et centralt tilsynsråd for teknika til at følge undervisningen og vejlede handelsministeriet i spørgsmål om undervisningsplaner, eksamensordninger, læreruddannelse, byggeri og udstyr, og undervisningskapaciteten udvidedes med oprettelsen af maskinbygningsteknikum i Aalborg i 1959 og elektroteknikum året efter i Odense. I 1961 overførtes teknika fra handelsministeriets resort til undervisningsministeriets. Elevernes skolepenge blev afskaffet samme år [28], og året efter overtog staten den fulde financiering af teknika, samtidig med at teknika udskiltes fra tekniske skoler med "lov om teknika". Organisationsformen var fortsat den selvejende institutions med alle relevante erhvervsinteresser repræsenteret i ledelsen. Loven medførte også opretttelsen af et teknikumråd, hvori alle sagkyndige interesser repræsenteredes, til at rådgive ministeriet om uddannelserne. Tilgangen til teknika og disses ressourceforbrug steg voldsomt gennem 60'erne. I 1962 oprettedes tre nye teknika: i Haslev, Esbjerg og Sønderborg.

I 1965 skete de mest radikale ændringer i teknikumuddannelsens struktur siden omlægningen i 1922 til et treårigt studium. [29] Kravene til teoretisk foruddannelse øgedes, således at kun studenter af matematisk linie havde direkte adgang til teknika, mens alle andre skulle bestå en adgangsprøve, hvortil der forberedtes i et et-årigt kursus med realeksamen eller tilsvarende som adgangskrav. Samtidigt indledtes en liberalisering af de omfattende praktikkrav, idet der oprettedes værkstedskoler til dette formål.

Allerede i 1959 havde teknikumudvalget i dets føromtalte betænkning anbefalet at hæve indgangsniveauet fra optagelsesprøvens mellemskoleeksamens-niveau til et niveau svarende til realeksamen "for at opnå sikkerhed for, at de studerende ved deres indtræden i teknikum har de fornødne teoretiske forkundskaber". [30] Udvalget foreslog derfor aspirantklasserne udvidet fra 4 + 2 måneder til 2 gange 20 uger, dvs. et helt studieår.

Teknikerkommissionen støttede forslaget og tilføjede en henstilling om at tilrettelægge denne forudgående undervisning i snævert samarbejde med skolemyndighederne, eventuelt som 2. del af teknisk forberedelseseksamen. [31)]

Hvad den praktiske foruddannelse angik, fandt udvalget ikke tiden moden til en radikal ændring, men åbnede dog døren på klem for en lempelse af kravene ved at udtale, at "man som hovedregel må kræve, at svendeprøve er bestået, før studiet påbegyndes. I mange tilfælde vil dog en 2-årig systematisk uddannelse på et dertil godkendt værksted være tilstrækkeligt grundlag for studiet på teknikum". [32)]

Også dette forslag bifaldt teknikerkommissionen, idet den mente, at disse ændringer i adgangsbetingelserne dels ville "give sådanne grupper adgang til teknikum, der i kraft af deres praktiske uddannelse eller forudgående beskæftigelse kan være ligeså kvalificerede som de, der har gennemgået den nu alene adgangsgivende faglige oplæring", dels ville gøre undervisningen på teknikum mere effektiv i kraft af elevernes mere homogene skolemæssige forudsætninger. [33)]

Forslagene realiseredes dog ikke.

I 1962 nedsatte undervisningsministeriet ved et møde med afdelingsforstanderne ved teknika et udvalg, hvis opgave var at "formulere og fremsætte forslag til indstilling om nye retningslinier for de praktiske og teoretiske adgangsbetingelser til teknika". [34)] Udvalget afgav sin første indstilling i marts 1963. Den indeholdt et forslag om et halvt-årigt forberedelseskursus for teknikumaspiranter med realeksamen eller udvidet teknisk forberedelseseksamen med tilhørende pensumplaner. Imidlertid ønskede teknikumrådet et 1-årigt forkursus. Baggrunden herfor angaves at være, at der på et møde mellem afdelingforstandere og rektorer ved teknika havde været enighed om, at man måtte hæve kravene til den teoretiske kunnen, idet frafaldsprocenterne var for store. Teknikumrådets argumenter for at udvide aspirantuddannelsen og ad den vej søge at højne teknikumingeniørernes niveau var "a) den store frafaldsprocent, b) stigningen i uddannelse af teknikere. Dette måtte medføre, at der blev stillet større krav til teknikumingeniørerne, idet de nu kunne aflastes for en del mindre kvalificeret arbejde, c) den stigning, der ville komme i tilgangen til teknika, når også ufaglærte fik adgang. En længere aspiranttid ville "strække" dette problem lidt." [35)]

Det førnævnte ministerielle udvalg blev herefter i september 1963 bedt om at genoptage sit arbejde og udforme et forkursus over 1 år. Udvalget afgav sin indstilling i løbet af et halvt års tid. (Vores kopi af indstillingen er ikke dateret, men nogle af bilagene er dateret til nov. '63.) Udvalgets ledende synspunkter var, at adgangprøven skal skille egnede fra uegnede, at det er vigtigt, at aspiranter møder på teknikum med friske, ensartede og velfunderede teoretiske kundskaber. Karakteren og omfanget af de teoretiske forkundskaber er afgørende for uddannelsen som helhed. Udvalget gik endvidere imod praktik i selve studiet, (således som man har det på DIA). Det ville give en pædagogisk uhensigtmæssig afbrydelse i studiet, og den indleven i og forståelse af arbejdspladsen, som skulle være praktikkens formål, lettedes, "når den finder sted på et tidspunkt, hvor eleven er modtagelig, påvirkelig og uden væsentlig ingeniørmæssig teoretisk viden." 36)

Udvalget foreslog, at adgangsgivende kundskabniveau til teknikum skulle svare til realeksamen med matematik/udvidet teknisk forberedelseseksamen (T2) suppleret med nærmere definerede stofområder samt tegneteknik og kulturhistorie. Aspiranter med matematisk studentereksamen eller tilsvarende skulle have direkte adgang til teknikum; alle andre skulle bestå en adgangsprøve, hvortil teknika skulle afholde et adgangskursus. Dette adgangskursus burde være "alment betonet" og ikke præget af de enkelte studieretningers "særlige sigte". Adgangskrav til adgangskursus skulle være realeksamen med matematik, udvidet teknisk forberedelseseksamen (T2) eller tilsvarende.

Undervisningsministeriet udsendte 31. maj 1965 "bekendtgørelse om betingelserne for adgang til studierne ved danske teknika" og 3. juni 1965 "cirkulære om adgangsprøven til danske teknika og om undervisningen på kursus til denne prøve". De hermed fastsatte rammer og indhold for adgangskursus fulgte i det store hele føromtalte udvalgs indstilling; den væsentligste afvigelse bestod i at tegneteknik og afbildningslære ikke kom med. Adgangskursus skulle omfatte 40 undervisningsuger og have følgende normaltimeplan: Dansk (4), engelsk (5), tysk (5), matematik (8), fysik og kemi (med øvelser) (10), og kulturhistorie (4); ialt 36 timer ugentligt. Adgangsprøven skulle bestå af skriftlige prøver i dansk, matematik (2 prøver), fysik og kemi på hver 4 timer og mundtlige prøver i engelsk, tysk og kulturhistorie.

Betænkningen af 31. maj 1965 lempede også kravene til praktik, idet der alternativt til en lærlingeuddannelse som adgangsgivende praktik etableredes værkstedsskoler ved en række tekniske skoler beregnet for realister (og studenter), der stilede mod en teknikumuddannelse. Efter ét års værkstedsskole efterfulgt af 15 måneders praktik i en virksomhed var det minimale krav til praktik som forudsætning for optagelse på teknikum opfyldt.

Det adgangskursus, der indførtes i 1965, tilstræbte altså at bibringe dets elever et kundskabsniveau svarende til en realeksamen plus noget mere.Det fremgår, som refereret, af udvalgsindstillingen, og kommer til udtryk i cirkulæret:Formålet med danskundervisningen er "at give eleverne sikkerhed i at behandle modersmålet såvel mundtligt som skriftligt og at styrke deres læselyst". I engelsk og tysk er formålet at "vedligeholde og videreudvikle" deres sprogfærdigheder, idet der tilstræbes et "sprogligt kundskabsniveau, som mindst svarer til kravene i ... gymnasiets matematiske linje", samtidig med at der vælges stof med et "vist naturvidenskabeligt og teknisk islæt". Formålet med matematikundervisningen er tilsvarende at "vedligeholde og a·:runde de matematiske forkundskaber samt udbygge disse med sådant stof, at det ved adgangsprøven kan vurderes, om eleverne har så megen matematisk forståelse, at de egner sig for et ingeniørstudium." Pensumlisten har overskrifterne: Elementær mængdelære, Lineære funktioner og lineære uligheder, Kombinatorik og sandsynligsregning, Trigonometriske funktioner, Funktionsteori og differentialregning og Regnestok, hvilket angiver en del, men slet ikke det hele, af det matematiske gymnasiums pensum. (Vi vender tilbage til dette pensum senere.) Formålet med undervisningen i <u>fysik</u> og <u>kemi</u> er "at vedligeholde og afrunde de kundskaber i faget "naturlære", eleverne møder med ... og derudover uddybe elevernes kendskab til og forståelse af" pensumfortegnelsens emner samt "øve eleverne i kvantitativ behandling af de vigtigste fysiske og kemiske love." Overskrifterne er for fysik: Varmelære, Lyslære, Mekanik, Lydlære, Elektricitetslære, Målesystem. Og i kemi: Stoffernes inddeling, Oxygen, Hydrogen, Svovl, Fosfor, Kulstof, Silicium, Nitrogen, Klor, syrer og baser, Svovlsyre, Saltsyre, Salpetersyre, Baser, Metaller og Nomenklatur.

Medens adgangskursus sprogfag og eksakte naturfag traditionelt tilskrives en studieforberedende funktion, forholder det sig anderledes med kulturhistorie, som er "et fag uden direkte studierelevans". 37) I udvalgsindstillingen angives der ingen begrundelse for, at faget optræder i studieplanen - der findes en målsætning for hvert fag undtagen for kulturhistorie, hvor der blot står et "?", men de tilhørende bilag omfatter formåls- og pensumbeskrivelser for alle fag, også for kulturhistorie. Forslaget vedrørende kulturhistorie optræder med ubetydelige ændringer i cirkulæret. Her kan man læse følgende: "Formålet ... er at give eleverne et indblik i og forståelse af den kulturelle udvikling, der dels må betragtes som baggrunden for, dels ses i samspil med den matematisk-naturvidenskabelige erkendelse og den samfundsmæssige og tekniske udvikling. ... Der (må) især lægges vægt på de store foregangsmænd og de afgørende vendepunkter inden for ideernes historie fra oldtid til nutid. ... Hovedvægten lægges på at belyse sammenhængen i de forskellige epokers idémæssige tankeverden. / Stoffet bør udbygges med uddrag fra verdenslitteraturen, bl.a. ved læsning af og diskussion om nogle kulturhistorisk set værdifulde litterære værker. Undervisningen kan udbygges med museumsbesøg, og eleverne bør tilskyndes til at overvære koncerter og teaterforestillinger. ... (Ved prøven skal) aspiranten først holde et ca. 10 minutters foredrag ...Ved bedømmelsen af aspiranten må der ikke alene lægges vægt på tilegnelsen af stoffet, men sprogbehandling og fremstillingsevne skal være medbestemmende." 38)

(!)

I Odense Teknikums 75 års jubilæumsskrift fra 1980 angives årsagen til fagets optræden i studieplanen at være en erkendelse af "det ønskelige i at forsøge at give aspiranterne bedre forudsætninger for forståelse af baggrunden for de kulturelle og sociale problemer og tanker, som deres fremtidige arbejde måtte bringe dem i berøring med." 39) -men der redegøres ikke nærmere for denne erkendelses oprindelse.

\- o -

Vi har fundet angivet følgende bevæggrunde for indførslen af adgangskursus og dermed for hensigten at højne indgangsniveauet til teknikumingeniøruddannelsen:

a) Rektorerne og afdelingsforstanderne mente, at frafaldet på teknikum var for stort og ønskede dette nedbragt ved en styrkelse af elevernes teoretiske forudsætninger. Vi har intet statistisk materiale, som kunne belyse, om frafaldet forud for 1965 havde været stigende i en grad, så det var blevet et problem, der måtte sættes ind over for, eller om frafaldet var som det altid havde været. Hvis det sidste var tilfældet, kunne forholdet enten være, at frafaldets størrelse længe havde været et problem, men at man ikke havde øjnet muligheder for at gøre noget ved det før nu, eller frafaldet skulle tjene som argument for andre og uudtalte hensigter. Hvis frafaldet faktisk var vokset, kunne det enten skyldes svækkede forudsætninger hos aspiranterne (mindre sandsynligt) eller skærpede krav på teknikum (mere sandsynligt).

b) Hertil føjede teknikumrådet, at det stigende udbud af (mellem-) teknikere ville frigøre teknikumingeniørerne fra mindre kvalificeret arbejde og derfor nødvendiggøre en højnelse af deres kvalikationer. Denne højnelse af kvalifikationerne kunne også begrundes i den udvikling, som ingeniørfaget var inde i, idet teknologisk støttet forøgelse af produktiviteten var industriens væsentligste konkurrenceform. Perioden efter 1956 havde bortset fra en mindre recession i 1961-63 været præget af store produktionsfremgange og fuld beskæftigelse; en udvidelse af produktionen kunne altså ikke gennemføres ved at udvide arbejdsstyrken. Et skærpet adgangskrav kunne tage højde for denne udvikling.

c) Teknikumrådets andet supplerende argument var, at et 1-årigt adgangskursus ville udskyde tidspunktet for en yderligere skærpelse af presset på teknika. Søgningen til teknika steg stærkt gennem 60'erne, og man forestillede sig, at lempelsen af praktikkravene ville udløse et yderligere pres.

d) Ingeniørharmoniseringsudvalget gav en lidt anden begrundelse. Trods oprettelsen af DIA var det en udbredt opfattelse, at der stadig var stor mangel på højt uddannet teknisk arbejdskraft. Samtidig havde udviklingen i det almene skolevæsen - den stærke stigning i antallet af unge med 9-10 års skolegang - afsløret, "at der i befolkningen var betydelige intelligensreserver, som allerede havde modtaget en indledende matematisk-fysisk undervisning". På denne baggrund sammen med de nye organisatoriske og økonomiske rammer omkring teknika i og med loven fra 1962 var det "nærliggende ... at udbygge dette studium, således at man niveaumæssigt bragte teknikumuddannelsen endnu nærmere de andre videregående tekniske uddannelser." 40)

Ovenstående argumenter for de skærpede adgangskrav virker umiddelbart meget reelle. Det er dog et spørgsmål, om de er tilstrækkelige til at begrunde det markante skift fra et realeksamensniveau som adgangskrav til en stræben efter matematisk studentereksamensforudsætninger. En uudtalt begrundelse kunne ligge i oprettelsen af DIA, som var begyndt at sende kandidater på arbejdsmarkedet o. 1961. Dermed fik teknikumingeniører konkurrence fra en ny type ingeniører, hvis uddannelse i teoretisk niveau lå under DtH's, men hvor optagelseskravet var studentereksamen. For at forhindre teknikumuddannelsen i at fremstå som tredje klasses efter DtH og DIA måtte niveauet generelt hæves. Denne begrundelse kan meget vel have ansporet teknika til handling i stærkere grad end ovenstående begrundelser, dette sagt uden at forklejne disse. Resultatet var altså, at de eneste, der uden videre (i henseende til teoretiske forudsætninger) kunne optages på teknikumstudiet var matematiske studenter, mens alle andre skulle igennem en adgangsprøve, hvis niveau i øvrigt hverken tilstræbt eller opnået kom helt på højde med gymnasiets.

Kap. IV.2.b Den senere udvikling omkring adgangskursus.

Siden oprettelsen af det étårige kursus i 1965 har adgangskursus stort set haft uændret form og indhold. De justeringer, som er kommet til siden, skyldes mest forskellige ændringer i andre dele af uddannelsessystemet. Ved oprettelsen af HF i 1967 blev HF med tilvalg i matematik, fysik og kemi (- hvilket er en "tung" kombination) sidestillet med matematisk studentereksamen som adgangskrav til teknikum. Efter bortfaldet af realeksamen og den udvidede tekniske forberedelseseksamen ved indførelse af den nye folkeskolelov i 1975 ændredes optagelsesbetingelserne for adgangskursus til, at aspiranten havde aflagt folkeskolens udvidede afgangsprøve i regning/matematik og fysik/kemi, altså 10 års skolegang som hidtil.

I 1977 blev dansk og kulturhistorie slået sammen til "dansk med idehistorie" med det samme antal prøver og karakterer som før, nemlig én skriftlig og én mundtlig.

I 1974 samledes fælles bestemmelser for adgangen til de forskellige studieretninger i en rammebekendtgørelse. [41] Praktikkravene kan efter denne bekendtgørelse opfyldes på seks måder. De tre første udtrykker en indholdsspecifikation til praktikken:

1) relevant værkstedsskole og erhvervspraktik
2) relevant del af erhvervsfaglig grunduddannelse (efg)
3) relevant lærlingeuddannelse med svendeprøve

mens de tre følgende skitserer ækvivalente veje til opfyldelse af målsætningen for praktikken:

4) praktisk erhvervsmæssigt arbejde i mindst 2 år
5) uddannelse som teknisk assistent, laborant eller anden lignende erhvervsuddannelse
6) anden uddannelse, der kan tillægges samme værdi for såvel studiet som den praktiske ingeniørgerning som de under 1)-3) nævnte uddannelser.

4) og 5) skal eventuelt suppleres så de kan tillægges samme værdi som 1)-3), jvnf. 6). Værkstedskolen og erhvervspraktikken fastsattes til hvert ét års varighed.

I 1976 blev kravet om forudgående praktik lempet for matematiske studenter og tilsvarende, idet disse kunne gennemføre adgangsgivende praktik på ½ års værkstedskursus efterfulgt af ½ års erhvervspraktik.

Efter anbefaling fra harmoniseringsudvalget tilkendegav Teknikumrådet i en udtalelse fra 16. dec. 1970, at det var ønskeligt med fælles adgangsbetingelser for B-ingeniører. I 1972 fik DtH og DIA fælles adgangsbetingelser; HF'ere og tilsvarende fik direkte adgang , såfremt de samtidigt det første år tager gymnasiale suppleringskurser. (Det giver studietidsforlængelse, hvorfor det mere er en formel end en reel liberalisering. SU-retten forlænges dog tilsvarende.) Ved bekendtgørelse af 13. juni 1977 indførtes ensartede optagelseskriterier ved alle ingeniøruddannelser i Danmark i forbindelse med adgangsbegrænsningens iværksættelse. Tilbage står nu kun det specielle praktikkrav som optagelseskriterium til teknika.

I 1965 indtrådte et markant fald i indgåede læreforhold inden for håndværk og industri. I perioden 1965-73 blev dette antal næsten halveret, og samtidig hermed steg antallet af unge, der søgte gymnasiet med over 50%:

Paragraf 1-læreforhold i 1964:	19400	i 1972: 10400
Elever i 1.g i 1964:	ca. 9000	i 1972: ca. 14000

I denne periode ændrede industriproduktionen karakter. Efterspørgslen efter de kvalifikationer, som lærlingene var i besiddelse af, faldt, og arbejdspladserne var ikke i stand til at uddanne den arbejdskraft, der skulle udføre de nye og mere specialiserede arbejdsprocesser. Dette førte til oprettelse af specialarbejder- og mellemteknikeruddannelser.

Som tidligere nævnt steg tilgangen til teknika/adgangskursus kraftigt gennem 60'erne, men toppede i '68 for derefter at falde stærkt til under halvdelen af '68-tilgangen i midten af 70'erne. Siden da er tilgangen steget svagt. Adgangskursus var frem til 1974 så godt som ene om at forsyne teknikum med aspiranter. Siden er matematiske studenter og tilsvarende begyndt at søge uddannelsen. [42)] Den aktuelle fordeling af aspiranter til teknika er ca. 50% studenter og ca. 50% adgangskursister.

For at komme over problemerne med det vaklende rekrutteringsgrundlag har der bl.a. været uddannelsesforsøg med integreret praktik. En modulopbygget 4-årig ingeniøruddannelse med indbygget praktik begyndte i Helsingør i april 1972. Forud for 1. del af denne uddannelse gennemførtes i maj-august et suppleringskursus for dem, der ikke havde matematisk-fysisk studentereksamen, men f.eks. adgangseksamen til teknika, HF eller anden matematisk studentereksamen. Et lignende forsøg kører pt. på Odense Teknikum; dette er dog baseret på en 3-årig ingeniøruddannelse.

Kap. IV.3 Formål og pensum for matematikundervisningen på AK

I 1962 nedsattes der, som nævnt ovenfor, i undervisningsministeriets regi et udvalg, der "...skulle formulere og fremsætte forslag til indstilling om nye retningslinier for de praktiske og teoretiske adgangsbetingelser til teknika". Det indstillede følgende formål for adgangsprøven:

"Den normale og direkte adgangsgivende prøve bør være en veldefineret "adgangsprøve", som giver mulighed for en virkelig dybtgående og alsidig vurdering af den enkelte aspirants egnethed for et teknikumingeniørstudium."

Dette formål er næsten ikke ændret i det resulterende cirkulære nr. 115, der kom 3. juni 1965, og heller ikke i det sidste forslag til cirkulære fra 30. januar 1979.

Formålet med adgangsprøven, som adgangskurset forbereder til, har altså en klart defineret sorteringsfunktion. Det skal her kunne afgøres, om en studerende er egnet til et igneniørstudium eller bør søge sig anden beskæftigelse. En eventuel egnethed skal hurtigst muligt udmøntes i en studiestart, idet:

"Studiets 1. semester skal påbegyndes senest 8 mdr. efter bestået adgangsprøve."

Denne "egnethedsforældelse" findes i "Bekendtgørelse om betingelserne for adgang til studierne ved danske teknika" fra 31. maj 1965, og er ikke ændret siden.

Udvalgets indstilling indeholder et fælles formål for adgangskursus:

"Udvalget foreslår, at aspiranter (....), får mulighed for at gennemgå et adgangskursus, som omfatter det for beståelse af adgangsprøven nødvendige pensum og tillige forbereder til det egentlige ingeniørstudium." (vores understregning).

Det resulterende cirkulære indeholder ikke et sådant fælles formål (med studieforberedende sigte) for adgangskursus.

Udvalgets indstilling indeholder et formål for hvert enkelt fag, som i de fleste tilfælde er forskellige fra formålene i de bilag, der følger med indstillingen. Ifølge indstillingen har matematikundervisningen til formål:

"at give eleverne indb lik i matematikkens arbejdsmetode, hvor man ud fra givne forudsætninger ad deduktiv vej afleder resultater, der kan anvendes ved løsning af praktiske problemer,

at give en logisk begrundelse for de regler, der bruges ved forskellige former for beregning,

at udvikle elevernes evne til kritisk at bedømme et ræsonnements holdbarhed,

at opøve elevernes evne i at kunne klarlægge en matematisk tankefølge i korrekt almindelig sprogbrug og

at opøve elevernes evne i at omskrive en sprogligt formuleret opgave i matematisk udtryksform, og at de erkendte regler og love læres nøjagtigt."

Dette formål begrunder ikke matematikundervisningen i at der skal bestås en prøve. Udtryk som evnen til kritiske bedømmelser og matematikkens anvendelse på praktiske problemerpeger på en matematikundervisning, der ikke er snævert studieforberedende.

Bilagets matematikformål er en del mere håndfast:

"Formålet med matematikken i adgangskurset er dels at genopfriske og afrunde aspiranternes matematiske forkundskaber og dels at indføre aspiranterne i visse nye og noget videregående matematiske emner, således at det ved adgangsprøven kan vurderes, om aspiranterne har så meget matematsik forståelse, at de egner sig for et ingeniørstudium."

Ifølge dette formål skal matematikundervisningen udelukkende begrundes i, at man efter processen vil være i stand til at vurdere, om aspiranterne egner sig for et ingeniørstudium. Om eleverne igennem kurset har udviklet matematikforståelse, er åbenbart uvedkommende, det afgørende er, at matematik (ifølge forfatterne) kan bruges som en slags lakmuspapir for at vise studieegnethed.

Det resulterende cirkulære indeholder et formål, der er næsten identisk med bilagets:

"Formålet med matematikundervisningen i adgangskursus er at vedligeholde og afrunde de matematiske forkundskaber samt udbygge disse med sådant stof, at det ved adgangsprøven kan vurderes, om eleverne har så megen matematisk forståelse, at de egner sig for et ingeniørstudium."

Troen på matematikkens særlige egenthed som selektionsmiddel understreges af, at matematik er det eneste fag, der i cirkulæret på formålssiden indeholder sorteringsfunktionen.

Et senere forslag til cirkulære, af 3o. januar 1979, indeholder et ændret formål for matematikundervisningen. I dette formål er der intet nævnt om fagets sorteringsfunktion:

"Formålet med undervisningen er at give den studerende kendskab til fundamentale matematiske begreber, metoder og tankegange, således at de kan anvende disse til formulering, analyse og løsning af problemer inden for de forskellige fagområder <u>i ingeniørstudiet</u>.

Undervisningen skal opøve klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform samt udvikle fantasi og opfindsomhed.

Undervisningen skal give de studerende forståelse for og færdighed i kritisk analyse af den måde, matematikken anvendes på inden for de forskellige fagområder i <u>ingeniørstudiet</u>." (vores understregninger).

Dette nye formål er, bortset fra det understregede, en næsten ordret gengivelse af formålet for matematik på gymnasiets mat-fys gren.

Med denne tilføjelse indsnævres formålet til at omhandle ingeniørstudiet i modsætning til resten af verden, og almendannende hensigter, som gymnasieundervisninger har, svækkes.

Nedenfor er sammenstillet cirkulæreindstillingens forslag til matematikpensum på adgangskursus, det gældende cirkulæres og cirkulæreforslagets. Det er så vidt vi kan se det sidste, der undervises efter. Man kan iagttage en faldende detaljeringsgrad gennem tiden og en mindre variation i emner.

Pensumforslag fra Cirkulære-indstillingens bilag (nov. 1963):

Elementær mængdelære:
Mængdebegrebet og skrivemåderne $M = \{x|x$ har egenskaben....$\}$, $x \in M$. Tom mængde, delmængde, fællesmængde og foreningsmængde (symbolerne $\subseteq$, $\subset$, $\supseteq$, $\supset$, $\cap$ og $\cup$). Mængdedifferens og komplementærmængde (symbolerne / og $\complement$). VENN-diagrammer. Elementære grundbegreber vedr. logiske udsagn. Implikation, konjunktion og disjunktion (symbolerne $\Leftarrow$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\wedge$ og $\vee$).

Algebra og grafisk afbildning:
Sætninger om uligheder mellem tal. Numerisk værdi. Retvinklede koordinater i planet. Punktmængderne $\{x,y|\ y= ax\}$, $\{x,y|\ y= ax + k\}$ og $\{x,y|\ ax + by + c = t\}$. Bestemmelse af ekstremalværdier for funktion af 2 variable inden for polygonområde bestemt ved første grads uligheder med 2 variable. Simple eksempler på lineær programmering.

Elementær funktionslære:
Rodstørrelser med positiv hel rodeksponent. Potenser med positiv rod og positiv eller negativ rationel eksponent. Potenssætninger. Briggske logaritme og logaritmesætninger. Funktionen $y = ax^b$ og dens grafiske afbildning på dobbelt logaritmisk papir. De trigonometriske funktioner sin x, cos x, tg x og cot x og disses værdier i alle fire kvadranter. Naturligt vinkelmål. Grafisk afbildning af de trigonometriske funktioner. Fuldstændige løsninger til ligningerne $\sin x = a$, $\cos x = b$ og $\operatorname{tg} x = c$, hvor a, b og c er givne tal. Grundrelationen for de trigonometriske funktioner af det dobbelte eller det halve argument. Additionsformlerne og formlerne for produkter af sin u eller cos u med sin v eller cos v. Sinus- og cosinussætningen for den almindelige trekant og simple eksempler på beregning af trekantstykker og trekantareal.

Analytisk plangeometri:
Afstanden mellem to punkter. Deling af et ret liniestykke. Ret linies ligning. Vinklen mellem to rette linier. Cirklens ligning. Ellipsens og hyperblens centrumsligninger. Ligesidet hyperbel. Parablens ligning. Parameterfremstilling. Parallelforskydning og drejning af koordinatsystemet.

Infinitesimalregningens grundbegreber:
Grænseværdi for talfølge og funktion. Kontinuerte funktioner. Differentialkvotient og differentialer. Differentiationsregler. Største- og mindsteværdiopgaver. Kurveundersøgelse.

Elementær kombinatorik og sandsynlighed:
Permutationer og kombinationer. Apriorisk sandsynlighed. Den elementære sandsynlighedsregnings additions- og multiplikationssætning samt "enten eller" og "både og" reglen.

Eksamenskrav:
Der afholdes to skriftlige prøver, hver af 4 timers varighed.
Der bør ved disse prøver ikke stilles opgaver, der overvejende tilsigter anvendelse af formler etc., men opgaverne bør gives et indhold, der kan vise eksaminandens evne til selvstændigt at arbejde sig frem til en løsning.

Pensumbeskrivelse fra Cirkulæret af 3. juni 1965:

Elementær mængdelære:
Endelige og uendelige mængder. Tom mængde, delmængde, fællesmængde og foreningsmængde. Mængdedifferens og komplementærmængde. Mængdeprodukt. Afbildning af en mængde ind i en mængde. Indøvelse af de elementære mængdelæresymboler samt illustration ved mængdediagrammer. Symboler for implikation, konjunktion og disjunktion.

Lineære funktioner og lineære uligheder.
Lineære funktioner af een og af to variable. Uligheder. Førstegradsuligheder med to variable. Lineær programmering.

Kombinatorik og sandsynlighedsregning:
Den elementære kombinations- og permutationslæres hovedsætninger. Relativ hyppighed. Sandsynlighed. Simple regneregler for sandsynlighed.

Trigonometriske funktioner:
Sinus, cosinus, tangens og cotangens i alle fire kvadranter. Overgangsformler. Naturligt vinkelmål. Trigonometriske funktioner af vilkårligt reelt argument. Fuldstændige løsninger til ligningerne $\sin x = a$, $\cos x = b$ og $\operatorname{tg} x = c$, hvor a, b og c er givne tal. Additionsformlerne og formlerne for produkter af sin u eller cos u med sin v eller cos v. Formler for de trigonometriske funktioner af det dobbelte eller det halve argument.

Funktionsteori og differentialregning:
Talmængder og talfølger. Konvergens. Funktionsbegrebet. Grænseværdi for en funktion. Regning med funktionsgrænseværdier. Kontinuerte funktioner. Differentialkvotient og differential. Differentiationsregler. Sætninger om differentiable funktioner. Funktionsundersøgelse og kurvetegning.

Regnestok:
På en 25 cm regnestok indøves anvendelse af reciprok-, kvadrat- og kubikskalaerne samt de trigonometriske skalaer.

Eleverne bør løse et sæt hjemmeopgaver hver uge.

Prøven er skriftlig, omfattende to prøver (varighed 4 timer hver).
Der bør ved disse prøver ikke stilles opgaver, der overvejende tilsigter en anvendelse af formler etc., men der bør gives opgaverne et indhold, der kan vise aspirantens evne til selvstændigt ar arbejde sig frem til en løsning.

Pensumforslag fra Cirkulære-forslag af 30. januar 1979:

1. Mængdelære
   Definition og indøvelse af elementære begreber og symboler.
2. Funktionsbegrebet
   Definition og afbildning af funktioner inklusive inverse og sammensatte funktioner.
3. Ligninger, uligheder og numerisk værdi
   Simple ligninger og uligheder i en variabel med eller uden numerisk tegn. Ligninger med den ubekendte under kvadratrodstegn.
4. Polynomier
   Polynomier i en variabel af første eller højere grad, deres nulpunkter og fortegn. Brudne rationale funktioner.
5. Potens, logaritme- og eksponentialfunktion
   Potens med hel og bruden eksponent. Titalslogaritmer og deres anvendelser. Simple eksponentielle ligninger.
6. Vektorer
   Vektoralgebra i planen.
7. Analytisk geometri
   Linie, cirkel og parabel. Polygonområder.
8. Ligningssystemer
   Ligningssystemer med flere ubekendte i 1. eller 2. grad.
9. Trigonometri
   Vinklers måling. Definition af trigonometriske funktioner og deres indbyrdes relationer. Trigonometriske grundligninger. Additionsformler og logaritmiske formler. Den retvinklede og den almindelige trekants beregning v.h.a. trigonometri.
10. Infinitesimalregning
   Beskrivelse af grænseværdi og kontinuitet af en reel funktion i een reel variabel. Definition af differentialkvotient samt regneregler for differentiation. Funktionsundersøgelse og kurvetegning. Simple ubestemte og bestemte integraler. Bestemmelse af areal og rumfang ved integration.

Undervisningen støttes gennem hjemmeopgaver.

Prøver:
Der afholdes to skriftlige prøver.
Der gives 4 timer til hver prøve.
Der bør ved disse prøver gives opgaver med et indhold, der kan vise eksaminandens evne til selvstændigt at arbejde sig frem til en løsning.

NOTER OG LITTERATURHENVISNINGER TIL KAPITEL IV

1) Fremstillingen er i det væsentlige baseret på et tilsvarende afsnit i "Ingeniøruddannelser i DAnmark". Betænkning 502. København 1968.

2 Nørregaard, Georg: "Teknikumuddannede ingeniørers betydning for den danske industri". København 1955. p 14.

3 I "Uddannelsen på teknikum". Betænkning nr.238 afgivet af Teknikumudvalget i nov 1959. Karakteristikken er i overensstemmelse med Teknikerkommissionens, som taler om en optagelsesprøve "hvor kravene ligger noget under realeksamensniveauet". Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft. Betænkning 229. København 1959. p 46.

4 Nørregaard, op.cit. p 45.

5 Teknisk og naturvidenskabelig arbejdskraft, op.cit. p 14.

6 Planlægningsrådet for de højere uddannelser: "Helhedsplanlægningen af de højere uddannelser 1974-1987". København 1974. p 79.

7 Nørregaard, op.cit. p 34-35 og passim.

8 Oversat fra tysk "Beruf", som der ikke findes nogen helt god oversættelse af, jvnf. Berufsverbot-diskussionen.

9 Andersen, Esben Sloth: "Noter om industri, stat og teknisk-naturvidenskabelig uddannelse". København 1973. p 16-17.

10 Marcistische Gruppe Erlangen-Nürnberg, citeret fra ibid. p 23.

11 ibid. p 33f.

12 Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft, op.cit. p 48.

13 Ibid. p 43.

14 DIF og IS: Udbuds- og efterspørgselsprognose for ingeniører 1970-1980. København 1972. Citeret fra Andersen, op.cit. p 39.

15 Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft, op.cit. p 7.

16 ibid.

17 ibid. p 15.

18 Andersen, op.cit. p 65.

19 Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft, op.cit. p 17.

20 ibid. p 18.

21 ibid. p 20.

22 ibid. p 45.

23 ibid. p 49-50.

24 Oplysning fra Ulrik Jørgensen, stud.lic. ved Institut for samfundsfag, Dth.

25 "Uddannelsen på teknikum", op.cit. p

26 "Ingeniøruddannelser i Danmark", op.cit. p31ff.

27 Nørregaard, op.cit. p 46.

28 Skolepengene androg i 1958 ved teknika 200 kr pr. semester, ialt 1200 kr, ved DIA 100 kr årligt, ialt 300 kr og ved DtH 75 kr årligt, ialt 300 kr. Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft, op.cit. p 245.

29 "Ingeniøruddannelser i Danmark", op.cit. p 18.

30 "Uddannelsen på teknikum", op.cit. p

31 Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft, op.cit. p 46.

32 "Uddannelsen på teknikum", op.cit. p

33 "Teknisk og Naturvidenskabelig Arbejdskraft", op.cit. p 48.

34 Indstilling afgivet af udvalget vedrørende adgangsbetingelser for optagelse på danske teknika. (Udateret)

35 Referat af teknikumrådets møde torsdag den 20. juni 1963 kl 14^{00}.

36 Indstilling ... op.cit.

37 "Ingeniøruddannelser i Danmark", op.cit. p 18.

38 Cirkulære nr 115, 3. juni 1965.

39 Odense Teknikum 75 år. Odense 1980. p 32.

40 "Ingeniøruddannelser i Danmark" p 18.

41 Bekendtgørelse nr. 363, 4. juli 1974.

42 Odense Teknikum 75 år, op.cit. p 32.

KAPITEL V

MATEMATIKUNDERVISNINGEN I GYMNASIET OG HF

Vi har i kap. III beskrevet strømninger i ungdomsuddannelserne i dette århundrede i Danmark. Dette var meget alment for hele denne ungdomsgruppe. Nu vil vi mere specielt beskæftige os med matematikundervisningen i gymnasiet og HF. Det er samfundets interesse i matematikundervisningen, som den kommer til udtryk i hensigts- og formålsformuleringer, der vil blive beskrevet.

Til det formål vil vi benytte et skema, som er konstrueret af Mogens Niss. Skemaet er opstillet som en simpel matrix og belyser samspillet mellem hensigter med og formål for matematikundervisningen. Skemaet bruges i en artikel, hvor det ud over at beskrive dette samspil historisk set, bruges til at diskutere forholdet mellem almendannelse og studieforberedelse.

Forholdet mellem almendannelse og studieforberedelse vil vi vende tilbage til i kap. VII. I dette afsnit vil vi udelukkende anvende matricen til at beskrive den historiske udvikling mellem hensigter med og formål for matematikundervisningen i gymnasiet og HF.

Matricen ser således ud :

overordnet HENSIGT / FORMÅL vedrørende :	Forberedelse til livet som PRIVATPERSON OG SAMFUNDSMEDLEM	Forberedelse til UDDANNELSE/ PROFESSION
FAGSPECIFIKT (matematik uomgængelig)	Eks. a) vækstbegreber i almindelighed (renter, befolknings- og resourceproblemer osv.) Eks. b) matematiske modeller i brug ved samfundsmæssige beslutninger	Eks. a) eksponentialfunktioner (forberedelse til f.eks. ingeniørstudium) Eks. b) differentialligninger, statistik og sandsynlighedsregning
Matematik som et (i princippet tilfældigt) MIDDEL TIL PERSONLIGHEDSDANNELSE	Eks. c) kritisk sans, logisk tænkning, opøvelse af evne til stringent tænkning og prægnant udtryksform Eks. d) fantasi og opfindsomhed	Eks. c) kritisk sans, logisk tænkning, opøvelse af evne til stringent tænkning og prægnant udtryksform Eks. d) fantasi og opfindsomhed

Vi har udfyldt de forskellige rubrikker med nogle eksempler for at belyse, hvilket indhold der kan lægges i disse.

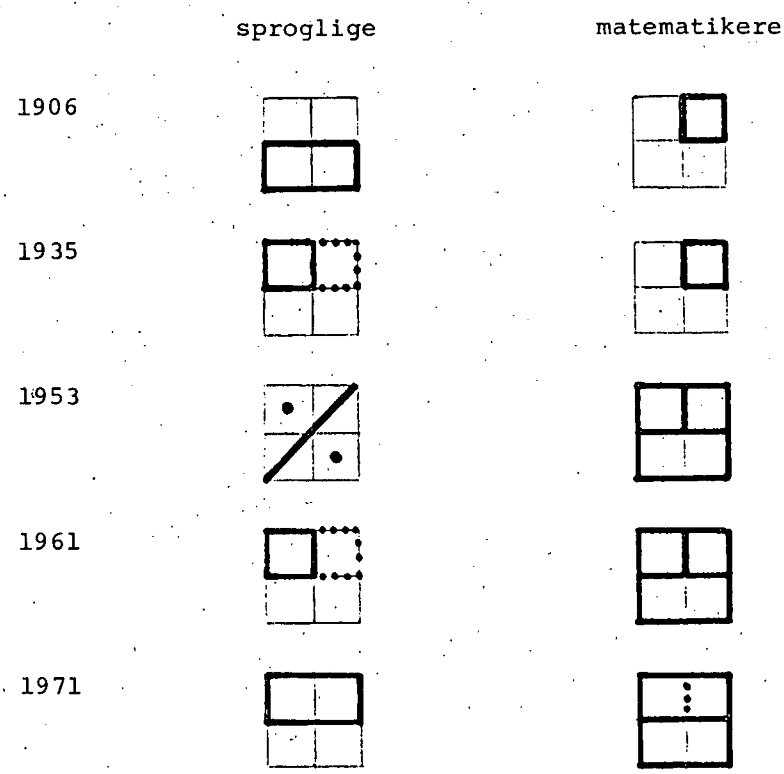
De forskellige formålsformuleringer for matematikundervisningen i gymnasiet (og fra 1967 for HF), der har været fra 1906 og til nu, har vi fortolket ved hjælp af denne model.

Sammen med den skematiske fortolkning er anført kommentarer til de væsentligste ændringer med hensyn til formålsformuleringerne for matematikundervisningen.

Til sidst nævnes (til brug ved sammenligningen med adgangskursus' matematikundervisning) den nugældende formålsformulering for matematikundervisningen i gymnasiet og HF, samt rammeindretningen, dvs. emneindhold, antal grene, timetal, eksamen m.m.

Oversigt over udviklingsforløbet belyst ved matrix-modellen :

(Gymnasiet)



Kommentarer til udviklingsforløbet

1906

(Sproglige)

Formålet med undervisningen var ikke så meget at give eleverne omfattende matematiske kundskaber, men at opøve deres tænkeevne. Undervisningen var således udelukkende rettet mod personlighedsdannende formål (det vil sige nederste række i matricen). Denne placering kunne dels tjene individcentrerede hensigter og dels studie- og professionsforberedende hensigter.

(Matematikere)

Der anføres ikke noget formål for undervisningen i matematik. En forklaring på dette kan man bl.a. få af undervisningsinspektør Tuxens indberetning fra 1914, hvoraf det fremgår, at den overordnede hensigt med den matematiske linje var at forberede eleverne til studier på Den polytekniske Læreanstalt.

Det betyder, at undervisningen udelukkende var rettet mod fagspecifikke studier (placering i øverste højre hjørne af matricen).

1935

(Sproglige)

Med denne ordning bortfaldt matematikundervisningen for sproglige elever i 3.g, og formålet blev ændret til at give eleverne kendskab til visse vigtige anvendelser af matematikken.

Det vil sige, at matematikken ikke længere var et i princippet tilfældigt middel til opøvelse af tænkeevne. Matematik var nu nødvendigt for at opfylde formålet, mens hensigten var en forberedelse til livet som privatperson og samfundsmedlem, men derimod næppe studie- og professionsforberedende.

(Matematikere)

Med denne ordning indførtes et formål for matematikundervisningen. Indholdet af dette havde tydeligt et studie- og professionsforberedende sigte, da kendskab til de i bekendtgørelsen nævnte emner og færdigheder inden for disse, udelukkende havde interesse og anvendelighed for elever, der skulle studere teknik eller naturvidenskab.

1953

(Sproglige)

Med denne ordning bortfaldt matematik for sproglige elever.

(Matematikere)

Undervisningens indhold udgjordes nu kun af 38 punkter (opdelingen i 2 hovedområder fra 1935-ordningen var bortfaldet). Man betragtede nu matematikfaget som en enhed bestående af de omtalte 38 punkter, hvor funktionsbegrebet dog havde en central placering.

Fagudvalget i matematik i 1948-kommissionen var blevet bedt om at overveje en indskrænkning af timetallet, men fandt ikke dette muligt uden en indskrænkning af stofmængden. Dette bøjede kommissionen sig for. Timetallet blev bibeholdt.

Med denne ordning blev formaldannende formål (evne til stringent tænkning og prægnant udtryksform)nævnt, og det blev betonet, at undervisningen nu også skulle rette sig mod studenternes private og samfundsmæssige liv. Som yderligere støtte for,at den øverste venstre rubrik er tillagt betydning, kan fra bekendtgørelsen af samme år citeres : "Det vil for forståelsen af kultursammenhængen være af betydning, om der af matematikkens historie medtages træk, der har almenmenneskelig interesse."

1961

Det var under 1958-ordningen, at "den ny matematik" blev indført i Danmark. Som omtalt i kap. III skete dette under påvirkning fra bl.a. USA og OEEC. Herhjemme var det især Danmarks Matematikundervisningskommission, der satte sit præg på reformarbejdet.

Reformens hovedsigte, var med hensyn til gymnasiet, at bringe matematikundervisningen i overensstemmelse med den moderne universitære matematiks indhold og form. Matematikken skulle opbygges ved hjælp af begreber som mængde, afbildning, relation, komposition. I analysen skulle begrebet omegn være grundlaget. Man forventede på denne måde, at matematikken blev mere gennemskuelig og forståelig for eleverne, idet den var opbygget ved hjælp af få almene begreber.

Bekendtgørelsen nævner under indhold kun hovedemner for undervisningen på begge linjer. Der er ikke nogen detaljeret emneliste. Den er på dette tidspunkt henlagt til undervisningsvejledningen, som har overført den fra "Det ny gymnasium" (den røde betænkning).

Reelt blev lærebogssystemet udarbejdet af Kristensen og Rindung bestemmende og normdannende for den detaljerede indholdsfastsættelse for matematikerne. (Lektor Ole Rindung fra undervisningsinspektionen var i øvrigt medlem af Læseplansudvalgets underudvalg for matematik). Et lignende lærebogssystem for sproglige fandtes ikke fra starten.

(Sproglige)

"Formålet med undervisningen er dels at give eleverne et indtryk af matematisk tankegang og metode, dels at give dem nogle matematiske hjælpemidler i hænde, som kan være dem til nytte inden for andre fag i skolen og under deres senere virke."

Som kommentar til matricens udseende kan følgende citat fra betænkningen nævnes :"Den almendannende undervisning...hviler frem for alt på 4 store fagområder...Det tredje er de matematiske og naturvidenskabelige fag. Kundskaber på disse områder er i vore dage af afgørende betydning for forståelsen af den verden, vi lever i."

(Matematikere)

"Formålet med undervisningen er at give eleverne kendskab til en række fundamentale matematiske begreber og tankegange (øverste række),
at vække deres sans for klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform (nederste række og øverste hjørne stiplet),
at søge deres fantasi og opfindsomhed udviklet (nederste række),
at øve dem i behandlingen af konkrete problemer, herunder udførelse af numeriske beregninger (øverste højre hjørne),
samt at gøre dem fortrolige med anvendelser af matematikken inden for andre fagområder (øverste række)."

1971

(Sproglige)

"Formålet med undervisningen er at opøve eleverne i anvendelsen af matematisk tankegang, metode og viden til formulering, analyse og løsning af problemer på forskellige fagområder.

Undervisningen skal endvidere give eleverne elementær forståelse af og evne til kritisk at analysere den måde, hvorpå matematikken anvendes inde- for forskellige fagområder."

Ovennævnte formuleringer viser, at matematikken nu også tillægges studie- og professionsforberedende funktioner, p.g.a. matematiks voksende betydning og anvendelse inden for talrige videregående uddannelser.

(Matematikere)

"Formålet med undervisningen er at give eleverne kendskab til en række fundamentale matematiske begreber, tankegange og metoder (øverste række),

at opøve eleverne i anvendelse af matematiske begreber, tankegange og metoder til formulering, analyse og løsning af problemer inden for forskellige fagområder (øverste række),

at opøve klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform (nederste række og øverste højre hjørne),

at udvikle fantasi og opfindsomhed (nederste række),

at give en forståelse af og evne til kritisk at analysere den måde, hvorpå matematikken anvendes inden for forskellige fagområder (øverste række)."

Rammeindretning

(Sproglige)

Indhold : almene begreber fra mængdelære,
elementære funktioner,
infinitesimalregning,
kombinatorik og sandsynlighedsregning

Grene : nysproglig, samfundssproglig, klassisksproglig, musiksproglig

Timetal : 1. år to timer, 2. år tre timer, 3. år 0 timer

Eksamen : en mundtlig eksamen efter 2.g

(Matematikere) (matematisk-naturfaglig og samfunds-matematisk gren)

Indhold : almene begreber fra mængdelære,
hele, rationale og reelle tal,
kombinatorik, sandsynlighedsregning og statistik,
ligninger og uligheder,
plangeometri,
elementære funktioner,
infinitesimalregning,
anvendelse af infinitesimalregningen

Timetal : 1. år fem timer, 2. og 3. år tre timer

Eksamen : en skriftlig og en mundtlig eksamen

(Matematikere) (matematisk-fysisk gren)

Indhold : almene begreber fra mængdelære og algebra,
hele, rationale og reelle tal,
kombinatorik, sandsynlighedsregning og statistik,
ligninger og uligheder,
plangeometri,
elementære funktioner,
infinitesimalregning,
anvendelser af infinitesimalregningen
valgfrit emne

Timetal : 1. og 2. år fem timer, 3. år seks timer

Eksamen : to skriftlige og en mundtlig eksamen

Kommentarer til 1971-bekendtgørelsen

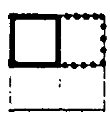
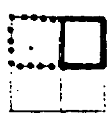
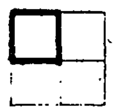
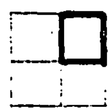
Ændringerne i timetal p.g.a. 5-dages ugen medførte også ændringer i pensum. Samtidig blev de forskellige grenes formålsformuleringer mere differentierede. F.eks. blev kravet om præcision ved behandlingen af visse emner på sproglig linie,og på matematisk-naturfaglig og samfundsmatematisk gren afløst af en mere eksempel- og intuitionspræget gennemførelse.

Indholdsbeskrivelserne under de ovenfor nævnte hovedpunkter, er i 1971-bekendtgørelsen meget detaljerede.

I indledningen til emnelisten og dens indretning understreges, at de teoretiske matematiske strukturer kan opbygges på grundlag af velformulerede problemstillinger inden for andre fagområder (økonomi, biologi, fysik, sociologi, teknik, databehandling, informationsteori, psykologi, sprog og kemi).

Oversigt over udviklingsforløbet belyst ved matrix-modellen :

(Højere Forberedelseseksamen (HF))

	fællesfag	tilvalgsfag
1967		
1974		

Kommentar til udviklingsforløbet

I alle ordninger for HF opereres med en to-deling af matematikundervisningen. En elementært præget undervisning for alle (fællesfag) og en mere specialiseret undervisning, for dem der ønsker det eller som sigter mod videre studier, der forudsætter matematik ud over folkeskoleniveau.

Med 1974-ordningen blev fællesfagets timetal reduceret i forhold til 1967-ordningen, og henlagt til fordeling på de to første semestre.

For tilvalgsfagets vedkommende blev timetallet ikke reduceret, men henlagt til fordeling på de to sidste semestre.

Med hensyn til fællesfag blev de matematiske ambitioner, især hvad angår algebra, nedskrevet. Deskriptiv statistik og 20 frie timer blev indført.

Undervisningen på tilvalgsfag forsøgtes yderligere bragt i overensstemmelse med undervisningen på den matematisk-naturfaglige og matematisk-samfundsfaglige gren i gymnasiet.

Undervisningen i matematik på HF har på intet tidspunkt været tillagt formaldannende formål.

Arbejdsdelingen mellem fællesfag, rettet mod individ- og samfundsorienterede hensigter, og tilvalgsfag rettet mod studie- og professionsforberedende hensigter, blev yderligere præciseret i 1974.

(Fællesfag)

"Formålet med undervisningen er at de studerende opnår nogle matematiske kundskaber, som kan være dem til nytte i andre fællesfag og i deres øvrige dagligdag, samt at de får et indtryk af matematisk metode og tankegang."

Rammeindretning

Indhold : begreber fra mængdelære og logik,
kombinatorik,
funktionsbegrebet,
specielle funktioner, grafisk fremstilling,
deskriptiv statistik,
sandsynlighedsregning og statistik
frie timer (ca. 20)

Timetal : 1. og 2. semester fem timer, 3. og 4. semester ingen timer

Eksamen : en skriftlig og en mundtlig

(Tilvalgsfag)

"Formålet med undervisningen er at de studerende opnår en sådan matematisk indsigt og et sådant kendskab til fundamentale matematiske begreber, metoder og tankegange, at de får det faglige grundlag for at gennemføre videregående uddannelser, der anvender matematik."

Rammeindretning

Indhold : elemnetære funktioner,
sandsynlighedsregning,
infinitesimalregning

Timetal : 1. og 2. semester ingen timer, 3. og 4. semester seks timer

Eksamen : en skriftlig og en mundtlig eksamen

Litteraturliste

(Gymnasiet)
Betænkning 1949
Bekendtgørelse 1953
Lov om gymnasiet 1958
Betænkning 1960 ("Den røde betænkning)
Bekendtgørelse 1961
Undervisningsvejledning 1961
Bekendtgørelse 1968
Bekendtgørelse 1971
Undervisningsvejledning 1971
Forsøgsbekendtgørelse 1977

(HF)
Lov om HF 1966
Betænkning 1967
Bekendtgørelse 1967
Lovændring 1970
Lovændring 1973
Bekendtgørelse 1974

(Generelt)
Matematikkens rolle i ungdomsuddannelserne, Niss Mogens (1980)

"Matematikundervisningen i gymnasiet og gymnasielæreruddannelsen", oplæg fra udvalg III til landsmødet om matematikken i Danmark (maj 1981)

Ordninger, bekendtgørelser m.v. for perioden 1903-1953 er citeret fra : Et rids af den gymnasiale matematikundervisnings historie 1850 til nu, Niss Mogens, arbejdspapir (1980)

KAPITEL VI

BESKRIVELSE OG ANALYSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS

Kap. VI.1 Indledning

I dette kapitel vil vi søge at give en sammenhængende beskrivelse af matematikundervisningen på adgangskursus. Vi disponerer beskrivelsen efter følgende 6 punkter:

1) Hensigter/begrundelser
   Dette angår motiver og grunde til at undervise i matematik på AK.
2) Formål
   Disse er de officielle formål, som er beskrevet i cirkulærerne om AK og dem, man kan aflede af det, der foregår.
3) Rammeindretning
   Dette er de givne rammer for undervisningen. Hertil hører pensumplaner, timetal, holdstørrelser, timers placering,hjemme- og eksamensopgaver m.m.
4) Materialer og undervisningsformer
   Hertil hører bøger og supplerende materialer; klasseundervisning, fagsamarbejde m.m.
5) Gennemførslen af undervisningen
6) Effekten på eleverne
   Dette er, hvad man kan udlede, at der sker med eleverne, når de undervises på den måde, som beskrevet i punkterne 1-5.

Disse punkter skal opfattes som et hierarki af beskrivelsesniveauer ordnet efter generalitet. Det kan være fristende også at opfatte dem som beslutningsniveauer forstået på den måde, at beslutninger på et niveau angiver rammer for beslutninger på lavere niveauer. F.ex. vil man forvente, at formålserklæringer ikke er i modstrid med overordnede hensigter, og at beslutninger om lærebogsmaterialer og undervisningsformer har konsekvenser for undervisningens gennemførelse. Hierarkiet opfattet på denne måde som niveauer af beslutninger indebærer ikke at man deduktivt kan slutte fra et niveau til et lavere - et formål udpeger ikke entydigt en lærebog - men snarere at beslutninger på et niveau indskrænker valgmulighederne på de underliggende niveauer.

Selvom en sådan opfattelse ikke er uden bund i virkelighedens forhold, er disse dog mere komplicerede end som så. F.ex. er der ikke mindst inden for matematikundervisningen udviklet solide undervisningstraditioner, lærerholdninger m.v. som tilsyneladende besidder en høj grad af immunitet over for formålsfastsættelser m.m. Disponeringen efter de ovennævnte 6 punkter skal derfor forstås som et middel til at sikre os, at vi kommer hele vejen rundt i beskrivelsen af adgangskursus' matematikundervisning.

Beskrivelsen er baseret på observationer af undervisningen, interviews med eleverne, samtaler med lærere og administratorer ved adgangskursus, en undervisningsinspektør i direktoratet for erhvervsuddannelserne i undervisningsministeriet, analyse af lærebogsmateriale samt på det baggrundsmateriale, som de foregående kapitler udgør.

Kap VI. 2 Hensigter/begrundelser.

Teknikumingeniøruddannelsen indgår i et system af højere tekniske erhvervsuddannelser. Sammen med civil- og akademiingeniøruddannelserne skal den sikre, at erhvervslivets og det offentliges behov for teknisk ekspertice tilgodeses.

De tre ingeniøruddannelser udfylder et spektrum af arbejdskraftbehov og rekrutterer studerende med et spektrum af forudsætninger. På beskæftigelsessiden er der et stort sammenfald mellem de tre ingeniørgrupper, men også forskelle. Civilingeniørernes beskæftigelse er generelt i højere grad end de øvriges rettet mod teknisk-videnskabeligt udviklingsarbejde og teknisk-administrative funktioner, bl.a. i det offentlige. Teknikumingeniørernes beskæftigelse er i højere grad rettet mod driftsmæssige opgaver inden for traditionelle fremstillingserhverv, og i mindre grad mod forskning/udvikling og administration i den offentlige sektor.

Ingeniøruddannelserne er tiltænkt forskellig rekrutteringsbasis. Civilingeniøruddannelsen rekrutterer (ideelt set) sine studenter blandt den del af de matematisk-fysiske studenter, som har udprægede "evner" for matematik og fysik, og kræver et vist mål af selvstændighed i studieforløbet og honorering af "akademiske" standarder. Akademiingeniørstudiet rekrutterer også blandt matematisk-fysiske studenter, men er en mere skolepræget uddannelse og mindre ambitiøs i sine krav i grundvidenskaberne. Teknikumingeniøruddannelsens oprindelige målsætning er at give unge med en praktisk uddannelse (faglærte arbejdere) så megen teoretisk uddannelse, at de kan bestride ledende stillinger i produktionen. På den måde tilstræber systemet af ingeniøruddannelser at opfylde behovet for højt uddannet arbejdskraft ved at rekruttere så bredt som muligt.

I de senere år er de relativt klare linjer i rekrutteringen gået lidt i opløsning i og med, at gymnasiet tiltrækker en stadigt stigende del af en ungdomsårgang. Som følge heraf rekrutterer teknikumuddannelsen en stor del af sine studerende fra studentergruppen, med visse spændinger i uddannelsen til følge.

For adgangskursus betyder denne udvikling, at det fra at have været den normale vej til teknikumingeniøruddannelsen i stigende grad blive et "opsamlingsløb" for en del af den del af ungdommen, der ikke har fuldført et gymnasie- eller HF-forløb, dvs. ikke har de efterhånden sædvanlige forudsætninger for videregående uddannelse.

Hensigten med adgangsprøven er da dels at være rekrutteringskanal til en bestemt højere teknisk uddannelse, og dels at være "nåleøje" eller "lakmuspapir" heri: prøvens udtrykkelige formål er at konstatere aspiranternes egne "evner og egnethed" for et ingeniørstudium. Adgangsprøvens sorteringsfunktion må nødvendigvis aftegnes i de enkelte fag på adgangskursus, der jo forbereder til prøven. Dette gælder ikke mindst for faget matematik, der som det eneste i '65-cirkulæret eksplicit er tillagt sorteringsfunktion. Hermed er ikke sagt, at matematikundervisningen udelukkende har denne hensigt.

Kap. VI.3 Formål.

Cirkulæret fra 1965 angiver formålet med matematikundervisningen på adgangskursus til at være vedligeholdelse, afrunding og supplering af aspiranternes matematikforkundskaber m.h.p. en vurdering af deres egnethed til et ingeniørstudium. Udtrykt i vores 2x2 matrix ser det således ud:

Formålet i cirkulæreforslaget fra 1979 er stort set overtaget fra formålet for det matematiske gymnasiums matematikundervisning og taler om kendskab til fundamentale matematiske tankegange etc. m.h.p. løsning af ingeniørmæssige problemer: , klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform, fantasi og opfindsomhed: , samt kritisk forståelse af matematiks anvendelser inden for fagområder i ingeniørstudiet: . Tilsammen:

Vægten ligger også i dette formål på det fagspecifikt studie- eller professionsforberedende, men formålet angiver ikke en sorteringsfunktion.

q Som tidligere beskrevet optrådte i forarbejdet til '65-cirkulæret et matematikformål af næsten rent almendannende karakter (se side 45). På baggrund af vores nuværende viden om adgangskursus, samtaler lærere ved kurset og observationer af undervisningen står det klart for os, at formålet med matematikundervisningen både er at give matematiske kundskaber som forberedelse til ingeniørstudiet, og samtidig teste, hvem der kan klare mosten. Matematik er tydeligt et at de vigtigste fag på adgangskursus i både lærernes og studenternes øjne. Hvor det almendannende formål i forarbejderne stammer fra, ved vi ikke, og det har tydeligvis ikke været udgangspunkt for den endelige formålsfastsættelse. Måske kan man dog betragte det som pegende frem mod '79-forslaget, idet det ligesom dette er holdt i vendinger, der er vanlige for gymnasiematematikformål. '79- formålet udspringer tilsyneladende ikke af en ændret undervisningspraksis, eller ønsker om at muliggøre en sådan. Det må derfor nok nærmere ses som udtryk for uddannelsespolitiske overvejelser, som har givet sig udslag i et ønske om at give adgangskursus en slags HF-status.

Kap. VI.4 Rammeindretning

Man kan tilmelde sig adgangsprøven, uanset om man har været tilmeldt adgangs gangskursus eller ej. Hvis man er tilmeldt adgangskursus, er det frivilligt, om man vil deltage i undervisningen. Der er ingen former for mødepligt eller opgaver, man skal aflevere.

Klasserne er på 20-24 studerende, og der starter klasser to gange årligt, til august og januar.

Undervisningen på AK er opdelt i studiemoduler. Et studiemodul er et studieelement, hvis størrelse er fastlagt ved, at en studerendes arbejdsindsats er normeret til 120 timer.

Der undervises i følgende fag:

	Antal moduler
1. Dansk og idehistorie	3
2. Engelsk	2
3. Tysk	2
4. Matematik	4
5. Fysik	4
6. Kemi	2
	17

Der er ingen fag, der har fortrinsstilling i skemalægningen.

Det ugentlige antal skematimer bliver på cirka 35, hvoraf de otte er matematiktimer, fordelt på fire dobbeltlektioner. Derudover har de fysik- og kemiøvelser. Øvelserne varer tre timer pr. gang. Arbejdet med øvelser og rapportskrivning foregår efter et rullende skema; den første uge laves for eksempel kemi øvelser, anden uge laves fysikøvelser, og tredje uge udarbejdes rapporter, eventuelt med konsulentbistand.

I matematik gives der to sæt hjemmeopgaver om ugen, hvert bestående af 3-4 opgaver.

I forslaget fra 1979 om undervisningen på kursus til denne prøve er indholdet følgende: Mængdelære, funktionsbegrebet, ligninger, uligheder og numerisk værdi, polynomier, potens, logaritme- og eksponentialfunktioner, vektorer, analytisk geometri, ligningssystemer, trigonometri og infinitesimalregning.

I øjeblikket (gældende fra december 1981) indeholder pensumlisten følgende bemærkninger:

Elementær mængdelære:
- der gives ikke eksamensopgaver i logik.

Lignigner, uligheder og numerisk værdi:
- der må ikke forekomme numerisktegn inden i numerisktegn.
- den variable må ikke forekomme under kvadratrodstegn iuligheder.
- der må ikke forekomme numerisktegn i dobbelte uligheder.

Potens, logaritme- og eksponentialfunktioner:
- der gives ikke eksamensopgaver i numerisk logaritmeregning.

Analytisk geometri:
- ikke drejning af koordinatsystemet.

Trigonometri:
- additionsformler og logaritmiske formler medtages i det omfang, det er nødvendigt for infinitesimalregningen.
- eksamensopgaver i trekantsberegninger begrænses til at omfatte sider, vinkler, højder, r, R og areal.

Kombinatorik:
- læses kursorisk.

Generelle bemærkninger:

Almene bemærkninger angående eksamensopgaver:

- 1. I opgaver med bestemmelse af differentialkvotient vil det blive pointeret, om der forlanges reduktion af denne.
  2. Funktionsundersøgelse vil blvie specificeret.
  3. Store bogstaver, der står som symboler for talmængder, vil altid blive forklaret i opgavens tekst.
  4. Ieksamensopgaver anvendes matematiske symboler i overensstemmelse med Liste over matematiske standardsymboler, Danmarks Matematikundervisningskommission, marts 1964.
  5. Eksaminanden får til matematikprøverne <u>udleveret</u>: Matematisk formelsamling med standardsymboliste.

6. Eksaminanden må til matematikprøverne medbringe de af Direktoratet angivne hjælpemidler.
7. Ved nærværende pensumplans godkendelse annulleres "Pensumplan i matematik ved Adgangskursus" af 7. september 1976.
8. Pensumplanen gælder første gang ved eksamen i december 1981.

Bemærkninger til pensumplanen og eksamensopgaverne diskuteres og revideres på møder, der med mellemrum holdes af matematiklærere ved adgangskurserne.

Der gives to skriftlige prøver, hver af fire timers varighed. Kravene til prøverne er: "Der bør ved disse prøver gives opgaver med et indhold der kan vise eksaminandens evne til, selvstændigt at arbejde sig frem til en løsning."

Til adgangseksamen i skriftlig matematik findes der ikke nogen rettevejledning, det vil sige at der ikke på forhånd er givet bestemte pointangivelser til de enkelte opgaver. Der er således ikke et fælles, formaliseret udgangspunkt ved retningen af opgaverne.

Kap.VI.5 Materialer og undervisningsformer

Kap.VI.5.a Materialer

Som lærebøger bruges "Teknisk matematik", bind 1-7, skrevet af Hviid, Lund og Møller (alle lærere ved adgangskurset til Københavns Teknikum). Bøgerne er på knap 700 sider og koster ca.60 kr. pr. bog. Desuden anvendes "Et udvalg af eksamensopgaver i matematik fra adgangsprøven til danske teknika".

I et forsøg på at afdække særlige træk ved adgangskursus har vi set nærmere på de afsnit fra bøgerne, som vi så gennemgået under vores observationer på adgangskursus. Fra bog 6 og 7 så vi følgende emner gennemgået: talfølger, grænseværdi for funktioner, asymptoter, kontinuitet og differentialregning. I det følgende står den teoretiske del hørende til disse emner i højre spalte, mens vores kommentarer står i venstre spalte. Lodrette prikker markerer korte overspringelser. Vi har søgt at forstyrre bogens opsætning mindst muligt ved opklipningen, men helt undgået det har vi næppe.

Kommentarerne angår især forhold vedrørende matematisk begrebsdannelse og argumentation, stringens og præcision. Vi vil gerne præcisere, at hensigten med analysen snarere er at karakterisere end at øve pedantisk kritik. Lærebøgers kvalitet må primært vurderes i forhold til om de befordrer realisationen af intentionerne med en konkret undervisning.

Indholdsfortegnelse til bog 6.

INDHOLD

2. TALFØLGER

2.1 Almindelige talfølger

(1) *En talfølge er en talmængde med et uendeligt antal elementer, når disse elementer er opstillet i en bestemt nummerorden.*

En talfølge bliver derved en afbildning af de naturlige tal N ind i de reelle tal R.

Eks. 1. Mængden af naturlige tal: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Eks. 2. Mængden af ulige, negative hele tal: − 1, − 3, − 5, − 7, − 9, ...

Eks. 3. Mængden af positive, hele tal, der er delelige med 3:
3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

⋮

Alle talfølgens elementer er fastlagt, når vi kender regneforskriften for det n'te element.

(1) Denne definition afviger fra den, der sædvanligvis gives for en talfølge. En talfølge, hvis elementer hentes fra en endelig mængde, vil efter den her anførte definition ikke være en talfølge, f.eks. 1,-1,1,-1,...
Det følgende udsagn, som i sammenhængen er en sætning, kunne være en formel definition på det sædvanlige talfølgebegreb, nemlig en afbildning fra N ind i R.

Herefter følger eksempler på og opgaver i talfølger.

2.2 Monotone talfølger

En talfølge kaldes *en monoton talfølge*, hvis den er stadig voksende eller stadig aftagende.

(2) Stadig voksende: $\forall n$: $a_n < a_{n+1} \iff a_n - a_{n+1} < 0$

Stadig aftagende: $\forall n$: $a_n > a_{n+1} \iff a_n - a_{n+1} > 0$

(2) Den uortodokse brug af formelle symboler gør det uklart, hvordan disse definitioner skal forstås. For en pedantisk fortolkning er det muligt at hævde, at alle talfølger er både stadigt voksende og stadigt aftagende. Dette kunne undgås ved at slette implikationen og det, der står til højre for den. Biimplikationspilen er her brugt som forkortelse for "det vil sige" og ikke i sin logiske betydning af ækvivalens mellem udsagn, der ikke blot er notationstekniske varianter af samme sagsforhold.

(3) Begrebet "begrænsethed" indføres ikke udtrykkeligt, hverken formelt eller uformelt; begrebsdannelsen tænkes at flyde af eksemplerne. Talfølgerne er ikke karakteriseret i ord eller ved en regneforskrift. I det nederste eksempel er valget af 0 som eksempel på én nedre grænse (i stedet for ½=største nedre grænse, analogt med at den angivne øvre grænse er den mindste sådan) ikke kommenteret.

(4) Konstateringen er naturligvis rigtig, men det interessante i forbindelse med konvergens er, at alle de efterfølgende elementer fra nr. 6 at regne ligger mellem 1/64 og 0.

(5) Dette har katakter af en definition af en talfølges konvergens, omend sammenhængen mellem det, at uendelig mange af talfølgens elementer ligger i en omegn om 0, og konvergens mod 0, ikke udtrykkes eksplicit. Omegnsbegrebet defineres ikke eksplicit. For det gængse konvergensbegreb er det ikke tilstrækkeligt at uendeligt mange elementer ligger i en omegn om konvergenspunktet, men at alle fra et vist nummer at regne gør det. Dette skal tillige gælde for enhver omegn om 0. (Eksempelvis er talfølgen $a_n=1/n$ for n ulige, $a_n=n$ for n lige divergent, og har fortætningspunkt i 0, men er konvergent mod 0 ifølge tekstens "definition"). Der er iøvrigt ikke tale om en generel definition på konvergens, men på konvergens mod 0.

(6) Dette kan være en vildledende udtryksmåde. Elementet a_n er fast, men talfølgens elementer, a_n, går mod 0 for n gående mod ∞.

(7) Hverken her eller i eksempler eller andetsteds forestiller man sig at en talfølge oscillerer om konvergenspunktet (eks.: $a_n=1/n(-1)^n$). Biimplikationspilen anvendes som en forkortelse, der skel angive, at samme forhold kan noteres forskelligt.

(8) Eksemplet skal vise, at en grænseværdi kan være ≠ 0.
$\frac{2n-1}{n}$ er rettet til $\frac{2^n-1}{2^n}$: trykfejlsliste til bøgerne.

(9) Hidtil har kun været vist følger med 0 eller 1 som grænseværdi. Det er ikke defineret, hvad det vil sige, at en talfølge har en endelig grænseværdi. Et eksempel på en ukommenteret begrebsgeneralisation.

(10) Denne definition afviger fra den sædvanlige. Divergens defineres normalt som negationen af konvergens. Talfølgen 1,-1,1,-1,1,... er efter teksten hverken konvergent eller divergent. Det er ikke forklaret, hvad det vil sige at gå mod uendelig.

2.3 Begrænsede talfølger

(3) Talfølgen 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... er begrænset nedadtil, men ikke opadtil.

Talfølgen − 2, − 4, − 6, − 8, ... er begrænset opadtil, men ikke nedadtil.

Talfølgen $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$, ... er begrænset både opadtil og nedadtil. Alle dens elementer ligger mellem 0 og 1.

•
•
•

2.4 Konvergente talfølger

Vi vil prøve at afsætte en talfølges elementer på tallinjen, f.eks. denne talfølge: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; ....; $\frac{1}{2^n}$; .....

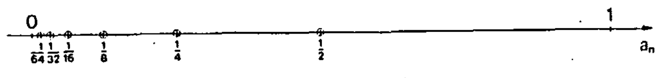


Fig. 14

Vi ser, at talfølgens elementer for voksende n meget hurtig nærmer sig mod 0 (nul), uden at noget element nogen sinde bliver = 0.

(4) Vi konstaterer også, at der må ligge uendelig mange elementer mellem $\frac{1}{64}$ (element nr. 6) og 0.

Vi udtrykker det sådan:

(5) Uendelig mange af talfølgens elementer ligger i en *omegn* omkring 0 (her en *højre* omegn).

Vi siger om denne talfølge, *at den har grænseværdien 0*, kommende fra højre. Matematisk udtrykt således:

(6) Elementet a_n går mod nul, når n går mod uendelig:

(7) $a_n \to 0^+$, når $n \to \infty \iff \frac{1}{2^n} \to 0^+$, når $n \to \infty \iff$

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} = 0}$$

lim er en forkortelse af ordet limes, der betyder grænse.

(8) Prøv nu selv at afsætte nedenstående talfølges elementer på tallinjen og udtryk grænseværdien matematisk.

$\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{31}{32}$; .... ; $\frac{2n-1}{n}$; ......

(9) En talfølge, der har en *endelig* grænseværdi, kaldes *en konvergent talfølge.* Talfølgen på side 29 er en konvergent talfølge med grænseværdien 0.

Vi udtrykker det også lidt kortere sådan:

Talfølgen konvergerer mod 0.

(10) En talfølge, der løber mod + uendelig eller − uendelig har ingen grænseværdi. En sådan talfølge kaldes *en divergent talfølge.*

Der gælder for talfølger en vigtig sætning, som vi desværre ikke kan bevise endnu:

Hvis en talfølge er både monoton og begrænset, så er den også konvergent.

OPGAVER

Brug talfølgerne på side 29 til at konstruere:

6220 En talfølge med grænseværdien 5 fra højre. (Vi siger om den, at den går mod 5 *gennem overværdier*).

6221 En talfølge, der går mod grænseværdien 5 gennem *underværdier.*

⋮

2.5 Nulfølger

En nulfølge er en talfølge, der har grænseværdien 0 (nul).

Herefter følger eksempler på nulfølger.

2.6 Regning med talfølger

Vi har givet to talfølger a_n og b_n. De er begge konvergente med grænseværdierne henholdsvis A og B ; k er en konstant.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = A \wedge \lim_{n\to\infty} b_n = B$$

Der gælder nu følgende sætninger, som vi ikke vil bevise:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}(k \cdot a_n) = k \cdot \lim\limits_{n\to\infty}(a_n) = k \cdot A$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(a_n) \pm \lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = A \pm B$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = \lim\limits_{n\to\infty}(a_n) \cdot \lim\limits_{n\to\infty}(b_n) = A \cdot B$

(11) 4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)}{\lim\limits_{n\to\infty}(b_n)} = \frac{A}{B}$ $(B \neq 0)$

Prøv selv at formulere disse sætninger i ord!

Bestemmelse af grænseværdien ved hjælp af regning med nulfølger.

6224 Eks.

$$a_n = \frac{5n^2 - 6n - 7}{8n^2 - 9n + 10}$$

Når vi lader n gå mod uendelig, vil både tæller og nævner gå mod uendelig, og vi kan derfor ikke på den måde afgøre noget om brøkens grænseværdi.

I stedet for benytter vi følgende regel:

(12) *Vi dividerer først i tæller og nævner med den i nævneren højest forekommende potens af n.*

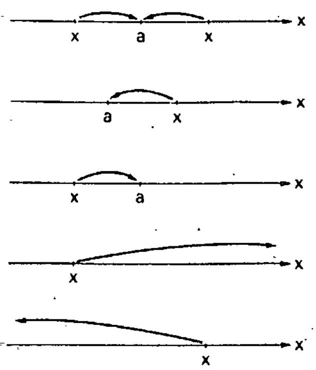
Eksempel 6224 regnes derpå, og der gives opgaver af samme type.

(11) Det er en forudsætning, at $b_n \neq 0$ for alle n, og at $B \neq 0$. Som det står er det uklart om $B \neq 0$ er en konklusion eller en forudsætning.

(12) Teksten afstår fra at ræsonnere over problemstillingen. (f.eks. hvilke led betyder noget, når n er stor, eller hvorledes kan udtrykket bringes på en form, så de just anførte regneregler kan anvendes.) I stedet gives en anvisning på en regel, som løser problemet op, men hvis begrundelse og anvendelsesområde ikke diskuteres.

(13) Oversigtens status og funktion klargøres ikke og indholdet er uklart. Især brugen af pilene i 6, 7, 11 og 12 har ingen indlysende fortolkning. Med 6 skal formentlig udtrykkes, at grænseværdien for en talfølge, der er en kvotient mellem to talfølger, hvoraf tælleren har grænseværdien a og nævneren går mod uendelig, er 0. I 10 bruges implikationspilen til at tillægge en forkortet notation betydning. I 12 spiller fortegnet en rolle, som ikke er angivet, men som antagelig skal læses i lyset af 10.

(13) **2.7 Oversigt**



1. $x \to a$; $\quad$; $\forall x: x \neq a$
2. $x \to a^+$; $\quad$; $\forall x: x > a$
3. $x \to a^-$; $\quad$; $\forall x: x < a$
4. $x \to +\infty$;
5. $x \to -\infty$;
6. $\frac{a}{\infty} \to 0$
7. $\frac{\infty}{a} \to \infty$.
8. $\frac{0}{a} = 0$
9. $\frac{a}{0} \to \infty$
10. $\infty \iff \pm\infty$
11. $\infty \pm a \to \infty$
12. $\infty \cdot a \to \infty$
13. $\frac{0}{0}$ er ikke defineret.
14. $\frac{\infty}{\infty}$ er ikke defineret.

34

3. GRÆNSEVÆRDI FOR FUNKTIONER

(14) Algebraiske funktioner er ikke defineret tidligere.

(14) **3.1 Grænseværdi for algebraiske funktioner**

Vi har givet funktionen $y = f(x)$. Hvis vi nu lader x'erne gennemløbe en vilkårlig talfølge, vil de tilsvarende f(x)'er også gennemløbe en talfølge.

Lad os belyse det med et eksempel:

Vi har givet funktionen $y = f(x) = \frac{x-1}{x}$

(15) Dette er det nærmeste, teksten kommer på en definition af "$x \to 0$"; en oscillerende nærmen sig 0 tages ikke i betragtning.

(15) Vi lader nu x'erne gennemløbe en konvergent talfølge med grænseværdien 0 ($x \to 0^+ \vee x \to 0^-$).

Vi vil undersøge, hvad der sker med de tilsvarende y'er:

(16) Hermed underforstås, at man betragter en talfølge, der går mod 0, men betyder det en vilkårlig eller en bestemt? Det er nok det første, der søges indfanget.

(16) $\underline{x \to 0^+}$: x: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$ .... $\to 0^+$

y: $0, -1, -3, -7, -15, -31$ .... $\to -\infty$

$\underline{x \to 0^-}$: x: $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, -\frac{1}{32}$ .... $\to 0^-$

y: $2, 3, 5, 9, 17, 33$ .... $\to +\infty$

(17) Talfølgen skal konvergere mod 0, og det er ikke vist, at påstanden gælder for en vilkårlig sådan talfølge.

(17) Vi konstaterer, at når x'erne gennemløber en *konvergent* talfølge, vil de tilsvarende f(x)'er gennemløbe en *divergent* talfølge.

Vi kan afbilde situationen grafisk, se fig. 15.

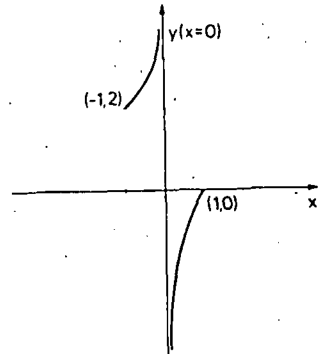


Fig. 15

Lad os se på, hvilke forskellige muligheder der kan være:

a) Først det eksempel, vi lige har haft:

18 x'erne gennemløber enhver ***konvergent*** talfølge med grænseværdien $a \Rightarrow f(x)$'erne gennemløber en ***divergent*** talfølge.

19 Eks. a_1: $x \to a^+ \Rightarrow f(x) \to \pm\infty$

Eks. a_2: $x \to a^- \Rightarrow f(x) \to \pm\infty$

b) x'erne gennemløber enhver ***konvergent*** talfølge med grænseværdien $a \Rightarrow f(x)$'erne gennemløber også en ***konvergent*** talfølge.

Eks. b_1: $x \to a^+ \Rightarrow f(x) \to k$

Eks. b_2: $x \to a^- \Rightarrow f(x) \to k$

c) x'erne gennemløber en ***divergent*** talfølge. f(x)'erne gennemløber en ***konvergent*** talfølge med grænseværdien g.

20 Eks. c_1: $x \to \pm\infty \Rightarrow f(x) \to g$

d) x'erne gennemløber en ***divergent*** talfølge. f(x)'erne gennemløber også en ***divergent*** talfølge.

Eks. d_1: $x \to \pm\infty \Rightarrow f(x) \to \pm\infty$

Vi vil prøve at fremstille nogle af disse eksempler grafisk. Se fig. 16 (eks. a_2) og fig. 17 (eks. c_1).

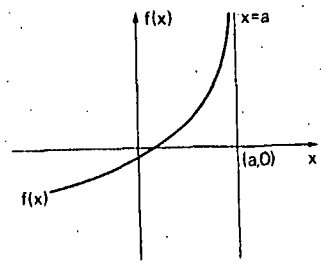


Fig. 16

$x \to a^- \Rightarrow f(x) \to +\infty$

Grafen for f(x) nærmer sig ubegrænset til den rette linje $x = a$, d.v.s., at afstanden mellem grafen og den lodrette linje $x = a$ går mod nul, når f(x) går mod uendelig.

x = a kaldes en lodret asymptote for grafen.

$x \to +\infty \Rightarrow f(x) \to g$

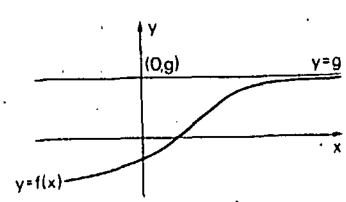


Fig. 17

Grafen for f(x) nærmer sig ubegrænset til den rette linje $y = g$, d.v.s., at afstanden mellem grafen og den vandrette linje $y = g$ går mod nul, når x går mod uendelig.

y = g kaldes en vandret asymptote for grafen.

(18) Det er uklart, hvad der menes. Skal det forstås som:
1) Der findes et a så det for alle talfølger $(x_n)_n$ gælder, at hvis - for n gående mod uendelig - $(x_n)_n$ går mod a, så går talfølgen $(f(x_n))_n$ mod uendelig (+ eller -); eller som
2) Der findes et a og en talfølge $(x_n)_n$, så - for n gående mod uendelig - $(x_n)_n$ går mod a og $(f(x_n))_n$.
Eftersom eks. a_2 illustreres grafisk i fig.16, af en funktion med lodret asymptote i a må meningen være 1).
De følgende muligheder rummer samme uklarhed.

(19) Det er uklart, hvad der menes med $f(x) \to \pm\infty$. Det giver mening, at læse det som $f(x) \to \infty \vee f(x) \to -\infty$.
Eksemplificeringen ved a_1 og a_2 er ikke udtømmende. Divergens er kun opfattet i tekstens forstand, jvf. tidligere kommentar, og x-følgen tillades ikke at være oscillerende.

(2o) Det er uklart om $x \to \pm\infty$ skal læses som " både for $x \to \infty$ og $x \to -\infty$" eller " enten for $x \to \infty$ eller for $x \to -\infty$".

Regneregler for grænseværdier

Vi har givet to funktioner $y = f(x)$ og $y = g(x)$ samt en konstant k.
Om de to funktioner gælder der følgende:

(21) $\lim_{x \to a} f(x) = A \wedge \lim_{x \to a} g(x) = B$

(21) $x \to a$ er ikke defineret. Det nævnes ikke, at $\lim_{x \to a} f(x) = A$ omfatter, at $f(x)$ skal konvergere mod A uanset om x går mod a fra højre eller venstre.

For sådanne funktioner gælder der følgende regneregler:

1) $\lim_{x \to a} k = k$

2) $\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x) = \underline{A \pm B}$

3) $\lim_{x \to a} [k \cdot f(x)] = k \cdot \lim_{x \to a} f(x) = \underline{k \cdot A}$

(22) 4) $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} = \underline{\dfrac{A}{B} \wedge B \neq 0}$

(22) Der mangler en forudsætning om, at $g(x) \neq 0$ i en omegn om a. $B \neq 0$ er en forudsætning, ikke en logisk konsekvens, således som brugen af $\wedge$ på dette sted kunne forlede til at antage.

5) $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x) = \underline{A \cdot B}$

6) $\lim_{x \to a} [f(x)]^n = \underline{A^n}$

7) $\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)} = \underline{\underline{\sqrt[n]{A}}}$

Prøv selv at formulere disse regneregler i ord.

Herefter kommer et afsnit, hvor grænseværdi for trigonomiteiske funktioner behandles med to funktioner: $\frac{\sin x}{x}$ og $\frac{\tan x}{x}$.
Disse betragtes v.h.a. geometriske illustrationer, og ved benyttelse af forskellige regneregler nås frem til:
$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ og $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$.
Til sidst slås fast, at følgende gælder for små vinkler:
$\sin x \approx \tan x \approx x$.
Derpå følger eksempler og opgaver i regning med grænseværdier for algebraiske og trigonomitriske funktioner.

4. ASYMPTOTER

(22A) ### 4.1 Asymptoter for algebraiske funktioner

(22a) Algebraiske funktioner er ikke defineret tidligere og defineres heller ikke her.

Blad tilbage til 3.1 og repeter!

1) Lodret asymptote

Når $x \to a^+$ eller $x \to a^- \Rightarrow f(x) \to \pm\infty$, så er $x = a$ en lodret asymptote for $y = f(x)$.

(23) ***Lodrette asymptoter kan kun forekomme for brudne funktioner. De findes ved at lade nævneren gå mod nul.***

(23) Det burde præciseres, at det gælder algebraiske funktioner. "Bruden funktion" er ikke defineret.

Når vi skal bestemme lodrette asymptoter, er det klogt først at foretage en fortegnsbestemmelse for funktionen. Herved får vi jo en foreløbig grovskitse af grafens forløb.

Her følger 3 eksempler som munder ud i følgende håndregel:

Af eksemplerne ser vi: *Når vi skal bestemme lodrette asymptoter, er det nodvendigt, at nævneren er oplost i faktorer.*

2) Vandret asymptote

(24) Det er ikke klart, om konklusionen skal gælde både for $x \to +\infty$ og for $x \to -\infty$ eller kun for en af delene.

(25) Eksempel på en håndregel.

Hvis $x \to \pm\infty \Rightarrow f(x) \to k$, hvor k er en konstant, så er $y = k$ en vandret asymptote. (Se stadigvæk 3.1).

Vandrette asymptoter kan kun forekomme for brudne funktioner. De findes ved at lade $\underline{x \to \pm\infty}$

Her følger eksempler med vandret asymptote, som munder ud i følgende håndregel:

Af eksemplerne ser vi:
Når vi skal bestemme vandrette asymptoter, bør nævneren ***ikke*** *være opløst i faktorer.*

3) Skrå asymptote

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{x - 3}$$

Vi dividerer $x - 3$ op i $x^2 - 4x + 6$. Kvotienten bliver $x - 1$, og resten bliver 3, altså:

$$y = f(x) = x - 1 + \frac{3}{x - 3}$$

Når x går mod uendelig, vil $\frac{3}{x - 3}$ gå mod nul ; det betyder, at grafen for $f(x)$ nærmer sig ubegrænset til den rette linje med ligningen $y = x - 1$ (*afstanden* mellem grafen og den rette linje går mod nul).

(25a) Brugen af "altså" antyder, at det anførte eksempel giver et fuldt belæg for den generelle regel, der formuleres, hvilket jo ikke er tilfældet.

(26) En håndregel.

Linjen $y = x - 1$ *kaldes en skrå asymptote for grafen. En skrå asymptote kan altså kun forekomme, når* $f(x)$ *er en bruden funktion, og når tællerpolynomiets grad er én højere end nævnerpolynomiets grad.*

Vi finder den skrå asymptote ved at dividere nævnerpolynomiet op i tællerpolynomiet og "smide resten væk".

Derpå følger opgaver med asymptoter.

(27) Afsnittet er i virkeligheden introduktion til kontinuitet.

4.2 Eksempler på forskellige funktioner

$$\underline{y = f(x)}$$

(28) Dvs. et underforstået krav om enshed af grænseværdi fra højre og venstre.

1) Vi vil finde grænseværdien for x gående *mod* et fast punkt x_0 (x går mod x_0 både gennem underværdier og gennem overværdier)

2) Vi vil finde funktionsværdien *i* punktet x_0 $[f(x_0)]$

3) Vi vil sammenligne grænseværdien og funktionsværdien.

(29) Ingen af eksemplerne viser forskellig grænseværdi fra højre og venstre.

De følgende eksempler viser de forskellige kombinationsmuligheder for eksistens og ikke-eksistens for en funktions grænseværdi og funktionsværsi i et punkt og disses eventuelle sammenfald.

5. KONTINUITET

Se nu 6425 og 6430 i de foregående eksempler. For disse gælder:

1) *Der eksisterer en grænseværdi for* $x \to x_0$
(både når vi kommer fra venstre og fra højre *mod* punktet).

(30) Dette er et rutediagram til konstatering af kontinuitet. Det er underforstået, at grænseværdien er den samme fra højre og fra venstre.

2) *Der eksisterer en funktionsværdi i punktet* $[f(x_0)]$

3) *Grænseværdi og funktionsværdi er lige store*

Disse tre punkter kan tilsammen skrives således:

$$\boxed{\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)}$$

Funktionen kaldes kontinuert i punktet $[x_0 ; f(x_0)]$ (geometrisk betyder det, at der i dette punkt på grafen ikke er et hul eller spring).

Hvis en funktion er kontinuert i alle punkter i Dm, kaldes den *en kontinuert funktion.*

Hvis en funktion *ikke* er kontinuert i et bestemt punkt, kaldes den *diskontinuert i punktet.*

(31) Først i opg. 6503 opdager læseren, at en funktion kan have forskellige grænseværdier fra højre og venstre i et punkt og dermed ikke være kontinuert.

(5) Herefter følger opgaver i kontinuitet.

Indholdsfortegnelse til bog 7.

INDHOLD

1. DIFFERENTIALREGNING

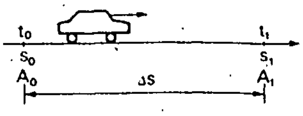
1.1 Indledning til differentialregningen

Differentialregning er opstået under bestræbelserne på at definere hastigheden af et legeme i ujævn bevægelse.

Følgende eksempel illustrerer problemet:

Politiet ønsker at måle en bils hastighed på et bestemt sted s_0 af en vejstrækning. Derfor anbringes to måleinstrumenter A_0 og A_1:

A_0 anbringes ved s_0 og A_1 i et nærliggende punkt s_1 i afstanden Δs fra s_0 (fig. 1).



Måleinstrumenterne fastlægger tidspunkterne t_0 og t_1 for bilens passage ved s_0 og s_1. Tidsforskellen $t_1 - t_0$ betegnes Δt.

Fig. 1

(32) Index'et m's betydning og funktion er ikke præciseret.

(32) Den ***gennemsnitlige hastighed*** v_{m1} defineres som forholdet mellem den tilbagelagte vejstrækning og den tid, bilisten har brugt til at køre den, altså:

$$v_{m1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0}$$

(33) Problemet, som teksten opstiller som udgangspunkt, er at tillægge begrebet "øjeblikkelig hastighed" en mening; det har det ikke fra naturens hånd. Her går teksten imidlertid ud fra, at vi ved, hvad det er, og at det blot drejer sig om at bestemme dens værdi.

Hvis bilens bevægelse ikke er jævn (det kan f.eks. tænkes, at bilisten bremser op, når første måleinstrument passeres), er v_{m1} et dårligt mål (33) for den ***øjeblikkelige hastighed*** v til tidspunktet t_0. (I dette tilfælde er $v_{m1} < v$).

Såfremt vi havde anbragt et tredje måleinstrument A_2 i et punkt s_2, mellem s_0 og s_1, og målt de tilsvarende tidspunkter t_0 og t_2 for bilens passage og derefter beregnet

$$v_{m2} = \frac{s_2 - s_0}{t_2 - t_0},$$

ville vi formentlig have fundet, at de gennemsnitlige hastigheder v_{m1} og v_{m2} var forskellige.

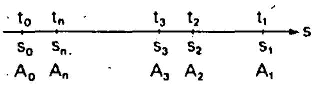


Fig. 2

(34) Her gås ud fra, at $\Delta s/\Delta t$ har en grænseværdi. Det er eksistensen af en grænseværdi ved grænseovergangen $\Delta t \to 0$, der muliggør definitionen af den øjeblikkelige hastighed.

Vi forestiller os nu, at vi yderligere indskyder en række måleinstrumenter $A_3, A_4, \ldots, A_n$, i punkterne $s_3, s_4, \ldots, s_n$ (fig. 2), hvor s_n er valgt så nær s_0, at forholdet (34)

$$v_{mn} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_n - s_0}{t_n - t_0}$$

ikke vil ændres (inden for målenøjagtigheden) selv om s_n rykkes nærmere til s_0.

(34a) Teksten synes modsigelsesfuld her. Den øjeblikkelige hastighed til tiden t_0 har på én gang et godt mål i v_{mn} og er samtidig ikke præcist defineret. Hensigten er måske at udtrykke, at v_{mn} dækker en intuitiv fornemmelse af, hvad hastigheden til et tidspunkt bør være, samt en erkendelse af, at begrebet øjeblikkelig hastighed endnu ikke er givet en præcis matematisk definition.

(34a) v_{mn} er da et godt mål for hastigheden til tidspunktet t_0. Men herved er der ikke givet nogen præcis definition på bilens øjeblikkelige hastighed, eller nogen bekvem metode til at bestemme denne. Disse fundamentale vanskeligheder ved fastlæggelsen af den øjeblikkelige hastighed løses i differentialregningen.

Grafisk fortolkning af begrebet øjeblikkelig hastighed

Det foregående eksempel afbildes i et (t,s)-diagram (fig. 3), hvor s betegner den gennemkørte vejlængde til tidspunktet t.

(35) A_0 var oprindeligt et måleinstrument (et ur), men er nu uden nærmere kommentarer blevet til et punkt. I det indledende eksempel bestemtes tiden som funktion af stedet. På figuren er det omvendt.

(35)

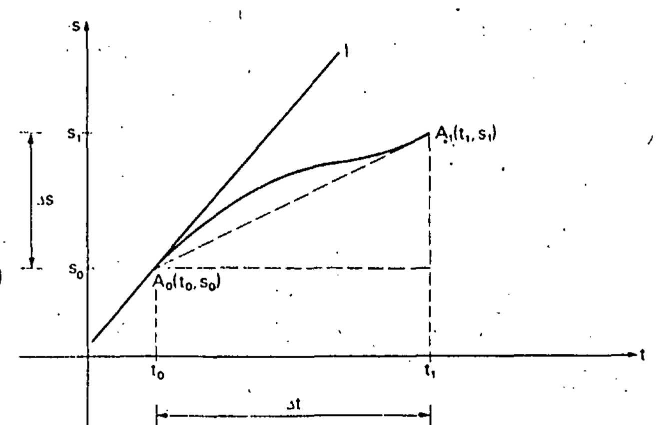


Fig. 3

Den gennemsnitlige hastighed v_{m1} er stigningstallet for den rette linje gennem punkterne:

$A_0\ (t_0, s_0)$ og $A_1\ (t_1, s_1)$, idet

$$\alpha_{A_0A_1} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Vi tænker os nu, at punktet A_1 rykkes nærmere til punktet A_0 (sml. fig. 2).

(36) Det er uklart, hvor linie 1 kommer fra. Specielt fremhæves det ikke, at den er grænsestillingen for sekanten A_0A_1 og halvtangenten til kurven i A_0.

(36a) "derfor" må referere til følgende: Den øjeblikkelige hastighed defineres som grænseværdien af gennemsnitshastigheden, vor så vidt denne eksisterer, hvad eksistensen af en grænsestilling for en sekant implicerer.

36 Det ses herved, at stigningstallet for den rette linje gennem A_0 og A_1, som er gennemsnitshastigheden v_{m1} mellem A_0 og A_1, nærmer sig mere og mere til stigningstallet for linjen l.

36a Vi definerer derfor den øjeblikkelige hastighed v til tidspunktet t_0 således:

$$v = \lim_{t_1 \to t_0} \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

1.2 Differentialkvotient

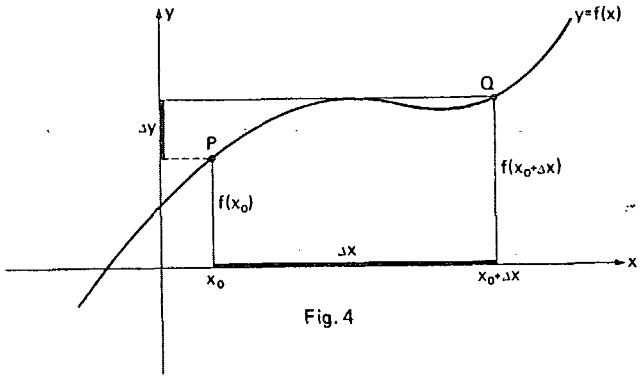


Fig. 4

(37) Det omtales ikke, hvilken rolle kontinuiteten i x_o spiller (nemlig at $f(x) \to f(x_o)$ for $x \to x_o$ (dvs. $\Delta x \to 0$) således at der dels er chance for at $\Delta y/\Delta x$ konvergerer, dels at grænseværdien i givet fald er ens fra højre og venstre). Det forlanges ikke at $\Delta x \neq 0$, men det benyttes i det følgende.

37 Vi har tegnet grafen for $y = f(x)$, der er kontinuert for $x = x_0$.

Se på fig. 4. På grafen findes et punkt P med abscissen x_0. P har altså koordinaterne $(x_0, f(x_0))$.

Vi giver x_0 en *tilvækst* Δx og når til $x_0 + \Delta x$, der er abscisse for punktet Q på grafen. Q har altså koordinaterne $(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$.

Forskellen mellem de to punkter P's og Q's ordinater kalder vi Δy, altså $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Δy kaldes *funktionstilvæksten.*

På fig. 4 kan vi se abscissetilvæksten Δx og funktionstilvæksten Δy ligge på de to akser.

Δx kan vælges enten positiv eller negativ. Tilvæksten Δy bliver positiv, negativ eller nul, afhængig af grafens udseende.

Vi anbringer Δx og Δy som vist på fig. 5.

Af figuren kan vi se, at *stigningstallet* for sekanten s gennem P og Q må være:

$$\alpha_s = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Da både tæller og nævner er differenser, kaldes denne brøk for *differenskvotienten.*

Differenskvotienten er altså sekantens stigningstal.

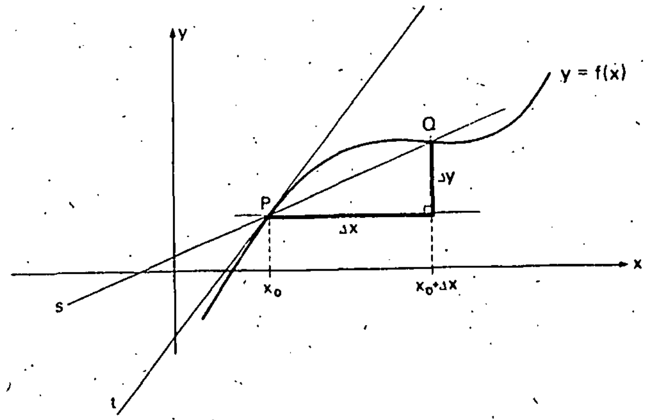


Fig. 5

37A Vi lader nu Δx gå mod nul ($\Delta x \to 0$). Det svarer til, at punktet Q på grafen bevæger sig mod P ($Q \to P$), på samme måde som i fig. 3 punktet A_1 gik mod A_0.

(37a) Her bruges forudsætningen om kontinuitet.

38 *Hvis* differenskvotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ har en grænseværdi for $\Delta x \to 0$, altså *hvis*

(38) Denne definition er den sædvanlige og nok mere forståelig end indledningen.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ eksisterer,}$$

så siger vi, at funktionen f er *differentiabel* i punktet P.

Grænseværdien kaldes funktionens *differentialkvotient* i punktet P eller *den afledede værdi* i P.

Vi vil indtil videre betegne den med $f'(x_0)$ (læs: f-mærke x_0) eller y' (læs: y-mærke).

7101

$$\boxed{f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}}$$

Når $Q \to P$ må det betyde, at sekanten nærmer sig til linjen t (se fig. 5), der kaldes *tangenten* til grafen i P.

Stigningstallet for t er $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$

Differentialkvotienten er altså tangentens stigningstal.

Stigningstallet for tangenten i P ($= f'(x_0)$) kaldes også for *grafens hældning* i P.

Ved hjælp af formlen $y - y_0 = \alpha \cdot (x - x_0)$ kan vi da finde tangentens ligning:

7102

$$\boxed{y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)}$$

Hvad er da en differentialkvotient?

39 1) *Algebraisk* er den en grænseværdi for en brøk, hvor tæller og nævner er differenser, og hvor nævnerdifferensen går mod nul.

(39) Ikke blot nævnerdifferensen men også tællerdifferensen går mod nul. Mere præcist betragtes brøken under en grænseovergang.

40 2) *Geometrisk* er den stigningstallet for en tangent til grafen.

(40) - i et punkt.

Når vi skal bestemme differentialkvotienten skal vi altså:

1) finde funktionstilvæksten $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

41 2) finde differenskvotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

(41) Δx skal være forskellig fra 0.

3) undersøge om $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ eksisterer

Herefter gennemgås eksemplet $f(x)=2x^2$.
I det følgende eksempel differentieres $y=f(x)=x$, første led i opbygningen af et apparat af simple differentialfunktioner.
Dernæst følger nogle opgaver og et eksempel.

7108 Eks.

$$f(x) = \tfrac{1}{2}x^2 - x + \tfrac{1}{2} \quad \text{(en parabel)}$$

Vi kan på sædvanlig måde vise, at $f'(x) = x - 1$. Det parabelpunkt, hvor $x = 1$, må hedde $(1,0)$. I dette punkt er $f'(x) = f'(1) = 1 - 1 = 0$, d.v.s. stigningstallet for tangenten i dette punkt er lig med 0; det vil igen sige, at tangenten i dette punkt er parallel med x-aksen (er vandret).

7109 Eks.

$$f(x) = \sqrt{x} \qquad Dm = \{x \mid x \geq 0\}$$

1) $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = \sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}$

2) $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \frac{(\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})}{\Delta x \cdot (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(\sqrt{x + \Delta x})^2 - (\sqrt{x})^2}{\Delta x \cdot (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})} = \frac{\Delta x}{\Delta x \cdot (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}}$$

3) $$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

(42) $f'(x)$ er ikke defineret for $x = 0$.
Hvis $x \to 0^+$, vil $f'(x) \to \infty$.

(42) (ad 3) At f' ikke er defineret i 0 skyldes ikke, som man kunne forledes til at tro, at funktionsudtrykket for f ikke er det, men ligger i, at

$$\frac{1}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}}$$ ikke har nogen grænseværdi for $x=0$.

$(1/\sqrt{\Delta x} \to \infty$ for $\Delta x \to 0)$.

Funktionen $f(x) = \sqrt{x}$ er altså defineret for $x = 0$, men den er *ikke* differentiabel for $x = 0$.

Vi siger, at grafen har en ***lodret tangent*** i dette punkt, (tangenten er vinkelret på x-aksen).

(43) Ud fra disse to eksempler kan vi slutte:

$f'(x) = 0$: ***Tangenten er vandret*** (parallel med x-aksen)

$f'(x) \to \infty$: ***Tangenten er lodret*** (vinkelret på x-aksen)

(43) Slutningen er ikke indholdsmæssigt baseret på eksemplerne, men på differentialkvotientens identitet med tangenthældningen. Det præciseres ikke, at det er i punktet x, at tangenten er vandret eller lodret.

Hvis en funktion er differentiabel i ethvert punkt i dens definitionsmængde, kaldes den ***en differentiabel funktion***. Vi siger, at vi ***differentierer*** f, når vi bestemmer f'. Vi taler om "den afledede med hensyn til x" eller om "differentialkvotienten med hensyn til x".

1.3 Sammenhængen mellem kontinuitet og differentiabilitet

En sammenhæng mellem kontinuitet og differentiabilitet er formuleret i følgende:

7110

> Hvis en funktion f er differentiabel i et punkt x_0, da er f også kontinuert i x_0.

Bevis:

Antag at f er differentiabel i x_0. Vi skal da vise, at

$f(x_0 + \Delta x) \to f(x_0)$ for $\Delta x \to 0$, eller at

$$\lim_{\Delta x \to 0} f(x_0 + \Delta x) = f(x_0).$$

Nu er $\quad f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = \Delta y = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \Delta x,$

eller $\quad f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \Delta x.$

Da f er differentiabel i x_0, har $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ en grænseværdi for $\Delta x \to 0$:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \to f'(x_0) \text{ for } \Delta x \to 0$$

Altså $\quad f(x_0 + \Delta x) \to f(x_0) + f'(x_0) \cdot 0 \text{ for } \Delta x \to 0$

(44) eller $\quad \lim_{\Delta x \to 0} f(x_0 + \Delta x) = f(x_0)$

Bemærk: En funktion f kan godt være kontinuert i et punkt x_0, uden at være differentiabel i x_0 (jvf. 7109).

(45) Ud fra sætningen om kontinuitet har vi set, at det geometriske billede af en kontinuert funktion må være en *sammenhængende graf*.

Vi har desuden set, at i ethvert punkt, hvor en kontinuert funktion er differentiabel, har grafen en tangent.

I sådanne punkter kan der altså ikke forekomme spidser eller knæk på grafen (så kan der jo ikke tegnes en tangent).

Det geometriske billede af en differentiabel funktion er derfor en glat graf.

Differentiabilitet er altså et strengere krav end kontinuitet!

1.4 Differentialer

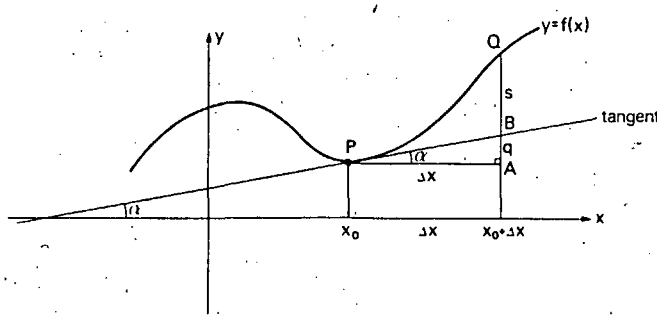


Fig. 6

Funktionen f er differentiabel i punktet P, hvis abscisse er x_0. Vi har som sædvanlig givet x_0 tilvæksten Δx, til $x_0 + \Delta x$ svarer punktet Q. Vi har endvidere tegnet tangenten til grafen i P.

(46) Dens stigningstal er $\tan \alpha = f'(x_0)$

$AQ = \Delta y = q + s.$

$\Delta PAB: \tan \alpha = \frac{q}{\Delta x} \iff f'(x) = \frac{q}{\Delta x} \iff \underline{q = f'(x) \cdot \Delta x}$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Inden grænseovergangen (d.v.s. inden Δx er blevet overordentlig lille!) må

(47) $$\frac{\Delta y}{\Delta x} \neq f'(x).$$

(48) Vi kan da sætte $\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \epsilon$, hvor ϵ er en lille størrelse $\neq 0$.

Heraf fås: $\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x + \epsilon \cdot \Delta x$, hvor $f'(x) \cdot \Delta x$ er q.

$f'(x) \cdot \Delta x$ kaldes *differentialet af y* og betegnes dy ; $\underline{dy = f'(x) \cdot \Delta x.}$

For funktionen $y = f(x) = x$ har vi fundet $f'(x) = 1$ (eks. 7104)

$y = x$ og $f'(x) = 1$ indsættes i $d(y) = f'(x) \cdot \Delta x$:

$d(x) = 1 \cdot \Delta x \iff \Delta x = dx$ *(differentialet af x).*

(44) Der refereres ikke på dette sted tilbage til definitionen på kontinuitet: at grænseværdi og funktionsværdi eksisterer i x_0 og er ens, eller kort $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

(45) Det er uvist, hvilken sætning, der henvises til. En sammenhængende graf er ikke defineret. Under kontinuitet står en parantetisk bemærkning om, at kontinuitet forhindrer spring i grafen.

(46) Brugen af tangens forekommer overflødig. Det ses umiddelbart af tegningen, at tangentens stigningstal $= f'(x_0) = \frac{q}{\Delta x}$.

(47) Dette er forkert for en lineær funktion: $f(x) = ax + b$.

(48) Det er uklart, med hvilket formål ϵ indføres. Måske søges udtrykt, at $f'(x) \cdot \Delta x$ er en tilnærmelse til Δy.

I formlen $dy = f'(x) \cdot \Delta x$ erstatter vi nu Δx med dx:

$dy = f'(x) \cdot dx$ og heraf får vi:

(49) Det svære ved differentialer er, at de er funktioner af to variable: For $y=f(x)$ er $dy=dy(x,\Delta x)=f'(x)\cdot \Delta x$; $dx=d(x,\Delta x)=x'\cdot\Delta x=1\cdot\Delta x$. Differentialkvotienten er da en kvotient mellem to funktioner af to variable, hvor den ene divideres ud: $dy/dx = f'(x)\cdot\Delta x/1\cdot\Delta x = f'(x)$.

49

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

Differentialkvotienten er forholdet mellem differentialerne dy og dx. Det er naturligvis heraf betegnelsen differentialkvotient er opstået.

Betegnelsen $\frac{dy}{dx}$ (læs: d - y - d - x) er ved anvendelser inden for fysik og teknik et bedre udtryk end $f'(x)$ eller y'.

1.5 Differentiationsregler

For ikke hver gang at skulle gå tilbage til side 12, når en differentialkvotient skal udregnes, udledes her nogle regler for differentiation.

I det følgende betegner f og g funktioner, der begge er differentiable, x betegner et vilkårligt punkt og k betegner et vilkårligt reelt tal.

7111

Funktionen kf er differentiabel i x med differentialkvotienten $(kf)' = kf'$

(50) Skemaet til bestemmelse af differentialkvotient bruges ukommenteret.

Bevis:

50

1) $\Delta y = kf(x + \Delta x) - kf(x)$

2) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = k\dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

3) $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = k \lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = kf'(x)$

7112

Funktionen $f + g$ er differentiabel i x med differentialkvotienten $(f + g)' = f' + g'$

Bevis:

1) $\Delta y = (f + g)(x + \Delta x) - (f + g)(x)$
$= (f(x + \Delta x) - f(x)) + (g(x + \Delta x) - g(x))$

2) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \dfrac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$

3) $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$

$= f'(x) + g'(x)$

7113

Funktionen $f - g$ er differentiabel i x med differentialkvotienten $(f - g)' = f' - g'$

Bevis:

$(f - g)(x) = f(x) + (-1)g(x)$

Efter denne omskrivning fås resultatet direkte ved anvendelse af sætning 7111 og sætning 7112.

Lad k_1 og k_2 betegne vilkårlige reelle tal.

Af sætningerne 7111 ; 7112 og 7113 fås:

Funktionen $k_1 f \pm k_2 g$ er differentiabel i x med differentialkvotienten $k_1 f'(x) \pm k_2 g'(x)$.

7114

> Funktionen $f \cdot g$ er differentiabel i x med differentialkvotienten $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

Bevis:

1) $\Delta y = f(x + \Delta x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x) =$

$f(x + \Delta x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g(x + \Delta x) - f(x) \cdot g(x + \Delta x) =$

$g(x + \Delta x) \cdot [f(x + \Delta x) - f(x)] + f(x) \cdot [g(x + \Delta x) - g(x)]$

2) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = g(x + \Delta x)\dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + f(x)\dfrac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$

(51) 3) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} g(x + \Delta x) \cdot \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} +$

$\lim\limits_{\Delta x \to 0} f(x) \cdot \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}$

$= g(x)f'(x) + f(x)g'(x)$

(51) Her bruges forudsætningen om at g er kontinuert, der er en følge af at g er differentiabel.

For tre faktorer får vi:

$y = f(x) \cdot g(x) \cdot h(x) \iff$

$y = [f(x) \cdot g(x)] \cdot h(x) \Rightarrow$

$y' = [f(x) \cdot g(x)] \cdot h'(x) + [f(x) \cdot g(x)]' \cdot h(x) \iff$

$y' = f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x) + [f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)] \cdot h(x) \iff$

$\underline{y' = f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f'(x) \cdot g(x) \cdot h(x)}$

7115

> $y = f \cdot g \cdot h$
>
> $y' = f \cdot g \cdot h' + f \cdot g' \cdot h + f' \cdot g \cdot h$

7115 kan nu let udvides til at gælde for et vilkårligt antal faktorer.

7116

(52)

> Funktionen $\frac{1}{g}$ er differentiabel i ethvert punkt, hvor $g(x) \neq 0$, med differentialkvotienten $\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

(52) For at kunne studere funktionen 1/g's differentiabilitet i et punkt, må g's værdi ikke blot i selve punktet, men tillige i en omegn om det være forskellig fra 0. Hvis g er kontinuert i punktet med en værdi forskellig fra 0 findes en sådan omegn. I beviset er der ikke taget højde for dette, idet det ikke diskuteres om g(x + Δx) kan blive o.

Bevis:

1) $\Delta y = \dfrac{1}{g(x + \Delta x)} - \dfrac{1}{g(x)} = \dfrac{g(x) - g(x + \Delta x)}{g(x + \Delta x)\, g(x)}$

2) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -\dfrac{-g(x) + g(x + \Delta x)}{\Delta x} \cdot \dfrac{1}{g(x + \Delta x)\, g(x)}$

(53) 3) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x} \cdot \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{1}{g(x + \Delta x)\, g(x)}$

$= -g'(x) \cdot \dfrac{1}{[g(x)]^2}$

53) Her gøres brug af forudsætningen om, at g er kontinuert.

7117

> Funktionen $\frac{f}{g}$ er differentiabel i ethvert punkt, hvor $g(x) \neq 0$, med differentialkvotienten
>
> $\left(\frac{f}{g}\right)' = \dfrac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

Bevis:
Denne sætning kan udledes ved anvendelse af sætning 7114 og sætning 7116.

Idet $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = f(x) \cdot \frac{1}{g(x)}$ fås

$$\left(f \cdot \frac{1}{g}\right)'(x) = f'(x) \cdot \frac{1}{g(x)} + f(x) \cdot \left(\frac{1}{g}\right)'(x)$$

$$= f'(x) \cdot \frac{1}{g(x)} - f(x) \cdot \frac{g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

7118

> Funktionen $y = f(x) = x^n$, hvor n er et helt tal, er differentiabel i ethvert $x \in R$ med differentialkvotienten
>
> $$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Vi vil først vise dette, når $n \in N$. Det bevis, der her benyttes, kaldes et ***induktionsbevis.***

a) Sætningen er rigtig for $n = 1$, idet $f(x) = x$ er differentiabel med $f'(x) = 1 = 1 \cdot x^0$.

b) Det antages nu, at sætningen er rigtig for $n = p$, altså at $f(x) = x^p$ er differentiabel med $f'(x) = p \cdot x^{p-1}$.

c) Denne antagelse medfører, at $f(x) = x^{p+1}$ er differentiabel med $f'(x) = (p+1)x^p$; thi:

$f(x) = x^{p+1} = x \cdot x^p$, hvorefter 7114 giver

$f'(x) = 1 \cdot x^p + x \cdot p \cdot x^{p-1} = x^p + px^p = x^p(1+p)$.

d) Induktionsbeviset er hermed fuldført, idet vi ræsonnerer på følgende måde:

Da sætningen er rigtig for $n = 1$, er den (jvf. c) også rigtig for $n = 1 + 1 = 2$, og da den er rigtig for $n = 2$ er den (jvf. c) også rigtig for $n = 2 + 1 = 3$ o.s.v.

Heraf sluttes, at sætningen er rigtig for alle naturlige tal n.
Idet $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, fås ved anvendelse af sætning 7116, at

$$(x^{-n})' = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = -nx^{-n-1}.$$

For $n = 0$ får vi: $x^0 = 1$, d.v.s. en konstant (se 7119).

Sætningen er nu fuldstændigt bevist. Formlen kan også bevises ved hjælp af differentiation af et produkt af flere faktorer, se 7115.

7119

> Funktionen $y - f(x) = k$ er differentiabel med differentialkvotienten $f'(x) = 0$

1) $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = k - k = 0$

2) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x} = 0$

3) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} 0 = 0$

7120

> Funktionen $f(x) = \cos x$ er differentiabel i ethvert $x \in R$ med differentialkvotienten $f'(x) = -\sin x$

1) $\Delta y = \cos(x_0 + \Delta x) - \cos x_0 = -2\sin(x_0 + \frac{\Delta x}{2}) \cdot \sin\frac{\Delta x}{2}$ (4406)

2) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\sin(x_0 + \frac{\Delta x}{2}) \cdot \frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$

3) $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\sin x_0 \cdot 1 = -\sin x_0$

I 3) har vi benyttet, at $\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \to 1$ for $\Delta x \to 0$ (bog 6, 3.2)
samt at

(54) $\sin(x_0 + \frac{\Delta x}{2}) \to \sin x_0$ for $\Delta x \to 0$, da $f : x \frown \sin x$ er kontinuert.

(54) Her gøres til forskel fra tidligere opmærksom på brugen af forudsætningen om kontinuitet.

På samme måde vises, at funktionen $f : x \frown \sin x$ er differentiabel i $x \in R$ med $f'(x) = \cos x$

7121

(55)

> Funktionen $y = f(x) = \tan x$ er differentiabel i mængden $\{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + p \cdot \pi\}$ med differentialkvotienten
> $y' = f'(x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

(55) I betingelsen på x i mængden er det underforstået, at p gennemløber de hele tal.

Ifølge 7117 fås:

$$f'(x) = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

På tilsvarende måde vises, at funktionen $y = f(x) = \cot x$ er differentiabel i $A = \{x \mid x \neq p \cdot \pi\}$ med

$$y' = f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$$

Find selv ud af, hvilke af sætningerne vi bruger i de følgende eksempler:

⋮

Generelt om bøgerne: En stor del af bøgerne består af eksempler og opgaver. Der er kun lidt teoretisk tekst, dvs. begrebsopbugning (definitioner), udsagn og beviser.

Når et nyt emne indføres, sker det som regel på følgende måde:

1) Teori og regler indføres ved hjælp af eksempler, der ofte er støttet af grafiske illustrationer.

2) Der gives eksempler på anvendelse af de indførte regler.
3) Der stilles opgaver, hvor de indførte regler skal anvendes.

Der er ikke mange beviser i bøgerne, dog bevises f.eks. i bog 7 differentiationsreglerne. Gyldighedsområdet for reglerne er ikke altid præciseret, f.eks. bevises: "Funktionen $y = f(x) = x^n$, hvor n er et helt tal, er differentiabel i ethvert $x \in R$ med differentialkvotienten $f'(x) = nx^{n-1}$." Det nævnes ikke, at sætningen også gælder for ikke-hele tal, men dette anvendes alligevel (uden bemærkning) i eks. 7123 og skal også bruges i opgaverne 7131, 7132 og 7134.

En række begreber defineres ikke, eller kun uskarpt, men tænkes at være intuitive eller at flyde fra eksemplerne. Generaliteten af forhold, der er øjensynlige i et konkret eksempel undersøges almindeligvis ikke. Teksten rummer en del uklarheder, blandt andet i forbindelse med dens til tider uortodokse brug af logiske symboler. Teksten lægger vægten på at udmønte håndregler og algoritmer, der er praktisk anvendelige til opgaveregning. Den teoretiske del at teksten hat i dette program til opgave at give nødvendige begreber et intuitivt indhold og anskueliggøre rimeligheden af reglerne. Teksten stræber ikke efter præcis begrebsdefinition og fuldstændig argumentation. De beviser, der optræder i teksten er for det meste anvendelse af algoritmer og indeholder ikke argumentation herudover. Forudsætningerne for disse er ikke altid korrekte i alle detaljer.

Kap.VI.5.b Undervisningsformer

Det følgende afsnit bygger på vores observationer af tre læreres matematikundervisning på AK (se app.1). Vi antager, at observationerne er repræsentative for de pågældende læreres undervisning i almindelighed, hvilket bekræftes af eleverne.

Der gives hovedsageligt klasseundervisning. Der lægges ikke op til samarbejde eleverne indbyrdes, de har næsten ikke gruppearbejde i timerne, og uden for undervisningen har eleverne ikke tid til at samarbejde.

Undervisningen omfatter følgende elementer:
For det første gennemgang af nyt stof. Læreren indfører nyt stof ved at holde foredrag ved tavlen, derefter regne nogle belysende og/eller vigtige eksempler på tavlen. Herefter regner eleverne ofte eksempler på tavlen, hjulpet af læreren. Nye anvendelser af nyt stof introduceres jævnligt med en elev ved tavlen. Af den observerede undervisning udgjorde dette element ca. 60% at tiden, fordelt med 2/3 på lærergennemgang og resten på lærer/elevgennemgang.

Det andet element bestod i overhøring af elever. Overhøringen var snarere af trænende og repeterende karakter end egentlig kontrollerende. Det foregik enten i form af, at en elev ved tavlen regnede en opgave/eksempel som han fik stukket ud af læreren, og med støtte fra denne, eller ved at alle eleverne regnede en opgave/eksempel hver for sig, mens læreren gik rundt og så på/hjalp, eller ved at læreren stillede spørgsmål til hele klas sen. Sammenlagt androg denne del af undervisningen ca.20% af den samlede tid, fordelt med hhv. 3/5, 1/5 og 1/5 til hver af de tre dele.

Det sidste element i undervisningen bestod i tilbagelevering af hjemmeopgaver. Ved tilbageleveringen regnede læreren alle opgaverne fuldstændigt på tavlen. Det tog ca. 1 ad de 8 ugentlige timer.

Generelt er lærerens indføring af ny teori tæt på bogens. Introduktionen sker ved mange eksempler, der ikke samles op til en generel indføring af teorien.Lærerens gennemgang af nyt stof er hovedsageligt styret af hans egen plan for forløbet. Elevernes medvirken i gennemgangen af nyt stof er stærkt begrænset og lærerstyret.

Den repeterende overhøring, som består i at en elev regner en opgave/ eksempel i gammelt stof, har til forveksling samme form, som elevgennemgang af eksempler i nyt stof. Den elev, der er ved tavlen giver læreren et vist overblik over, hvor problemerne ligger. Lærerens overhøring af hele klassen foregår typisk, hvis der mangler nogle minutter af timen, og har karakter af repetition eller indøvelse af regler.

Der gives sjældent lejlighed til elevernes selvstændige forsøg, som da også er meget spage. Elevernes opgave er, at sige/skrive, hvad læreren selv ville have sagt/skrevet, og i det omfang eleven ikke kan det, da at udfylde "huller" i lærerens tale.

Når eleverne udtrykker tvivl, prøver læreren sjældent at forstå deres problem eller udforske oprindelsen til det. Han gentager i stedet forklaringen fra tidligere eller giver et modeksempel. Eleverne accepterer tilsyneladende sådanne forklaringer, og forholder sig i øvrigt lydhøre og opmærksomme.

Forholdet mellem lærer og elever er præget af en kammeratlig, til tider frisproget, omgangstone, men læreren er den, der både fagligt og i øvrigt sætter grænserne og afgør, hvornår og hvordan tingene skal foregå.

Kap.VI.6 Gennemførelsen af undervisningen

Bogens disposition følges snævert, og der vælges kun sjældent eksempler eller opgaver uden for. Gennemgangen af stof og eksempler giver mere detaljerede mellemregninger end bogen og repeterer desuden gammelt stof. I undervisningen (som i bogen) argumenteres og bevises kun i ringe grad, og i så fald intuitivt/heuristisk. Argumentationens intuitive/heuristiske indhold præsenteres ikke som sådant. Lejlighedsvis bliver der givet formelle definitioner af begreber, men som regel benyttes de kun i deres praktiske, intuitive indhold, uden at dette forhold præciseres.

De matematiske begrebers status og indbyrdes forbindelse klargøres kun i ringe grad. Matematikkens teoretiske aspekter er ikke mål for undervisningen. Dette er derimod operationelle metoder og håndregler til problemløsning i et begrænset og tilrettelagt problemunivers.

Lærerne begrunder praktisk taget ikke indførelsen af nyt stof; hverken med internt matematiske begrundelser eller med anvendelser eller praktiske problemer. Spørgsmål fra eleverne om de matematiske emners brugbarhed besvares enten slet ikke, eller ved at nævne en matematisk anvendelse, hvis vigtighed ikke dokumenteres.

Der bliver lagt vægt på, at eleverne bruger den korrekte metode, nogenlunde korrekt matematisk notation og når rigtige resultater (men uden at være pedantisk hermed), mens ræsonnementer ikke kræves. Eleverne kræves kun i ringe omfang til regnskab for definitioner, og slet ikke for beviser-

Hjemmeopgaverne bliver gennemgået fuldstændigt af læreren, som trækker svar på spørgsmålene ud af eleverne. Opgaverne løses ved at implementere regler og formler, mens der ikke ræsonneres. Læreren trækker i netop den trådende, der løser opgavens knude, uden at forklare eleverne, hvad det er han gør eller hvorfor han gør det. Til tider regner elever opgaver på tavlen, hvor det er meningen at læreren skal tie stille, og klassen hjælpe. Det forløber ikke ganske efter hensigten, men dog med større egenindsats fra eleverne end sædvanligt.

Eleverne virker usikre på det stof, de tidligere er blevet præsenteret for. Ofte udløser lærerens spørgsmål svar, som er uden nøjere forbindelse med det stillede spørgsmål. Det virker ikke som om eleverne i sådanne situationer søger at ræsonnere sig frem til et svar, men i stedet prøver de at komme i tanker om en regel, der kan anvendes eller gætter på et svar. Elevernes usikkerhed og manglende matematiske fundament bevirker også, at de accepterer "matematiske fortalelser" i lærerens fremstilling uden indsigelser.

Kap. VI.7 Matematikundervisningens effekt på eleverne

Som afslutning på vores interview med eleverne på adgangskursus spurgte vi dem, hvorfor de havde valgt at tage en teknikumingeniøruddannelse. Vi fik en bred vifte af begrundelser, som kan opdeles i seks typer. Den første af disse retter sig mod selve uddannelsens indhold; den angiver et ønske om at blive ingeniør, fordi arbejdet som en sådan forventes at være udfordrende, interessant eller spændende. Med til denne type regnes også faglig interesse (in casu for elektronik) og ønsker om mere baggrundsviden, at lære noget mere og at få indflydelse på udviklingen.

Ønsket om at blive ingeniør på grund af denne professions særlige kvaliteter var langt fra dominerende, snarere tværtimod; de andre typer begrundelser handler i varierende udstrækning om ingeniøruddannelsen som middel til opnåelse af andre mål.

Den anden type begrundelser kunne kaldes ønsket om karriere. De konkrete begrundelser er: "for at blive til noget", "for at få ledelse og ansvar", "for skoletræt til noget rigtigt stort", "kort uddannelsestid" og "det er den hurtigste uddannelse, hvis man er håndværker".

Den tredje type motiver udspringer af, at visse faggrupper trues af dekvalificering. ("Elektrikere er reduceret til kabeltrækkere." "Specialarbejdere overtager elektromekanikernes arbejde.")

For mange af eleverne fremtræder teknikumingeniøruddannelsen som en mulighed for at komme væk fra deres hidtidige arbejdssituation, hvor de blev hundset med og oplevede en utålelig rutine, en konstant trussel om arbejdsløshed eller hård fysisk belastning og ældre kammeraters nedslidning. Uddannelsen til ingeniør var en mulighed for at lære noget, at prøve noget nyt, at opnå et selvstændigt arbejde, hvor de ikke blev sparket til og uden arbejdsløshedsrisiko.

Den femte type begrundelse angik teknikum som et alternativ til en primært ønsket uddannelse, som var umuliggjort af manglende læreplads o.lign. Den sjette og sidste type blev givet af elever, der skulle omskoles efter (arbejds-)ulykker eller som ønskede at bruge adgangskursus til at komme ind i en anden uddannelse.

Adgangskursisternes forudgående erfaringer med matematikundervisning stammer fra folkeskolens afgangsklasser (eller realeksamen o.lign.), som i deres erindring karakteriseredes af god tid, acceptabelt tempo og grundig indlæring i form af opnåelse af rutine. Enkelte har senest haft matematik på efg's basisår eller (dele af) første år på gymnasiet/HF/studenterkursus.

Især for de elever, der har en baggrund som lærling og evt. arbejde som svend, er det en stor omvæltning at begynde at gå i skole igen. Det betyder ændret livsrytme, større arbejdspres (aldrig færdig - fritid er noget man tager sig); der skal honoreres anderledes, skolemæssige krav - grundlaget for den hidtidige identitet som faglært arbejder forsvinder. En elev beskrev omfanget af denne omstillingsproces ved at fortælle, at de første 2-3 måneder på adgangskursus kunne han slet ikke tage nyt stof ind.

Det er karakteristisk for adgangskursus, at undervisningen ikke tager udgangspunkt i elevernes særlige forudsætninger. Efter deres skoletid har de erhvervet sig en række praktiske erfaringer, som ikke synes at have nogen værdi i deres studiesituation på adgangskursus. Deres praktiske baggrund bruges ikke som et positivt udgangspunkt for undervisningen, men betragtes nærmest som en klods om benet, fordi de har glemt deres skolekundskaber og er uvante med skolesituationen. Dette er så meget mere påfaldende, som det ofte bliver fremhævet, at teknikumingeniøren har en særlig kvalitet i kraft af den praktiske baggrund.

Ca. 80% af de adgangskursister, der indstiller sig til adgangsprøven kan regne de her stillede matematikopgaver i et omfang, så de består eksamen. Denne procentdel har været nogenlunde konstant gennem en årrække. Til gengæld har frafaldet inden eksamen været stigende. Dette kan tolkes således, at aspiranterne i nogen grad er mødt med dårligere forudsætninger, mens undervisningen i konstant grad har bibragt eleverne realistiske forestillinger om deres muligheder i en eksamenssituation. Det stabile beståelsesniveau er dog også et resultat af forsøg på at anlægge en relativ vurdering af eksamensopgavebesvarelserne på landsplan. I samtaler med lærerne fremførte disse, at folkeskolen var blevet et stadigt dårligere grundlag for undervisningen på adgangskursus. Med grundlag mentes især 'tekniske' færdigheder såsom evnen til at sætte på fælles brøkstreg, og ikke så meget kvalifikationer i form af evne til selvstændigt arbejde og gruppearbejde, f.eks.; dog fremhævede lærerne som et positivt træk de nutidige elevers frisprogethed og spørgelyst i modsætning til ældre tiders indelukkede "værkstedspsykoser". I sammenhængen kan i øvrigt bemærkes, at den procentdel af en ungdomsårgang, der tager studentereksamen, og derfor ikke, hvis de søger teknikum, kommer på adgangskursus, er voksende. Dette kunne måske forklare et svagere fagligt grundlag i adgangskursus' rekrutteringsbasis. Forandringer i elevernes forudsætninger har dog ikke ført til ændringer i undervisningsformer eller stofvalg. På teknikum klarer adgangskursisterne sig for de flestes vedkommende udmærket i følge lærerne, og stort set ikke ringere end studenter.

I henseende til at undersøge om aspiranterne "egner sig for et ingeniørstudium" og forberede hertil må man vel derfor udfra er formelt synspunkt sige at undervisningen lykkes.

I det følgende skal anlægges mere kvalitative end formelle betragtninger over effekten af matematikundervisningen på eleverne. En lærer udtrykte elevernes udbytte ved at sige, at de lærte nogle håndregler, at regne nogle typeopgaver - og det var det, de havde brug for som ingeniører. Dette er helt i tråd med vores observationer af undervisningen, hvor vi kunne konkludere, at undervisningen sigter mod, at eleverne tilegner sig operationelle færdigheder, som kan aktiveres over for visse matematiske problemstillinger i ganske bestemte iklædninger. Endvidere at resultatet vil være, at eleverne vil reagere genkendende over for de matematiske symboler, teknikker og metoder, som de er blevet præsenteret for, samt at de formentlig vil acceptere brug af andre matematiske værktøjer end lige netop dem, de selv har lært. De vænner sig til at se matematik brugt.

Dette er ikke noget tilfældigt resultat af undervisningen. Tværtimod lægger den underliggende filosofi - ligesom tilfældet var vedregneundervisningen i gamle dage - netop ikke op til direkte at forstå, hvad der sker - det anses for at være for svært - men derimod til at gøre operationerne tit nok for derved at etablere en tilvænningsproces. Den matematiske prås vil så senere (måske) gå op for nogle af eleverne, men er ikke bærende for matematikundervisningen. På adgangskursus udtrykker dette sig i den sparsomme vægt på teoretisk forståelse, fraværet af beviser og af krav om (reproduktion af) matematiske ræsonnementer, eksempel- og opgaveregningens dominerende plads samt den udelukkende skriftlige eksamen.

Elevernes matematikopfattelse er naturligvis præget af dette. Kun ganske få giver udtryk for, at de personligt har haft noget ud af matematikundervisningen. Disse få anvendte matematik i deres fritidsbeskæftigelse med elektronik og medbragte altså selv en motivation for forståelse. Den dominerende opfattelse hos eleverne imidlertid er, at matematik er et helt nødvendigt stykke værktøj til løsning af problemer, fortrinsvis af fysisk/teknisk art, og ligesom man kan lære at holde på en hammer, skal man på AK og for at blive ingeniør lære at "holde på en differentialkvotient". Dette værktøjs nøjere beskaffenhed er underordnet brugen af det - det er lidt firkantet sagt differentialkvotienter og ikke differentiabilitet interessen retter sig imod. En elev har da også fået den opfattelse, at matematik, der bruges i fysik, behøver man ikke bevise. I øvrigt har eleverne ikke særligt præcise eller nuancerede forestillinger om matematiks samfundsmæssige anvendelse og betydning, ej heller den snævert teknologiske. Forestillingerne om anvendelsen og udviklingen af matematik er knyttet til beregningsformler, udsprunget at konkrete praktiske behov, mens de ikke har forståelse af matematikken som selvstændig lærebygning eller af matematikkens rolle i forbindelse med modeldannelse over (dele af) virkeligheden og de problemer, der er forbundet hermed.

"Man kan få os til at tro på hvad som helst, efter vi har gået her," sagde en elev under et af interviewene. Slet så galt står det næppe til, men det er vores klare indtryk, at eleverne er dybt usikre over for matematisk argumentation. Denne usikkerhed ser vi som et resultat af, at undervisningen ikke tilstræber etableringen af en forståelse af det matematiske indhold, men svarere en tilvænning til brugen af det. Medvirkende er fraværet af stringens, ikke at forveksle med formalisme eller pedanteri, men bl.a. forstået som en tydelig opmærksomhed omkring karakteren af de argumenter, der bruges i undervisningen. På adgangskursus gives i det højeste en intuitiv-heuristisk indføring i de matematiske emner -for det meste forlader man sig på, at et righoldigt eksempeludvalg lader de rette forestillinger om undervisningens genstand bundfælde sig - men de matematiske begreber præsenteres ikke (tillige) i en mere generel og formel/teknisk ramme, som kunne vise eller anskueliggøre begrebernes teoretiske afgrænsning, fundering og indbyrdes sammenhæng.

Intuitivt begrundede forklaringer er et udmærket, og utvivlsomt nødvendigt pædagogisk middel, især ved introduktionen af et nyt emne. Det samme gælder konkrete erfaringer fra eksempler og opgaver med, hvorledes matematikken "virker". Såfremt disse imidlertid ikke følges op af mere præcise og sammenhængende matematiske ræsonnementer, vil den indre matematiske sammenhæng med det foregående og efterfølgende stof fremstå dunkelt eller i værste fald slet ikke. Når en matematikundervisning udelukkende bevæger sig frem ved hjælp af umiddelbare fornuftsbetragtninger eller uforarbejdede erfaringer med brugen af matematisk "værktøj", bringes det indlærte ikke på egentlig begrebslig form, men bliver en rent operationel færdighed. Det indlærte kan ikke senere indgå i forbindelse med andre begreber til en ny forståelse. Undervisningen bliver så at sige endestationen for deltagerne; de har muligvis haft noget ud af turen, men de er ikke i stand til at bevæge sig videre; thi det kræver viden om organiseringen af det foregående at kunne bestemme hvilken retning, der er fremad.

Resultatet af en sådan undervisning er, at eleverne ikke "forstår" det, de har lært. Forståelse er i sig selv noget subjektivt, der udtrykker, at eleven på det givne begrebsniveau føler sig sikker på begrebets placering i forhold til allerede erhvervede begreber. Oplevelsen af at forstå et bestemt matematisk emne kan gentages som en del af en anden eller mere kompleks struktur. Denne oplevelse af pludseligt at forstå noget er ikke udtryk for, at indlæring foregår i klumper, men at der skal en vis ophobning til for at foretage spring i kvalitativt forståelsesniveau. Når dette sker, kan det beskrives som en "aha oplevelsen" eller "der faldt 10-øren" osv. Mængden af forståelser hos eleverne kan tages som et mål på undervisningens vellykkethed på et givet niveau. På denne baggrund er det ikke mærkværdigt, at næsten alle de interviewede studerende på adgangskursus klager over manglende forståelse.

Elevernes manglende forståelse af, hvad der matematisk er "op og ned", hvor den faste grund findes, og hvori den består, afstedkommer deres usikkerhed over for matematisk argumentation. Sammenholdt med deres ukritiske opfattelse af matematik som et uproblematisk værktøj til løsning af snart sagt et hvilket som helst problem må vi frygte, at eleverne vil være dårligt vaccinerede mod at acceptere teknokratiske løsninger som de naturlige svar på allehånde problemer.

Medens det foregående har drejet sig om, hvad eleverne lærte af og om matematik, skal det følgende omtale en anden slags effekt af matematikundervisningen, nemlig det eleverne lærer, mens de lærer matematik. Det er spørgsmålet om den såkaldte skjulte læreplan. Det første træk ved undervisningen, som vi vil omtale i denne forbindelse er, at eleverne ikke skal arbejde med beviser. Dette er - firkantet sagt - en besked til eleverne om, at "det er I for dumme til". Det har en parallel i, at undervisningen i øvrigt ikke appellerer til elevernes potentiale for at ræsonnere, men i stedet baserer sig på anvendelsen af regler - også i situationer, hvor den givne problemstilling er simpel, eller hvor de sammenhænge, som skal fattes, ikke er komplekse.

Det er ikke nemt at vide, hvad eleverne gør ved denne besked. Nogle bøjer måske hovedet og accepterer prædikatet, andre forsvarer sig med at udvikle en teorifjendskhed, eller bliver bestyrket i en allerede tilstedeværende sådan. Interviewene bestyrker os i, at begge reaktionsmåder foreligger.

Et andet karakteristisk træk ved undervisningssituationen er det hårde tempo og den deraf følgende manglende grundighed i indlæringen, som eleverne samstemmende giver udtryk for, at de oplever. Det hensætter eleverne i en situation, hvor de forholdes oplevelsen af at være på omgangshøjde med undervisningen: just som de føler de skal til at have greb om stoffet, skal de videre til næste emne. På den måde fastholdes de i en underlegen position, som næppe er styrkende for deres selvtillid.

Selvom eleverne spørger meget mere nu end for 10-15 år siden,, som lærerne siger, spørger de ikke tilnærmelsesvis hver gang, de ikke forstår, hvad der foregår. Tit føler de også, at det ville være svært at spørge, fordi de ikke nøjere kan angive, hvad det er, de ikke forstår, eller de er bange for, at det skulle vise sig at være helt elementært. Lærerne gør på deres side ikke meget for at finde ud af, hvad den nærmere årsag til elevernes spørgsmål kunne være. Eleverne rationaliserer denne mistro til deres egen tvivl ved at slå sig til tåls med, at sagen nok opklarer sig senere.

Undervisningens indhold af matematiske emner begrundes ikke i nævneværdig udstrækning over for eleverne. Det manglende fundament under deres matematiske færdigheder suppleres således med et ligeså manglende overblik over de forskellige emners indbyrdes forbindelse og begrundelsen for deres optræden i adgangskursus' pensum. I stedet tænker eleverne sig til en forklaring, nemlig den, at mængden og arten af emner på adgangskursus er næsten med nødvendighed bestemt af det senere studium på teknikum. Derfor affinder de sig med ikke at forstå, hvorfor de skal lære det, de skal, og at tro på, at alt er så viseligt indrettet, som det nu kan være. Denne nøjsomhed fremgik af interviewene.

KAPITEL VII

SAMMENFATNING OG KONKLUSION

Kap. VII.1 Sammenfattende vurdering af matematikundervisningen på adgangskursus

Kap. VII.1.a Undervisningens resultat

Effekterne af matematikundervisningen på adgangskursus, som vi har beskrevet dem i det foregående kapitel, kan sammenfattes i følgende tre punkter: For det første består elevernes udbytte af undervisningen i operationelle færdigheder hvis fundament og sammenhæng er dem uklare. Dette resultat er i overensstemmelse med undervisningens oplæg, som sigter mod at etablere en tilvænningsproces mere end en forståelsesproces; øvelse i brugen af formler og regler og ikke i matematiske ræsonnementer udgør undervisningens omdrejningsaksel. For det andet opfatter eleverne faget instrumentelt: som et ganske vist nødvendigt, men uproblematisk, tendentielt altkunnende og overalt anvendeligt værktøj, hvis rette håndtering, det handler om at tilegne sig. Samtidig er de dybt usikre på, hvad matematik er og kan og hvorfor, og formodentlig uden større evne til at anlægge en kritisk vurdering af matematisk præget argumentation og dermed uden modstandskraft over for at blive bildt noget ind, der optræder i matematisk sprogdragt. For det tredje forholder eleverne sig instrumentalistisk til faget: de "går efter en anden bold" end undervisningens indhold; i en elevs prægnante formulering: "Hvis man ikke vil rende rundt og spille tosset resten af sit liv, skal man jo igennem noget matematikundervisning." For en tilsyneladende overvejende del af eleverne på adgangskursus retter deres begrundelse for at gennemgå teknikumingeniøruddannelsen sig ikke mod dennes indhold. I stedet fremstår uddannelsen som et middel til at overleve bedre, end det ellers ville have været muligt for dem. (Jvnf. indledningen til VI.7.) De enkelte fag i uddannelsen bliver således midler til at gennemføre uddannelsen og interessen retter sig fundamentalt mod at bestå eksaminerne.

Nu er det et alment træk ved uddannelse i vores samfund, at den enkeltes overlevelsesbetingelser generelt og gennemsnitligt forbedres ved at gennemføre en uddannelse. At adgangskursuseleverne har et instrumentalistisk forhold til ingeniøruddannelsen er således ikke et særegent træk ved netop dette hjørne af uddannelsessystemet, men omfanget og dybden af elevernes instrumentalisme er det muligvis.

Tre træk ved elevernes forhold til uddannelsen og undervisningen har vi bidt mærke i i denne forbindelse. Dels som før nævnt den grad, hvori uddannelsen for eleverne er et middel til at komme væk fra utålelige arbejdsvilkår, til at modgå dekvalificering eller til en karriere for skoletrætte. Dels den nøjsomhed og underdanighed - frisproget til trods - eleverne lægger for dagen over for undervisningen. De forstår ikke hvorfor de præsenteres for det pensum, de gør; når de spørger, får de ikke tilstrækkelige begrundelser, men typisk en standardiseret henvisning til almindelig betydningsfuldhed; tempoet i undervisningen er alt for højt - eleverne hensættes i en underlegenhedsposition i forhold til undervisningssituationen og fastholdes i en usikkerhed over for stoffet på en måde, så deres forståelsesspørgsmål bliver umulige at formulere, tager for megen tid, risikerer at være for basale eller banale eller på anden måde gjort ugyldige. Eleverne holder vejret og søger trøst i et håb om, at forståelsen nok indfinder sig senere og i troen på, at tingene er viseligt indrettede: deres nuværende pensum må være begrundet i det senere studium. Endelig har vi hæftet os ved en udbredt uvilje, grænsende til fjendtlighed over for teori. Den kom til udtryk på mange måder i interviewene. Blandt de mere manifeste eksempler kan nævnes, at elever med erfaringer fra gymnasiale forløb fandt bøgerne derfra alt for teoretiske eller fyldt med overflødig tekst; at en del elever var utilfredse med at skulle lære ting, som de ikke mente, de ville få umiddelbar brug for i deres studieretning på teknikum. ("Hvad skal en svagstrømsingeniør med momenter?!") En elev havde en skrækvision om at blive så teoretisk, at han ikke længere kunne reparere sin bil.

Det er ikke vanskeligt at angive gode grunde til elevernes teorifjendtlighed. Deres overordnede på tidligere arbejdspladser har ofte været ingeniører eller andre med en teoretisk uddannelse, som de har haft et modsætningsforhold til og protesteret imod på forskellig vis. ("Her har man gået og grint af dem (= de overordnede) i seks år, så sku' man jo nødig ende ligesådan (= teoretisk)" - som en elev udtrykte sine splittede følelser omkring uddannelsen.) De ved fra deres tidligere skolegang, at teoretisk kundskab er nøglen til uddannelsesmæssig succes mange har måske endda haft nederlagserfaringer med teori i skolen. På adgangskursus kan deres behov for at forstå mere og bedre ikke komme til udfoldelse. - Måske er deres teorifjendtlighed i højere grad en skræmthed ved teoretisk beskæftigelse. - Undervisningen på adgangskursus sigter ikke mod at frigøre dem fra deres tidligere erfaringer om teori som primært en del af et undertrykkelsesapparat, men bekræfter i stedet disse erfaringer på et højere plan. Det ville næppe være en nem opgave for et adgangskursus at overskride elevernes dårlige erfaringer med det teoretiske gebet, men man gør formentlig eleverne en bjørnetjeneste ved blot at tage dem på ordet og undlade at forsøge.

Udover de effekter af matematikundervisningen, som vi har sammenfattet i det foregående, ser vi yderligere tre aspekter af undervisningens resultat. Disse kan kort beskrives således:

i) Eleverne har en dyb <u>usikkerhed</u> eller utryghed i omgangen med faget matematik og dets anvendelse. De presses til at gøre mere med matematik, end de har egentlige forudsætninger for. Denne usikkerhed vil med stor sandsynlighed give

ii) et <u>autoritært</u> forhold til faget og dets anvendelse. Når eleverne ikke gives mulighed for at forstå, hvoraf det kommer sig, at matematik kan være et til tider ovenikøbet kraftfuldt redskab til at forstå (træk af) verden med, og den opnåede indsigts betingelser, karakter og grænser, så må de vælge at tro blindt og dermed autoritært på faget - og det i særlig grad, fordi de som ingeniørstuderende ikke kan undlade at beskæftige sig med det. iii) Elevernes hovedsageligt operationelle færdigheder, deres snævre "værktøj"sopfattelse af matematik, deres instrumentelle holdning til undervisningen og deres uforarbejdede teorifjendtlighed/-skræmthed, deres usikkerhed i omgangen med faget og den autoritetstro, det bliver genstand for; alt dette svækker elevernes modstandskraft over for at acceptere teknokratiske løsninger som de naturlige svar på alskens problemstillinger - eller gør dem måske ligefrem til aktive fortalere herfor. Idehistorieundervisningen, som jo skulle bibringe eleverne en bredere samfundsmæssig forståelse af ingeniørmæssige problemstillinger, er formentligt en ringe modvægt til denne prægning i matematikundervisningen. Dels fordi eleverne klart nedprioriterer dette fag, dels - og ikke mindst - fordi en del af modgiften mod teknokratiske tankegange må gives i undervisningen i de "hårde" naturfag selv, gennem kritisk indsigt i karakteren af deres magtfuldhed.

Nu kan man spørge om disse effekter af undervisningen er acceptable. På nuværende tidspunkt er det næppe nogen hemmelighed, at det synes vi ikke, men en flok RUC-studenters meninger om den sag er jo ikke nødvendigvis særligt interessante. De kunne blot være udtryk for akademisk hovmod og idealistiske forestillinger ude af trit med realiteterne. Endelig kunne man sige, at matematikundervisningen - nå, ja, det er måske ikke så godt - men det er jo ingeniører, de skal være, den udgør trods alt kun en del af ingeniørstudiet, og vi har kun set på adgangskursus - så spis brød til talen om manglende grundlag og om teknokrati.

Lad os derfor i første omgang spørge, om matematikundervisningen lykkes i snæver forstand. Giver den et acceptabelt bidrag til uddannelsen som helhed? Bidrager den positivt til skabelsen af en god ingeniør?

Vi kan ikke svaretilnærmelsesvist udtømmende på disse spørgsmål; dertil er vores kendskab til teknikumundervisningen og ingeniørprofessionen for sparsomt. Vi ved ikke om teknikums matematikundervisning er kvalitativt anderledes end adgangskursus', og således heller ikke, om der stilles krav til egentlig matematisk forståelse. På teknikum vil man kunne bruge de forudsætninger, adgangskursus giver eleverne på i hvert fald tre måder: i) Man vil kunne udnytte elevernes operationelle færdigheder - de kan f.eks. differentiere de almindeligste funktioner. ii) Eleverne er vant til og accepterer brugen af matematisk udtryksform og formalisme. iii) Undervisningen vil kunne hævdes at bygge videre på adgangskursus', således at læreren vil kunne henvise eleverne til genopfriskning på egen hånd af et givet emne eller eventuelt nøjes med at give en nødtørftig repetition. Derimod vil undervisningen på teknikum ikke kunne forudsætte, at eleverne har en egentlig matematisk forståelse, for adgangskursisternes matematikforståelse er dårlig. Hvorvidt dette udgør et problem for teknikum, afhænger selvfølgelig af, hvilke hensigter man har med matematikundervisningen. Det er vores fornemmelse, at teknikumundervisningen i matematik ikke adskiller sig kvalitativt fra adgangskursus' i henseende til at stræbe efter egentlig matematisk forståelse og sikrere grund under fødderne. Det ville ikke harmonere med, at teknikumuddannelsen i øvrigt koncentrerer de teoretiske fag i begyndelsen og de mere praktiske ingeniørfag i slutningen af uddannelsen, eller med de formåls- og pensumovervejelser, vi har referet tidligere. Endvidere er der trods alt så tæt forbindelse mellem adgangskursus og teknikum - historisk og institutionelt - at en dybere uoverensstemmelse i holdningen til og forståelsen af undervisningens mål og midler næppe er tænkelig.

Hvorvidt adgangskursusundervisningen i matematik bidrager til at skabe en god ingeniør, afhænger af, hvad en god ingeniør er, og hvem der skal afgøre det. Det er næppe ligegyldigt, om man spørger ingeniøren selv - oplever han (hun) at have færdigheder, kundskaber og overblik i fornødent omfang til at have det godt med sit arbejde - eller ingeniørens arbejdsgiver - udfører ingeniøren sit arbejde så arbejdsgiverens hensigt med ansættelsen opfyldes, det være sig forsvarlig drift af et kraftværk eller profitabel produktudvikling på en maskinfabrik - eller samfundet, befolkningen, hvis liv afgørende bestemmes og formes af en teknologi, som ingeniørerne har et stort ansvar for den konkrete udformning og drift af. Forskellige bestemmelser af, hvad en god ingeniør er, vil givet resultere i forskellige krav til arten og omfanget af en sådans matematiske kundskaber. Alle vil nok være interesserede i, at ingeniører i en basal forstand gør deres arbejde ordentligt: broer og huse må ikke være forkert dimensionerede, maskiner og elektriske apparater skal virke, driften af produktionsanlæg skal være forsvarlig, osv.

I lyset af, at teknikumingeniører faktisk spiller en betydelig rolle i visse dele af landets private og offentlige produktion (f.eks. elværker) både med hensyn til udvikling, drift og administration, vil vi være betænkelige, såfremt teknikum ikke udstyrer sine studerende med en mere dybtgående matematikforståelse end adgangskursus. Dette synspunkt kan vi ikke belægge med konkrete, illustrative eksempler; det skyldes mere almene overvejelser.

Forestillingen om, at matematik er et uproblematisk værktøj, og at undervisningen i faget derfor kan indskrænkes til indøvelse af operationelle færdigheder, brug af håndregler og matematisk notation, henter sin legitimitet i forholdet mellem matematik og klassiske fysiske discipliner, typisk og mest udpræget mekanik. Dele af den matematiske teoriudvikling, specielt analysen er historisk sammenvokset med udviklingen af visse klassiske fysiske områder. Dette kom eksempelvis til udtryk ved, at rationel me kanik langt op i dette århundrede på universitetet forelæstes af matematikprofessoren. Newtons mekanik f.eks. er en fysisk teori, i hvis centrale begreber og formuleringer matematiske begreber og notationer indgår på essentiel og formentlig uundværlig og konstituerende vis. Teorien lader sig udmønte i en række delmodeller for et bredt spektrum af fysiske systemer, som alle er særdeles godt empirisk verificerede. De klassiske teoretiske fysiske discipliner udgør således et bredt teoriunivers, hvori matematik er dybt integreret. Det er velunderbygget, og matematikken indgår uproblematisk - man skal blot regne rigtigt (hvilket kan være svært nok), men på det principielle plan er der ingen diskussion om, hvorvidt f.eks. den matematiske model indeholder de væsentlige træk af den fysiske virkelighed, der ønskes modelleret.

Anderledes forholder dette sig ved andre anvendelser af matematik: i andre naturvidenskaber (biologi, geologi) eller på samfundsmæssige forhold (økonomiske modeller, statistisk beskrivelse af data vedrørende samfundsforhold, prognosevirksomhed), kort sagt matematisk beskrivelse eller modellering af virkelighedstræk karakteriseret ved, at det teoretiske grundlag er ufuldstændigt eller fraværende (biologi, økonomi,samfundsforhold) og de empiriske verifikationsmuligheder er dårlige eller ikke-eksisterende (eksperimenter med samfundsforhold er f.eks. generelt umulige) og i konsekvens heraf at det er umuligt at skønne over rimeligheden af den valgte matematiske model og vurdere usikkerheden af dens udsagn. [1] For anvendelser af matematik i sådanne "grå" områder uden afklaret teoriunivers og fyldig empiri er det afgørende nødvendigt at kende og forstå begrænsningen og styrken ved den matematiske beskrivelse. Dette krav drejer sig om spektret fra filosofiske diskussioner om virkelighedens beskaffenhed til viden om statistiske metoders krav til datamaterialers beskaffenhed.

Vi vil mene, at en ingeniør i dag dårligt kan undgå at komme i berøring med ikke-klassiske anvendelser af matematik, og at det for udøvelsen af ingeniørprofessionen i snæver forstand derfor er nødvendigt med en dybere forståelse af det matematiske værktøjs egenart.

Der, hvor vandene for alvor skilles i spørgsmålet om, hvorvidt matematikundervisningen bidrager til uddannelsen af en god ingeniør, er formodentligt i holdningen til, hvorvidt det er en ønskelig effekt eller det modsatte, at matematikundervisningen blotlægger eleverne for en teknokratisering, giver dem et autoritært forhold til faget og fastholder dem i en usikkerhed i deres omgang med det. Teknokratisk tankegang findes i to varianter. Den ene sætter et skarpt skel mellem "saglig" og "politisk". Sagligt arbejde er ét, politiske konsekvenser af det noget andet. Varianten findes i to undervarianter. Den ene i sager, hvor det i en vis forstand har mening at sætte skellet, men hvor det er at tage skyklapper på, at hævde dets skarphed; den anden i sager, hvor det ikke kan sættes, men gøres alligevel. Den anden variant sætter ikke skellet mellem det saglige og det politiske, men hævder udfra en manglende evne eller vilje til at se politiske aspekter og implikationer af sagen, at det man gør er rent sagligt. Fælles for varianterne af teknokratisk tankegang er det således, at det politiske felt bortdefineres og indlemmes under eksperters kompetancedomæne. For private og offentlige magthavere er teknokratisk tænkning et vigtigt middel til fastholdelsen og udvidelsen af deres magtposition. Ingeniørerne selv kan objektivt set, altså uanset deres subjektive reaktion, ikke være interesseret i disse effekter. Dels er ingeniørerenes interesser ikke identiske med deres arbejdsgiveres, men en teknokratisering af ingeniørerne er et middel til at få dem til at identificere deres interesser med deres arbejdsgiveres, dels er autoritære bindenger af enhver art alvorlige forhindringer for personlighedens frie udfoldelse og blomstring.

Samfundet uden for ingeniørverdenen har ikke én entydig holdning til matematikundervisningens teknokratiserende indflydelse på de kommende ingeniører. Holdningen hertil hører sammen med andre menneskelige og politiske holdninger. Vi vil ikke ved denne lejlighed gøre forsøg på at tolke "den brede befolknings" sande interesser i dette spørgsmål - det er for svært og for pladskrævende at behandle modsætningerne mellem samme "brede befolknings" "subjektive bevidsthed" og dens "objektive interesser" rimeligt dybtgående på dette sted. I stedet vil vi kort søge at udtrykke, hvad vi mener om emnet.

Generelt ønsker vi os ikke samfundet opdelt i en "teknisk kultur" og en "humanistisk kultur". Det er ødelæggende for det demokrati, vi har, og saboterer en videreudvikling af det. På den ene side betyder det, at befolkningen som helhed må have kompetence også over for den teknologiske side af samfundsudviklingen. På den anden stiller det krav om, at ingeniørerne skal kende andre perspektiver af deres profession end de snævert tekniske, og kunne anlægge egentlige politiske vurderinger (i modsætning til tekniske) på deres arbejdsfelt. I konsekvens heraf må matematikundervisningen ikke lade eleverne forblive i eller hensætte dem i et autoritært forhold til faget. Matematik er (bl.a.) et redskab til at forstå træk af verden med; derfor er matematikundervisning dybest set frigørende, når den vel at mærke lykkes - ellers efterlades eleverne i en dyb autoritetstro over for faget og dets anvendelser. En følge af disse betragtninger er, at matematikundervisning i almindelighed må være almendannende. Ønsket om at modarbejde opdelingen i "to kulturer" og at perspektivere ingeniøruddannelserne udover de tekniske sider, sikres ikke (alene) ved at koble "almene" fag på uddannelsen. Det er nødvendigt, at matematikundervisningen omfatter reflektioner over sig selv og faget, (dvs. "metaperspektiver" - meta = om, over) således at undervisningen ud over at give eleverne indsigt i matematiske emner, der er centrale for deres uddannelse, også bibringer dem indsigt i matematiks specielle natur og belyser matematikken i kulturel, filosofisk, historisk og samfundsmæssig sammenhæng. [2)]

Kap. VII.1.b Rammernes betydning for undervisningens effekt.

Efter den på flere punkter kritiske vurdering, vi har givet af effekterne af adgangskursusundervisningen i matematik, kunne man fristes til at placere årsagerne hertil hos lærerne; disse er jo hverken fagmatematikere eller formelt pædagogisk uddannede. Det mener vi imidlertid ikke vil være rimeligt. Faktisk er det tværtimod vores indtryk, at lærerne udfører et i mange henseender aldeles udmærket arbejde. De er gennemgående gode til at komme i personlig kontakt med eleverne, og de har en lang erfaring med elevklientellets specielle forudsætninger både matematisk og i øvrigt; den autoritet, de besidder - og som eleverne også tillægger dem - går ikke så meget på lærerens person som på situationen. Undervisningen indeholder matematiske unøjagtigheder, bl.a. i kraft af bøgerne, men lever i øvrigt op til de muligheder, som vilkårene for den afstikker. Det er således mere i rammerne om undervisningen end hos lærerne, at problemerne findes.

Til rammerne hører, at adgangskursus er tillagt en sorteringsfunktion, som matematikundervisningen er en af de vigtigste ingredienser i. Forestillingen er den, at folk hentes ind "fra gaden" så at sige, for dernæst at blive exponeret for undervisning i et år. Dette antages at bringe deres hidtil uopdyrkede evnereserver til udfoldelse i en udstrækning, så det er muligt at undersøge, om de "egner sig for et ingeniørstudium" ved hjælp af en eksamen. Denne egnethed er i teknikumingeniørverdenen for matematiks vedkommende demonstreret ved en passende beherskelse af en passende mængde operationelle færdigheder. Dette er signalerne fra teknikum til adgangskursuslærerne. Eleverne fortolker naturligt og realistisk situationen sådan, at det drejer sig om at bestå eksamen, og lærerne føler ligeså naturligt det som deres opgave og forpligtelse over for eleverne at hjælpe dem bedst muligt hermed. Adgangskursus' pensum er stort, og tiden er knap. Eleverne møder med meget varierede forudsætninger, både af matematisk art, m.h.t. arbejdsvaner og læsevanthed, og holdningsmæssigt. Specielt er en del elever negativt stemt over for teoretisk arbejde. Bøgerne imødekommer eleverne i denne henseende. Det teoretiske indhold er i det væsentlige begrænset til regler, mens pladsen, der bruges på begrebsopbygning (definitioner og diskussion heraf), udsagn/sætninger og beviser er sparsom. Dertil kommer, at teksten generelt er kortfattet, nærmest ordknap. Eleverne kan vanskeligt læse bøgerne på egen hånd uden støtte i undervisningen, men er iøvrigt tilfredse med dem - bortset fra, at de ikke finder bøgernes eksempler tilstrækkeligt udførlige gennemregnede eller repræsentative i sværhedsgrad. Teksten indeholder en del matematiske unøjagtigheder og lapsus, som næppe befordrer undervisningen, omend betydningen er svær at gøre op, fordi undervisningen ikke prioriterer den teoretiske behandling af stoffet højt.

Lærerne er fagligt og pædagogisk isoleret fra andre matematikundervisningsmiljøer, også fra teknikum. De tilbydes et alment pædagogisk kursus på Statens Erhvervspædagogiske Læreruddannelse (SEL), men har derudover, så vidt vi ved, ikke efteruddannelsesmuligheder af faglig-pædagogisk art for dem. Deres "matematiske liv" er således begrænset, uden tilførsel af impulser udefra. Disse forhold kan ikke tilskrives lærerne personligt, men er en del af deres arbejdsbetingelser.

Vores konklusion på, hvad rammerne betyder for undervisningen, er, at hvis intet var ændret af ydre rammer (incl. bøgerne), ville det ikke være simpelt at gennemføre en undervisning, der adskilte sig væsentligt fra den nuværende.

Kap. VII.1.c. Morale om almendannende og studieforberedende hensigters betydning for matematikundervisningen.

På baggrund af, at matematikundervisningen på adgangskursus specifikt sigter mod at være studieforberedende til ingeniøruddannelsen, mens gymnasiet i sin matematikundervisning udover studieforberedende tillige forfølger almendannende hensigter, kan det være interessant at sammenholde disse to uddannelsers matematikundervisning med henblik på at belyse studieforberedende og almendannende hensigters betydning.

Gymnasiet har alle sine dage forestillet sig, at dets matematikundervisning var almendannende; dog ikke i konstant betydning og ikke altid som erklæret mål for al detsmatematikundervisning. I enhedsgymnasiets dage - den lærde skole fra 1850 - var alle skolens fag primært tiltænkt en almendannende rolle. Almendannelse blev forstået som kulturdannelse og formaldannelse. Matematikkens bidrag til almendannelsen var af den sidste slags, nemlig skærpelse af evnen til logisk tænkning. Datidens forestillinger om formaldannelse hører sammen med den såkaldte evne-psykologi, ifølge hvilken mennesket tilskrives visse almene, af sammenhængen ubundne evner, som principielt kan udvikles i en vilkårlig sammenhæng og frit overføres til andre sammenhænge. Når der undervistes i matematik, var det således ikke på grund af fagets praktiske nytte, men fordi matematik ansås for at være - ikke det eneste, men - et særligt velegnet middel til opøvelse af den logiske tænkeevne.

Med 1871-ordningen deltes den lærde skoles to sidste år (ud af seks) i en sproglig-historisk og en matematisk-naturvidenskabelig retning. På den første undervistes ikke i matematik, mens den sidste indgik i en arbejdsdeling med Polyteknisk Læreanstalt og universitetets matematisk-naturvidenskabelige studier om matematikundervisningen og således var specifikt studieforberedende hertil.

Det tre-årige gymnasium indførtes i 1903; på alle dets tre linier undervistes i matematik. For de sprogliges vedkommende var formålet hermed formaldannende, nemlig "ikke så meget ... at bibringe Eleverne omfattende Kundskaber i Matematik, ..., som at skole Elevernes Tænkeevne ved at indøve den gennem Matematikkens stringente Betragtningsmåder." [3] Dette formål forfølges ved i undervisningen at "særlig lægge Vægt på en udtømmende og omhyggelig teoretisk Behandling af de optagne Afsnit." (Vores understregninger.) Med 1935-ordningen forlades det formaldannende formål for de sproglige brat. Undervisningen har stadigt et almendannende sigte, idet anordningen anfører, at den skal "give Eleverne Kendskab til vigtige Anvendelser af Matematikken. Af de teoretiske Afsnit medtages saa meget, at dette Formaal kan opfyldes." I bekendtgørelsen præciseres anvendelser til at være i "det praktiske liv" og i andre fag. Videre hedder det: "Tillige bør Undervisningen i de teoretiske Afsnit, der er nødvendige for Forståelsen af de ovennævnte Anvendelser lægge Vægt på en klar og koncis Fremstilling, således at de Slutninger, der drages, og de Resultater, der opnaas, hviler på velbegrundede Ræsonnementer." (Vores understregninger.)

Den her tilstræbte almendannelse retter sig altså mod at udstyre eleverne med fagspecifikke kundskaber (og måske tillige et fagspecifikt orienteringsberedskab) til brug for deres private og samfundsmæssige liv. Teorien inddrages kun i fornødent omfang, men da så præcist, at resultaterne har matematisk grund under fødderne.

I 1935 fik matematikundervisningen på den matematiske linie et officielt formål: "Formaalet for Undervisningen er at bibringe Eleverne Kendskab til de reelle Tal og disses Anvendelse til Beskrivelsen af Funktioner, samt Kendskab til simple Figurer saavel i Planen som i Rummet. Eleverne skal lære at arbejde med det matematiske Formelapparat og opnaa Sikkerhed og Færdighed i numeriske Beregninger." Som man ser var det af rent intern matematisk karakter og ændrede ikke ved fagets studieforberedende formål som nævnt i forbindelse med 1871-ordningen. At anordningens formål ikke overskrider det studieforberedende sigte, er dog ikke ensbetydende med, at ingen forestillede sig, at matematikken gav eleverne andet og mere end kundskaber og færdigheder. Rektor E. Torsting påtog sig i 1935 at forsvare matematikkens og fysikkens "åndsdannende" betydning, bl.a. i opposition til anordningen. [4)]

Åndsdannelse omfatter i følge Torsting tre aspekter. Den intellektuelle side heraf "består i en sådan alsidig udvikling af erkendekræfterne, at mennesket lærer 1) at iagttage selvstændigt, 2) at tænke klart og skarpt og 3) at fantasere frit under tænkningens kontrol, således at man ikke blot har mange forestillinger, men også orden i dem." Hertil kommer karakterens og viljens dannelse.

Mens fysikkens åndsdannende værdi ligger i at vænne til selvstændig iagttagelse og at lære respekt for virkeligheden, giver matematik især bidrag til punkterne 2 og 3 ovenfor. Dette bunder i, at "matematikkens begreber er prægede af krystalklarhed, de er éntydige og skarpe. De fleste "åndsvidenskaber" har svært ved at undgå flertydighed og uklarhed i begreberne .../Beskæftigelsen med matematik (og fysik) vil da også medføre en oplevelse af denne klarhedens værdi og fylde en med afsky for alle flertydige og udflydende begreber; mon dette ikke også vil medføre en stræben efter en lignende klarhed på livets andre områder og en forsigtighed med hensyn til færdige anskuelser, der ikke er vel underbyggede?" Og senere hedder det: "Indenfor matematikkens analogi- og induktionsslutninger er der således råderum for fantaseren under tænkningens stadige kontrol." Eleverne skal motiveres ved at "vække deres logiske behov" og "rokke tilliden til den umiddelbare anskuelse" således, at de hensættes i "en vis sjælelig spændingstilstand mellem følelsen af "ikke-viden" og længslen efter bedre viden, mellem følelsen af tilstedeværende uklarhed og længslen efter klarhed ..." Herigennem levendegøres sansen for matematiks og fysiks særlige dannelsesværdier: "klarhedens værdi, sandhedens værdi og fuldendhedens værdi." Disse værdier bevarer deres funktionelle virkning efter, at det matematiske stof er glemt, ligesom løsningen af matematiske og fysiske problemer "kan stå som type også på gangen i løsningen af helt andre problemer" Et betydningsfuldt træk ved disse fag er det forhold, at eleverne selv kan kontrollere løsningers rigtighed: "Og denne stadige kontrolleren fremmer trangen til sandhed i erkendelsen, gør sandhed til en værdi for eleven; og dette, at sikkerheden for problemets rigtige løsning ligger hos eleven og ikke hos en ydre autoritet, lærer ham direkte værdien af flid og nøjagtighed."

Torstings synspunkter har ikke nogen former for officielt stempel. De er refereret, fordi Torsting så udførligt redegør for, hvilke karakteristiske træk ved matematik, der for ham at se betinger dens særegne dannelsesværdier.

Med 1953-anordningen skal undervisningen for matematikerne "bibringe eleverne kendskab til et fundamentalt område af matematikken og gennem arbejdet hermed at udvikle og skole deres evne til stringent tænkning og prægnant udtryksform ..." (Vores understregninger.) Hermed gøres den fagspecifikke del af formålet bredere end 1935-anordningens snævert faginterne. Det kommer også til udtryk i bekendtgørelsen, når den anfører: "Det vil for forståelsen af kultursammenhængen være af betydning, om der af matematikkens historie medtages træk, der har almenmenneskelig interesse ..." Det rent studieforberedende delformål er dog fastholdt gennem formuleringen "...samt hos eleverne at opøve sikkerhed og færdighed i brugen af det matematiske formelsprog og i udførelsen af numeriske beregninger", som er næsten enslydende med den tilsvarende passus fra 1935. Endvidere optræder formaldannende formål (evne til stringent tænkning og prægnant udtryksform). Den almendannende hensigt, som her holder sit officielle indtog i det matematiske gymnasium, er altså både af fagspecifikt orienterende og kulturdannende art og af formaldannende art.

Dette kan yderligere belyses ved et foredrag, som R.E.H. Rasmussen, professor ved Polyteknisk Læreanstalt, holdt i 1956.[5] Han karakteriserer matematik som en tankevirksomhed, hvis formål er "1) at udvikle Udøverens Fantasi, Kombinationsevne og Evne til logisk Tænkning, samt 2) at udvikle Systemer og Regnemetoder, som er egnede til Anvendelse indenfor andre Områder, f.eks. andre Videnskaber og Teknik." Han fremhæver "den rent karakterdannende Værdi af de strenge Krav til Redelighed i Iagttagelse og Resonnementer, som er så uafviselig i al Beskæftigelse med disse (eksakte) Fag." Endvidere, at "vor Kultur ... i afgørende Grad staar i Gæld til, eller er betinget af matematisk-fysisk Forskning og Viden", samt at der er et stort, udækket behov for matematisk-fysisk trænet personale, blandt andet som følge af den praktiske brug af ""Atom-Energien"" ("en ny Gave fra Universets Rigdomme ..."), som forestår. Svaret på spørgsmålet om, hvorfor der undervises i matematik og fysik, findes således i disse fags betydning for enkeltpersoners dannelse, for erhvervsliv og kultur og i behovet for matematisk-fysisk uddannet personale.

Man kan mærke sig, at Rasmussen i de dannelsesvirkninger, han tillægger fagene ikke adskiller sig voldsomt fra Torsting, men til forskel fra denne fremhæver han fagenes samfundsmæssige ("kulturelle") betydning, hvilket anordningen/bekendtgørelsen også antyder.

I 1961-bekendtgørelsen udbygges for det matematiske gymnasium både det fagspecifikke og det formaldannende formål. Hvad det første angår, står der nu "at give eleverne kendskab til en række fundamentale begreber og tankegange" og udtrykkeligt, at undervisningen skal gøre eleverne "fortrolige med anvendelser inden for andre fagområder". Angående det formaldannende er formålet nu at vække deres sans for klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform" og "at søge deres fantasi og opfindsomhed udviklet". 1971-bekendtgørelsen er i sine formaldannende hensigter ikke forskellig fra den foregående, bortset fra, at der nu står "opøve klarhed ..." i stedet for "vække deres sans for klarhed ..." For den fagspecifikke dels vedkommende præciseres forholdet til anvendelserne derhen, at undervisningen skal "give forståelse af og evne til kritisk at analysere den måde, hvorpå matematikken anvendes inden for forskellige fagområder".

Som samtidigt bidrag til belysning af forestillingerne om værdien af det matematiske gymnasiums matematikundervisning kan nævnes J. Thoisens artikel i "Gymnasiets fag" fra 1970, en "sagkyndig redegørelse for de enkelte fags undervisningsmæssige og faglige situation i gymnasiet", som Gymnasieskolernes Lærerforening udsendte på baggrund af 1958-ordningens betydelige omlægning af gymnasieundervisningen og læseplanernes "rivende udvikling".[6)]

Thoisen fremhæver her den matematiske linjes stærke tradition for grundig fordybelse i stoffet og det høje faglige niveau i henseende til emner og stringens i behandlingen. Eleverne skal indleve sig i karakteristiske sider af matematisk metode. Undervisningen er karakteriseret af lødighed, grundighed og påvisning af anvendelsesmuligheder. Han citerer med tilslutning den røde betænkning: "Faget kan ... tilføre det matematiske gymnasium de værdier, der ligger i et omfattende og intensivt arbejde med et klart afgrænset fagområde."

For det sproglige gymnasium blev undervisningen i matematik afskaffet ved 1953-anordningen, men genindført i 1961 med et fagspecifikt, praktisk og orienterende formål: "Formålet med undervisningen er dels at give eleverne et indtryk af matematisk tankegang og metode, dels at give dem nogle matematiske hjælpemidler i hænde, som kan være dem til nytte inden for andre fag i skolen og under deres senere virke." (Vores understregninger.) Formålet i 1971-bekendtgørelsen er ikke principielt forskelligt herfra. Det afspejler på den ene side i højere grad et hensyn til studie-/professionsforberedelse, aktualiseret af matematikkens stigende anvendelse inden for en række videregående uddannelser. På den anden side tilstræbes ligesom for matematikerne forståelse for og evne til kritisk analyse af matematikkens anvendelser inden for forskellige fagområder.

Thoisen skriver om de sprogliges matematikundervisning, at læreren "må for at klare opgaven stedse bryde med vante forestillinger og finde nye utraditionelle metoder. Han må i stor udstrækning forsøge at appellere til elevens intuition og gøre sin fremstilling så populær, at den mindre interesserede elev aktiviseres, samtidig med at de for faget gældende spille-regler bevares, så den kvikke elev ikke føler sig snydt og protesterer." Han berører hermed det forhold, at intentionen ved genindførslen af matematikundervisningen for de sproglige i 1961 var at give stoffet en lige så stringent behandling som hos matematikerne, men at det hurtigt viste sig, at undervisningen måtte gribes mindre stringent ved at lægge større vægt på induktive og heuristiske betragtningsmåder og med hyppig overspringelse af beviser, en tendens der i de seneste år også har vist sig på de matematiske grene (mindst på den matematisk-fysiske) og HF.[7)]

I HF har der fra starten været en arbejdsdeling mellem fællesfag og tilvalgsfag, således at det sidste skal give "det faglige grundlag for at gennemføre videregående uddannelser, der anvender matematik" - altså et fagspecifikt studieforberedende formål, mens fællesfaget har til formål, "at de studerende opnår nogle matematiske kundskaber, som kan være dem til nytte i andre fællesfag og i deres øvrige dagligdag, samt at de får et indtryk af matematisk metode og tankegang" (1974-ordningen) - et fagspecifikt formål rettet mod elevernes private og samfundsmæssige liv.

Denne gennemgang af de skiftende formål for gymnasiets matematikundervisning skal tjene til at vise følgende:

i) Gymnasiet har altid haft erklærede almendannende hensigter med sin matematikundervisning. Det gælder for de sproglige helt fra starten og for matematikerne fra 1953. Der er dog næppe tvivl om, at forestillinger om matematikkens personlighedsdannende betydning har nydt udbredelse i matematiklærerkredse, selv om undervisningen formelt ikke har haft sådanne formål.

ii) De med undervisningen forfulgte almendannende hensigter har ændret sig gennem tiden. For de sproglige fra rent formaldannende over en hensigt om at give eleverne faglige kundskaber til deres private og samfundsmæssige liv til en hensigt om at udstyre dem med et fagspecifikt orienteringsberedskab, bl.a. til brug i deres videregående uddannelse. For matematikerne optræder almendannende hensigter langt senere på anordningsniveau og da i form af formaldannende hensigter, som siden suppleres med orienteringshensigter vedrørende anvendelser. For HF har formaldannende hensigter ikke optrådt, men nok fagspecifikke, orienterende almendannende hensigter rettet mod elevernes private og samfundsmæssige liv.

iii) Gymnasiet har hele tiden ment at formaldannende hensigter blev forfulgt gennem en grundig og stringent teoretisk behandling af stoffet. Forestillinger om andre dannelsesværdier ("klarhedens værdi" etc.) er også knyttet hertil. De senere årtiers almendannende hensigter af fagspecifik, orienterende karakter (for sproglige og HF) har man ment at kunne forfølge ved en mindre stringent, men ikke upræcis behandling af stoffet med mere vægt på induktive og intuitive/heuristiske betragtningsmåder og under overspringelse af beviser.

iv) Det matematiske gymnasiums studieforberedende hensigt er søgt indfriet gennem det strenge krav om stringens, dog i de senere år med opblødningstendenser á la sproglige/HF på de natur- og samfundsfaglige grene. Strin-

genskravet som middel til forfølgelse af studieforberedende hensigter er "arvet" fra de traditionelle aftageruddannelser, civilingeniøruddannelsen og universitetets matematisk-naturvidenskabelige embedseksamen, som det matematiske gymnasium har haft et arbejdsdelingsforhold til.
v) Siden indførslen af den Weierstrass'ke analyse i begyndelsen af 1920'-erne har gymnasiets ambition været at skabe en sammenhængende, konsistent opbygning af matematikken, hvor alle "mellemregningerne" blev givet. Når man måtte give køb på dette, var det med blødende hjerte, og det blev gjort klart for eleverne, at det skete. Synspunktet var, at hver gang argumentation erstattes med information (en påstand om, hvorledes det forholder sig) erstatter man selvstændighed med autoritetstro. I den fuldstændige argumentation lå matematikkens frigørende funktion, fordi eleverne dermed selv kunne kontrollere det, de præsenteredes for.

Vender vi os til matematikundervisningen på adgangskursus, finder vi for denne en rent studieforberedende hensigt med både fagspecifikke og personlighedsdannende komponenter. De sidste er kommet til i 1979, men vi tror nu ikke, at de har fået betydning for undervisningen. Adgangskursus tolker sin studieforberedende hensigt anderledes end gymnasiet. Hvor denne i gymnasiet kommer til udtryk derved, at de opnåede resultater hviler på et fundament af stringente og/eller intuitive/heuristiske, men præcise, ræsonnementer, søger adgangskursus at indfri målsætningen ved at "skumme fløden" så at sige -man lærer eleverne, hvorledes man bruger de matematiske resultater til at regne opgaver med, men lader det teoretiske grundlag forblive dunkelt. Kombinationen af en rent studieforberedende hensigt og den praktiske ingeniøruddannelse som aftager legitimerer den stærkt instrumentelle matematikopfattelse, som adgangskursus præsenterer, og eleverne til fulde tager til sig. Havde adgangskursus tillige haft en almendannende hensigt ville det næppe have været muligt at forsvare undervisningen i sin nuværende form.

To forhold skal nu tages i betragtning. Det ene er, at gymnasiets matematikundervisning ikke for os er noget ideal. Langt fra. Lad os antyde hvorfor ved at citere vores udmærkede vejleders kritik af den matematisk-fysiske grens matematikundervisning - man bemærke hans prægnante udtryksform(!):
"Min kritik retter sig mod det forhold, at faget her har en tendens til at blive <u>klaustrofobisk indadvendt</u>. Der er alt for lidt ydre perspektiv på faget, nemlig praktisk talt intet. Den afsatte tid benyttes først og fremmest til intern faglig fordybelse, en fordybelse der for mange elever bringer matematikken til at fremstå som et kompliceret frit svævende spil, hvor bevæggrundene for at spille det står hen i det uvisse, og hvor alt forekommer lige vigtigt, fordi det er del af det samme spil. Man kan næsten sige, at eleverne står i fare for at blive sneblinde, eller, anderledes sagt, for at få en umoden matematikopfattelse, der ikke udgør en tilstrækkelig vaccination mod teknokratiske tilbøjeligheder." [8] Denne vurdering bekræftes i øvrigt af en interviewundersøgelse blandt et par hundrede gymnasieelever.[9] - Det skal dog tilføjes, at dette er generelle betragt-

ninger, som må modificeres af, at undervisningen i matematik i gymnasiet er i opbrud i disse år og ikke har den homogenitet, som var karakteristisk førhen. Fagets målsætning og stilling i skolen er til diskussion, og der eksperimenteres med undervisningsformer og varierende grader af integration med anvendelsesfag. Det første punkt var altså, at sammenstillingen af gymnasiets og adgangskursus' matematikundervisning ikke skal tjene til at pege akademiske fingre af den sidste, men til at sætte de bagvedliggende motivers betydning i relief.

Det andet forhold, der skal tages i betragtning er, at undervisningen i matematik i uddannelser, hvor faget indgår som et redskabseller værktøjsfag, overalt i uddannelsessystemet udgør et problem. To hovedmønstre gør sig gældende. Enten betragter man faget som en almen del af uddannelsens faglige grundlag, som så skal være solidt, hvorefter undervisningen, typisk lagt i begyndelsen af den pågældende uddannelse, selvstændiggør sig fra det anvendelsesperspektiv, som faget indgår i netop denne uddannelse. Resultatet er, at de studerende oplever fagets indhold aldeles umotiveret, ofte får betydelige vanskeligheder med det og har glemt det, når de senere i uddannelsen faktisk kunne have draget nytte af det. Eller man anlægger et snævert instrumentalistisk syn på faget og ser det som opgaven at forsyne de studerende med matematiske recepter til fri afbenyttelse på uddannelsens problemstillinger. Resultatet er dårlige eller ukvalificerede anvendelser af matematik.

Hermed er vi nået til moralen, som lovet i dette afsnits overskrift:
1) Det er ikke godt, når en matematikundervisning kun har har studieforberedende hensigter. Det giver anledning til forskellige, men alvorlige perspektivforvrængninger og lægger op til et autoritært forhold til matematik og teknokratiske holdninger.
2) Almendannende hensigter er ikke tilstrækkelige til at undgå de i punkt 1 nævnte faldgruber, selv om de foranlediger, at undervisningens matematiske resultater er funderede på velbegrundede ræsonnementer.
3) Hvis matematikundervisningen skal medvirke til en demokratisk samfundsudvikling, og ikke modvirke den - for neutral er den ikke, må undervisningen udover indsigt i matematiske emner, give sine elever indsigt i matematiks specielle natur og belyse faget i kulturel, filosofisk, historisk og samfundsmæssig sammenhæng. Dette gælder også, hvis matematikundervisningen skal forberede til ingeniørgerningen.

Kap.VII.2 Muligheder for forbedringer af matematikundervisningen på AK

Som nævnt i foregående afsnit opfatter vi det som vanskeligt med uændrede rammer, at gennemføre en undervisning, der kvalitativt adskiller sig fra den, der nu gives på AK. Vi mener dog, at der på nogle områder er muligheder for at forbedre undervisningseffekten, uden at foretage voldsomme ændringer i det bestående.

Det meget store pensum, der skal gennemgås på et år, er en væsentlig blokering. En afhjælpning på dette problem kan være at mindske pensum eller forlænge kursustiden. Forlængelse af kursustiden med f.eks. 6 måneder kan give tid til en mindre instrumentel indlæring. Der kan foretages en fordybelse i udvalgte områder indenfor matematikpensum, formentlig med den effekt, at matematikforståelsen bliver dybere. Dette skal så igen fjerne noget af elevernes usikkerhed overfor de teoretiske dele af faget og altså åbne for senere bedre udbytte af matematik. Bagsiden af en forlængelse af denne varighed er, at den samlede kursustid derved kommer ret tæt på HF's toårige forløb. Dette kan friste spareivrige til at foreslå AK nedlagt og erstattet med et krav om gymnasiale forudsætninger for optagelse på teknikum. Resultatet kan altså meget vel blive, at een af de få anderledes adgangsveje til højere uddannelser bliver fjernet, og at også denne uddannelse vil blive forbeholdt dem, der holder ud i de gængse uddannelsesforløb.

En indskrænkning i pensum virker som en mere farbar vej. Det kan give de samme positive effekter som tidsforøgelsen, og det vil ikke føre til den samme eksistenskrise. En pensumnedskæring vil imidlertid betyde at AK's elever ikke møder med de samme forudsætninger som de med gymnasiebaggrunden. Spørgsmålet er så, hvilken betydning det har for AK-elevernes senere studier. Kravet om et bestemt pensum som adgangsgivende behøver ikke at betyde, at en matematikundervisning med præcist dette indhold er den eneste anvendelige forudsætning. Det at have gennemgået en fornuftig indlæringsproces, med den sikkerhed og parathed dette medfører er nok vigtigere end netop dét bestemte faglige indhold i indlæringen. Det burde således ikke give uovervindelige vanskeligheder at AK-eleverne ikke har haft helt det samme pensum som studenterne. I øvrigt møder studenterne heller ikke (længere) med homogene forudsætninger. Derfor vil en af udfordringerne til de videregående tekniske og naturvidenskabelige uddannelser i de kommende år under alle omstændigheder bestå i, at tilrettelægge indledende studieforløb, der tager højde for forskellige forudsætninger.

Matematikforståelsen på AK vil givetvis også kunne styrkes ved at forbedre lærebogsmaterialet, der indeholder en del unøjagtigheder og lapsus. Det vil også styrke undervisningen, at der generelt bliver lagt mere vægt på de teoretiske baggrunde i matematikken.

En væsentlig forbedring i lærernes arbejdssituation kan opnås ved at bryde den faglige isolation, de befinder sig i. Lærerne må gives adgang matematikundervisningsmiljøer. Det vil være ønskeligt, at lærerne på AK og teknikum ikke er bundet til et bestemt niveau i uddannelsen, men kan veksle mellem at undervise på AK og på selve teknikum. Derved vil man sikre, at matematikundervisningen på AK ikke er isoleret i forhold til behovene i det senere studium.

Ovenstående forbedringsforslag kan sandsynligvis iværksættes uden at kræve ret store formelle ændringer i uddannelserne. Det er dog et spørgsmål, om effekten vil være særlig stor. Et mere radikalt ændringsforslag er, at integrere AK i teknikumstudiet. Dette kan sikre, at man på en rimelig måde tager udgangspunkt i de teknikumstuderendes særlige faglige forudsætninger. Det fremhæves altid som et positivt særkende for teknikumingeniørerne, at de er forankrede i praktikkens verden, men i studiet udnyttes denne praktiske baggrund overhovedet ikke. Tværtimod oplever de studerende på AK, at deres praksiserfaringer gøres til intet. En sådan integration vil kræve omfattende ændringer i hele studiet.

En nærmere angivelse af, hvori disse ændringer skulle bestå, har vi langt fra den nødvendige baggrund til at udtale os kvalificeret om, og det ville i øvrigt være et helt projekt i sig selv. Vi opfatter det imidlertid som vigtigt, at der sker ændringer, hvis det skal have mening at omtale teknikumingeniøren som den "praktiske ingeniør".

Kap.VII.3 Konklusion på problemformulering

Vi vil ikke her gentage svarene på problemformuleringens spørgsmål

1) Hvilke hensigter og formål har matematikundervisningen henholdsvis på AK og i gymnasiet/HF?

2) Hvilken effekt har matematikundervisningen på eleverne på AK? Herunder: Hvilken matematikforståelse er det, der formidles?

men i stedet henvise til kap.VI.7 og VII.1.a.

Diskussionen om de almendannende og studieforberedende elementer og deres betydning i matematikundervisningen findes i kap.VII.1.c.

NOTER TIL KAPITEL VII

1) For en nøjere diskussion heraf se Højgaard, Jens, m.fl.: "Om matematiske modeller". Tekster fra IMFUFA, RUC. Nr. 26, 1980.

2) Jvnf. "Matematikundervisningen i gymnasiet og i gymnasielæreruddannelsen" Oplæg fra udvalg III til Landsmødet om matematikken i Danmark,m6.-8. maj 1981.

3) Citeret fra Niss, Mogens: "Et rids af den gymnasiale matematikundervisnings historie 1850 til nu". Arbejdspapir, nov. 1980. p 6. De følgende citater fra anordninger og bekendtgørelser er også citeret herfra.

4) Torsting, E.: "Matematikkens og Fysikkens åndsdannende betydning." I: Särtryck ur berättelsen över Fjortonde Nordiske Skolemödet Stockholm 1935. Stockholm 1936. p 773-783.

5) Rasmussen, R.E.H.: "Hvorfor underviser Skolen i Matematik og Fysik". Særtryk af Årsberetning for Lyngby Statsskole 1957.

6) Matematik v/ lektor J. Thoisen. I "Gymnasiets fag". 1970. p 162-169.

7) Niss, op.cit. p 24.

8) Niss, Mogens: "Matematikkens rolle i ungdomsuddannelserne, almendannelse og/eller studieforberedelse?" Arbejdsmanuskrift 1980. p 10.

9) Christensen, Jan og Knud Lindhardt Rasmussen: "Matematikopfattelser hos 2.g'ere" Tekster fra IMFUFA, RUC. Nr. 24A og 24B. 1980.

APPENDIX 1

OBSERVATION OG BESKRIVELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS

Det følgende er et sammendrag af vores observationer af matematikundervisningen på adgangskursus. Vi fulgte tre klasser med hver sin lærer i fem på hinanden følgende dobbelttimer i matematik i perioden fra 18/2 til 4/3, (hvori også indgik en uges vinterferie) - ialt 10 timers undervisning. Skemaet rummer 8 timer matematik om ugen. Alle eleverne på nær 2 var mænd; til stede i timerne var 15-18 elever. Klasserne startede i august '80. Det faglige indhold i observationsperioden omfattede for den ene klasses vedkommende talfølger, grænseværdi for funktioner og asymptoter (kap. 2, 3 og 4 i bog 6 af Teknisk Matematik) og i de to andre behandledes asymptoter, kontinuitet og differentialregning (kap. 4 og 5 i bog 6 og kap. 1 i bog 7).

Vi observerede i hold på 2-3, som var lavet således, at nogle i det væsentlige fulgte én bestemt klasse, mens andre så på i to eller alle tre klasser. Til strukturering af observationerne havde vi på forhånd udarbejdet et observationsskema (- findes til slut i dette appendix). For hver time blev der udfærdiget en observationsrapport. Det viste sig, at undervisningen i de tre klasser havde så udprægede fællestræk, at det ville være muligt at sammenfatte observationerne i én beskrivelse, hvor lærernes individuelle karakteristika kunne behandles i et særligt afsnit. Det er en sådan samlet beskrivelse, der nu følger.

Undervisningen omfattede tre elementer. For det første gennemgang af nyt stof. Læreren indførte nyt stof ved at holde et foredrag ved tavlen, derefter regne nogle belysende og/eller vigtige eksempler på tavlen, hvorpå elever regnede eksempler på tavlen, hjulpet af læreren. Nye anvendelser af nyt stof introduceredes ofte med en elev ved tavlen. Af den observerede undervisning udgjorde dette element ca. 60%, fordelt med 2/3 på lærersolo og 1/3 på lærer-elev.

Det andet element bestod i overhøring af elever. Overhøringen var snarere af trænende og repeterende karakter end egentlig kontrollerende. Det foregik enten i form af, at en elev ved tavlen regnede en opgave/eksempel, som han fik stukket ud af læreren, og med støtte af denne, eller ved at alle eleverne regnede en opgave/eksempel hver for sig, mens læreren gik rundt og så på/hjalp, eller ved at læreren stillede spørgsmål til hele klassen. Sammenlagt androg denne del af undervisningen ca. 20% fordelt med hhv. 3/5, 1/5 og 1/5 til hver af de tre dele.

Det sidste element i undervisningen bestod i tilbagelevering af hjemmeopgaver. Hver uge stilledes 2 sæt á 3 opgaver til frivillig aflevering. Ved tilbageleveringen regnede læreren alle opgaverne fuldstændigt på tavlen. Det tog ca. 20% af tiden. (10%).

En lærer oplyste, at klassen den sidste måned før eksamen regnede eksamensopgaver i grupper - og at det erfaringsvis var svært at få eleverne til at arbejde i grupper.

Lærerens indføring af egentlig ny teori var tæt på bogens i henseende til introduktion og eksempelvalg. Indføringen skete ved eksempler, mange i antal, som ikke samledes op til en generel indføring af teorien. Der argumenteredes og bevistes kun i ringe grad og i så fald intuitivt/heuristisk. Eksempelvis indførtes kontinuitet ganske vist formelt: hvis konvergente talfølger gående mod x_o fra hhv. højre og venstre giver anledning til konvergente følger af funktionsværdier, som begge konvergerer mod funktionsværdien i x_o, er funktionen konvergent i x_o; men indholdet i den efterfølgende eksempelgennemgang var til trods for lejlighedsvis reference til den formelle definition baseret på en intuitiv forståelse af kontinuitet som "sammenhængende graf" eller snarere, at fravær af kontinuitet viser sig ved et brud på grafen. Det var altså en formel definition, der formuleredes, men en anden og intuitiv forståelse, der blev formidlet.

Endnu et eksempel: Indførelse af differentialregning skete med et kort motiverende eksempel (7 min.) om bestemmelse af en bils hastighed, som ikke relateredes til en funktion eller en graf (kun Δs og Δt) og dermed ikke til differentiabilitet, hvorefter funktionstilvæksten Δy defineredes og dernæst: "Hvis $\Delta y/\Delta x$ har en grænseværdi, har vi differentialkvotient."

Altså: Nyt stof indførtes eksemplarisk uden at det generelle indhold blev trukket frem - det overlodes til eleverne at danne sig en fornemmelse heraf. Der argumenteredes i ringe grad og slet ikke eksplicit. Argumentationens intuitive/heuristiske indhold præsenteredes ikke som sådant. Lejlighedsvist gaves formelle definitioner af begreber, men de benyttedes kun i deres praktiske intuitive indhold uden at dette forhold præciseredes.

Lærerne begrundede ikke indførslen af nyt stof, hverken med internt matematiske begrundelser eller med anvendelser/praktiske problemer. I ovennævnte forsøg på at begrunde indførslen af differentialregning med problemet om hastighedsbestemmelse, fremgik det ikke, hvori sammenhængen bestod. Spørgsmål om de matematiske emners brugbarhed fra eleverne besvaredes enten slet ikke, med et "Det bruger man da tit!" eller med demonstration af en matematisk anvendelse, hvis vigtighed ikke dokumenteres.

De matematiske begrebers status og indbyrdes forbindelse klargjordes kun i ringe grad. Under indførelsen af differentiabilitet nævntes kontinuitet ikke som en forudsætning, - senere bevistes så, at differentiabilitet medfører kontinuitet. Overhovedet var matematikkens teoretiske aspekter ikke mål for undervisningen. Dette var derimod operationelle metoder og håndregler til problemløsning i et begrænset og velfriseret problemunivers. Det afspejles også i specielt én lærers uomtvistelige - og i sammenhængen sikkert velanbragte - evne til mnemotekniske udtryk. Man "limer" og "differ" en funktion, bruger "tegnestiftformlen", snakker om "sin" og "kos" osv.

Lærernes gennemgang af nyt stof var hovedsageligt styret af hans egen plan for forløbet. Elevspørgsmål hørtes ofte ikke til ende, men foranledigede et resumé af den forudgående gennemgang. Når eleverne havde tvivl - f.eks. ikke forstod, at en graf kan skære sin asymptote, søgte læreren ikke at forstå eller udforske oprindelsen til elevernes problem, men gav et modeksempel, som demonstrerede at - in casu - grafen godt kan skære sin asymptote. Eleverne accepterede tilsyneladende sådanne forklaringer og forholdt sig iøvrigt lydhøre og opmærksomme.

Elevgennemgang af eksempler i nyt stof var stærkt lærerstyret. Der gaves meget lidt lejlighed til elevens selvstændige forsøg, som da også var meget spage. Elevernes opgave var at sige/skrive, hvad læreren selv ville have sagt/skrevet, og i det omfang eleven ikke kunne det, da at udfylde huller i lærerens tale. Eleven ved tavlen gav læreren et vist check på, hvor problemerne lå. Læreren lagde vægt på, at eleven brugte den korrekte metode, nogenlunde korrekt matematisk notation og nåede rigtige resultater (men uden at være hysterisk hermed), mens ræsonnementer ikke krævedes.

Den repeterende overhøring, som bestod i, at en elev regnede en opgave/eksempel i gammelt stof, havde til forveksling samme form som elevgennemgangen af eksempler i nyt stof. Stram lærerstyring, hvor læreren trækker sine egne ord ud af eleven. Eleverne krævedes kun i ringe grad til regnskab for definitioner og slet ikke for beviser. Lærerens overhøring af hele klassen foregik typisk, hvis der manglede nogle minutter af timen, og havde karakter af repetion eller indeksercits af regler. ("Hvornår er der skrå asymptote?") Somme tider skulle elever regne opgaver på tavlen, hvor det var meningen, at læreren skulle tie og klassen hjælpe. Det forløb ikke ganske efter hensigten, men dog med større egenindsats fra eleverne end ellers.

Hjemmeopgaverne gennemgikkes fuldstændigt af læreren, som trak svar på spørgsmål ud af eleverne. ("Orgelspil".) Opgaverne løstes ved at implementere regler og formler, mens der ikke ræsonneredes. Dagsordenen for opgavernes løsning nævntes ikke. Læreren trak netop i den trådende, der løste opgavens knude op.

Eleverne virkede usikre på det stof, de tidligere var blevet præsenteret for. Ofte udløste lærerens spørgsmål svar, som nok kunne have været svar på andre matematiske problemer, men som i den givne sammenhæng var uden nøjere forbindelse med det stillede spørgsmål. Det virkede ikke som om eleverne i sådanne situationer søgte at ræsonnere sig frem til et svar, men i stedet prøvede at komme i tanke om en regel, der kunne anvendes. Et eksempel herpå leveredes, da en elev ved tavlen skulle udregne grænseværdien af $\frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ for x gående mod 0. Efter at have konstateret at både tæller og nævner gik imod 0, spurgte læreren klassen, hvad grænseværdien var. Første elevreaktion var, at der ingen grænseværdi var. Det afviste læreren, hvorpå eleven replicerede, at så måtte den være 0. Læreren erindrede nu eleverne om, at sin x/x går mod 1 for x gående mod 0, og udtrykket omformedes stærkt ledet af læreren til $\frac{\sin 2x}{2x} \frac{3x}{\sin 3x} \frac{2}{3}$. Ihukommende at sin 3x/3x går mod 1 foreslog en elev, at den omvendte brøks grænseværdi var -1.

Elevernes usikkerhed og manglende matematiske fundament bevirkede også, at de accepterede "matematiske fortalelser" i lærerens fremstilling uden undsigelse. F.eks. lød der ingen protester, da en lærer i forbindelse med asymptoter omtalte cirklen som en funktion til trods for, at netop cirklen tidligere i samme bog - og altså få uger forinden - var blevet brugt som eksempel på en graf, der ikke er graf for en funktion.

Bogens disposition fulgtes snævert, og der valgtes kun sjældent eksempler eller opgaver udenfor. Gennemgangen af stof og eksempler gav mellemregningerne i større detalje end bogen og repeterede gammelt stof. ("Kan man gange f ind i f(x + Δx)?")

Interaktionen mellem lærer og elever var præget af en kammeratlig, til tider frisproget omgangstone, men læreren var alligevel den, der både fagligt og iøvrigt satte grænserne og afgjorde hvornår og hvordan tingene skulle foregå.

Den ene lærer forelæste en del for eleverne uden at søge disse indraget eller udnytte mulighederne for deres medvirken. Han stillede ofte retoriske spørgsmål, som han selv besvarede, uden at lade eleverne forsøge. Den anden lærer havde et jovialt og frisproget forhold til eleverne, som indimellem var ved at kamme over og blive til verbal magtkamp. Han havde tendens til at mystificere stoffet yderligere, men lod samtidigt elevernes reaktioner indvirke meget på undervisningsforløbet og var ofte god til at koncentrere sig om at høre elevernes spørgsmål. I den tredje lærers forhold til eleverne havde det kammeratlige en drejning mod det faderlige. Han havde en meget reel kontakt med eleverne og et fast greb om klassen. Efter gennemgangen af nyt stof gav han et sesumé heraf. Han lagde vægt på at reducere det faglige indhold til intuitive selvfølgeligheder og havde da også stor sans for mnemotekniske udtryk.

Sammenfattende ligger vægten i undervisningen i dominerende grad på indlæring af regler og refleksbetonet adfærd over for opgaver. Den giver metoder og håndregler til løsning af opgaver inden for et begrænset og veltilrettelagt univers ("typeopgaver"). Størstedelen af tiden i timerne bruges til eksempelgennemgang eller opgaveløsning. Undervisningen lægger ikke op til og fordrer ikke matematisk ræsonneren eller overblik over de matematiske teorielementer. Begrundelser gives ikke, men læreren påstår, at det skal bruges senere.

Apendix 1.a

I. LÆRERGENNEMGANG AF STOFFET

Hvor lægges hovedvægten i modstillingerne:

1.a. Intuitivt/heuristisk >< formalistisk/teknisk

.b. Eksemplarisk >< generel indføring, bevægelse mellem disse

induktiv → ‹ › eller »

← deduktiv

2.a. I hvilket omfang nævnes gyldighedsområdet for regler

3.a. I hvor høj og hvordan inddrager læreren elevbidrag i stofgennemgangen (kvalitativt).

.b. Lærerens repetition

Hvormed begrunder læreren indførelsen af det nye stof:

4.a. Eksterne forhold til matematik

.b. Interne begrundelser

.c. Ingen begrundelse

5. Hvad er bestemmende for, at læreren slutter gennemgangen af nyt stof:

.a. Hans egen plan

.b. Reaktioner fra eleverne

6.a. Matematisk præcisionsniveau (= klargøring af begrebernes status)

7.a. Forhold til bogen

8.a. Lærerens forhold til disciplin

9.a. Munder gennemgangen af nyt stof ud i formulering af større sætninger, regler, formler og lignende

II. OVERHØRING AF ELEVERNE

Gennemgang af teorien i gammelst stof:

1.a. Begrebsindføring

.b. Bevisgennemgang

.c. Opgaveregning - forberedt/uforberedt

Hvad lægges der vægt på fra lærerens side i fremstillingen:

2.a. Korrekt metode

2.b. Korrekte ræsonnementer

2.c. Korrekte resultater

2.d. Korrekt sprogbrug

III. LÆRERGENNEMGANG AF OPGAVER

Hvad lægger han vægt på i fremstillingen:

1.a. Korrekt metode

.b. Korrekte ræsonnementer

.c. Korrekte resultater

.d. Korrekt sprogbrug

Hvad gør læreren ud af at placere opgaverne i gammelt univers:

2.a. Eksternt

.b. Internt

3.a. Hvordan er lærer-elev interaktionen

IV. HJEMMEOPGAVER

1.a. Gives de bare tilbage

2.a. Gennemgås de af læreren: totalt

.b. Gennemgås de af læreren: koncentreret om hovedpunkter eller fejl

Gennemgås de af én eller flere elever:

3.a. Fordi de har gjort det godt

.b. Fordi de har gjort det dårligt

V. GRUPPEARBEJDE OG ANDET

Hvad bruges gruppearbejdet til:

1.a. Opgaveregning (regning om kap eller ej)

.b. Teori

2.a. Individuel opgaveregning

LAV EN TIDSINDDELING AF DE FORSKELLIGE KATEGORIER!

APPENDIX 2.1

SAMMENDRAG AF INTERVIEWS MED DE TRE KLASSER.

KLASSE X:

1. Lignede den matematikundervisning I har haft før, den I får nu? Hvis ikke, så prøv at beskrive forskellene.

Undervisningsformer er stort set den samme som i folkeskolen. Der på AK føler de, at pensum er mere presset sammen og at tempoet er hurtigere. En elev, som har gået på studenterkursus, synes, man sparer en masse tid, idet man ikke skal kunne bevise sætninger o.lign.. Der er således mere tid til opgaverne.
Folkeskolelærerne var bedre til at undervise, de havde mere pædagogisk indsigt.

2. Har undervisningen foregået på samme måde under observationerne som normalt?

Undervisningen har været som den plejer. Dog har læreren ikke taget helt så mange elever op til tavlen, som han plejer, og han har passet mere på ikke at sige fejl. I de to første observationstimer var tempoet meget stort i forhold til sædvanligt.

3. Hvordan er stemningen (lærer/elever, elever/elever) i matematikundervisningen, bl.a. i forhold til i andre fag?

Generelt er forholdet mellem lærere og elever godt. Man blander sig ikke i hinandens forhold.
Eleverne vil gerne samarbejde, f.eks. om hjemmeopgaverne, men det er svært at finde tid til det. De bliver behandlet som voksne mennesker. Der er ingen mødepligt og de må drikke øl, både udenfor og i timerne - i modsætning til i gymnasiet.
Læreren er villig til at forklare stoffet efter timerne og besvare spørgsmål telefonisk.

4. Savner I begrundelser for undervisningens emner?

Der gives meget sjældent begrundelser for matematikundervisningens emner. Det eneste eksempel er for differentialregning, hvor fysiklæreren viste dets anvendelse i fysikundervisningen.

5. Hvad synes I om matematikbøgerne?

Bogen er god. Men det er svært, at læse i den hvis man ikke har været til gennemgangen af stoffet. De gennemregnede eksempler er for lette i forhold til opgaverne.
Eleven, som har gået på studenterkursus, mener ikke, at der er så meget overflødig tekst som i gymnasiebøgerne.
Nogle elever synes bøgerne er for abstrakte og koncentrerede, når man kommer fra det praktiske liv og har været væk fra skolen i nogle år.
En elev siger, at det er nødvendigt, at benytte andre bøger for at forstå AK-bøgerne. Desuden er bøgerne for dyre.

6. Hvad mener I om tempoet i undervisningen?

Tempoet er for højt. De fleste er villige til at bruge et halvt år mere på adgangskursus. Dét er pensum, der bestemmer farten.
Nogle elever mener, at det specielt er matematikundervisningen, der er problemer med tidsmæssigt.
På spørgsmålet om de ville foretrække mere tid eller mindre pensum, svarer de, at pensum nok ikke kan skæres ned, så det må være mere tid, der skal til.

7. Lærer I stoffet for grundigt/ikke grundigt nok?

De lærer ikke stoffet grundigt nok. Det er umuligt, at opnå rutine. Hver gang de netop forstår, hvad et emne drejer sig om og skal til at øve sig, går de videre.
Det kræver meget repetition for at klare eksamen.

8. Spørger I om ting I ikke forstår, og får I tilfredsstillende svar?

Mange af eleverne holder sig tilbage med at spørge fordi, læreren ofte svarer på noget helt andet end det, der er blevet spurgt om eller gentager forklaringen fra før.
Læreren er svær at stoppe.
Eleverne spørger ikke altid om det, de ikke forstår, nogle er bange for at bruge for meget af tiden, og "dumme sig".
Andre elever forventer,at forståelsen kommer ved at regne opgaver.
De føler ikke altid, at læreren forstår deres spørgsmål. De mener, at det er fordi, han selv synes, det er så logisk - alligevel synes de fleste elever, at der gives et svar.

9. Har matematikundervisningen umiddelbar interesse for jer?

De fleste elever synes at have interesse for matematik, fordi de ved, den skal bruges i fysik og i det senere studium.
Generelt synes eleverne, at matematik har umiddelbar interesse, dog mener enkelte det modsatte, men føler det er nødvendigt med interesse.
Der var store forskelle på, hvilke emneområder eleverne syntes var interessante.

10. Skal det, der undervises i have umiddelbar interesse for eleverne?

Nogle udtrykker, at matematikundervisningen skal have umiddelbar interesse - ellers vil der ligesom i dansk ikke komme nogen til timerne.
Det er dog ikke helt så påkrævet, at matematikstoffet skal have det, da man ved, at det skal bruges senere i studiet.
Nogle synes, det var et underligt spørgsmål, og at man da ikke kan forlange, at matematikundervisningen skal have umiddelbar interesse.

11. Kan I bruge matematik til noget i de andre fag på AK?

Eleverne mener, det kan bruges i fysik. Det de bruger i kemi er kun købmandsregning.

12. Er der punkter, hvor I gerne vil have matematikundervisningen ændret? Hvilke?

De fleste kan ikke forestille sig, at undervisningen kan ændres - de mener, at det pensum, der står i bøgerne, må være det, de skal bruge. Nogle mener, at det ville hjælpe på forståelsen og sikkerheden i at regne opgaver, hvis de fik forlænget adgangskursus med et halvt år. Nogle kunne godt tænke sig, at lærerne var lidt mere skolelærere end teoretikere - de nævner, at det er irriterende, at læreren selv besvarer de spørgsmål, han stiller, bare fordi han selv har været med til at skrive bogen og kender det hele.
Nogle foreslog skematekniske ændringer af hensyn til erhvervsarbejde. Enkelte ønskede en bog, der var lettere at forstå; men de mente, at der nok kom bogskifte, når der kom nye lærere.

13. Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag?

Matematik kan ikke foregå udelukkende som en del af andre fag. Hvis man slår matematik og fysik sammen, vil man ikke nå halvdelen i nogen af fagene. Fysik kan ikke rumme al matematik.

14. Bruger I matematik udenfor AK?

Generelt bruger de ikke matematik til noget udenfor AK.
Nogle elever tænker efterhånden på en anden måde - mere logisk.
En enkelt elev regner altid den potentielle energi ud, når han cykler i modvind - det har han altid gjort, lige fra han var lille bitte.
En anden elev har engang brugt det til beregning af, hvor mange liter vand, der manglede i et akvarium.

15. Kender I nogle eksempler på, at matematik anvendes i samfundet? Hvor?

En del elever kan overhovedet ikke komme med nogle eksempler på, hvor man anvender matematik i samfundet.
En gruppe af elever siger, at man bruger matematik alle steder, f.eks. i byggeri.
Integralregning bruger man i international handel, økonomi, produktion og bogføring.
En anden gruppe kom med følgende forslag: Konstruktion af en beholder, konstruktioner, statistik, forskning og prognoser. En kom med bemærkningen:" Man bruger det meget mere, end man går og tror. Hver eneste gang man går og foretager sig et eller andet, så ligger der noget matematik bag." Hvilket fik en anden til at sige:"Det ku' jeg sgu godt tænke mig at få noget oplysning om."

16. Tror I, at matematikken har større eller mindre betydning i dag end for 100 år siden?

De fleste svarer, at matematikken har større betydning i dag end for 100 år siden. En gruppe begrunder det med, at flere beskæftiger sig med det.En anden gruppe siger, at fysik, kemi, planlægning og prognoser får større og større betydning og videreudvikles mere og mere, og i dette arbejde er der brug for mere og mere matematik.
Nogle kan slet ikke besvare spørgsmålet.

17. Er matematik noget man opdager eller noget man opfinder?

I en gruppe kan de slet ikke besvare spørgsmålet.
I en anden gruppe var der uenighed om, hvorvidt matematik er blevet opdaget eller opfundet. En sagde, at matematik opstår p.g.a. behov. Det hører med til den menneskelige psyke at ville gøre tingene hurtigere og smartere.
Nogle sagde, at man opfinder nogle modeller eller regler, der gælder for de opdagelser, man gør.

18. Hvordan forestiller I jer, at den matematik, der står i jeres lærebøger, er kommet til veje og hvornår tror I, den er blevet skabt?

Det er kommet stille og roligt, der er nogen, der har lagt byggesten på op igennem tiden. Flere navne blev nævnt: Aristoteles, Galilei, Leonardo Da Vinci.
I en gruppe gættede de på, at det ældste matematik i deres lærebøger stammer fra grækerne, og at det yngste må være vektorer (2oo år, 5o år). Differentialregningen, mener de, er fra Newtons tid (18oo-tallet).

19. Hvad tror I professionelle matematikere (på univerciteter o.lign.) foretager sig nu om dage?

De fleste kan ikke forestille sig, hvad professionelle matematikere laver. De kommer med følgende gæt: undervisning, en slags forskning, f.eks. højere videnskab indenfor astronomi, ser om matematiske formler gælder indenfor andre videnskaber, f.eks. kvantemekanik (trekant i rummet), laver regneregler, udregner decimaler på pi, beskæftiger sig med noget abstrakt, efterprøver de dele af det nye, som fysikerne udvikler og de roder i gamle ting, hvorved de ofte finder det nye.
De fleste kan ikke forestille sig, at der laves ny matematik.
Enkelte elever blev overbevist om, at matematikere også opbygger helt nye områder indenfor matematikken.
"Man kan få os til at tro på hvad som helst, efter vi har gået her."

20. Hvis I skulle forklare en helt udenforstående, hvad matematik drejer sig om, hvad ville I så sige?

"Det er en måde, hvorpå man kan forklare alt, hvad man oplever."
"Jeg ville bruge et eksempel, f.eks. for en ligning."
"Det er et redskab, værktøj til at løse problemer, til at generalisere regnemetoder med."
"Det er noget, der bruges til løsning af fysiske problemstillinger."
"Det er læren om brugen af tal."
"Udvidet regning."
"Jeg ville forklare v.h.a. lette eksempler."

21. Hvad er et matematisk bevis, og hvorfor beviser man matematiske sætninger?

Man beviser matematiske sætninger, for at være sikker på, at de altid gælder, og for ikke at skulle starte forfra altid.
Man tager de simple bestanddele og så sætter man disse sammen og ser om sætningen passer med sammensætningen.
Nogle elever mener, at man beviser for at begrunde formler, svarende til, at man i fysik efterprøver en påstand ved forsøg.

22. I hvor høj grad giver lektierne mulighed for et liv udenfor AK?

Eleverne føler, at de må tage sig tid til andet end lektier. Lektierne bliver sorteret. Matematiklektier laves, fordi det er sværere at få en god karakter her end i sprogfagene.
Det er umuligt, at nå at lave lektier til alle fag, selv om man ville.
En del af eleverne har efterhånden fået et afslappet forhold til AK.
Hvis det skulle komme til et valg mellem AK og privatliv, så ville de vælge privatlivet. De mente, at dette valg nok allerede var gjort af nogle af dem, der var holdt op.

23. Hvorfor har I valgt at gå på AK - og senere på Teknikum?

De fleste vil være ingeniører, fordi de anser det for et udfordrende og interessant arbejde. Den korte uddannelsestid nævnes også som begrundelse. Ingen begrunder det økonomisk.
En enkelt har søgt ind, fordi vedkommende ikke kunne få en læreplads.
En var træt af at være forkølet hver vinter og have dårlig ryg.
En tredie gider ikke ligge og rode på et gulv resten af sit liv.
Det er meget rart at lære noget, tjene penge. Det er vigtigt at have et job man kan lide.
For en elevs vedkommende er det en omskoling.
Man bliver ikke uddannet til arbejdsløshed.
Man må opad i systemet og forsøge at få indflydelse på udviklingen inden den løber løbsk.
Det er den hurtigste uddannelse, hvis man i forvejen har en håndværkeruddannelse.
To af eleverne har siden folkeskolen vidst, at de ville være ingeniører, men de var ikke modne nok til at fortsætte dengang og valgte i stedet for at gå i gymnasiet/HF og senere på teknikum - at tage nogle års praktisk arbejde og derefter gå på AK.

APPENDIX 2.2

SAMMENDRAG AF INTERVIEWS MED DE TRE KLASSER.

KLASSE Y:

1. Lignede den matematikundervisning I har haft før, den I får nu? Hvis ikke, så prøv at beskrive forskellene.

Nogle mener ikke, at der er stor forskel på at blive undervist i folkeskolen og på AK. Af forskelle nævnes: "Det går hurtigere - så forstår vi ikke altid, hvad der foregår (det gjorde vi i folkeskolen), men det kommer vi nok til senere."
"Undervisningen er mere koncentreret på AK. Her er der ikke tid til at sætte sig ned og tænke over tingene."
"Man må acceptere stoffet, som det er, der er ikke tid til at få det gennemgået en gang til."
"Irealen var undervisningen knap så teoretisk som her, der havde vi mere opgaveregning - det mangler der her, hvor vi selv skal regne de fleste opgaver hjemme."
"Undervisningen i matematik på AK er tilrettelagt som et selvstudium - det er hårdt."
"Hvis der er noget eleverne ikke kan finde ud af med hensyn til tidligere gennemgået stof, henvises der blot til den pågældende bog, som behandler emnet."

2. Har undervisningen foregået på samme måde under observationerne som normalt?

Undervisningen har været næsten, som den plejer at være, mens vi har observeret. Af forskelle nævner de:
- læreren er ikke kommet med vrede udbrud, som han plejer.
- undervisningen var mere intensiv.
- læreren havde mere check på det.
- der var mere hold i hans gennemgang.
- der blev brugt mere tid på sidebemærkninger, både fra lærerens og elevernes side.
- undervisningen var bedre.
- læreren havde mere tålmodighed.

3. Hvordan er stemningen (lærer/elever, elever/elever) i matematikundervisningen, bl.a. i forhold til i andre fag?

Eleverne betegner generelt forholdet til læreren som afslappet - nogle synes, han er lige lovlig kammeratlig.
De føler ikke afstanden mellem lærer/elever er lige så stor som i folkeskolen, men føler alligevel, at læreren ind imellem markerer, hvor hans grænser ligger.
Lærerens udtalelser om/vurderinger af den enkelte elev kan virke hårde, og det kræver meget selvtillid at modstå denne kritik.
De konkurrerer ikke indbyrdes, nogle samarbejder om opgaverne, men det synes de fleste ikke, de har tid til.

4. Savner I begrundelser for undervisningens emner?

De synes ikke, de får begrundelser for undervisningen, og de har svært ved at se, hvad det skal bruges til, men forventer, at det kommer senere i studiet.
De mener, det må være svært at give begrundelser. Mange har på fornemmelsen, at det er matematik for matematikkens egen skyld.
Nogle siger, at de har fået som begrundelse, at de jo skal til eksamen i det.
I en gruppe nævnes det, at læreren p.g.a. mange års undervisning i det samme stof på den samme arbejdsplads har svært ved at se en sammenhæng i noget - det er blevet et levebrød for ham.

5. Hvad synes I om matematikbøgerne?

Næsten alle synes, at bøgerne er gode, men for dyre. Det begrundes med, at de ikke er så teoretiske som andre, at der er mange eksempler, som gør dem velegnede til selvstudium.
Af indvendinger mod bøgerne nævnes, at de gennemregnede eksempler er for lette eller af en anden type end opgaverne, og at de er svære at læse i selv, hvis man har været væk.

6. Hvad mener I om tempoet i undervisningen?

Alle synes, at tempoet er for højt, men det var de fleste forberedt på, og de har efterhånden vænnet sig til, at man ikke kan nå at lære det hele, hvilket giver dårlig samvittighed - "det skal man lære at leve med."
I en gruppe udtrykker de, at det ikke vil være en god ide med mere tid, sålænge de økonomiske vilkår ikke er bedre.
"Så kunne man ligeságodt gå på HF."

7. Lærer I stoffet for grundigt/ikke grundigt nok?

De fleste synes ikke, de lærer stoffet grundigt nok: de mangler overblik, de lærer ikke beviser (hvilket alle heller ikke synes er af det gode), de lærer kun formler, som der skal sættes tal ind i, uden at de altid ved hvorfor.
De fleste giver udtryk for, at det nok ikke kan blive meget bedre af tidsmæssige årsager.

8. Spørger I om ting I ikke forstår, og får I tilfredsstillende svar?

Nogle (altid de samme) spørger, når der er noget, de ikke forstår, men synes de fleste gange at svaret bare er en gentagelse af det, læreren allerede har sagt. "Men det er nok svært, når man er så dygtig som læreren at sætte sig ned på elevernes plan."
"Læreren kræver, at vi præciserer spørgsmålene, og det kan være svært."
Nogle lader være med at spørge:
- de føler, at de bruger tiden.
- det er ubehageligt, for man kan blive gjort til grin, hvis man spørger om noget elementært."

9. Har matematikundervisningen umiddelbar interesse for jer?

I en gruppe synes alle, at matematik er interessant i sig selv, men undervisningen på AK gør ikke faget mere interessant.
"Det er dejligt, når der er noget man kan finde ud af, men det er sjældent."
Enkelte siger, at det ikke er interessant, fordi der ikke gives begrundelser for, hvad der undervises i.
Nogen synes, at nogle afsnit er spændende, og at andre ikke er det - de mener, det afhænger af, hvad for en praktisk uddannelse man har haft før.

10. Skal det, der undervises i have umiddelbar interesse for eleverne?

De fleste mener, at det der undervises i skal have umiddelbar interesse, så læres det lettere.
I en gruppe mener de ikke, det kan lade sig gøre.

11. Kan I bruge matematik til noget i de andre fag på AK?

De siger alle sammen, at det bruges i fysik. Nogle har på fornemmelsen, at det også kan bruges i andre fag, men at de bare ikke kan nok matematik endnu til at gøre det.

12. Er der punkter, hvor I gerne vil have matematikundervisningen ændret? Hvilke?

I en gruppe kan de ikke forestille sig ændringer, for de ved ikke selv, hvad de får brug for.
Forslag til ændringer:
- noget mere tid.
- mere opgaveregning.
"AK kunne integreres i teknikum-studiet med semesterprøver i stedet for den lede eksamen til sommer."
"Det vil være bedre med mere gruppearbejde i stedet for denne slaveundervisning."
"Materialet er for dårligt, og læreren bør holde sig til de betegnelser, der bruges i bøgerne, især når han selv har været med til at skrive dem."

13. Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag?

Generelt mener de ikke, det kan lade sig gøre.
"Så skulle man bare have ekstra matematik ved siden af."
"Det ville blive for kedeligt, for så skulle man hænge i de samme emner i længere tid."
"Der skal jo noget grundviden til."
Nogle kan godt forestille sig, at nogle områder som f.eks. differential- og integralregning og vektorer kunne stoppes ind i fysik.
En mente, at undervisningen så kunne blive mere målrettet mod teknikum, og at undervisningen ville blive mere sammenhængende.

En mente, at man så skulle gennemføre liniedelingen allerede på AK, så man kunne inddrage specialviden med det samme.

14. Bruger I matematik udenfor AK?

De fleste bruger ikke matematik udenfor AK.
En siger:"Vi har mareridt om det om natten."
Af eksempler på anvendelser nævnes:
"Jeg bruger geometri ved pladearbejde."
"Jeg bruger det til den ugentlige tipskupon."
"Det bruges til kryds-og-bolle med regnemaskinen."
Flere bruger det i elektronik.

15. Kender I nogle eksempler på, at matematik anvendes i samfundet? Hvor?

Af anvendelser nævnes: Til beregnings- og konstruktionsopgaver, i fysik, i handelsverdenen, i forskning og i industrien.
"Dem, der står og handler med brød i en bagerbutik, bruger også matematik."

16. Tror I, at matematikken har større eller mindre betydning i dag end for 100 år siden?

De fleste mener, at matematikken har større betydning i dag end for 100 år siden: Man bruger den mere f.eks. i elektronik og teknik, og flere har indblik i matematik i dag.
"I krisetider er vi nødt til at forske i at spare."
"Hvis man ikke vil rende rundt og spille tosset resten af sit liv, skal man jo igennem noget matematikundervisning."

17. Er matematik noget man opdager eller noget man opfinder?

Den mest udbredte opfattelse er, at matematik opdages, og at den altid har været der. Man har så opdaget reglerne, når behovet opstod. En opfindelse kan man lave om på, det kan man ikke på matematik.
Enkelte mener, at matematik er noget, man har været nødt til at opfinde udfra nogle opståede praktiske problemer.
En udtrykker, at matematik findes i naturen.

18. Hvordan forestiller I jer, at den matematik, der står i jeres lærebøger, er kommet til veje, og hvornår tror I, den er blevet skabt?

De fleste ved ikke, hvordan og hvornår matematik er kommet til veje.
"Det kan vi ikke svare på, for vi har ikke historie."
I en gruppe mener nogle, at den yngste matematik i deres lærebøger er fra Newtons tid (16-17oo-tallet), nemlig differentialregning.
En mener, at vektorer er det yngste, men han ved ikke, hvornår det er fra.

19. Hvad tror I professionelle matematikere (på universiteter o.lign.) foretager sig nu om dage?

Der kom følgende forslag:
"De laver nye formler."
"De prøver at forstå Einsteins teorier."
"De forsker i hvert fald ikke."
"Måske forsker de i, om der er nogen grundstoffer, der reagerer på en mærkelig måde."
"De forsker indenfor data."
"De arbejder og forsker på bestillingsopgaver fra erhvervslivet eller andre steder fra."
"De forsker i energikilder."
Ingen kan forestille sig, at der udvikles ny matematik.

20. Hvis I skulle forklare en helt udenforstående, hvad matematik drejer sig om, hvad ville I så sige?

"Det er et værktøj, der kan bruges til at løse praktiske problemer med."
"Det er en form for problemstilling/problemløsning."
"I stedet for æbler og appelsiner regner man med x og y."
"Matematik er sort magi, noget aldeles uforståeligt."
"Matematik må være mere almengyldige regler for tal."

21. Hvad er et matematisk bevis, og hvorfor beviser man matematiske sætninger?

"Matematik kan bruges til at bevise en sammenhæng."
"Matematik er naturlove."
"Beviser er slutninger og konklusioner på problemer."
"Man beviser for at dokumentere påstande i stedet for at lave forsøg som i fysik."
"Man beviser for at opsummere fakta og for at elliminere eventuelle fejl."
"Et matematisk bevis kan ikke bortforklares."
"Et matematisk bevis virker hver gang."
"Det er noget der altid gælder."
"Det bliver ikke forlangt, at vi kan bevise."

22. I hvor høj grad giver lektierne mulighed for et liv udenfor AK?

For ikke at blive ensporet bliver man nødt til at tage sig tid til andet end lektier, som så bliver sorteret. Det kan give dårlig samvittighed - men det vænner man sig til.
"På rus-kursus fik vi at vide, at hvis vi bare kom til sprogfagene, så kunne vi godt klare dem uden hjemmearbejde."
"Man kan ikke have børn hvis man går på AK. Hvis man bor sammen med en, kræver det meget stor forståelse for den store arbejdsbyrde, der følger med."

23. Hvorfor har I valgt at gå på AK - og senere på Teknikum?

Følgende begrundelser for at gå på AK nævnes:

- kort studietid.
- større sikkerhed derefter m.h.t. pengeindtjening og arbejde.
- interesse for elektronik.
- ledelse og ansvar.
- udfordrende arbejde.
- interessant job.
- som elektriker er man reduceret til en kabeltrækker.
- p.g.a. et overtegnet gymnasium.
- en maskinmester havde valgt det fordi det lugtede lidt af saltvand og maskiner (omskoling p.g.a. ulykke).
- en mekaniker havde valgt det, fordi han synes han havde for lidt udfordring i sit tidligere job.
- for skoletræt til at læse til noget rigtig stort.
- for at blive til noget.
- for at få et mere spændende og selvstændigt job.
- for at slippe for ubehagelighederne (farlige stoffer og fysisk slid).
- for at få mere baggrundsviden om det fag, som en har været beskæftiget med tidligere.
- for at prøve noget nyt og lære noget mere.
- man kan også bruge adgangskurset til at komme ind på andre studier f.eks.: DIA, sygeplejeskolen og iøvrigt steder, hvor adgangskravene er HF eller studentereksamen.

En regner med at gå ud til sommer, da han gerne vil have et svendebrev og så starte igen.

APPENDIX 2.3

SAMMENDRAG AF INTERVIEWS MED DE TRE KLASSER.

KLASSE Z.

1. Lignede dem matematikundervisning I har haft før, den I får nu?
   Hvis ikke, så prøv at beskrive forskellene?

   Undervisningsformen opleves ikke forskellig fra den form, eleverne tidligere har været udsat for. Men undervisningen er mere koncentreret, der er et tidspres, og det er ikke muligt at opnå rutine.
   Som tidligere foregår undervisningen fra katederet, men nogle elever synes, at læreren er dygtigere, og det er frivilligt om de vil have gruppearbejde.
   I folkeskolen er det mere eller mindre af tvang, det man skal lave.
   Det er trods alt frivilligt, at man er gået herind. Man er mere motiveret for at "give den en skalle", herinde på AK.
   En enkelt elev synes undervisningen på AK er dårligere og mindre seriøs i forhold til den, han tidligere har været udsat for.
   Nogle elever synes undervisningen er meget eksamensrettet, for meget.

2. Har undervisningen foregået på samme måde under observationerne som normalt?

   Undervisningen har foregået på samme måde under observationerne, som til daglig. Måske har der været mere tavlegennemgang og mindre gruppearbejde end ellers, men det hænger sammen med, at stoffet har været nyt.

3. Hvordan er stemningen (lærer/elever, elever/elever) i matematikundervisningen, bl.a. i forhold til i andre fag?

   Eleverne oplever, at de har et kammeratligt forhold til læreren. Der er en fri omgangstone lærer og elever imellem. Læreren er faderlig og mere omsorgsfuld overfor eleverne, end deres andre lærere er. Han bliver ofte og snakker med eleverne i frikvatrererne.
   Eleverne føler ingen indbyrdes konkurrence.
   Den personlige kontakt er begrænset i løbet af en lektiefyldt dag.
   De snakkede først sammen efter juleferien.

4. Savner I begrundelser for undervisningens emner?

   Generelt mener de ikke, at der gives begrundelser for nye emner, men de tror heller ikke, det kan lade sig gøre.
   Efterhånden opdager man, hvad det kan bruges til. De sætter deres lid til, at stoffet skal bruges senere.
   Enkelte gange er der dog ting, som kan bruges direkte i fysik, som bliver begrundet i forhold til fysik.
   "Differentialregning kan måske bruges på kurver, men hvad har kurver med virkeligheden at gøre."
   De argumenter og beviser der gives for, at matematik kan bruges til noget, kan eleverne ikke rigtigt bruge. En elev tænker på matematikundervisningen som en værktøjskasse. "Sådan holder man på en differentialkvotient." Derfor er beviser også ligegyldige.

5. Hvad synes I om matematikbøgerne?

De fleste elever er nogenlunde tilfredse med bøgerne. En enkelt elev fremhæver bøgernes systematiske opbygning.
Der er stor enighed om, at bogens eksempler er for lette i forhold til opgaverne. Og eksemplerne forklarer ikke de enkelte trin udførligt nok.
Nogle elever synes, at rækkefølgen af visse kapitler skulle ændres af hensyn til fysikundervisningen.
Det er et problem, når undervisning og bog ikke gør tingene helt på samme måde.
Når eleverne læser bøgerne selv, kan de ikke forstå stoffet.

6. Hvad mener I om tempoet i undervisningen?

Tempoet er for højt, og det er ikke muligt at opnå rutine.
Pensum er for stort, men kan nok ikke reduceres. Derfor foreslår de fleste elever, at studietiden udvides til halvandet år. Den ekstra tid ville måske komme igen ved, at man ikke mistede et modul i det senere studium.
Eleverne oplever, at der er alt for meget arbejde. 35 timer pr. uge, forsøg i 2 ud af 3 uger og mindst 10 timers hjemmearbejde. De ville gerne oparbejde en smule rutine i stoffet. De synes, at 7 fag er for meget. Eleverne må koncentrere sig om matematik, fysik og kemi og nedprioritere sprog og idéhistorie, hvilket de antyder egentlig er utilfredsstillende.
"Læreren sammenlignede os for nyligt med en anden klasse for at få os til at lave noget mere. Det var der vist ingen, som tog alvorligt. Der er en naturlig grænse for, hvad vi kan lave."

7. Lærer I stoffet for grundigt/ikke grundigt nok?

Næsten alle elever er enige i, at de ikke lærer stoffet grundigt nok. De mangler rutine.
Men dette forhold kan ikke ændres p.g.a. tidspres og omfang af pensum.
En elev mener, det ville være godt, hvis man havde HF-eksamen forinden.
Aspirantklasserne burde genindføres. Efter 5-6 år i erhvervslivet går de første 2-3 måneder med at vænne sig til at gå i skole igen. Og i denne periode kan man ikke rigtigt tage noget andet ind. Det er katastrofalt, at eksamen er uden bøger og notater. Denne situation ligner ikke hverdagen.

8. Spørger I om ting I ikke forstår, og får I tilfredsstillende svar?

Eleverne holder spørgsmål tilbage af flere grunde. Dels er det svært at finde ud af, hvad man ikke forstår. Dels har de fået at vide, at beviser skal de ikke bruge, så spørgsmål hertil stilles ikke. Endelig gør tempoet, at de tænker over, hvor væsentlige deres spørgsmål er. Stilles der brede spørgsmål, bliver de enten henvist til konsulenttimer eller får at vide 'at toget er kørt', eller de får en lyngennemgang, som er svær at følge med i.

Ofte får de først problemerne, når de kommer hjem. I timerne går lærerens gennemgang så glat, han gør de rigtige kneb, har så stor rutine, så eleverne først opdager problemerne bagefter.
Nogle elever synes gennemgangen af hjemmeopgaver fungere godt og en mindre gruppe synes, at læreren er god til at forklare tingene på flere forskellige måder.

9. Har matematikundervisningen umiddelbar interesse for jer?

Nogle elever synes, matematik i sig selv er kedeligt, men så snart man har set, hvordan det kan bruges, f.eks. i fysik, bliver det mere spændende. En elev mener, at det skal man synes, fordi det er det man skal bruge. Kalder det selvtvang.
En anden vil også karakterisere det sådan, når han har siddet 2-3 timer med en opgave uden at kunne komme igennem, men synes ellers det er skægt og kan se, at det kan bruges til en masse.
En tredie synes, at matematik- og fysiktimerne er gode, fordi man følger med og lever sig ind i det, i modsætning til tysk og engelsk, hvor man er passiv bortset fra de 4 linier, man læser op og oversætter.
En enkelt elev mener, at matematik er spændende i sig selv, og han nyder at løse en problem efter lang tids 'baksen rundt med det'.

10. Skal det, der undervises i have umiddelbar interesse for eleverne?

De fleste elever mener, at det der undervises i skal have umiddelbar interesse. Så lærer man meget mere og det er ikke en hæslig pligt, som bare skal overstås.
I nogle fag er det bare noget, som skal overstås, men disse fag udebliver man også fra.
"Vores interesse er måske nok lidt kunstig. Vi ved vi vil få brug for det senere." De regner med, at matematik bliver vigtigt for dem engang.

11. Kan I bruge matematik til noget i de andre fag på AK?

Matematik kan bruges i fysik og en lille smule i kemi.
Men visse emner kommer før i fysik end i matematik.

12. Er der punkter, hvor I gerne vil have matematikundervisningen ændret? Hvilke?

Der er enighed om, at der er brug for mere tid.
Det vil være godt, hvis man tog et problem op fra fysik i matematikundervisningen. Men lærerne har selvfølgelig deres specialer.
8 timer på AK er en lang dag. Lektierne tager lang tid på denne baggrund og bliver ofte lavet i sidste øjeblik.
Men værktøjet skal bare læres, det kan ikke være anderledes.
Nogle få elever foreslår en ombytning af visse emner i matematik, så de passer bedre sammen med fysikundervisningen.

13. Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag?

De kan dårligt forestille sig matematikundervisningen som en del af fysikundervisningen, men nok ønske sig en bedre koordination disse to fag imellem. Man kan nok bruge en formel man ikke har baggrund for, men man forstår ikke et muk. De kunne godt tænke sig AK opdelt efter retninger.

"Hvad skal en elektriker med momenter, og hvad skal en maskiningeniør med alt det 'elektrik'. Man kommer på AK,fordi man har en bestemt interesse, men intet på AK har at gøre hermed. Måske kunne man have lidt af de senere fag allerede på AK istedet for f.eks. idehistorie."

3 af 4 elever mener ikke, at matematikundervisningen kunne foregå udelukkende som en del af andre fag. En elev mener det modsatte. Matematikundervisningen kunne godt foregå v.h.a. fysik.

En elev siger:"Det tror jeg godt man kunne."

En anden siger:"Jeg kan egentlig ikke se ideen med spørgsmålet."

Alt matematik kan ikke fanges ind, men måske kunne fysik/matematik godt integreres mere, end det er nu.

Nu skal man egentlig sætte sig ned og tænke sig om for at kunne kombinere matematik med fysik. Dette ville man miste, hvis det blev integreret. Det er farligt.

14. Bruger I matematik udenfor AK?

En elev bruger matematik indenfor elektronikken, og tænker i det hele taget mere logisk. En anden elev tænker analytisk, og det er noget, han har lært gennem matematik.

"Der er ting, som man har fået gennemgået herinde, som man spekulerer mere over, når man går nede på fortovet. Man har fået et bredere grundlag for at vurdere dagligdags ting."

Bortset fra en enkelt elev med elektronik som hobby, har den ene af interview-grupperne ikke brugt matematik udenfor AK. De har heller ikke tid.

15. Kender I nogle eksempler på, at matematik anvendes i samfundet? Hvor?

Matematik anvendes af ingeniører, indenfor statistik og alle steder, hvor der er teknologi involveret.

"Matematik anvendes indenfor salg, vurdering af fejlproduktion. Bare vi åbner en avis, så er den jo fyldt med grafer, som skal gøre det klarere; men de kan jo også tilsløre. Elektronikken - der er en graf for hver enkelt komponent."

Enkelte elever har ingen bud på, hvor matematik anvendes i samfundet.

16. Tror I, at matematikken har større eller mindre betydning i dag end for 100 år siden?

De mener nok, at matematik har større betydning i dag, men mange beregninger udføres maskinelt, og en større del af befolkningen beskæftiger sig med det; men for de, der brugte det dengang, var det også af stor betydning. Dengang var det en sport, nu får vi det trykket ned over hovedet, f.eks. her på AK.
Matematik har lidt større betydning i dag. Man bruger matematik til hurtigere og smartere at finde løsninger til problemer. Med den fart alting kører idag så må den have større betydning i dag.
"Matematik må have større betydning i dag, for der er flere, som beskæftiger sig med det."

17. Er matematik noget man opdager eller noget man opfinder?

"Det er svært at skelne mellem opdagelse og opfindelse. Begreberne lapper ind over hinanden. Det er lidt ordkløveri."
"Det er det samme som: Kommer ægget for hønen eller kommer hønen før ægget. Det er en videreudbygning af eksisterende matematik. Man opfinder ikke, man udvider."
"Det ved jeg nu egentlig ikke. Jeg kan godt forestille mig en eller anden supergenial person, der opfinder en helt ny formel til at løse et problem med. Mængdelæren er da også blevet opfundet." Der er iøvrigt mest enighed om ordet opdage.
En mener, at matematik ikke eksisterer i sig selv, men kun i relation til noget, som et biprodukt af nysgerrighed. Det er en følge af noget andet. En anden mener, at man har opdaget sammenhængen mellem ting og sager.

18. Hvordan forestiller i jer, at den matematik, der står i jeres lærebøger, er kommet til veje, og hvornår tror I, den er blevet skabt?

"Det er menneskets nysgerrighed og lyst til at sætte i system, der har været den drivende kraft. Matematikken har været der hele tiden. Det er en beskrivelse af, hvad der sker i naturen. Men behovet kommer først. Matematik er ikke noget i sig selv, kun i relation til noget."
"Matematikindholdet er dels tilpasset gymnasiets og HFs pensum og dels det senere studium."
"Det er noget forfatterne har læst i andre bøger. Det er nogle gamle kloge, der har sat sig ned og brugt den øverste etage. De har haft nogle problemer, de har manglet et værktøj til at løse dem med. I den forbindelse har man nok også opfundet noget nyt matematik."
En gruppe bestemmer sig for at differentialregningen stammer fra 1700-tallet og til at vektorregning er det nyeste stof, men ved ikke,hvor gammelt det er.
Der hersker en lidt diffus opfattelse af, hvornår den matematik de har, er blevet skabt. Men den er 'gammel' (fra 2000f.Kr. - 1900e.Kr.).
"Den er i hvert fald ikke fra de sidste 50 år."

"Matematik bliver skabt, når der er brug for den (Galilei nævnes). Den første industrielle revolution har nok betydet et enormt opsving."
"Jeg tror, det ligger meget før, fra år 0 og før."
"Newton, det var differentialregningen."
"Nil-folket havde vist brug for at integrere."

19. Hvad tror I professionelle matematikere (på universiteter o.lign.) foretager sig nu om dage?

Eleverne forestiller sig at, professionelle matematikere sætter i system, så det måske en dag kan'serveres'på AK, eller behandler sammenhænge af fysisk oprindelse, elektroner og den slags.
"Deres arbejde udspringer af behov, for der er jo ikke behov for noget, der ikke er brug for." En mener dog, at meget opdages ved en tilfældighed.
"Professionelle matematikere studerer videre. Forsker i formidling af eksisterende matematik. Hjælper fysikeren med at løse hans problemer. Det har ikke noget formål at lave matematik for matematikkens egen skyld. Det er ikke forsvarligt. Måske gør de det alligevel. Jeg har hørt om folk, der forsker i det mest utrolige. Derfor kunne jeg også godt tro, at der var folk, som lavede matematik for matematiks egen skyld."
Såvidt eleverne er orienterede, er der ikke gjort nye opdagelser, opfindelser i den senere tid.
"Man beskæftiger sig med at kombinere allerede kendte ting på nye måder og eventuelt checke gamle sætninger, regler.Det må også være sværere at være matematiker i dag, for der er meget,man skal sætte sig ind i, og det meste er opdaget, opfundet."

20. Hvis I skulle forklare en helt udenforstående, hvad matematik drejer sig om, hvad ville I så sige?

En elev har ingen kommentarer. En anden siger, at det er en livsstil.
"Det er et værktøj til at løse næsten alle problemer."
"Forskellen på regning og matematik er, at i matematik beskæftiger man sig også med algebra."
"Jeg ville starte med at fortælle, at det er et værktøj til at løse problemer med, og så måske komme med et praktisk eksempel."
En elev svarer, at det er logisk tænkning. En anden siger, at det er et værktøj til at finde ud af sammenhænge. En tredie, at det er metoder til beregning af forskellige ting.

21. Hvad er et matematisk bevis, og hvorfor beviser man matematiske sætninger?

Nogle elever vil ikke svare på dette spørgsmål.
"Et bevis for at nogle ting hænger sammen, som man ikke har brug for."
"Et matematisk bevis er en sammenhæng, der gælder for alle tal."

"Man beviser sætninger for, at det skal gælde for alle tal. Og for at arbejde videre med og udvide begreberne."
"Det er for at anskue problemerne generelt."
"Et bevis letter forståelsen."
"Man finder det samme resultat på 2 forskellige måder."
"Jamen, så har du jo bare brugt noget andet matematik til at bevise noget matematik med."
"Meget af den matematik, man bruger tid på at bevise, skal bruges i anden matematik."
"Jeg har fået indtryk af ved at gå herinde, at det matematik, der skal bruges i fysikken, behøver man ikke at bevise."
"Man bruger beviserne til at begrunde med. Til at danne en logisk sammenhæng i matematik med. For at sikre sig at matematik duer, når man skal bruge den. For at få godtgjort et postulat."
En elev nævner, at hvis de skulle bevise i matematikundervisningen, kunne det være, at de bedre kunne forstå det.

22. I hvor høj grad giver lektierne mulighed for et liv udenfor AK?

"Det er jo ens egen samvittighed, der administrerer det. Den burde jo jævnt hen være en smule dårlig. Man ved der er mange huller. Man prioriterer. Man kan godt bruge al sin fritid på det, og så alligevel ikke have forstået det. Man kan ikke deltage i ret meget andet end det her."
En elev siger, at der ikke er mulighed for et liv udenfor AK. Han holder kun fri søndag om dagen og lørdag om aftenen. Der er stof nok til at udfylde hele fritiden.
En anden elev bruger ca. 1 time om dagen.
Men det mest almindelige er nok 4 timer på lektier om dagen.
Ved lektier forstår arbejde til matematik, fysik og kemi. I week-enden er der fysikrapporter mm.
"Hvis man var pligtopfyldende, kunne man fylde al tiden ud med lektier."
Bortset fra en får de ikke dårlig samvittighed over ikke at lave deres ting.
"Man kan ikke mere end man kan, og skulle det være, kan man tage resten af fagene et halvt år senere."
Eleven med dårlig samvittighed, har det overfor sig selv, hvis der er noget matematik han ikke forstår; fordi han ved, han skal bruge det. Han kan ikke nå det, han gerne ville.

23. Hvorfor har I valgt at gå på AK - og senere på Teknikum?

En elev interesserer sig for rumforskning og elektronik og vil derfor gerne være teknikumingeniør.
En begrunder det med arbejdsløsheden indenfor håndværksfagene.
Nogle siger, at man får et mere interessant arbejde, og man kan selv bestemme indholdet. Dette er en elev dog forbeholden overfor.
En anden elev bestemte det allerede ved udgangen af skolen, men var skoletræt. Derfor blev han først automekaniker.

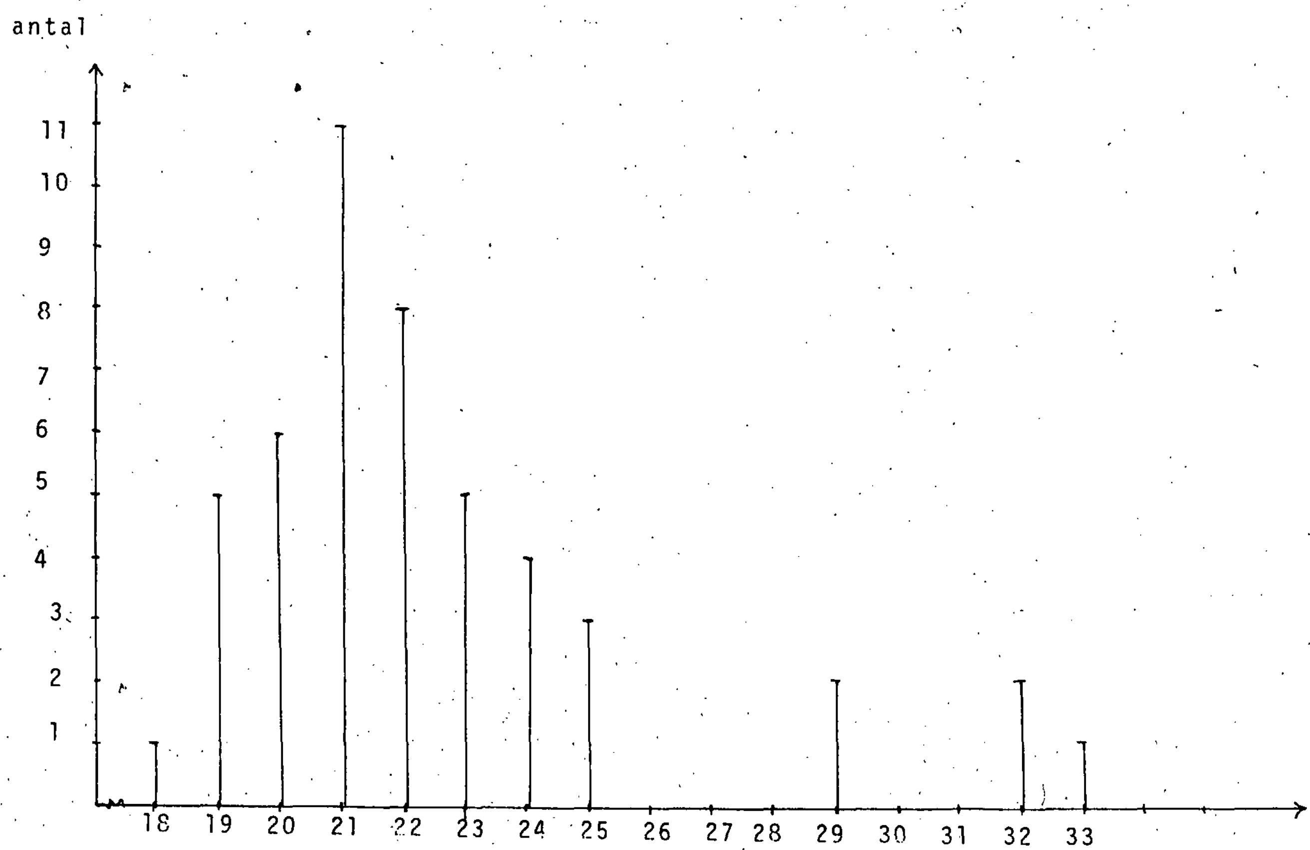
En tredie elev siger, at efter udstået læretid var det nærliggende at gå videre denne her vej.
En gjorde det for at få et spændende arbejde. Blev træt af at arbejde som maskinarbejder. 2 års arbejde som svend. Det var stereotypt arbejde og fremtidsudsigterne var ikke for gode.
En var ansat i speditionsfirma, og blev anbefalet vejen (værkstedsskole + praktik) af en, der selv havde været den igennem (specialarbejderne er ved at overtage elektromekanikernes arbejde).
En elev er uhelbredelig nysgerrig. Er uddannet elektromekaniker. Arbejdede et halvt år som svend. Det var utilfredsstillende, at gå og lave nogle ting man ikke vidste, hvordan hang sammen.
Årsager er især, at de studerende ønsker at komme væk fra ensformigt, kedeligt, usikkert, tungt eller nedslidende arbejde og over til noget mere interessant, afvekslende, sikrere og tildels mere vellønnet arbejde, eventuelt i udlandet.En elev siger, at han er bange for at blive for teoretisk, så han ikke kan lave sin bil. Ellers har han det fint, mad hver dag - går og laver ingenting.

APPENDIX 3

ELEVERNES SOCIALE OG ARBEJDSMÆSSIGE FORHOLD

Vi har lavet en spørgeskemaundersøgelse blandt eleverne i de tre klasser vi observerede, for at undersøge deres sociale og arbejdsmæssige forhold. Dette er resultatet af undersøgelsen:

1)	1 kvinde	47 mænd	
2)	21 bor hjemme 43,8%	10 bor alene 20,8%	17 bor sammen med andre 35,4%
3)	18 oplyser at have en ægtefælle/samlever 37,5% 1 oplyser at have et barn 2,1%		
4)	34 får stipendier 70,8%	8 tager lån 16,7%	10 har erhvervsarbejde i gennemsnit 8,5 tim/uge 20,8%
5)	Der anvendes i gennemsnit 15,4 timer ugentligt på hjemmearbejde, heraf 5,7 timer på matematik, svarende til 38%		
6)	45 har realeks/FUA 93,8%	HF-niveau: 6 mat. 2 fys. 1 kem. 12,5% 4,2% 2,1%	
	23 er faglærte 47,9%	20 har værkstedsskole 41,7%	2 har EFG (jern og metal) 4,2%



Aldersfordelingen af de adspurgte elever.

1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt
Anne Jensen, Marianne Kesselhahn, Lena Lindenskov og Nicolai Lomholt.
Vejleder: Anders Madsen.

2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinøe og
Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Booss Nr. 2 er p.t. UDGÅET

3/78 "Opgavesamling", breddekursus i fysik.
Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.

4/78 "Tre essays" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og
videnskabsrindalismen.
Mogens Niss. Nr. 4 er p.t. UDGÅET

5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE"
Helge Kragh.

6/78 "Nogle artikler og debatindlæg om - læreruddannelse og undervisning i fysik,
og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret"
Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen.

7/78 "Matematikkens forhold til samfundsøkonomien"
B.V. Gnedenko. Nr. 7 er UDSOLGT

8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen.
Peder Voetmann Christiansen. Nr. 8 er UDSOLGT

9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING"
Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinarioum"
Projektrapport af Lasse Rasmussen.
Vejleder: Anders Madsen. Nr. 9 er p.t. UDGÅET

10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET"
Projektrapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.

11/79 "STATISTISKE MATERIALER"
red. Jørgen Larsen.

12/79 "Lineære differentialligninger og differentialligningssystemer"
Mogens Brun Heefelt. Nr.12 er p.t. UDGÅET

13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projektrapport af Gert Kreinøe.
Vejleder: Albert Chr. Paulsen.

14/79 "Books about Mathematics: History, Philosophy, Education, Models, System
Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography".
Else Høyrup. Nr.14 er p.t. UDGÅET

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor
termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af Leif S. Striegler.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

../.

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen"
Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde university centre (Denmark), 1978. Preprint.
Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).
Nr. 18 er udsolgt herfra. Bogudgivet i 1979 på "Birkhäuser Verlag"

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.
Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".
Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMÅL OG KONSEKVENSER".
Projektrapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken.
Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of relativity".
Helge Kragh.

24a/80 "MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2.G'ERE" 1. En analyse.
24b/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE" 2. Interviewmateriale. Nr. 24 er UDSOLGT
Projektrapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.
Vejleder: Mogens Niss.

25/80 "EKSAMENSOPGAVER" Dybdemodulet/fysik 1974-79.

26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projektrapport og to artikler.
Jens Højgaard Jensen m.fl. Nr.26 er p.t. UDGÅET

27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC's PHYSICS"
Helge Kragh.

28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".
Projektrapport, speciale i fysik, af Gert Kreinøe.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentailligningsmodeller"
Projektrapport af Tommy R. Andersen, Per H.H.Larsen og Peter H. Lassen.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt. Nr. 29 er UDSOLGT

30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".
Oluf Danielsen.
Nr. 30 er UDSOLGT - Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærernes forlag

31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE"
Projektrapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.

32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER OG MÖSSBAUEREFFEKTMÅLINGER".
Projektrapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og Preben Jensen.
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER: I-II."
Arne Jakobsen.

34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO.1.
Bent Sørensen.

35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Helge Kragh.

Nr.35 er udsolgt herfra.
Er publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment", Tycooli International Press, Dublin, 1981

36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN ?" Fire artikler.
Mogens Niss.

37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE". ENERGY SERIES NO.2.
Bent Sørensen.

Nr.37 er udsolgt herfra.
Er publ. i "Energy Communications", Vol.6, 1981

38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND"
Projektrapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.

39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN"
Jens Højgaard Jensen.

40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.

41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS". ENERGY SERIES NO.3.
Bent Sørensen.

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS"
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION" ENERGY SERIES NO.4.
Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL". Projektrapport af Niels Thor Nielsen. Vejleder: Bent C. Jørgensen

---

45/82

46/82 I+II "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER"
Projektrapport af Lasse Rasmussen, Niels Dreyer Sørensen og Torben O. Olsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD" ENERGY SERIES NO.5.
Bent Sørensen

48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss