TEKST NR 418 2003

MILITÆRMATEMATIK
SET MED
KOMPETENCEBRILLER

3. MODUL PROJEKTRAPPORT AF
GITTE M. JENSEN

SPECIALERAPPORT AF
JESPER THRANE

VEJLEDER
TINE WEDEGE

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA – Roskilde Universitetscenter – Postboks – DK 4000 Roskilde
Tlf.: 46742263 – Fax: 46743020 – Mail: imfufa@ruc.dk
Gitte M. Jensen og Jesper Thrane
»Militærmatematik set med kompetencebriller«
IMFUFA-tekst nr. 418 – 165 – ISBN 0106-6242

Abstract

Militærmatematik set med kompetencebriller
af Gitte M. Jensen og Jesper Thrane

I fokus for projektet står matematikundervisningen på officersuddannelsen i den danske hær. For at opnå en bedre forståelse for matematikundervisningen ser vi på dens uddannelsesmæssige kontekst. Det gør vi ved at undersøge, hvordan hele officersuddannelsen har udviklet sig de seneste 40 år. I den forbindelsen har vi specielt interesseret os for, hvad udviklingen har betydet for matematikkens rolle på uddannelsen. Vi kommer også ind på forholdet mellem uddannelsen og officersprofessionen.

Som noget helt centralt analyserer vi det undervisningsmateriale, der benyttes i undervisningen i faget *Anvendt matematik* på officersgrunduddannelsen. I vores analyser benytter vi det begrebsapparat, der præsenteres i rapporten *Kompetencer og matematiklæring*. Her beskrives målene for matematikundervisning ved hjælp af en række matematiske kompetencer. Det er i forhold til udvikling af de kompetencer, vi analyserer undervisningsmaterialet. Rapporten indeholder en grundig gennemgang af, hvordan vi anvender de matematiske kompetencer, herunder hvordan vi har fortolket de enkelte kompetencer. Derudover går vi tæt på de idealiseringer og antagelser, vi har foretaget for at kunne forbinde kompetencerne til undervisningsmaterialet.

Military Mathematics from a Competence Point of View
by Gitte M. Jensen and Jesper Thrane

In the project, we focus on mathematics in the military education in the Danish army. In order to get a better understanding of the mathematical instruction we take a closer look at the educational context. We do that by examining the changes of the military education during the last 40 years, and what these changes have meant for the role of mathematics in the education. We also touch upon the relation between the education and the profession of the army officers.

The central point of the project is our analysis of the educational material that is used in the subject *Applied Mathematics*. In this analysis, we use the concepts presented in the report *Kompetencer og matematiklæring* (i.e. Competencies and Learning Mathematics). It characterises the goals of mathematical instruction in terms of mathematical competencies. It is thus in relation to the development of these competencies that we analyse the educational material. In the report, we go into detail with our interpretation of the mathematical competencies. We also go into depth with the idealisations and assumptions we have made in order to connect the competencies to the educational material.

Forord

Denne IMFUFA-tekst er en lettere revideret udgave af en projektrapport udarbejdet af Jesper Thrane og Gitte Jensen. Projektet var Jespers specialeopgave og Gittes trediemodulsprojekt på matematikoverbygningen på Roskilde Universitetscenter. Det blev påbegyndt af Jesper i sensommeren 2002, Gitte kom aktivt med i vinteren samme år, og projektet blev afsluttet i maj 2003.

I forløbet har vi fået megen hjælp fra Simon Graae, lektor i matematik ved Hærens Officersskole. Desuden har vi fået inspiration og hjælp fra følgende, som vi derfor takker:
Claus Kold, Forsvarets Institut for Ledelse og Organisation og ph.d.-studerende ved Roskilde Universitetscenter, Lone Abildgaard, arkivet på Hærens Officersskole, samt kadetterne i de to klasser på Hærens Officersskole, hvor vi fulgte undervisningen et par gange. Derudover vil vi gerne takke Jørgen Larsen for LaTeX-bistand.

Desuden vil vi gerne takke vores vejleder, Tine Wedege, Roskilde Universitetscenter. Hun har gennem hele forløbet rådgivet os, støttet os i vores beslutninger samt givet grundig og konstruktiv kritik. Tak for det!

Bemærkninger vedrørende teksten: Når vi i citater kursiverer enkelte ord, er det kursiveringer, der forekommer i originalteksten. Når vi henviser til *Kompetencer og matematiklæring* af Mogens Niss & Tomas Højgaard Jensen (eds.) (2002) gøres dette som KOM i direkte henvisninger, f.eks. (KOM, 2002: 113), og som KOM-rapporten ved omtale.

Jesper Thrane og Gitte Jensen
Roskilde 30. juni 2003

Indhold

1 Indledning

Denne rapport handler om matematikundervisningen på Hærens Officersskole. Indledningsvis sætter vi matematikundervisningen ind i en historisk sammenhæng. Det gør vi ved at undersøge, hvordan officersuddannelsen har udviklet sig i forhold til faget matematik. Hovedbestanddelen af rapporten er en analyse af det nuværende undervisningsmateriale i forhold til kompetencebegreberne, der præsenteres i *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*, der blev udgivet af Uddannelsesstyrelsen i 2002.

Inden vi gør dette præsenterer vi projektets praktiske og teoretiske grundlag. Først er der en procesbeskrivelse af forløbet frem til vores endelige problemstilling, dernæst reflekterer vi i afsnit 1.2 over vores forhold til vores genstandområde og analyseredskab. I afsnit 1.3 placeres projektet i forhold til matematikkens didaktik, og inden vi i afsnit 2 gennemgår de centrale begreber, vi anvender gennem rapporten, beskrives kort vores analysegenstand i afsnit 1.4.

1.1 Procesforløb og metodevalg

Vi vil her kort gennemgå, hvordan projektet er forløbet, da vi mener, det kan medvirke til at give læseren en bedre baggrund for at forstå, hvordan de forskellige elementer i rapporten forholder sig til hinanden, samt hvorfor vi har afgrænset emnet, som vi har.

I foråret 2002 skulle Jesper begynde på sit speciale og ville gerne lave noget inden for matematikkens didaktik. Han talte med de forskellige vejledere på matematikinstituttet på Roskilde Universitetscenter og fik anbefalet litteratur, der kunne hjælpe ham med at finde et passende emne. I den forbindelse talte han også med Tine Wedege, der, selv om hun ikke har nogen undervisningsforpligtelser, tilbød at vejlede specialet, hvis det kom til at ligge inden for hendes forskningsområde. Jesper læste så Tines afhandling, men emnet, matematikviden hos kortuddannede voksne, fangede ham ikke rigtigt. Senere talte Jesper dog med Tine ved en anden lejlighed, hvor hun havde lige været på en konference i Sverige med titlen »Mathematics and

War«. I perioden op til konferencen havde Bernhelm Booß-Bavnbek og Tine Wedege forgæves forsøgt at finde matematikdidaktiske undersøgelser af matematikundervisning i militæruddannelser. Det havde vist sig, at der ikke var nogen, hverken herhjemme eller i udlandet, som havde beskæftiget sig med det før. Emnet, samt det forhold at der ikke var nogen der havde undersøgt det før, appellerede til Jesper, og han gik straks igang med at undersøge området.

Det viste sig hurtigt, at i det danske forsvar foregår størstedelen af matematikundervisningen på officersuddannelsen, så Jesper koncentrerede derfor sine undersøgelser om den. I de første stadier af projektet var indgangsvinklen at undersøge *forholdet mellem den matematikundervisning, der er på officersuddannelsen, og den anvendelse af matematik der er i officersgerningen.* I centrum var altså forholdet mellem den anvendelse af matematik, der er i udøvelsen af officersprofessionen, og den matematik de undervises i under deres uddannelse.

Det viste sig, at forsvaret har klare regler for, at mål og formål med undervisningen skal fremgå eksplicit (Forsvarskommandoen, 2000: 243). Det var derfor nærliggende at udnytte det i problemstillingen ved at sammenholde de eksplicitte formål med matematikundervisningen, dels med den undervisning der foregår, dels med den brug af matematik der er i officersgerningen. Omtrent på denne tid udkom rapporten *Kompetencer og matematiklæring* (2002) (herefter kaldet KOM-rapporten), og her blev Jespers interesse vakt. Det forekom ham, at han med fordel kunne benytte sig af rapportens begrebsapparat, hvor den matematiske faglighed defineres som en række matematiske kompetencer, når det netop var samspillet mellem den matematikundervisning, officersaspiranterne får, og den anvendelse af matematik der er i professionen, han ønskede at undersøge.

I løbet af efteråret 2002 viste der sig en mulighed for, at Gitte kunne gå med i projektet. Der var dog nogle problemer forbundet med det. Dels havde Gitte travlt resten af efteråret, og dels ville projektet ikke være et speciale for Gitte, men hendes afsluttende projekt på matematikoverbygningen. Det viste sig, at ingen af delene var umulige at overkomme. De administrative problemer var til at overse, og Jesper arbejdede bare videre, mens Gitte hovedsageligt læste baggrundslitteratur og holdt sig orienteret i forhold til Jespers arbejde resten af efteråret.

Fra det punkt arbejdede vi ad flere spor, dels undersøgte vi den nuværende matematikundervisning, dels hvordan officersuddannelsen havde udviklet sig, og samtidigt søgte vi en nærmere forståelse af hvad jobbet som officer indebar - specielt i forhold til brug af matematik. Det var meget forskelligt, hvad vi fik ud af vores anstrengelser. Først og fremmest havde

vi fået kontakt med major Pfeiffer, der var leder af den afdeling på Hærens Officersskole, som matematik hører ind under (faggruppe *Teknik*). Han formidlede kontakten til Simon Graae, som er den lærer, der har ansvar for matematikundervisningen. Vi modtog en del materiale fra Simon, bl.a. det kompendium der benyttes i undervisningen på faget *Anvendt matematik* på officersgrunduddannelsen. Vi fik desuden at vide, at udover enkelte frivillige repetitionskurser, er dette fag den eneste egentlige matematikundervisning, officererne modtager.

Indtil dette tidspunkt havde vi også forestillet os, at vi ville undersøge matematikundervisningen i de andre værn, dvs. søværnet og luftvåbnet. Vi kunne nu se, at vi havde rigeligt at gøre med at undersøge officersuddannelsen i hæren, og da det viste sig, at langt de fleste officerer bliver uddannet inden for hæren, besluttede vi os for at begrænse os til kun at undersøge den. Vi undersøgte også, hvordan uddannelsen havde udviklet sig. Det gjorde vi dels ved at se på lovgrundlaget, og de betænkninger der ligger til grund for lovene, og dels ved at se på den debat, der havde været i forbindelse med ændringerne af uddannelsen. Samtidigt forsøgte vi at få et indblik i, hvad jobbet som officer går ud på, så vi kunne få en ide om, hvilken matematik en officer har brug for. Det viste sig at være langt vanskeligere, end vi umiddelbart havde forestillet os. For det første kan en officer komme til at arbejde med mange forskellige opgaver. Langt hen ad vejen er den eneste fællesnævner for officerernes jobfunktioner, at det er den samme arbejdsplads, og at det er på lederniveau, på trods af at det er den samme profession. For det andet er officersprofessionen ikke statisk, men forandrer sig med de opgaver, forsvaret har. Her blev det tydeligt, at opgaverne har forandret sig ganske meget efter østblokkens sammenbrud. Præcis hvad det betød for officerens opgaver, var det ikke nemt at finde ud af.

Det var derfor ikke nemt at finde en bestemt funktion, vi kunne analysere i forhold til de matematikelementer, der indgår. Desuden var der det mere grundliggende problem, at det i det hele taget er en meget vanskelig øvelse, at ekstrahere det matematiske indhold i en given aktivitet (se f.eks. Bessot & Ridgway (eds.) (2000), som indeholder eksempler på studier af jobfunktioners indhold af matematik). Det skyldes bl.a., at matematikken er integreret i de faglige kvalifikationer (Wedege, 2000). Ovennævnte forhold betød, at selvom vi på et tidspunkt blev introduceret for Klaus Kold, en ph.d.-studerende fra Forsvarsakademiet, som hjalp os til at få en meget bedre forståelse for officerens rolle i dag, så kom vi stadig ikke videre af det spor, der gik ud på at bestemme matematikindholdet i officersgerningen.

I mellemtiden havde vi læst KOM-rapporten, og vi syntes stadig, det kunne være interessant at benytte dens begrebsapparat i en analyse af matematikundervisningen på officersuddannelsen. Vi besluttede derfor, at vi ville begrænse os til at se på forholdet mellem den undervisning, der er, og de formål der er formuleret for den. Vi begyndte derfor med at analysere det kompendium, som benyttes i faget *Anvendt matematik*, i forhold til de matematiske kompetencer, KOM-rapporten præsenterer. Det er her værd at bemærke, at vi betragtede KOM-rapporten som et redskab i vores undersøgelser, og selvom vi ikke forventede, at den ville være let at anvende, forventede vi ikke, at der ville være større problemer med at benytte den i en sådan analyse. Vi aftalte imidlertid med Tine, at siden vi nu var nogle af de første, der benyttede KOM-rapportens begrebsapparat i en konkret analyse, ville vi være opmærksomme og omhyggelige i vores omgang med begreberne. Det viste sig hurtigt, at det ikke var helt så ligetil at benytte KOM-rapporten til det, vi gerne ville. Ud over problemer med at få et overblik over, hvad de forskellige kompetencer dækker over, noget der langt fra er trivielt, gik det egentlig meget godt med at aktivere begreberne i vores analyse. Men problemet var, at det ikke var helt klart, *hvad* vi præcist foretog os i en sådan analyse. Hvis kompetencer var det egentlig, vi undersøgte?

Da vi nu syntes, det var gået meget godt med at benytte begreberne, forsøgte vi at gå baglæns i processen og hele tiden problematisere de skridt, vi havde foretaget. Den proces kastede lys over en del antagelser og idealiseringer, vi havde gjort undervejs uden egentlig at tænke nærmere over det. Samtidigt blev det også klart for os, at fra at være et redskab vi anvendte i vores analyser, så var KOM-rapporten, eller rettere den måde vi brugte den på, blevet et centralt element i projektet.

Det forskød igen vores fokus, idet vi nu havde en undersøgelse, der gik to veje. For det første ville vi gerne undersøge det materiale, der benyttes i matematikundervisningen på Hærens Officersskole i forhold til de matematiske kompetencer, der præsenteres i KOM-rapporten. For det andet ville vi undersøge, hvordan vi kunne benytte KOM-rapportens begrebsapparat i en sådan analyse. På baggrund af de overvejelser er vi nået frem til følgende problemformulering for projektet.

Problemformulering

Er det muligt - og frugtbart - at anvende KOM-rapportens otte kompetencebegreber som analyseredskab til en karakteristik af det undervisningsmateriale, der anvendes i matematikundervisningen på grunduddannelsen af hærens officerer?

Om det er *muligt* går på det forhold, at vi anvender kompetencebegreberne på et undervisningsmateriale, og vi derved ikke forbinder dem til et konkret subjekt (en studerende). I KOM-rapporten anvendes kompe-

tencerne ligeledes isoleret fra subjekterne, men det kan diskuteres, om det ikke er en radikalisering af bevægelsen væk fra subjektet at ville forbinde kompetencerne direkte til et undervisningsmateriale. Spørgsmålet er derfor om begreberne er, eller kan gøres, operationelle i forhold til undervisningsmaterialet.

Når man vælger et analyseredskab, vælger man både til og fra. Det forhold giver sig udtryk i den metafor, der ofte benyttes, når analyseredskaber omtales som en optik, verden betragtes igennem. For det første er der spørgsmålet om, hvad der indfanges med et analyseredskab. For det andet er der spørgsmålet om, hvor fokus ligger: I det landskab man præsenteres for, hvad træder så frem som væsentligt. I forhold til de spørgsmål er det også relevant at tænke over, hvad der er usynligt i forhold til en given optik. Hvad er man så at sige blind for, når man benytter den valgte tilgang. Med *frugtbar* tænker vi derfor på, om vores tilgang kan føre til substantielle oplysninger om undervisningsmaterialet - om man f.eks. kan identificere svage punkter, hvor man kunne sætte ind, *hvis* man ville udvikle det i forhold til en kompetencebeskrivelse af undervisningen.

Med *karakteristik* mener vi en analytisk beskrivelse af undervisningsmaterialet, hvor de væsentlige aspekter ved undervisningsmaterialet fremhæves.

1.2 KOM-rapporten og vores undersøgelse af en militær uddannelse

Overordnet betragtet er der tre afgørende elementer i vores problemstilling: genstandsområdet, optikken og os selv. Genstandsområdet er matematikundervisningen på officersgrunduddannelsen, og optikken er KOM-rapportens begrebsapparat. Vi beskriver disse i kapitel 3 og afsnit 2.1, men vi synes, at der er god grund til allerede nu at se nærmere på relationerne imellem dem og os. Det følgende er nogle af de tanker, vi har haft i den anledning.

Uopdyrket land

Matematikundervisningen på officersgrunduddannelsen er vores genstandsområde, og KOM-rapporten er den tilgang, vi har valgt at benytte os af. I forhold til uddannelsen har vi valgt at fokusere på undervisningsmaterialet, der benyttes i faget *Anvendt matematik*. I vores undersøgelse af undervisningsmaterialet, som vi herefter kalder *kompendiet*, anvender vi det begrebsapparat, der præsenteres i KOM-rapporten.

Der er et forhold, som i særlig grad har haft betydning for vores undersøgelse. Vores genstandsområde er ganske uopdyrket i akademisk sammenhæng. Officersuddannelsen som sådan har været undersøgt før, senest er der foretaget en evaluering af samtlige videregående militære uddannelser (Danmarks Evalueringsinstitut, 2003), herunder grunduddannelsen af Hærens officerer. Men matematikdelen i uddannelsen er der ingen, der har set på tidligere. Heller ikke internationalt foreligger der, os bekendt, undersøgelser af matematikundervisning på officersuddannelserne. Der er derfor ingen litteratur om emnet, vi har kunnet bruge som afsæt for vores undersøgelser. Det har betydet, at vi i alle henseender har skullet starte fra bunden og selv indsamle de relevante informationer om uddannelsen.

Vores valgte optik, KOM-rapporten, er stadig helt ny. Der begynder først nu at komme studier, hvor andre end arbejdsgruppen i KOM-projektet har benyttet det begrebsapparat, der præsenteres i KOM-rapporten. Af den grund har det været begrænset, hvilke muligheder vi har haft for at se, hvordan andre har brugt, og fortolket, begreberne. I selve KOM-rappoten er der dog analyser af udvalgte uddannelser, og den del af rapporten er vi da også vendt tilbage til adskillige gange i løbet af projektet for at se, hvordan begrebsapparatet aktiveres her. Specielt har vi nærlæst analyserne af erhvervsuddannelserne, da det er dem, der kommer tættest på officersgrunduddannelsen i hæren.

Det, vi analyserer, er som sagt det undervisningsmateriale, der benyttes på uddannelsen. Os bekendt er der ingen andre, der har benyttet KOM-rapporten i en analyse af undervisningsmateriale. Der er heller ikke noget, der minder om det i de afsnit i KOM-rapporten, hvor de analyserer udvalgte uddannelser. Det har betydet, at vi hele tiden har været nødt til at overveje nøje, hvordan vi benytter begrebsapparatet i vores analyser. I den forstand går vores undersøgelse begge veje: Samtidigt med at vi har karakteriseret undervisningsmaterialet i forhold til kompetencerne, har vi hele tiden forholdt os kritisk og reflekteret til vores brug af kompetencebegreberne.

Det har vist sig, at det at forbinde kompetencerne til et undervisningsmateriale ikke er nogen simpel øvelse. I den forbindelse har vi overvejet, om det overhovedet er i overensstemmelse med de intentioner, der er med KOM-rapporten, at anvende dens begrebsapparat i en sådan forbindelse. De eksempler, der gives i rapporten, er alle helhedsvurderinger af (matematikdelen i) forskellige uddannelser. Det fremgår ikke klart, hvordan analyserne er lavet, men man får indtryk af, at de er lavet på basis af et grundigt kendskab til de enkelte uddannelser. Vi tager derimod en enkelt, men central, del ud af matematikken i uddannelsen, nemlig undervisningsmaterialet, og forsøger at karakterisere det i forhold til kompetencerne.

Vi mener dog at kunne finde belæg i KOM-rapporten for en sådan brug af den. Der står bl.a.:

> »det [er] grundliggende for tankegangen i KOM-projektet, at kompetencerne kun kan udvikles gennem nærkontakt og beskæftigelse med konkret matematisk stof, ...« (KOM, 2002: 113)

I de fleste tilfælde vil elever møde det matematiske stof i et undervisningsmateriale, og det er derfor i nærkontakten med det, at de kan udvikle deres matematiske kompetencer. Det er altså i mødet mellem stof og elev at kompetencerne (kan) udvikles. Vi ser jo på undervisningsmaterialet isoleret fra den kontekst, hvor det benyttes. At det ikke er helt i modstrid med ideerne i KOM-rapporten, ser man af følgende:

> »En forhåndsundersøgelse af kompetencerne i en given aktivitet er først og fremmest et teoretisk og analytisk foretagende...« (KOM, 2000: 125)

De konklusioner vi når frem til ved at undersøge et undervisningsmateriale, gælder selvfølgelig ikke uden videre for den undervisningssituation, hvor det benyttes. Men at der er en tæt forbindelse mellem undervisningsmaterialer og undervisningssituation, påpeges i Clarke et al. (1996). Spørgsmålet omkring denne forbindelse vender vi tilbage til i kapitel 6.

Vores forhold til KOM-rapporten

Vi synes, det er relevant at fremhæve forholdet mellem os og KOM-rapporten. Det er jo ikke et helt tilfældigt stykke værktøj, vi har hevet op af kassen. For det første har Gitte arbejdet som studentermedhjælp på projektet og er derigennem blevet præsenteret for nogle af tankerne i løbet af arbejdet med KOM-rapporten. For det andet har Mogens Niss været formand for projektet, og han har haft afgørende indflydelse på KOM-rapportens indhold. I hans artikel *Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse* (Niss, 1999b) er de grundliggende dele af begrebsapparatet allerede på plads, og i KOM-rapporten trækkes der ikke eksplicit på andre matematikdidaktikeres arbejde. Desuden har vi begge erfaringer med ham som underviser og projektvejleder på Roskilde Universitetscenter.

Mogens Niss har stået for en betydelig del af den undervisning, vi har modtaget på matematikoverbygningen på Roskilde Universitetscenter. Vi har dels haft ham som vejleder på et af vores (fælles) projekter, og dels har han stået for undervisningen i over en fjerdedel af vores kursusaktivitet. Derudover har han stor indflydelse på planlægningen af matematikstudiet på RUC. Det betyder bl.a., at vi selv har erfaret betydningen af, at undervisnings- og evalueringsformerne tager udgangspunkt i kompetencetænkningen. Vi hverken vil eller kan konkludere noget om kompetencebaseret undervisning fra et deltagerperspektiv, men vi kan alligevel nikke genkendende til en del af de eksempler på undervisningsstrategier og evalueringsformer, der gives i KOM-rapporten. Vi har begge positive erfaringer med Mogens' undervisning, og vi har derfor været særligt opmærksomme på, at det ikke måtte medføre en ukritisk accept af KOM-rapportens begrebsapparat. Det, at Mogens Niss er en god underviser, medfører jo ikke nødvendigvis, at det teoretiske fundament, han bygger sin undervisning på, er hævet over enhver kritik. Man kommer dog ikke uden om, at vi ser med sympati på KOM-projektet som sådan og finder de opgaver og målsætninger, der præsenteres i KOM-rapporten yderst relevante.

Vi har ligeledes overvejet, om vi befinder os i KOM-rapportens målgruppe. Den eksplicitte målgruppe inkluderer undervisere i matematik på alle niveauer. Vi er begge tæt på at afslutte vores uddannelse, og som sådan vil vores faglige niveau være tæt på en gymnasielærers. Da det er et af de højere niveauer rent fagligt, bør vi derfor være klædt godt på til at arbejde med KOM-rapporten, hvad det angår. På den anden side har vi ingen undervisningserfaring eller anden pædagogisk eller didaktisk ballast at trække på. Vi ved altså noget om matematik, men ikke meget om det at undervise. I forhold til at aktivere KOM-rapporten som redskab på netop den måde vi gør, mener vi dog ikke, at vores manglende erfaring med at undervise er et stort problem.

Officersgrunduddannelsen som militær uddannelse

Der er flere interessante aspekter ved at undersøge en uddannelse inden for forsvaret. Forsvaret er i udgangspunktet en lukket organisation, og det er der mange grunde til. Alene truslen om militær spionage betyder, at alle oplysninger inden for forsvaret principielt er hemmelige, indtil ledelsen beslutter noget andet. I praksis betyder det, at hvis man vil have oplysninger, må man først finde ud af, hvem der har dem, og de skal så spørge ledelsen, om de må udlevere dem. Med en sådan arbejdsgang bliver mange ting mere besværlige end ellers. Det er f.eks. ikke ofte, at man tilfældigt falder over oplysninger; man får jo kun det, man beder om. Vores ønsker er dog næsten altid blevet imødekommet. Vi har kun fået afslag en enkelt gang på at se materiale, der er knyttet til matematikdelen af uddannelsen, og alle de ansatte på Hærens Officersskole, vi har været i kontakt med, har været yderst hjælpsomme.

Under vores projektarbejde er Danmark blevet en krigsførende nation.

Det er nok et fåtal af danskere uden for forsvaret, der har oplevet, at det fik indflydelse på deres dagligdag. Krigen i Irak har selvfølgelig fyldt meget i pressen, og derigennem har vi alle oplevet, at de danske officerer er blevet langt mere synlige end ellers. I den forbindelse er det tydeligt, at de er uddannet til noget ganske særligt. I medierne møder vi dem, som det de er: eksperter i krigsførelse. Det, at Danmark gik i krig, betød også, at offentligheden blev forment adgang til visse militære anlæg. For os havde det den uheldige konsekvens, at vi ikke længere havde adgang til det bibliotek, vi benyttede mest, Det Kongelige Garnisionsbibliotek.

I forbindelse med krigen er offentligheden blevet præsenteret for en minutiøs gennemgang af militærtekniske spørgsmål i pressen. Det har bl.a. sat fokus på, at krigsførelse ændrer sig over tid. Der er ikke to ens krige, bl.a. ser man tydeligt, hvor store ændringer den teknologiske udvikling har medført for krigsførelsen. Det betyder, at en officer har andre opgaver i dag end tidligere. Det omtaler vi nærmere i kapitel 4. For at kunne følge med må officerne konstant tilpasse sig udviklingen, og det gælder i lige så høj grad for officersuddannelsen. Det er da også en uddannelse i konstant forandring; bare inden for de seneste 40 år er der sket mange store ændringer i uddannelsen, og mindre justeringer foregår hele tiden (se kapitel 3). Det har bl.a. betydet, at vores genstandsområde er ved at forsvinde, mens vi studerer det, da der fra efteråret 2003 ikke længere vil blive undervist i faget *Anvendt matematik* på officersgrund-uddannelsen. Det har tidligere været sådan, at der ikke blev undervist i matematik på officersuddannelsen, og det er da muligt, at faget vender tilbage på et senere tidspunkt, men det har alligevel været mærkværdigt for os at vide, at der snart ikke vil være matematikundervisning på uddannelsen.

Derudover er der det forhold, at Jesper har været militærnægter i 1980'erne. Vi ved ikke, om det er et forhold, som de forskellige kontakter inden for forsvaret er vidende om, men det regner vi egentlig ikke med. For ikke at gøre arbejdet mere besværligt, har vi valgt ikke at nævne det. Omvendt har Jesper måttet revidere en del fordomme om forsvaret undervejs. De ledelses- og pædagogiske principper, forsvaret bygger deres undervisning på, er langt mere moderne, end han havde forventet, da han gik i gang med at studere området.

1.3 Placering af projektet inden for matematikkens didaktik

I det følgende placerer vi projektet inden for matematikkens didaktik, dels for at læseren kan få en ide om, hvad der kan forventes af den

videre læsning, men i lige så høj grad for at vise, hvad man ikke skal forvente.

Først og fremmest er det vores intention at levere en analyse af et konkret undervisningsmateriale. Vi bruger KOM-rapportens begrebsapparat som analyseredskab ved at karakterisere stoffet i forhold til de otte matematiske kompetencer, der præsenteres i KOM-rapporten.

I den forbindelse er det værd at se nærmere på, hvad der adskiller denne tilgang fra en mere traditionel analyse af et undervisningsmateriale. I en artikel i 1999, *Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse* i *Uddannelse*, kommer Mogens Niss bl.a. ind på, hvad der adskiller kompetencebeskrivelsen af den matematiske faglighed fra den praksis, der hidtil har været. Om den traditionelle tilgang skriver han bl.a.:

> »Traditionelt beskrives det, som er på dagsordenen for undervisningen i et fag - det man kunne kalde den intenderede faglighed - gennem en deklaration af det faglige *indhold*, den viden og kunnen, som eleven eller den studerende skal bemestre. I strukturerede fag som fx matematik går dette ofte ud på at opliste de stofområder, emner, begreber, teorier og resultater, som modtageren af undervisningen skal bringes til at vide noget om, ... Det samlede, og således deklarerede indhold er det, der gerne kaldes fagets *pensum*.« (Niss, 1999b: 22)

Mogens Niss beskriver i samme artikel, at den kompetencebaserede tilgang retter sig mod

> »at søge hensigterne med og udbyttet af undervisningen karakteriseret ved hjælp af de *kompetencer*, som undervisningen skal tilstræbe at forsyne modtagerne med.« (Niss, 1999b: 23)

Hvad er så forskellen på den traditionelle tilgang og den kompetencebaserede i forhold til en analyse af et undervisningsmateriale? I udgangspunktet vil en traditionel analyse bestå i, at man ser på, hvilke stofområder der gennemgås, og den sammenhæng de præsenteres i. Mens en kompetencebaseret tilgang betyder, at fokus ikke er på det faglige indhold, men i stedet på det udbytte de studerende (potentielt) får af at bruge det.

Nu er det ikke sådan, at man er nødt til at vælge enten at se på det faglige indhold eller på kompetencerne i en analyse; vælger man den ene tilgang, udelukker det ikke, at man inkluderer det andet i sit perspektiv. Men fokus vil ligge forskelligt alt efter, hvordan man prioriterer mellem fagligt stof og kompetencetilgang. I vores kompetencebaserede analyse af det undervisningsmateriale, der benyttes i matematikundervisningen på Hærens

Officersskole, har vi da også set på, hvilke matematiske emner der behandles. Når man har kompetencerne i fokus, er det de studerendes (potentielle) udbytte, der er *vigtigt*; hvilket fagligt stof, de er blevet fortrolige med i den proces, er *interessant*, men ikke altafgørende.

Det, at fokus ligger forskelligt i de to analysetilgange, relaterer direkte til en af de grundliggende problemstillinger inden for matematikkens didaktik, det man sædvanligvis betegner som *implementationsproblemet*. Med det begreb søger man at indfange det forhold, at planlægning, udførelse og resultat ikke bare er tre sider af samme sag, men tre adskilte niveauer i matematikundervisningen. Den umiddelbare pointe er, at der ikke altid er den ønskede sammenhæng mellem niveauerne. Som Bent Christiansen skriver i forhold til dette problem, er der

> »alvorlige mangler på overensstemmelse mellem den officielle undervisningsplanlægning og skolens praksis, ... og resultaterne i form af elevernes tilegnelse af faglig viden og kunnen.« (Christiansen, 1989: 39)

Hvis man ser på forholdet mellem de undervisningsplaner, der laves fra officiel side, og den praksis der foregår på undervisningsinstitutionerne, er der mindst tre forhold, der er nødvendige, for at praksis skal følge planerne. For det første skal lærerne være bekendt med planerne, for det andet skal de være i stand til at følge dem, og i sidste ende skal de også være villige til at ændre praksis, så eleverne lærer det, de undervises i. Forholdet mellem undervisningen og elevernes læring er i sig selv et overordenligt interessant spørgsmål. Hvis man for et øjeblik forestiller sig, at der er tale om et simpelt udvekslingsforhold og ser på, hvad der skal til, for at eleverne har mulighed for at lære det, der undervises i, så spiller den enkelte elevs faglige og affektive forudsætninger en afgørende rolle for, om det kan lade sig gøre (Wedege, 2000).

I et samfundsmæssigt perspektiv består implementationsproblemet i den manglende overensstemmelse mellem følgende niveauer:

1. De officielle planer for undervisningen.
2. Skolens praksis.
3. Resultaterne i form af faglig viden og kunnen for eleverne.

(Christiansen, 1989: 39)

I den forbindelse fremtræder det karakteristiske ved kompetencetilgangen tydeligt. Det, der adskiller denne tilgang fra den traditionelle, er; at man anlægger et perspektiv, der umiddelbart hører hjemme på 3. niveau og forsøger at fastholde det i diskussionen af de foregående niveauer.

Hvilken betydning har implementationsproblemet for den sammenhæng, vi bruger kompetencebegrebet i, nemlig i en analyse af et konkret undervisningsmateriale? Der er både plusser og minusser ved at benytte kompetencebegrebet. Hvis vi starter med det positive, så virker det umiddelbart, som om denne tilgang vil kunne gavne kommunikationen mellem niveauerne. Hvis man karakteriserer et undervisningsmateriale i forhold til det udbytte, eleverne (potentielt) får i omgangen med det, har man et solidt udgangspunkt for at diskutere sammenhængen mellem de forskellige niveauer. Man vil ideelt kunne svare på spørgsmål som f.eks. 'Stemmer dette udbytte overens med de gældende planer for undervisningen?', 'Får læreren udnyttet - eller kompenseret for - de karakteristiske træk ved materialet?'. Derudover er det under alle omstændigheder befordrende for kommunikationen 'at tale samme sprog' på alle niveauer. Det synes særligt gunstigt at lade sprogbrugen tage udgangspunkt i 3. niveau, idet de andre niveauer så at sige er rettet mod det niveau. Det er jo i sidste ende dette niveau, der er målet med matematikundervisningen.

Hvad angår minusserne, redegør vi for vores brug af kompetencebegreberne i afsnit 2.1. Her kommer vi nærmere ind på de problemer, vi har haft med at benytte kompetencebegreberne i en analyse af et undervisningsmateriale. I korte træk opstår det største problem, når man skal tage stilling til, hvor kompetencerne, som man vil forbinde til et undervisningsmateriale, befinder sig. Det er jo ikke materialet selv, der er kompetent, det er heller ikke forfatterens kompetencer, der (direkte) er tale om, og der ingen elever i farvandet. Man er derfor nødt til at antage ganske mange forhold, inden man kan forbinde kompetencerne til undervisningsmaterialet på en nogenlunde tilfredsstillende måde.

Vores projekt kan karakteriseres som overvejende *analytisk deskriptivt* (Niss, 1999a). Det deskriptive består i, at vores mål er at beskrive undervisningsmaterialet, som det er, og ikke hvordan det kunne eller burde se ud. Den tilgang går igen i forhold til det andet element i vores projekt, som er at finde ud af, hvordan KOM-rapportens begrebsapparat fungerer som analyseredskab, når man arbejder med undervisningsmaterialer. Her er fokus heller ikke, hvordan KOM-rapporten kunne eller burde have set ud, men hvordan den fungerer i den udformning, den nu engang har.

Når vi skriver, at projektet *overvejende* er (analytisk) deskriptivt, er det, fordi vores valg af analyseredskab medfører en vis grad af normativitet. Når vi vurderer undervisningsmaterialet vha. kompetencebegreberne, antager vi implicit, at det er meningsfuldt at tale om de matematiske

kompetencer i forhold til en professionsuddannelse, dvs. at de matematiske kompetencer er relevante i denne sammenhæng. Det, at vi har valgt en overvejende deskriptiv tilgang, skyldes ikke, at normative spørgsmål ikke er interessante i vores øjne, men at vi har valgt at lægge fokus et andet sted. Desuden betyder de forhold, at vi ikke tidligere har arbejdet med matematikdidaktik, samt at der ikke foreligger tidligere studier af matematikundervisningen på officersuddannelsen, at vi har fundet denne afgrænsning naturlig.

Det analytiske i vores projekt kommer som en direkte følge af, at vi har valgt at behandle undervisningsmaterialet isoleret fra den sammenhæng, hvori det bliver brugt. Jeremy Kilpatrick beskriver forskellen på denne tilgang og den helhedsorienterede således:

> »... the analytic approach, in which events external to the human subject are manipulated... to permit inferences about internal events such as learning or decision making, and the systemic approach, in which events are studied in their mutual interaction and interpenetration.« (Kilpatrick, 1993: 17)

I forhold til en skelnen mellem praktiske og teoretiske studier er projektet overvejende *praktisk analytisk.* Det har en teoretisk dimension, men udgangspunktet og tyngden i projektet er praktisk. Praksis er hele tiden kommet før teori, sådan forstået at de teoretiske overvejelser vi har, alle udspringer af problemer, vi er stødt på i vores arbejde med at aktivere KOM-rapportens begrebsapparat. Udgangspunktet har været, at vi gerne vil anvende KOM-rapporten i en konkret analyse, og vi forsøger at forholde os refleksivt til de problemer, vi er stødt på undervejs - herunder overveje om der kunne være en dybereliggende teoretisk årsag til dem.

Inden vi går videre med at definere de begreber, vi benytter os af i analysen af undervisningsmaterialet fra Hærens Officersskole, giver vi en kort beskrivelse af materialets indhold. I afsnit 5.1 beskriver vi mere indgående den del af materialet, vi analyserer, så den første præsentation er blot for at give et indtryk af vores analysegenstand.

1.4 Undervisningsmaterialet i *Anvendt matematik*

I dette afsnit giver vi en kort, samlet beskrivelse af undervisningsmaterialet, der anvendes på Hærens Officersskole i faget *Anvendt matematik.* Materialet er oprindeligt udarbejdet af en tidligere underviser i *Anvendt matematik* på officersgrunduddannelsen. Det skete for ca. syv år siden, og materialet er siden løbende blevet revideret af de efterfølgende lærere. Kompendiet består

af en mappe med løsblade, der er trykt på begge sider og adskilt af faneblade; indholdet ses af nedenstående liste. Den primære bestanddel af kompendiet er 18 cases, case A-R, hvori forskellige matematiske emner behandles i en militær opgavekontekst (se evt. afsnit 2.2, hvor der er en definition af opgavekontekst).

Læseplan. Forrest i mappen sidder en læseplan for hele kurset (se evt. bilag B). Den beskriver, under hvilke lektioner de forskellige øvelser og cases behandles, titlerne på disse, og hvilke matematiske emner der behandles under hver øvelse og case. Desuden er det eksplicit angivet, hvilke cases kadetterne[1] skal have styr på inden de fem standpunktsprøver, og hvilke matematiske stofområder de skal kunne arbejde med inden initialtesten. Derudover optræder der en del henvisninger til forskellige former for supplerende materiale, bl.a. to matematikbøger og en række Excelfiler; disse anvendes dog ikke ifølge den eneste nuværende fastansatte lærer, Simon Graae.

Eksamensråd. Efter læseplanen er der et ark med »Ti gode råd til eksaminanden«, der giver almene råd om eksamenssituationen (for en skriftlig matematikeksamen), samt en liste over »Nødvendige hjælpemidler« såsom lommeregner og Erlang S' sandsynlighedstabel.

Øvelser. Derefter er der en række praktiske øvelser, hvor kadetterne bliver trænet i i) brug af Excel, ii) differentialregning og iii) vektorregning. De er udelukkende formuleret matematisk, og inden for det enkelte øvelsessæt er sværhedsgraden stigende.

Græske alfabet. Efter de tre øvelsessæt findes en liste over det græske alfabet, hvor både store og små bogstaver er medtaget, samt deres udtale.

Cases. Der er 18 cases, og de udgør langt det meste af kompendiet. Vi beskriver deres indhold og opbygning i afsnit 5.1, men kort fortalt er casene en række problemstillinger, der formuleres sprogligt og løses matematisk. Problemstillingerne er forskellige, men de fleste har militær relevans, som f.eks. beregninger på ballistiske baner og udlægning af miner. Gennem casene berøres mange matematiske stofområder, og i hver case gennemgås den relevante matematiske teori, hvorefter der præsenteres en løsning på problemstillingen. Til hver case er der en række opgaver, som kadetterne skal løse.

Differentialregningskompendium. Bagest i mappen findes et kompendium i differentialregning, der omtales som »et kortfattet resumé af

[1] En kadet er en studerende på grunduddannelsen på Hærens Officersskole, og vi vil fremover omtale de studerende således.

velkendte (!) betragtninger om funktioner«, og som udelukkende er matematisk formuleret.

Vi har valgt at koncentrere os om casene, da disse, som nævnt, er kompendiets primære bestanddel. Ud af de 18 cases har vi valgt tre til nærmere analyse. De giver et godt billede af, hvad man kan møde i kompendiet. De tre udvalgte cases er vedlagt i bilag C.

Inden vi bringer vores analyse af kompendiet, giver vi en indføring i vores begrebsapparat.

2 Begrebsafklaring

I denne rapport anvender vi en del begreber, som vi finder det nødvendigt at præcisere. Langt de fleste har vi fra KOM-rapporten, men vi mener, at det er relevant at præsentere her, hvordan vi forstår og anvender dem. Inden vi præsenterer KOM-rapportens begreber, definerer vi, hvordan vi anvender begrebet *kompetence*. De øvrige begreber, vi benytter os af, beskriver vi derefter.

Kompetence

Generelt anvendes ordet kompetence i (mindst) to betydninger: ekspertise og autorisation. Når man tænker på det i betydningen autorisation, mener man, at en person har kompetence på grundlag af ydre forhold - at han/hun har *bemyndigelse* til at gøre visse ting. Det er en bemyndigelse, der er givet f.eks. i form af en uddannelsesattest eller et kørekort. Når en person har attest på, at han/hun er uddannet eller kan køre bil, da anses han/hun for at have kompetence inden for dette. I ordets anden betydning, ekspertise, tænkes der på indre forhold - om personen er *god* eller *kyndig* til at udføre sit fag eller til at køre bil. (Niss, 1999b; Wedege, 2003)

Desuden kan der skelnes mellem sociale og faglige kompetencer (Wedege, 2000). De sociale kompetencer vedrører f.eks. samarbejdsevner og solidaritet, mens de faglige kompetencer vedrører f.eks. faglig kunnen og kundskaber.

Det er i ordets betydning ekspertise, at både KOM-rapporten og vi med den anvender begrebet kompetence. Når vi siden taler om kompetencer, er det faglige matematiske kompetencer, vi tænker på. I KOM-rapporten beskrives en matematisk kompetence overordnet på følgende måde:

> »... *matematisk kompetence* består i at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå.« (KOM, 2002: 43)

Hvad dette nærmere dækker over, beskriver vi nedenfor. Der præsenterer vi også de overvejelser, vi har haft i forbindelse med arbejdet med kompetencebegreberne. Vi giver ligeledes eksempler på, hvordan vi fortolker kompetencebegreberne i forhold til kompendiet fra *Anvendt matematik*. Først præsenterer vi dog kort KOM-projektet.

2.1 KOM-rapporten

Projektet *Kompetencer Og Matematiklæring* blev påbegyndt i år 2000 i et samarbejde mellem Naturvidenskabeligt Uddannelsesråd og Undervisningsministeriet. Det skete ud fra et generelt ønske om at kunne beskrive, hvad undervisning skal omhandle, og faget matematik blev valgt som pilotprojekt. (Niss, 2001) Mogens Niss blev udpeget til formand for arbejdsgruppen, der har haft tolv medlemmer. Alle medlemmer har tilknytning til matematik - både via det private erhvervsliv og inden for det offentlige, som undervisere, kontorchefer mv. Gruppen afsluttede sit arbejde i 2002 ved at udsende rapporten *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (KOM, 2002).

KOM-projektets formål har været at belyse en del spørgsmål vedrørende matematikundervisningen i det danske uddannelsessystem. Det drejer sig bl.a. om fagets indhold, og organisering og udvikling af undervisning og undervisningsmaterialer. Derudover er der kompetencerelaterede spørgsmål om, hvilke matematiske kompetencer elever skal besidde, og hvordan de måles. Projektgruppen valgte at fokusere særligt på spørgsmålene om, i hvilken udstrækning der er behov for at forny den eksisterende matematikundervisning, og hvilke matematiske kompetencer der skal være opbygget hos eleverne på forskellige stadier af uddannelsessystemet. (KOM, 2002) Disse spørgsmål vil være af interesse for de fleste, der underviser i matematik eller har interesse for faget af andre grunde - heriblandt os. Vi vil nu beskrive, hvordan vi opfatter og anvender begreberne, der præsenteres i KOM-rapporten.

Kompetencerne og vores brug af dem

I KOM-rapporten præsenteres en karakteristik af den matematiske faglighed givet ved otte kompetencer og tre overblik. Vores analysegenstand, kompendiet, er inddelt i en række cases, og overordnet forsøger vi at karakterisere dels tre udvalgte cases, dels det samlede kompendium i forhold til de matematiske kompetencer.

Det har vist sig, at det at bruge KOM-rapporten i en deskriptiv analyse af et givet fagligt stof ikke er helt simpelt. Vi har hele tiden været nødt til at overveje nøje, hvad det egentlig er, vi mener og gør, når vi forbinder kompetencerne til et konkret stof. Det følgende er nogle af de problemer, vi er stødt på i den forbindelse, og de overvejelser vi har gjort os.

Først og fremmest mener vi ikke, at man kan tale om, at kompendiet selv besidder bestemte kompetencer. Kompetencerne besiddes af mennesker - af subjekter. Det, vi gør - og det, mener vi, er i overensstemmelse med KOM-rapportens brug af kompetencebegreberne - er at foretage en abstraktion, hvor vi taler om kompetencerne uden at forbinde dem til et konkret subjekt. I de diskussioner vi har haft undervejs, har vi forsøgt at afklare, hvilken forbindelse der er mellem en given kompetence og det kompendium, vi har analyseret. Det har ledt os frem til følgende definition på, hvad vi mener, når vi forbinder kompetencerne til et givet undervisningsmateriale. Da tænker vi på *det udbytte, en kadet (et fiktivt subjekt) rimeligvis kan antages at få ud af at blive eksponeret for undervisningsmaterialet.* Det vil sige, hvilke kompetencer, vi vurderer, en kadet har mulighed for at udvikle i omgangen med undervisningsmaterialet.

Vi har et konkret undervisningsmateriale i fokus, som vi gerne vil benytte kompetencerne til at karakterisere. Da vi således ikke prøver at forholde kompetencerne til konkrete kadetter eller til undervisning, er vi nødt til at tage højde for et problem, der følger af den tilgang, nemlig at kadetternes udbytte vil variere i forhold til ganske mange forhold.

Det mest åbenlyse forhold er, at en given kadets udbytte af et bestemt undervisningsmateriale varierer, alt efter hvilken lærer der underviser, hvordan læreren vælger at bruge materialet, samt de faglige og affektive forudsætninger kadetten har for at omgås stoffet.

De forhold relaterer igen til det *implementationsproblem*, vi tidligere var inde på (afsnit 1.3). Hvor vi her præsenterede problemet i et samfundsmæssigt perspektiv, så udspringer dette niveau af problemstillingen, som den fremtræder i undervisningsprocessen. I det perspektiv beskrives de tre didaktiske niveauer som:

1. det planlagte
2. det implementerede
3. det lærte

(Christiansen, 1989; Clarke et al., 1996)

Undervisningsmaterialet hører til på det første niveau, da det er udtryk for en planlægning af, hvad der skal foregå i undervisningen. Det andet niveau er, hvordan læreren realiserer materialet, dvs. hvordan han vælger at benytte det, og hvilken konkret aktivitet i klasseværelset det giver sig udslag i. Det sidste niveau er det udbytte, kadetterne får ud af at deltage i undervisningen. Ideen med analytisk at dele undervisningen op i de tre niveauer er, som vi var inde på tidligere, at der langt fra altid er den overensstemmelse imellem dem, som man godt kunne tænke sig.

På baggrund af vores overvejelser kan vi eksplicitere, at vi har bygget vores analyser på to idealiseringer:

1. Den fiktive kadet har de nødvendige forudsætninger, i bred forstand, for at kunne begå sig i og med den matematik, der er i spil. Samt at den fiktive kadet ikke har forudsætninger, der går langt videre end det nødvendige.
   Det er jo trivielt, at udbyttet vil være minimalt, hvis forudsætningerne afviger for meget fra det forventede niveau; og det bliver derfor meningsløst at tale om, hvilke matematiske kompetencer kadetten kan udvikle i omgangen med undervisningsmaterialet. Det vil ikke altid være tilfældet, at man har forudsætninger for at kunne omgås materialet på rimelig vis, selv om man opfylder de krav, der er til optagelse på officersuddannelse. Det er en anden sag, som vi vil behandle selvstændigt senere (afsnit 5.3).

2. Undervisningsmaterialet fremlægges og bearbejdes på den måde, vi umiddelbart har forestillet os ved en gennemlæsning.
   Det inkluderer også en antagelse om, at læreren har de faglige forudsætninger, der skal til for at kunne formidle stoffet forsvarligt, men at læreren ikke har særlige matematikdidaktiske forudsætninger, der f.eks. kunne få vedkommende til at behandle stoffet på en helt uventet måde.

I vores antagelse om, at den fiktive kadet har de nødvendige forudsætninger, ligger der, at kadetten kan forstå og behandle matematikken, som den oftest fremstår i kompendiet. Det betyder, at han/hun som minimum har det gymnasiale C-niveau, som kræves for at blive optaget på uddannelsen. Vi kommer i kapitel 5.3 ind på, at et C-niveau ikke giver kadetterne tilstrækkelige forudsætninger for at følge med. Diskussionen om hvad der så er et passende niveau, går vi ikke videre med. Hvis den matematiske behandling enkelte steder har et langt højere niveau end i resten af kompendiet, antager vi ikke, at kadettens forudsætninger i de tilfælde er højere end i andre tilfælde, men at kompendiet behandler matematikken på en måde, som kadetten ikke har forudsætninger for at følge.

I forhold til antagelsen om hvordan undervisningsmaterialet fremlægges og bearbejdes, er der en karakteristisk struktur i kompendiet. Der lægges op til, at undervisningen struktureres omkring løsning af opgaverne, sådan at de metoder og algoritmer, der præsenteres i en case, først gennemgås af læreren ved tavlen, og at der siden arbejdes med opgaverne i grupper. Undervisning, der følger den struktur, kalder Morten Blomhøj for *traditionel matematikundervisning* (Blomhøj, 1995: 17), og den hører ind under det, Stieg Mellin-Olsen kalder *opgavediskursen* (Mellin-Olsen, 1990). Kompendiet indføjer sig således i en bestemt tradition for matematikundervisning. Da vi fulgte matematikundervisningen to gange på Hærens Officersskole, fandt vi, at der var god overensstemmelse mellem vores antagelser og de faktiske forhold. Casene i kompendiet blev præsenteret af læreren, hvor han gennemgik teorien ved tavlen, og derefter regnede kadetterne på de tilhørende opgaver.

Kompetencerne og det faglige stof

Om sammenhængen mellem kompetencerne og et givet fagligt stof står der bl.a. følgende i KOM-rapporten:

> Der er grundlæggende to slags forbindelser mellem kompetencer og fagligt stof:
>
> - En kompetence kan *udøves* i forhold til et givet stof, dvs. komme i spil og til udtryk i omgangen med dette stof.
> - En kompetence kan *udvikles*, dvs. skabes eller konsolideres, ved omgang med et givet stof.
>
> (KOM, 2002: 113)

Der er flere ting, som her er værd at bemærke. For det første er det ikke helt klart, hvad begrebet »fagligt stof« dækker over. Umiddelbart får man indtryk af, at »fagligt stof« henviser til konkrete instanser af matematikfagligt stof, som det findes i forskellige undervisningsmaterialer. En sådan fortolkning passer godt med, at følgende kommentar knyttes til udviklingen af kompetencerne:

> »det [er] grundlæggende for tankegangen i KOM-projektet, at kompetencerne kun kan udvikles gennem nærkontakt og beskæftigelse med konkret mamematisk stof, ...« (KOM, 2002: 113)

I KOM-rapportens kapitel 8, *Fagligt stof på de enkelte trin i samspil med kompetencerne*, er hovedsagen at præsentere en kategorisering af matematikken, som man møder den på alle niveauer i matematikundervisningen, i ti stofområder (vi har dem på listeform senere i dette kapitel). I den forbindelse får »fagligt stof« mere betydningen faglige stofområder, dvs. at de ikke tænker på konkrete undervisningsmaterialer, men mere på de matematiske stofområder, de behandler. Den betydning af begrebet »fagligt stof« ses blandt andet i følgende udsagn fra rapporten:

> »Der er uden tvivl også tale om, at nogle slags stof er mere skikkede end andre til at fremme udviklingen af en bestemt kompetence. For eksempel er langvarig beskæftigelse med aritmetik utvivlsomt nødvendig for at udvikle modelleringskompetence...« (KOM, 2002: 113)

Vi antager, at ovenstående udsagn er gyldige i begge betydninger af »fagligt stof«, altså både når der er tale om konkrete undervisningsmaterialer, og når det drejer sig om de faglige stofområder, der behandles. Det er ikke trivielt, da vores arbejde med at analysere det undervisningsmateriale, der benyttes på Hærens Officersskole, hviler på antagelsen om, at det har nogle iboende muligheder for at kunne bruges til at udvikle bestemte kompetencer (i et eller andet omfang) hos kadetterne. De muligheder afhænger dels af de matematiske stofområder, der behandles, men også af den måde de præsenteres på, samt den måde materialet lægger op til, at der skal arbejdes med dem på.

Vi har ligeledes været nødt til at forholde os til den skelnen, der præsenteres i KOM-rapporten, hvor en kompetence dels kan *udøves*, dels kan *udvikles* i forhold til et givet stof. Når man forsøger at karakterisere et givet stof, i vores tilfælde et kompendium, i forhold til kompetencerne, kan man dels se på, hvilke forudsætninger der kræves for at kunne behandle stoffet på et rimeligt niveau, dels på hvilket udbytte man kan få ved omgangen med det.

Vi har valgt at tolke den skelnen, der præsenteres i KOM-rapporten, således, at når en kompetence *udøves* i forhold til et givet stof, så er det forudsætningerne, der sigtes til. Det vil man typisk fokusere på, når man evaluerer individer, eller hvor der kan være tale om et overgangsproblem fra et niveau til et andet i uddannelsessystemet. Det er ikke et spørgsmål om at blive bedre til noget, men om at aktivere nogle kompetencer, man allerede besidder.

Når en kompetence *udvikles*, er det udbyttet, der er i fokus. I udgangspunktet ser man på, hvordan et individs kompetencer udbygges i omgangen med et stof. Man bliver altså bedre til noget, når en kompetence udvikles. Det er også muligt at få et mere begrænset udbytte i forhold til kompetencerne, nemlig ved at man *vedligeholder* en kompetence. I KOM-rapporten har de valgt at lade vedligeholdelse af en kompetence høre ind under udviklingen af kompentencen. Det skyldes rimeligvis, at hvis man ikke aktiverer en matematisk kompetence, er der mulighed for, at der foregår en negativ udvikling af den - at man bliver ringere til noget ved ikke at arbejde med det.

Når vi omtaler kompetencerne, afviger vores sprogbrug noget fra KOM-rapportens. Vi fastholder skellet mellem at fokusere enten på forudsætningerne eller udbyttet i en given aktivitet. Da vi i vores analyse fokuserer på udbyttet og ikke på forudsætningerne i forhold til de matematiske kompetencer, går vi ikke nærmere ind på, hvad det vil sige, at en kompentence *udøves*. I forhold til det udbytte man kan få, bruger vi begreberne sådan, at hvis de matematiske kompetencer aktiveres i en situation, så bliver de altid *vedligeholdt* i en eller anden grad. Vurderer vi det, der foregår, som mere end ren rutine, siger vi, at kompetencen bliver *udfordret*. Når en kompetence udfordres, er der en mulighed for at den *udvikles*.

I KOM-rapporten (p. 65) beskrives kompetencebesiddelse ved hjælp af de tre begreber *dækningsgrad*, *aktionsradius* og *tekniske niveau*. En kompetences dækningsgrad er i KOM-rapporten defineret som, hvor mange aspekter ved en kompetence en person kan aktivere. Mens aktionsradien beskriver i hvor mange forskellige sammenhænge, den kan aktiveres. Endelig er en kompetences tekniske niveau bestemt af, hvor begrebsligt og teknisk avancerede forhold kompetencen kan aktiveres overfor. Den måde, begreberne præsenteres på, giver umiddelbart associationer i retning af kvantificering i forhold til de enkelte kompetencer. Det spor forfølges dog ikke i KOM-rapporten. Blot benyttes begreberne til at præcisere, hvilke og hvor mange områder inden for kompetencen der er i spil. Vi har ikke fundet det frugtbart at benytte begreberne direkte i vores projekt. I kraft af at vi ikke har specifikke individer og deres matematiske kompetencer i fokus, hvor det kunne være interessant at undersøge det nærmere omfang af deres matematiske kompetencer, har vi ikke haft brug for den yderligere præcision, begreberne tilbyder. Man kan her bemærke, at i KOM-rapportens del VII, *Matematiske kompetencer på udvalgte uddannelser*, hvor bl.a. treerhversuddannelser analyseres, benyttes begreberne heller ikke.

Vores karakteristik af kompetencerne

Her beskriver vi, hvordan vi forstår og benytter de otte kompetencebegreber. I forbindelse med de enkelte kompetencer beskriver vi kort, hvordan kompendiet fra Hærens Officersskole lægger op til, at kompetencen vedligeholdes, udfordres eller udvikles - eller ikke. Der er dog forskellige forhold, vi gerne vil fremhæve, inden vi uddyber vores forståelse af, hvad de enkelte kompetencer indeholder.

I KOM-rapporten har de valgt at lade alle kompetencerne have samme status. Ingen kompetence fremhæves i forhold til de øvrige, de er alle indbyrdes forbundne, og alle kompetencerne er vigtige, når man skal beskrive matematisk faglighed.

Når vi benytter kompetencerne i en konkret analyse af kompendiet, er vi imidlertid nødt til at være præcise med at definere, hvad, vi mener, de enkelte kompetencer indebærer. Vi har derfor set nærmere på, hvad der karakteriserer netop den enkelte kompetence, og hvad der adskiller den fra de øvrige, for i analysen at kunne skelne hvilke kompetencer, vi vurderer, kompendiet lægger op til at aktivere. I og med at vi gør det, betragter vi kompetencerne isoleret fra hinanden. Det sker dog udelukkende for at kunne anvende dem i analysen. Vi mener *ikke*, at kadetterne aktiverer én kompetence ad gangen; kompetencerne aktiveres i et samspil.

Netop det forhold, at kompetencerne alle er indbyrdes forbundne, og at de samtidigt 'lapper' ind over hinanden, gør det vanskeligt at aktivere dem som analytiske dimensioner. Vi er, som sagt, nødt til at betragte dem som værende adskilt for at kunne afgøre, om stoffet lægger op til en udvikling af den enkelte kompetence. Det at foretage en sådan afgrænsning harmonerer ikke fuldstændigt med præsentationen af kompetencerne i KOM-rapporten. Her gøres der som sagt opmærksom på, at kompetencerne indbyrdes er tæt forbundne og sammenvævede; og selvom der ikke gås i dybden med alle forbindelserne, er det tydeligt, at kompleksiteten i emnet søges bevaret.

Den forsimpling, der uundgåeligt følger af at behandle kompetencerne isoleret, genfinder man til gengæld i analyserne af udvalgte erhvervsuddannelser som er indeholdt i KOM-rapportens del VII, hvor den matematiske faglighed på forskellige uddannelser behandles. Vi har navnlig beskæftiget os med erhvervsuddannelserne. Hærens officersuddannelse er indgangen til officersprofessionen, og som i erhvervsuddannelserne indgår matematikundervisningen som element i en uddannelse, der retter sig mod et bestemt erhverv. I de analyser af erhvervsuddannelser, man finder i KOM-rapporten, er det kun undtagelsesvis, at forbindelsen mellem kompetencerne tages op; i det store hele behandles hver enkelt kompetence isoleret fra de øvrige.

Ud over at kompetencerne behandles isoleret i KOM-rapportens analyser af erhvervsuddannelserne, har det været interessant for os at se på sprogbrugen. Det er ikke altid til at skelne, 'hvor' de matematiske kompetencer lokaliseres; er en kompetence noget, en person besidder, eller forbindes den til uddannelsen. I analyserne af gastronom- og elektrikeruddannelsen har vi hæftet os ved følgende:

> »De matematiske kompetencer kommer hos gastronomen til udtryk i hans/hendes evne til at handle rigtigt, når de praktiske opgaver skal løses. ... Hos gastronomen kommer *kommunikationskompence* til udtryk mellem fagfæller, ...« (KOM, 2002: 271-272) »*Hjælpemiddelkompetencen* må være veludviklet hos elektrikere, ...« (KOM, 2002: 282)

Ovenstående formuleringer knytter kompetencerne til et (fiktivt) subjekt. En kompetence er altså noget, en person besidder. Men der er andre formuleringer, hvor kompetencen snarere fremgår som noget, der er knyttet til uddannelsen:

> »På gastronomuddannelsen består *tankegangskompetence* i ... I uddannelsen kommer *repræsentationskompetence* især til udfoldelse i forhold til ...« (KOM, 2002: 272) »Til gengæld er *problembehandlingskompetencen* af stor betydning i elektrikeruddannelsen... Ligesom *repræsentationskompetencen* er en vigtig del af de tekniske uddannelser, er dele af *symbol- og formalismekompetencen det også*...« (KOM, 2002: 282).

Det har ikke været vores mening at læse KOM-rapporten, som Fanden læser Biblen, men det er interessant for os, at de problemer vi er stødt på i forhold til at benytte kompetencerne i en analyse genspejles i KOM-rapportens sprogbrug. Både hvad angår, at kompetencerne vurderes indbyrdes isoleret, og at det ikke er knivskarpt, om kompetencerne knytter sig til et subjekt eller ej. Vi benytter kompetencerne, som om de er knyttet til et subjekt: En kadet aktiverer en matematisk kompetence ved at arbejde med undervisningsmaterialet. Men vi baserer vores konklusioner på en analyse af undervisningsmaterialet, og ikke på en analyse af kadetten. I den forstand knytter vi kompetencerne til et objekt (her i form af kompendiet).

Et problem har været at overskue, hvad der karakteriserer kompetencerne, når det er på et meget basalt niveau. For at kunne det kræves en indsigt i, hvad der er på færde, når matematik indlæres på et meget grundliggende niveau.

I den forbindelse bliver det klart, at der er stor forskel på de otte kompetencer. Eksempelvis er tankegangskompetencen, specielt i sine mere basale aspekter, meget grundliggende. Man kan sagtens forestille sig en person, som overordnet kan karakteriseres ved en solid matematisk faglighed, som ikke har udfoldet hjælpemiddelkompetencen i nævneværdig grad. Mens det derimod er svært at se, hvad en person, hvor tankegangskomptencen stort set ikke er eksisterende, skulle kunne i en matematisk kontekst.

Herunder beskriver vi de enkelte kompetencer i den form, vi anvender dem.

Tankegangskompetence

I KOM-rapporten gives en omfattende karakteristik af tankegangskompetencen, bl.a. fremhæves følgende komponenter:

> »at *være klar over*, hvilke slags spørgsmål som er karakteristiske for matematik, i selv at kunne *stille sådanne spørgsmål*, og i at *have blik for hvilke typer af svar* som kan forventes. ... at *kende*, *forstå* og *håndtere* givne matematiske *begrebers rækkevidde* ... at kunne *skelne*, både passivt og aktivt, mellem *forskellige slags matematiske udsagn* og påstande, ...« (KOM, 2002: 47)

Vi er forholdvis restriktive i vores brug af begrebet i analysen. Hvis man ser på, hvilke kompetencer der forudsættes for at kunne begå sig med et givet stof, er det rimeligvis en af de kompetencer, der hyppigst er på spil. Når vi har fokuseret på det udbytte, kadetterne får af at beskæftige sig med stoffet i kompendiet, er det imidlertid vores indtryk, at der i udformningen af stoffet hverken er lagt vægt på at vedligeholde, udfordre eller udvikle denne kompetence. Hvis det alligevel sker, er det højst som biprodukt, dvs. kun i det omfang, at den altid vil blive aktiveret i omgangen med et givet matematisk stof. Det er dermed ikke *karakteristisk* for det undervisningsmateriale, vi har kigget på, i den forstand at der ikke lægges særligt op til udfordring af tankegangskompetencen.

Det er karakteristisk for kompendiet, at der ikke skelnes mellem den status forskellige udsagn har. For det meste bliver forskellige egenskaber blot postuleret. En gang imellem bemærkes det, at »man kan vise...«, men hvad der ligger i dette udtryk er underforstået. Matematikken ses som et redskab, der har sin berettigelse i den brug, man gør af den inden for forskellige områder, som en officer kan komme til at møde. Der optræder ingen beviser, der foretages ingen generaliseringer eller abstraktioner; i det hele taget er det iøjnefaldende, at det udelukkende er kvantificeringer af forskellige aspekter af virkeligheden, der er på dagsordenen. Der introduceres og benyttes en lang række metoder til løsning af de problemer, der præsenteres, men den tankegang, der ligger til grund for udviklingen af metoderne, lægger kompendiet ikke op til at man beskæftiger sig med. Det ville måske også være usædvanligt at finde undervisningsmateriale i en erhvervs- eller professionsuddannelse, der er formuleret for at udvikle tankegangskompetencen.

Problembehandlingskompetence

Ovenfor har vi behandlet forholdet mellem kompetencerne og det subjekt, der besidder dem, og det er værd at bemærke, at problembehandlingskompetencen afviger noget fra de øvrige, hvad det angår. Denne kompetence defineres i KOM-rapporten som det at kunne formulere og løse matematiske problemer. Et matematisk problem er dermed et spørgsmål, hvor en matematisk undersøgelse er nødvendig for besvarelsen. I Per Gregersen og Tomas Højgaard Jensens speciale (Gregersen & Højgaard Jensen, 1998) behandler de mere indgående, hvad der konstituerer et matematisk problem. Der synes at være en høj grad af overensstemmelse, mellem den måde begrebet anvendes i KOM-rapporten og dette speciale. Derfor har vi valgt at lade definitionen, der præsenteres i specialet, være styrende for vores opfattelse af, hvad der skal til, før noget udgør et *matematisk problem*:

> »*En situation, der involverer en række åbne spørgsmål, der udfordrer en eller anden intellektuelt, som ikke umiddelbart er i besiddelse af direkte metoder/procedurer/algoritmer, der er tilstrækkelige til at besvare spørgsmålene.*« (Gregersen & Højgaard Jensen, 1998: 24)

I Gregersen og Højgaard Jensens definition lægges der dog vægt på, at der optræder åbne *spørgsmål*, mens der i KOM-rapportens karakteristik af problembehandlingskompetencen omtales åbne og lukkede *problemer*. Vi antager, at der henvises til det samme og ser af den grund bort fra kravet om, at der skal optræde åbne spørgsmål, for at noget kan karakteriseres som et problem.

Hvad, der konstituerer et matematisk problem, er hermed relativt til det subjekt, der beskæftiger sig med problemet. Om en person vil få aktiveret sin problembehandlingskompetence i omgangen med et givet stof, afhænger bl.a. af de forudsætninger, han har, hvilket formuleres således i KOM-rapporten:

> »Derved bliver begrebet "matematisk problem" ikke absolut, men relativt til den person der stilles over for det. Det som for én person kan være en rutineopgave, kan for en anden være et problem, og omvendt.« (KOM, 2002: 49-50)

Vi har valgt at lægge særlig vægt på den negative afgrænsning af definitionen af et matematisk problem; nemlig at man ikke umiddelbart skal besidde metoder/procedurer/algoritmer til løsning, hvis noget skal udgøre et problem. Derudover har vi forsøgt at skønne, hvad der vil udgøre et (matematisk!) problem for en kadet, der har forudsætninger for at omgås stoffet tilfredsstillende, jf. de antagelser vi gjorde ovenfor.

Vi vurderer, at langt størstedelen af de opgaver, der optræder i kompendiet, ikke kan karakteriseres som værende problemer. Det skyldes opbygningen af casene i kompendiet, hvor der først formuleres et 'problem'[1], og dernæst en løsning til det. Langt de fleste efterfølgende opgaver består i at løse lignende problemstillinger ved at benytte den præsenterede løsning som skabelon. Denne løsning bliver da at betragte som en algoritme, og da vi forudsætter, at kadetterne har de forudsætninger, der skal til for at få et rimeligt udbytte af stoffet, vil opgaverne ikke udgøre et problem for dem. I de enkelte tilfælde, hvor opgaverne ikke kan løses ved at bruge den præsenterede løsning som algoritme, har vi forsøgt at vurdere, om de vil udgøre en intellektuel udfordring for en kadet med gymnasialt C-niveau i matematik - og i givet fald har vi kaldt det et problem.

Modelleringskompetence

KOM-rapporten beskriver modelleringskompetencen således:

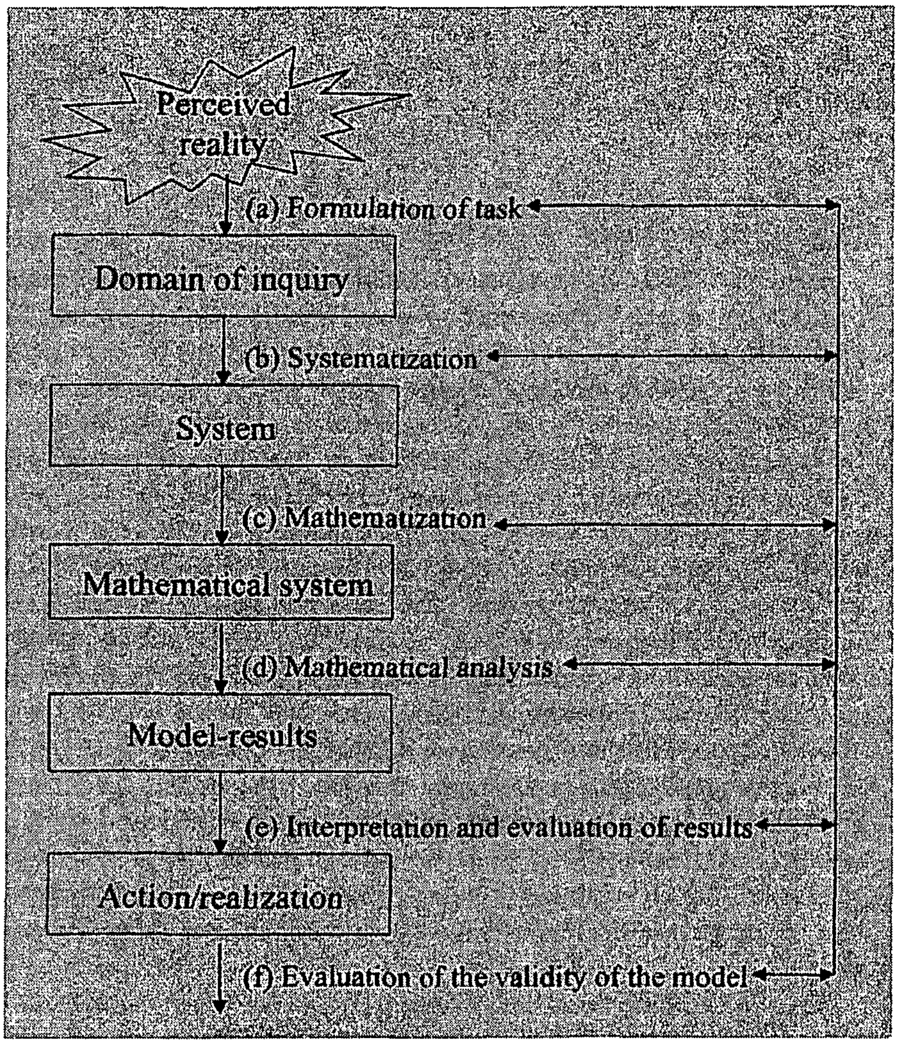
> »Denne kompetence består på den ene side i at kunne *analysere* grundlaget for og egenskaberne ved foreliggende modeller og at kunne bedømme deres rækkevidde og holdbarhed... På den anden side består kompetencen i at kunne *udføre aktiv modelbygning* i en given sammenhæng, dvs. at bringe matematik i spil og anvendelse...« (KOM, 2002: 52)

I KOM-rapporten er det specielt det at kunne analysere en given matematisk model og dens forudsætninger og det at kunne udføre aktiv modelbygning, der fremhæves ved modelleringskompetencen. I den forbindelse er der flere spørgsmål, der melder sig. Hvad konstituerer en model, og hvad indebærer det at udføre aktiv modelbygning?

I princippet kan man tale om en matematisk model lige så snart, man opstiller et regnestykke, men for ikke at udvande begrebet for meget, har KOM-rapporten forsøgt at forlange lidt mere, før man taler om matematisk modellering. De har valgt at lægge vægt på, om det er en anvendelse uden for matematikken, hvor »der optræder en ikke-selvfølgelig tilskæring af den modellerede situation, som indebærer beslutninger, antagelser, indsamling af oplysninger og data m.v.« (KOM, 2002: 53). I forhold til de øvrige kompetencer er det centrale punkt her at afgrænse modelleringskompetencen fra problembehandlingskompetencen. Det gøres altså ved at lægge vægt på, at

[1]Det er den term, der anvendes i kompendiet. Den er ikke sammenfaldende med den måde, begrebet benyttes i KOM-rapporten.

virkeligheden skal have en reel plads i problemstillingen, modellen opstilles over. Samtidigt gøres der opmærksom på, at »selve modelbehandlingen, er tæt forbundet med den ovennævnte problembehandlingskompetence« (KOM, 2002: 53).



Figur 2.1 En grafisk model af modelleringsprocessen (Blomhøj & Højgaard Jensen, 2002: 5). I teksten henviser vi til modelleringsfaserne 1-6, der her er angivet ved bogstaverne (a)-(f). Pilene illustrerer, at det ikke kun er en fremadskridende proces at modellere, men at det kan være nødvendigt at modificere beslutninger truffet på ethvert skridt.

Begrebet modelbehandling relaterer til »elementer« i den aktive modelbygning, som nævnes i KOM-rapporten. Man vil ofte fremstille modelbygning som en proces, der er inddelt i visse faser (se f.eks. Blomhøj og Højgaard

Jensen, 2002: 3 og figur 2.1), og de elementer, der nævnes i KOM-rapporten, passer til forskellige trin i processen. Ud fra den synsvinkel går modelleringskompetencen ud på at kunne begå sig i de forskellige faser. I Blomhøj og Højgaard Jensen (2002) tager faserne sig således ud (se ligeledes figur 2.1):

1. Problemformulering - man formulerer opgaven (mere eller mindre eksplicit), som modellen konstrueres til at udføre. Herved fokuserer man på et udsnit af virkeligheden.

2. Systemafgrænsning - det virkelighedsudsnit, man har valgt, beskæres yderligere. De objekter og relationer, der vurderes som væsentlige, udvælges, og de idealiseres, så de egner sig til en matematisk fremstilling/repræsentation.

3. Matematisering - de objekter og relationer, der er udvalgt, oversættes fra deres oprindelige fremtrædelsesform til en matematisk.

4. Matematisk analyse - vha. matematiske metoder bearbejdes objekterne og relationerne, sådan, at man når frem til matematiske resultater og konklusioner.

5. Fortolkning og vurdering af resultater - de matematiske resultater og konklusioner overvejes i forhold til udgangspunktet; giver de mening i den oprindelige kontekst?

6. Evaluering af modellens validitet - her overvejes modellens begrænsninger og gyldighedsområde.

I forhold hertil er der både lidt mere og lidt mindre i KOM-rapportens karakteristik af modelleringskompetencen. For det første har de ikke noget, der svarer til punkt 1, problemformuleringen. For det andet medtager de det at kunne kommunikere om modellen og det at have overblik over og kunne styre modelbygningsprocessen. Forskellene betyder ikke noget i forhold til vores brug af begrebet, da der ikke stilles krav til kadetterne om nogen af de ovennævte forhold i faget *Anvendt matematik.*

På baggrund af vores egne erfaringer, mener vi desuden, at man kan fremhæve det positive i at have kendskab til mange modeller i forhold til de fleste af faserne i modelleringsprocessen. Ens tilgang til problemstillingen vil i vid udstrækning være styret af ens hidtidige erfaringer med modeller. Allerede når man afgrænser og foretager idealiseringer, har man måske en eller flere kendte modeller i tankerne. De modeller man kender, og ens erfaringer med dem i forhold til de forskellige faser i modelleringsprocessen, udgør på den måde et værdifuldt beredskab - eller repertoire - man senere kan trække på i lignende situationer. Vi mener ikke, at det er en nødvendig forudsætning at have bygget en model aktivt, for at modellen kan indgå i repertoiret. Det kan være tilstrækkeligt at få en model gennemgået for at blive opmærksom på, at en model kan bygges på netop den måde. Samtidigt mener vi dog, at udbyttet af modelarbejdet i langt de fleste tilfælde vil være størst, når der er tale om aktiv modelbygning.

På baggrund af ovenstående overvejelser har vi set på følgende forhold, når vi har vurderet om modelleringskompetencen bliver udfordret i forhold til en case i kompendiet. Vi har set på, om virkeligheden reelt er blandet ind i sagen, eller om den kun optræder som en undskyldning for at bringe matematik på banen. Det er ikke altid nemt at afgøre. Men vi har bl.a. set på, hvilke valg der optræder undervejs, og om man kan tænkes at have nogle af de samme overvejelser i andre situationer. Dernæst har vi set på, om kadetterne har mulighed for at blive bedre til at gennemføre en eller flere af modelbygningens faser i arbejdet med stoffet.

Der optræder en del modeller i kompendiet, og det er karakteristisk, at mange af dem er ganske detaljerede. Flere gange udvikles en model fra case til case, dvs. en model præsenteres først under antagelse om, at visse forhold vil være uden betydning. I næste case gøres man opmærksom på, at disse forhold har betydning, og modellen udvides til at inkludere dem. Der etableres dog ingen systematisk analyse af modellerne, deres forudsætninger og rækkevidde. På den måde er det ikke oplagt, at kadetterne har mulighed for at udvikle deres kompetence til kritisk modelevaluering (fase 6 i modelbygningsprocessen) ved omgangen med kompendiet. Til gengæld gøres der opmærksom på, hvornår der benyttes tilnærmelser, og de afvigelser det kan medføre. Grænserne for de værdier, de indgående størrelser kan antage, bliver også behandlet flere gange. De faser, kadetterne støder på, er derfor primært 2 - 5 i Blomhøj og Højgaard Jensens beskrivelse af processen, og vel og mærke ikke sådan at de selv skal udføre dem. Kadetterne bliver ført igennem faserne i teorigennemgangen og skal dernæst benytte modellen til at svare på tilsvarende spørgsmål i opgaverne.

Alt i alt vurderer vi, at kompendiet lægger op til, at kadetterne får forståelse for, hvorfor de forskellige elementer optræder i modellerne, hvilken funktion de har, samt en fornemmelse for de værdier de kan antage. Så selv om aktiv modelbygning ikke er på dagsordenen, og det ikke er den kritiske behandling af modeller, der er hovedsagen, konkluderer vi, at modelleringskompetencen er en af de kompetencer, der karakteriserer kompendiet.

Her bør man nok bemærke, at selv om modelleringskompetencen hænger tæt sammen med problemløsningskompetencen, er det sjældent, vi vurderer, at begge er på banen samtidigt. Det er en konsekvens af, at modellerne gen-

nemgås for kadetterne, og at de ikke selv skal foretage aktiv modelbygning, samt den måde kadetterne skal løse opgaverne på, hvor de skal anvende modellen som løsningsalgoritme.

Ræsonnementskompetence

I KOM-rapporten karakteriseres ræsonnementskompetencen som det

> »at kunne *følge* og *bedømme* et *matematisk ræsonnement*, ..., specielt at vide og *forstå* hvad et matematisk *bevis* er, ... at kunne afgøre hvornår et matematisk ræsonnement er et bevis, og hvornår ikke. ... at kunne *afdække de bærende idéer i et matematisk bevis*, ... at kunne *udtænke og gennemføre* informelle og *formelle ræsonnementer* ... herunder omforme heuristiske ræsonnementer til egentlige (gyldige) beviser.« (KOM, 2002: 54)

Det er tydeligt, at matematiske beviser er i centrum for denne kompetence, men også den tankegang, der går forud for et egentligt bevis, er med. Som fikspunkt for vores forståelse af kompetencen har vi tænkt på matematisk argumentation; dvs. at man går fra præmisser til konklusioner ved hjælp af logisk gyldige slutninger. Når vi har bedømt, om materialet lægger op til en udvikling af ræsonnementskompetencen, har vi dels set på omfanget og kvaliteten af den argumentation, kompendiet indeholder, og dels på den argumentation der bliver lagt op til, at kadetterne selv skal præstere.

Det er vores vurdering, at ræsonnementskompetencen alene karakteriserer kompendiet ved sit fravær. Det er ikke sådan, at der ingen argumentation er overhovedet, men der er hverken beviser eller argumenter, der evt. kan udbygges til beviser. Enkelte gange anvendes udtrykket, »det kan vises...«, der hentyder til eksistensen af et egentligt bevis for en påstand, der fremføres. Men hvad der ligger i et sådant bevis, eller hvad det bygger på, kommes der ikke nærmere ind på. For det meste fremføres påstandene uden, at der gives nogen begrundelse for dem.

Ved algebraiske omformninger af formeludtryk, er mange trin ofte udeladt, så kadetten nok får fornemmelsen af, at forskellige udtryk betyder det samme, men ikke hvorfor. Hvis man opfatter en sådan algebraisk omformning af en formel til et andet udtryk som en argumentation for, at de to udtryk er ækvivalente, er den argumentation, der præsenteres, ufuldstændig i forhold til kadetternes forudsætninger. Den er derfor ikke velegnet til at udvikle kadetternes ræsonnementskompetence. Men deres kompetence kan udfordres i den udstrækning, at de forsøger at følge skridtene i de algebraiske omformninger.

Vi har heller ikke fundet opgaver, hvor der stilles krav til kadetternes argumentationsevner. I alle opgaver skal der bestemmes en konkret værdi (enkelte gange er svaret et 'ja' eller 'nej'), og man behøver ikke at argumentere for den løsning, man finder.

Repræsentationskompetence

I KOM-rapporten karakteriseres repræsentationskompetencen bl.a. således:

> »at kunne *forstå* ... og *betjene sig af* forskellige slags repræsentationer af matematiske objekter, fænomener, problemer eller situationer ... dels at kunne forstå de indbyrdes *forbindelser* mellem forskellige repræsentationsformer for det samme sagsforhold og at have kendskab til deres styrker og svagheder ... dels i at kunne *vælge* blandt og *oversætte* imellem forskellige repræsentationsformer for et givet sagsforhold...« (KOM, 2002: 56-57)

I vores fortolking af kompetencen har vi set på flere ting. For det første om kompendiet indeholder mange forskellige repræsentationsformer og derved vænner kadetterne til at omgås dem. For det andet om kompendiet anvender, eller lægger op til at kadetterne præsenterer, flere forskellige repræsentationsformer til at beskrive det samme. I så fald udfordres kadetternes evne til at se forbindelsen mellem repræsentationsformerne, og der er ligeledes mulighed for, at kadetterne kan vurdere de forskellige repræsentationers særlige egenskaber.

Det er karakteristisk, at kompendiet benytter sig af en lang række repræsentationsformer. Faget hedder *Anvendt matematik*, og det er da også matematikken anvendt på praktiske problemstillinger, kadetterne møder i kompendiet. Det virker ikke som om, at der benyttes mange forskellige repræsentationsformer, fordi man kan, men snarere at det er uundgåeligt at gøre det, hvis man vil introducere til anvendelsen af matematikken inden for mange forskellige problemstillinger, hvoraf også mange matematiske stofområder kommer i spil. De forskellige repræsentationsformer benyttes som midler til løsning af de problemstillinger, der formuleres i hver enkelt case. Der er desuden en del tilfælde, hvor kompendiet lægger op til, at opgaver skal løses, ved at kadetterne benytter sig af forskellige repræsentationsformer for det samme.

Symbol- og formalismekompetence

KOM-rapporten skriver bl.a. om symbol- og formalismekompetencen, at det at besidde kompetencen består i

> »at kunne *afkode* symbol- og formelsprog, i at kunne *oversætte* frem og tilbage mellem symbolholdigt matematisk sprog og naturligt sprog, ... [kompetencen adskiller sig fra repræsentationskompetencen ved] at fokusere på symbolernes karakter, status og betydning og på selve håndteringene af dem, ...« (KOM, 2002: 58-59)

Når vi har vurderet, om kompendiet lægger op til, at kadetternes symbol- og formalismekompetence udfordres, har vi først set på, om der optræder mange symboler i teksten. Dernæst hvilken funktion de indgående symboler har, herunder hvilken omgang med symbolerne der lægges op til, f.eks. om symbolerne er parameternavne, og om der i så fald er knyttet en enhed til parameteren. Skal der oversættes frem eller tilbage mellem naturligt sprog og matematik for at teksten giver mening? Manipuleres der med symbolet, hvor der kræves kendskab til reglerne for brug af netop det symbol? Vi har haft en bagatelgrænse, når vi har set efter symboler. Hvis symbolerne og reglerne for omgangen med dem må anses for rutine for kadetterne, har vi ikke taget dem i betragtning. Symbolerne for addition og multiplikation er eksempler på, hvad der ligger under den grænse.

Der optræder en lang række symboler i kompendiet - langt flere end man normalt vil forvente i undervisningsmateriale fra en uddannelse, der udelukkende er matematikforbrugende (se afsnit 2.2 for en definition af dette), og hvor de studerendes formelle forudsætninger er det gymnasiale C-niveau. I navngivningen af de variable i de forskellige modeller bruges mange standardbetegnelser fra fysikken, ofte optræder der variable med fodtegn, og endelig optræder der en lang række græske bogstaver. Det er ligeledes gennemgående for kompendiet, at der benyttes en lang række matematiske symboler, og at de anvendes aktivt, så reglerne for brugen af dem kommer i spil. Der er således rig lejlighed til aktivering af kadetternes symbol- og formalismekompetence.

Kommunikationskompetence

I KOM-rapporten karakteriseres kommunikationskompetencen så kort, at vi har valgt at bringe den i sin helhed:

> »Denne kompetence består i at kunne *sætte sig ind i og fortolke* andres matematikholdige skriftlige, mundtlige eller visuelle udsagn og "tekster", dels i at kunne *udtrykke sig* på forskellige måder og på forskellige niveauer af teoretisk eller teknisk præcision om matematikholdige anliggender, skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere.« (KOM, 2002: 60)

Vi har haft lidt svært ved at få hold på denne kompetence i forhold til analysen af kompendiet. For det første har kompentencen en afsender-komponent, der kaldes for udtrykssiden i KOM-rapporten, og en modtager-komponent, som kaldes for den modtagende side. For det andet er det spørgsmålet, om det giver mening at vurdere aktiveringen af kommunikationskompetencen i en analyse af et undervisningsmateriale.

Hvis vi starter med modtagerkomponenten, hvad skal der så til, for at man vil lade stoffet karakterisere ved den side af kommunikationskompetencen? Der skal lægges op til, at kadetternes evne til at sætte sig ind i matematisk stof øges, vel og mærke uden at det kan reduceres til udbygning af nogen af de øvrige kompetencer.[2] Kommunikationskompetencens modtagerkomponent skal altid aktiveres, når en vilkårlig elev skal forstå et vilkårligt undervisningsmateriale. Vi har derfor valgt at tolke den side af kompetencen forholdsvist restriktivt, således at vi kun karakteriserer kompendiet i forhold til den side af kompetencen, når der optræder noget, der i særlig grad peger på det.

Hvad angår afsenderkomponenten, har vi valgt kun at karakterisere kompendiet ved den side af kompetencen i det omfang, der bliver lagt op til, at kadetterne selv skal kommunikere aktivt med og om matematik. Det kunne f.eks. være i form af anbefalinger om, at kadetterne taler indbyrdes om problemstillingen, eller at de skal aflevere opgaver til hinanden. Der er ingen steder i kompendiet, hvor den første mulighed er på tale; kadetterne bliver aldrig eksplicit gjort opmærksom på, at de indbyrdes skal tage stilling til problemstillingerne eller den matematiske teori. Det er udelukkende i opgaverne, der lægges op til at aktivere afsenderkomponenten, da opgaverne skal løses i grupper, og hvor kadetterne derfor er nødt til at kommunikere indbyrdes. Ved de to undervisningsgange, vi fulgte, regnede en stor del af kadetterne dog alene. Men det kan ikke ses ud af vores analyse af kompendiet. Da er man netop nødt til at se på undervisningen og ikke kun undervisningsmaterialet.

Alt i alt er det ikke udviklingen af kommunikationskompetencen, der karakteriserer kompendiet. Der lægges op til, at opgaverne skal løses i grupper, men de kan lige så vel løses af enkeltpersoner, hvilket også er, hvad der fortrinsvis sker. Der er kun én opgave, der eksplicit kræver kommunikation mellem kadetterne, nemlig en hvor kadetterne skal producere en kode, som andre kadetter efterfølgende skal bryde. Den proces involverer både modtager- og afsenderkomponenten af kommunikationskompetencen.

[2]Her tænker vi særligt på repræsentations- og symbol- og formalismekompetencen, der ligger tæt op ad kommunikationskompetencen.

Hjælpemiddelkompetence

KOM-rapportens karakteristik af hjælpemiddelkompetencen er som følger:

> »Denne kompetence består dels i at *have kendskab til* eksistensen og egenskaberne ved diverse former for relevante redskaber til brug for matematisk virksomhed, og have indblik i deres *muligheder og begrænsninger* i forskellige slags situationer, dels i at være i stand til, på reflekteret vis, at *betjene sig af* sådanne hjælpemidler.« (KOM, 2002: 62)

Vi har først set på, hvilke hjælpemidler kompendiet fordrer anvendelse af. Dernæst har vi vurderet, hvilken omgang med hjælpemidlerne der lægges op til - er det rutinebrug, eller lægges der op til, at kadetterne får øje for nye muligheder ved redskaberne eller om kendskabet til deres begrænsninger?

I kompendiet lægges der kun op til brug af et snævert udvalg af hjælpemidler: En avanceret lommeregner, regneark og en tabelsamling. Brugen af lommeregner er udstrakt, da kompendiet har sat en ære i ikke at bruge 'pæne' tal. Det er således oplagt, at den er i brug næsten hele tiden. Da nogle af de formeludtryk, der regnes på, har ganske mange cifre, bliver selve brugen af lommeregneren kompliceret. Det er f.eks. ikke ualmindeligt, at tre huskefunktioner ikke er tilstrækkeligt. Ligeledes betyder de mange forskellige matematiske stofområder, der behandles, at et bredt udvalg af de funktioner, som kadetternes lommeregner har, bliver benyttet. Hvad angår reflekteret omgang med hjælpemidlet, er der intetsteds, hvor dets begrænsninger berøres.

Dernæst er der regnearket Excel, som benyttes til ganske mange ting, blandt andet kan nævnes: numerisk analyse, graftegning, max-funktionen, samt Poisson- og eksponentialfordelingen. Kompendiet præsenterer og lægger op til brugen af regnearket i en lang række situationer. Igen er det på et meget brugsorienteret niveau, hvor en egentlig reflekteret omgang med hjælpemidlet ikke er på tale. Derudover benyttes i få tilfælde en sandsynlighedstabel. Herunder vises det, hvorledes man kan opstille sin egen tabel over Poissonfordelingen, hvis tabellerne i opslagsværket ikke indeholder de parameterværdier, man skal bruge.

'Overkompetencer' og overblik

I KOM-rapporten er de otte kompetencer delt ind i to overordnede grupper: »At spørge og svare i, med og om matematik« og »At omgås sprog og redskaber i matematik« (KOM, 2002: 45). Gruppeinddelingen ses herunder:

»At spørge og svare i, med og om matematik«

- tankegangskompetence
- problembehandlingskompetence
- modelleringskompetence
- ræsonnementskompetence

»At omgås sprog og redskaber i matematik«

- repræsentationskompetence
- symbol- og formalismekompetence
- kommunikationskompetence
- hjælpemiddelkompetence

Vi forstår gruppen »At spørge og svare i, med og om matematik« som matematikkens 'ånd'. Det er matematikkens grundliggende tankegange, der er på spil her. Den anden gruppe, »At omgås sprog og redskaber i matematik«, omhandler matematikkens formalisme, dens spilleregler.

Ud over kompetencerne og deres opdeling i to grupper tales der i KOM-rapporten om tre former for matematisk overblik:

> »Det drejer sig om på baggrund af viden og kunnen at besidde overblik og dømmekraft vedrørende a) matematikkens faktiske anvendelse i andre fag- og praksisområder, b) matematikkens historiske udvikling, såvel internt som i samfundsmæssig belysning, og c) matematikkens karakter som fagområde.« (KOM, 2002: 67)

Det vedrører altså det at have overblik over, hvordan matematik kommer i spil i situationer uden for matematikken selv. Vi anvender kun overbliksbegreberne i begrænset omfang, da hverken punkt b) eller c) kan forventes at være af betydning i en uddannelse, der udelukkende er matematikforbrugende (se afsnit 2.2). Det er da heller ikke noget, der tillægges stor vægt i KOM-rapportens analyser af erhvervsuddannelserne.

Matematiske stofområder

I KOM-rapporten inddeles matematikfaget i ti matematiske stofområder, som ses af nedenstående liste (KOM, 2002: 116-117). Vi anvender denne inddeling, når vi fastlægger, hvilke matematiske stofområder der er i spil i kompendiets cases. I afsnit 1.4, hvor der er en beskrivelse af kompendiets opbygning, står der under *Læseplan*, hvilke matematiske emner, casene omhandler. De emner er *ikke* inddelt på samme måde som i KOM-rapporten.

Talområderne. Hermed tænkes på talbegrebet og de klassiske hovedtalområder: De naturlige tal, de hele tal, de rationale tal, de reelle tal, og de komplekse tal. Der tænkes tillige på notation af tal, herunder positionssystemet, brøker, decimaltal m.v.

Aritmetik Hermed tænkes på regningsarterne addition, subtraktion, multiplikation og division i spil over for konkrete tal og på diverse algoritmer til udførelse af regningerne. Til dette stofområde henregnes også procentregning samt overslags- og tilnærmelsesregning.

Algebra Hermed tænkes på formelle træk ved kompositioner, der bringes i spil over for forskellige sæt af objekter, såsom kompositioner og deres samspil, herunder generelle regneregler, ligninger og ligningsløsning, algebraiske strukturer (grupper, ringe, legemer, vektorrum m.m.), algebraiske undersøgelser af geometriske objekter.

Geometri Hermed tænkes på hele spektret af geometriske problemstillinger, betragtningsmåder og discipliner, såsom beskrivende geometri vedrørende plane og rumlige objekter, geometrisk måling, koordinatsystemer og analytisk geometri, deduktiv geometri (på et globalt eller et lokalt aksiomatisk grundlag), kurver og flader, differentialgeometri, geometriske undersøgelser af algebraiske objekter.

Funktioner Hermed tænkes på såvel selve funktionsbegrebet, inklusive variabelbegrebet, og funktionsgrafer, såvel som på de basale specielle reelle funktioner: lineære og andre polynomiumsfunktioner, rationale funktioner, trigonometriske funktioner, potensfunktioner, eksponential- og logaritmefunktioner.

Infinitesimalregning Hermed tænkes på klassisk reel analyse omhandlende emner som kontinuitet og grænseværdi for funktioner, differentiabilitet og differentiation, ekstrema, integrabilitet og integration, differentialligninger, og på konvergens og divergens af talfølger og rækker samt numerisk analyse.

Sandsynlighedsregning Hermed tænkes på selve tilfældigheds- og sandsynlighedsbegrebet, kombinatoriske sandsynligheder og endelige sandsynlighedsfelter, stokastiske variable og fordelinger, herunder sædvanlige standardfordelinger, samt aksiomatisk sandsynlighedsteori.

Statistik Hermed tænkes på organisering, fortolkning og slutningsdragning vedrørende kvantitative data, såsom usikkerhed, beskrivende statistik, empiriske fordelinger, parameterestimation, hypotesetestning, forsøgsplanlægning og inferens.

Diskret matematik Hermed tænkes på undersøgelse af endelige samlinger af objekter (eller uendelige som ikke udgør et kontinuum): Tællemetoder og kombinatorik, klassisk (elementær) talteori, grafer og netværk, koder og algoritmer.

Optimering Hermed tænkes på bestemmelse af lokale eller globale ekstremumsværdier for reelle funktioner med eller uden infinitesimalregning, såsom maksima og minima for reelle funktioner af en eller flere variable, optimering under bibetingelser, herunder lineær programmering.

2.2 Øvrige begreber

Vi anvender desuden begreber, der ikke optræder i KOM-rapporten, og dem præciserer vi i det følgende.

Matematisk C-niveau

Vi omtaler flere steder, at kadetterne som minimum skal have et C-niveau i matematik som forudsætning for at begynde på Hærens Officersskole. Vi vil beskrive, hvad det indebærer i form af det stof, der skal gennemgås på et gymnasialt C-niveau i matematik ud fra den nuværende gymnasiebekendtgørelse fra 1999 (Undervisningsministeriet, 1999). C-niveau opnås på den sproglige linie; på den matematiske linie opnås mindst B-niveau.

Undervisningen i matematisk C-niveau på sproglig linie omfatter tre emneområder og et valgfrit forløb. De tre emneområder er:

1. Funktioner og optimering
2. Statistik og sandsynlighedsregning, samt procentregning
3. Geometri

Det valgfri forløb kan enten uddybe stof fra de tre nævnte emneområder eller behandle et nyt matematisk emneområde.

Under det første emneområde, *funktioner og optimering*, skal eleverne undervises i følgende: »Elementære funktioner; herunder lineær funktion, eksponentielt voksende/aftagende funktion og potensfunktion. Enkelt og dobbeltlogaritmisk papir. Andengradspolynomiet. Løsning af simple ligninger og uligheder, hvori de nævnte funktioner indgår. Optimering.« (Undervisningsministeriet, 1999: 124) De skal arbejde med forskellige repræsentationsformer for funktioner og kunne løse problemer grafisk og numerisk, og de skal introduceres for begrebet matematisk model.

Under emneområdet *statistik og sandsynlighedsregning, samt procentregning* skal eleverne undervises i: »Behandling og analyse af talmaterialer, statistiske deskriptorer. Stokastisk variabel; sandsynlighedsfordeling, middelværdi og spredning. Binomialfordeling og normalfordeling. Procentregning, vejet gennemsnit, indekstal. Rentesregning, annuitetsregning.« (Undervisningsministeriet, 1999: 124) Derudover skal eleverne indføres i generelle begreber og metoder fra sandsynlighedsregning og kombinatorik, og de skal bruge tabeller og normalfordelingspapir.

Under emneområdet *geometri* undervises eleverne i: »Trekanter; retvinklet trekant og ensvinklede trekanter. Beregning af sider og vinkler i retvinklet trekant.« (Undervisningsministeriet, 1999: 124) Funktionerne *cosinus*, *sinus* og *tangens* benyttes ved beregninger for retvinklede trekanter.

Derudover er der, som nævnt, det valgfrie forløb, hvor vi af gode grunde ikke kan nævne, hvilke matematiske emneområder eleverne undervises i.

Ud af de ti matematiske stofområder, der er nævnt i KOM-rapporten, er det kun infinitesimalregning, der ikke berøres på C-niveauet; alle de øvrige kommer i spil i en eller anden grad.

Kontekst

Vi anvender begrebet kontekst en del gange og præciserer her, hvad vi mener med det. Tine Wedege skelner i sin afhandling (Wedege, 2000) mellem to former for kontekst: opgave-kontekst og situations-kontekst. Hun beskriver dem på følgende måde:

> »Kontekst som repræsenterer virkelighed, der meget vel kan være en matematisk virkelighed, i opgaver, problemregning, eksempler, tekstbøger og andre undervisningsmaterialer ... vil jeg kalde *opgave-kontekst*.
>
> ...
>
> I den anden grundbetydning [af ordet kontekst] som har med historiske, sociale, psykologiske m.v. forhold eller relationer at gøre, taler matematikdidaktikere om kontekst for matematiklæring, brug af matematik, matematikviden (skole, hverdag, arbejdsplads o.s.v.) eller kontekst for matematikundervisning (uddannelsessystem, uddannelsespolitik o.s.v.). Denne type kalder jeg *situations-kontekst.*« (Wedege, 2000: 77-78)

I vores brug af begrebet er opgavekontekst den måde, virkeligheden præsenteres på i undervisningsmaterialet. Vi taler f.eks. om, at en case eller en opgave har en militær opgavekontekst. Da mener vi, at casen eller opgaven omhandler et emne, der er relevant i militære sammenhænge, f.eks. udlægning af miner. Det indebærer f.eks., at der anvendes militære ord og udtryk, eller at der er underforstået viden, som en militært uddannet person vil kende.

Situationskonteksten er den ramme, en begivenhed er sat i. Vi opfatter 'officersuddannelse' som en del af konteksten for matematikundervisningen på Hærens Officersskole. I en bredere betydning af situationskontekst taler vi også om, at den matematik, kadetten har lært, bringes i anvendelse uden for matematikundervisningen. Det kan f.eks. være, hvis de skal planlægge logistikken for en troppetur.

Når vi i rapporten skriver opgavekontekst, mener vi naturligvis det. I andre sammenhænge skriver vi blot kontekst; da forstår vi det som situationskontekst.

Profession

Officersuddannelsen er en *professionsuddannelse*, og vi forklarer her, hvad der ligger i det. Vi anvender begrebet erhverv (eller beskæftigelse), som en grundlæggende kategori, hvor et erhverv kan betegnes som en profession, hvis det har nogle særlige karakteristika.

Bengt Abrahamsson, der har studeret professionsbegrebet bl.a. i forhold til militæret, har opstillet tre kriterier for, hvad der karakteriserer en profession (Abrahamsson, 1985):

- Medlemmerne af professionen skal beherske en speciel teori, der oftest er udviklet over lang tid, og som danner grundlag for deres beskæftigelse.
- De skal bekende sig til visse etiske normer, der bl.a. kommer til udtryk i omgangen med hinanden og folk, der ikke har samme profession.
- Medlemmerne af professionen er gået gennem en udvælgelsesproces, inden de kunne optages i professionen.

Han skriver endvidere, at en profession ofte er kendetegnet ved, at dens medlemmer i stor stil udvikler samme tankegang og tøjstil og har den samme optræden over for omverdenen. Deres uddannelse er ofte autoriseret

af staten og langvarig, og de nyder stor anerkendelse. Typiske eksempler på professioner er læger, advokater, præster og militærfolk.

Med hensyn til rekrutteringen og uddannelse af en professions medlemmer skriver Bengt Abrahamsson følgende:

> »Professioner ställer ofta(st) krav på att själva få bestämma över, eller åtminstone starkt påverka, *rekryteringen till, och utbildningen inom, yrket.* I kraft av sina specialkunskaper, sin yrkesteori och sina särskilda relationer till klienterna är professionsmedlemmarna - hävdar de själva - de bästa bedömarna om vilka som bör tas in i yrket, och hur dessa bör utbildas.« (Abrahamsson, 1985: 21)

De forhold gør sig i stor stil gældende inden for militæret, hvor de både rekrutterer og uddanner deres egne. Der er ingen civile, der kan forventes at have samme kendskab som militæret selv til, hvad f.eks. en officer har behov for af viden og evner, og hvad kadetterne derfor skal undervises i. Det følger af det helt naturlige forhold, at det (i det mindste ideelt) er militærfolk og ikke civile, der har førstehåndserfaringer med f.eks. kamphandlinger.

Militærsociologen Henning Sørensen opstiller lignende kriterier for en profession i sin afhandling *Den danske officer* (Sørensen, 1988). Han opdeler sine i fire elementer, hvor de to første knytter sig til adfærd og de to sidste til attitude:

- Ekspertise i udøvelsen af beskæftigelsen.
- Ansvarsfølelse i udøvelse af gerningen.
- Professionsudøverne udgør en stand/gruppe.
- Denne stand/gruppe besidder en korpsånd.

Han eksemplificerer det bl.a. ved at nævne, at professionsudøverne har en fælles, ensartet, opførsel over for andre - også indadtil ved at de kan regulere kollegers adfærd, f.eks. ved at påtvinge dem at følge visse standarder. De har indbyrdes solidaritet og holdningsfællesskab, og ofte har professionen et fagligt miljø, hvor der udgives tidsskrifter og afholdes konferencer.

Henning Sørensen opsummerer sine fire elementer i følgende:

> »Enhver profession starter med en rekruttering af personer, som efter en bestemt uddannelse udfører en ekspertfunktion. Allerede inden udøvelsen af deres gerning udvikler professionsudøverne nogle normer om at arbejde ansvarsbevidst, at tilhøre en

> fælles stand, og at udvise kollegial loyalitet, elementer som indgår i professioner.
> *Profession* er altså betegnelse for de mennesker, der har en specifik, let identificerbar omend meget sammensat beskæftigelse - forskellig fra andre jobs - og som udfører deres arbejde ud fra særlige selvpålagte krav samt indgår i denne stands aktiviteter og holdningsfællesskab.« (Sørensen, 1988: 21)

De to sæt kriterier for, hvad der kendetegner en profession (Bengt Abrahamssons og Henning Sørensens) er sammenlignelige, og vi mener, at de dækker det samme. Begge taler om, at medlemmerne af professionen skal besidde en særlig viden (teori, ekspertise), og at de har opnået denne viden gennem en uddannelse, som de er rekrutteret til - det er altså ikke hvem som helst, der kan blive en del af professionen. De taler ligeledes begge om, at medlemmerne af professionen har og skal følge særlige normer, herunder etiske, og at de har en fælles adfærd både blandt kolleger og ikke-kolleger, herunder at de er loyale overfor kolleger og fremstår ensartet udadtil.

På baggrund af ovenstående opfatter vi officersgerningen som en profession.

Vi betragter desuden officersuddannelsen som en *matematikforbrugende uddannelse*, som det er defineret i KOM-rapporten:

> »Hermed menes uddannelser, der autoriserer og sigter mod at kvalificere de deltagende personer til at bestride professioner, hvor anvendelse af matematik i varierende grad har væsentlig betydning, men hvor professionalismen ikke kan karakteriseres som grundlæggende matematisk.« (KOM, 2002: 148-149)

Man skal dog være opmærsom på, at begrebet profession i KOM-rapporten ikke benyttes på samme måde, som vi gør. I KOM-rapporten er det synonymt med vores brug af begrebet erhverv, dvs. det dækker langt mere end vores professionsbegreb.

Ud over matematikforbrugende uddannelser opererer KOM-rapporten med »matematikholdige almendannende uddannelser«, det er f.eks. folkeskolen, gymnasieskolen og almene voksenudannelser, og med »matematiske professionsuddannelser«, der dækker over bl.a. matematikere, dataloger og fysikere. (KOM, 2002: 148-149) Men officersuddannelsen er, som nævnt, matematikforbrugende: den er mere og andet end almendannende, og den sigter ikke mod et virke som professionel matematiker eller lignende.

Inden vi går i gang med at anvende vores begrebsapparat på kompendiet fra *Anvendt matematik*, vil vi gerne sætte faget i relation til resten af officersuddannelsen. Det gør vi i det følgende kapitel, hvor vi giver en oversigt over uddannelsen, som den foregår nu, samt en beskrivelse af, hvordan den har udviklet sig gennem de seneste 40 år.

3 Udviklingen af officersuddannelsen

I rapporten fokuserer vi på faget *Anvendt matematik* på officersgrunduddannelsen i hæren. I dette afsnit vil vi se nærmere på selve uddannelsen, så man kan få en ide om, hvilken kontekst matematikfaget befinder sig i. Vi vil dels beskrive uddannelsen, som den ser ud nu, dels hvordan den har udviklet sig i de seneste 40 år, og navnligt hvad det har betydet for matematikfaget.

3.1 Om uddannelsen

Inden vi kommer ind på varigheden af og optagelseskravene til uddannelsen, vil vi fremhæve, hvad der adskiller officersuddannelsen fra mange andre uddannelser.

Det er en lønnet uddannelse, og det betyder f.eks., at kadetterne bliver trukket i løn, hvis de udebliver fra undervisningen uden en god grund. Det er desuden en professionsuddannelse, hvad der er mere væsenligt. Vi har tidligere defineret, hvad der adskiller en profession fra et erhverv. Det medfører bl.a., at uddannelsen er indgangen til professionen. Den ekspertise i udøvelsen af professionen, som er et af kendetegnene ved en profession, skal grundlægges i løbet af uddannelsen. Det er netop her uddannelsen adskiller sig fra de civile uddannelser, for hvor lægens ekspertise er rettet imod det at helbrede, så angår officerens ekspertise »voldsudøvelse eller trussel herom« (Sørensen, 1988: 25). Det er ikke ensbetydende med, at officeren hver dag går på arbejde for at udøve vold mod det ene eller det andet, for et andet kendetegn ved officersprofessionen er, at der er en vældig diversitet i de opgaver, en officer skal kunne klare. Hvad det indebærer, beskriver vi i kapitel 4. Ikke desto mindre er kerneopgaven for en officer det at lede mænd i kamp. Det præger i høj grad uddannelsen, at den er rettet imod denne profession. Som vi skal se nedenfor, drejer diskussionerne omkring uddannelsen sig i høj grad om, i hvilket omfang officersuddannelsen skal rette sig imod kerneopgaven eller tilgodese professionens øvrige funktioner. Matematikkens rolle i uddannelsen afhænger af, om det som fag forbindes til det ene eller det andet aspekt.

Sammenhængen mellem officersuddannelsen og professionen ses også i det forhold, at der er helt faste regler for sammenhængen mellem uddannelse og karriere. Når man har fuldført et trin i uddannelsen, udnævnes man automatisk til en grad, der svarer til uddannelsestrinet.

Uddannelsen af officerer inden for hæren foregår i op til fire trin, hvoraf officersgrunduddannelsen er det andet. De fire trin og deres varighed er:

- Den grundliggende militær- og sergentuddannelse (20-24 mdr.)
- Officersgrunduddannelsen, OGU (34 mdr.)
- Officersvidereuddannelse I, VUT I (18 mdr.)
- Officersvidereuddannelse II, VUT II (ca. 8 mdr.)

(Hærens Officersskole, 2002)

I forhold til sammenhængen mellem uddannelse og karriere er gradsbetegnelserne i officersgruppen i hæren som følger:

- Præmierløjtnant
- Kaptajn
- Major
- Oberstløjtnant
- Oberst
- Brigadegeneral
- Generalmajor
- Generalløjtnant
- General

Under uddannelsen til officerer betegnes eleverne som kadetter. Når man har gennemført officersgrunduddannelsen, udnævnes man til præmierløjtnant, efter officersvidereuddannelse I til kaptajn, og efter officersvidereuddannelse II til major (Danmarks Evalueringsinstitut, 2003).

De uddannelsesmæssige adgangskrav til officersgrunduddannelsen er, at man enten har gennemført den grundliggende militær- og sergentuddannelse og har fungeret som sergent i minimum seks måneder, eller at man har gennemført 11 månders uddannelse som reserveofficer, og har fungeret som sådan i en periode. Derudover skal man have en studentereksamen eller tilsvarende, med mindst karakteren 6 i fagene engelsk og dansk, samt matematik på C-niveau. Ud over at opfylde de uddannelsesmæssige krav, skal man igennem to prøver og et møde med en optagelseskommision, inden man får lov at begynde på OGU.

Officersgrunduddannelsen foregår på Hærens Officersskole på Frederiksberg Slot i København. Der er ca. 80-100 kadetter på en årgang, og de er delt op i 4-5 klasser.

Faget *Anvendt matematik* løber over det første år på officersgrunduddannelsen, og har et omfang af 110 lektioner af 45 minutters varighed (Hærens Officersskole, 2002). Det er i praksis en for- eller eftermiddag med matematikundervisning ca. en gang om ugen.

Hvem søger uddannelsen?

I forhold til tidligere tider, og mange steder i udlandet, er det danske officerskorps karakteriseret ved at have en høj social spredning (Sørensen, 1988: 47). Efter østblokkens sammenfald har forsvarets opgaver skiftet afgørende karakter, hvilket vi kommer tilbage til i kapitel 4 om den militære profession. Det har bl.a. medført, at der i dag er en større tilslutning til forsvaret end tidligere (Baumann, 2002: 7). Den nye sikkerhedspolitiske situation, og de nye opgaver for forsvaret, har imidlertid også medført et skift i, hvilke grupper af unge der støtter forsvaret.

Deles de unge op i elever, studerende, faglærte og ufaglærte, var det i 1988 de ufaglærte, som gik stærkest ind for forsvaret. I 1998 var de imidlertid nede på en tredieplads efter gruppen af studerende og gruppen af elever, som nu er den gruppe, der støtter forsvaret mest (Kold, 2000: 208). Det at 'støtte' forsvaret medfører ikke nødvendigvis, at man søger optagelse på officersuddannelsen. Men man kan rimeligvis slutte den anden vej: Hvis en person *ikke* støtter forsvaret, vil han/hun ikke søge om optagelse. Ud fra ovenstående antager vi, at rekrutteringsgrundlaget til forsvaret har ændret sig. I hæren vurderer de da også selv, at der er »en tendens til at flere med en høj studentereksamen søger uddannelsen« (Hærens Officersskole, 2002: 20). Sammesteds opgives det, at der i perioden 1998-2001 var hhv. 0%, 10%, 4% og 2% af de optagne, der havde fuldført en universitetsuddannelse (bachelor eller kandidat), før de blev optaget på officersuddannelsen.

3.2 Et historisk overblik

For bedre at forstå den rolle matematik har i uddannelsen i dag, er det nødvendigt at gå tilbage og se på den udvikling, uddannelsen har gennemgået de senere år. De ændringer af uddannelsen, der kan forekomme, falder i tre kategorier, alt efter hvilket niveau de udspringer fra: Folketinget, forsvarets ledelse eller Hærens Officersskole.

- De mest omfattende omstruktureringer af uddannelsen sker på baggrund af lovændringer. Forud for vedtagelsen af nye love nedsætter Forsvarsministeriet et udvalg, der kommer med en betænkning. På baggrund af den betænkning vedtager Folketinget de nye love.
- Der sker også, at der foretages knap så omfattende ændringer, hvor initiativet kommer fra forsvarets ledelse, Forsvarskommandoen. Der nedsættes en projektgruppe, som kommer med en redegørelse, og endelig foretages på den baggrund en justering af uddannelsen.
- Endelig har ledelsen af Hærens Officersskole altid mulighed for at foretage ændringer af uddannelsen inden for de rammer, som er udstukket af Folketinget og Forsvarskommandoen.

Der har i de senere år været tre større ændringer af officersuddannelsen, i 1969, 1983 og 1992. Af dem var ændringen i 1969 langt den mest omfattende, og den havde afgørende indflydelse på den rolle, matematik nu har på officersuddannelsen.

Først vil vi kort gennemgå, hvad der overordnet motiverede og karakteriserede de forskellige ændringer i officersuddannelsen:

1969 A- og B-officerer. Dette er en lovændring, der er karakteriseret ved, at man lavede to parallelle forløb i officersuddannelsen, så man fik to forskellig officerstyper: A- og B-officerer. A-officerer fik en længere uddannelse og kunne avancere så højt det skulle være. B-officerer kunne ikke komme ud over majorniveau. Tanken var, at det ikke kunne betale sig at uddanne alle lige meget, når alle ikke endte med at lave det samme. B-officeren kunne således klare sig med en noget kortere uddannelse. Grundlaget for ændringen kaldes den orange betænkning (Hærens Linieofficerers Grunduddannelse, 1966). Ændringen i uddannelsen skete på baggrund af gymnasiereformen i starten af tresserne (Haslund-Christensen (ed.), 1988). I stedet for at nøjes med at tilpasse uddannelsen de nye forudsætninger hos kadetterne, benyttede man chancen til at lave en gennemgribende revision af uddannelsen.

Man gennemgik kritisk hvert enkelt element i den daværende uddannelse. På den baggrund byggede man uddannelsen op fra grunden, ved at se på hvilke elementer, man mente, var tidssvarende, og hvilke der ikke var. Matematik bliver her fremhævet som et paradigmatisk eksempel på det sidste.

1983 Enhedsofficeren I. Det er igen en lovændring, der kommer, fordi det viser sig, at der er for mange problemer med at have to slags officerer. Man laver derfor om på uddannelsen under overskriften *Enhedsofficeren.* Man har nu et grundforløb (OGU), som er fælles for alle, og en videreuddannelse (VUT), hvor man kan vælge mellem flere forskellige moduler. Det er stort set kun på det strukturelle niveau, uddannelsen ændres; det faglige indhold ændres ikke meget i forhold til loven fra 1969.

1992 Enhedsofficeren II. Her foretager Forsvarskommandoen en justering af uddannelsen, fordi det viser sig, at der i praksis stadig er to slags officerer. Det er åbenbart kun et af modulerne på videreuddannelsen, der giver adgang til de højere poster, og dem der får lov til at tage det, er reelt de nye A-officerer. Det forsøger man at ændre på.

I forhold til matematik er baggrunden for ændringen i 1969, at man historisk har set naturvidenskabelig dannelse som et helt centralt punkt i officersuddannelsen. Eksempelvis er det beskrevet således:

> »...de fag der blev undervist i, var de teoretiske: matematik, fysik og kemi. De udgjorde i det øvrige Europa som i Danmark "de grundlæggende begreber" i hele officersuddannelsen. Denne opfattelse af matematik som det centrale element varede i hele det 19. århundrede og blev først ændret i det 20. århundrede.« (Sørensen, 1988: 100)

I bogen *Uddannelse af Hærens Linieofficerer 1713-1963* (Rosenløv (ed.), 1963) kan man læse, hvordan områder som artilleri, fæstningsbyggeri og geodæsi alle har været af stor vigtighed inden for militæret. Den militære teknologi (og tilhørende strategi) har altid været, og er stadig, afgørende for en hærs slagkraft. I en lang periode var det specielt inden for artilleri og fæstningsbyggeri, at moderne krigsførelse udviklede sig. Traditionelt har det altså været sådan, at ens militære styrke hang tæt sammen med omfanget af naturvidenskabelig uddannelse hos officererne.

Matematik på officersuddannelsen de seneste 40 år

Synet på matematik og naturvidenskab som centralt element i officersuddannelsen, har afspejlet sig i en høj prioritering af fagene. Det ændredes

ved revisionen af uddannelsen i 1969. De ændringer, der skete på daværende tidspunkt, er nært knyttet til en enkelt person. Det følgende er en beskrivelse af den ændring af synet på matematik i forhold til officersuddannelsen, der skete med loven i 1969, med fokus på den rolle oberstløjtnant Nils Berg havde i den.

I 1960'erne sad Nils Berg som chef for taktisk afdeling på Officersskolen. Han deltog i debatten om officersuddannelsen i *Militært tidsskrift*. Her oversatte og kommenterede han eksempelvis i 1965 en artikel af en russisk general med titlen *Førernes militærtekniske uddannelse* (Berg, 1965). I artiklen slår den russiske general til lyd for en omfattende naturvidenskabelig uddannelse af officererne. Han skriver eksempelvis:

> »Enhver officer skal have et elementært kendskab til kernefysik, matematik, elektronik og lignende discipliner... Det er vor opfattelse, at matematisk uddannelse er absolut nødvendig for en chef for en sammensat enhed... Han [officeren] må i sin virksomhed tage en række funktionelt sammenhængende faktorer i regning, formulere de taktiske, tekniske og faglige kriterier kvantitativt, finde frem til et optimum i beslutningen og forudse effekten af de indsatte kampmidler. Han bør derfor kende den matematiske baggrund for operationsanalysen, herunder sandsynlighedsteori, og teorien for den lineære programmering, samt have en elementær viden om, hvorledes man matematisk formulerer militære problemer og løser dem ved automatiserede regneprocesser.« (Berg, 1965: 51-52)

Kort sagt en artikel der slår på tromme for en omfattende matematisk uddannelse af officererne. I sin kommentar til artiklen får man indtryk af Nils Berg som en, der i det væsentlige kan tilslutte sig dette synspunkt. Han slutter af med at skrive:

> »Det nye gymnasium giver vel ikke så væsentligt ændrede startvilkår for de matematisk-fysiske fag i officersskolerne, at en ændring af målsætningen for undervisningen i disse fag af den grund er nødvendig. Imidlertid skal man ikke forsværge, at der på den givne foranledning kan udvikle sig en egentlig målsætningsdebat - i hvert fald for så vidt angår uddannelsen af hærens officerer.« (Berg, 1965: 55)

Ændringen i 1969

I november 1965 nedsættes et udvalg af Forsvarsministeriet, der skal komme med en betænkning vedrørende en revision af officersuddannelsen; anledningen er den føromtalte gymnasiereform. Om det nu er på grund af hans deltagelse i debatten eller qua hans arbejde på Officersskolen, så sidder Nils Berg i udvalget som en af repræsentanterne for Hærens Officersskole. I januar 1966, hvor kommissionen blot har arbejdet i to måneder, skriver Nils Berg en artikel i *Militært tidsskrift* med titlen *Det militærvidenskabelige grundstudium. Et essay.* Artiklen skal vise sig at være et vendepunkt i forhold til matematikkens rolle på officersuddannelsen. Nils Bergs syn på denne rolle er radikalt anderledes, end det han præsenterede i den tidligere artikel. Han skriver i starten:

> »[det] skal endelig anføres, at det følgende delvis står for egen regning og ikke uden videre i sin udformning kan identificeres med mit tjenestesteds opfattelser, samt at jeg har modtaget megen inspiration og mange bidrag til tankens klaring gennem samtaler med mere eller mindre ligesindede.« (Berg, 1966: 9-10)

Hvad »delvis står for egen regning« betyder, er ikke helt klart, men der er ikke opgivet andre forfattere.

Det bliver snart klart, at ærindet med artiklen er en gennemgribende revision af officersuddannelsen. Nils Berg begynder med at give et kort rids af uddannelsen, som den så ud på daværende tidspunkt. Han mener, at dele af uddannelsen fungerer fint, men at andre dele (ca. 2/3 af undervisningen) ikke gør. Om formålet med at undervise i de sidstnævnte fag skriver han »...en mangel, at man intetsteds kan finde, hvilke bærende grundtanker planen hviler på«. Han fortsætter med at skrive »Faggruppeinddelingen militære-civile-fysiske fag bygger på vage, for ikke at sige meningsløse kriterier.«. Han giver eksempler til at underbygge sine påstande og kommer så med følgende udsagn:

> »Jeg tror nemlig, at man ved forarbejderne til denne plan måske nok har stillet spørgsmål om, hvad der må gives officeren af i dag gennem grunduddannelsen, men at man samtidigt har ment at have svaret i den overleverede plans fagbetegnelser. Med andre ord: *Man har hældt ny vin på 100-150 år gamle flasker.*« (Berg, 1966: 13)

Han gør derefter status over officersuddannelsen, som den har set ud siden 1830, samt de adgangskrav der har været. På den baggrund gør han følgende iagttagelse over uddannelsen, som den ser ud på det tidspunkt:

> »Eftersøger man i planen fag, der - sammen med de taktiske - udgør det centrale i officerens uddannelse og konstituerer denne

som et akademisk studium, lønner det sig nok at betragte fagene i grupperne 'Andre militære fag' og 'Civile fag' med kritiske briller. Uddannelsesplanens ord om formålet med undervisningen i matematik er i denne forbindelse værd at læse. De lyder, idet jeg for oversigtens skyld 'pinder' formålets femhovede uhyre ud: Formålet med undervisningen er

- dels at bibringe kadetterne de for tilegnelsen af lærestoffet i visse andre fag nødvendige matematiske forkundskaber
- dels at give dem det i matematisk henseende fornødne grundlag for deres senere praktiske tjeneste.

Endvidere skal undervisningen - ved at gøre kadetterne fortrolige med matematikkens grundlæggende metoder -

- dels i rimeligt omfang skabe forudsætning for senere gennemgang af specialuddannelse
- dels sætte dem i stand til ved selvstudium at følge med i den miltærtekniske udvikling.

Endelig tilstræber undervisningen

- at vænne kadetterne til præcis udtryksform.

Det er ingen god vare, der behøver så megen reklame. Efter min opfattelse er kun den første 'pind' af væsentlig relevans, de øvrige er irrelevante, uvæsentlige eller meningsløse.« (Berg, 1966: 15-16)

Nils Berg ridser efterfølgende situationen op omkring ændringerne i gymnasiet, og hvad dette betyder for officersuddannelsen. Om matematik skriver han følgende:

> »Matematikkens og fysikkens roller som det 19. århundredes avantgardistiske militærvidenskabelige centralfag er udspillet... Den undervisning i matematik og fysik, der måtte blive tilbage, når problemet er analyseret til bunds, bør få en ydmyg tjenerrolle som hjælpedisciplin for de tekniske basisfag.« (Berg, 1966: 18)

Derpå kommer Berg med et bud på, hvordan fremtidens officersuddannelse skal se ud under overskriften *det militærvidenskabelige grundstudiums model.* På baggrund af de præmisser han har fremlagt, og nogle til lejligheden fremstillede diagrammer, argumenterer han for, hvilke fag uddannelsen herefter skal indeholde og deres indbyrdes forhold og vægtning. Grundliggende er det en orientering af uddannelsen mod de samfundsvidenskabelige fag.

Grunden, til at vi har valgt at behandle Nils Bergs artikel fra 1966 så indgående, er, at meget tyder på, at den var afgørende for matematikkens

videre rolle i officersuddannelsen. For det første genfinder man hele artiklen i den betænkning, udvalget barsler med i december 1966. Der er nogle få omskrivninger eller udeladelser, men det meste af artiklen er gengivet ordret. Senere følger loven i 1969 betænkningen, og dermed artiklen, fuldstændigt, på nær nogle punkter af rent administrativ art. Der flyttes rundt på elementer af uddannelsen, således at den formelt kan afsluttes lidt tidligere, derved kan kadetterne udnævnes til præmierеløjtnanter efter samme studietidsforløb som før. De faglige ændringer, der foreslås i betænkningen, bliver imidlertid ikke antastet. Officersuddannelsen reformeres i fuld overensstemmelse med de visioner, artiklen indeholdt. Man kan i den forbindelse nævne, at Nils Berg i 1973 blev udnævnt til chef for Hærens Officersskole.

Senere ændringer

Der er god grund til at tro, at Nils Bergs artikel fra 1966 stadig udgør den ramme, uddannelsen tænkes inden for. I aprilnummeret 1989 af *Militært tidsskrift* beskriver oberstløjtnant Hesselbjerg, der er næstkommanderende på Hærens Officersskole, aspekter af officersuddannelsen (Hesselbjerg, 1989). Han henviser til betænkningen fra 1969 med ordene »Efter min opfattelse er denne model fortsat gældende, og den bør danne grundlaget for den meget nødvendige revision af uddannelsernes indhold.«. I det følgende benytter han diagrammerne fra betænkningen (og dermed Nils Bergs artikel fra 1966) til at understøtte sine synspunkter. I en artikel i *Militært tidsskrift* 1991 bemærker den daværende chef for Hærens Officersskole, O.P. Olsen, kort og godt:

> »Officersuddannelsen er stadig baseret på principperne i ›det militærvidenskabelige grundstudiums model‹... Grundmodellen er stadig en god principiel ramme for officersuddannelsen, og det er netop i grundmodellens ånd at foretage de justeringer, som udviklingen betinger.« (Olsen, 1991: 147).

I forbindelse med loven af 1982 er det primært opdelingen af officersgruppen i A- og B-officerer, der er på dagsordenen. Hvilke fag, der undervises i og hvor meget, kommer i anden række. Den nedprioritering af matematik, der sker i 1969, bliver ikke ændret. Det er en ændring, der primært angår den måde, uddannelsen er struktureret på; ikke så meget indholdet.

Da uddannelsen blev justeret i 1992 var den primære anledning som sagt, at officersgruppen stadig var opdelt i noget, der mindede om en A- og en B-gruppe. I perioden op til revisionen blev uddannelsens indhold igen diskuteret. Det følgende er citater, der er interessante, fordi de viser nogle positioner i debatten om uddannelsen, der går igen helt op til i dag. Først er der et indlæg i *Militært tidsskrift* hvor oberstløjtnant H.J. Jürgensen beklager det manglende akademiske niveau på officersgrunduddannelsen. Han skriver:

> »Vi har tillagt det stor betydning, at den kommende officer tør springe ud med faldskærm, kan ramme et skyttehul med en håndgranat, anbringe en sprængladning rigtigt, gennemføre en lektion i bajonetkamp,... Det, der skulle have givet officerskorpset indsigt, kreativitet og mod til at gå ind i en diskussion om forsvarets opgaver og struktur, mangler ganske.« (Jürgensen, 1990: 243)

I det efterfølgende nummer af *Militært tidsskrift* svarer oberstløjtnant C.L.E.N. Ibh på Jürgensens indlæg. C.L.E.N. Ibh er eksponent for det synspunkt, at man ikke bør bevæge sig for langt væk fra officerens kerneopgave - at lede soldater i kamp. Han skriver:

> »På en moderne slagmark uden fronter har alle aktørerne uden undtagelse behov for en grundig kampuddannelse. Det nytter f.eks. ikke, at man i ildledecentralen kun interesserer sig for matematik og statistik, hvis den luftlandsatte fjendtlige patrulje er hovedtruslen. En krigsbrugbar fører kan aldrig blive for dygtig til sit håndværk.« (Ibh, 1990: 267)

I den justering af uddannelsen der sker i 1992, indføres en teknisk linje på officersvidereuddannelsen, for at, som der står i den redegørelse, der danner grundlag for justeringen, »...medvirke til at sikre afbødning af ulemperne ved den faldede tekniske ekspertise i hæren,...« (POFU, 1992: 3, bilag 9). Den matematikundervisning, der foregår, bliver tilpasset, så den også kan understøtte den nye uddannelseslinje.

3.3 Omfanget af matematikundervisningen

Følgende tabel viser udviklingen i det samlede timetal for den undervisning i faget matematik[1], kadetterne har modtaget i løbet af deres officersuddannelse.

[1] I løbet af de seneste 40 år, har der været brugt ganske mange forskellige navne for matematikundervisningen på hærens officersuddannelse. Ud over bare at hedde *Matmatik*, har der været *Regning og matmatik*, *Statistik og sandsynlighedsregning*, *Matematik og fysik*, og nu hedder faget *Anvendt matematik*. I tabellen har vi medtaget alle fagene under ét.

Timetalstabel

År	mat. stud.	sprog. stud.
1964	300	300
1971	120	120
1982	40	202
1986	0	100
1991	40	140
1994	130	130
1995 og frem til i dag	110	110

Timetalstabel Tabellen viser antal matematiklektioner, en officer har fået gennem sin uddannelse. Årstallene henviser til de år, revisionerne er trådt i kraft. Mat. hhv. sprog. stud. henviser til kadetternes gymnasiale uddannelse.

Der er flere ting at bemærke i forbindelse med tabellen. For det første var officersuddannelsen i perioden mellem 1969-loven og 1982-loven delt i to linier: A- og B-officerer. B-officererne modtog ikke undervisning i matematik, hvorfor tallene for 1971 og 1982 kun dækker A-officererne. For det andet er det ikke en udtømmende beskrivelse, men er udtryk for de tal, vi har kunnet få fat på. Tallene fra perioden 1964 - 1986 stammer fra Haslund-Christensen (ed.) (1988), og resten har vi fra de uddannelsesplaner, vi har fået fra Hærens Officersskole. Fra 1994 og frem har vi haft adgang til uddannelsesplanerne fra hvert år. Inden da havde Hærens Officersskole et system, hvor ændringer i uddannelsesplanerne foregik ved, at der blev tilføjet retteark. Vi har enkelte planer fra den periode, men dem har vi ikke brugt, da det er for uklart for os, hvad der er blevet ændret hvornår. Der kan derfor godt være ændringer undervejs, vi ikke har fået med i tabellen. Vi har valgt at bringe de tal, vi har kendskab til, da vi synes, det giver et godt billede af udviklingen. Det er tydeligt, hvor meget der blev skåret ned på matematikundervisningen med 1969-loven, og at denne udvikling fortsatte med 1982-loven. I 1992 justerer man til gengæld op igen med de ændringer, der foretages.

Ud fra tabellen er det tydeligt, hvor stor indflydelse ændringerne i 1969 har haft på matematikkens rolle på officersuddannelsen. Omfanget af matematikundervisningen blev barberet ned til ca. en trediedel, og efter at have været endnu længere nede med ændringerne i 1982, kommer den ikke meget højere end i 1971, hvor 1969-loven var trådt i kraft.

I forhold til Nils Bergs artikel er det også væsentligt, at matematikken efter 1969 indgår på et helt andet niveau i uddannelsen. Efter ændringen i 1969 er faget reduceret til en »hjælpedisciplin« (Berg, 1966: 18) eller et redskabsfag. Det har altså ingen værdi i sig selv, men kun i det omfang at det understøtter kadetternes læring i deres øvrige fag. Matematikfaget ses ikke længere som havende direkte relation til officerernes kerneopgave. Sådan er det stadig; i selvevalueringen af officersgrunduddannelsen fra 2002 (Hærens Officersskole, 2002) deles fagene op i kernefag og støttefag, og her er matematik stadig defineret som støttefag. I lyset af de overvejelser er det rimeligvis ikke tilfældigt, at oberstløjtnant Ibh 25 år efter Nils Bergs artikel hiver matematik frem, når han skal give et eksempel på et overflødigt akademisk fag, der ikke har central interesse for officeren.

3.4 Matematikkens rolle på officersuddannelsen

Ud over at omfanget af matematikundervisningen blev beskåret kraftigt, har revisionen af uddannelsen i 1969 også medført nogle helt specielle betingelser, som faget efterfølgende har skullet fungere under. Fra at være et fag der var centralt for uddannelsen, er det pludselig en hjælpediciplin. Matematikken har ingen værdi i sig selv, men kun i det omfang den kan bruges i de øvrige fag.

Fra lovgrundlag til matematikundervisning

Ovenfor nævnte vi, at Hærens Officersskole løbende kan foretage ændringer af uddannelsen indenfor de rammer Folketinget og Forsvarskommandoen udstikker. I den forbindelse har vi undersøgt, hvordan planlægningen af matematikundervisningen foregår på Hærens Officersskole.

Lovgrundlaget for officersuddannelsen hedder KFF B.4-41 og er en kundgørelse, hvor omfang, formål, adgangsbetingelser mm. er fastlagt. På baggrund af den, samt et direktiv og en handlingsplan fra Hærens Operative Kommando, udformer chefen for Hærens Officersskole et direktiv for hver årgang/hvert uddannelsesforløb af kadetter (Hærens Officersskole, 2002: 5-6). Ud fra direktivet udformes hvert år en uddannelsesplan, hvor bl.a. timefordeling, overordnede formål med uddannelsen, indhold og formål med de enkelte fag fremgår. På baggrund af den udarbejder læreren en læseplan for hvert enkelt fag.

Arbejdsgangen for faget matematik er, at den fastansatte lærer i samarbejde med lederen for faggruppen *Teknik*, udarbejder et forslag til den del af uddannelsesplanen, der vedrører matematik. Det forslag skal godkendes af chefen for Hærens Officersskole. Uddannelsesplanen er meget detaljeret i forhold til faget; det indeholder en beskrivelse af formålet med undervisningen, en målsætning for hvad kadetterne har lært ved udgangen af kurset, en gennemgang af de faglige områder der skal behandles, en overordnet disposition af lektionerne, en gennemgang af evalueringsmetoderne, samt hvilke forudsætninger kadetterne forventes af have (se. bilag A). Ud fra uddannelsesplanen udfærdiger læreren en læseplan for kadetterne på den givne årgang.

Ovenstående er den officielle arbejdsgang. I praksis er det mindre omfattende, da det er det samme undervisningsmateriale, der er blevet benyttet i en årrække (bortset fra mindre justeringer). Derfor er læseplanen i store træk gennemgående fra år til år. Det spiller ligeledes ind, at læreren på matematik i øjeblikket er den eneste tilbage i faggruppen *Teknik*. Der er derfor ingen (anden) leder af faggruppen, der har været med til at udforme den del af uddannelsesplanen, der angår matematik.

Begrundelser for at have matematik på officersuddannelsen

Vi har set nærmere på de formål med faget matematik, der har stået i uddannelsesplanerne gennem årene. Den første er fra 1971:

> Undervisningen i matematik skal med nødvendig ajourføring og emnevis udbygning af pensa meddelt på gymnasiets matematiske linie
>
> - give kadetten det nødvendige grundlag for videre brugsorienteret behandling af matematiske (fysiske)[2] emner i tekniske taktiske fag,
> - endeligt teoretisk behandle tekniske emner, hvis afsluttede helhed skal tjene kadetten som redskab, specielt i tekniske taktiske fag, uden yderligere teoretisk forklaring i senere semestre samt
> - indføre kadetten i matematiske emner, der spiller eller kan forventes fremtidig at spille en fremtrædende rolle på det forsvarsfaglige område, eller som anses for at være et nødvendigt grundlag for almen forståelse af den tekniske udvikling i samfundet.
>
> (Hærens Officersskole, 1971)

Sammenligner man ovenstående med det syn på matematik, Nils Berg præsenterede i 1965, hvor matematik blev anset som en væsentlig del af officersuddannelsen, ser man tydeligt den nye rolle matematik indtager. Her er matematikfaget i al væsentlighed reduceret til støttefag. Kun det sidste punkt kan evt. tolkes sådan, at det peger ud over denne rolle.

Formålene fra 1982 ser således ud:

[2]Vi regner med, at det er en fejl, at fysik optræder her, da der er en identisk formulering for faget fysik, hvor matematik ikke optræder.

- Det er undervisningens formål at bibringe kadetten viden på det matematiske uddannelsesområde, der kvalitativt indenfor primære anvendelser tilsvarer det på gymnasiets matematisk-fysiske linie skabte kundskabsniveau.
- Det er hermed det videre sigte at jævnføre kadetternes kundskabsmæssige forudsætninger for teknisk orienteret uddannelse, uanset tidligere gymnasiegren.

(Hærens Officersskole, 1982)

Som man kan se, er ambitionsniveauet faldet betragteligt; dels opgraderes den matematiske kunnen hos de sproglige studenter, dels er matematikundervisningen studieforberedende *til* kadetternes videre uddannelse. Det ses også af den tidligere viste tabel over timetallene for matematik: i 1982 gives de sproglige studenter 202 undervisningstimer i matematik, mens de matematiske studenter modtager 40 timer.

I forhold til de ovenfor nævnte formål, sker der noget nyt i 1992. Her er det formålet, at der i matematikundervisningen lægges vægt på følgende:

- matematikkens rolle som et beskrivelsesmiddel af den praktiske virkelighed, bl.a. ved opstilling og udnyttelse af matematiske modeller af virkeligheden,
- matematikkens styrke som redskab dels til løsning af praktiske problemer, og dels til at systematisere og skabe overblik med,
- matematikkens fagsprog som et i mange sammenhænge anvendeligt udtryksmiddel, der imødekommer et højt krav til skarphed, forenkling og præcision,
- matematikkens betydning som støttefag for mange teoretiske og praktiske uddannelser, f.eks. inden for områderne samfund, handel, økonomi, fysik og teknik.

(Hærens Officersskole, 1992)

Omkring reformen af uddannelsen i 1992 er man som sagt blevet bevidst om, at man har behov for at styrke de tekniske elementer, herunder matematikken, i forhold til uddannelsen (POFU, 1992). Det har åbenlyst givet ny luft i forhold til faget matematik. Eksempelvis peger man i uddannelsesplanen hovedsagligt på elementer, der vedrører den matematiske faglighed, når man skal beskrive formålene med faget. Og når man skal pege på de områder, hvor faget benyttes som støttefag, er det ikke længere begrænset til de øvrige fag på uddannelsen. Den matematiske faglighed fremhæves som havende værdi i sig selv, og ikke kun i kraft af den anvendelse der måtte være i de øvrige fag på uddannelsen. Det holder dog kun i få år, så skifter begrundelserne igen karakter, og den matematiske faglighed får en væsentlig mindre rolle, når man beskriver formålene med uddannelsen. Igen er det rollen som støttefag, der træder frem, når formålet med undervisningen i matematik formuleres.

Formålene for faget er i dag formuleret som:

> At gøre kadetten fortrolig med matematikkens grundbegreber og den almene matematiske metode for derigennem at
>
> - sætte kadetten i stand til som sagsbehandler selvstændigt at formulere, løse og fortolke matematiske modeller for simple praktiske problemstillinger.
> - danne grundlag for kadettens senere videre- og efteruddannelse inden for tjenesteområde teknik.
> - bibringe kadetten forståelse for den matematik, fysik og teknik, der ligger bag en række almindeligt forekommende militærtekniske, taktiske og samfundsmæssige problemstillinger.
>
> (Hærens Officersskole, 2002)

Overordnet ser man, at efter en kort udflugt i perioden omkring 1992 er matematik tilbage i den rolle, faget blev tildelt i 1969, som støttefag i forhold til de øvrige fag på officersuddannelsen. Der er dog flere elementer, der er interessante at se nærmere på. Hvis vi ser på modellering, er det åbenbart accepteret, at det er nyttigt i forhold til de andre fag. Ordet sagsbehandler er interessant i den sammenhæng, da det peger på et behov for at omgås modeller i udøvelsen af officersprofessionen. Dernæst er der et studieforberedende element rettet imod videreuddannelse inden for det tekniske område. Efter at det spor på officersvidereuddannelsen blev indført i 1992, har det været fast praksis at henvise til det i begrundelser for matematikundervisningen. Der optræder også en vag, overordnet henvisning til den brug af matematik, der kan forekomme i forskellige sammenhænge. Selv om det ikke nævnes, er vi tilbøjelige til at mene, at det er de andre fag på uddannelsen, der henvises til.

Det mest interessante ved den nuværende formålsbeskrivelse er de indledende bemærkninger om »matematikkens grundbegreber« og »den almene matematiske metode«. Det er ganske simpelt ikke klart, hvad der henvises til med de begreber. Det er muligt, at man med matematikkens grundbegreber mener de matematiske begreber, kadetterne kan tænkes at møde i uddannelsen. Den almene matematiske metode peger umiddelbart i retning mod den aksiomatisk-deduktive metode, som man møder den hos de gamle grækere. Det var den metode, Euklid benyttede i »Elementerne«, og som gjorde matematik til den paradigmatiske videnskabelige disciplin i lang tid efter (Høyrup, 1998). Matematikkens rolle på officersuddannelsen gør imidlertid, at vi mener, der hentydes til noget helt andet med udtrykket den almene matematiske metode. Matematiske modeller indtager en central rolle, både i det kompendium der benyttes i matematikundervisningen og i de officielle begrundelser for faget. Hvis man ser på de argumenter, der typisk fremføres for at benytte matematiske modeller i undervisningen (Skott, 1992: 24), vil man afgjort definere formålet her som *utilitaristisk*, dvs. at det er matematikkens praktiske anvendelighed, der fokuseres på. Det synes derfor nærliggende, at begrebet »den almene matematiske metode« benyttes som synonym for matematikkens praktiske anvendelighed.

Når vi samler op på den historiske gennemgang, er det tydeligt, at matematik har været presset i perioden efter 1969 som fag på officersuddannelsen. Omfanget af undervisningstimer er reduceret væsentligt i forhold til tidligere, og samtidig er den rolle, faget spiller i uddannelsen, meget snævert defineret. Det giver nogle vilkår, som nødvendigvis må præge faget i ganske høj grad.

De lærere, der har undervist i matematik siden 1969, har fået en ny rolle i forhold til faget, som Nils Berg tildelte en »ydmyg tjenerrolle«. Når man definerer fagets rolle sådan, er de almentdannende og internt faglige argumenter, man ellers anvender, når man skal begrunde undervisningen i matematik (se Niss 1996 for en gennemgang af disse argumenter) pludseligt ugyldige. Lærerne i matematik på officersuddannelsen har derfor været nødt til at tage udgangspunkt i brugen af matematik i andre fag, når de skulle formulere formålet for matematikundervisningen. Og de *skulle* (og skal) formulere formålet og planlægge undervisningens indhold, da det er en fast del af forsvarets praksis at gøre det hvert år.

I vores analyse af kompendiet, der benyttes i undervisningen af faget *Anvendt matematik*, skal vi se, at man har lavet et undervisningsmateriale, der forsøger at tilgodese de mangeartede krav og hensigter, der præger faget matematik på officersuddannelsen. Først vil vi dog give en beskrivelse af officersprofessionen.

4 Officersprofessionen

Vores tidligste udgangspunkt for projektet var ønsket om at vurdere sammenhængen mellem matematikdelen på officerernes grunduddannelse og officerernes senere professionelle virke. Vi har efterfølgende flyttet fokus, så det nu er på KOM-rapportens begrebsapparat anvendt på kadetternes undervisningsmateriale i faget *Anvendt matematik*. Men sammenhængen mellem officersuddannelsen og professionen er stadig en del af perspektivet, så vi finder det relevant at komme ind på, hvad officersprofessionen indebærer.

Officerer er en del af soldaterne, nemlig dem der leder de andre soldater. Ledelse er derfor en central opgave for en officer; det gælder både i fredstid og i kampsituationer. Når officererne diskuterer deres uddannelse[1], nævnes ofte det at kunne føre mandskab i kamp som det centrale for en officer. Som kommentar i en, på det tidspunkt igangværende debat, skriver daværende chef for Hærens Officersskole, O.P. Olsen, i 1991 f.eks.:

> »Officersuddannelsen er en exceptionel lederuddannelse. Den eneste professionelle lederuddannelse på markedet. ... Hærens officersuddannelse adskiller sig fra de civile uddannelser - der normalt betragtes som lederuddannelser eller uddannelser, der fører til lederstillinger - på to helt afgørende områder. Nemlig ved udvælgelsen til uddannelsen og ved formålet med uddannelsen.« (Olsen, 1991: 140)

O.P. Olsen tager her fat i to centraler emner: dels at officererne skal kunne lede, dels at formålet med deres uddannelse adskiller sig fra civile uddannelser. De to emner tager vi op i det følgende.

4.1 Officeren som kriger

Hvis vi tager udgangspunkt i en simpel forståelse af, hvad officersprofessionen indbærer, er målet for en officer at blive god til at føre krig. Var der ingen

[1] I *Militært tidsskrift* er der, blandt meget andet, en løbende debat om officerernes uddannelse.

krige, var der ikke brug for soldater. Det at være i stand til at kæmpe er derfor en af kerneopgaverne for forsvarets personel, som en gruppe officerer udtrykker det i en artikel:

> »Forsvarets kerneprodukt - altså det, som samfundet hvert år betaler 17 - 18 mia. kr. for at få - er operative enheder, som kan kæmpe og vinde. Det - at kunne slås og vinde - er helt grundlæggende og forudsætningen for løsning af andre opgavetyper for hæren, fx fredsstøttende operationer og østsamarbejde.« (Nielsen et al., 2001: 451)

Vi har tidligere været inde på, at officersuddannelsen er rettet imod officersprofessionen, som adskiller sig fra en række civile professioner, ved at den ekspertise, officererne besidder, retter sig imod voldsudøvelse eller trussel herom (Sørensen, 1988). Både i egne og andres øjne er det med til at skille den militære profession ud fra resten af samfundet:

> »Soldaten, der er parat til, og skal være parat til, at bruge dødelig vold og selv sætte livet på spil som følge af enhver lovlig ordre, må nødvendigvis se sig selv og sin profession som noget, der skiller sig ud fra det omgivende samfund, som noget, der har et behov for at være anderledes.« (Baumann, 2002: 87)

Det, at officerer har lov til at slå ihjel, er således med til at gøre hans profession til noget særligt. Officererne skal ikke blot selv være i stand til at udøve vold, de skal også kunne lede andre til at gøre det samme. Gennem officerernes uddannelse lægges der derfor vægt på, at de lærer ledelse - ikke blot som et teoretisk fag, men ved aktive, pratiske erfaringer (Olsen, 1991).

4.2 Officeren som leder

Det at være leder optræder som en vigtig grund til, at mange officerer netop ønsker at blive officerer. I 1988 udkom Henning Sørensens afhandling *Den danske officer*, hvori han præsenterer en del spørgeskemaundersøgelser. Blandt andet en der vedrører »Danske officerers motiver for at blive officerer. 1983.« Her bedes officererne afkrydse de fire vigtigste grunde til, at de valgte at blive officerer. De kunne vælge mellem følgende udsagn, hvor procentsatsen ud for udsagnet angiver, hvor mange der svarede, at det respektive udsagn var det mest vigtige.

Officerers motiver for at blive officerer	
Interesse for forsvaret	26%
Lede og føre mennesker	25%
Ansvarsfuld beskæftigelse	16%
Erhvervelse af faglig viden og kunnen	8%
Andet	8%
Sikkerhed i ansættelsen	6%
Arbejde med maskiner, teknik	7%
Gøre noget for samfundet	4%
God løn	-
Tradition	-
I alt	100%

(Sørensen, 1988: 169)

Henning Sørensens kommentar til resultatet af spørgeskemaundersøgelsen er bl.a., at det viser, at officererne vælger at træde ind i forsvaret af civile, personlige årsager i lige så høj grad som af rent forsvarsmæssige årsager (Sørensen, 1988: 168-169). Det viser sig bl.a. i, at officererne vælger professionen for at få ledelseserfaring.

Ledelse og kamp er de to ting, der gang på gang fremhæves, når officerernes professionelle kompetencer diskuteres. Når forsvaret skal rekruttere unge til officersuddannelsen, er det ledelseselementet, der bliver slået på, og det, at kunne lede soldater i kamp, står da også som noget helt centralt i officerernes selvforståelse.

4.3 Officerernes opgaver i praksis

I VISION 2010, der er Forsvarskommandoens målsætning for forsvaret indtil år 2010, beskrives forsvarets formål således:

> Det militære forsvar skal bidrage til at fremme fred og sikkerhed. Forsvaret udgør et væsentligt sikkerhedspolitisk middel og har til formål:
>
> - At forebygge konflikter og krig,
> - at hævde Danmarks suverænitet og sikre landets fortsatte eksistens og integritet samt
> - at fremme en fredelig udvikling i verden med respekt for menneskerettighederne.
>
> (Forsvarskommandoen, 2000b: 9)

Derudover nævnes, at forsvaret løser en del civile opgaver, heriblandt eftersøgnings- og redningstjeneste, ammunitionsrydning, samt særlig bistand til f.eks. sygehusvæsenet (Forsvarskommandoen, 2000b: 21). Officererne fungerer således både i krigstid og i fredstid og samarbejder både internt i militærregi og med det civile samfund.

Officersprofessionens opgaver ændrer sig hele tiden; det er andre opgaver, der venter en officer i dag end for bare 15 år siden. Indtil 1989 var det forsvarets primære opgave at forsvare Danmarks grænser. Men ved den kolde krigs ophør, var der ikke længere det samme behov for forsvar af grænser. Da gik det i højere grad over til at være forsvar af værdier. (Kold, 2000) Med værdier forstås bl.a., at forsvaret lægger vægt på at deltage i en international sikring af demokratiske rettigheder. Det sker bl.a. under FN, hvor personel fra forsvaret kan deltage i fredsbevarende styrker rundt omkring i verden. Forsvaret skal naturligvis stadig kunne forsvare Danmark, men det anses ikke længere som en central opgave, da Danmarks grænser ikke længere er direkte truet.

Forsvarets opgaver har altså flyttet sig fra at skulle vinde krige til i dag at skulle skabe fred (Kold, 2000). En officer skal kunne arbejde i en fredsbevarende styrke, oftest i et land uden en fungerende retspraksis. Det betyder, at han/hun risikerer at stå i en situation, som bedre egner sig til at blive løst af f.eks. et politikorps. Men hvis der intet fungerende politikorps er, må militærpersonel træde til, da de ofte er de eneste tilstedeværende myndighedspersoner. Det kan være et dilemma for officerer at blive brugt som politibetjente. Det er muligvis det, der er størst behov for i situationen, men samtidigt er det ikke det, officererne er uddannet til. (Baumann, 2002)

Det er helt grundliggende, at en officer skal kunne lede soldater i kamp; det er alle enige om. Men der tegner sig et billede af, at det er undtagelsen og ikke reglen, at det er den opgave, officeren bliver sat til. Hvis man overvejer, hvor lang tid en dansk officer i løbet af hans/hendes karriere skal bruge på at lede soldater i kamp, er det tydeligt, at aspektet vejer meget tungt i uddannelsen i forhold til, hvad de kommer til at arbejde med senere.

I sin afhandling argumenterer Henning Sørensen for tesen, at der er sket en forskydning fra kriger til administrator i officersprofessionen (Sørensen, 1988). Den tese harmonerer ikke særligt godt med officerernes selvopfattelse. Det fik f.eks. oberst Per Svensson, der sad i bedømmelsekomiteen for Henning Sørensens afhandling, til at skrive en artikel i *Militært tidsskrift*, hvor han argumeterede imod tesen (Svensson, 1988). Afhandlingen blev dog antaget, og vi har efterfølgende fået at vide, at tesen i dag er alment accepteret blandt militærsociologer.

Langt det meste af tiden bliver officererne altså sat til opgaver, der er langt fra deres kerneopgave: at lede soldater i kamp. På den anden side er officererne nødt til at kunne kæmpe. Som vi har set i kapitel 3, er det dilemma i høj grad med til at præge debatten om officersuddannelsen. Det følgende citat er hentet fra en grundbog fra officersuddannelsen, og det indfanger præcist, hvad det er, mange officerer frygter sker, hvis kerneopgaven nedprioriteres for meget i uddannelsen:

> »Ved tilrettelæggelsen af uddannelsen må den afgørende vægt nødvendigvis lægges på de opgaver, som man kan forudse, at forsvaret kan komme til at løse i tilfælde af krig, ... [I fredstid] kan hensynet til krigen og krigsopgaverne let blive noget uvirkeligt og måske i større eller mindre grad fortrængt fra forsvarets hverdag. Sker dette, bliver den militære uddannelse urealistisk og utroværdig, og resultatet kan blive, at forsvaret ikke har den fornødne modstandskraft til effektivt at kunne imødegå et angreb på Danmark« (Forsvarskommandoen, 1998: 228)

4.4 Officerernes behov for at kunne matematik

Vi har forsøgt at se på, i hvilket omfang officererne har brug for matematik i forhold til udøvelsen af professionen. Det er et kompliceret spørgsmål, men vi vil alligevel kort gennemgå to modstridende opfattelser, vi er stødt på:

Et synspunkt man kan støde på er, at officererne ikke længere har brug for matematik i nævneværdig grad. De dage, hvor officererne skulle kunne foretage forskellige beregninger, er forbi. I dag klarer computere forbundet med satellitnavigationsudstyr alle beregningerne uden problemer. Selv våbnene er efterhånden så avancerede, at soldaterne knap nok behøver at sigte ordentligt (samtale med Claus Kold). I det synspunkt ligger der, at teknikken efterhånden er så avanceret, at man alligevel er nødt til at benytte civile eksperter i forhold til vedligeholdelse osv.

Et modstridende synspunkt finder man i Booß & Høyrup (1994), hvor de påpeger at de krige og konflikter, officererne indsættes i, har ændret karakter, så de i stadig større grad er styret af teknologiske forhold, som officererne skal have indsigt i. Der er flere argumenter for, at officererne er nødt til selv at have en vis forståelse for de nye våben:

- For at have overblik over våbnenes taktiske muligheder og begrænsninger
- For at kunne orientere sig i udviklingen

- For at kunne kommunikere med de civile eksperter hæren benytter
- I forhold til vedligeholdelsen af våbnene

Vi kan ikke afgøre, hvilket synspunkt der bedst beskriver de reelle behov for matematik i officersprofessionen. Svaret hænger tæt sammen med en generel debat om, hvorvidt den teknologiske udvikling skaber større eller mindre behov for matematik.

5 Analyse af kompendiet

I dette kapitel analyserer vi kompendiet ved hjælp af KOM-rapportens begrebsapparat. I afsnit 1.4 gav vi en kort beskrivelse af kompendiets indhold. I afsnit 5.1 beskriver vi, hvordan casene i kompendiet generelt er opbygget, og i afsnit 5.2 analyserer vi tre cases. På baggrund af det giver vi en samlet analyse af kompendiet til sidst i kapitlet (afsnit 5.3).

5.1 Oversigt over kompendiets cases

I det følgende beskriver vi de træk, der er gennemgående for kompendiets 18 cases. Sidst i afsnittet har vi en kort gennemgang af de enkelte cases, hvor titlen, den overordnede problemstilling, og de matematiske stofområder, de bygger på, gennemgås.

Struktur

Alle cases er, med få variationer, struktureret på samme måde ud fra følgende overskrifter:

- Problem
- Matematisk formulering
- Matematisk teori
- Løsning
- Beslægtet problemstilling
- Formelsamling
- Syndikatopgaver
- Talløsninger

Den beskrevne struktur brydes enkelte gange, eksempelvis i case C, hvor der er en yderligere gennemgang af matematisk teori efter syndikatopgaverne. Hver case har en overskrift, der dels angiver casenummer i form af et bogstav, f.eks. »Case D«, dels af en forklarende tekst, f.eks. »Nedkastning med faldskærm«.

I første afsnit, »Problem«, formuleres problemstillingen i naturligt sprog. Derefter følger en matematisk fortolkning af det i afsnittet »Matematisk formulering«. I en enkelt case er der ikke et sådant afsnit, nemlig case L, »Koder og kryptosystemer«, men den overordnerede struktur er muligvis ikke velegnet i forhold til den case. Herefter følger afsnittet »Matematisk teori«, hvor de begreber, der skal anvendes til at løse problemet, præsenteres både sprogligt og matematisk. Begreberne aktiveres efterfølgende i »Løsning«, der, ikke overraskende, giver en løsning af problemet. I de fleste tilfælde følges løsningen af en »Beslægtet problemstilling« og løsningen til den. Det er som regel en udvidelse af det første problem, hvor der f.eks. medtænkes flere betydende forhold. I den efterfølgende »Formelsamling« er der nogle af de udledte og anvendte matematiske udtryk, men ikke alle. Til sidst er der en række »Syndikatopgaver«, og til nogle af dem er der »Talløsninger«, der angiver facit.

I militæret defineres et syndikat som en gruppe elever, der arbejder med et emne under en formel leders styring (Forsvarskommandoen, 2000a). Der er således lagt op til, at kadetterne skal løse opgaverne i et mere eller mindre styret gruppearbejde. Efter hvad vi har erfaret ved at følge undervisningen på Hærens Officersskole et par gange, er det dog ikke det, der foregår i praksis. Kadetterne arbejder fortrinsvis alene og selvom de konsulterer hinanden, er der ikke tale om et egentligt syndikat.

De fleste cases har en længde på mellem syv og elleve sider (inkl. opgaver), kun to afviger fra dette: case L, »Koder og kryptosystemer«, på 15 sider, hvilket i høj grad skyldes, at den har langt flere opgaver end de øvrige, og case R, »Militær logistik«, på 6 sider, der i øvrigt ingen formelsamling har.

De 18 cases er sat i forskellige, mere eller mindre virkelige, men overvejende militære, opgavekontekster. Nogle af casene trækker på samme opgavekontekst; det drejer sig om case E-G, »Skyts« I-III, og case O og P, »Angreb gennem minefelt« I og II. I begge tilfælde omhandler casene de samme problemstillinger, men med stadig større detaljeringsgrad. I casene omhandlende skyts opstilles en model over en granats faldbane, først uden luftmodstand, så inklusive, hvor der udarbejdes to løsningsmåder, hvoraf den ene ikke kan løses analytisk. Den løsning findes i case G, som gennemgår tre metoder til numerisk nulpunktssøgning af den opstillede funktion. Case O og P behandler det givne emne vha. sandsynlighedsregning og statistik;

i case O ved en binomialfordeling, og i P ved Poisson-, eksponential- og Erlangfordelingen. Ligeledes mht. opgaverne er der eksempler på progression fra case til case, hvor den samme opgave optræder, men med nye krav til detaljeringsgraden.

Matematisk trækker de 18 cases på forskellige stofområder: case A og D-J vedrører fortrinsvis funktionsanalyse, dog med fokus forskellige steder, case B og C vedrører vektoranalyse, case K og L diskret matematik, mens case M-Q omhandler sandsynlighedsregning og statestik; til sidst omhandler case R optimering i form af lineær programmering.

Faget hedder *Anvendt matematik*, og stoffet bærer da også præg af at have dette for øje. Der præsenteres ikke noget, som kun synes at have teoretisk interesse. Formålet er hele tiden matematikken i anvendelse, og alt stoffet kan i princippet mødes i andre fag i officersuddannelsen eller i officersprofessionen.

Sprogbrug

Der er en elitær, til tider lidt patroniserende, tone, der optræder i store dele af kompendiet. For eksempel i Case I, »Skat«, hvor der indledes med følgende:

»Undersøgelser viser, at størstedelen af den danske befolkning er ude af stand til at kontrollere den forskudsopgørelse og årsopgørelse, de en gang om året modtager fra skattemyndighederne. Vi skal se, at det er muligt at give en forholdsvis simpel matematisk beskrivelse af grundprincipperne i beregning af personskat.«

Den svada kan ikke være opløftende for en kadet, der ved en gennemlæsning ikke finder den matematiske beskrivelse særlig simpel. Et andet eksempel er i Case F, »Skyts II«, hvor en opgave motiveres med følgende ord: »da du er den eneste officer i enheden, der kan regne bare en lille smule, ...«

Der er karakteristisk for kompendiet, at der ofte er en ganske humoristisk tone. Det kan blandt andet give sig udslag i valg af navne og emner, og visse billeder der skabes sprogligt. Nogle eksempler er f.eks. en opgave, der behandles i flere variationer, hvor det hele går ud på at angive, med hvilken sandsynlighed tre hashrygende menige bliver opdaget af deres officerer. Derudover er der en case, hvor afsnittet, der normalt hedder »Matematisk teori«, i stedet er kaldt »Ballistik i en nøddeskal«, eller i Case J, hvor følgende opgave optræder: »Du har [spillet pool] med to medlemmer af en motorcykelklub, er kommet til at skylde dem 2000 kr., som du ikke umiddelbart kan udrede. For at bevare din førlighed og dit udseende indvilger du i at betale ... Beregn den effektive rente, du betaler af din spillegæld.« Den humoristiske tone kan også give sig udslag i en ualmindelig tør tone, som i case Q, hvor sandsynligheden for at ramme sine egne soldater med artilleriet beregnes. Løsningen angives således: »Den fundne sandsynlighed svarer til, at 1 ud af 28.958 nedslag vil gå for kort [dvs. hvor man rammer sine egne], hvilket må siges at være acceptabelt under kampforhold.«

Der introduceres mange matematiske fagtermer i kompendiet, også hvor det ikke er strengt nødvendigt i forhold til forståelsen af casen. Eksempler på termer, der anvendes, og som vi er blevet overraskede over at møde i kompendiet er: vandrette komposant, topografisk vinkelmål, polære koordinater, kommutative lov (vektorer), et endeligt sandsynlighedsfelt, stokastisk variabel, modulo, konvergens, kontinuitet, (ligninger der løses) analytisk eller numerisk, kontinuert fordeling (statistisk), diskrete tidspunkter. Alt i alt er det karakteristisk, at de korrekte fagtermer benyttes i teksten, når et matematisk emne behandles, og da kompendiet kommer rundt i mange matematiske stofområder, ofte på en avancerede måde, er mængden af matematiske fagtermer i kompendiet endog meget stor.

Matematiske stofområder og hjælpemidler

I kompendiet kommer man ind på alle ti matematiske stofområder, hvilket fremgår af nedenstående gennemgang af casene. Det siger hverken noget om, hvor grundigt eller hvor vidtgående de forskellige stofområder behandles, og vi vil heller ikke gå nærmere ind på det. Grunden til, at vi alligevel nævner de matematiske stofområder, er, at vi trods alt mener, det giver en ide om, hvor langt omkring kompendiet kommer i matematikken. Når man kommer så langt rundt, medfører det naturligvis, at stofgennemgangen ikke alle steder bliver så grundig, som hvis der havde været færre matematiske stofområder, der blev behandlet mere indgående. Mange af stofområderne behandles dog på et overraskende avanceret niveau, dels i forhold til kadetternes forudsætninger, og dels i forhold til den begrænsede tid der er til at arbejde med dem. Det er rimeligvis en konsekvens af, at udgangspunktet for at bringe et matematisk stofområde på banen er, at det skal kunne benyttes i en anvendelsessammenhæng.

Det, at anvendelsen af matematik er formålet med undervisningen, er medvirkende til, at der i udpræget grad anvendes hjælpemidler. Det er karakteristisk for kompendiet, at der er mange konkrete talværdier, ofte med en del decimaler, og heller ikke i de angivne talløsninger rundes der meget af. Det betyder, at kadetterne stort set altid skal benytte deres lommeregner.[1] Herudover lægger en del af opgaverne op til, at kadetterne benytter sig af Excel. I praksis er det dog ikke så ofte, det sker. Hvis de gør, løses nogle af opgaverne dog lettere, og i enkelte opgaver efterspørges en grafisk afbildning af løsningen, der helt oplagt kan laves i Excel.

Kort beskrivelse af casene

Nedenfor er en liste over kompendiets cases, hvor vi giver en kort beskrivelse af deres problemstillinger, og hvilke matematiske stofområder de berører. Der er to stofområder, det er svært at komme udenom i matematikundervisning, og de går da også igen i alle casene, nemlig talområderne og aritmetik. For overskuelighedens skyld har vi valgt ikke at nævne dem under hver eneste case.

Case A, Optimering En cylinderformet dåse skal optimeres, så overfladen bliver mindst mulig, når den skal indeholde et ønsket volumen. Der skal angives funktioner for forholdet mellem overflade og volumen og mellem radius og højde for en optimal dåse.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner, infinitesimalregning, optimering.

Case B, Udmåling af minefelt For at en bataljon skal kunne angribe over en flod, skal der lægges en bro over den, og flodens bredde skal derfor beregnes for at fastslå, om broen er lang nok. I den beslægtede problemstilling skal der lægges miner ud, og oplysningerne om udlægningsstederne er angivet i grader og længder. Der skal foretages en del omregninger fra polære til retvinklede koordinater.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner.

Case C, Geografiske koordinater Afstanden i luftlinie mellem Kastrup og Zagreb skal findes. Oplysningerne er opgivet i bredde- og længdegrader, så der regnes i polære koordinater. Den beslægtede problemstilling introducerer til ligningen for en kugle i både polære og retvinklede koordinater. Casen ender med en generel gennemgang af vektorregning i rummet.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner.

Case D, Nedkastning med faldskærm Militært personel og udstyr skal nedkastes med faldskærm fra et fly. Faldtiden skal af taktiske årsager være 120 sekunder. Højden, hvorfra der skal kastes, skal findes. Der opstilles matematiske modeller for det - både med og uden luftmodstand.

[1] Kadetterne får udleveret en Texas TI 83 på Hærens Officersskole.

Den beslægtede problemstilling beskæftiger sig med asymptotisk faldhastighed, hvor luftmodstanden og tyngdekraften ophæver hinanden.

Stofområder: Algebra, funktioner, infinitesimalregning.

Case E, Skyts I Parameterberegninger af en ballistisk bane, hvor der ses bort fra luftmodstanden. Der er et afsnit, der angiver forhold, hvor man med rimelighed kan vælge se bort fra den.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner, infinitesimalregning.

Case F, Skyts II Problemet fra case E udbygges til at medtage luftmodstanden. Desuden skal flere størrelser bestemmes, f.eks. granatbanens toppunkt og granatens hastighed i dette. Der udledes et udtryk, der ikke kan løses analytisk.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner, infinitesimalregning.

Case G, Skyts III Problemstillingen er den samme som i case F. Der gennemgås tre metoder til numerisk nulpunktssøgning. Udtrykket fra case F indsættes i den ene, og en løsning findes.

Stofområder: Algebra, funktioner, infinitesimalregning.

Case H, Køretøjsdynamik Det skal vurderes, om et givet køretøj kan leve op til stillede taktiske krav bl.a. med hensyn til at forcere stigninger. I den beslægtede problemstilling ses der på køretøjets driftsgrænser i forhold til kørebanens beskaffenhed.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner, optimering.

Case I, Skat Beregninger af personskat i Danmark ud fra et eksempel. De beslægtede problemstillinger er en opremsning af tilfælde, der kan beregnes ud fra den samme matematiske opstilling, men der præsenteres ingen løsninger til disse problemstillinger.

Stofområder: Algebra, funktioner.

Case J, Lån og investeringer Rentesregning hvor det mest fordelagtige lånetilbud blandt tre skal findes. Formelsamlingen består af en række Excelkommandoer, der anvendes til forskellige renterelaterede beregninger.

Stofområder: Algebra, funktioner, diskret matematik.

Case K, Valg Der skal vælges én ud af tre kandidater blandt 21 menige. Der gennemarbejdes tre forskellige valgformer, og i den beslægtede problemstilling præsenteres yderligere to. Arrows umulighedssætning beskrives kort. Den vedrører det forhold, at det er umuligt at finde en valgprocedure, hvor tre tilsyneladende ganske rimelige krav alle er opfyldt.

Stofområder: Algebra, diskret matematik.

Case L, Koder og Kryptosystemer Der er givet en bogstavkode, som skal brydes, hvilket gøres på grundlag af statistiske observationer af kodeskriften. I den beslægtede problemstilling behandles sværere kodningsmetoder, bl.a. RSA-systemet hvor løsningen findes vha. moduloregning og primtalsopløsning.

Stofområder: Algebra, statistik, diskret matematik.

Case M, Samlet ildoverfald Beregning af sandsynligheden for at en fjentlig kampvogn træffes, når to skytter med forskellige træfningssandsynligheder skyder på den samtidigt.

Stofområder: Algebra, sandsynlighedsregning, diskret matematik.

Case N, Tilfældig udvælgelse Sandsynlighederne for at vinde i lotto, f.eks. hvis man spiller efter forskellige systemer. Der gennemgås matematisk teori for uordnede og ordnede stikprøvetagninger med og uden tilbagelægning.

Stofområder: Algebra, funktioner, sandsynlighedsregning, statistik, diskret matematik.

Case O, Angreb gennem minefelt I Beregninger af sandsynlighederne for at forskellige antal fjentlige kampvogne kan trænge gennem et minefelt uden at påkøre miner. I den beslægtede problemstilling ser man på, under hvilke omstændigheder to sandsynlighedsfordelinger kan tilnærmes hinanden.

Stofområder: Algebra, funktioner, sandsynlighedsregning, statistik, diskret matematik.

Case P, Angreb gennem minefelt II Problemstillingen fra case O udvides ved, at minerne nu tildeles en sandsynlighed for, hvornår de sprænger. Der præsenteres yderligere tre sandsynlighedsfordelinger. I den beslægtede problemstilling anvendes en af sandsynlighedsfordelingerne til at løse et helt andet problem, nemlig sandsynligheden for at der på et tilfældigt tidspunkt er optaget på en telefonlinie (det drejer sig om Poissonfordelingen, der anvendes inden for køteori). Temaerne i opgaverne er lidt specielle, f.eks. vedrører de ventetid på massageklinik og Pearlindekset, der omhandler sandsynligheder for graviditet.

Stofområder: Algebra, funktioner, sandsynlighedsregning, statistik, diskret matematik.

Case Q, Spredning på ild Der ses på spredningen af ilden fra et våben omkring middeltræffepunktet. Sandsynligheden for at et skud slår ned i ens egne tropper skal findes. I den beslægtede problemstilling bestemmes bl.a. middelværdi og spredning for en sandsynlighedsfordeling. 'Store tals lov' nævnes kort.

Stofområder: Algebra, funktioner, sandsynlighedsregning, statistik, diskret matematik.

Case R, Militær logistik Det skal beregnes, hvor stor en troppestyrke der kan transporteres mellem to lande, når der er begrænsninger på både fly (af to typer) og brændstof. Under afsnittet »Praktisk hjælp« er der forslag til, hvordan man kan tegne sig til en løsning af problemet. Det er en yderst kort gennemgang af lineær programmering.

Stofområder: Algebra, geometri, funktioner, optimering.

Udvalgte cases

På baggrund af ovenstående har vi udvalgt tre cases, H, I og O (der er vedlagt som bilag C), som vi giver en grundig analyse af i det følgende afsnit. Her giver vi kort vores begrundelse for, hvorfor vi har valgt netop de tre.

Case H, »Køretøjsdynamik«, viser den blanding af fysik og matematik, som man støder på mange steder i kompendiet. Den er et godt eksempel på de detaljerede modeller, som opstilles i kompendiet, og den måde de behandles på.

Case I, »Skat«, viser de forskellige grader af formalisme, kompendiet indeholder. Først introducerer den til begrebet lineære funktioner på en meget uformel måde. Så præsenterer den en definitionen af en funktion med en gaffelforskrift, som er meget formel. Den er et eksempel på, hvordan det matematiske stofområde, der tages op, behandles på en ikke-triviel måde. Den illustrerer også fint den elitære tone, man ofte støder på i kompendiet. Til gengæld skiller den sig ud ved at have en civil opgavekontekst frem for en militær.

Case O, »Angreb gennem minefelt I«, er en del af en serie af cases, hvor en model behandles stadig mere detaljeret. Den begynder i en militær opgavekontekst, der siden forlades brat. Det giver et billede af de skift, der ofte er i opgavekonteksterne. Den behandler mange matematiske stofområder, og der er lagt op til, at der skal anvendes mange hjælpemidler. Desuden er den et godt eksempel på den humor, der ofte optræder i opgaverne, samtidigt med at den behandler en reel problemstilling, nemlig hash blandt værnepligtige.

5.2 Analyse af cases

Case H, Køretøjsdynamik

Casen indledes ved, at følgende problemstilling præsenteres: Hæren skal anskaffe nogle lette, terrængående køretøjer til brug i bjergrigt terræn. Der stilles bl.a. følgende taktiske krav til køretøjernes formåen: de skal kunne forcere stigninger på 15% med en hastighed på 40 km/h. Dernæst præsenteres de tekniske specifikationer på et af de køretøjer, hæren overvejer at anskaffe. Det gennemgående spørgsmål, der behandles i casen, er, om køretøjet kan leve op til de taktiske krav.

Casen er et godt eksempel på, hvordan fysik mange steder i kompendiet har en fremtrædende rolle. Det er dog den eneste, hvor fysikken i den grad dominerer billedet. Det medfører bl.a., at der står »Matematisk/fysisk formulering« og »Matematisk og fysisk teori« i casen i stedet for det sædvanlige »Matematisk formulering« og »Matematisk teori«. Det er muligt, at de matematiske elementer i casen er så indlejret i en fysikfaglig opgavekontekst, at de fleste snarere vil betegne det, der foregår, som fysik fremfor matematik.

Modelleringskompetence

I forhold til modelleringskompetencen er det bemærkelsesværdigt, at det intetsteds i casen nævnes, at der er tale om en (matematisk) model. Modellen præsenteres først i naturligt sprog:

> »Når et køretøj fremføres med konstant hastighed, er der ligevægt mellem motorydelsen og summen af alle køremodstande.«

Dernæst præsenteres de enkelte køremodstande, og det leder straks frem til en matematisk fremstilling, hvor modellen gives udtrykket:

$$F_M = F_T + F_R + F_L + F_S$$

Det svarer til den bagvedliggende fysiske virkelighed: at motorydelsen er lig summen af transmissions-, rulle-, luft- og stigningsmodstanden, når køretøjet bevæger sig ved konstant hastighed. I forhold til den modelleringsproces, vi omtalte i afsnit 2.1, svarer det til, at det er faserne to og tre, der er gennemgået her. Det er faserne, hvor der foretages en systemafgrænsning og en matematisering af modellens genstandsområde. Kadetterne skal dog ikke gennemgå faserne aktivt; de bliver ledt igennem dem ved at læse casen.

Selve formuleringen 'Matematisk model' optræder eksplicit i case E, »Skyts I«. Det faktum, at ordet ikke nævnes i denne case, kan skyldes, at det er hensigten, at kadetterne selv skal lære at genkende en matematisk model. Det kan også skyldes, at det blot ikke har været tænkt på som værende vigtigt, at der er tale om en model, men at selve udbyttet af den er i højsædet. Eller det kan være en ren og skær forglemmelse.

I casen bliver kadetterne, som nævnt, ført gennem opbygningen af modellen, og de præsenteres for nogle af de valg, der er foretaget undervejs mht. udvælgelse og estimater af betydende parametre. Ligeledes ser de grafer og tabeller, der udtrykker grænserne for de værdier, nogle af de indgående parametre kan antage. Men modellens opbygning og de indgående udtryk diskuteres ikke i casen, og der er ingen modelkritik eller alternative opstillingsmuligheder. Det eneste sted, kadetterne præsenteres for muligheden for, at en parameter kan have et alternativt udtryk, er under rullemodstandskoefficienten, hvor der nævnes flere betydende forhold, end der tilsyneladende medtages i koefficienten. Men dette kommenteres ikke. Det er modelbygningens fase seks, hvor bl.a. modellens gyldighedsområde undersøges, der helt overspringes.

I den udstrækning kadetterne aktiverer deres modelleringskompetence, er det i udpræget grad den passive del af den: De skal kunne læse og forstå opbygningen af modellen, så de kan benytte sig af den, men intetsteds forventes det, at de tager stilling til modellen eller selv skal udbygge den. Det er slet ikke sikkert, at de er opmærksomme på, at modellen har begrænsninger, og at den er opbygget af en blanding af fysiske lovmæssigheder og ad hoc-opstillinger. Stoffet lægger altså ikke op til, at kadetterne trænes i aktiv modelbygning. Det at blive præsenteret for en modelbygning, mener vi, kun kan udvikle den aktive del af modelleringskompetencen i begrænset omfang. Det gør vi opmærksom på i afsnittet om vores anvendelse af modelleringskompetencen (afsnit 2.1). Ellers skulle det følges op af opgaver, der lægger op til, at kadetterne selv er aktive ved at op- eller udbygge (dele af) modellen.

Vi mener til gengæld, at casen på andre måder er velegnet til at få forståelse for matematisk modellering. Det er ganske vist komprimeret, men kadetterne præsenteres først for modellen i naturligt sprog, og dernæst udtrykkes den matematisk, hvor forbindelsen til det naturlige sprog bevares ved brugen af fodtegn. Derefter udvikles modellen, idet de faktorer, der er relevante for de enkelte køremodstande, drages frem. Herunder nævnes elementer, som der ses bort fra i modellen, og desuden nogle af de antagelser, der er gjort. Modellen aktiveres derpå, idet den anvendes til at løse den problemstilling, der indledte casen. På den måde føres kadetterne igennem mange af modelbygningens faser (se afsnit 2.1), og de skal benytte modellen i opgaverne til at svare på forskellige spørgsmål.

Det er svært at afgøre, præcist hvad udbyttet kan tænkes at være, ved at kadetterne gennemgår en matematisk model på den måde. I sig selv lægger stoffet jo ikke op til en kritisk analyse af modellen og dens forudsætninger. Vi har vurderet, at kadetterne kan få en udmærket forståelse for modellen, som evt. senere kan bruges som udgangspunkt for en videreudvikling af deres modelleringskompetence. Her kan en mere kritisk og reflekteret omgang med modeller (jf. Skott, 1992: 24) evt. komme på tale.

Ræsonnementskompetence

Under opbygningen af modellen erstattes hver af de fire modstande F_T, F_R, F_L, F_S med matematiske udtryk, men udtrykkene fremstår alle som påstande; der argumenteres ikke for dem. I det hele taget er der ingen egentlig matematisk argumentation i teksten, og kadetterne opfordres heller ikke til selv at komme med argumenter. I den forstand lægger stoffet ikke op til udfordring eller udvikling af ræsonnementskompetencen.

Manglen på argumenter i casen er slående. Nu lægger en sådan gennemgang af en model ikke specielt op til, at der skal bevises en masse sammenhænge, men man kan dog forestille sig, at der blev lagt lidt mere vægt på at godtgøre de sammenhænge, der postuleres. For eksempel er der en stregtegning af en bil og dens tyngdekraftskomposanter, der skal illustrere stigningskraften som stående normal på vejen. I tilknytning til denne tegning gives sammenhængen $\beta = \tan \alpha$, hvor β er vejens procentvise stigning, men der argumenteres ikke for sammenhængen ud fra tegningen.

Et andet eksempel er, når modellen omskrives på en måde, der ikke umiddelbart er letgennemskuelig, f.eks. ved $P_M = P_M(1-\eta) + (F_R + F_L + F_S)v \Leftrightarrow P_M = \frac{(F_R+F_L+F_S)v}{\eta}$. Når sådanne omskrivninger foretages uden yderligere forklaringer, dvs. uden at det godtgøres, hvorfor dette er en lovlig algebraisk manipulation, skal kadetterne selv kunne gennemføre de udeladte mellemregninger. Kan de ikke det, vil de to udtryks ækvivalens fremstå som en autoritativ påstand og ikke som et argument.

På et tidspunkt bruges udtrykket 'man kan vise' på en måde, der afviger fra normal matematisk sprogbrug, idet der skrives: »Man kan vise, at ved kørsel med konstant hastighed er driftsgrænserne...«. Her er det tydeligevis ikke et matematisk bevis, der tænkes på, men nok i højere grad, at man kan føre de følgende udtryk tilbage til fysiske forhold.

Repræsentationskompetence

Kadetterne får rig lejlighed til at udvikle deres repræsentationskompetence, idet der er en del forskellige repræsentationer af de samme forhold. Det ses bl.a. i de figurer, der optræder i teksten. Der er f.eks. to diagrammer, der viser den grafiske afhængighed mellem rullemodstandskoefficienten, f_R, og dels dækmateriale og hastighed, dels dæktryk og hastighed. For dækmaterialet er afhængigheden vist som brede grafer, altså en visualisering af intervaller. I en anden tabel, i underafsnittet »Luftmodstand«, er intervaller vist på anden vis. I de to tabeller over luftmodstandskoefficienten optræder der en umatematisk brug af $\rightarrow$ til angivelse af intervallerne, f.eks. $0,30 \rightarrow 0,36$. Men kadetterne har tidligere set en matematisk stringent intervalnotation; i begyndelsen af kompendiet (i »Øvelser i differentialregning«) indgår en række øvelser, hvor definitionsmængderne for de givne funktioner er opgivet som $x \in [1;6]$ og tilsvarende. Det kan derfor undre, at f.eks. den notationsform ikke er anvendt her.

Der er yderligere en tabel, hvori den umatematiske angivelse af intervaller optræder, nemlig den over friktionskoefficienten, μ. Der er dog én undtagelse: under 'isslag' er $\mu < 0,15$. Det viser sig at have betydning for løsningen af opgave 1.3, hvor svaret på opgaven vil være 'nej' for $\mu < 0,15$, mens det ville have været 'ja', hvis $\mu \leq 0,15$. Det, at der står $\mu < 0,15$ i stedet for $\mu \rightarrow 0,15$, kan være et bevidst valg. Men blandingen af notationsformer ($\rightarrow$ og $<$) springer i øjnene.

I casen optræder ligeledes en del forskellige angivelser af det at være afhængig eller funktion af, bl.a. som nævnt for rullemodstandskoefficienten, f_R. Under de nævnte diagrammer for f_R, bemærkes det, hvori hastighedsafhængigheden består (at f_R øges ved store hastigheder[2]); ligesom der nævnes en del forhold, som f_R er afhængig af, der hverken vises i diagrammerne eller indgår eksplicit i modellen. Det drejer sig f.eks. om dæktemperatur og vejbelægning. I de efterfølgende opgaver regnes der kun med udtryk for f_R, hvor $f_R = f_R(v^2)$ og $f_R = konstant$.

Der er som beskrevet flere forskellige repræsentationer af det at være afhængig af eller funktion af, samt det at en værdi tilhører et interval: grafisk, sprogligt i kombination med talværdier og rent sprogligt. Det kræver, at kadetterne er opmærksomme på, at det er de samme begreber, der er tale om, og det er nødvendigt for at kunne regne opgaverne, at de når frem til denne erkendelse. Det stiller krav til kadetternes forståelse for de forskellige repræsentationer og kan desuden være medvirkende

[2]Der skelnes i casen ikke mellem hastighed og fart; hastighed bruges konsekvent synonymt med fart, som er hastighedens talstørrelse.

til, at kadetternes blik for sammenhængen mellem de forskellige repræsentationformer skærpes. Vi vurderer derfor, at kadetterne har mulighed for at udvikle deres repræsentationskompetence gennem arbejdet med casen.

I øvrigt kan der forekomme kollisioner mellem den sproglige og den matematiske repræsentation, f.eks. ved begrebet vægtfordelingsforhold, hvor det sproglige 'for/bag' svarer til det matematiske 'bag/for': »Forholdet s_F/s_B er det samme som vægtfordelingen bag/for på vandret terræn«. Umiddelbart forinden er følgende definitioner givet: »s_F er den vandrette afstand fra foraksel til tyngdepunkt«, og »s_B er den vandrette afstand fra bagaksel til tyngdepunkt«. Det, at afstandene til tyngdepunktet mellem for og bag, er det samme som vægtfordelingen mellem bag og for, skal kadetterne selv overbevise sig om.

Symbol- og formalismekompetence

Der benyttes mange symboler i casen, og en del af dem har en funktion, der ikke er helt triviel. Bortset fra opgave 4, hvor begrebet udvekslingsforhold optræder uden forklaring eller symbol, er ethvert betydende begreb i casen givet et symbol, og en del af dem har fodtegn. Til parameternavngivningen anvendes en del græske bogstaver. Antallet er usædvanligt i forhold til resten af kompendiet, men i ingen af de øvrige cases opbygges en så detaljeret model med så mange indgående parametre, hvilket synes at kunne forklare det. I begyndelsen af kompendiet er der en liste over de græske bogstaver (både store og små) og deres udtalte navn; i casen er deres navne derfor ikke nævnt - med undtagelse af μ, der er beskrevet som »det græske bogstav my«. Det, at μ har fået særstatus, anser vi dog for en tilfældighed. Der optræder desuden navngivning, der særligt hører fysikken til, f.eks. m for masse, g for tyngdeacceleration og h for time. Det er i øvrigt gennemgående i hele casen, at der ikke regnes på enheder, selv om de optræder i oplysningerne. Det ville nok trække undervisningen for langt over mod fysikken. Man kan så bemærke, at hvis kadetterne skulle støde på en lignende problemstilling i deres virke som officerer, og de forsøger at analysere de tekniske specifikationers betydning, kan den manglende opmærksomhed på enhederne godt gå hen og volde dem problemer.

Der er ligeledes en udbredt anvendelse af figurative tegn, hvoraf en del er alment matematiske, mens andre ikke er. De alment matematiske er f.eks. $\Rightarrow$, $\sqrt{}$, $\mp$, brøker og potenser. Tegnet $\approx$ forekommer i to forskellige betydninger; dels ved afrundinger af beregnede talværdier, dels som angivelse af et estimat: »Køretøjets frontareal A kan for praktiske formål estimeres ved $A \approx 0,9sh$, ...«. Det er almen matematisk brug af tegnet at anvende det ved afrundinger, men det er usædvanligt at anvende det ved estimater.

Her ville det være mere almindeligt at skrive »Køretøjets frontareal A kan for praktiske formål estimeres ved $A = 0,9sh$, ...« - det angives jo netop sprogligt, at der er tale om et estimat. Desuden anvendes tegnet $\sim$ i tabellen over luftmodstandskoefficienten og frontarealet over køretøjer, hvor der i forhold til resten af teksten lige så vel kunne have været anvendt $\approx$. Ovenfor har vi ligeledes nævnt, hvordan intervaller angives på forskellig, mere eller mindre matematisk, vis.

Bogstavernes anvendelse kan enkelte gange give anledning til undren. I udtrykket for stigningsmodstanden er følgende trigonometriske sammenhæng angivet $\sin v = \frac{\tan v}{\sqrt{1+tan^2 v}}$. Dette er ikke umiddelbart læservenligt, da v alle andre steder i casen betegner hastighed. Forklaringen er sandsynligvis, at det er almindeligt at angive vinkler ved v. Men det betyder, at kadetterne skal skærpe deres opmærksomhed, når de læser og anvender de forekommende symboler. Alt i alt finder vi, at kadetternes symbol- og formalismekompetence både udfordres og potentielt kan udvikles i omgangen med de mange symboler og deres anvendelse i casen.

Hjælpemiddelkompetence

Syndikatopgaverne er af forskellige sværhedsgrader, og det er ikke umiddelbart til at se, hvilke opgaver der er svære hhv. lette. Det gælder for dem alle, at der er behov for en lommeregner eller tilsvarende, da der er mange talværdier, og en del af dem har (mindst) to decimaler. Det vil i sig selv ikke udvikle kadetternes hjælpemiddelkompetence, men det forudsætter, at de kan aktivere kompetencen på et vist niveau.

I opgave 2 skal kadetterne løse trediegradsligninger, og der er et hint i opgaveteksten om, at de får brug for en metode til numerisk nulpunktssøgning. Det udtrykkes ikke eksplicit, at kadetterne skal anvende Excel, men det er mest oplagt, da Excel benyttes i casen umiddelbart før denne, »Skyts III«, til at finde numeriske nulpunktsløsninger af en funktion ved tre forskellige metoder. Nu får kadetterne endnu en mulighed for at træne anvendelsen af metoderne og se Excel bragt i anvendelse overfor en ny situation, hvilket må forventes at udvikle deres hjælpemiddelkompetence.

Kommunikationskompetence

I casen er der intetsteds lagt specielt vægt på dette aspekt, og der lægges heller ikke op til, at kadetterne skal formulere sig selvstændigt.

Problembehandlingskompetence

Gennem casen er kadetterne blevet præsenteret for en problemstilling og har fået vist, hvordan den kan løses matematisk. Hvorvidt de siden får udfordret deres problembehandlingskompetence ved opgaverne, beror på, om de kan trække direkte på den præsenterede løsning og bruge den som algoritme til løsning af opgaverne.

Opgaverne 1.1, 1.2 og 3 er indsættelsesopgaver, hvor kadetterne kan anvende løsningsalgoritmen direkte; her kan der altså ikke være tale om problemløsning i den forstand, vi har defineret det. Det kan der derimod være i opgaverne 1.3 og 2 og 4. Her har opgaverne ikke samme karakter af indsættelse i passende formel. Det mulige problem ved opgave 1.3 (hvor det er en ikke triviel brug af åbne hhv. lukkede intervaller, der afgør svaret) har vi nævnt tidligere. Vi har ligeledes nævnt, at der i opgave 2 er brug for numerisk nulpunktssøgning, hvilket indebærer en mere avanceret udnyttelse af et hjælpemiddel, mest oplagt Excel. Inden kadetterne kan anvende Excel, skal de dog kunne manipulere med modellens ligningsudtryk, da den ubekendte parameter v indgår i flere deludtryk. I forhold til kadetternes forudsætninger, kan det være et problem for dem at finde ud af, at de skal isolere v, inden de kan få gavn af at indtaste ligningen i Excel.

Ligeledes i opgave 4 mener vi, at der kan være tale om problemløsning i et vist omfang. Opgaven har ingen sammenhæng med resten af casen, og det kan muligvis vildlede kadetterne, specielt hvis de søger efter løsninger ud fra den i casen givne ramme. Det er interessant, at opgaven bryder den didaktiske kontrakt ved at stille en opgave, der ikke kan besvares ud fra det gennemgåede stof (se Blomhøj, 1992, for en diskussion af dette). For at svare på opgaven skal kadetterne kunne få ideer til løsningsstrategier og være i stand til at udføre dem selvstændigt. Når først kadetterne har fundet en brugbar løsningsalgoritme, er det er de samme beregninger, der skal foretages igen og igen.

Alt i alt er dette en case, hvor kadetterne har mulighed for at udvikle deres problembehandlingskompetence i et vist omfang. Det gælder for alle opgaverne, at de er forholdsvis matematisk formulerede. Det gør, at kadetterne får udstukket retningslinierne for de mulige svar. Der er altså tale om lukkede problemer. Det skal ses som modsætning til åbne problemer, hvor man vil forvente et større behov for at undersøge, hvad opgaven i det hele taget går ud på. Det er derfor et begrænset aspekt ved deres problembehandlingskompetence, kadetterne får udfordret.

Det, at kadetterne kun får udfordret en begrænset del af deres problembehandlingskompetence, ses ligeledes ved, at der er en formelsamling,

hvori mange af udtrykkene optræder. Det er dog ikke alle væsentlige udtryk, der er medtaget; bl.a. er der ingen, der vedrører den beslægtede problemstilling, selv om der stilles opgaver, hvori disse udtryk skal anvendes. Heller ikke modellen udtrykt som $P_M = \frac{(F_R+F_L+F_S)v}{\eta}$ optræder i formelsamlingen, selv om det er i den form, modellen skal anvendes ved opgaveregningen. Det er ikke umiddelbart til at gennemskue, hvorfor nogle udtryk optræder i formelsamlingen, mens andre ikke gør.

I øvrigt er det værd at bemærke, at sværhedsgraden af de enkelte opgaver varierer meget, og at det, som nævnt, er vanskeligt at gennemskue på forhånd, hvor svære opgaverne er i forhold til hinanden.

Tankegangskompetence

Der er i casen en meget snæver anvendelse af matematik. Der er ingen matematiske generaliseringer eller argumentation for de påstande, som fremføres. Det er ikke til at se, hvilken status de forskellige påstande har i forhold til hinanden - om de er definitioner, sætninger eller ad hoc-opstillinger. F.eks. er den sproglige formulering af det, vi kalder selve modellen, »Når et køretøj fremføres med konstant hastighed, er der ligevægt mellem motorydelsen og summen af alle køremodstande«, en sætning der kan bevises fysisk, mens »Stigningsmodstanden er tyngdekraftens komposant i kørselsretningen« er en definition af en af modellens parametre. Det, at der er forskel på en sætning og en definition, er ikke til at læse ud af teksten. Det er heller ikke muligt at læse, under hvilke forudsætninger følgende gælder: »Luftmodstanden følger ligningen $F_L = \frac{1}{2}\rho v_r^2 A c_W$«. Her mener vi, at der er tale om en ad hoc-opstilling, da der er grænser for (også i matematisk forstand), under hvilke omstændigheder den gælder.

Det er vores opfattelse, at casen ikke udfordrer kadetternes tankegangskompetence. De bliver selvfølgelig introduceret til den særlige brug af matematik, hvor man benytter den som redskab til at svare på helt konkrete spørgsmål. Men den tankegang, der ligger bag de metoder, som benyttes, præsenteres de ikke for.

Matematiske stofområder i casen

Der indgår primært aritmetik, algebra og funktioner i casen. Modellen er udtrykt ved en ligning, og i gennemgangen af stoffet og i opgaverne er hovedsagen at bestemme de indgående størrelser og indsætte dem i ligningen. I omformningen af modelligningen indgår der en del algebra, og i opgave 2 skal kadetterne selv omforme udtrykket algebraisk, før de kan løse ligningen numerisk. I ligningen for modellen indgår der også funktioner, dog ikke på komplicerede måder. Nogle af funktionerne er trigonometriske, og i opgave 4 skal kadetterne beregne et dæks omkreds ud fra radius. Det, mener vi, er overkommeligt for kadetter med et matematisk C-niveau, der hidtil har mødt de trigonometriske funktioner i meget simple sammenhænge. Casen fordrer ikke et nærmere kendskab til funktionerne, for kadetterne kan indsætte dem i ligningen og udregne resultatet på deres lommeregner. Vi mener ligeledes, at der er en vis grad af optimering i casen, da der skal findes en maksimumsværdi for bilens hastighed under givne betingelser.

Om casen i al almindelighed

I casen er der en udpræget brug af tekniske specifikationer, og alle oplysninger er angivet med flere decimalers nøjagtighed. Det er en militær opgavekontekst, men man kan diskutere, hvor dybt den stikker i dette tilfælde. Der er en forholdsvis begrænset brug af militære begreber; kun under »Problem« anvendes de eksplicit. I resten af casen tales der blot om køretøjer, og i opgaverne 1-3 er de køretøjer, der optræder, alle eksplicit civile, mens det i opgave 4 ikke fremgår, hvilken type bil der er tale om. Der er kun to steder i teksten, ud over i afsnittet »Problem«, hvor der optræder ord, der kan give associationer til militære køretøjer, nemlig »bæltearmering« og »terrænkøretøjer«. Derudover er det i fodnote 3 nævnt, at der i modellen opereres med den civile sporvidde, og det angives, hvori forskellen mellem denne og den militære sporvidde består. I tabellen over ændring af luftmodstandskoefficienten, c_W, er der angivet en række ændringer, der åbenlyst ikke er militært relevante, såsom »fastgørelse af surfbræt på taget«, men de er adskilt fra resten af tabellens mere relevante tiltag ved en streg. I casens begyndelse er der et fotografi af et militært køretøj, hvis eneste funktion synes at være, at man skal associere modellen med dét.

Der synes at være et klart formål med en case som denne. Ganske mange officerer sidder i administrative funktioner, hvor det at kunne læse tekniske specifikationer er en forudsætning for at kunne udføre arbejdet tilfredsstillende. Ud over at kadetterne skal lære at anvende matematikken som redskab, kan der være et socialiserende aspekt, hvor man forsøger at vænne kadetterne til omgang med teknisk stof. Her kan der altså være tale om, at den matematikviden, officererne har, bringes i anvendelse i en anden kontekst end den, der knytter sig til matematikundervisningen under deres uddannelse.

Samlet set er det vores opfattelse, at casen fortrinsvis lægger op til, at kadetternes modellerings-, repræsentations-, samt symbol- og formalismekompetence udvikles ved at arbejde med den. I mindre grad, er det muligt, at problembehandlings- og hjælpemiddelkompetencen kan udvikles, mens tankegangs-, ræsonnements- og kommunikationskompetencen ikke udfordres på noget tidspunkt.

Case I, Skat

Casen drejer sig om, hvordan man beregner personskatten i Danmark. Den måde, casen introduceres på under overskriften »Problem«, giver et godt billede af den elitære tone, der til tider præger kompendiet. Der står:

> »Undersøgelser viser, at størstedelen af den voksne danske befolkning er ude af stand til at kontrollere den forskudsopgørelse og årsopgørelse, de en gang om året modtager fra skattemyndighederne. Vi skal se, at det er muligt at give en forholdsvis simpel matematisk beskrivelse af grundprincipperne i beregningen af personskat.«

Herefter følger en ikke særlig simpel gennemgang af principperne bag skatteberegningerne.

Casen adskiller sig fra de fleste andre, da emnet ikke umiddelbart har forbindelse til officersprofessionen. Alle officerer skal betale skat, og derudover betyder det, at det er en lønnet uddannelse, at emnet har umiddelbar relevans for kadetterne. Modsat forekommer emnet ikke specielt relevant for officersprofessionen. Da det er gennemgående i kompendiet, at opgavekonteksten søges hentet fra udøvelsen af officersprofessionen, er det bemærkelsesværdigt, at den her fremhæver officeren som privatperson i stedet.

Vi ser en forbindelse mellem dette og den måde, afsnittet »Beslægtede problemstillinger« anvendes på i denne case. Normalt behandles her problemstillinger, der relaterer til den første problemstilling. Ofte er det en ny vinkel på stoffet, der udfoldes. Men i denne case er de præsenterede emner uafhængige af skatteberegningerne. Desuden behandles emnerne ikke; de nævnes blot som tilfælde, der ligeledes kan behandles matematisk med stykkevis lineære funktioner. For det meste præsenteres de beslægtede problemstillinger lidt kortfattet, men det er en undtagelse, at det gøres så overfladisk som her. Det virker, som om afsnittet i højere grad har en motiverende funktion, i forhold til at beskæftige sig med stykkevis lineære funktioner, end at introducere kadetterne til lignende problemstillinger. Det nævnes andetsteds, at principperne, skatten beregnes efter, anvendes i tarif- og rabatsystemer, og der er da også et par opgaver, der beskæftiger sig med det. Det havde været mere i overensstemmelse med resten af kompendiet, hvis dette samlet havde været behandlet i afsnittet om beslægtede problemstillinger.

Vi har tidligere nævnt, at det i diskussionerne omkring revisionen af hærens officersuddannelse i 1960'erne blev illegitimeret at pege på de almendannende aspekter, når man skulle begrunde matematikkens anvendelighed i uddannelsen. I det lys er det interessant, at det er nærliggende at tolke casens indledning som et eksempel på netop almendannelse. Den lidt nedladende bemærkning omkring størstedelen af befolkninges manglende evne til at kontrollere deres årsopgørelse, gør jo opmærksom på et område, hvor befolkningen i al almindelighed ikke evner at varetage deres egne interesser. Der er derfor også god grund til at undervise kadetterne i det - også så de kan fremstå som et godt eksempel for resten af befolkningen.

Symbol- og formalismekompetence

Kadetternes symbol- og formalismekompetence udfordres i casen på flere måder, og det er en af de kompetencer, vi mener, kadetterne har størst mulighed for at udvikle ved at arbejde med casen. Den er et godt eksempel på de store spring i graden af formalisme, der præger kompendiet.

Hvad angår de forskellige grader af formalisme, indledes afsnittet »Matematisk teori« på denne måde:

> »En ret linje, der ikke er parallel med y-aksen, kan beskrives ved en ligning af formen $y = ax + b$. En funktion med forskriften $f(x) = ax + b$ kaldes derfor en lineær funktion.«

Selv hvis man ser bort fra, at der i mere avanceret matematik benyttes et linearitetsbegreb, der ikke rummer den slags funktioner, og i stedet betragter det som en definition af begrebet lineær funktion, som det benyttes i folkeskolen, må det siges at være en temmelig uformel og henkastet definition. Sammenhængen mellem linjerne for den type ligninger og grafen for de tilsvarende funktioner er underforstået. Her forekommer det besynderligt, at man dels lader sammenhængen være underforstået, og dels lader den være direkte anledning til navnet lineær funktion. Det illustrerer fint, hvordan kompendiet nogle gange afviger betragteligt fra normal praksis i matematiklærebøger ved at definere sine objekter på en overraskende uformel måde.

Straks efter ovenstående citat introduceres til funktioner, der ikke kan udtrykkes ved en enkel forskrift for hele definitionsmængden. Det gøres på en formel måde, der står i skærende kontrast til det foregående:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \\ \vdots & \\ f_n(x) & x \in D_n \end{cases}$$

hvor $D = \bigcup_i D_i$ og $D_i \cap D_j = \emptyset$, $i \neq j$

Udtrykket anvendes til at definere en stykkevis lineær funktion på samme formelle niveau. Definitionerne er på mange måder gode eksempler på, hvor præcist man kan definere et objekt med matematiske symboler, og de ligner til forveksling de definitioner, man møder på en matematisk professionsuddannelse. Forudsætningerne for at forstå en sådan definition afviger betragteligt fra de forudsætninger, der skal til for ellers at begå sig i den matematik, der præsenteres i kompendiet. For det første optræder symbolet $\bigcup_i$, som er et avanceret mængdesymbol. For det andet skal der en hel del til, for at fordøje så komprimerede matematiske symboler, uden at de bliver fulgt op af forklarende tekst i naturligt sprog. Vi vurderer derfor, at kadetternes udbytte af at blive præsenteret for sådanne definitioner ikke er stort.

Vi konkluderer dog alligevel, at casen giver kadetterne mulighed for at udvikle deres symbol- og formalismekompetence. Det skyldes, at de bliver introduceret til flere forskellige nye notationsformer, der knytter sig til funktioner. Dels ser de, hvordan man opskriver en funktion, der ikke har samme forskrift i hele definitionsområdet. Dels skal de i nogle af opgaverne selv opskrive eksempler på sådanne ud fra de relevante oplysninger. Derudover introduceres kadetterne til max-funktionen, som de rimeligvis ikke har stiftet bekendskab med tidligere.

I løsningsafsnittet opstilles skattefunktionen for en fiktiv skatteyder bosat i Hørsholm kommune i 2001. Først præsenteres de gældende satser for de forskellige skattetyper, samt størrelsen på personfradraget, i et skema. Derefter grupperes de efter det bundfradrag, der gælder for dem, og det giver fire skattegrupper, der opskrives eksempelvis som

Mellemskat

$$\begin{aligned} f_3(x) &= \max(0{,}0600 \cdot (0{,}91x - 177900); 0) \\ &= \begin{cases} 0 & x < 177900 \\ 0{,}0600 \cdot (0{,}91x - 177900) & x \geq 177900 \end{cases} \\ &= \begin{cases} 0 & x < 195494{,}51 \\ 0{,}0546x \cdot 10674{,}00 & x \geq 195494{,}51 \end{cases} \end{aligned}$$

Den samlede skat kan udtrykkes ved skattefunktionen, der er en sum af fire gaffelfunktioner svarende til ovenstående.

I opstillingen af de fire delfunktioner, som gaffelfunktionerne er i forhold til skattefunktionen, gives en ækvivalent beskrivelse ved max-funktionen som desværre introduceres meget kortfattet, som en funktion »der som resultat giver det største af sine argumenter«. Definitionen er præcis, men så kortfattet at det langt fra er sikkert, at kadetterne forstår, hvad definitionen indebærer. Det skyldes bl.a., at kadetterne muligvis ikke ved, hvad der er en funktions argument; og selvom det ene argument er en konstant, er det sikkert første gang, mange af kadetterne ser en funktion med flere argumenter. Formålet med at indføre max-funktionen knytter sig rimeligvis til brugen af Excel i casen. Hvilket så forklarer, at funktionen indføres så kortfattet, da det ikke er nødvendigt, at kadetterne forstår, hvad den gør, blot de kan indtaste de fornødne parametre korrekt i regnearket. Trods alt får kadetterne flere forskellige opskrivninger af de samme forhold, og det er derfor muligt, at de ved at sammenstille dem, kan få et overblik over, hvad max-funktionen egentlig gør - et overblik der rækker ud over en rutinemæssig anvendelse af Excel.

Som nævnt virker max-funktionen på flere argumenter. Det skyldes, at bruttoskatten beregnes af hele indkomsten, hvorimod de øvrige skatter beregnes af indkomsten, når bruttoskatten er fratrukket. Det medfører, at den variable optræder med en faktor i de tre øvrige delfunktioners definitionsområder. For overskuelighedens skyld bliver denne faktor efterfølgende elimineret. Forholdene, at en funktion kan have flere argumenter, at den ikke nødvendigvis har samme forskrift i hele definitionsområdet, og at definitionsområderne i øvrigt skal kunne omskrives, er givetvis nye for mange af kadetterne.

Der er også en udstrakt brug af stærke og svage ulighedstegn ($<, >, \leq, \geq$) i casen, og på en måde hvor det ikke er trivielt, om det er det ene eller det andet. Der er flere korrekte måder at definere delintervallerne for funktionernes definitionsområde, så funktionen er entydigt defineret, heriblandt den der er valgt. Det er dog ikke noget, der behandles dybere, så det svært at sige, om kadetterne bliver opmærksomme på, at det er væsentligt, eller om de kører let hen over det.

I det store hele finder vi, at kadetternes symbol- og formalismekompetence bliver udfordret i ganske stor grad i forhold til casen.

Repræsentationskompetence

Kadetternes repræsentationskompetence bliver ligeledes udfordret i casen. Hvis man tager den i Hørsholm kommune bosatte borger, bliver vedkommendes skattebetaling repræsenteret på ganske mange måder. Først præsenteres den i naturligt sprog samt på skemaform, så tager den dels form som en række max-funktioner, dels som en række stykkevis lineære delfunktioner. De giver anledning til skattefunktionen og grafen for denne funktion. Der er også en pointe med at fremstille skattebetalingen på den måde. Eksempelvis er selve problemstillingen i casen at give en simpel fremstilling af personskatten, så man kan kontrollere den beskatning, skattemyndighederne foretager, og det gøres med skattefunktionen.

I opgaverne stilles ligeledes krav om, at kadetterne selv benytter sig af, og oversætter mellem, forskellige repræsentationer. I en af opgaverne skal de f.eks. finde skattefunktionen for en fiktiv person, og både opskrive den som gaffelfunktion og tegne grafen. Kadetterne får altså udfordret både det aktive og det passive aspekt ved repræsentationskompetencen.

Tankegangs- og ræsonnementskompetence

På baggrund af vores analyser, finder vi, at kadetterne ikke har mange muligheder for at få udfordret deres tankegangs- og ræsonnementskompetence ved at arbejde med casen. Der er et sted i casen, der er godt til at illustrere, hvorfor vi har vurderet sådan. Det matematiske emne, der primært er på dagsordenen i casen, er funktioner, herunder stykkevis lineære funktioner. Som vi har beskrevet ovenfor, er problemet at beskrive den samlede skat ved en enkelt funktion, også kaldet skattefunktionen. Den funktion er en sum af de fire delfunktioner. Om denne sammenhæng står der:

> »Hver af de fire funktioner er en stykkevis lineær funktion, og deres sum - skattefunktionen - bliver derfor også en stykkevis lineær funktion.«

Det vil man i andre sammenhænge typisk kalde en matematisk sætning, og man kan vælge at lade den følge af et bevis. Her optræder det som en konstatering, hvorefter skattefunktionen opskrives. Hvilken status et udsagn har, og argumentation for hvorfor det er sådan, behandles ikke. Det er derfor ikke noget, vi forventer, kadetterne får blik eller forståelse for gennem arbejdet med casen.

Modelleringskompetence

Det er vores vurdering, at kadetterne ikke har mulighed for at udvikle deres modelleringskompetence i større udstrækning ved at beskæftige sig med casen. Hovedmodellen i casen er skattefunktionen udtrykt ved $f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + f_4(x)$. Men den behandles stort set ikke generelt; i stedet opstilles den i specifik form, så den gælder for en skatteyder bosat i Hørsholm i 2001 med de dertil hørende talværdier. I en af opgaverne bliver kadetterne bedt om at ændre på nogle af satserne og opstille skattefunktionen for en skatteyder bosat i Hvidovre kommune. Men der er alligevel langt fra at behandle modellen generelt til at ændre talværdier i den, så den gælder i et andet specifikt tilfælde.

Modelbygningen er præget af faserne to til fire, som omtalt i afsnit 2.1, der omhandler systemafgrænsning, matematisering og analyse, med hovedvægten lagt på matematiseringen. Fase et, hvor der formuleres et problem, er fraværende, da problemstillingen gives, uden at overvejelserne bag problemformuleringen fremgår. I fase to afgrænses problemstillingen til at være en borger bosat i en bestemt kommune, uden kapitalindkomst eller andre fradrag end personfradraget. I matematiseringen oversættes de forskellige skattesatser til gaffelfunktioner, hvor f.eks. personfradraget optræder som grænser for gaffelfunktionernes definitionsområde. I analysen bearbejdes gaffelfunktionerne, så der fås et udtryk for borgerens skattebetaling. Den matematiske analyse er ikke avanceret, da bearbejdningen kun består i at addere gaffelfunktionerne, så man herudfra kan beregne beløbet, en Hørsholmborger skal betale. Modellen optræder som nævnt ikke i generel form, så reelt skal der laves en ny model, hver gang der er tale om en ny borger.

I forhold til vores opfattelse af at modelleringskompetencen blandt andet består i at have kendskab til en bred vifte af modeller, så man har et vist beredskab at trække på, både når man skal konstruere og analysere modeller, er det ikke vores vurdering, at skattefunktionen kommer til at indgå i kadetternes arsenal. Dertil gennemgås og behandles den ikke grundigt nok. Det er muligt, at grunden, til at modellen kun behandles i specifik form, er, at den bliver knap så simpel og overskuelig, hvis den behandles algebraisk. Men det ændrer ikke ved, at skattefunktionen i højere grad bliver brugt til bevidstløs indsætning end som model, hvor der skal tages stilling til de indgående parametre.

Problembehandlingskompetence

Det eneste sted, der kan være tale om et problem, i den forstand vi forstår det (jf. afsnit 2.1), er i opgave 6, der drejer sig om et transportfirmas takster. I andet delspørgsmål gøres kadetterne opmærksomme på, at der i overgangen fra en takstklasse til en anden kan være forhold der gør, at firmaet kan opnå en besparelse ved at gøre forsendelsen tungere. Tredie delspørgsmål går så ud på, at kadetterne skal bestemme de intervaller, hvor det gør sig gældende. Det er ikke umiddelbart en svær opgave, men kadetterne er ikke blevet præsenteret for en løsningsalgoritme til det; de skal altså selv finde ud af, hvordan de vil løse opgaven. Kadetternes problembehandlingskompetence udfordres derfor kun i mindre grad i casen.

Kommunikationskompetence

Der lægges ikke op til aktivering af denne kompetence noget sted i casen.

Hjælpemiddelkompetence

Som i alle de øvrige cases har kadetterne brug for lommeregner, når de skal løse opgaverne; der lægges dog ikke op til andet end ren rutinebrug. Excel bruges noget mere; blandt andet introduceres max-funktionen, og der skal tegnes en graf i en af opgaverne. Alle funktionerne ligger dog forindtastet i et regneark, og kadetterne fodres i en grad, så vi tvivler på, om de udvikler et dybere kendskab til brugen af regnearket ved at arbejde med casen. Vi vurderer derfor, at kadetternes hjælpemiddelkompetence ikke udfordres meget ved arbejdet med casen.

Matematiske stofområder i casen

De matematiske stofområder, der kan fremtrækkes som særligt forekommende i casen, er funktioner og aritmetik. Aritmetik indgår godt nok i stort set al matematik på dette niveau, men her er den særligt tydelig, da der regnes på specifikke værdier i skattefunktionen, i stedet for at behandle den generelt (og dermed algebraisk). Procentregning, der er omfangsrig her, hører ligeledes til aritmetik.

Samlet set vurderer vi, at det fortrinsvis er kadetternes symbol- og formalismekompetence og deres repræsentationskompetence, der udfordres ved arbejdet med casen. Det er kun i begrænset omfang, at de har mulighed for at udvikle deres modellerings-, problembehandlings- og hjælpemiddelkompetence. Kadetternes tankegangs-, ræsonnements- og kommunikationskompetencer kommer slet ikke i spil i arbejdet med casen.

Case O, Angreb gennem minefelt I

Casen behandler sandsynligheden for at forskellige hændelser sker, dels når hændelserne er uafhængige af hinanden, dels når de er afhængige. Der er fem cases i kompendiet, der behandler sandsynlighedsregning stadig mere avanceret, og denne er nummer tre.

Problemstillingen, der præsenteres i casen, er sandsynligheden for, at et antal fjentlige kampvogne kan passere et minefelt uden at påkøre en mine. Problemet er formuleret sådan, at der er tale om uafhængige hændelser, og derfor introduceres binomialfordelingen under afsnittet »Matematisk formulering«, da den kan anvendes til at svare på spørgsmål af typen: succes eller fiasko af uafhængige forsøg. Problemet behandles og løses, inden der præsenteres et nyt problem i afsnittet »Beslægtet problemstilling«. Her ses der først på et tilfælde af udtagning af stikprøver uden tilbagelægning, dvs. hvor hændelserne er afhængige af hinanden. Problemet løses dernæst ved hjælp af den hypergeometriske fordeling. Herefter ses på et tilsvarende problem, men hvor der forekommer tilbagelægning. Det løses ved hjælp af binomialfordelingen. De to løsninger sammenlignes, og det konkluderes, at man kan approksimere den hypergeometriske fordeling med binomialfordelingen afhængigt af størrelsesforholdet mellem grundmængden og den udtagne stikprøve. Der gives tommelfingerregler for, hvornår det kan gøres, nemlig at en sådan approksimation er »›tilladt‹, når $\frac{N}{n} \geq 10$ og ›god‹, når $\frac{N}{n} \geq 20$«, hvor N og n betegner hhv. grundmængden og stikprøven.

Ud fra teksten er det ikke muligt at se, hvad tommelfingerreglerne knytter sig til. Det er vel i bund og grund umuligt at sige om en approksimation er »tilladt« eller »god« uafhængigt af opgavekonteksten. Det harmoner heller ikke med, at kadetterne gennem hele kompendiet regner på tal med mange decimaler. Approksimationen kunne med fordel have været kommenteret mere udførligt i casen, så kadetterne kunne få blik for, at der er forskelle på, hvor nøjagtig, man ønsker, en model skal være.

Der er ingen formelsamling i casen, der da også er forholdsvis kort (fire sider eksklusiv opgaver). Både binomialkvotienten og den hypergeometriske fordeling er præsenteret i casen umiddelbart før.

Modelleringskompetence

Det er vores opfattelse, at kadetternes modelleringskompetence er en af de kompetencer, der udfordres i casen. Selve ordet model optræder intetsteds i teksten, og det er da også en vurderingssag, om man vil betegne det, der foregår, som matematisk modellering. Vi har valgt at betragte de forskellige sandsynlighedsfordelinger som matematiske modeller, da kadetterne i deres omgang med dem skal kunne oversætte fra naturligt sprog til matematik og tilbage til naturligt sprog for at kunne svare på de spørgsmål, der stilles i opgaverne. Det første skridt er derfor at tolke formuleringen i naturligt sprog, så de kan afgøre, hvilken fordeling der kan løse det matematiske spørgsmål og med hvilke parametre. Herefter skal de tolke det matematiske resultat, så de kan svare på det sprogligt formulerede spørgsmål. Det svarer til faserne tre og fem i Blomhøj og Højgaard Jensens (2002) opstilling af en modelproces (se afsnit 2.1): matematisering og fortolkning.

Selv om udtrykkene for binomialfordelingen eller den hypergeometriske fordeling ikke vil blive betragtet som modeller i enhver sammenhæng, har anvendelsen af dem i denne sammenhæng gjort, at vi har fundet det frugtbart at anlægge den synsvinkel (se afsnit 2.1 for en diskussion af, hvad vi forstår ved en model).

Det er fortrinsvis den passive del af modelleringskompetencen, kadetterne får udfordret. Desuden er modellen enkel i den forstand, at den er teoretisk og derfor ikke bygger på ad hoc-antagelser, hvor det kan være vanskeligt at gennemskue, om antagelserne er nødvendige og/eller tilstrækkelige. Der indgår ligeledes ganske få parametre på en overskuelig måde. Eventuelle vanskeligheder består i at kunne tolke de sproglige oplysninger, så de matematiske parametre kan bestemmes, ikke i at anvende parametrene i de matematiske udtryk.

Det faktum, at der er så få parametre, gør det ligeledes let at undersøge modellens følsomhed overfor parameterændringer, samt parameternes indbyrdes afhængighed (modelbygningens fase seks). Udnyttes det, vil kadetternes modelleringskompetence kunne udvikles, så de opnår en større forståelse for den følsomhed, modeller har overfor de indgående størrelser. I casen lægges der dog ikke op til, at kadetterne undersøger modellens parameterfølsomhed, så vi vurderer, at muligheden er lavere, for at kompetencen udvikles, end hvis der havde været lagt vægt på det aspekt. I fremstillingen bliver det dog kort berørt, hvordan parameternes indbyrdes forhold afgør, om der er stor forskel på at bruge de to fordelinger (ved, som nævnt, at angive hvornår det er tilladt at approksimere den hypergeomeriske fordeling med binomialfordelingen). Desværre betyder den noget kortfattede fremstilling i naturligt sprog af forholdene, at det langt fra er sikkert, at kadetterne får det fulde udbytte af den.

Særligt i opgave 3 skal kadetterne trække på deres modelleringskompetence mht. at oversætte mellem naturligt og matematisk sprog. Opgaven går ud på at finde sandsynligheder for, at en delings 32 mand får nye eller gamle faldskærme fra en division. Man ved altså, at antallet af faldskærme

er endeligt, så der reelt er tale om afhængige hændelser: Når en faldskærm er taget, kan den ikke tages igen, og det har betydning for, hvilke faldskærme der er tilbage, som den næste mand kan tage af. Opgaven bør derfor løses vha. den hypergeometriske fordeling, men ønsker man at gøre det, mangler man oplysninger om, hvor mange faldskærme der er i alt. Selv om man antager, at der er lige så mange faldskærme, som der er tropper i en division, bringer det ikke én nærmere et svar, da størrelsen på en division kan variere. Kadetterne skal her trække på deres viden om, at der er langt flere tropper i en division end de 32 i delingen, og at det derfor er en god tilnærmelse til den hypergeometriske fordeling at benytte binomialfordelingen i dette tilfælde. Kadetterne skal altså på baggrund af deres faglige viden kunne vurdere, hvilken fordeling der er passende at anvende ud fra den sproglige formulering af opgaven.

Den hypergeometriske fordeling illustrerer i øvrigt bedre end binomialfordelingen, hvad der forstås ved sandsynlighed, nemlig $\frac{gunstige}{mulige} udfald$. Den del af modellen er derfor forklarende. Den hypergeometriske fordeling anvendes dog på intet tidspunkt ved opgaveregningen (med forbehold for de nævnte overvejelser i opgave 3), så den erkendelse får kadetterne ikke lejlighed til at udnytte.

Problembehandlings-, tankegangs- og kommunikationskompetence

Kadetterne får ikke udfordret deres problembehandlingskompetence i casen, da der er tale om en model, der i vid udstrækning angiver en algoritme til at løse de givne opgaver efter. Selv om det kan være vanskeligt for den enkelte at oversætte fra naturligt til matematisk sprog, så han/hun direkte kan anvende algoritmen, er der intet reelt problem i det. Kadetten ved, hvilke parametre han/hun skal bestemme, og hvilke muligheder han/hun har for at regne på dem. Der er heller ingen steder, hvor kadetternes tankegangskompetence udfordres. Ligeledes lægges der ikke op til at kadetternes kommunikationskompetence udfordres på nogen måde.

Ræsonnementskompetence

Casen lægger hverken op til at udfordre eller udvikle ræsonnementskompetence. Der gives ingen forklaringer eller argumentation for, hvorfor fordelinger og beregninger ser ud, som de gør. Sandsynlighedsbegrebet er behandlet i tidligere cases, hvor kadetterne bl.a. indføres i afhængige og uafhængige hændelser, stikprøvetagning med og uden tilbagelægning, binomialkoefficienten og den hypergeometriske fordeling. Så det er naturligt, at det ikke gennemgås her.

Der er ingen direkte argumentation f.eks i form af beviser i casen. I tilfældet med approksimationen af den hypergeometriske fordeling med binomialfordelingen, synes vi dog, at det er en mangel, at der ikke er argumentation for, hvorfor der er tale om tilladte og gode approksimationer. Lidt overvejelser over dem ville, som tidligere bemærket, være værd at nævne, også for at udfordre kadetternes modellerings- og ræsonnementskompetence.

Repræsentationskompetence

Som allerede nævnt består det primære i casen i at oversætte mellem det naturlige og det matematiske sprog. I den forstand er oplysningerne repræsenteret i begge sprogformer, og vi antager, at kadetterne har de nødvendige forudsætninger for at kunne oversætte i tilstrækkelig grad til at kunne forstå casen. Men kadetternes repræsentationskompetence bliver ligeledes udfordret ved, at kadetterne skal anvende, og oversætte imellem, begge repræsentationsformer for at kunne løse opgaverne.

Selve begrebet sandsynlighed har en del forskellige repræsentationsformer: Som %- og decimaltal, og i den hypergeometriske fordeling hvad der kan fortolkes som $\frac{gunstige}{mulige} udfald$, samt som f.eks. $P(X = 6) = P(X \leqq 6) - P(X \leqq 5)$, men der gives ingen sproglig fortolkning af det. Desuden kan man med lidt god vilje sige, at sandsynligheden er repræsenteret ved dens Excelfunktionsudtryk, f.eks. $BINOMIALFORDELING(5; 10; 0,6; SAND)$, foruden det rent analytiske, $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$.

Der er ikke mange forskellige repræsentationer af begreberne i casen, og da slet ikke i forhold til flere af de øvrige cases. Der er de nødvendige (for at kunne løse opgaverne), men ingen overflødige. Der er f.eks. ingen grafer, der kan udfordre kadetternes repræsentationskompetence ved at vise, at sandsynlighedsfordelingerne kan visualiseres på en måde, der muligvis kan være en hjælp ved opgaveregningen. I ogaverne 1 og 2 skal kadetterne bl.a. finde den største sandsynlighed blandt flere mulige udfald. Det kan gøres ved at beregne samtlige af de enkelte sandsynligheder, for at de givne hændelser indtræffer, men det er betydeligt hurtigere gjort, hvis man véd (f.eks. ved at se på en graf), at binomialfordelingen kun har ét toppunkt. Dermed slipper man for at søge efter større sandsynligheder i områder langt fra toppunktet. I denne case' opgaver ville det være særligt let, da der er tale om diskrete hændelser, så toppunktet let kan findes.

Begrebet middelværdi, $E[X]$, kunne ligeledes med fordel være afbildet grafisk, så kadetterne kunne se afbildningen i forhold til udtrykket $E[X] = np$. De kunne derved få udfordret deres repræsentationskompetence i forhold til at sammenholde de forskellige repræsentationer, der oplysninger det samme. Det, at middelværdien gives ved udtrykket $E[X] = np$, kan i øvrigt kun gøres, fordi p ikke varierer i casens præsenterede løsning; generelt er $E[X]$ et vægtet gennemsnit.

Symbol- og formalismekompetence

Der er ikke mange forskellige symboler i casen, men de, der er, anvendes til gengæld grundigt. Kadetterne skal kunne anvende symbolerne aktivt for at kunne løse opgaverne, og det udfordrer deres symbol- og formalismekompetence. Blandt de symboler, der optræder, er $\binom{n}{r}$, $P(X = 6)$, $P(X \leqq 6)$ og potenser. De ulighedstegn, der forekommer, anvendes på ikke-trivielle måder - også i opgaverne hvor det er essentielt for løsningen at anvende dem korrekt. Kadetterne skal derfor kunne skelne mellem stærke og svage ulighedstegn for at tolke de matematiske udtryk korrekt i forhold til de sproglige, inden de f.eks. kan beregne eller finde resultaterne i Erlang S' sandsynlighedstabel. F.eks. er $X < 6 = X \leqq 5$, da definitionsrummet er diskret. Det gøres der eksplicit opmærksom på, da der står, at udfaldsrummet i binomialfordelingen er hele tal.

Kadetterne behøver til gengæld ikke at kunne forstå $\binom{n}{r}$, da det er en funktion i deres lommeregner, og de kan nøjes med at anvende den som sådan. Anvendelsen af binomialkoefficienten udfordrer derfor ikke nødvendigvis deres symbol- og formalismekompetence.

Symbolet $E[X]$ nævnes aldeles umotiveret i forhold til resten af teksten, så umiddelbart virker det som om, der påføres kadetterne et overflødigt symbol. Når det indføres her, er der den fordel, at kadetterne har set det, når det (og dets symbol) anvendes i den efterfølgende case.

Hjælpemiddelkompetence

Der skal en udbredt brug af tabelopslag til at løse opgaverne i casen, og der gives da også en forklaring på, hvordan Erlang S' sandsynlighedstabeller anvendes. Men for at kadetterne kan anvende tabellerne, skal de først have fundet, dvs. tolket sig frem til, de relevante parametre; uden dem er hjælpemidlet intet værd. Så udfordringen af deres hjælpemiddelkompetence afhænger i høj grad af deres modelleringskompetence, men det understreger blot, at kompetencerne hænger sammen.

Tabellerne er reelt nødvendige for opgaveløsningerne, da der alternativt skal udføres ganske mange beregninger. De kan dog alternativt foretages i Excel, og i casen er det ligeledes angivet, hvordan det gøres. Første gang

der er en forklaring på, hvordan et udtryk kan beregnes, er det et yderst enkelt udtryk, der lige så vel kan beregnes på lommeregneren; det gøres i casen forinden. Ved at introducere til Excel her, gives kadetterne en mulighed for at anvende regnearket på et let eksempel, inden de skal bruge det i mere avancerede opgaver. Det, at der er flere måder at komme frem til det samme resultat på, vises med flere eksempler, bl.a. ved en lang udregning hvor det virker mere oplagt at slå resultatet op i en tabel. Men udregningen viser, hvordan tabellens talværdi er fremkommet, så i den forstand hjælper udregningen med at forstå hjælpemidlet. Desuden gives der hjælp til opgaveregningen, da der står, at det oftest er lettere at slå resultaterne op i en tabel.

Brugen af Excel udfordrer ikke hjælpemiddelkompetencen, men den kan muligvis holde den ved lige under den antagelse, at anvendelse af et hjælpemiddel aldrig skader, men muligvis er ren rutine. Det gælder ligeledes for anvendelsen af lommeregneren. Den lommeregner, kadetterne kan låne på skolen, har som nævnt binomialkoefficienten liggende som funktion, hvorfor den letter kadetternes beregninger betragteligt.

Kontekst

I casens indledning er opgavekonteksten militær, da det er et mindre militært scenarie, der udfoldes. Som læser identificerer man sig med et infanterikompagni, der skal forsvare sig mod fremrykkende kampvogne. Man ligger beskyttet bag et minefelt, og casen tager nogle af de spørgsmål op, som uden tvivl melder sig i en sådan situation: Hvor mange kampvogne vil mest sandsynligt passere feltet? Hvad er sandsynligheden for, at de alle passerer feltet? osv. Det er nemt at visualisere scenariet, og spørgsmålene, der stilles, virker logiske og relevante. Faget hedder som sagt *Anvendt matematik*, og den opgavekontekst, matematikken er indlejret i, er overvejende militær. Vi synes, at opgaven er et eksempel på, hvordan det kan gøres med god effekt. Derfor virker det også markant, når man i afsnittet »Beslægtet problemstilling« hiver krukken med hvide og røde kugler frem. Det er jo en klassikker i matematik, og den har også været brugt tidligere i kompendiet. Men den giver et godt billede på, hvordan den militære opgavekontekst hele tiden mødes og brydes af matematiske standardeksempler, eller ved en civil opgavekontekst, i kompendiet.

Sprogbrug

Teksten er kortfattet, faktuel og med et højt indhold af matematiske termer og symboler. Der er, i modsætning til i mange af de øvrige cases, ingen elitær tone at spore, og humoren indskrænker sig til en af opgaverne. Opgaven er en

variation over en opgave fra den foregående case, og den går ud på, at kadetterne skal regne på chancen for, at en officer afslører menige (ikke kadetter!), der opbevarer hash, når officeren udfører en stikprøvekontrol. I casen som helhed er det tydeligt, at når forskellige forhold beskrives i naturligt sprog, er formuleringerne gennemtænkt, så kadetterne har gode muligheder for at gennemskue, om der er tale om afhængige eller uafhængige hændelser, med eller uden tilbagelægning.

Matematiske stofområder i casen

Casens primære matematiske stofområde er sandsynlighedsregning, og dermed kommer også funktioner på banen. I en sandsynlighedsfunktion er der en ganske avanceret brug af argumenter, hvor den variable kan angive et tal, $P(X = x)$, eller et interval, f.eks. $P(X < x)$. Sammenhængen mellem sandsynlighedsregning og funktioner er altså generel og er ikke udtryk for noget karakteristisk ved denne case. Der er en aktiv anvendelse af diskret matematik, da udfaldsrummet i binomialfordelingen er diskret; det skyldes altså også emnet sandsynlighedsregning. Derudover forekommer der algebra på et ikke-avanceret niveau, f.eks. ved de analytiske udtryk for fordelingerne, men algebraens generelle træk anvendes ikke.

Det er vores vurdering, at kadetterne primært har mulighed for at udvikle deres repræsentations-, og symbol- og formalismekompetence i casen. Modellerings- og hjælpemiddelkompetencen er i mindre grad i spil, selv om der er mange tabelopslag, men der er dog mulighed for at de udvikles. Derimod aktiveres kadetternes tankegangs-, problem-, ræsonnements- og kommunikationskompetence ikke i casen.

5.3 Analyseopsamling

I afsnittet, hvor vi definerer, hvordan vi anvender kompetencebegreberne (afsnit 2.1) gav vi korte vurderinger af kompendiet i forhold til de enkelte kompetencer. Nu vil vi samle op på det og på analyserne af de tre gennemgåede cases i en samlet vurdering af kompendiet.

Overordnet betragtet udfordres de af kadetternes kompetencer, der hører ind under gruppen »At omgås sprog og redskaber i matematik« i langt højere grad end de, der hører ind under »At spørge og svare i, med og om matematik« (se i slutningen af afsnit 2.1). Det er således i overvejende grad de tekniske aspekter af matematikken, der lægges vægt på i kompendiet.

Hvad angår kompetencerne i den anden gruppe, »At spørge og svare

i, med og om matematik«, er det udelukkende modellerings- og problembehandlingskompetencen, der er i spil. Hverken kadetternes tankegangs- eller ræsonnementskompetence udfordres på noget tidspunkt i kompendiet. Det, mener vi, hænger sammen med, at matematik ses som støttefag og ikke har nogen berettigelse i sig selv. Der bliver ikke lagt vægt på argumentation noget sted i kompendiet, og det er i store træk den samme slags, kvantitative, spørgsmål der stilles i alle casene.

Selve officersuddannelsen er *matematikforbrugende* (se afsnit 2.2), så det er ikke matematik for matematikkens egen skyld, der dyrkes. Det giver sig blandt andet udslag i, at faget hedder *Anvendt matematik* (se afsnit 3). Derved signalerer man, at det ikke er almendannelse, der er i højsædet. På den baggrund er det måske ikke mærkeligt, at det er kompetencerne fra den anden gruppe, der lægges vægt på i kompendiet.

Ud fra vores analyser vurderer vi, at de to matematiske kompetencer, kadetterne især får udfordret ved at arbejde med stoffet i kompendiet, er deres symbol- og formalismekompetence og deres repræsentationskompetence. Det, at kompendiet især lægger op til at udfordre de to kompetencer, skyldes, at faget er meget anvendelsesorienteret. Når man skal anvende matematik kan de to kompetencer imidlertid ikke stå alene, de skal aktiveres i en sammenhæng, og her kommer modelleringskompetencen ind i billedet. For en umiddelbar betragtning fylder den kompetence meget i forhold til kompendiet. På baggrund af vores analyser slutter vi dog, at selv om modelleringskompetencen udfordres mange steder, så sker det kun i forhold til en begrænset del af kompetencen. Det bygger vi på det forhold, at kadetterne ikke selv skal foretage aktiv modelbygning, men udelukkende bliver præsenteret for forskellige modeller.

Det er karakteristisk for kompendiet, at man intetsteds går i dybden med et emne, men at man tværtimod kommer langt omkring i de matematiske stofområder. Når matematik skal bringes i spil over for mange forskellige situationer og problemstillinger, er det naturligt, at der anvendes matematik inden for mange stofområder. Når det ligeledes skal rette sig mod andre fag, kommer der også naturligt symboler ind fra disse. Som vi nævner flere gange, anvendes f.eks. en del symboler, der er hentet fra fysik. Det betyder, at kadetternes symbol- og formalismekompetence hele tiden udfordres. Af de aspekter kadetterne især får aktiveret, er det at kunne betjene sig af (regne-) reglerne for symbolernes anvendelse og at kunne afkode symbolerne, så de bl.a. kan oversætte mellem symbolsprog og naturligt sprog.

Når det, kadetterne lærer i matematikfaget, skal kunne anvendes inden for andre fag, er det også nærliggende, at de i matematikundervisningen præsenteres for forskellige repræsentationsformer, de kan forventes at møde.

Derfor anvendes bl.a. tabeller, grafer og ligningsudtryk i kompendiet. Det, vurderer vi, vil udfordre kadetternes repræsentationskompetence ganske ofte.

De aspekter ved kadetternes repræsentationskompetence, de især skal aktivere, hænger sammen med deres symbol- og formalismekompetence. Det drejer sig om at oversætte mellem forskellige former for repræsentationer (med deres respektive symboler) og anvende de forskellige repræsentationer til at få den ønskede viden.

Vi vurderer, som nævnt, at kadetternes modelleringskompetence udfordres i arbejdet med kompendiet, men at det fortrinsvis er den passive del af kompetencen, der er i spil. At man ikke lægger vægt på aktiv modelbygning hænger rimeligvis sammen med, at det er meget tidskrævende. Det harmonerer således ikke med ønsket om at komme langt omkring emnemæssigt. Det forventes intetsteds, at kadetterne selv bygger en model, hverken helt eller delvist i forhold til modelprocessen, som vi præsenterede i afsnit 2.1. Det er heller ikke alle faserne ved modelbygningen, der gennemgås, når der præsenteres en model i kompendiet. Den første fase, hvori der formuleres et problem, er fraværende og modelprocessens sidste fase, hvor modellens validitet og gyldighedsområde vurderes, er heller til stede i nogen af casene.

Det er således ikke analyseaspektet i modelbygningens faser der aktiveres. Selv i de cases, hvor der præsenteres stadig mere deltaljerede modeller i form af, at der inddrages flere betydende forhold, lægges der ikke op til, at kadetterne selv skal vurdere modellernes gyldighed. Det er snarere i forhold til matematiseringen, behandlingen og afmatematiseringen af modellerne, at kadetternes modelleringskompetence udfordres.

For at kadetternes problembehandlingskompetence udfordres, skal der nødvendigvis være et problem. På den måde kompendiet er opbygget, er det derfor i forhold til opgaverne, at kompetencen kan blive aktuel. Langt de fleste opgaver er lavet, så kadetterne kan anvende det stof, der er gennemgået, som løsningsalgoritme. Da det er tilfældet, konkluderer vi, at kadetterne ikke får udfordret deres problembehandlingskompetence i arbejdet med de opgaver. De få opgaver, der ikke kan løses ved en præsenteret løsningsalgoritme, er 'lukkede' problemer i den forstand, at opgaverne er formulerede; kadetterne skal ikke selv bearbejde problemstillingen i opgaven. Også det betyder, at kadetternes problembehandlingskompetence ikke udfordres i nævneværdig grad.

Vi vurderer, at kadetternes hjælpemiddelkompetence udvikles i nogen grad, specielt bliver den til stadighed holdt ved lige. I alle cases (med undtagelse af case L, »Koder og Kryptosystemer«) skal kadetterne anvende deres lommeregner, og hvis ikke til funktionsberegninger, så altid til multiplikation af decimaltal. Udover lommeregneren lægges der i kompendiet ofte op til, at kadetterne anvender Excel til beregninger og graftegninger. Den anvendelse vurderer vi dog kun til at kunne vedligeholde kompetencen, da kadetterne kan benytte forlavede Excelfiler, som der direkte henvises til i de enkelte cases. De skal altså ikke selv sidde og bakse med det, men kan følge en opskrift.

I forhold til de aspekter der kan ligge i kadetternes hjælpemiddelkompetence, finder vi, at det især er kendskab til forskellige hjælpemidler, der tilgodeses. Der lægges ikke op til reflekteret omgang med hjælpemidlerne i den forstand, at kadetterne forventes at tage stilling til deres muligheder og begrænsninger. I langt de fleste tilfælde er der tale om ren indsætning.

Vi mener, at det kun er i begrænset omfang, at det er muligt at vurdere, om kadetternes kommunikationskompetence aktives på nogen måde ved udelukkende at betragte et undervisningsmateriale, sådan som vi har gjort. Men som vi tidligere har nævnt (i afsnit 2.1), lægger kompendiet ikke op til det på anden måde, end at opgaverne er præsenteret som gruppeopgaver. Det er dog vores vurdering, at kadetterne godt kan lave opgaverne alene, og fra hvad vi har erfaret ved at følge undervisningen et par gange, er det oftest sådan, arbejdsformen er.

Vi konkluderer altså, at det er kadetternes symbol- og formalismekompetence, samt deres repræsentations- og modelleringskompetence, der får den største udfordring ved at arbejde med stoffet i kompendiet.

Rækkevidden af vores analyseresultater

Efter at have arbejdet så meget med kompendiet var vi ganske nysgerrige efter at se, hvordan det blev brugt i praksis. Et var, at vi under analysearbejdet havde gjort os en del tanker om, hvordan vores fiktive kadetter fik udfordret deres kompetencer, noget ganske andet var forholdene for de virkelige kadetter. Vi ville gerne have en ide om, hvor langt fra de virkelige kadetter vores forestillinger om de fiktive kadetter var.

Vi henvendte os derfor igen til Simon Graae, der underviser på *Anvendt Matematik*, og fik lov til at følge undervisningen. Det gjorde vi i slutningen af april 2003, hvor vi over to dage overværede undervisningen af to klasser, der blev undervist af to forskellige lærere.

Undervisningen forløb stort set på samme måde, som vi forventede (jf. afsnit 2.1). Det eneste ved undervisningen, der umiddelbart afveg fra vores forventninger, var, at kadetterne, ikke arbejdede i grupper i den udstrækning, vi havde antaget.

Det, at vores tænkte undervisningsform og fiktive kadetter ligger tæt op ad de virkelige, ændrer ikke på vores analyseresultater. De er opnået ud fra de antagelser, vi har gjort, og konklusionerne rækker derfor ikke videre end til de fiktive kadetter.

I vores arbejde med kompendiet opbyggede vi tidligt en formodning om, at det C-niveau i matematik, som kræves for at blive optaget på uddannelsen, i mange tilfælde ikke er en tilstrækkelig forudsætning for at kunne få et godt udbytte af kompendiet. I forbindelse med vores besøg på skolen ønskede vi at finde ud af, om det var rigtigt. Vi lavede derfor et spørgeskema (der ses i bilag D), som vi delte ud i de to klasser. Nedenstående skema angiver svarene for to af spørgsmålene fra spørgeskemaet.

Spørgsmålene, der er svaret på, er:
n: Synes du, at dine forudsætninger er passende i forhold til de krav, der stilles i *Anvendt Matematik*?
m: Hvor megen matematikundervisning havde du modtaget, inden du startede på officersuddannelsen?

n×m	C-niveau	B-niveau	A-niveau	højere
slet ikke	3	2	0	0
ikke helt	7	2	1	0
nogenlunde	0	5	2	0
fuldstændigt	0	4	11	2
overkvalificeret	0	0	1	3

Skemaet giver et klart svar på vores spørgsmål; det er ikke en tilstrækkelig forudsætning at have et C-niveau i matematik. Hvad der så udgør et passende niveau, når man skal arbejde med kompendiet, er vi ikke gået nærmere ind på.

I næste kapitel sammenholder vi de resultater, vi har opnået, med de antagelser vi har gjort forud for analysen.

6 Konklusioner

I det afsluttende kapitel diskuterer vi de problemstillinger, vi tog op i problemformuleringen. Det gøres på baggrund af de resultater, vi er nået frem til i vores analyser. Problemformuleringen lød således:

Er det muligt - og frugtbart - at anvende KOM-rapportens otte kompetencebegreber som analyseredskab til en karakteristik af det undervisningsmateriale, der anvendes i matematikundervisningen på grunduddannelsen af hærens officerer?

6.1 Er det muligt?

Om det er muligt skal som sagt forstås på den måde, at det er et spørgsmål, om vi kunne gøre KOM-rapportens begrebsapparat operationaliserbart i forhold til vores empiriske materiale. Det kan vi kort og klart svare ja til. I afsnit 2.1 præsenterer og diskuterer vi de antagelser og idealisereringer, vi har foretaget, så de matematiske kompentencer kan forbindes til undervisningsmaterialet, der anvendes på Hærens Officersskole.

Spørgsmålet, om hvordan man overhovedet kan tale om kompetencer i forhold til et undervisningsmateriale, fik os til at definere følgende:

- Når vi forbinder kompetencerne til et givet undervisningsmateriale, tænker vi på det udbytte, en kadet (et fiktivt subjekt) rimeligvis kan antages at få ud af at blive eksponeret for undervisningsmaterialet.

Om kadetten antog vi, at:

- Den fiktive kadet har de nødvendige forudsætninger, i bred forstand, for at kunne begå sig i og med den matematik, der er i spil. Samt at den fiktive kadet ikke har forudsætninger, der går langt videre end det nødvendige.

Kadetterne er den ene part i en undervisningssituation og for at tage højde for det, antog vi, at:

- Undervisningsmaterialet fremlægges og bearbejdes på den måde, vi umiddelbart har forestillet os ved en gennemlæsning.

På baggrund af ovenstående definition og de efterfølgende antagelser giver det god mening at anvende KOM-rapportens begreber i forhold til undervisningsmaterialet fra Hærens Officersskole. I den forbindelse er det interessant at overveje, dels hvad det medfører at have gjort de antagelser, og dels om vi kunne have klaret os med nogle svagere.

Hvis vi først tager vores antagelse om kadettens forudsætninger, dokumenterede vi ved hjælp af vores spørgeskemaer, at antagelsen ikke stemmer overens med forholdene på officersuddannelsen. Mange af de aktuelle kadetters reelle forudsætninger afviger fra, hvad der kræves for at kunne begå sig med den matematik, der er i kompendiet. Nogle har ikke tilstrækkelige forudsætninger, og nogle få er overkvalificerede. Hvad kan man så sige om den umiddelbare modsætning mellem den antagelse og de faktiske forhold?

I vores karakteristik af undervisningsmaterialet i forhold til kompetencerne, har vi skelnet mellem, om det er materialet i sig selv, eller om det er anvendelsen af det i en undervisningssituation, vi har undersøgt. Vores analyser går på selve kompendiet, løsrevet fra den sammenhæng det bliver brugt i. Der er derfor først et problem i forhold til vores antagelse, hvis man ukritisk vil overføre vores konklusioner omkring kompendiet, og udtale sig om det udbytte kadetterne kan få - eller har fået - ud af at blive undervist efter kompendiet. Det lader sig selvfølgelig ikke gøre uden videre. Her må man nødvendigvis se på hver enkelt kadet, og de forudsætninger han/hun har, og ud fra det kan man forsøge at vurdere, i hvilket omfang kadetten har mulighed for at udvikle sine matematiske kompetencer ved at arbejde med kompendiet.

Hvis man vil analysere et undervisningsmateriale adskilt fra en konkret anvendelse af det, sådan som vi har gjort, er det ikke helt klart for os, om man kunne definere forholdet mellem kompetencerne og undervisningsmaterialet på en anden måde. Vi har gjort det på den måde, vi fandt det naturligt at tænke forholdet på, men vi vil ikke udelukke, at det kan gøres anderledes. I forhold til den definition vi har brugt, er det nødvendigt med nogle yderligere antagelser. Det er svært at forestille sig, at antagelsen om kadetternes forudsætninger kunne være meget anderledes. Det drejer sig i bund og grund om, at hvis man vil vurdere det potentielle udbytte en tekst kan give, så må man gøre det i forhold til den målgruppe teksten, eksplicit eller implicit, retter sig imod. Det, man så ikke kan opfange i sin analyse, når man har gjort denne antagelse, er, hvis undervisningsmaterialet ikke har en veldefineret målgruppe, dvs. hvis forudsætningerne for at kunne begå sig

varierer meget fra afsnit til afsnit.

I forhold til hvordan stoffet realiseres, er man nødt til også at gøre sig antagelser om det. Det er uproblematisk at pege på, at en elevs udbytte af omgangen med et undervisningsmateriale i høj grad afhænger af, hvordan der arbejdes med det. I vores tilfælde fandt vi, at kompendiet lagde op til en karakteristisk måde at arbejde med matematik på, hvor metoder og algoritmer præsenteres og gennemgås ved tavlen, hvorefter eleverne skal benytte dem til at løse en række opgaver; en organisering af undervisningen der peger i retning af det Stieg Mellin-Olsen betegner som *opgavediskursen* (Mellin-Olsen, 1990). Ved at følge undervisningen på Hærens Officersskole kunne vi se, at den antagelse passede udemærket med de faktiske forhold. Igen har det ikke afgørende indflydelse på vores konklusioner, om der er overensstemmelse mellem vores antagelser og de faktiske forhold, da det er kompendiet vi har undersøgt.

Man kan altså godt undersøge et undervisningsmateriale ud fra andre antagelser om, hvordan det realiseres, end dem vi har gjort. Måske kunne man endda undersøge et undervisningsmateriale ud fra forskellige antagelser om, hvordan materialet blev realiseret.

6.2 Er det frugtbart?

Det er ikke helt ligetil at svare på, om det har været frugtbart at benytte kompetencebegreberne i analysen af kompendiet. Kompetencetilgangen har helt sikkert skærpet vores opmærksomhed i forhold til kompendiet, og vi har fået fat i nogle grundliggende forhold, der karakteriserer kompendiet. Hvis man sammenligner med en mere traditionel tilgang, som Mogens Niss beskriver den (Niss, 1999b), hvor man er begrænset til at se på de faglige emner, er det givet, at vi med en kompetencebaseret tilgang har fået meget mere med - og nok så vigtigt at vi har fået nogle meget væsentlige ting med. Det har altså være en udbytterig tilgang. Grunden, til at vi ikke entydigt kan karakterisere den som frugtbar, er, at den nok har tilladt os at stille skarpt på nogle væsentlige aspekter, men at det ikke altid har været klart, hvad det egentlig betyder, dvs. hvad man kan slutte på baggrund af de forhold.

I forhold til udbyttet af vores valgte tilgang kan vores konklusioner opsummeres til: De matematiske kompetencer, kadetterne har størst mulighed for at udvikle i arbejdet med kompendiet, er:

- Symbol- og formalismekompetence

- Repræsentationskompetence

Det er de to af kadetternes kompetencer, der oftest bliver udfordret (sådan som vi definerer begrebet i 2.1) i forhold til kompendiet.

I nogen grad har kadetterne også mulighed for at udvikle deres:

- Modelleringskompetence
- Hjælpemiddelkompentence

idet de kompetencer, omend i begrænset form, ofte kommer i spil i forhold til kompendiet.

Undtagelsesvis kan der være tale om, at kadetterne i arbejdet med kompendiet får udfordret deres:

- Problembehandlingskompetence
- Kommunikationskompentence

Ud fra de antagelser vi har gjort, vil de to resterende kompetencer:

- Tankegangskompetence
- Ræsonnementskompentence

ikke blive udfordret nogen steder i kompendiet.

Ved at benytte den kompetencebaserede tilgang kan vi fremdrage nogle karakteristiske træk ved kompendiet. I forhold til den opdeling af kompetencerne der foretages i KOM-rapporten, er det tydeligt, at det først og fremmest er gruppen af kompetencer, der kaldes »At omgås sprog og redskaber i matematik«, kadetterne har mulighed for at udvikle. De to primære kompetencer i forhold til kompendiet, symbol- og formalismekompetence og repræsentationskompetence, hører til her. Hjælpemiddelkompentence og kommunikationskompentence, der også hører til denne gruppe, er det ligeledes muligt at udvikle i et eller andet omfang. Fra den anden gruppe, »At spørge og svare i, med og om matematik«, er det kun i nogen grad, at modelleringskompetencen, og undtagelsesvis problembehandlingskompetencen, optræder. Tankegangs- og ræsonnementskompetencen bliver slet ikke udfordret i kompendiet.

Problemet i forhold til den tilgang er, at det er svært at konkludere noget konkret på den baggrund - ud over hvilke kompetencer kadetterne har mulighed for at udvikle i forhold til kompendiet. Vi har sammenholdt vores undersøgelser med de officielle formål for undervisningen. Formålet behandlede vi i afsnit 3, og det er bl.a., at kadetterne skal gøres fortrolige med matematikkens grundbegreber og med den almene matematiske metode. Ud over et studieforberedende formål, skal kadetterne kunne formulere, løse og fortolke matematiske modeller, samt forstå matematikken i en række almindeligt forekommende problemstillinger. Her kan vi konkludere, at der ikke er fuldstændig overensstemmelse mellem de officielle formål, og det udbytte, man kan forvente, kadetterne får ved undervisning i kompendiet. Det er dog ikke helt klart for os, hvad der menes i uddannelsesplanen (Hærens Officersskole, 2002) med, at kadetten skal gøres fortrolig med *matematikkens grundbegreber* og *den almene matematiske metode*. Selv i forhold til en restriktiv fortolkning af det, er det tvivlsomt, om undervisningen gør kadetterne fortrolige med dem. Kadetterne har utvivlsomt fået et nærmere kendskab til matematiske modeller i arbejdet med kompendiet, men at de efterfølgende både kan formulere, løse og fortolke dem, er ligeledes tvivlsomt.

Som vi tidligere var inde på, er der et normativt aspekt i vores undersøgelser. Med valget af tilgang har vi implicit forudsat, at de matematiske kompetencer er relevante kriterier i forhold til officersgrunduddannelsen. Men de matematiske kompetencer er en intern karakteristik af den matematiske faglighed, dvs. at de er udtryk for matematikernes syn på, hvad der er væsentligt i forhold til matematikundervisning. Hvis man sammenholder det med den rolle, faget *Anvendt matematik* har som støttefag på en professionsuddannelse, er det ikke helt klart, om de matematiske kompetencer er velegnede til at indfange målene med undervisningen i faget. Selv om tilgangen har givet os mulighed for at påpege, hvilke matematiske kompetencer kadetterne har mulighed for udvikle i omgangen med kompendiet, samt hvilke de ikke har mulighed for at udvikle, så betyder ovenstående forhold, at det er svært at konkludere noget konkret i forhold til uddannelsen på den baggrund.

Referenceliste

Abrahamsson, Bengt (1985). Vad är intressant med professioner? I Broady, Donald (ed.) *Professionaliseringsfällan.* Stockholm: Carlsson: 19-23.

Baumann, Tage (2002). *Kriger i åbent landskab.* København: Fremad.

Bessot, Annie & Ridgway, Jim (eds.) (2000). *Education for Mathematics in the Workplace.* Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.

Blomhøj, Morten (1992). *Samspil mellem teori og praksis - en forskningspraksis i matematikkens didaktik.* København: Danmarks Lærerhøjskole.

Blomhøj, Morten (1995). Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen. *Kognition & Pædagogik,* **4.** årgang, **3**: 16-25.

Blomhøj, Morten & Højgaard Jensen, Tomas (2002). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Center for Forskning i Matematiklæring,* Skrift nr. **32**. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.

Booß, Bernhelm & Høyrup, Jens (1994). On Mathematics and War. An essay on the implications, past and present, of the military involvement of the mathematical sciences for their development and potentials. *Measure, Number, and Weight. Studies in Mathematics and Culture.* New York: State University of New York State.

Christiansen, Bent (1989). Konferencens tema i fagdidaktiske perspektiver. I Statens Humanistiske Forskningsråd, *Gymnasiets matematikundervisning mellem studie- og erhverskrav og demokratikrav.* Roskilde: Statens Humanistiske Forskningsråd, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter: 33-92.

Clarke, B.; Clarke, D.; Sullivan, P. (1996). The Mathematics Teacher and Curriculum Development. I Bishop, A. et al. (eds.), *International*

Handbook of Mathematical Education. Part Two. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers: 1207-1233.

Danmarks Evalueringsinstitut (2003). *Forsvarets linjeofficersuddannelser.* Danmarks Evalueringsinstitut.

Gregersen, Per & Højgaard Jensen, Tomas (1998). Problemløsning og modellering i en almendanende matematikundervisning. *Tekster fra IMFUFA*, **353**. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.

Høyrup, Jens (1998). *From Hesiod to Saussure, from Hippocrates to Jevons: an introduction to the history of scientific thought.* Preliminary version. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.

Kilpatrick, Jeremy (1993). Beyond Face Value: Assessing Research in Mathematics Education. I Nissen, Gunhild & Blomhøj, Morten (eds.), *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics.* Roskilde: Statens Humanistiske Forskningsråd, Roskilde Universitetscenter: 15-34.

Kold, Claus (2000). Fra kampe om land til kampe om værdier. I Bykilde, Gritt (ed.), *Når unge udfordrer demokratiet - dokumentation og debat.* København: Roskilde Universitetsforlag: 197-216.

Mellin-Olsen, Stieg (1990). Opgavediskursen. I Nissen, Gunhild & Bjørneboe, Jens (eds.), *Matematikundervisning og Demokrati.* Roskilde: Statens Humanistiske Forskningsråd, Roskilde Universitetscenter: 47-65.

Niss, Mogens (1996). Goals of Mathematics Teaching. I Bishop, A. et al. (eds.), *International Handbook of Mathematical Education. Part One.* Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers: 11-48.

Niss, Mogens (1999a). Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* **40**: 1-24.

Niss, Mogens (1999b). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. *Uddannelse* **9**: 21-29.

Niss, Mogens (2001). Kompetencer og Matematiklæring - en kort omtale af KOM-projektet. *Matilde. Nyhedsbrev for Dansk Matematisk Forening* **9**: 21-23.

Niss, Mogens & Højgaard Jensen, Tomas (eds.) (2002). Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie* **18**.

Skott, Jeppe (1992). *Matematiske modeller i fagdidaktisk belysning - et rids af en didaktisk debat.* København: Danmarks Lærerhøjskole.

Sørensen, Henning (1988). *Den danske officer: Fra kriger til administrator.* København: Nyt fra Samfundsvidenskaberne.

Undervisningsministeriet (1999). *Bekendtgørelse om gymnasiet, studenterkursus og enkeltfagsstudentereksamen. (Gymnasiebekendtgørelsen)*, Bekendtgørelse nr. 411 af 31. maj 1999. København: Undervisningsministeriet.

Wedege, Tine (2000). Matematikviden og teknologiske kompetencer hos kortuddannede voksne. - Rekognosceringer og konstruktioner i grænselandet mellem matematikkens didaktik og forskning i voksenuddannelse. *Tekster fra IMFUFA*, **381**. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.

Wedege, Tine (2003). Kompetence(begreber) som konstruktion. *Center for Forskning i Matematiklæring*, Skrift nr. **38**. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.

Udgivelser fra Forsvaret og Forsvarsministeriet

Forsvarskommandoen (2000a). *Undervisning i praksis*, 3. udgave. København: Forsvarskommandoen.

Forsvarskommandoen (2000b). *VISION 2010.* København: Forsvarskommandoen.

Forsvarskommandoen (1998). *Ledelse og uddannelse. Grundbog*, 3. udgave, Forsvarskommandoen, København.

Haslund-Christensen, Søren (ed.) (1988). *Landkadetakademiet og Hærens Officerskole 1713-1988.* København: Hærens Officersskole.

Hærens Linieofficerers Grunduddannelse (1966). *Betænkning vedrørende Undervisningsplan for Hærens Officersskole.* ('Den orange betænkning') København: Hærens Officersskole.

Hærens Officersskole (2002). *Selvevaluering af Hærens Officersskoles Officersgrunduddannelse (OGU).* København: Hærens Officersskole.

Projektgruppen vedrørende justering af uddannelsesstrukturen for det militære lederniveau (POFU) (1992). *Redegørelse vedrørende justering af uddannelsesstrukturen for det militære lederniveau.*

Rosenløv, Mogens (ed.) (1963). *Uddannelsen af Hærens Linieofficerer 1713-1963.* København: Hærens Officerskole.

Artikler fra *Militært tidsskrift*

Berg, Nils (1965). Officerernes tekniske uddannelse. *Militært tidsskrift* **2**: 51-55.

Berg, Nils (1966). Det militærvidenskabelige grundstudium. *Militært tidsskrift* **1**: 9-22.

Hesselbjerg, B. (1989). Linieofficersuddannelsens fremtid. *Militært tidsskrift* **4**: 125-139.

Ibh, C.L.E.N. (1990). En kommentar til oberstløjtnant H.J. Jürgensens artikel "Officeren som debattør". *Militært tidsskrift* **8**: 266-268.

Jürgensen, H.J. (1990). Officeren som debattør. *Militært tidsskrift* **7**: 242-246.

Nielsen, V.H; Bertelsen, F.H.; Møller, L.R.; Ludvigsen, P. (2001). Hærens fremtid - Et debatindlæg. *Militært tidsskrift* **5**: 451-462.

Olsen, O.P. (1991). Professionel lederuddannelse. *Militært tidsskrift* **4**: 140-151.

Svensson, Per (1988). Officersprofessionen. *Militært tidsskrift* **4**: 112-121.

Uddannelsesdirektiver og undervisningsplaner fra Hærens Officersskole

Hærens Officersskole (1971). Undervisningsplan for Hærens Officersskole, A-linien.

Hærens Officersskole (1982). U-plan/HO, OGU.

Hærens Officersskole (1992). U-plan/HO, OGU.

Hærens Officersskole (2002). UDDIR/HO/OGU, LÆS. HRN 210-203.

Bilag

Bilag A Uddannelsesplan for *Anvendt matematik*, maj 2002

Bilag B Læseplan til *Anvendt matematik*, september 2001

Bilag C Case H, Case I og Case O

Bilag D Spørgeskema

Bilag A

Uddannelsesplan for *Anvendt matematik*, maj 2002

KAPITEL 8

ANVENDT MATEMATIK

8.1 MÅL OG RAMMER FOR UNDERVISNINGEN I ANVENDT MATEMATIK.

8.1.1 Formål.

At gøre kadetten fortrolig med matematikkens grundbegreber og den almene matematiske metode for derigennem at

- sætte kadetten i stand til som sagsbehandler selvstændigt at formulere, løse og fortolke matematiske modeller for simple praktiske problemstillinger.
- danne grundlag for kadettens senere videre- og efteruddannelse inden for tjenesteområde teknik.
- bibringe kadetten forståelse for den matematik, fysik og teknik, der ligger bag en række almindeligt forekommende militærtekniske, taktiske og samfundsmæssige problemstillinger.

8.1.2 Mål.

Ved fagets afslutning skal kadetten kunne analysere kendte praktiske problemstillinger, der egner sig til matematisk behandling, samt kunne formulere, løse og fortolke matematiske modeller, der beskriver problemstillingerne.

8.1.3 Indhold.

Faget indeholder gennemgang af ca. 20 cases eksemplificeret ved:

- Afstande på Jordens overflade
- Beregning af skudafstand
- Ydre ballistik
- Feltmåling og pejling
- Kinematik
- Køretøjsdynamik
- Lån og finansiering
- Minefelters hindreværdi
- Optimering af design
- Personbeskatning
- Statistisk behandling af målelige egenskaber
- Stikprøvetagning
- Substitutionskoder og kryptering
- Transportoptimering
- Træffesandsynlighed
- Valgmetoder

Den nødvendige matematiske teori gennemgås i tilknytning til de enkelte cases. Valget af cases tilstræbes foretaget, således at følgende emner dækkes:
Analytisk geometri (plan- og rumgeometri, vektorer i planen og i rummet).
Funktionsanalyse (afledet funktion, stamfunktion, tangenter, ekstremer, asymptoter).
Specielle funktioner (lineære og stykkevis lineære funktioner, polynomier, trigonometriske, eksponential- og logaritmefunktioner).

Sandsynlighedsregning (kombinatorik, stikprøveudtagning, hændelser, udfaldsrum, betinget sandsynlighed, uafhængighed, middelværdi, spredning, hypergeometrisk, binomial-, poisson-, normal- og eksponentialfordeling).
Statistik (estimering af fordelingsparametre ud fra stikprøve, hypotesetest, konfidensintervaller, lineær regression).

Desuden anvendes tid på repetition af forudsætningsviden.

8.1.4 Tid.
110 lektioner disponeret således:

lektion 1–4	Introduktion til faget og til brug af Excel	4 lektioner
lektion 5–12	Teoretisk indføring i differential- og vektorregning	8 lektioner
lektion 13–104	Ca. 20 cases a 4 lektioner samt 5 opsamlinger a 4 lektioner	92 lektioner
lektion 105–106	Repetition forud for eksamen	2 lektioner
lektion 107–110	Eksamen	4 lektioner
		i alt 110 lektioner

Undervisningen tilstræbes disponeret som sammenhængende blokke a 4 lektioner, hvor hovedvægten lægges på arbejde med opgaveløsning i syndikater. Den præcise rækkefølge af casene samt deres indhold vil fremgå af læseplanen for faget.

8.1.5 Særlige bestemmelser.
Alle klasser på en årgang undervises i samme pensum. Det teoretiske niveau for undervisningen tager udgangspunkt i gymnasiets laveste niveau.

ELEVFORUDSÆTNINGER:
Færdigheder i matematik svarende til gymnasiets laveste niveau (C-niveau), om nødvendigt opnået ved gennemgang af FBRS 62 Repetitionskursus.

INITIALTEST
I forbindelse med de første 2 lektioner af faget, gennemføres en initialtest af 40 min. varighed. Initialtesten skal afgøre om KT har behov for at supplere sine kundskaber i matematik, således at KT opnår et maksimalt udbytte af undervisningen.
Såfremt KT ikke gennemfører initialtesten med et tilfredsstillende resultat, befales KT at gennemføre FBRS 62, sideløbende med den øvrige undervisning. Alle KT deltager i initialtesten, uanset at KT tidligere har været befalet at gennemføre FBRS 62.
FBRS 62 skal være afsluttet inden for 10 uger.

8.1.6 Kontrol.
Forløbskontrol foretages af fagets lærere i form af
- tavle- eller klasseopgaver.
- 5 hjemmeopgavesæt, hver af et omfang svarende til 2 timers hjemmearbejde.
- 5 standpunktsprøver, hver af én lektions varighed.

Resultatkontrol foretages som.

- skriftlig eksamen af 4 timers varighed, hvortil alle sædvanlige hjælpemidler må benyttes, herunder lommeregner.

Der gives en standpunktskarakter og en eksamenskarakter, som begge medtages på eksamensbeviset (13-skala). Standpunktskarakteren gives alene på grundlag af standpunktsprøverne. Besvarelserne af hjemmeopgavesættene indgår altså ikke i bedømmelsen af kadetterne.

Bilag B

Læseplan til *Anvendt matematik*, september 2001

LÆSEPLAN TIL

ANVENDT MATEMATIK

FOR HOLD JESSEN 2001/04

Lærere: *Simon C. Graae og Ken L. Bechmann*

Lektion	Indhold / nøgleord	Bemærkninger / henvisninger til lærebøger og reglementer
1→4	**Introduktion til faget** • Initialtest (lommeregner medbringes) • Excel-øvelser	Pensum for initialtest: Regningsarterne, symbolregning, potens- og rodregning, den rette linjes ligning, løsning af første- og andengradsligninger, løsning af førstegradsuligheder, stykkevis lineære funktioner, regning med funktioner, sammensætning af funktioner. *MAT 1* kap. 1, kap. 2, kap. 3, kap. 4 *MAT 1* kap. 9 s. 198→206 *MAT 1* kap. 10 s. 211→213 *MAT 1* kap. 11 s. 240→243
5→8	**Teoretisk indføring i differential- og vektorregning I** • Grundlæggende differentialregning • Differentiation af logaritme- og eksponentialfunktioner samt de trigonometriske funktioner	*MAT 1* kap. 6 *MAT 1* kap. 8 s. 256→261, 265→267 *MAT 1* kap. 10 s. 213→223 *MAT 1* kap. 11 s. 243→250 *MAT 1* kap. 12 *MAT 2A* kap. 2 s. 24→38 *MAT 2A* kap. 3 s. 42→60 *MAT 2A* kap. 4, kap. 9 s. 144→154
9→12	**Teoretisk indføring i differential- og vektorregning II** • Grundlæggende vektorregning i planen	*MAT 2A* kap. 13 *MAT 2A* kap. 14 *MAT 2A* kap. 15
13→16	**Case A Optimering** • Grundlæggende funktionsundersøgelse: definitionsmængde, monotoniforhold, værdimængde	*MAT 2A* kap. 8

lærebøger og reglementer   filer i biblioteket \\HO04\Public\ (R:-drevet)   internetsider

Lektion	Indhold / nøgleord	Bemærkninger / henvisninger til lærebøger og reglementer
17→20	**Case B Udmåling af minefelt** • Plangeometri, vektorer i planen: skalarprodukt mellem vektorer, retningsvinkel, vinkel mellem vektorer	*MAT 1* kap. 8 *MAT 2A* kap. 15 *MAT 2A* kap. 16 s. 263→272 *MAT 2A* kap. 17 s. 276→286 *HRN 512-004 »Landminetjeneste, udlægning«* kap. 4, kap. 5
21→24	**Case C Geografiske koordinater** • Vektorer i rummet, det sfæriske koordinatsystem, polære koordinater, kuglens ligning • Hjemmeopgavesæt 1 afleveres	*Hovedtræk af vektorregning i rummet* (bilag til case C)
25→28	**Case D Nedkastning med faldskærm** • Sted, hastighed, acceleration, første og anden afledet, stamfunktion, asymptote	*MAT 2A* kap. 6 s. 86→90 *MAT 2A* kap. 12 s. 183→186
29→32	**Case E Skyts I** • Funktionsundersøgelse: ekstremer, nulpunkter, bevægelse uden luftmodstand	(nil)
33→36	**Opsamling I** • Standpunktsprøve 1 afholdes	Pensum for standpunktsprøve 1: differential- og vektorregning samt case A, B, C, D
37→40	**Case F Skyts II** • Funktionsundersøgelse: ekstrema, asymptoter, bevægelse med luftmodstand	(nil)
41→44	**Case G Skyts III** • Videregående funktionsundersøgelse: numerisk nulpunktssøgning ved Newton-Raphsons, sekant- og bisektionsmetoden, bestemmelse af nedslag • Hjemmeopgavesæt 2 afleveres	*MAT 2A* kap. 10 R:\Anvendt matematik\Case G.xls
45→48	**Case H Køretøjsdynamik** • Kraft, effekt	(nil)

lærebøger og reglementer   filer i biblioteket \\HO04\Public\ (R:-drevet)   internetsider

Lektion	Indhold / nøgleord	Bemærkninger / henvisninger til lærebøger og reglementer
49→52	**Case I Skat** • Stykkevis lineære funktioner • Personbeskatning, marginalskat	(nil) R:\Anvendt matematik\Case I.xls http://www.toldskat.dk (skatteinformation og beregning; forskudsopgørelse), http://www.skm.dk/tal.htm
53→56	**Opsamling II** • Standpunktsprøve 2 afholdes	Pensum for standpunktsprøve 2: case E, F, G, H
57→60	**Case J Lån og investeringer** Annuiteter, polynomier, numerisk nulpunktssøgning • annuiteter, effektiv rente, numerisk nulpunktssøgning	R:\Anvendt matematik\Case J.xls
61→64	**Case K Valg** • Flertalsformer, D'Honts og Nansons metoder	R:\Anvendt matematik\Case K.xls
65→68	**Case L Koder og kryptosystemer** • Deskriptiv statistik, primfaktoropløsning, modulusregning • Hjemmeopgavesæt 3 afleveres	(nil)
69→72	**Case M Samlet ildoverfald** • Grundlæggende sandsynlighedsregning, fælles- og foreningshændelse, uafhængighed, betinget sandsynlighed	(nil)
73→76	**Opsamling III** • Standpunktsprøve 3 afholdes	Pensum for standpunktsprøve 3: case I, J, K, L
77→80	**Case N Tilfældig udvælgelse** • Kombinatorik, (generaliseret) hypergeometrisk fordeling	(nil)
81→84	**Case O Angreb gennem minefelt I** • Binomialfordelingen • Hjemmeopgavesæt 4 afleveres	*HRN 512-004 »Landminetjeneste, udlægning«* kap. 8

lærebøger og reglementer · filer i biblioteket \\HO04\Public\ (R:-drevet) · internetsider

Lektion	Indhold / nøgleord	Bemærkninger / henvisninger til lærebøger og reglementer
85→88	**Case P Angreb gennem minefelt II** • Poisson-processer: Poisson-, eksponential- og Erlang-fordelingen • Grundlæggende køteori: den opadtil trunkerede Poisson-fordeling	🕮 *HRN 512-004 »Landminetjeneste, udlægning«* kap. 8
89→92 ☠	**Opsamling IV** • Standpunktsprøve 4 afholdes ☠	Pensum for standpunktsprøve 4: case M, N, O
93→96	**Case Q Spredning på ild** • Normalfordelingen, grundlæggende statistik	🕮 (nil)
97→100 💣	**Case R Militær logistik** • Lineær programmering — grafisk løsning • Hjemmeopgavesæt 5 afleveres 💣	🕮 (nil)
101→104 ☠	**Repetition forud for eksamen I** • Standpunktsprøve 5 afholdes ☠	Pensum for standpunktsprøve 5: differential- og vektorregning samt case P, Q, R
105→106	**Repetition forud for eksamen II**	💻 http://www.aalkat-gym.dk/undervisning/MFK/
107→110 ☠	**Eksamen**	

🕮 lærebøger og reglementer 🖫 filer i biblioteket \\HO04\Public\ (R:-drevet) 💻 internetsider

Bilag C

Case H, Case I og Case O

ANVENDT MATEMATIK

CASE H

KØRETØJSDYNAMIK

Problem

En arbejdsgruppe sammensat af repræsentanter for Hærens Kampskole og Hærens Materielkommando skal vurdere egnetheden af forskellige lette, terrængående køretøjer, som overvejes anskaffet med henblik på anvendelse i et bjergrigt område under taktiske betingelser. Vi betragter her ét af de undersøgte køretøjer.

Køretøjet vil med den påtænkte bemanding og udrustning komme til at veje 2 700 kg fordelt 43 : 57 mellem for- og bagaksel. Køretøjet kan trække på begge aksler eller på bagakslen alene.

Den udgave, der overvejes anskaffet, har en motorydelse på 53 kW (ca. 72 HK), en sporvidde på 1,64 m, en højde på 2,09 m og en akselafstand på 2,40 m, en luftmodstandskoefficient[1] på 0,49 og en transmissionsvirkningsgrad på 0,90.

Et taktisk krav til køretøjet er, at det på vej skal kunne forcere stigninger på 15 % med en hastighed på 40 km/h.

Dækkenes rullemodstandskoefficient oplyses af fabrikanten at være 0,015 ved det anbefalede dæktryk for hastigheder op til ca. 90 km/h.

Kan køretøjet leve op til de stillede krav?

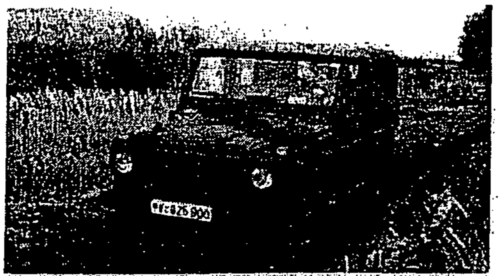
Matematisk/fysisk formulering

Er summen af alle køremodstande mindre end motorens maksimale ydelse ved kørsel med 40 km/h op ad en stigning på 15 %?

[1] Der er til forskel fra luftmodstandskoefficienten *b* fra *case F* og *G* her tale om et rent (ubenævnt tal), c_w.

Matematisk og fysisk teori

Køremodstande. Når et køretøj fremføres med **konstant hastighed**, er der ligevægt mellem **motorydelsen** og summen af alle **køremodstande**.



Køremodstandene inddeles i

- **transmission**smodstand, F_T
- **rulle**modstand, F_R
- **luft**modstand, F_L
- **stignings**modstand, F_S.

Motorydelse

Motorydelsen kan betragtes som en **effekt** P_M eller som en **kraft** F_M. Mellem de to størrelser gælder sammenhængen $P_M = F_M v$, hvor v betegner køretøjets hastighed.

Ligevægten mellem motorydelsen og køremodstandene kan på kraftform formuleres

$$F_M = F_T + F_R + F_L + F_S$$

og på effektform

$$P_M = (F_T + F_R + F_L + F_S)v$$

Motorydelsen henføres normalt til motorens kraftudtag (svinghjulet), således at tab internt i motoren er fratrukket. Motorens energiforbrug er i øvrigt mange gange større end P_M, fordi kun en begrænset del af den energi, der frigøres ved forbrændingen af drivmidlet i cylindrene, udnyttes. Størstedelen bliver til varme og slid i motoren.

Kraft, energi og effekt **er tre vigtige, men forskellige begreber i fysikken.**

De tre begreber kan umiddelbart anskueliggøres, idet

- kraft kan opfattes som spændingen i en snor, der bærer et lod.
- energi kan opfattes som den energimængde, der udvikles ved forbrænding af en bestemt mængde stof.
- effekt kan opfattes som energiforbruget per tidsenhed i et elektrisk apparat.

SI-enheden for

- kraft er **newton** (symbol: N), men enhederne *dyn* (1 dyn = 10^{-5} N) og *kilopond* (1 kp = 9,806 65 N) ses endnu anvendt.
- energi er **joule** (symbol: J), men enhederne *erg* (1 erg = 10^{-7} J), *kalorie* (1 cal = 4,1868 J) og *British thermal unit* (1 Btu ≈ 1055,06 J) ses endnu anvendt.
- effekt er **watt** (symbol: W), men enhederne *hestekraft* (1 HK ≈ 735,499 W) og *horsepower* (1 hp = 550 ft·lbf·s^{-1} ≈ 745,700 W) ses endnu anvendt.

Transmissionsmodstand

I transmissionsanlægget, der overfører kraft eller effekt fra motorens kraftudtag (svinghjulet) til vejbanen, optræder en transmissionsmodstand, som skyldes friktion i transmissionsanlæggets enkelte dele:

$$F_T = F_M(1-\eta),$$

hvor **virkningsgraden** η typisk ligger i intervallet $0{,}85 < \eta < 0{,}95$.

Rullemodstand

Et køretøjs samlede rullemodstand kan udtrykkes

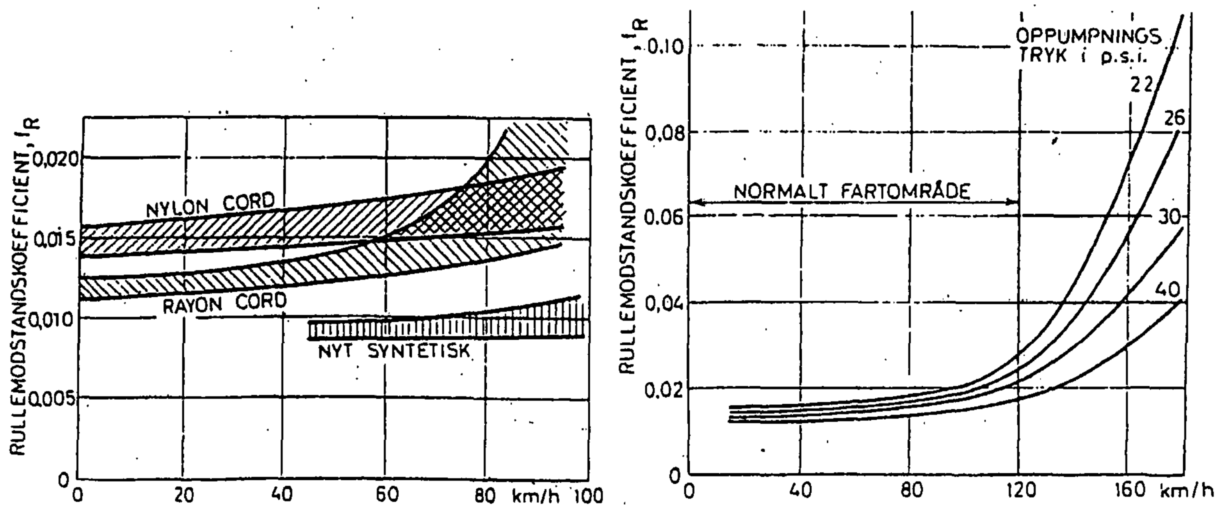
$$F_R = f_R mg,$$

hvor f_R benævnes **rullemodstandskoefficienten**, og m betegner køretøjets masse, og g tyngdeaccelerationen (ca. 9,82 m/s^2).

Rullemodstandskoefficientens størrelse afhænger blandt andet af

- akseltrykket (bilens vægt)
- kørehastigheden
- dæktrykket
- dæktemperaturen
- dækkets konstruktion og dimensioner (gummiblanding, armeringsmateriale og -mønster, profil, slidbanemønster, diameter og bredde).

Figurerne viser, hvorledes rullemodstandskoefficienten typisk afhænger af kørehastigheden, dels for forskellige dækkonstruktioner, dels for forskellige dæktryk.



Det ses, at rullemodstanden øges drastisk ved store hastigheder.

Rullemodstanden mindskes ved

- lille køretøjsvægt
- smalle dæk
- højt dæktryk
- hård og jævn vejbelægning
- stive dæk (bæltearmering)

Luftmodstand

Luftmodstanden følger ligningen

$$F_L = \tfrac{1}{2}\rho v_r^2 A c_w,$$

hvor

- ρ er **luftens massefylde** (ca. 1,226 kg/m^3 ved 20°C, 1 atm og 60 % relativ luftfugtighed).[2]
- v_r er køretøjets **relative hastighed**, dvs. hastighed i forhold til den omgivende luft
- A er køretøjets **frontareal** (skyggeareal)
- c_w er **luftmodstandskoefficienten**.

Køretøjets relative hastighed beregnes af $v_r = v \mp v_w$, hvor v betegner køretøjets hastighed i forhold til jordoverfladen, og v_w er vindens hastighed i forhold til jordoverfladen.

Minustegnet gælder for medvind, og plustegnet for modvind.

Køretøjets frontareal A kan for praktiske formål estimeres ved $A \approx 0{,}9sh$, hvor s betegner køretøjets sporvidde[3] og h dets højde.

Typiske luftmodstandskoefficienter og frontarealer for forskellige køretøjskategorier:

	c_w	A (m^2)
små personbiler	0,30→0,36	1,7→1,9
store personbiler	0,28→0,36	1,9→2,2
terrænkøretøjer	~0,5	~2,8
kassevogne, minibusser	0,33→0,36	~2,8

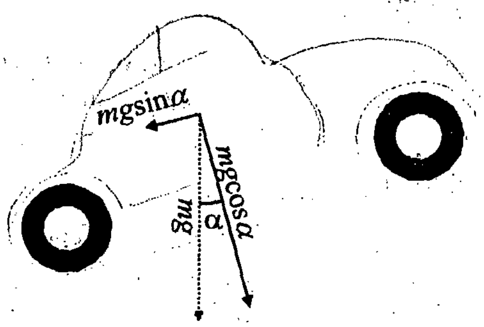
[2] ρ kan beregnes af $\rho = \dfrac{Mp}{RT}$, hvor M betegner molvægten af atmosfærisk luft (ca. 0,029 kg/mol), p lufttrykket (kPa), T den absolutte temperatur (K) og R gaskonstanten (8,314 41 J/(mol K)).

[3] Der er her tale om den *civile* sporvidde, som måles fra dækmidte til dækmidte. Den *militære* sporvidde måles over dækkenes yderside.

Luftmodstandskoefficienten påvirkes af en række forhold. Eksempler:

tiltag	ændring af c_w
sænkning af undervogn med 30 mm	−0,05
montering af glatte hjulkapsler	−0,01 → −0,03
montering af brede dæk	+0,02 → +0,04
montering af vinduer i plan med karosseriet	−0,01
tætning af fuger	−0,02 → −0,05
afdækning af vognbund	−0,01 → −0,07
montering af udvendigt sidespejl	+0,02 → +0,05
åbning af vindue	+0,05
åbning af nedklappelige forlygter	+0,03 → +0,10
åbning af soltag / skydetag	+0,02
fastgørelse af surfbræt på taget	+0,40

Stigningsmodstand. Stigningsmodstanden er **tyngdekraftens** komposant i kørselsretningen.



Ved kørsel på en vejbane med **stigningsvinklen** α, er stigningsmodstanden

$$F_S = mg\sin\alpha\,,$$

hvor m betegner køretøjets masse og g tyngdeaccelerationen. I praksis udtrykkes stigninger procentuelt ved vejbanens **hældning** $\beta = \tan\alpha$. Stigningen β regnes positiv, når bilen kører op ad bakke, og negativ, når bilen kører ned ad bakke.

Ved hjælp af sammenhængen $\sin v = \dfrac{\tan v}{\sqrt{1+\tan^2 v}}$ fås $F_S = mg\dfrac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}}$.

Løsning

Ud fra det konkrete køretøjs sporvidde og højde kan anslås et frontareal på $0{,}9\cdot 1{,}64\cdot 2{,}09 \approx 3{,}08$ m^2. Ved en hastighed på 40 km/h ≈ 11,11 m/s og vindstille findes de ydre køremodstande som følger:

- **rulle**modstand, $F_R = f_R mg = 0{,}015\cdot 2\,700\cdot 9{,}82 \approx 397{,}7$ N
- **luft**modstand, $F_L = \frac{1}{2}\rho v_r^2 A c_w = \frac{1}{2}\cdot 1{,}226\cdot 11{,}11^2\cdot 3{,}08\cdot 0{,}49 \approx 114{,}2$ N

- **stigning**smodstand, $F_S = mg \dfrac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}} = 2\,700 \cdot 9{,}82 \cdot \dfrac{0{,}15}{\sqrt{1+0{,}15^2}} \approx 3\,933{,}1\ \text{N}$

Den nødvendige motoreffekt findes af effektbalancen:

$$P_M = (F_T + F_R + F_L + F_S)v \Leftrightarrow$$

$$P_M = P_M(1-\eta) + (F_R + F_L + F_S)v \Leftrightarrow$$

$$P_M = \frac{(F_R + F_L + F_S)v}{\eta} = \frac{(397{,}7 + 114{,}2 + 3933{,}1)\cdot 11{,}11}{0{,}90} \approx 54\,871\ \text{W}.$$

Køretøjet skulle altså have en motorydelse på ca. 55 kW eller ca. 75 HK for at leve op til de stillede krav, hvilket det ikke kan præstere.

Beslægtet problemstilling

Driftsgrænser

Uanset hvor stor motoreffekt, et køretøj har, sætter **friktionskoefficienten** μ (det græske bogstav my) mellem dæk og vejbane en øvre grænse for, hvor store stigninger køretøjet kan forcere, selv med meget lav hastighed.

Typiske friktionskoefficienter, μ, mellem dæk og kørebane:

	tør vejbane	våd vejbane	stærk regn[4]	isslag
nyt dæk	0,75→0,85	0,55→0,65	0→0,55	< 0,15
slidt dæk[5]	0,90→1,00	0,20→0,50	0→0,40	

Tilsvarende er det — ligegyldig hvor effektive køretøjets bremser er — begrænset, hvor stejle skråninger det kan køre ned ad uden at skride.

Ved kørsel op ad bakke flyttes en del af vægten fra for- til baghjulene. Det er en fordel, hvis bilen er baghjulstrukket, men en ulempe, hvis den er forhjulstrukket. Hvis bilen er firhjulstrukket, betyder vægtforskydningen intet. Omvendt flyttes ved kørsel ned ad bakke en del af vægten fra bag- til forhjulene.

Betingelsen for, at bilen kan forcere en stigning — hvad enten det sker opad eller nedad — er, at der er tilstrækkelig friktion (gnidning) mellem dækkene og vejbanen. Nedslidte dæk, løs vejbelægning eller våd vejoverflade er eksempler på faktorer, der nedsætter friktionen drastisk.

[4] Afhænger stærkt af hastigheden (aquaplaning).

[5] 1 mm profilhøjde.

Man kan vise, at ved kørsel med konstant hastighed er driftsgrænserne:

Firhjulstræk	Forhjulstræk	Baghjulstræk
$-\mu \le \beta \le \mu$	$-\dfrac{\mu s_B}{L-\mu h_T} \le \beta \le \dfrac{\mu s_B}{L+\mu h_T}$	$-\dfrac{\mu s_F}{L+\mu h_T} \le \beta \le \dfrac{\mu s_F}{L-\mu h_T}$

hvor

- h_T er tyngdepunktets højde
- s_F er den vandrette afstand fra foraksel til tyngdepunkt
- s_B er den vandrette afstand fra bagaksel til tyngdepunkt
- L er akselafstanden
- β er vejens stigning, som regnes positiv, når bilen kører op ad bakke, og negativ, når bilen kører ned ad bakke.

Forholdet $\dfrac{s_F}{s_B}$ er det samme som vægtfordelingen bag/for på vandret terræn.

Tyngdepunktshøjden h_T kan for personbiler estimeres ved $0{,}38 \cdot h$, hvor h betegner køretøjets højde.

Da de fleste moderne køretøjer bremser på begge aksler, kan de betragtes som firhjulstrukne under bremsning, hvilket har betydning ved kørsel ned ad bakke.

Eksempel: Selv om vi fandt ud af, at det køretøj, der i denne case overvejedes anskaffet, havde for ringe motorkraft til at forcere de krævede stigninger, er det spørgsmålet, om det ville hjælpe at forsyne det med en kraftigere motor.

Hvis der med taktiske forhold menes kraftigt regnvejr, men ikke isglat, vil det nok være rimeligt at regne med friktionskoefficienter helt ned til 0,15.

Med baghjulstræk kan køretøjet forcere stigninger i intervallet

$$-\frac{\mu s_F}{L+\mu h_T} \le \beta \le \frac{\mu s_F}{L-\mu h_T} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{0{,}15 \cdot 0{,}57 \cdot 2{,}40}{2{,}40 + 0{,}15 \cdot 0{,}38 \cdot 2{,}09} \le \beta \le \frac{0{,}15 \cdot 0{,}57 \cdot 2{,}40}{2{,}40 - 0{,}15 \cdot 0{,}38 \cdot 2{,}09} \Leftrightarrow$$

$$-0{,}08 \le \beta \le 0{,}09$$

Med firhjulstræk kan køretøjet forcere stigninger i intervallet

$$-\mu \le \beta \le \mu \Leftrightarrow -0{,}15 \le \beta \le 0{,}15.$$

Ved firhjulstræk ville køretøjet med en stærkere motor altså netop kunne leve op til de stillede krav, så kravene kan ikke afvises som urealistiske.

Formelsamling

Kraftbalance	$F_M = F_T + F_R + F_L + F_S$
Effektbalance	$P_M = (F_T + F_R + F_L + F_S)v$
Transmissionsmodstand	$F_T = F_M(1-\eta)$
Rullemodstand	$F_R = f_R mg$
Luftmodstand	$F_L = \frac{1}{2}\rho v_r^2 A c_w\ ,\ v_r = v \mp v_w$
Stigningsmodstand	$F_S = mg\dfrac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}}$

Syndikatopgaver

Opgave 1

I det følgende betragtes en *Opel Astra 1.6i*, som har følgende karakteristika:

- sporvidde: 1,43 m
- højde: 1,41 m
- akselafstand: 2,52 m
- forhjulstræk
- vægtfordeling for/bag 53 : 47
- luftmodstandskoefficient: 0,32
- masse inklusive fører: 1 025 kg
- motoreffekt: 55 kW
- transmissionsvirkningsgrad: 0,92

Rullemodstandskoefficienten tilnærmes ved udtrykket $f_R = 0{,}011 + 2{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot v^2$, hvor v er i m/s. Luftens massefylde er ved de foreliggende meteorologiske forhold 1,210 kg/m^3.

① Kan bilen køre op ad en stigning på 15 % med 80 km/h i en modvind på 10 m/s?

② Kan bilen køre langsomt op ad en våd vejbane med en stigning på 20 %?

③ Kan bilen køre langsomt ned ad en stigning på 15 % ved isslag?

Opgave 2

I det følgende betragtes en personbil med følgende karakteristika:

- frontareal: 2,00 m^2
- luftmodstandskoefficient: 0,33
- masse inklusive fører: 810 kg
- motoreffekt: 45,0 kW
- transmissionsvirkningsgrad: 0,90

Rullemodstandskoefficienten tilnærmes ved udtrykket $f_R = 0{,}011 + 2{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot v^2$, hvor v er i m/s. Luftens massefylde er ved de foreliggende meteorologiske forhold 1,200 kg/m^3. Tyngdeaccelerationen sættes til 9,82 m/s^2. Beregn bilens tophastighed under følgende betingelser:

① Vindstille, vandret vejbane.

② Vindstille, stigning på 5 %.

③ Modvind 5 m/s, vandret vejbane.

④ Medvind 5 m/s, vandret vejbane.

Du får muligvis brug for en metode til numerisk nulpunktssøgning!

Opgave 3

Vi betragter i det følgende en kanariegul familiebil med frontareal 1,70 m^2, luftmodstandskoefficient 0,34 og masse 770 kg inkl. brændstof, plysterninger i forruden osv. Føreren vejer 75 kg.

Når bilen kører ned ad en hældning på 4 % med en medvind på 4 m/s, viser den sig til førerens forbløffelse at kunne præstere 168 km/h.

Ved de givne udendørs betingelser er luftens massefylde 1,180 kg/m^3.

Ved 160 km/h er rullemodstandskoefficienten ifølge fabrikantens opgivelser 0,070.

Bestem motorens maksimale effekt, når transmissionen har en virkningsgrad på 0,91.

Opgave 4

I det følgende betragtes en *Opel Astra 1.6i.*

Gearkassen har følgende udvekslingsforhold:

1. gear	1 : 3,55
2. gear	1 : 1,96
3. gear	1 : 1,30
4. gear	1 : 0,89
5. gear	1 : 0,71

Hertil kommer et udvekslingsforhold i transmissionen på 1 : 3,94.

Bilens drivende hjul er udstyret med 175/65R14 dæk med en radius (dynamisk rulleradius) på 283 mm.

Bestem det hastighedsinterval, der svarer til motorens optimale omdrejningstal på 2 000→5 500 min^{-1} ved kørsel i

① 1. gear.

② 2. gear.

③ 3. gear.

④ 4. gear.

⑤ 5. gear.

Talløsninger

2 ① 141 km/h ② 122 km/h ③ 134 km/h ④ 149 km/h

3 44,6 kW ≈ 60,6 HK

4 ① 15→42 km/h

ANVENDT MATEMATIK

CASE I

SKAT

Problem

Undersøgelser viser, at størstedelen af den voksne danske befolkning er ude af stand til at kontrollere den forskudsopgørelse og årsopgørelse, de en gang om året modtager fra skattemyndighederne. Vi skal se, at det er muligt at give en forholdsvis simpel matematisk beskrivelse af grundprincipperne i beregningen af personskat.

Matematisk formulering

Det danske skattesystem er baseret på **progressiv beskatning**, hvorved forstås, at **marginalskatten** — skatten af den sidst tjente krone — vokser med voksende indkomst. Af beregningstekniske og historiske årsager opnås progressionen ved at beregne skatten som en stykkevis lineær funktion af indkomsten.

Matematisk teori

En ret linje, der ikke er parallel med y-aksen, kan beskrives ved en ligning af formen $y = ax + b$. En funktion med forskriften $f(x) = ax + b$ kaldes derfor en **lineær funktion**.

En funktion, som ikke kan udtrykkes ved én fælles regneforskrift gældende i hele definitionsmængden D, beskrives ved en **gaffelforskrift**:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \\ \vdots & \vdots \\ f_n(x) & x \in D_n \end{cases},$$

hvor $D = \bigcup_i D_i$ og $D_i \cap D_j = \varnothing, \quad i \neq j$.

Hvis forskriften for f specielt er lineær i alle delintervallerne D_i, siges f at være en **stykkevis lineær funktion**:

$$f(x)=\begin{cases} a_1x+b_1 & x\in D_1 \\ a_2x+b_2 & x\in D_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_nx+b_n & x\in D_n \end{cases}.$$

Løsning

Skatten deles op på et antal arter, som hver er karakteriseret ved en **sats** og et **bundfradrag**. Den pågældende skatteart beregnes med satsen af den del af indkomsten, der overstiger bundfradraget.

I tabellen er vist satserne for 2001 for en skatteyder bosat i *Hørsholm* kommune i *Frederiksborg* amt.

Skatteart	sats	bundfradrag
arbejdsmarkedsbidrag	8,00 %	intet!
særlig pensionsopsparing	1,00 %	intet!
bundskat	6,25 %	= personfradrag
kommuneskat	17,00 %	= personfradrag
amtsskat	11,60 %	= personfradrag
kirkeskat	0,54 %	= personfradrag
mellemskat	6,00 %	177 900
topskat	15,00 %	276 900
personfradrag (voksne)	34 600	

Skattearterne *arbejdsmarkedsbidrag* og *særlig pensionsopsparing* benævnes som regel under ét **bruttoskat**.

De anførte satser for kommune-, amts- og kirkeskat afhænger af bopælskommunen, mens de øvrige satser og alle bundfradrag fastsættes centralt for alle skatteydere. Da arbejdsmarkedsbidraget og den særlige pensionsopsparing beregnes på samme måde, kan disse to skattearter med fordel lægges sammen og beregnes med en samlet skattesats på 9 %. Arbejdsmarkedsbidraget og den særlige pensionsopsparing beregnes af bruttoindkomsten, mens alle andre skattearter beregnes af nettoindkomsten, det vil sige bruttoindkomsten efter fradrag af arbejdsmarkedsbidrag og særlig pensionsopsparing.

Der eksisterer et såkaldt **skrått skatteloft**, som betyder, at summen af satserne for bund-, mellem-, top-, kommune- og amtsskat ikke må overstige 59 %. Hvis det er tilfældet, reduceres topskattesatsen tilsvarende.

Eksempel: En fiktiv kommune har i 2001 en kommuneskattesats på 21,90 %, og en amtsskattesats på 10,10 %. Summen af satserne for bund-, mellem-, kommune- amts- og topskat bliver $(6{,}25+6{,}00+21{,}90+10{,}10+15{,}00)\,\%=59{,}25\,\%$.

Topskattesatsen reduceres derfor til $(15-0{,}25)\,\%=14{,}75\,\%$.

En lønmodtager har **fradrag** for fagligt kontingent og befordring samt visse pensionsopsparinger. Disse fradrag indgår i beregningen af de skattearter, der har personfradraget som bundfradrag, altså bund-, amts-, kommune- og kirkeskat.

Endelig kommer **kapitalindkomst** (kapitalindkomsten vedrører eksempelvis renteindtægter og -udgifter) til beskatning på den måde, at

- **positiv** kapitalindkomst beskattes med såvel bund-, mellem- og topskat som amts-, kommune- og kirkeskat.
- **negativ** kapitalindkomst alene fratrækkes ved beregning af amts-, kommune- og kirkeskat.

Det skal bemærkes, at ovenstående er en forsimplet beskrivelse af skattesystemet, idet der er en række faktorer, der vil gøre skatteberegningen mere kompliceret. Disse er eksempelvis ægteskab, aktieindkomster, udenlandsk indkomst og så videre.

Princippet bag denne måde at beregne skatter på anvendes i vid udstrækning i **tarif- og rabatsystemer**. Princippet har utvivlsomt rødder i tidligere tiders manuelle administration, hvor beregningerne måtte udføres i hånden eller senere under brug af en primitiv bordregnemaskine.

For at holde den følgende beskrivelse simpel vil vi i det følgende betragte en lønmodtager, der alene har lønindkomst og ingen fradrag.

Skatten udtrykt som funktion af indkomsten betegnes her **skattefunktionen**.

Af historiske årsager opdeles den samlede skat, som en lønmodtager skal betale, i en række **skattearter** med hver sit navn. Det samlede resultat er, at skattefunktionen bliver en **stykkevis lineær funktion** af indkomsten.

Den matematiske beskrivelse bliver simplere, hvis vi indfører funktionen **max()**, der som resultat giver det største af sine argumenter. Funktionen **max()** — i Excel fordansket til MAKS() — er desuden den mest hensigtsmæssige at anvende, når skatteberegningen opstilles i et regneark.

Beregningsteknisk er det i øvrigt en fordel at slå de fire skattearter, der har personfradraget som bundfradrag, sammen, således at vi ender med kun at skulle lægge fire funktioner sammen. For skattyderen bosat i *Hørsholm* fremkommer skattefunktionen således:

- **arbejdsmarkedsbidrag og særlig pensionsopsparing**

$$f_1(x) = \max(0{,}09x;0) =$$

$$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0{,}09x & x \geq 0 \end{cases}$$

- **bund-, kommune-, amts- og kirkeskat**

$$f_2(x) = \max(0{,}3539 \cdot (0{,}91x\text{-}34\,600);0) =$$

$$\begin{cases} 0 & 0{,}91x < 34\,600 \\ 0{,}3539 \cdot (0{,}91x - 34\,600) & 0{,}91x \geq 34\,600 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} 0 & x < 38\,021{,}98 \\ 0{,}322\,049x - 12\,244{,}94 & x \geq 38\,021{,}98 \end{cases}$$

- **mellemskat**

$$f_3(x) = \max(0{,}0600 \cdot (0{,}91x\text{-}177\,900);0) =$$

$$\begin{cases} 0 & 0{,}91x < 177\,900 \\ 0{,}0600 \cdot (0{,}91x - 177\,900) & 0{,}91x \geq 177\,900 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} 0 & x < 195\,494{,}51 \\ 0{,}0546x - 10\,674{,}00 & x \geq 195\,494{,}51 \end{cases}$$

- **topskat**

$$f_4(x) = \max(0{,}1500 \cdot (0{,}91 \cdot x\text{-}276\,900);0) =$$

$$\begin{cases} 0 & 0{,}91x < 276\,900 \\ 0{,}1500 \cdot (0{,}91x - 276\,900) & 0{,}91x \geq 276\,900 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} 0 & x < 304\,285{,}71 \\ 0{,}1365x - 41\,535{,}00 & x \geq 304\,285{,}71 \end{cases}$$

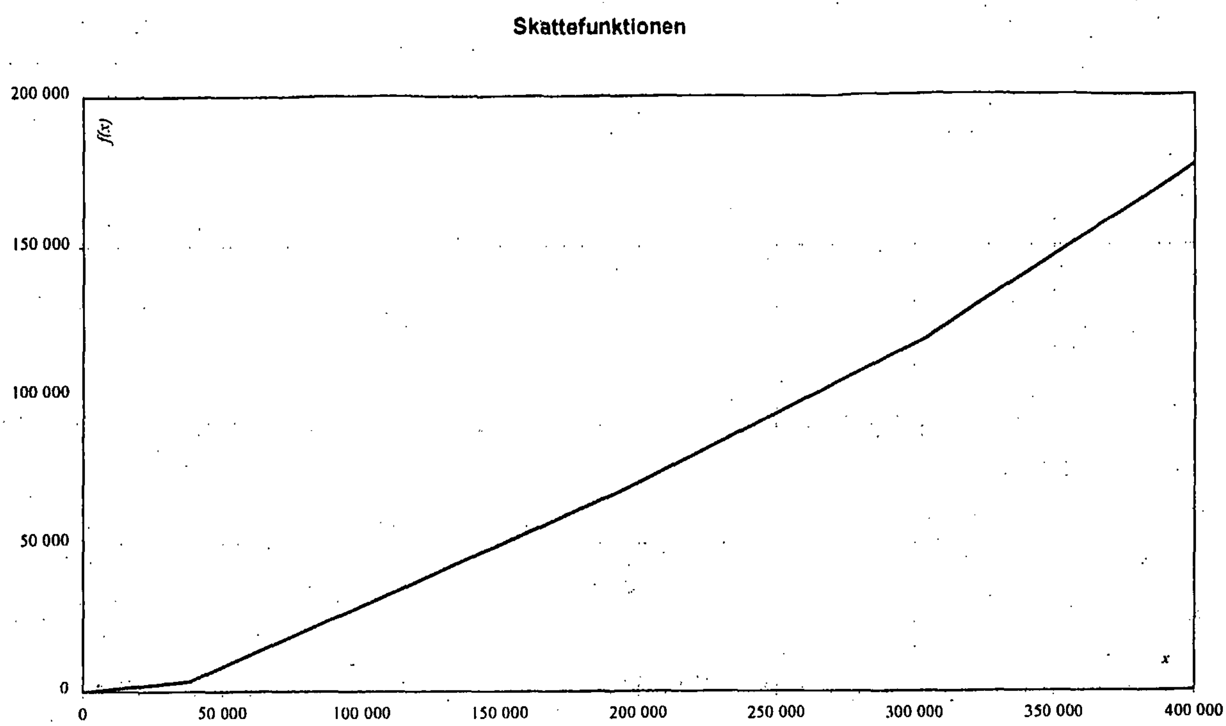
Hver af de fire funktioner er en stykkevis lineær funktion, og deres sum — **skattefunktionen** — bliver derfor også en stykkevis lineær funktion:

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + f_4(x)$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0{,}090\,000x & 0 \leq x < 38\,021{,}98 \\ 0{,}412\,049x - 12\,244{,}94 & 38\,021{,}98 \leq x < 195\,494{,}51 \\ 0{,}466\,649x - 22\,918{,}94 & 195\,494{,}51 \leq x < 304\,285{,}71 \\ 0{,}603\,149x - 64\,453{,}94 & 304\,285{,}71 \leq x \end{cases}$$

Faktoren 0,91 skyldes, at arbejdsmarkedsbidraget på 8 % og den særlige pensionsopsparing på 1 % — under ét **bruttoskat** — som nævnt beregnes af **brutto**indkomsten, mens alle andre skattearter beregnes af **netto**indkomsten, altså indkomsten efter fradrag af bruttoskat.

Grafen for skattefunktionen ser således ud:



Skatteberegningen findes i de tilhørende regneark, hvor der yderligere er medtaget fradrag for fagligt kontingent, befordring og privattegnet kapitalpension samt renteindtægter og -udgifter.

Beslægtede problemstillinger

Afgifter til det offentlige

En lang række afgifter til det offentlige er formuleret på en måde, så de i virkeligheden dækker over stykkevis lineære funktioner af det eller de beløb, der ligger til grund for afgiften. Eksempler:

- arveafgift
- forbrugsafgifter for vand og elektricitet
- registreringsafgift for biler.

Andre eksempler

Andre eksempler på anvendelsen af stykkevis lineære funktioner ses i forbindelse med:

- subsidier til landmænd
- SU-reduktioner for 18 årige
- rente ind- og udgifter i banker.

Øvelse: Find selv frem til andre eksempler på beløb, der beregnes ved anvendelse af stykkevis lineære funktioner!

Syndikatopgaver

Opgave 1

Begrebet **marginalskat** udtrykker skatten af den sidst tjente krone, altså den yderligere skat, man skal betale, hvis man tjener 1 kr. mere . I matematiske termer er der således tale om den afledede funktion af skattefunktionen.

Bestem i forlængelse af eksemplet i casen marginalskatten som funktion af indkomsten for en skatteyder bosiddende i *Hørsholm*.

Opgave 2

En skatteyder bosat i *Hvidovre* kommune i *Københavns* amt har i 2001 følgende skattesatser (uddrag):

Skatteart	sats
Kommuneskat	21,40 %
Amtsskat	11,70 %
Kirkeskat	0,68 %

① Opstil en forskrift for skatteyderens samlede skattefunktion.

② Afbild den grafisk for indkomster i intervallet $[0;400\,000]$.

Opgave 3

Vi skriver nu januar 2002: En skatteyder bosat i Hørsholm kommune har ifølge sin oplysningsseddel for 2001 haft en lønindkomst på 391 309 kr. Der er af denne indkomst indeholdt arbejdsmarkedsbidrag og særlig pensionsopsparing med 35 045 kr. og A-skat (skat indeholdt a conto) med 140 899 kr. Skatteyderen har desuden haft udgifter til fagligt kontingent på 600 kr. samt positiv kapitalindkomst på 5 311 kr.

Find ud af, hvilket beløb skatteyderen skal have tilbage eller efterbetale for 2001!

Opgave 4

Ved beregning af kørselsfradrag til brug ved skatteberegningen anvendes i 2001 følgende satser:

Kørsel per arbejdsdag (km)	Fradrag per km (øre)
0 → 24 km	0
25 → 100 km	154
>100 km	77

① Bestem det samlede fradrag for en skatteyder, der kører 110 km mellem hjem og arbejde per arbejdsdag (55 km hver vej) og som arbejder 220 dage i 2001.

② Opskriv en forskrift for den funktion, der udtrykker det samlede fradrag som en funktion af det antal kørte km per dag.

Opgave 5

Mange virksomheder yder såkaldte **loyalitetsrabatter** til deres erhvervskunder på grundlag af disses samlede køb i en periode, som regel kalenderåret.

Vi betragter handelsvirksomheden *Hoi Polloi A/S* beliggende i Pladderballe.

Virksomhedens kunder får en efterbetalt rabat på 2 % på deres samlede køb, når de har købt for over 3 000 000 kr. i et kalenderår. Presset af virksomhedens største kunder yder *Hoi Polloi A/S* en hemmelig rabat på yderligere 3 % på det beløb, der er købt for *ud over* 5 000 000 kr. i et kalenderår.

① Bestem størrelsen af den samlede rabat, som tre af virksomhedens kunder modtager, når de har købt for henholdsvis 2, 4 og 6 mio. kr. i et kalenderår.

② Opskriv en forskrift for den funktion, der udtrykker den samlede pris, en kunde skal betale for sit varekøb i et kalenderår, som funktion af varekøbets fakturaværdi.

③ Bestem, om det vil kunne betale sig for en kunde, der i perioden 2. januar til 19. december har købt for 2 942 331,55 kr., at afgive en ordre på yderligere 60 000 kr., selv om han ikke umiddelbart har brug for varerne.

Opgave 6

Et transportfirma har en takstpolitik, som kommer til udtryk i følgende tarif, hvor taksten beregnes af forsendelsens samlede vægt:

vægt af forsendelse (kg)	tarif (kr./kg)
0 → 5 000	0,200
5 000 → 10 000	0,190
10 000 → 15 000	0,180
15 000+	0,175

① Opskriv en forskrift for den funktion, der udtrykker den samlede takst for en forsendelse som funktion af forsendelsens vægt.

② En kunde skal have transporteret en forsendelse på 4 800 kg. Kan det betale sig for ham at indklarere forsendelsen som vejende 5 000 kg?

③ Bestem de vægtgrænser, hvor det kan betale sig at indklarere en forsendelse i den næste højere vægtklasse.

Talløsninger

3 Han skal efterbetale 172,81 kr. i bruttoskat, men have 1 770,59 kr. tilbage i egentlig skat.

4 ① 27 442,80 kr

5 ① 0 kr, 80 000 kr. og 150 000 kr. ③ Ja, kunden sparer 46,63 kr.

6 ② Ja, han sparer 10 kr. ③ 4 700 kg ; 9 473,68 kg ; 14 583,33 kg

ANVENDT MATEMATIK

CASE O

ANGREB GENNEM MINEFELT I

Problem

Et panserinfanterikompagni i forsvar har foran sin kampstilling udlagt et panserminefelt. Kampstillingen ligger i en mulig fremrykkeakse for fjendtlige kampvogne. Minefeltets tæthed er sådan, at en fjendtlig kampvogn med ca. 60 % sandsynlighed vil kunne passere feltet uden at påkøre en mine.

10 fjendtlige kampvogne angriber på linje gennem minefeltet. Hvor stor er sandsynligheden for, at

- de alle passerer feltet?
- højst 5 passerer feltet?
- mindst 8 passerer feltet?

Hvor mange kampvogne vil mest sandsynligt passere feltet, og hvor stor er sandsynligheden for, at netop dette antal eller en eller to vogne mindre når gennem feltet?

Matematisk formulering

Kampvognenes forsøg på passage af minefeltet kan betragtes som et **binomialforsøg**: For hver vogn er der to mulige udfald

succes: kampvognen passerer minefeltet ubeskadiget

fiasko: kampvognen påkører en mine.

Kampvognene angriber på linje, så en vogns succes eller fiasko er uafhængig af de øvriges. Og sandsynligheden for succes — **primærsandsynligheden** — er den samme, nemlig 0,6 for alle vogne. Begrebet binomialforsøg dækker over to praktiske problemstillinger, nemlig

- udtagelse af en **stikprøve med tilbagelægning**
- gennemførelse af **simultane, uafhængige forsøg**.

Antallet X af kampvogne, som passerer minefeltet uden at udløse en mine, er **binomialfordelt** med **parametre** $n = 10$ **og** $p = 0{,}6$:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{10}{x} \cdot 0{,}6^x \cdot 0{,}4^{10-x}$$

Løsning

Sandsynligheden for, at alle 10 kampvogne slipper gennem minefeltet, er

$$P(X = 10) = \binom{10}{10} \cdot 0{,}6^{10} \cdot 0{,}4^0 = 1 \cdot 0{,}6^{10} \cdot 0{,}4^0 = 0{,}0060.$$

Resultatet findes i Excel ved hjælp af formlen =BINOMIALFORDELING(10;10;0,6;FALSK).

Sandsynligheden for, at højst 5 kampvogne slipper igennem, kan udregnes som

$$P(X \le 5) = P(X = 5) + P(X = 4) + P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0) =$$

$$\binom{10}{5} \cdot 0{,}6^5 \cdot 0{,}4^5 + \binom{10}{4} \cdot 0{,}6^4 \cdot 0{,}4^6 + \binom{10}{3} \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^7 +$$

$$\binom{10}{2} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^8 + \binom{10}{1} \cdot 0{,}6^1 \cdot 0{,}4^9 + \binom{10}{0} \cdot 0{,}6^0 \cdot 0{,}4^{10} =$$

$$252 \cdot 0{,}6^5 \cdot 0{,}4^5 + 210 \cdot 0{,}6^4 \cdot 0{,}4^6 + 120 \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^7 +$$

$$45 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^8 + 10 \cdot 0{,}6^1 \cdot 0{,}4^9 + 1 \cdot 0{,}6^0 \cdot 0{,}4^{10} =$$

$$0{,}3669.$$

Den kan imidlertid også slås op i *Erlang S*:

Tabellerne over binomialfordelinger findes på side 8–29, og fordelingerne med $n = 10$ findes på side 10–11. For at finde sandsynligheden $P(X \le 5)$ går man ind i tabellen fra øverste venstre hjørne, finder $p = 0{,}6$ i øverste række (på side 11) og $j = 5$ i anden søjle fra venstre, hvor man aflæser værdien 3669. Det betyder, at

$$P(X \le 5) = 0{,}3669.$$

Resultatet findes i Excel ved hjælp af formlen =BINOMIALFORDELING(5;10;0,6;SAND).

Tilsvarende kan man aflæse $P(X \ge 8)$, sandsynligheden for at mindst 8 kampvogne slipper igennem, ved at gå ind i tabellen fra nederste højre hjørne, finde $p = 0{,}6$ i nederste række (på side 10) og $j = 8$ i højre søjle, og aflæse værdien 1673:

$$P(X \ge 8) = 0{,}1673.$$

Dette resultat kunne alternativt være fundet ved forlæns tabelindgang:

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - 0{,}8327 = 0{,}1673.$$

Resultatet findes i Excel ved hjælp af formlen =1-BINOMIALFORDELING(7;10;0,6;SAND).

Da middelværdien $E[X] = np = 10 \cdot 0{,}6 = 6$ er et helt tal, er sandsynligheden størst for, at der slipper 6 vogne gennem minefeltet. Sandsynligheden for, at der slipper 4, 5 eller 6 kampvogne gennem feltet, findes ved direkte regning til:

$$P(4 \leq X \leq 6) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) =$$

$$\binom{10}{4} \cdot 0{,}6^4 \cdot (1-0{,}6)^6 + \binom{10}{5} \cdot 0{,}6^5 \cdot (1-0{,}6)^5 + \binom{10}{6} \cdot 0{,}6^6 \cdot (1-0{,}6)^4 =$$

$$210 \cdot 0{,}6^4 \cdot 0{,}4^6 + 252 \cdot 0{,}6^5 \cdot 0{,}4^5 + 210 \cdot 0{,}6^6 \cdot 0{,}4^4 =$$

$$0{,}5630.$$

Resultatet kan også findes ved hjælp af tabel:

$$P(4 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 3) = 0{,}6177 - 0{,}0548 = 0{,}5629$$

eller

$$P(4 \leq X \leq 6) = P(X \geq 4) - P(X \geq 7) = 0{,}9452 - 0{,}3823 = 0{,}5629.$$

For parametre n og p, hvor binomialfordelingen er tabellagt, er det oftest lettest at benytte *Erlang S* eller en tilsvarende tabel til bestemmelse af sandsynligheder.

Når man bruger tabellen, er det væsentligt at huske, at udfaldsrummet i binomialfordelingen er **hele tal**. Det betyder, at man eksempelvis kan regne således:

$$P(X = 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 5)$$

$$P(X = 6) = P(X \geq 6) - P(X \geq 7)$$

$$P(X < 6) = P(X \leq 5)$$

$$P(X > 6) = P(X \geq 7).$$

Beslægtet problemstilling

Tilnærmelse af hypergeometrisk fordeling

Binomialfordelingen har mange anvendelser, bl.a. giver den under visse omstændigheder en god tilnærmelse til den hypergeometriske fordeling, som blev gennemgået i *case N*.

Når man fra en krukke, der indeholder R røde kugler ud af i alt N, udtrækker n kugler **uden tilbagelægning**, er antallet X af røde kugler blandt de udtrukne **hypergeometrisk** fordelt med **parametre** N, R og n. Sandsynligheden for, at der blandt de n udtrukne kugler er netop x røde, kan udregnes som

$$P(X = x) = \frac{\binom{R}{x}\binom{N-R}{n-x}}{\binom{N}{n}}.$$

Udtrækkes de n kugler derimod **med tilbagelægning**, er der tale om et **binomialforsøg**:
De to mulige udfald er *rød kugle* (succes) og *hvid kugle* (fiasko). Sandsynligheden for at trække en rød kugle er hver gang $\frac{R}{N}$, og de n trækninger er uafhængige. Antallet X af røde kugler blandt de n udtrukne er derfor binomialfordelt med parametre n og $p = \frac{R}{N}$, så

$$P(X = x) = \binom{n}{x}\left(\frac{R}{N}\right)^x \left(1 - \frac{R}{N}\right)^{n-x}.$$

Hvis antallet af røde kugler, R, og dermed det samlede antal kugler, N, er stort i forhold til antallet af udtrukne kugler, n, har det ikke den store betydning for fordelingen af antallet af røde kugler blandt de udtagne, X, om udtagningen foretages med eller uden tilbagelægning.

Et eksempel: En stor krukke indeholder 1000 røde og 3000 hvide kugler. Fra krukken udtages 5 kugler. Lad X betegne antallet af røde kugler blandt de udtagne. Vi søger sandsynligheden $P(X = 2)$.

Hvis kuglerne udtages **uden tilbagelægning**, er

$$P(X = 2) = \frac{\binom{1\,000}{2}\binom{3\,000}{3}}{\binom{4\,000}{5}} = 0{,}2638.$$

Hvis kuglerne udtages **med tilbagelægning**, er

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^3 = 0{,}2637.$$

Afvigelsen mellem de to resultater er normalt uden betydning, fordi de indgående parametre i sig selv vil være behæftet med usikkerhed.

Approksimation af den hypergeometriske fordeling med binomialfordelingen har stor praktisk betydning, da binomialkoefficienterne, der indgår i udtrykket for den hypergeometriske fordelings sandsynligheder, hurtigt bliver uhåndterligt store.

Som **tommelfingerregel** er approksimationen »tilladt«, når $\frac{N}{n} \geq 10$ og »god«, når $\frac{N}{n} \geq 20$.

I eksemplet var $\frac{N}{n} = \frac{4\,000}{5} = 800$, hvilket forklarer den gode overensstemmelse mellem resultaterne.

Syndikatopgaver

Opgave 1

Vi betragter igen minefeltet foran kompagnikampstillingen fra casen. Hvis minetætheden havde været større, så sandsynligheden for, at en kampvogn kunne passere feltet uden at udløse en mine, var nede på 25 %, hvor stor ville da sandsynligheden være for at ...

① ... alle 10 kampvogne passerede minefeltet?

② ... højst 5 vogne passerede feltet?

③ ... mindst 8 vogne passerede feltet?

④ Hvor mange vogne ville mest sandsynligt passere feltet?

Opgave 2

Kompagnikampstillingen, som vi betragtede i kompendiet, angribes i stedet af 12 pansrede mandskabsvogne på linje. På grund af den mindre bæltebredde er sandsynligheden for, at en fjendtlig mandskabsvogn slipper gennem minefeltet uden at udløse en mine, ca. 70 %.

① Bestem sandsynligheden for, at mindst 4 pansrede mandskabsvogne trænger gennem minefeltet.

② Bestem sandsynligheden for, at højst 6 mandskabsvogne trænger gennem minefeltet.

③ Hvor mange mandskabsvogne vil mest sandsynligt slippe gennem minefeltet?

Opgave 3

En luftbåren division råder over to typer af faldskærme. 68 % af divisionens faldskærme er af en ny type, mens de resterende 32 % er af en ældre model. Begge typer er indrettet til automatisk udløsning, men de er forskellige, idet sandsynligheden for, at en skærm af den nye type ikke fungerer korrekt, altså at hovedskærmen ikke udløses automatisk, er 3 %, mens sandsynligheden for, at en skærm af den gamle type ikke fungerer korrekt, er 12 %. Faldskærmene uddeles tilfældigt til divisionens personel.

① Bestem sandsynligheden for, at alle 32 mand i en deling får skærme af den nye type.

② Bestem sandsynligheden for, at 29 af de 32 i delingen får nye skærme.

③ Bestem sandsynligheden for, at mindst 29 af de 32 i delingen får nye skærme.

④ Bestem sandsynligheden for, at netop én soldat i delingen får en gammel skærm.

Opgave 4

Et par beslutter sig for at få fire børn. Vi antager, at sandsynligheden for at få en dreng, er 50 %.

① Bestem sandsynligheden for, at familien får 4 drenge.

② Bestem sandsynligheden for, at familien får 2 piger og 2 drenge.

③ Hvad er mest sandsynligt: at parret får 4 børn af samme køn, 3 af ét køn og 1 af det andet; eller 2 af hvert køn?

Opgave 5

I september 1980 kunne man i en avis læse, at 13 % af de oplysninger om udbetaling af hjælp efter bistandsloven, der registreres i kommunerne, er behæftet med fejl.

Der udtages tilfældigt 20 oplysninger til brug for en undersøgelse.

① Bestem sandsynligheden for, at der højst vil forekomme én fejlagtig oplysning blandt de 20 udtagne.

② Bestem det mest sandsynlige antal fejlagtige oplysninger blandt de 20 udtagne.

Opgave 6

Overkonstabel Holgersen er god til at spille dart. På ringskive scorer han normalt *bulls eye* i ca. 40 ud af 100 kast. Holgersen gennemfører en serie på 25 kast.

① Bestem sandsynligheden for, at han træffer bulls eye højst 15 gange.

② Bestem sandsynligheden for, at han træffer bulls eye mere end 20 gange.

③ Bestem sandsynligheden for, at han træffer bulls eye mindst 10 og højst 17 gange.

Opgave 7

Premierløjtnant Mortensen har købt en juletræskæde med 24 pærer forbundet i serie. Fabrikanten oplyser, at sandsynligheden er 99 % for, at en pære fungerer efter 700 timers brug.

Bestem sandsynligheden for, at kæden med de oprindelige 24 pærer kan lyse efter 700 timers brug.

① Bestem sandsynligheden for, at mindst 23 af de oprindelige 24 pærer kan lyse efter 700 timers brug.

② Bestem sandsynligheden for, at mindst 22 af de oprindelige 24 pærer kan lyse efter 700 timers brug.

③ Bestem sandsynligheden for, at netop 20 af de oprindelige 24 pærer kan lyse efter 700 timers brug.

Opgave 8

Tilbøjelighed til allergi kan arves. Et barn af ikke-allergiske forældre udvikler med 12 % sandsynlighed allergi. Denne sandsynlighed stiger til 20 %, hvis én af forældrene er allergiker, og til 40 %, hvis begge forældre er allergikere.

To allergiske forældre får 3 børn.

① Bestem sandsynligheden for, at ingen af børnene udvikler allergi.

To ikke-allergiske forældre får 2 børn.

② Bestem sandsynligheden for, at ét eller begge børn udvikler allergi.

En allergisk og en ikke-allergisk forælder får 4 børn.

③ Bestem sandsynligheden for, at mere end 1 barn udvikler allergi.

Opgave 9

Et rejseselskab på 100 personer smittes med en tarmsygdom, som i 4 ud af 100 tilfælde er dødelig.

① Bestem sandsynligheden for, at ingen af gæsterne dør af sygdommen.

② Bestem sandsynligheden for, at netop 2 gæster dør af sygdommen.

③ Bestem sandsynligheden for, at mere end 4 gæster dør af sygdommen.

Opgave 10

Blandt de 30 værnepligtige i en deling opbevarer 3 hash på belægningsstuerne. Vi kalder de tre syndere A, B og C. Kompagniets chef, næstkommanderende og delingsføreren hører rygter herom og iværksætter en ukoordineret stikprøvekontrol: Alle tre udvælger de, uafhængigt af hinanden, en tilfældig menig og ransager dennes skab.

① Bestem sandsynligheden for, at menig A undgår ransagning.

② Bestem sandsynligheden for, at både A, B og C undgår ransagning.

Talløsninger

1 ① $\sim 9{,}5 \cdot 10^{-7}$ ② 0,980 ③ $\sim 4{,}2 \cdot 10^{-4}$

2 ① 0,998 ② 0,118

3 ① $\sim 4{,}4 \cdot 10^{-6}$ ② $\sim 2{,}3 \cdot 10^{-3}$ ③ $\sim 2{,}8 \cdot 10^{-3}$ ④ $\sim 6{,}6 \cdot 10^{-5}$

4 ① 0,063 ② 0,375

5 ① 0,246

6 ① 0,987 ③ 0,574

7 ① 0,976 ② 0,998 ③ $8{,}7 \cdot 10^{-5}$

8 ① 0,216 ② 0,226 ③ 0,181

10 ① 0,9033 ② 0,7290

Bilag D

Spørgeskema

April 2003

Vi hedder Jesper Thrane og Gitte Jensen; vi kommer fra Roskilde Universitetscenter, hvor vi er ved at skrive speciale i matematik. Vores overordnede emne er matematikundervisningen på Hærens Officersskole. Vi ser specielt på det undervisningsmateriale, der benyttes, men vi vil også gerne følge undervisningen et par gange, så vi kan få en fornemmelse for, hvordan det anvendes. I den forbindelse har vi et par spørgsmål, som vi gerne vil have jeres svar på.

A. Hvor megen matematikundervisning havde du modtaget, inden du startede på officersuddannelsen?

Sæt kryds

C-niveau eller tilsvarende..... B-niveau..... A-niveau..... Højere..... Andet.....

B. Synes du, at dine forudsætninger er passende i forhold til de krav, der stilles i *Anvendt Matematik*?

Slet ikke..... ikke helt..... nogenlunde..... fuldstændigt..... jeg er overkvalificeret.....

C. Hvor lang tid forbereder du dig ca. til hver gang? ....

D. Virker undervisningen i *Anvendt Matematik* relevant i forhold til de opgaver, du forventer at møde som officer?

Ja..... Ved ikke..... Nej.....

E. Hvis du har uddybende kommentarer til spørgsmålene, kan du skrive dem her:

Tak for hjælpen!