TEKST NR 267 1994

Kom til kort med matematik på Eksperimentarium

- Et forslag til en opstilling

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, 4000 Roskilde.
IMFUFA Tekst nr. 267, 156 sider

ISSN 0106-6242

Kom til kort med matematik på Eksperimentarium
- Et forslag til en opstilling

Matematik, 3. modul.

Udarbejdet i efteråret/vinteren 1993/1994 af:

Charlotte Gjerrild og
Jane Hansen

Vejleder:
Bernhelm Booss-Bavnbek

Det foreliggende projekt er skrevet med henblik på at dække modulkravene til matematik-uddannelsens 3. modul, der handler om modelbygning eller formidling. I dette projekt beskæftiger vi os med det sidste. Da vi begge kombinerer med kommunikation, søgte vi efter et emne, der kunne inddrage begge fag. Det mener vi, at udarbejdelsen af en matematik-opstilling til Eksperimentarium kan tilfredsstille.

Abstract

Projektets første del rummer en gennemgang af science centrenes historie og en præsentation af Eksperimentarium. Det er også hér vi fremsætter de mere generelle formidlings-aspekter ved populariseringen af matematik. I projektets anden del giver vi en matematisk beskrivelse, af den matematik, kortprojektioner, vi vil udsætte for popularisering. Populariseringen vil mere konkret foregå vha. en såkaldt "hands on"-opstilling til matematik-øen på Eksperimentarium. Anden del sluttes med et forslag til en sådan optilling.

Projektet skal løbe videre i foråret 1994, hvor vi foretager en videre-udvikling og evaluering af opstillingen som et kommunikations-speciale.

Tak til:

- Bernhelm Booss-Bavnbek for vejledning i projektperioden.
- Nils Hornstrup, udviklingschef på Eksperimentarium, for godt samarbejde og deltagelse i interview, samt udstedelse af årskort til Eksperimentarium.
- Mogens Esrom Larsen, Matematisk Institut KU, for deltagelse i interview.
- Anders Madsen, IMFUFA RUC, for deltagelse i interview.

Kom til kort med matematik på Eksperimentarium

- Et forslag til en opstilling

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

Indhold

Indledning

"Se, se, jeg kunne skille knuden ad", lyder det over "knudebordet". Et andet sted kan man høre:" Nu fik jeg endelig samlet de 7 træstykker til en terning". Rigtigt gættet, vi er på "matematik-øen" på Eksperimentarium i Hellerup.

Eksperimentarium er et science center, der populært formidler emner af naturvidenskabelig og teknisk karakter. Den metode, der bruges til formidling kaldes "hands on"- princippet, hvor det er meningen, at de besøgende selv skal prøve sig frem. På Eksperimentarium handler det nemlig om - i modsætning til mere traditionelle museer - at pille ved opstillingerne. Alle skilte med "Må ikke berøres" er væk. Eksemplerne i starten er bare 2 ud af Eksperimentariums ca. 250 opstillinger.

Alle opstillingerne er lavet sådan, at publikum kan "lægge hånd" på dem. Når man skal formidle matematik på denne interaktive måde, må man på forhånd gøre sig klart, at man kommer i visse problemer. Matematik har nemlig ikke altid samme konkrete fænomenside, som f.eks. fysik og biologi, at støtte sig til.

For os lød det umiddelbart som om, at der lå en kæmpe modsætning: Formidling af det abstrakte på en konkret måde... det måtte undersøges nærmere. Desuden så vi en oplagt chance for at kombinere vores to overbygningsfag, matematik og kommunikation, på en spændende måde. Denne problematisering har ledt os frem til *problemformuleringen:*

> *"Hvilke problemer er der forbundet ved at formidle matematik på den interaktive måde, Eksperimentarium gør det?"*

Vi mener, at den måde hvorpå vi bedst kan svare på det, er ved at gennemgå den proces, det er, selv at lave en opstilling. Så projektrapporten er skrevet med det *formål:*

> *"At lave et forslag til en matematik-opstilling til Eksperimentarium"*

Den opstilling, vi vil lave et forslag til, handler om kortprojektioner. Selve opstillingen er inspireret af et tidligere forslag til en opstilling, der pt. står som en træmodel i kælderen på Eksperimentarium, som vi har fået lov til at udvikle videre på. Det, at der lå noget, som der allerede var tænkt nogle tanker over og som Eksperimentarium var meget interesserede i, gjorde udslaget i valg af emne. For os var det nemlig vigtigt, at Eksperimentarium var interesserede i det vi lavede og det gjorde samtidig at vores motivation blev yderligere skærpet.

Der findes en stor mængde populærvidenskabelig matematisk litteratur på internationalt plan, men det har været praktisk taget umuligt for os at finde noget, om hvordan man faktisk laver en populær formidling af matematik. Imidlertid har den internationale organisation ICMI[1] udgivet bogen "Popularization of Mathematics" i 1990, som vi har trukket meget på.

En anden bog vi også har benyttet meget, er Victor J. Danilovs "Science and Technology Centers" fra 1982. Danilov giver en fyldig gennemgang af science og teknologi centrenes historie. Dette har vi ikke kunne finde andre steder.

Projektrapporten er blevet til med henblik på at dække modulkravet til matematik-uddannelsens 3. modul i formidlings-varianten. Rapporten er således skrevet ud fra et formidlingsperspektiv. Det er meningen, at vi skal fortsætte raffineringen og evalueringen af matematik-opstillingen i foråret 1994 som et speciale på kommunikations-uddannelsen.

Rapporten falder i to dele:

I **første del** introducerer vi til science centrenes historie og Eksperimentarium. Dette har været nødvendigt for at danne os et indtryk af, hvad et science center overhovedet er og hvad det vil sige, at lave en opstilling til sådan et sted. Desuden ser vi på forskellige medier til populær formidling af matematikken.

I **anden del** tager vi hul på det mere konkrete. Først giver vi en introduktion til nogle udvalgte kortprojektioner. Dog vil vi give en matematisk redegørelse for de projektioner, der anvendes i opstillingen, fordi vi synes, det er nødvendigt at have sit faglige bagland i orden, når man formidler, ellers bliver det bare tom snak. Projektionerne er Archimedes', den gnomoniske og den centralcylindriske. Dernæst skriver vi om de retningslinier, man kan følge, når man laver en opstilling. Det munder ud i et konkret forslag til en opstilling om kortprojektioner på Eksperimentarium.

Projektet sluttes med en afrunding, hvor vi søger problemformuleringen besvaret.

[1] International Commission on Mathematical Instruction.

DEL I

Generelle del

Indledning

Denne del af rapporten handler om de mere generelle overvejelser vi har gjort os i forbindelse med populær formidling af matematik. Kapitel 1 er et tilbageblik på science centrenes historie. Eksperimentarium er det første museum i Danmark, der i større stil bygger på "hands on"-konceptet. Derimod har det med stor succes været brugt gennem en længere årrække i udlandet. Vi synes, det er en spændende historie, hvordan udviklingen er foregået fra omkring år 1600, hvor den engelske filosof Francis Bacon kommer med de første idéer til, hvordan man kunne lave et teknisk og videnskabeligt museum.

Kapitel 2 giver en præsentation af Eksperimentarium. Det er vigtigt for os at kende det sted, vi skal lave opstillingen til, og hvilket forum den skal indgå i. Vi har også gravet ned i den korrespondance, der var mellem Eksperimentariums udviklingschef Nils Hornstrup og de to matematikere, Anders Madsen fra RUC og Mogens Esrom Larsen fra KU, Eksperimentarium havde tilknyttet, dengang matematik-opstillingerne skulle udarbejdes. I dette materiale har vi fundet mange spændende betragtninger, som vi selv har brugt og visse af dem har vi gengivet. Vi bringer også en præsentation af matematikken på Eksperimentarium og en gennemgang af tre opstillinger.

I Kapitel 3 ser vi på forskellige medier til formidling af matematik. Det følgende citat er en ordveksling mellem en TV-producer fra BBC og matematikeren E. C. Zeeman fra Hertford College i Oxford, som skulle holde en forelæsningsrække, der skulle optages til TV. Det illustrerer meget godt, at der ofte er en verden til forskel mellem matematikere og medie-folk:

"Z: Mathematics is about theorems and proofs, so I should really give some famous proofs.

BBC: But we can't have you in front of a blackboard with the back of your head to the camera.

Z: That's OK, I'll use an overhead projector.

BBC: No, no, it'll be too much of a school image.

Z: But proofs are beautiful and can be deeply inspiring.

BBC: You miss the point: We have to *entertain* the audience otherwise they'll switch off.

Z: But proofs *can* be entertaining, and indeed enjoyable og riveting.

BBC: We strongly advise you not to give proofs.

Z: I insist on giving proofs.

BBC: We forbid you to give proofs.

Z: In that case you can go and jump in the lake, because I'm paid by the RI

> [Royal Institution] to lecture to an audience of young persons, and if you don't want to broadcast it, you needn't." [Howson og Kahane, 1990, side 195]

Desuden ser vi nærmere på matematik i skolen og "hands on"-princippet til formidling af matematik.

Kapitel 1.
Science og teknologi centre

Science og teknologi centre afviger fra almindelige museer på mange måder. F.eks. er de ikke objekt orienterede og for det meste udfører de ikke forskning eller udgiver faglige skrifter. Centrene søger at øge den folkelige forståelse for videnskab og teknologi på en lettilgængelig og underholdende måde, som ikke forudsætter en speciel interesse eller forudsætning.

Det koncept science centre af nyere tid bygger på, er det såkaldte "hands on"-princip. Det er nemlig meningen, at den besøgende skal lege og eksperimentere sig frem til forståelse og indblik i forskellige naturvidenskabelige fænomener og discipliner ved aktiv deltagelse. Science centrene var med deres museumspædagogik i stand til at belyse naturvidenskaberne, deres resultater og anvendelser på en helt ny og spændende måde [Hansen og Hornstrup 1986].

Senere har den populære udstillingsform da også spredt sig til næsten alle lande verden over. Centrenes popularitet skyldes uden tvivl den nye museumspædagogik. Udover udstillinger tilbyder mange centre særudstillinger af lokal interesse, foredrag og undervisning af skoleklasser. Organisationer eller foreninger kan også blive undervist i emner af speciel interesse.

Det idé grundlag som alle science centre bygger på, er et gammelt kinesisk ordsprog:

Jeg hører og jeg glemmer,
Jeg ser og jeg husker,
Jeg gør og jeg forstår.

De emner, der er på science centrene, er hentet fra resultater i grund- og anvendelsesforskning og dækker områder som bl.a. fysik, kemi, biologi, geologi, astronomi, matematik, teknik og medicin.

Science centre er lavet som en slags "gør-det-selv"-museer, som hviler tungt på mekaniske, elektroniske, audiovisuelle og andre udstillingsteknikker til formidling. Trykke på knapper, dreje håndtag, løfte vægte og andre interaktive metoder bliver brugt for at tiltrække og involvere de besøgende.

1.1. Udenlandske science og teknologi centre[2]

I 1973 blev der i USA stiftet en sammenslutning af science centre, der fik navnet "Association of Science-Technology Centers" (ASTC). Foreningen var dannet for at betjene museer, der søgte at kommunikere en bedre folkelig forståelse for videnskab og den teknologi, der bliver afledt deraf.

For at blive medlem skulle museet være i stand til at give de besøgende et, i bogstaveligste forstand, første-håndsindtryk med naturvidenskaben. Museerne skulle desuden have undervisningsprogrammer og være med til at fostre interessen for naturvidenskabelige, tekniske og industrielle karrierer blandt unge mennesker.

Science centrene er blevet beskyldt for at være for meget under indflydelse af forskellige virksomheder og industrien, og mange udstillinger kommer let til at virke som en reklamesøjle. Desuden er centrene anklaget for at have for mange endeløse rækker af knapper og håndtag uden noget budskab. For øvrigt kan centrene ikke dække alle emner og måske kan de til tider overse eller misforstå noget, og derved komme til at give de besøgende et forkert indtryk at emnet.

Den spæde start

De fleste af nutidens science centre er fortrinsvis bygget efter 1960, men ideen om at skabe en forståelse for naturvidenskab og teknik blandt ikke-videnskabeligt uddannede folk er af ældre dato. En af de tidligste personer, der havde tanker om at lave et museum for videnskabelige og tekniske metoder og opfindelser var den engelske filosof Francis Bacon omkring 1600. I sin bog The New Atlantis beskriver han et land, hvor man kunne vise videnskabens og teknikkens praktiske betydning. Dette land kalder han "The House of Salomon". Den beskrivelse han giver af landet minder meget om vore dages science centre. Vi bringer hér det uforkortede citat fra "Hands on Science - An Introduction to the Bristol Exploratory"[3]:

> "... perspective-houses, where we make demonstrations of all lights and radiations; and of all colours; and out of things uncoloured and transparent, we can represent unto you all several colours; not in rainbows, as it is in

---

2 Hvor intet andet er angivet, er "Science and Technology Centers" af Victor J. Danilov, 1982 kilde.

3 Oprindeligt stammer citatet fra: Francis Bacon, *The Advancement of Learning and New Atlantis*, ed. Arthur Johnston (Oxford, 1974), side 243-246.

gems and prisms, but of themselves single. We represent all multiplications of light, which we carry to great distance, and make so sharp as to discern small points and lines; also all colorations of light: all delusions and deceits of the sight, in figures, magnitudes, motions, colours: all demonstrations of shadows. We find also divers means, yet unknown to you, of producing light originally from diverse bodies. We produce means for seeing objects afar off; as in the heaven and remoter places; and represent things near as afar off, and things afar off as near; making feigned distances. We have also helps for sight, far above spectacles and glasses in use ... We make artificial rainbows, haloes, and circles about light. We represent all manner of reflexions, refractions, and multiplications of visual beams of objects ...

We have also sound–houses, where we practise and demonstrate all sounds and their generation. We have harmonies which you have not, of quarter–sounds, and lesser slides of sounds ... We represent and imitate all articulate sounds and letters, and the voices of and notes of beasts and birds. We have certain helps which set to the ear do further hearing greatly ... We have also means to convey sounds in trunks and pipes, in strange lines and distances.

We have also engine houses – Also fire works for pleasure and use. We imitate also flights of birds; we have some degrees of lying in the air; we have ships and boats for going under water, and brooking of seas; also swimming–girdles and supporters. We have divers curious clocks, and other like motions of return, and some perpetual motions. We imitate also motions of living creatures, by image of men, beasts, birds, fishes, and serpents ...

We have also a mathematical house, where are represented all instruments, as well of geometry as astronomy, exquisitely made.

We have also houses of deceits of the senses; where we represent all manner of feats og juggeling, false apparations, impostures, and illusions; and their fallacies. And surely you will easily belive that we have many things truly natural which induce admiration, could in a world of particulars deceive the senses, if we would disguise those things and labour to make them seem more miraculous." [Gregory, 1986, s. 26–27]

Bacon giver faktisk en hel opskrift på, hvordan man kan indrette et "House of Salomon", og som vi senere skal se, blev der bygget et center efter Bacons foreskrifter.

I det 17. århundrede foreslog den franske filosof, videnskabsmand og matematiker René Descartes, at man kunne lave et museum, der indeholdt videnskabelige og tekniske instrumenter.

På dette tidspunkt var de eneste tekniske "museer" private samliger. I 1675 foreslog den tyske matematiker og filosof Gottfried Wilhelm Leibniz at man satte samlingerne på museum og gjorde dem offentlige. Han mente, at på sådan et sted kunne man gøre komplicerede ting i naturvidenskaben klart for folk:

> "Det ville blive et sted, hvor man kan udveksle informationer og det vil blive et museum for alle ting der overhovedet er muligt at forestille sig"
> [Danilov 1982, s. 14, (vores oversættelse)][4]

Da Leibniz sagde disse ord, var der ingen som tog notits af dem. Men kun nogle få år senere i 1683 åbnede verdens første museum med en naturhistorisk samling på Oxford University i England. Samlingen var skænket af Elias Ashmole og museet fik navnet "The Ashmolean Museum".

Da den industrielle revolution så småt begyndte at starte, var der forskellige foreninger, der var interesserede i at lave samlinger af industrielle modeller og som udgav guider til befolkningen om modellerne. En af disse organisationer var den engelske "Society for the Encouragement of Arts, Manufactures, and Commerce" fra 1754. En anden var den amerikanske forening fra 1766 i Philadelphia "American Society for Promoting and Propagating Useful Knowledge" og som havde et samarbejde med "American Philosophical Society".

Op gennem 1820'erne åbnede de første mindre tekniske institutter i USA, for at give undervisning i tekniske fag og som et slags udstillingsvindue for industrien. "Franklin Institute of the State of Pennsylvania for the Promotion of Mechanic Arts" blev etableret i 1824 på foranledning af Samuel V. Merrick. Han var utilfreds med, at det ikke var til at skaffe viden om naturvidenskab med mindre man var indskrevet på en undervisningsinstitution. "Franklin Institute" tilbød undervisning i emner som mineraologi, kemi, natur filosofi, mekanik, arkitektur og matematik.

---

[4] Originalkilden er G. W. Leibniz: "An Odd Thought Concerning a New Sort of Exhibition" i *Leibniz Selections*, Philip Wiener, ed. (New York: Charles Scribner's Sons, 1971), side 585-594.

Indtil nu havde videnskab og kunst været udstillet side om side på de samme museer og var af mange blevet opfattet som to uadskillelige faktorer. Men med åbningen af "Science Museum" i England i 1909 fik videnskaben sit eget museum. I de følgende år blev denne samling af naturvidenskabelige og tekniske artikler en af verdens største.

En ny tilgang

Allerede i 1897 havde G. Browne Grode, der var direktør for U.S. National Museum, udtalt at:

> "The museum of the past must be set aside, recontructed, transformed from a cemetery of bric-a-brac into a nursery of living thoughts. The museum of the future must stand side by side with the library and the laboratory, as part of the teaching equipment of the college and university and in the great cities cooperate with the public library as one of the principal agencies for the enlightenment of the people." [Danilov, 1982, s. 19][5]

Grode var forud for sin tid, fordi det han ønskede, var at lave en *folkelig* formidling af naturvidenskaben og teknikken. Godt nok havde der været formidling af naturvidenskab og teknik før, men det havde næsten kun været forbeholdt den mere velstillede del af befolkningen. Han nåede dog aldrig selv at udføre sine ideer, da han først udtænkte dem i tiden op til 1897, som var året for hans død.

Den første til at tage den nye tilgang op var den tyske elektroingeniør Oskar von Miller. "Deutsches Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik" i München fra 1882 lagde stilen om på von Millers opfordring, så museet også behandlede emnerne på en mere lettilgængelig måde. Han sagde om det nye museum, at det viser udviklingen og teknologien fra mange naturvidenskabelige emner på en måde, som let kan forstås af alle mennesker. von Miller var også banebrydende på andre områder. Han brugte nemlig nye udstillingsteknikker, som udstilling af modeller, der virkelig havde været brugt, en model af en kulmine, man kunne gå igennem, en u-båd, der var skåret over på tværs, og udstillinger der kunne aktiveres af de besøgende. Denne udstillingsform kunne fange folks fantasi. von Miller gjorde klart, at:

> "Eksperimentielle udstillinger, der skal give folk noget lærdom på et museum, må være meget simpele, fordi de bliver manipuleret med af den

[5] Originalkilde er Paul H. Oehser, *The Smithsonian Instutition* (New York: Praeger Publishers, 1970), side 87.

gennemsnitlige uøvede museumsgæst eller endda af museumsvagterne. Udstillingerne må være bygget robust og med de skrøbelige dele gemt af vejen. De skal give de ønskede resultater hurtigt og ofte kontinuerligt. Resultaterne skal være så øjensynelige, at de let kan observeres."

[Danilov, 1982, s. 20 (vores oversættelse)][6]

Man må sige, at hans retningslinier fra dengang stadig holder stik i dag.

Det stigende antal store science centre i Europa, gjorde at man også i USA ville have nogle lignende centre. "Henry Ford Museum", som åbnede i 1929 i Michigan, var det første store center i USA, men det var meget præget af kunst og mekaniske udstillinger. Det første egentlige science center i USA skulle blive "New York Museum of Science and Industy" fra 1930. Nogle personer, som støttede museet og konceptet om at lave en folkelig formidleing af naturvidenskaben, var Thomas Alva Edison og præsidenten af Yale og Towne Manufacturing, Henry R. Towne.

Amerikanerne var begejstrede for denne nye udstillingsform, med udstillinger der kunne bevæge sig og at det tilmed var publikum, der kunne få dem til det. Allerede i 1933 kunne et nyt stort museum åbne i Chicago - "Museum of Science and Industry". Det er i dag det ældste science center i USA, fordi "New York Museum of Science and Industry", på trods af amerikanerne store interesse for science centre, gik fallit i 1950'erne pga. manglende publikumstilstrømning og bevillinger.

Et af de i dag bedst kendte centre åbnede i Philadelphia i 1934 - "Franklin Institute Science Museum". Det var en udløber af det museum Franklin instituttet åbnede i 1824. Som mange andre af tidens science centre var også "Franklin Institute Science Museum" af udpræget historisk karakter. Især de europæiske museer havde gjort stor ære ud af at have gamle videnskabelige og tekniske instrumenter udstillet. Bl.a. havde "Institutio e Museo di Storia delle Scienza" i Firenze Galileo Galileis teleskober udstillet. Men det var imidlertid "Franklin Institute Science Museum", som var foregængeren og grundlæggeren til den nyere tids science centre.

6 Originalkilde er Oskar von Miller, *Technical Museums as Centers of Popular Education*, Deutsches Museum, München, 1929, side 4.

Science centre af nyere tid

Efter 2. verdenskrig var de historiske samlinger var så småt ved at glide ud, for at blive afløst af mere interaktive udstillinger. Fremfor af fokusere på fortiden, var man fra science centrenes side begyndt at skue ind i fremtiden. Science centrene udviklede sig fra at være mere end bare "museer" til at være centre i populær naturvidenskabelig formidling og var ofte involverede i videnskabspolitiske diskussioner.

Denne udvikling skyldtes, at verden var blevet mere kompleks, fordi folk generelt begyndte at blive bedre uddannede. De krævede at vide mere om den videnskabelige og teknologiske verden, der omgav dem. Samtidig holdt radio og TV deres indtog i folks hjem i denne periode og lagde mere beslag på deres tid. Forvent med disse mediers lettere formidlingsgenre, krævede folk også at blive underholdt, når de endelig en gang i mellem kom på museum i den mere og mere sparsomme fritid.

Det første nutidige science center var "Palais de la Découverte" i Paris, som åbnede i 1937. Aktiviteterne var for de flestes vedkommende tilrettelagt af Jean Perrin. "Palais de la Découverte" havde overhovedet ingen genstande i glasmontre i modsætning til alle foregængerne. I stedet for søgte de, at forklare naturvidenskabelige principper og tekniske anvendelser til den brede befolkning ved at lade studenter fra Paris' universitet udføre eksperimenter. Perrins mål med centret var:

> "... at kaste opmærksomhed på fremskridt i videnskab og teknologi; at udvikle den videnskabelige ånd og derved kvaliteterne ved præcision, af relevant kritik og af den uvildige bedømmelse; at illustrere undervisning på alle niveauer; at give lærerne mulighed for at bringe deres viden up-to-date; at orientere de unge mod en karriere, der stemmer overens med deres evner og interesser; at deltage i genbrug; at gøre alle i stand til at finde en plads i den moderne verden under de bedste forhold."
>
> [Danilov, 1982, s. 30 (vores oversættelse)][7]

Demonstationerne i "Palais" behandlede emner som astronomi, biologi, kemi, geografi, matematik, medicin og fysik. Ud over dette tilbød de også offentlige lektioner, videnskabelige film, midlertidige udstillinger, felt-ture og åbent-hus arrangementer i laboratorierne for unge mellem 14 og 18 år.

---

[7] Originalkilde er "A visit to the Palais de la Découverte", Revenue Du Palais de la Découverte, juli 1975, side 37.

I 40'erne begyndte "Museum of Science and Industry" i Chicago og "Deutsches Museum" i München at lave forandringer. Museet i Chicago udskiftede deres udstillinger, så de drejede sig om mere tidssvarende videnskab. "Deutsches Museum" var blevet bombet under 2. verdenskrig og skulle bygges op igen. Det genopbyggede museum fik udstillinger, der lagde mere vægt på nutidig videnskab og teknologi. Mange andre museer undergik en lignende forandring i samme periode, bl.a. "Boston Museum of Natural History" fra 1830 og "National Science Museum" i Tokyo fra 1877.

Op gennem 60'- og 70'erne åbnede mange science centre verden over: "Nagoya Muncipal Science Museum" i Japan i 1962, "Evolution" i Eindhoven i Holland i 1965 og "Lawrence Hall of Science" i Berkeley i Californien i 1968.

I 1968 åbnede "Exploratorium" i San Francisco. Foregangsmanden var en professor i fysik, Frank Oppenheimer fra University of Colorado. Oppenheimer kritiserede andre science centre for ikke at inddrage skolevæsenet i aktiviteterne. Han mente, at centernes aktiviteter og muligheder skulle inddrages i de lokale skoler og kunne fungere som et supplement til den traditionelle undervisning. I filmen "Forskningens forlystelsespark" udtaler Frank Oppenheimer:

> "Meningen med Exploratrium er, at folk skal forstå deres omverden. For hvis folk opgiver at forstå deres fysiske omverden, opgiver de også at forstå det sociale og politiske. Hvis man holder op med at undersøge tingene, og tingene fortsat ændrer sig, er det ude med én."

Større forståelse for naturvidenskab, giver i følge Oppenheimer, altså større forståelse for én selv.

Åbningen af "Lawrence Hall of Science" var også ment som et tilbud til supplement til skoleundervisningen. Centret havde tilknytning til University of California og var navngivet efter Nobelprisvinderen i fysik Ernest O. Lawrence.

"Ontario Science Centre" i Toronto åbnede i 1969. Hér lagde man vægt på at også canadierne skulle have et center for folkelig formidling af naturvidenskab. Det var yderligere blevet vedtaget, at 80% af udstillingerne skulle behandle moderne videnskab. Centret udmærker sig ved at være meget imødekommende for de besøgende:

> "Vi frapperades av öppenheten mot besökaren, där fannes ett minimum av avskiljande barriärer och ett stort förtroende för människors förmåga att akta och hantera också dyrbar utrustning". [Carlsson og Ågren, 1982, s.8]

Målsætningen for centret var for det første at stimulere interessen for naturvidenskab og teknologi blandt unge. For det andet ville centeret, til alle aldersgrupper, vise anvendelser af videnskab og teknologi og hvilken indflydelse det har på livet og miljøet.

I starten af 1980'erne åbnede "Bristol Exploratory" med neuropsykologen og hjerneforskeren professor Richard Gregory ved University of Bristol som direktør. Gregory var meget begejstret for Bacons ideer og opbyggede "Exploratory" efter hans foreskrifter:

> "What Bacon described three and a half centuries ago, is the essence of our Exploratory" [Gregory, 1986, s. 26].

"Exploratory" beskæftiger sig med menneskelige evner, som f.eks. sanser, intelligens og muskelfunktion. Også mekaniske principper og fysik er repræsenteret og hvordan de er kombineret i teknologien. Den sidste store emnegruppe er kunstig intelligens og robotter.

Centret drives efter koncepten, at publikum skal lære ved at lege og ud fra den grundlæggende idé at centret skal undgå at træde ind i en lærerrolle. Det er meningen at folk - både børn og voksne - skal give sig selv tid at opdage interessante fænomener og selv udføre simple eksperimenter [Gregory, 1986].

Det sidste nye store skud på stammen er "Cité des Sciences et de L'industrie de La Villette" fra 1986. Det er verdens største center med et hav af faciliteter: Bl.a. permanente og midlertidige udstillinger, et akvarium, en OMNIMAX–biograf, et multimedie–bibliotek og et internationalt konferencecenter. Hele området strækker sig over 550.800 m² og ud af disse udgør udstillingsområdet 28.350 m² med en kapacitet på 15.000 daglige besøgende [EXPLORA, 1993][8]. Til sammenligning har Eksperimentarium en udstillingsareal på 6.000 m².

Roger Lesgards er præsident for "La Villette" og han siger, at centrets mål er, at give folk en bredere forståelse for den verden vi lever i, og at gøre opmærksom på de farer og muligheder, der er i den, så man kan få et indtryk af hvad fremtiden bringer. Centret efterlever målet ved at have et budskab, som de kommunikerer til publikum:

> "Don't blindly entrust experts with the fate of future generations" [EXPLORA, 1993, s. 3]

[8] EXPLORA er guiden til centret: EXPLORA - Guide to the permanent exhibitions (english issue), Pub. Direction de la Communication et de la Promotion, april 1993, 128 sider.

"La Villette" vil overraske og tryllebinde folk og håber på denne måde at vække deres interesse og nysgerrighed for naturvidenskab og teknik. Missionen er da at give folk appetit for at lære noget og udvide deres kundskaber. Desuden vil centret give de besøgende forståelse for de hurtige ændringer, nyopdagelser og fremskridt i videnskaben og teknologien [EXPLORA, 1993].

Science og teknologi centre har således udviklet sig fra at være historiske samlinger til interaktive oplysnings- og uddannelses-institutioner. Centrene er populære verden over og er med deres lettilgængelige formidling til glæde for millioner af mennesker.

1.2. Forskellige typer science centre

Science centre kan have mange funktioner. Men de alle opbygget efter filosofien, at kendskab til naturvidenskab, teknologi, industri og medicin er sjovt, og at den mest effektive måde til at lære om det på er gennem interaktive udstillinger. Man kan groft inddele centrene i 3 typer: de alsidige centre, de specialiserede centre og de begrænsede centre.

Alsidige centre
Disse centre er typisk store og vidtfavnende. Som regel er det de ældre centre, der gennem årene har ekspanderet. De alsidige centre kan igen inddeles i 3 underkategorier, hvor nogle centre kan falde ind under flere.

Industrielt orienterede centre:

> Hovedvægten lægger på at fortælle om den industrielle udvikling og udstillingerne stammer fra industrien. Af denne type centre kan nævnes "Deutsches Museum" i München, som har mange udstillinger, der drejer sig om industriel teknologi, herunder også produkter og processer. I USA er bl.a. "Museum of Science and Industry" i Chicago, "California Museum of Science and Industry" i Los Angeles og "Franklin Institute" af denne art.
>
> De fleste af denne slags centre modtager en eller anden form for støtte fra industrien, enten i form at penge og/eller maskiner til udstillinger. Centrenes rolle er at fortælle om samspillet mellem naturen og forskellige industriers bidrag til den tekniske udvikling.

Uddannelsesorienterede centre:

Disse centre ledes hovedsageligt af skoler eller universiteter. Det første center af denne art var "Palais de la Découverte" i Paris. Senere kom "Lawrence Hall of Science" og "Ontario Science Center" til.

Uddannelsesorienterede centre har den rolle at udvide muligheden for undervisning i naturvidenskab. Det er især i USA, hvor skolerne ikke selv ligger inde med udstyr til eksperimentiel undervisning i f.eks. fysik og biologi, at de har den rolle. I u-landene har denne type centre opgaven at undervise masserne. Det er en svær opgave, fordi folk ofte er uden ret meget uddannelse i disse lande.

Naturvidenskabeligt orienterede centre:

Sådanne centre henter deres emner fra især fysikken og biologien. Mange af disse centre startede som naturhistoriske museer, inden de udviklede sig til interaktive centre. Bl.a. "Museum of Science" i Boston er af denne type.

Specialiserede centre

I stedet for at give et mere bredt indblik i naturvidenskab og teknik, snævrer denne type centre søgefeltet ind og lægger vægt på et specifikt emne. Grundlæggende er centrene nutidige i indhold, specialiserede i tilgang og har en undervisende filosofi. Centrene er som regel mindre end de alsidige.

Sundhedscentre:

Disse institutioner beskæftiger sig med sundhedsundervisning. Centrenes udstillinger er medicin- og sundhedsrelaterede, og de holder kurser om sundhed og sygdom. Et af de første sundhedscentre var "Cleveland Health Education Museum". Centrenes overordnede mål er at bevare den folkelige sundhed.

Energicentre:

Denne type centre af nyere dato og er for de flestes vedkommende startet af de pågældende landes energiministerier. "Federal Commision of Energy" i Mexico City generer og distribuerer energi i Mexico. Men på energiværket har også "Museo Tecnológico" hjemme. Oprindeligt behandlede museet kun elektriske emner, men har senere udvidet til også at have med transport og rumfart at gøre.

Energicentrenes mål er at øge den folkelige forståelse for råstoffer, udvinding og brug af energi.

Transportcentre:

Science centre, der har specialiseret sig i transport, er sjældne. Der findes til gengæld masser af bil–, jernbane–, luftfarts og marinemuseer. De fleste af disse museer har ét perspektiv på transport og lægger vægten på at samle objekter, der har med deres emne at gøre frem for at formidle teknikken og videnskaben bag.

Rumfartscentre:

Fortid, nutid og fremtid inden for rumfart beskæftiger disse centre sig med. Et af de mere kendte centre er "J. F. Kennedy Space Center" i Titusville i Florida, hvorfra USA's rumfærger affyres.

Centrenes opgave er at fortælle om rumfartens udvikling og hvordan opdagelser gjort i forbindelse med rumfartsudstyr også har fundet anvendelse på Jorden, som f.eks. et fjerlet isoleringsmateriale til vintertøj.

Naturcentre:

Disse er en blanding af naturhistoriske museer og science centre. De beskæftiger sig med økologi, fauna og flora. Et eksempel på et naturcenter er "Charlotte Nature Museum" i North Carolina. Centret har over 3 årtier udviklet sig fra et rent naturhistorsk museum til et science center med udstillinger og undervisningsprogrammer om naturen.

Begrænsede centre

Centrene i denne kategori er de mindste. Men er til gengæld den type centre, der er hastigst vækst.

Små centre:

De har den samme grundlæggende filosofi som de alsidige, men de har færre udstillinger og et mindre budget. Af mindre centre kan nævnes "Detroit Science Centre", "Science Center" i San Diego. Disse centre er alle forholdsvis nye og hurtigt voksende. Mange af dem vil sikkert udvikle sig til alsidige centre.

Museer med science center-komponenter:

Der findes at stigende antal traditionelle museer, der tager science og teknologi centrenes koncepter og udstillingsprincipper til sig. Det er især naturhistoriske museer, der bevæger sig i den retning. Som f.eks. "Museum of Science and Natural History" i St. Louis og "National Science Museum" i Tokyo.

Naturvidenskabelige og tekniske museer i Danmark[9]

Danmark har også museer af naturhistorisk og -videnskabelig karakter. Vi kan bl.a. nævne *"Danmarks Akvarium"* fra 1939. Museet har en udstilling af havdyr, der lever i store akvarier.

Et af Danmarks mest populære museer er *"Zoologisk Museum"* i København, som i sine udstillinger redegør for dyrenes liv efter de økologiske og dyrepsykologiske principper. Museet har sin oprindelse i et lille museum på Frue Plads, som Københavns Universitet lod opføre omkring 1770. Der blev dog først tale om en egentlig institition i 1860'erne, da det blev lagt sammen med "Det Kongelige Naturhistoriske Museum", som åbnede i 1870 i Krystalgade. 100 år senere i 1970 flyttede museet til sin nuværende adresse på Universitetsparken. Museet har, udover den offentlige udstilling, en videnskabelig samling, der dog ikke er tilgængelig for offentligheden.

"Danmarks Tekniske Museum" i Helsingør blev åbnet i 1943. Museet viser udviklingen i teknik, industri, håndværk, naturvidenskab og samfærdsel fra ældre til nyere tid. Museet har en samling af tekniske apparater, gamle flyvemaskiner og biler, og er mest at betragte som et teknologi center. Man har lagt mere vægt på at formidle teknikken frem for videnskaben bag teknikken.

I 1859 grundlagdes *"Zoologisk Have"* i et hjørne af Frederiksberg Have af ornitologen Niels Kjærbølling. Haven er blandt de ældste i verden og har siden starten af dette århundrede haft et internationalt ry. Efter en udvidelse i 1953 omfatter det totale areal 11.000 m². I Danmark er der også zoologiske haver i Ålborg, Odense, Givskud og Knuthenborg. Verden over spiller zoologiske haver en rolle i bevaringen af truede dyrearter ved at få dem til at yngle i fangenskab, og i det hele taget i oplysning og videnskab om dyr.

---

9 Kilden til dette er Lademanns leksikon. Listen er ikke en fuldstændig oversigt over samtlige naturvidenskabelige museer i Danmark.

Mineralogisk Museum blev grundlagt i 1770 af Morten Thrane Brünnich som et institut under Københavns universitet. I 1976 skiftede museet navn til *"Geologisk Museum"*. Museets mineralsamling rummer både mineraler og forsteninger, især fra Danmark og Grønland.

I midten af 1980'erne åbnede *"Planetariet"* i København. Det er en OMNIMAX-biograf, som viser film af fortrinsvis naturvidenskabelig og astronomisk art. Der er tilknyttet en astronomisk udstilling, hvor man bl.a. kan se hvordan tyngdefeltet er omkring et sort hul, hvorfor solen er rød, når den står lavt på himmelen og hvordan stjernebilledet Karlsvognen ser ud fra forskellige steder i Verdensrummet.

Det nyeste museum indenfor naturvidenskab og teknik er *"Eksperimentarium"* fra 1991. Vi henviser til kapitel 2 for en nærmere beskrivelse.

1.3. ICMI

Desværre skriver Danilov ikke noget specifikt om matematiken og dens plads i science centrenes historie, det kunne ellers have været interessant at læse. Science centrene fra gammel tid har mere været tekniske apparat-samlinger og hér har matematikken spillet et underordnet rolle. Men i Leeds d. 17-22/1989 holdt organisationen ICMI, International Commission on Mathematical Instruction, sin 5. konference om popularisering af matematik.[10]

De 4 foregående konferencer under ICMI's regi handlede om:

- Computerens og informatikkens indflydelse på matematikken og dens undervisning.
- Matematik i skolen i 1990'erne.
- Matematik som redskab.
- Matematik og intuition.

Efter hver konference er der blevet udgivet en bog. Bogen fra den 5. konference udkom i 1989 og hedder "The Popularization of Mathematics". Den består af 18 artikler skrevet af nogle af deltagerne ved konferencen. Artiklerne handler om formidling af matematik i forskellige situationer, som f.eks. i undervisning, på TV eller i udstillinger [Ed. Howson og Kahane, 1989].

Inden konferencens start trådte ICMI's planlægnings komité sammen for at undersøge problemområdet; i dette tilfælde popularisering af matematikken. Resultatet blev et

10 ICMI er en international organisation af matematikere, matematiklærere og andre formidlere af matematik.

diskussionsoplæg skrevet af A. G. Howson, J.-P. Kahane og H. Pollak: "L'Enseignement Mathematique" fra 1988. Dér trak de følgende punkter frem:

- Generelle ramme; behov og metoder i populariseringen af naturvidenskab.
- Specielle forhold i matematik-formidlingen.
- Formidlingsmetoder.

["L'Enseignement Mathematique", 1988 i "Papers on the Pop. of Math.s", 1989].

Reaktionen blandt ICMI's medlemmer var stor og i 1989 udkom "Papers on the Popularization of Mathematics". Dette var en samling artikler af de indsendte svar på diskussions-oplægget.

Under konferencen var deltagerne inddelt i forskellige arbejdsgrupper:

- Matematik i forskellige kulturer
- Matematiske emner som genstand for formidling
- Spil og "puzzles"
- Blade og bøger
- Konkurrencer
- Matematikkens og matematikernes image
- TV og film
- Filosofien i formidling

Alle arbejdsgrupper skulle lave et papir, som skulle fremlægges og diskuteres på konferencen. [Brev fra A. G. Howson af d. 12/9-1989 til alle deltagere]

Sideløbende med konferencen var der også en offentlig udstilling "Pop Maths Roadshow" i perioden 16-23/9-1989 på University of Leeds. Roadshow'et var et 2000 m² stort område med interaktive matematiske udstillinger. Herudover var der demonstrationer af film, video og computer programmer omhandlende matematik. Udstillingerne beskæftigede sig med bl.a. matematiske spil, labyrinter og knuder ["Preliminary Programme to Pop Maths Roadshow", september 1989].

IMCI tilbød også offentlige foredrag i forbindelse med Roadshow'et. Foredragene var populære og spændte vidt, lige fra et populærvidenskabeligt foredrag om matematik til et mere teoretisk foredrag om knude teori. Desuden var der også tilknyttet en boglade, som solgte alt lige fra hæfter, plakater og bøger på alle niveauer. Roadshowet var en succes. Det blev besøgt af ca. 20.000 mennesker og senere skulle det på tourné rundt i England.

I kapitel 3 vil vi bla. se på nogle af de ting, der kom frem på ICMI's 5. konference om popularisering af matematikken.

Kapitel 2.
Introduktion til Eksperimentarium

Det danske science center Eksperimentarium er et resultat af de erfaringer, man har fra lignende centre i udlandet. Disse erfaringer blev parret med ønskerne om at lave noget, der var dansk og i den forstand unikt, både i den danske museumsverden og internationalt blandt alle science centre.

Eksperimentarium blev åbnet i januar 1991 i en af Tuborgs gamle tappehaller i Hellerup. Men idéen går helt tilbage til 1985, hvor Egmont Fonden tog initiativ til at lave en undersøgelse om muligheden for at etablere et science center i Danmark. For at afprøve idéen udviklede man en forsøgsudstilling, kaldet "Menneske-her er din krop". Økonomien til denne udstilling blev sikret af tre fonde; Egmont Fonden, Augustinus Fonden og Thomas B. Thriges Fond, der den 6. november 1986 stiftede "Center for formidling af naturvidenskab og moderne teknologi" som senere skiftede navn til Eksperimentarium. [Eksperimentarium, "Pralebrochuren" 1990]

Forsøgsudstillingen "Menneske-her-er-den-krop" åbnede den 15. april 1988 og blev så stor en succes, at der var belæg for at gå videre med ideen. Egmont Fonden tilbød 25 mill. kr. til sikring af centrets drift i en årrække, indtil det har fundet et blivende driftsgrundlag. Tuborgs Bryggerier A/S stillede tappehallen på Tuborgvej til rådighed i 20 år. Den dengang siddende Undervisnings- og Forskningsminister Bertel Haarder skød 10 mill. kr. i projektet.

Med dette som grundlag gik Eksperimentarium i gang med udviklingen, og i januar 1889 var der opnået den nødvendige egenkapital på næsten 50 mill. kr for at kunne gennemføre projektet som en selvejende institution. Og i januar 1991 kunne Eksperimentarium så åbne i Tuborgs tappehal i Hellerup. [ibid.]

2.1. Eksperimentariums formål og målgruppe

Eksperimentarium har det **formål** at

- Formidle naturvidenskab og moderne teknologi til et bredt udsnit af befolkningen.

- Belyse naturvidenskabens metoder og resultater.

- Stimulere befolkningen - især børn og unge - til selvvirksomhed og fantasi.

- Give et bedre grundlag for en selvstændig stillingtagen til forvaltningen af natur og teknik ved at belyse samspillet mellem menneske, natur og teknik.

- Skabe et socialt og kulturelt samlingssted, hvor de besøgende kan få morsomme og inspirerende oplevelser, uden der stilles krav om forudsætninger.

- Danne en ny kontaktflade mellem befolkningen, dansk erhvervsliv og dansk forskning.

- Behandle emner indenfor naturvidenskab og teknik på et højt formidlingsniveau.

[Eksperimentarium, "Pralebrochuren", 1990].

Eksperimentarium har også nogle **ønsker** for fremtiden:

- at opnå en position som et familieunderholdnings- og oplysningstilbud, som danskere og sydsvenskere mindst én gang årligt vender tilbage til.

- at være et forum for tidsaktuelle og fremtidsorienterede formidlingsaktiviteter vedr. naturvidenskab og teknik [ibid.].

- at være en kulturinstitution, der i danskernes bevidsthed og i international sammenhæng er placeret på linie med landets andre centrale kulturinstitutioner. [Årsskrift, 1991].

Samtidig efterlever Eksperimentarium det **mål** "at sikre virksomhedens overlevelse på langt sigt ved tilrettelæggelse af en rationel drift, en effektiv markedsføring og ved opnåelse af offentlige og private tilskud." [Eksperimentarium, "Pralebrochuren", 1990].

Målgruppe

Publikum på Eksperimentarium er meget forskellige og spænder lige fra de mindste børn til forskere. Selv betegner Eksperimentarium deres målgruppe som "Brian fra 4. klasse og fru Hansen fra 4 sal." [Int. NH]. Målgruppen er altså meget bred og derfor er teksterne, der vejleder publikum ved opstillingerne, henvendt til alle fra 9 år og opefter.

Da der er en del mindre børn, der besøger Eksperimentarium, var den første store udvidelse "Børnenes Vandpyt". Den opstilling henvender sig primært til de 4-8-årige børn. Opstillingen indeholder 11.000 liter vand, som flyder rundt i en masse kanaler og bassiner [Årsskrift 1991].

Eksperimentarium er meget brugt af skoleklasser, som benytter lejligheden til at give naturfagsundervisningen et ekstra pift. På denne måde kan eleverne se, at det de lærer i skolen, rent faktisk er nyttigt og relevant for dem [Thulstrup, 1987]. Derudover kommer desuden også en del voksne; enten alene eller med børn.

Dog fremhæves børn og unge som den væsentligste målgruppe. Centret kan ikke kun bruges til at præsentere naturvidenskabernes og teknikkens resultater på en spændende og stimulerende måde. Det kan også yde bidrag til både den naturvidenskabelige almendannelse og måske motivere unge mennesker for en teknisk-videnskabelig uddannelse [ibid.].

Men uanset hvilken aldersgruppe eller uddannelsestrin man tilhører, er det fælles for alle de besøgende, at de har lyst til at blive underholdt og samtidig at lære noget om naturvidenskab på en utraditionel måde.

2.2. Eksperimentariums opstillinger

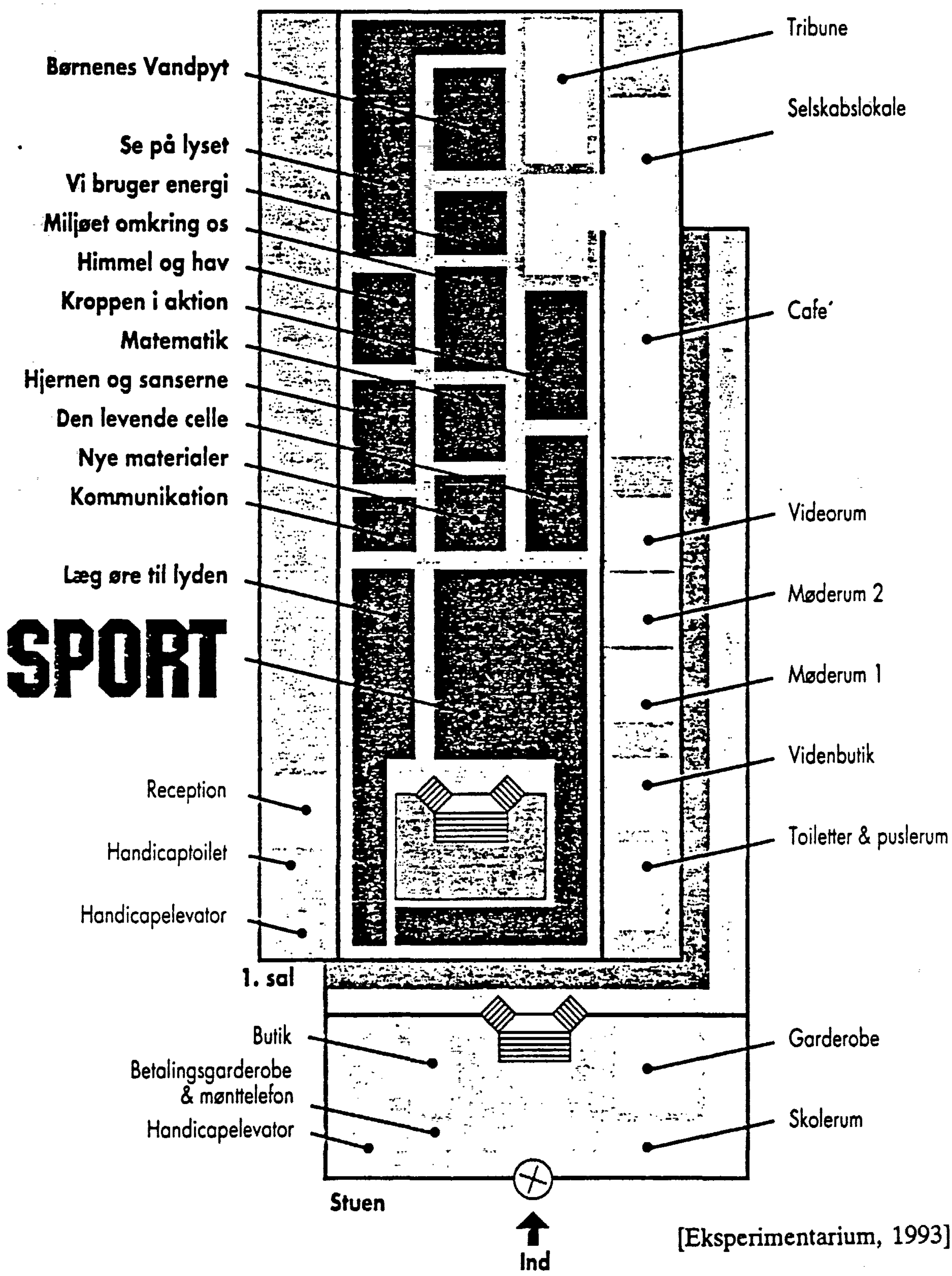
Opstillingerne på Eksperimentarium er inddelt i **3 temaer**:

"Menneske, natur og samspillet mellem natur og menneske".

Under de tre kategorier er placeret **13 temaøer**, der handler om så vidt forskellige emner som f.eks. "Vi bruger energi", "Kommunikation", "Hjernen og sanserne" og "Matematik". Indenfor temaøerne er der et antal **opstillinger**, ialt ca. 250 på hele Eksperimentarium. På næste side ses en oversigt over Eksperimentarium med de 13 temaøer.

Eksperimentarium sætter altså fokus på mennesket, naturen og samspillet mellem menneske og natur på godt og ondt. Men mennesket er også i centrum når det gælder måden at formidle på. I opbygningen af de enkelte opstillinger er der lagt vægt på at udfordre publikum på sanser, nysgerrighed og kreativitet. [Guide til Eksperimentarium 1991].

HALOVERSIGT



[Eksperimentarium, 1993]

Til alle opstillinger er der en kort tekst. Denne er opdelt i en PRØV-del og en HVAD-SKER-DER-del. PRØV-delen fortæller den besøgende, hvad man skal foretage sig på opstillingen og giver en kort forklaring på, hvad der sker, når man har sat opstillingen i gang. HVAD-SKER-DER-delen giver den besøgende en mere uddybende forklaring på hvad der sker i opstillingen. For øvrigt fortæller teksten også lidt om naturvidenskaben bag, anvendelsesmuligheder og evt. sætter den videnskaben i et samfundsmæssigt perspektiv.

Ud over de tekster der findes ved siden af hver opstilling, eksisterer der også en "Guide til Eksperimentarium". I guiden findes en beskrivelse af alle Eksperimentariums opstillinger. Der kan dog være visse problemer i forbindelse med guiden, idet der er en stor udskiftning blandt Eksperimentariums opstillinger, guiden vil derfor ikke altid være helt ajourført.

For at give et indblik i Guidens beskrivelse af opstillinger og temaer, og for at se nærmere på Eksperimentariums matematiske opstillinger, vil vi i det følgende gengive Guidens beskrivelse af matematik på Eksperimentarium. I forhold til Guiden har vi dog ikke medtaget de opstillinger som p.t. ikke eksisterer.

2.3. Matematik på Eksperimentarium

Guidens overordnede (reviderede) beskrivelse af "matematik-øen" lyder som følger:

> "Matematik-øen er placeret i hallens midterareal, hvis hovedtema er "Samspillet mellem natur og menneske".
>
> Sæbehindernes forunderlige matematik og fysik er et tema for sig, med forskellige morsomme aktiviteter placeret omkring det store sæbetårn. Her er der anledning til fri leg såvel som til fordybelse.
>
> Pythagoras' berømte læresætning er behandlet i to forskellige opstillinger. Bevisførelsen er ret vanskelig i den ene af opstillingerne. Til gengæld får man så uventet hjælp af H. C. Andersen!
>
> Ellipsekonstruktioner samt mekanismer, der kan lave koniske snit og keglesnit hører også til på matematik-øen, som en slags klassikere.

Statistik og sandsynlighed behandles i opstillingen "Plat og krone", hvor man samtidigt kaster et antal én-kroner og laver statistik på udfaldet af mange forsøg.

"Topologiske opgaver" har i de få ledige stunder ført til alvorlige frustrationer hos Eksperimentariums eget personale. Det handler om at skille nogle ting fra hinanden og sætte delene sammen igen uden at skære snoren over. Opgaverne er en alvorlig udfordring til intellektet og tålmodigheden.

Der er også muligheder for at lege med forskellige kombinationsspil og finde veje ind i fraktalernes fantastiske mysterier. En kuglebane med to fordybninger (potentialhuller) viser, at det ikke er muligt at få to kugler til at følge den samme bane, skønt de startes på samme måde, ad den samme rampe." [Guide til Eksperimentarium, 1991, s. 24]

Herefter følger en oversigt over matematik-opstillingerne:

Sæbemuren	Sæbehindefigurer
Sæbehinder i ringe	Hoppende sæbebobler
Lav selv sæbehindefigurer	Keglesnit
En ellipse er mange ting	Ellipser
Glide-symmetri	Dreje-symmetri
3-D puslespil	Topologiske opgaver
Kaotiske baner	Fraktaler
Pythagoras-spil	H.C. Andersen og Phythagoras
Plat og Krone	Soma puslespillet
Tårnet i Hanoi	

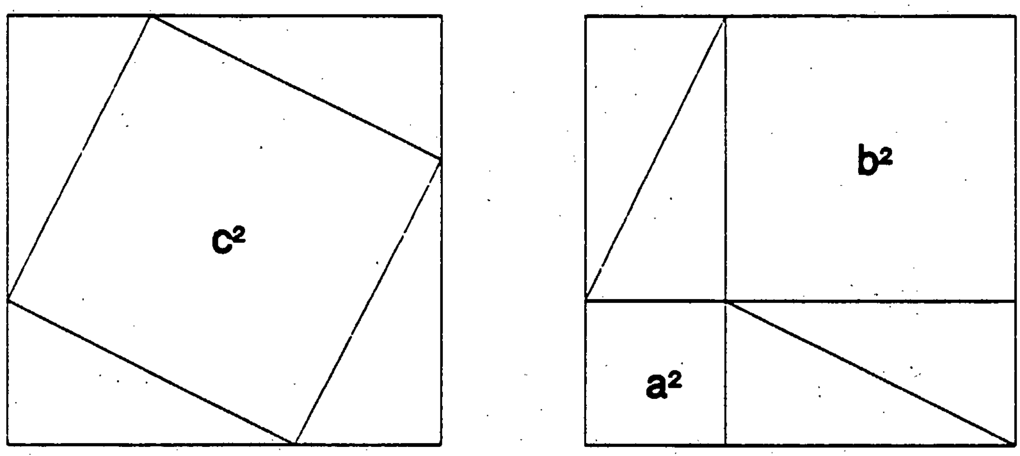
De enkelte opstillinger er desuden yderligere beskrevet mere grundigt hver for sig. Vi vil her give tre eksempler på disse beskrivelser. Den interesserede læser må henvises til Bilag A, hvor de resterende opstillinger beskrives.

"Pythagoras-spil (nr. 234)
Her vil det afsløres, "hvor mange brikker man har, at flytte rundt med..."

$a^2+b^2=c^2$ - dvs. kvadratet på hypotenusen i en retvinklet trekant, er lig med summen af kvadraterne på kateterne. Som bekendt var det Pythagoras, fra den lille græske ø Samos, der omkring år 550 f.Kr. indførte denne sætning i matematikken. Opstillingen består af et "puslespil" med kun fire brikker: Fire lige store, retvinklede trekanter.

En kvadratisk ramme med en rødmalet bund, der har sidelængden a+b, indgår også i spillet, således at den røde bunds felt/felter, ligeledes skal opfattes som nødvendige brikker. Ved at flytte rundt med de retvinklede trekanter får man et visuelt bevis på den kendte læresætning. Man skal isolere kvadratet med siden a, dernæst isolere kvadratet med siden b, og så til sidst flytte de fire retvinklede trekanter helt ud til siden for at opleve, at det store røde felt, der er tilbage, er et kvadrat med siden c, hypotenusens kvadrat.

Opstillingen kan også vise denne sætning: $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$. Prøv at "lege" lidt matematik med brikkerne – men det er nok en god idé lige at sikre sig bevisførelsen, inden man brillerer foran eleverne..." [Guide til Eksperimentarium, 1991, s. 140].



Idéen i opstillingen (tegningen findes ikke i guiden!).

Den anden Pythagoras–opstilling er en del vanskeligere at overskue – selv om man hjælpes af et H.C. Andersen–digt om "Formens evige Magie".

"**H.C. Andersen og Pythagoras** (nr. 236)

H.C. Andersen skrev i 1831 digtet "Formens evige Magie". Det var direkte inspireret af den græske filosof og matematiker Pythagoras' læresætning, om at kvadratet på hypotenusen i en retvinklet, er lig med summen af kvadraterne på kateterne, altså at $a^2+b^2=c^2$.

En retvinklet trekant, hvor hver side udgør siden på et kvadrat, danner en ramme - et polygon. De to "katete-kvadrater" har hhv. farverne grøn og blå, mens "hypotenusekvadratet" er delt - af den forlængede højde på hypotenusen - i to rektangler. De har ligeledes farverne grøn og blå. I rammen ligger der også en stor- og en lille stumpvinklet trekant, konstrueret således, at de naturligt indgår i bevisførelsen.

Kodeordet er arealberegning samt areal-sum. Ved at følge med i H.C. Andersens digt kan man, ved hjælp af de to stumpvinklede trekanter, se at Pythagoras' læresætning passer. Man skal have kendskab til arealberegning af såvel trekant som rektangel. Nøglen til løsningen ligger i, at de to "grønne arealer" er lige store, og at det samme gælder for de to "blå arealer". Dermed vil summen af disse to "katete-arealer" blive lig med de to rektangler i "hypotenuse-kvadratet". Det største af de tre arealer er farvet således, at det passer til digtet og til areal-bevisførelsen.

Opgaven vil nok virke for abstrakt på ikke-matematikere. Til gengæld vil det første Pythagoras-spil (nr. 234) være en hel del nemmere at forstå og "lege" med." [Guide til Eksperimentarium, 1991, s. 141].

H.C. Andersens digt (findes ikke i guiden!):

""**Formens evige Magie**"

Om kageformen, eller selve kagen
er hovedsagen
I denne verden, gå vi her forbi.
Jeg bringer - (ja jeg kommer til det samme)
Jeg bringer her en lille ramme
til hvad jeg skrev og kaldte poesi.
Og muligvis får rammen mest værdi,
thi den har "formernes evige magi"
og den kan stikke hjertets poesi.

Han som til dato vragede hvert stykke,
jeg bragte frem (fordi heri var skygge),
måske hos ham min ramme gør sig lykke,
thi jeg skal bringe den i formen ind,
Jeg vil den seje prosa-lyng oprykke,
og, kort sagt - lave suppe på en pind.

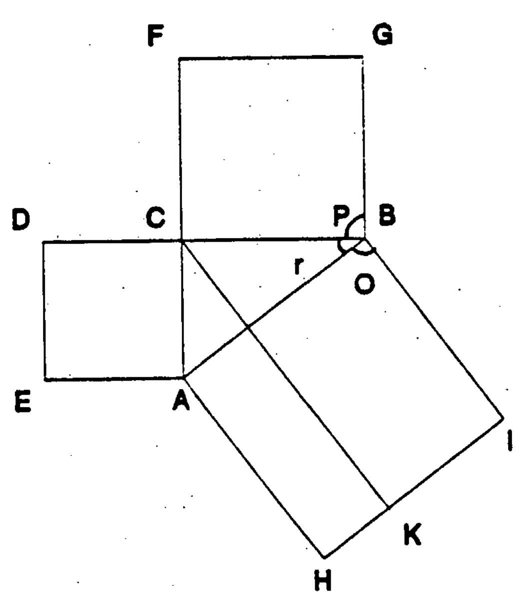
Hvad der er mest mod poesien bister,
geometriens yndede magister
Matheseos, jeg her på bladet rister,
se så! pas på enhver!

Trianglen ABC er givet her,
retvinklet og på siderne kvadrater,
beviset er nu om de to krabater
det, at kvadraterne på hver kateder
AC, BC (jeg nævner disse steder)
er just i eet og alt, som den krabat,
hypotenusen kalder sin kvadrat.

Nu gå vi da til vore præparater.
En lodret linie må man som De ved
her drage til den større side ned,

og så forlænge den endnu til K,
da vil man finde, ej det mindste mangler,
AB kvadraten ganske rigtig stå
delt (som AK, BK) i to rektangler.
(Thi tvende rette linier, man ved,
har just det generelle,
når på en tredie de stå lodret ned,
så er de også ganske parallelle.)

Nu drages en fra A til G, fra C til I,
og da er præparationen forbi.
Ej sandt, o mester! true dog ej med riset!
Nu går vi til beviset.

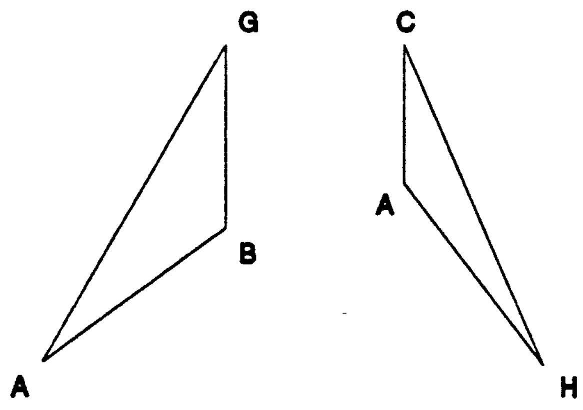


Vi har de to triangler ABG
og CBI, hos dem er vinklen p
lig vinklen o, men o er lig en ret,
ja, der er ingen, som vil nægte det,
thi rette vinkler er der i kvadrater,
nu vinklen r lig vinklen r. Ej sandt?
(thi sund fornuft kan sige,
hver størrelse jo med sig selv er lige.)
Således p plus r lig o plus r man fandt,
(her i figuren stå de små krabater.)
Når nu til begge bliver lagt,
en lige sum, er da tilvejebragt,
(Nu er vi med beviset snart forbi,
det stærkt mod enden lider.)
Se vinklen ABG lig CBI,
AB er lig BI, BG er lig BC,
(i en kvadrat er lige store sider),
derfor, så sandt som tre altid er tre,
(to sider og en vinkel vil os lette),
trianglen ABG vi her vil sætte
lig CBI (og det er intet træf).
Nu ABG er lig en halv BF
pas på!
Nu CBI er lig en halv BK.
(Husk: lige stort for lige stort kan gå.)
Ens er divisor, ens er dividenden;
ens bliver altså også kvotienten,
og ad den samme vej fås:AD er lig AK.
Der har du måden
snart som Pythagoras man løser gåden.

Ja løst, beviset – du store trylleri!
Du himmel tak – at det nu er forbi!
thi slige vers er ikke narreri,
de løbe vel, som var der intet i –
– Her var jo fornuft og form, magi.
(det sidste vil jeg håbe,
og denne form er i det mindste fri
for hvad der dæmper slemt en melodi:
En mudderdråbe)
Fornuft og form har skabt – poesi,
her ser man "formens evige magi"."

H. C. Andersen

I opstillingen er der desuden to flytbare trekanter, hvor dimensionerne i forhold til den ovenstående tegning er skrevet på:



Topologiske opgaver (nr. 231)
"Topologi er den gren inden for geometrien, der behandler de egenskaber ved figurer, som er uafhængige af form og størrelse, og som forbliver uændret ved en i begge retninger entydig og kontinuert afbildning af en figur på en anden" (citat fra Gyldendals leksikon). Man kan også sige at topologi er læren om den eksakte fremgangsmåde eller behandling af de trinløse deformationer.

I denne opstilling er en lukket, kraftig snor, der går igennem forskellige plastikfigurer, det perfekte eksempel. De trinløse deformationer består i alle de adskillelser og samlinger af snor og figur, der kan laves, uden at man klipper snoren over!

Der er i alt ti "pusleopgaver". Ni af dem kan "løses" i den forstand, at snor og figur er topologiske adskilte elementer. I den 10. pusleopgave kan snor og figur kun adskilles, hvis snoren klippes over. Opgaven er krævende mht. tid og koncentration [Guide til Eksperimentarium, 1991, s. 138].

Det er denne opstilling vi henviser til som "knude-opstillingen" eller "knude-bordet".

Kommentarer til de tre udvalgte opstillinger.
Grunden til at det er spændende, at have opstillinger om Pythagoras' læresætning med på matematik-øen er, at det er noget, de fleste kender. Det er ikke sikkert alle husker, hvad den betyder, men de fleste ved, at det er noget de engang havde i skolen. Disse opstillinger kan dog ikke henvende sig til folkeskolens mindste klasser, da f.eks. en 9-årig ikke har haft om Pythagoras endnu.

Selvom Pythagoras' læresætning er kendt, er det svært intuitivt at se, at den er rigtig. Opstillingen "Pythagoras-spil" viser læresætningen intuitivt. Selvom intuition langt fra er nok til et bevis, kan den alligevel give en konkretisering af den abstrakte ligning $a^2+b^2=c^2$. Det er vores erfaring, at det ofte giver en bedre forståelse for tingenes sammenhæng. Det er netop på dette felt - konkretisering - at Eksperimentarium med "hands on" konceptet har sin styrke. På den måde kan man få abstrakte funderinger konkretiseret i en opstilling.

"H.C. Andersen og Pythagoras" er en lidt anderledes og mere indviklet opstilling. Som der står i guiden, vil den nok virke meget abstrakt på ikke-matematikere. Det er således heller ikke en af de meget besøgte opstillinger, og overlever nok en del på, at det er sjovt, at H.C. Andersen har digtet om Pythagoras' læresætning. For skolelæreren er den også svær umiddelbart at gå til, med mindre man på forhånd kender H.C. Andersens digt, så man ved hvad man skal forklare eleverne.

Når alt det negative nu er sagt, må man sige, at det faktisk er en sjov og anderledes måde at lære et bevis på. Det er en glimrende idé til, hvordan man kan formidle abstrakte beviser på en mere let tilgængelig facon. Nogle skolebogsforfatterne kunne her finde lidt morskab til matematikbøgerne.

Den sidste beskrevne opstilling, om topologi, er en af de mest besøgte opstillinger på Eksperimentarium. De besøgende kan stå lang tid og prøve at skille de forskellige knuder. Umiddelbart kan man måske få den tanke, at denne "leg" intet har med matematik at gøre, det fortælles f.eks. ikke, at matematikken faktisk kan afgøre, hvorvidt en given knude kan løses eller ej. I denne opstilling får folk altså ikke indblik i topologien. Men matematikken i opstillingen ligger på et helt andet plan. Det Eksperimentarium vil, er nemlig at få folk til at bruge en tankegang af matematisk karakter. Denne diskussion vil vi tage op i kapitel 3 om matematik og "hands on".

2.4. Hvordan kom Eksperimentarium i luften[11]

Ideen om hvilke emner, der skulle være repræsenteret på Eksperimentarium, var for en stor dels vedkommende, inspireret af hvad der var på science centre i udlandet, især "Exploratorium" i San Fransisco. Ideerne kunne også affødes af medarbejdernes interesse i bestemte emner. F.eks. var en biologi-uddannet medarbejder interesseret i at belyse noget om miljøproblemer. Andre medarbejdere med andre baggrunde syntes noget andet var vigtigt og på denne måde fik Eksperimentarium stykket en mosaik af emner og interesseområder sammen [Int NH].

Udsendinge fra Eksperimentarium havde både været på besøg i udenlandske science centre og havde haft besøg af konsulenter derfra. De fandt f.eks. ud af, at et tema som går igen mange steder, er lys og lyd. Desuden havde Eksperimentarium forsøgsudstillingen "Menneske - her er din krop" at hente erfaringer fra. Nogle af erfaringerne er bl.a., at det er en god idé med meget plads om hver enkelt opstilling, og at det er en god idé med piloter[12] til at hjælpe de besøgende med opstillingerne, og at det er en god idé med stærke og holdbare materialer til opstillingerne. Desuden fandt man ud af, at et museum baseret på "hands on"-pædagogikken havde gode udsigter i Danmark [Notatet "Menneske - her er din krop, Eksperimentarium første temaudstilling", 29/8-1988].

Det ville være nemt for medarbejderne ved Eksperimentarium direkte at kopiere de bedste udstillinger fra Exploratorium. Men i et brev ["Notat vedr. udstillingsopbygning" af d. 15/11-1987] af Nils Hornstrup skrives det, at aktiviteterne dér og mange andre steder umiddelbart er for fænomenprægede, enkeltstående og at aktiviteterne for meget tager deres udgangspunkt i videnskabernes grundbegreber. For ikke kun at have grundforskning repræsenteret, ville man i Danmark hellere fokusere på **anvendelserne** af vigtige fænomener, effekter og egenskaber, både i forskning, produktion og samfund. Senere i samme notat skrives der, at udstillingernes indhold skal afpasses efter de muligheder den danske skole traditionelt tilbyder. Centret kan opfattes som et tilbud til supplement til de øvrige skoleaktiviteter. Men da man fra udlandet ved, at ca. halvdelen af de besøgende er voksne, er det vigtigt også at tage hensyn til dem i valget af udstillinger og aktiviteter.

---

11 Skrevet på baggrund af interwiev med Anders Madsen (IMFUFA, RUC), Mogens Esrom Larsen (Matematisk Institut, KU) og Nils Hornstrup (udviklingschef, Eksperimentarium) + materiale fra den korrespondance, der foregik mellem de tre førnævnte under planlægningen af matematik-øens udformning.

12 Personalet i selve udstillingshallen, hjælper og vejleder publikum og foretager mindre demonstrationsforsøg.

Udformning af matematik-øen
Da man fra Eksperimentariums side fandt ud af at matematik skulle være repræsenteret[13], fik de kontakt til Mogens Esrom Larsen (MEL) fra Matematisk Institut ved Københavns Universitet og Anders Madsen (AM) på IMFUFA på Roskilde Universitetscenter. MEL og AM fik den opgave, at tilrettelægge opstillingerne til matematik-øen, sådan at den illustrerede faget [Int. MEL].

Motivationen for at gå ind i samarbejdet med Eksperimentarium var for AM's vedkommende, at han var interesseret i at lave en anderledes form for formidling af matematikken i en lettere genre end det at stå ved en tavle eller skrive en bog. Han har altid være tiltalt af at bruge tegninger og anden grafik til at forklare ting og håbede således at få nogle flere erfaringer med det [Int. AM]. MEL, som har et bredt interessefelt, var i denne forbindelse meget interesseret i geometriske "sysleopgaver", og i at få dem overført til puslespils-opgaver. Han prøvede at lave sådanne opstillinger til Leeds-udstillingen og syntes også, at det kunne være skægt at lave noget lignende i Danmark [Int. MEL]. Selvfølgelig har det også været spændende for dem, at sætte sig ind i rollen som "hands on"-formidler af matematikken og den anderledes tankegang og de udfordringer, der ligger til grund for den slags formidling i det hele taget.

AM og MEL syntes, det kunne være morsomt at lave noget originalt frem for at lave en gentagelse af noget fra udlandet. Den udstilling der havde været i Leeds d. 17-22/9-1989 var i høj grad forbilledet for dem. Men de mente alligevel, at mange af opstillingerne fra Leeds var for fænomenprægede. Ofte var der tale om nogle fænomener, man havde hentet fra matematikken, men som ikke altid blev behandlet matematisk. De syntes således ikke, at det altid var muligt for publikum at drage parallellen til matematikken. Derfor skulle det i de opstillinger, AM og MEL skulle i gang med at lave, være tydeligt at det var matematik, det drejede sig om. Mange af opstillingerne i Leeds - og mange andre steder - var af puslespilskarakter og MEL og AM ville gerne have, at man på Eksperimentarium også fik noget andet [Int. AM].

AM gav 15 forslag til matematik-opstillinger, bl.a. at der skal stå et stort dobbeltpendul på taget af Eksperimentarium. Et andet forslag var at man på 3 computerskærme kan danne sit eget keglesnit ved enten at ændre på snitplanen, at ændre på stor- og lilleaksen eller ved at ændre på koefficienterne i den dertil hørende ligning. Han havde også et forslag til at man vha en ståltrådsramme og sæbevand kan danne sine egne minimalflader. Se desuden Bilag B for den komplette liste. MEL kom med 11 forslag, bl.a. at lave H. C. Andersens bevis for Pytha-

13 I starten var der tvivl om, hvorvidt matematik skulle være repræsenteret på Eksperimentarium.

goras' læresætning og at lave en illustration af geodætiske projektioner. Se Bilag C for den komplette liste.

MEL og AM har fremsat foreslagene til opstillingerne på baggrund af hvilken matematik, de overhovedet kunne håbe på, folk kunne få noget ud af, når det bliver formidlet "hands on". I notatet ["Nogle baggrundsbemærkninger til matematik-øen"] af MEL og AM skriver de, at der er 5 postulater, der har spillet en rolle i udformningen af foreslagene:

- Matematik kan være nyttig
- Matematik kan være smuk
- Matematik kan være morsom
- Matematik kan være overraskende
- Matematik kan være opklarende

Endvidere skriver de, at postulaterne er uafhængige af hinanden og at de kan lægge til grund for matematik-formidling. MEL og AM ser det som vigtigt, at den besøgende oplever nogle af postulaterne, når han interagerer med en opstilling. Men de mener ikke, at interaktionen er værdifuld, hvis det kun sker i form af fysisk interaktivitet - "hands on". De ville også bestræbe sig på at give de besøgende "minds on" i forbindelse med matematik-opstillingerne. De emner, der tages op, har nemlig ofte en ikke-fysisk eksistens og er udtryk for ideer og tankerækker, som så bliver forankret i udstillede fysiske genstande. Og for at give det fulde indblik, bliver man nødt til også at involvere den besøgendes tankevirksomhed.

AM og MEL ville i opstillingerne bl.a. spille på folks elementære nysgerrighed, deres glæde ved smukke ting og deres indbyggede tilbøjelighed til at modtage intellektuelle udfordringer, fordi de synes, at en formidling, der tager udgangspunkt i folks hverdagserfaringer, har sine begrænsninger, måske især i forbindelse med matematik. Selvfølgelig er det forskelligt, hvad der virker motiverende på folk, men det er imidlertid deres erfaring, at hvis folk interesserer sig for matematik, er det næsten aldrig alene fordi, det siger noget om deres hverdag. Men måske snarere fordi de finder det fascinerende. De ville altså søge at spille på et bredt spektrum af motivationer ["Nogle baggrundsbemærkninger til matematik-øen"].

Vi fornemmer, at der har været visse uoverensstemmelser om målgruppen mellem Eksperimentarium som formidlings-institution på den ene side og AM og MEL som fagfolk på den anden side. Eksperimentarium havde den brede målgruppe, både folkeskoleeleven og den voksne uden nogen egentlig forudsætning og interesse i videnskab [Int. NH]. AM og MEL havde en mere orienteret forestilling om målgruppen, idet de regnede med at mange af opstillingerne kunne tale til en engageret og interesseret gymnasieelev [Int. AM]. På en eller anden måde skulle der jo træffes en afgørelse om, hvilke opstillinger der skulle med. Det var

Eksperimentarium, der i sidste ende besluttede hvilke opstillinger, de ville have med, ud fra deres kriterier, nemlig hvem de så som den vigtigste målgruppe.

Efter udvælgelsen arbejdede AM og MEL på at færdiggøre opstillingerne op til åbningen.

Efter åbningen

Publikumssuccesen fra "Menneske – her er din krop" varede ved, for Eksperimentarium skulle også vise sig at blive en publikumssucces. I åbningsåret 1991 kom ca. 531.000 besøgende, i 1992 ca. 350.000 besøgende og det estimerede besøgstal for 1993 er ca. 300.000 [Int. NH]. Nu kunne det lyde katastrofalt, at de årlige besøgstallet er faldende. Men fra Eksperimentariums side er man ikke interesserede i at have for mange årlige besøgende, det giver nemlig alt for meget trængsel i udstillingshallen. Derimod ønsker de, at besøgstallet stabiliserer sig omkring 350.000 – 400.000 [Int. NH].

Eksperimentarium havde ret i de forestillinger, de havde om, hvem publikum er. Det er nemlig alle mulige danskere med alle slags forudsætninger. Men AM og MEL tyder på at være i lidt tvivl om, hvad de mener folk får ud af matematik–opstillingerne. De synes ikke, at folk giver sig tid nok til at sætte sig ind det og prøve at forstå, hvad der sker [Int. AM]. Vi kan nævne et eksempel MEL omtalte om en dobbeltkegle til illustration af keglesnit. Han sagde, at den væske, der er i røret, løber for langsomt. Så når man drejer den, går der et stykke tid, inden den indstiller sig på det nye niveau, og da er folk gået. Den næste besøgende, der kommer hen til opstillingen, vil så bare se, at hér står en farvet væske i et rør. Han vil måske dreje lidt på keglen, se at der ingen ting sker og gå videre [Int. MEL].

For fagfolk kan det virke som om, Eksperimentarium er mere Tivoli end lærdom. Men det er vigtigt at huske på, at det heller ikke er til dem, det er lavet, for med Eksperimentarium har man endelig fået et sted, hvor man formidler naturvidenskab uden at tale hen over hovederne på den almindelige dansker. Vi må sige, at Eksperimentarium er en succes. Forretningsmæssigt fordi det er godt besøgt, underholdningsmæssigt fordi de besøgende får nogle skægge oplevelser med "hands on", og fagligt fordi de får skubbet lidt til interessen for og indsigten i naturvidenskab og teknik.

Kapitel 3.
Formidling af matematik

I forbindels med ICMI's konference i Leeds, blev der, som tidligere omtalt, udgivet bogen "The Popularization of Matematics". Bogen starter som noget af det første med, at give sit bud på, hvad formidling af matematik egentligt er:

Først og fremmest består formidling af matematik i at *dele matematik med et større publikum*. Her skal ordet matematik opfattes meget bredt. Det er ikke kun ren matematik, men omfatter også grænseområder som f.eks. historie og anvendelse.

"Et større publikum" henviser til ALLE lige fra andre matematikere til børn i alle aldre. Alles motivationer skal overvejes – professionel interesse, nysgerighed, viden og frygt – fordi mennesker er forskellige, og det er forskelligt, hvad der fanger den enkelte. Det er vigtigt at huske på, når man skal formidle.

Desuden skal formidling af matematik *opfordre folk til større matematisk aktivitet*. Det spændende ved matematik er ikke eksisterende resultater, det spændende er måden at tænke på; selv at finde spørgsmål og løsninger. Matematik kan således opfattes som en mere ambitiøs videnskab end andre, fordi matematiske begreber skal bruges og ikke kun læses og forstås.

Howson og Kahane har følgende kommentarer til denne beskrivelse af, hvad formidling af matematik er:

> "From a more general point of view, popularization of mathematics consists in bringing (or bringing back) *mathematics into human culture or, rather, cultures*.
>
> ...
>
> The cultures of our time need a scientific understanding of the environment and technologies, with constant changes of scales, programs, controls, numerical data, statistic, forecastsmodels etc, and nobody should be afraid of the few mathematical notions involved. On the contrary, mathematics together with its history and present applications forms a natural link between humanities and technologies.
>
> Maybe it is possible to go on and find other features of popularization. But it may be appropriate at this point to observe that we already reached

a contradiction. To bring mathematics into human culture means mathematics for all. Free activity means mathematics for those who are able to be active. Sharing with a public means mathematics for those who are willing to hear. [Howson og Kahane, 1990, s. 6]

Vi mener, at Howson og Kahane har en lidt overdreven forventning til, hvad matematik kan, idét de mener, at matematik kan bruges som forbindelsesled mellem humaniora og teknolgi. Hvis humaniora og teknologi ikke kan "snakke sammen", er det nærmere inden for disse områder man skal lede efter svaret til, hvordan de kan komme til det, fremfor at sige "at det kan matematikken klare". Det er en gammeldags opfattelse at tro, at naturvidenskaben kan give svar på alt. I dag ved man, at naturvidenskaben ikke giver nøglen til beherskelse af naturen.

3.1. Formidlingsmedier og matematik.

For den almindelige befolkning er matematik aritmetik, og nogle enkelte ting om længde, areal og volumen. De færreste tænker på, at de til dagligt er omgivet af matematikken. Men hvorfor har befolkningen et så snævert syn på matematikken?

Dette skyldes nok tildels problemer i at formidle matematikkens natur. Matematik udføres ved at gå frem i en række logiske trin, og gennem forskellige antagelser nå frem til en konklusion. Dette kræver tålmodighed og koncentration, og ikke mindst overblik over en række detaljer. Dette strider mod den almindelige kommunikation i medierne, hvor tingene helst skal fortælles hurtigt og uden for mange detaljer. Læserne vil have historier der er interessante, forståelige, konkrete og opklarende. I medierne er der således ikke mulighed for at gå frem i en række trin. Her skal tingene altid fortælles med det vigtigste først, så den uinteresserede læser hurtigt kan springe fra, men alligevel få fat i pointen.

"The public wants the concrete; it does not like the abstract, and mathematics is surely one of the most abstract of human constructions.

Mathematics is, par exellence, the science of "if-then". The public wants to know the "then"; it cannot comprend or is bored by the passage from "if" to the "then"." [Booss-Bavnbek og Davis 1993, s.6]

"Most newspapers and magazine do not feel any obligation to cover mathematics (or even science) regulary. For them, mathematics is not a regular news beat the way health, politics and sport are. The difference is not because there is less news in mathematics, or less significant news, but because there is less interest among the readers. It is the readers, not the mathematicians or the journalists, who deside what news is fit to print."

[Steen i Howson og Kahane 1990, s.178]

Så selvom journalister beskæftiger sig med nyheder, er det i sidste ende befolkningen, der bestemmer, hvilke nyheder der bringes. Det gælder ikke kun aviser men alle medier som f.eks. tv og radio. På Eksperimentarium er det ligeledes de besøgende, der i sidste ende bestemmer, hvilke opstillinger der står fremme. Benyttes en opstilling ikke, bliver den nemlig fjernet. Ligeledes undersøger medierne, hvilke emner der interesserer befolkningen, og så er det dem, der behandles. I alle tilfælde handler det om "penge i kassen", og det opnås kun ved et højt seer-, besøgs- og lyttertal. Når befolkningen kun er interesseret i, hvad man opnår med matematikken, så er det ikke underligt, at medierne omtaler matematik ved brug af sætninger som: "En matematisk model viser at...". Det er herefter ikke selve den abstrakte model, der beskrives, men hvilken betydning resultatet af den har.

Men ind i mellem sker det dog, at abstrakt matematik bliver behandlet i medierne, som det var tilfældet i juni 1993, hvor "Fermats sidste teorem"[14] blev annonceret. Et 200 sider langt bevis og en tre timers lang forelæsning fordelt over tre dage i den allertungeste ende af matematikken, det var nyheder, også selvom det ikke kommer til at betyde noget konkret i første omgang.

Nu lyder det hele som om, at det er befolkningens egen skyld, at de intet ved om matematik. Men der er ingen beviser på, at godt formidlede artikler om matematik ikke har befolkningens interesse. Lynn Arthur Steen[15] skriver i artiklen "Mathematical News that's Fit to Print" [Howson og Kahane 1990] om et eksempel på "befolkningens" begejstring for en matematik-artikel. I september 1974 fik han bragt en artikel i "Science News" om katastrofeteori. Denne artikel resulterede i, at "Science News" fik det største antal breve det år. Der kom breve fra hele verden, dog flest fra lærere og videnskabsmænd, der ønskede yderligere information. Samtidig kom der også breve fra matematikere, der var meget utilfredse med artiklen, dels fordi det ikke var nyt matematik, og dels fordi de mente, at katastrofeteori var en pseudo-videnskab uden nogen betydning.

---

14 Fermats sidste teorem: $x^n+y^n=z^n$ har ingen heltallig løsning for n>2.

15 A. L. Steen er en matematiker, der pt. er tilknyttet St. Olaf College I Northfield, USA. Han har desuden i 1974 været deltagende i en projektgruppe under "Conference Board of the Mathematical Sciences" (CBMS) som skulle undersøge befolkningens forståelse af matematikken. CBMS er konsortium ca. 10 matematiske foreninger i USA.

Derimod var andre læsere, der ikke var matematik-uddannede, glade for artiklen. De kunne her se, at matematik kunne andet end blot at være et undervisningsfag. Selvom de ikke forstod det matematiske, kunne de nu se at matematik, er et aktivt forskningsområde som f.eks. biologi og fysik.

Lynn A. Steens egen kommentar til sagen er følgende:

> "From my point of view, the catastrophe stories were far from a catastrophe for mathematics. Indeed, they served their central purpose very well: to awake a sleeping public to the fact that mathematics is an area of resarch just as active and potentially just as interesting as any other."
>
> [Steen i Howson og Kahane 1990, s.182]

Men selvom medierne således forsøger at hjælpe befolkningen til at forstå matematik, er det ikke altid nok. Medierne har også selv svært ved at forstå alt det komplekse, der foregår. Et af matematikkens mål er at opdage og reducere kompleksitet, og her kan det være svært at følge med, hvorfor fejl hurtigt kan opstå. Et eksempel er følgende:

> "The media, in its desire to reflect current fad and fashion, does not distinguis whether complexity is discovered, is masked or is generated by mathematical arguments or methodes. Fractals, which are highly complicated geometrically but extremely simple to generate, recently were given the same sort of media treatment as dissiparive processes, which usually look extremely simple but are by no means simple to generate."
>
> [Booss-Bavnbek og Davis 1993, s.7]

Situationen sættes endnu mere på spidsen af den tyske matematiker Reinhold Remmert:

> "... versagen sich dem Bürger die mathematischen Theorien selbst; es sei denn, daß er sie für sich kühn erobert. Mathematik wirkt bei Popularisierung schnell lächlerlich, wie gerade Beispiele aus jüngster Zeit lehren: daher müssen die wahren Mathematiker schweigen, wenn bei feierlichen Anlässen andere Wissenschaftler vor der Öffentlichkeit sagen, welche Probleme sie gelöst haben und welche noch vor ihnen liegen. Mathematiker sind voll von herrlichen Dingen, die sie schauen, können sie aber nur den wenigen mitteilen, die zu ihnen kommen und mit ihnen gehen. Den anderen können wir nur sehr allgemein, manchmal in Gleichnissen sagen, was in der Mathematik geschieht." [R. Remmert, s. 5-6, 1993]

Det matematiske "sprog" er ikke umiddelbart forståeligt, og kan være meget svært at oversætte. Matematiske benævnelser, tegn og formler har en præcision og abstraktion som mangler i det almindelige sprog. Noget af det der gør det svært, er at matematiske tegn refererer til hinanden. Der mangler ofte en visuel forståelse for tegn og begreber, som ofte er det, der gør tingene anskuelige [Booss-Bavnbek og Davis 1993].

Man kan dele anskuelighedsbegrebet op i to: **konkret anskuelig-gørelse** og **abstrakt anskuelig-gørelse**. Den konkrete anskuelig-gørelse er ikke-matematikerens forståelses niveau og har ofte rod i det man umiddelbart kan se, som f.eks. geometriske figurer. Den abstrakte anskuelig-gørelse er matematikerens forståelses niveau. Når matematikeren skal forstå noget, løfter han problemet ud af den konkrete sammenhæng, hvori det indgår og laver en matematisk abstraktion. Det, at der er to måder at se tingene på, er meget centralt i populariseringen af matematikken.

Vi kan give et eksempel på konkret og abstrakt anskuelig-gørelse fra korttegningens historie. F.eks. lavede romerne deres kort på baggrund af det konkrete problem om at finde afstande mellem store byer. Hvor imod grækerne tegnede deres kort ud fra den mere abstrakte betragtning, at de gerne ville danne sig et billede af hvordan verden så ud.

Et andet eksempel kunne være, hvordan man beskriver en cirkel. En konkret beskrivelse kan gives ved at tegne en ○. En abstrakt beskrivelse af cirklen er: En punktmængde bestående af alle de punkter (x,y), som har en given afstand, r, til et givet punkt (x_0,y_0) og som opfylder ligningen:

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2.$$

Medieverdenen, der kan have svært ved at indse, at der er forskellige niveauer af matematik, tjener oftest publikums interesser, som de ikke altid mener går i retning af matematik. Desuden kan medierne have svært ved at forstå matematik, når den er abstrakt. Ifølge Howson og Kahane sker den bedste formidling når matematikere og medierne arbejder sammen:

> "Popularization should involve mathematicians, including very good research mathematicians, as we already said. It should involve mathematicians in a wider sense: professionals, educators, teachers, even students. However it would not go very far without the help and active participation of all kinds of professionals within journalism, radio, TV, museeums, etc. In particular, scientific journalists have a crucial role, and the quality of their information is one of the obvious challenges of popularization."
>
> [Howson og Kahane 1990, s.15]

Hvis matematikerne vil have mere medie-dækning af deres fag, må de altså selv gøre noget ved det og det er vigtigt at de selv deltager i formidlingen. Et tiltag i den retning er erklæringen af år 2000 som matematikkens år. The International Mathematical Union's (IMU) præsident, professor Jacques Louis Lions, udråbte i 1992 år 2000 til "World Mathematical Year 2000" (WMY 2000). WMY 2000 er sponsoreret af UNESCO. Under erklæringen blev sat tre mål:

" 1. First aim: the great challenges of the 21st century.

2. Second aim: Mathematics, keys for Development.

3. Third aim: the image of Mathematics."

[WMY 2000 Newsletter, Nr. 1, 1993]

Det **første mål** er at lave en liste over alle mulige tænkelige udfordringer, det 21. århundrede kunne tænke sig at åbenbare. I "tænketanken" skal der sidde førsteklasses matematikere, som skal komme på idéer. Det **andet mål** er at højne det matematiske niveau i de mindre udviklede lande i UNESCO, så de kan træde ind i IMU. For at det kan lade sig gøre, skal der satses kraftigt på områder inden for undervisning, uddannelse og fremskaffelse af videnskabelig information, hvilket især kan være svært i et fattigt land. Desuden skal der i år 2000 holdes en international konference med titlen "What Happened in Mathematics Education in the last 40 Years?" via sattelit. Det **tredie mål** er at få matematikken repræsenteret i "informationssamfundet" gennem eksempler og anvendelser, som skal tale til det størst mulige publikum [Ibid.].

Vi mener, at det er et meget ædelt mål at sætte sig, at "ville have matematik for alle inden år 2000". Men på den anden side tror vi desværre, det er en umulig opgave, at få hevet de matematiske u-lande op på et niveau svarende til de matematiske i-landes inden år 2000. Det er tre meget store mål, IMU har sat sig og det er pudsigt, at IMU har den forestilling, at matematikken skulle være alle landes befolkningers hovedmål ved overgangen til det næste årtusinde. Fordi når en matematiker arbejder, handler det meget om at forstå begrænsninger. Men når det handler om at lave reklame for faget, glemmes alt om begrænsninger.

Det er ikke kun ved det forestående årtusinde-skifte, at matematikken er i søgelyset. I år 999 blev matematikeren og astronomen Gerbert, senere Sylvester d. II, pave. Ved at indsætte en matematiker som pave håbede man på, at han kunne ophæve det magiske, der lå i årtusindeskiftet. Man troede nemlig, at verdens undergang ville komme i år 1000. Sylvester var ikke af nogen stor betydning som teolog og politiker. Men som matematiker og astronom var han fremragende og det er ham, man har tillagt æren for at have indført det arabiske talsystem i Europa.

3.1.1. Populærvidenskabelige bøger og tidsskrifter.

På konferencen i Leeds blev der opstillet følgende fire punkter, som udtryk for hvad der kendetegner en "matematisk kultur", og som befolkningen burde have kendskab til.

a) Kendskab til elementære kendsgerninger og metoder.

b) Udvikling af en bestemt tænkemåde til løsning af forestående problemer.

c) Kendskab til historie bag matematiske begreber og teorier.

d) Kendskab til den nyeste udvikling.

Punkterne er vel også gyldige i andre videnskabelige kulturer. Ifølge Howson og Kahane er det normalt kun punkt a), der dækkes ind i skolen. De andre punkter må søges udviklet andre steder, hvor bl.a. bøger og tidsskrifter kan være en god hjælp.

At det kun er punkt a), der kan dækkes ind af skolen, er vi ikke enige i. Som vi senere skal se (i afsnit 3.1.3.) udvikles der faktisk en matematisk tænkemåde i skolen, der kan få betydning for én senere i livet (punkt b). Samtidig må vi ud fra vores egen erfaring sige, at også punkt c) kan læres i skolen. Ved gennemsyn af nogle af vores gamle gymnasiebøger[16] fandt vi nogle historiske kapitler om "Renæssancen", "Dele af inifitesimalregningens historie" og "Den græske verdensopfattelse", samt en masse små historiske afsnit.

Hvorvidt der findes populærvidenskabelige bøger og tidsskrifter, der udvikler punkt b)–d), kunne være et projekt i sig selv, hvilket vi derfor vi undlade her. Vi har dog taget et meget lille skridt i denne retning, ved at undersøge hvilke populærvidenskabelige bøger der findes på et almindeligt kommunebibliotek.

---

[16] Cartstensen og Frandsen, "Matematik 1" (1984) og "Matematik 2 – matematik for gymnasiets matematisk-fysiske gren" (1985) fra forlaget Systime.

Ved forespørgelse på Roskilde Bibliotek om populærvidenskabelige matematikbøger fik vi følgende to bøger om fraktaler udleveret, som endda er på engelsk:

"Fractal forms" af Etienne Guyon og H. Eugene Stanley (1991).
Denne bog indeholder 54 forskellige billeder af fraktaler. Sidst i bogen findes 3½ side med korte forklaringer til de forskellige billeder.

Bogen starter forordet med kort at forklare, hvad en fraktal er. Desuden gøres der opmærksom på, at der ikke er tale om en videnskabelig bog, men om en bog i stil med et foto-album, hvor de enkelte billeder skal nydes for det de er.

Bogens forklaring til sin opbygning hænger overraskende nok sammen med "hands on"-princippet:

> "Our purpose is not unlike that of a good science museum. Richard Gregory, a contemporary British physiologist and founder of an interactive science museum, "The Bristol Exploratory", distinguishes tree phases in the operation of a science museum, which also serve well to explain this book and its approach to fractals.
>
> (1) The first phase is "exploratory" or "hands on" (for us, perhaps "eyes on"). Playing with interactive games in a science museum and browsing through a beautiful book about fractals is not science as such, but it does accomplish a kind of "scientific impregnation".
>
> (2) The second - intermediate - phase is "explanatory" or "hand waving". This is a classical and essential phase in scientific understanding. In a museum it can be provided by demonstrations and explanations - in this album, by accompanying text and companion books. We have not tried to accomplish this through elaborate figure captions. They remain straightforward descriptions of what can be seen in the pictures. References to original articles invite the reader to explore further.
>
> (3) In the third phase, "handle turning", various technical tools currently in use by researchers in their experimental and theoretical work are described. This last phase is usually of interest only to specialists."
>
> [Guyon og Stanley, 1991 (forord)]

Der er her tale om en bog, der, med smukke farve foto, søger at fange læserens interesse for emnet, og herefter er det op til læseren selv at indlede et fraktralstudie. Akkurat som på Eksperimentarium, nysgerrigheden og interessen udvikles, mens den besøgende selv må finde yderligere oplysninger. Om dette er en god metode at anvende til en populærvidenskabelig bog (her er dog kun tale om et hæfte), kan selvfølgelig diskuteres. Vores holdning er at det er godt med de mange fine billeder, men der burde være mere tekst, der forklarer om matematikken bag.

Den anden bog vi fik udleveret er:

"The Fractal Geometry of Nature" af Benoit B. Mandelbrot (1983)
Denne bog indeholder en masse beskrivelser og billeder af fraktaler, og er betydeligt bedre end den foregående, hvis man virkelig ønsker at vide noget om, hvad fraktaler er. Til gengæld må man nøjes med sort/hvid-billeder.

Af populærvidenskabelige tidsskrifter på dansk kan nævnes Illustreret Videnskab og Fakta.

Illustreret Videnskab.
Et populærvidenskabeligt tidsskrift med fokus på forskellige aktuelle eller blot spændende emner. Der findes hver måned flere sider med overskrifterne "Naturvidenskab & teknik" og "Medicin & psykologi" (i 1988). Under disse emner findes korte beskrivelser (ca. ½ side) af forskellige områder. Der ud over består bladet af en række længere flot illustrerede artikler, og sider med læsernes spørgsmål og Illustreret Videnskabs svar. Hvert blad indeholder desuden "Den kryptiske side", hvor der findes en række matematiske opgaver. Opgavernes løsning bringes sidst i bladet. Ud over opgaverne findes der også en lidt større opgave kaldet "Månedens ekspertnød". Et eksempel på "Månedens ekspertnød" og dens løsning, der først kommer efterfølgende nummer, ses på figur 3.1 og 3.2.

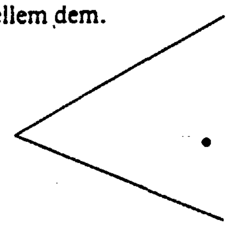
"Den kryptiske side" udformes af Mogens Esrom Larsen, som i sin artikel i "The Popularization of Mathematics" kommenterer sit arbejde i Illustreret Videnskab.

Mogens E. Larsen skriver i artiklen "Solving the Problem of Popularizing Mathematics Through Problems" at han tror, at mange mennesker løser matematiske problemer for morskabens skyld. Gennem "Den kryptiske side" er det muligt at lokke matematiske tankegange ind i hovedet på læseren. Hans erfaring har lært ham, at det er klogt ikke at overvurdere læsernes viden, men samtidig heller ikke at undervurdere deres intelligens.

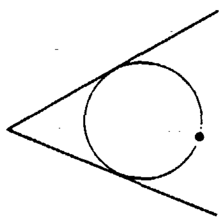
Månedens ekspertnød

Denne måneds ekspertnød lyder besnærende enkel, men det skal man ikke lade sig narre af. Opgaven er svær.

På et stykke papir er tegnet to linier, som skærer hinanden, og et punkt, P, som ligger mellem dem.



Nu skal man konstruere en cirkel, der lige netop rører begge linier og går gennem P:



Hvordan skal cirklen tegnes?

Sidste måneds ekspertnød

Opgaven gik ud på at tegne en cirkel, der tangerer to linier, der skærer hinanden, og går gennem et punkt P, der ikke ligger på linierne.

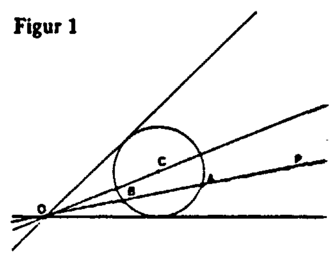
En cirkel, der tangerer to skærende linier, må have sit centrum på deres vinkelhalveringslinie. Derfor tegnes først den vinkelhalveringslinie, der ligger i samme vinkelrum som P.

Nu tegnes en helt tilfældig cirkel, som ikke behøver at gå igennem P. Derefter tegnes den linie, der går gennem de to liniers skæringspunkt og P. Denne linie skærer cirklen to gange. Se figur 1.

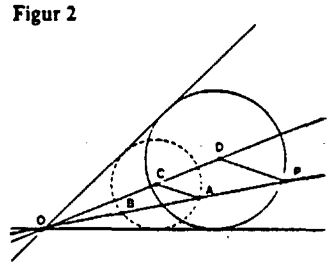
Nu gælder det om at forstørre eller formindske cirklen så meget, at det ene skæringspunkt falder i P. Det sker fx, når centrum C flyttes til D, hvor OD forholder sig til OC som OP til OA. Se figur 2.

En konstruktion efter dette princip kaldes en »ligedannethedskonstruktion«.

Figur 1



Figur 2



Figur 3.1 Månedens ekspertnød januar 1989

Figur 3.2 Løsningen februar 1989

I artiklen kan ses tre andre eksempler.

Mogens E. Larsen beskriver selv sin motivation som følgende:

> Whether my efforts are worth–while or not is hard to tell. I know from myself how much I enjoyed doing such problems as a youngster, so I naïvely assume that others will enjoy the same. But I know from teaching friends that a problem I have posed is immediately challenging, so that all the pupils want to see it solved. In this way my problems have made it easier to get a class started on integration or whatever they must. And if I have contributed to making the teaching of mathematics just a little more entertaining, I find it worthwhile doing so." [Larsen i Howson og Kahane, 1990, s.149]

Fakta - om natur, teknologi, kultur, forskning.[17]
Fakta er et populærvidenskabeligt tidsskrift i stil med Illustreret Videnskab. Her findes en række artikler og desuden følgende faste spalter:

Forum: Her optages debatinlæg, kommentarer, ris og ros eller andre ting læserne måtte have på hjertet.

Aktuelt: Her bringes små afsnit om aktuel forskning.

Fokus: Her sættes der fokus på et eller flere emner, som der bringes en side eller to om.

Test din viden: Her er det, som overskriften antyder, muligt at teste sin viden om forskellige emner som f.eks. "USA" eller "tid og sted". Hver måned tages et nyt emne op, der bringes en række spørgsmål, og man kan vha. et pointsystem finde ud af, hvor god ens viden er på det pågældende område.

Spørgsmål og svar: Her kan læserne få svar på deres spørgsmål.

Hovedbrud: Som Illustreret Videnskabs "Den kryptiske side", hvor der stilles en række spørgsmål, læseren kan bryde sit hoved med. Svaret findes sidst i bladet.

De to nævnte tidsskrifter er ikke matematiske tidsskrifter, men der findes dog lidt fast stof om matematik hver måned i form af opgaver. Disse sider vil således kunne dække det føromtalte punkt b) ind. Punkt a), c) og d) vil dog ikke dækkes ind af opgaverne. Men da de to tidsskrifter giver en bred indføring i forskellige videnskaber, vil artiklerne kunne kategoriseres under de tre andre punkter, uden dog at påstå, at bladene direkte tilrettelægges efter de 4 punkter. Vi har ikke lavet en dybtgående analyse af tidsskriftmarkedet, da en sådan ville involvere en nærmere undersøgelse af tidsskrifter som bl.a. "Nature", "Science", "Scientific American" og "Mathematical Intelligencer".

Med de eksempler vi har draget frem, har vi selvfølgelig ikke haft fat i al populærvidenskabeligt litteratur, der findes i Danmark. Der findes flere bøger oversat til dansk som f.eks. Douglas R. Hofstadter's: *Gödel, Escher, Bach: - et evigt gyldent bånd*. Problemet er bare, at når bibliotekerne ikke har disse bøger, hvordan skal den interesserede så få større kendskab til matematik. Det er ikke alle, der kan overskue at gå direkte til en fagbog.

---

[17] Skrevet på baggrund af blade udkommet i 1989.

3.1.2. Matematik-formidling i TV.

Vi skal i dette afsnit se nærmere på nogle eksisterende matematiske TV-programmer. Fjernsynet er et mere og mere benyttet medie, som efterhånden tager mere og mere tid fra andre medier. Så hvorfor skulle det ikke være muligt og effektivt at lade matematikken folde sig ud her.

Prime-Time Television (Yorkshire TV, UK)[18].
Programmets grundidé er at gøre matematik livligt og underholdende, hvilket søges opfyldt gennem "Puzzles and Games".

Begrundelsen for "Puzzels and Games" er at udnytte befolkningens interesse i "puzzles":

> "The rationale was to capitalize on peoples interest in puzzles, an interest which goes back for many years, and to use these puzzles as a vehicle to think about the embedded mathematical ideas - after all recreational mathematics has been the source of great deal of mainstream mathematics. The programme was called Fun and Games and it was to be transmitted at prime-time, seven o'clock in the evening."
>
> [C. Hoyles i Howson og Kahane, 1990, s.124]

Programmets målgruppe er den generelle befolkning. Håbet er at folk selv leger med hjemme ved fjernsynet, så de tænker på matematik og, hvad der er vigtigst, taler sammen om matematik.

Som tre eksempler på "recreational mathematics" kan nævnes 2. gradsligningens løsning fra kileskriftens tid og Fermats sætning. Det tredie eksempel er de gamle grækeres brug af matematik som intellektuel udfoldelse. På den tid havde man ikke biografer og teatre som i dag, i stedet for kunne man så more sig med et stykke matematik.

Som et eksempel på et "puzzle" nævner Hoyles "the Riffle-Shuffle Puzzle":

> "Here we had a croupier who was doing 'perfect' riffle-shuffles; that is cutting the pack in half and then shuffle the cards so they went left, right, left, right, in perfect order. The Puzzle was: How many ruffle-shuffles were

18 Afsnittet om Prime-time Television er skrevet på baggrund af artiklen "Mathematics in Prime-Time Television: The Story of Fun and Games" af Celia Hoyles i [Howson og Kahane 1990].

needed to bring the cards back to the same order that they were at the beginning" [Ibid., s. 133].

Programmet optages i et studie med et deltagende publikum. Desuden er der en studievært og en matematiker til stede. Studieværten følger deltagerne gennem spillet/legen og forklarer regler. Den matematiske eksperts, Hoyles, rolle er at udvise kendskab til matematik, demonstrere strategier, udstråle begejstring over abstrakte principper, spændende matematiske idéer og deres avendelse.

Hvert program er gennemsnitligt 25 min. og 5 sek. langt, med 5 "puzzles" pr. show. Hvert "puzzle" varer 4 min. I dette tidsrum skal "the puzzle" fremlægges, de matematiske tips skal gives, og forhåbentligt bringes "the puzzle" til en konklusion. Mellem "the puzzles" er der jokes og underholdning som sætter gang i showet.

> "Sometime the mathematics is simple, sometimes quite hard but we always firstly strive to highlight the mathematical principles employed in the puzzles and secondly have fun! We want to challenge peoples long-held conception of what mathematics is all about by provoking involvement in the subject in a enjoyable setting and bring in the surprise factor - the "Aha!" when people suddenly see a new way throgh or when they look at a probleme differently - that is mathematically! So to recapitulate, what were our aims? To show that mathematics is not just "boring old numbers"; to show how mathematics can be the key to solving puzzles; to show that mathematics can be fun, intriguing and perhaps exciting; and, finally, to infiltrate mathematics into the general popular culture." [Ibid., s.126]

Reaktionen på programmet har været overvejende positiv og det kom som en overraskelse for mange, at det forholdt sig sådan. Men det har vist sig at publikum virkelig holdt af den udfordring der lå i et "puzzle". En grund til populariteten kan også skyldes, at man fra "Puzzles and Games"'s side bevidst søger at afvige så meget fra alt, hvad der kan relateres til skolen og lærerne som muligt. Hoyles kunne nogle gange godt tænke sig en tavle i studiet, men det er umuligt, fordi det giver associationer til et klasseværelse. Desuden er alt formelt matematisk sprog bandlyst.

Programværterne prøver at vælge "the Puzzles" så varieret som muligt, nogle er af topologisk karakter, andre handler om tal-manipulation, geometri eller er et spil. Men fælles for dem alle er, at de skal involvere "the puzzlers" aktivt.

Hoyles tror selv på, at det med programmet er lykkedes at involvere publikum i matematikken, men hvorvidt det skaber en matematisk tankegang, vil man aldrig nogensinde kunne få at vide. Men udtalelser fra forskellige folk lyder på, at de efter at have set programmerne tænker på matematik på en anden måde. Hoyles er godt klar over, at selvfølgelig er matematik meget mere end de "puzzles", der bliver præsenteret på skærmen. Men hvis man vil ud og popularisere matematikken, til et bredere publikum, må man først åbne folks øjne op over for, hvad det også kan handle om, ud over tal og formler.

Square One TV (Children's Television Workshop, New York)[19].

> "SQUARE ONE TV is a zany, fastpaced mixture og music videos, computer graphics, sit-coms, game shows, and more - and it's all about mathematics! This unique television series offers your 8-to-12 year old students new insights into all kinds of math concepts and processes. From fractions to factorials, cubed numbers to combinatorics, SQUARE ONE TV is a great motivational vehicle for any area of mathematics."
>
> ["Get the Wheels Turning with Square One Television", 1989]

All kinds of math ... - ja, sådan lyder ordene i en reklamefolder fra Childrens Television Workshop (CTW).

Square One TV er en TV-serie om matematik, hvis hovedmålgruppe er børn på 8-12 år, der ser TV der hjemme. Valget af hovedmålgruppe skyldes, at interessen for matematik, ifølge CTW, aftager på dette alderstrin. Den sekundære målgruppe er lærere og hovedmålgruppens forældre samt andre børn og voksne.

Udsendelserne varer en halv time og sendes ugens fem hverdage om eftermiddagen (efter skoletid). Hver udsendelse omfatter en række små uafhængige sekvenser af en længde fra 10 sek. til 10 min. Idéen er at lave parodi på TV-udsendelsers skikke og traditioner. En sekvens kan meget vel være en parodi på et hvilket som helst program, typisk fra en reklamefinanceret kanal: komedie, drama, musik video, shows eller nyhedsprogrammer. Programmet er bygget op som et matematik-baseret underholdningsspil i stil med de underholdningsspil, der er på kabel-TV. Programmet omfatter film- og videoklip både indefra og udenfor studiet og bliver præsenteret på samme måde som en reklameafbrydelse eller et interview. Nogle musik-

[19] Afsnittet om Square One TV er skrevet på baggrund af artiklen "Square One TV: A Venture in the Popularization of Mathematics" af Edward Esty og Joel Schneider i [Howson og Kahane, 1990], hvis ikke andet er nævnt.

sekvenser skal give hele udsendelsen det rette præg af musikvideo-format. Desværre giver Esty og Schneider ingen eksempler på "puzzles" fra programmet.

CTW tillader at skolerne optager og bruger programmerne i undervisningen i tre år efter udsendelsen har været vist i TV. Mange lærere er ikke forberedte på eller har ikke tid til at integrere CTW's materiale i deres undervisning. Som forsøg på at rode bod på dette udgiver CTW guider, der beskriver nogle af afsnittene.

Formålet er at give publikum indblik i matematiske begreber og tankegange, som det også afspejles i Square One TV's tre mål:

- Det første mål er at *støtte og stimulere matematiske interesser hos hovedmålgruppen*. CTW prøver derfor at vise matematik som et vigtigt og nyttigt redskab. Desuden prøver de at vise at matematik er smukt, samt at fortælle at matematik kan bruges og forstås af alle, også ikke-specialister.

- Det andet mål er at *anlægge en god forståelse for problemløsning*. Dette aspekt søger CTW at dække ved at lade skuespillere møde forskellige matematiske problemer som de så løser. Skuespillerenes adfærd illustrerer formulering og behandling af problemer.

- Det tredie mål er at *præsentere et bredt syn på matematik*, da skolen i USA i høj grad er baseret på aritmetiske beregninger. I TV-programmerne, hvor man ikke er bundet af aritmetikken, inddrages også elementer fra geometri, sandsynlighedsregning og statistik, kombinatorik, funktioner og relationer. Desuden vil de gerne vise publikum, at matematik også kan forstås af ikke-matematikere og at matematik er meget andet end den aritmetik, man præsenteres for i skolen.

CTW's model for TV-produktion sammenfører tre forskellige områder: Produktion, research og indhold. "Produktionsgruppen" består udelukkende af specialister i TV-produktion. "Researchgruppen" er specialister i børns udvikling, psykologi og kommunikation. "Indholdsgruppen" består af medarbejdere med baggrund i matematikken. Disse tre grupper arbejder under ledelse af en ledende producer, hvis grundlæggende erfaring stammer fra TV-produktion.

For at fange de 8-12-årige bliver progamværterne nødt til at servere programmet i et højt tempo, ellers "zapper" de bare væk fra kanalen. Det kan godt virke frustrerende for de medarbejdere i "indholdsgruppen", der mange gange mener, at man bør tage sig lidt længere tid til at forstå matematikken. Tempoet sætter nogle grænser for, hvor kompliceret og hvor meget dybde matematikken i programmet kan have. Trods alt var der visse korte koncentrerede sekvenser. Indholdet af disse sekvenser var tidligere en præsentation af hvordan almindelige mennesker brugte matematik. Men de var ingen stor succes: publikum kunne ikke lide dem, "indholdsgruppen" syntes de var ineffektive og "produktionsgruppen" syntes de var under programmets standard. Resultatet blev, at "indholdsgruppen" sænkede matematik-koncentrationen i sekvenserne og blev selv endnu mere utilfreds med dem. I 1990 hvor man skulle til at gå ind i en ny runde af optagelser, ville man skrue tempoet ned og mere satse på at lave et familie-program.

Det er en ordentlig mundfuld, når Square One TV vil give 8-12-årige børn insigt i alle slags matematiske begreber og ydermere virke som en motivernde faktor for et hvilket som helst område af matematikken. Vi mener, at Square One TV skal skrue ned for ambitionerne sammen med tempoet i den nye udsendelsesrække. Man skal passe på, at det hele ikke drukner i hornmusik og smarte replikker!

Andre programmer.

Der finder desuden en række programmer om matematik sendt af BBC (UK). F.eks "Help your Child with Maths", der som navnet antyder henvender sig til forældre, der ønsker at kunne hjælpe deres børn. Programmet er omtalt i et reklamehæfte udgivet af BBC:

> "This Continuing Education series aims to show parents of children aged 4-11 how they can help them learn mathematics. The programmes emphasize the use of games, puzzles, model-making and many everyday activities which both employ mathematics and are good fun to share as a family. Teachers may find the series useful for classroom ideas and to show at curriculum evenings for parents."

[BBC Education, Mathematics Television and Radio Series Summer 1989 - Summer 1990]

I tilknytning til programmet findes en "games pack" indeholdende 12 blade med tal- og geometri-opgaver, spil og øvelser til lommeregneren som børnene og forældrene kan gennemgå sammen.

TV-udsendelser i Danmark

I Danmark har vi ingen regelmæssige undervisnings-programmer om matematik. I stedet havde vi programmet **"Hvælv"** i slutningen af 80'erne. Forskellige former for naturvidenskabelige emner blev behandlet populært, men programmet bevægede sig også tit i grænselandet mellem naturvidenskab og erkendelsefilosofi. Set fra matematikkens side red programmet meget på den "fraktal–bølge", der havde været i midten af 80'erne. Det var et populært program, der blev set af mange og snart gik halvdelen af den danske befolkning rundt og snakkede om "søhestedalen", "sommerfugle–effekten" og "strange attractors". Programmet blev af fagfolk anklaget for at være for overfladisk og fik tilnavnet "Hvævl". Men endelig havde den almindelige dansker fået et forum til diskussion af naturvidenskab og erkendelse – bare synd at programmet ikke sendes mere.

"Vid og sans" var titlen på et TV–magasin om naturvidenskab og teknik, som DR TV udsendte i 1992. Programmet søgte at anskueliggøre forskellige emner v.h.a. spændende forsøg. Mange af indslagene havde udspring i spørgsmål fra seerne, der kunne handle om alt mellem himmel og jord. Programmets målgruppe var det brede familiepublikum i den tidlige aftensendetid. Programmerne blev lavet i samarbejde mellem TV–Fakta i DR og Eksperimentarium. Magasinets studie var henlagt til Eksperimentariums udstillingshal. [Tippetoppen nr. 4 1992]. Desværre behandler ingen af udsendelserne matematik.

Ved søgning på RUCs bibliotek fandt vi følgende film om matematik, der har været sendt i dansk TV:

"Den arabiske arv" ("The Scientific Legacy of Arab World") er en spansk–produceret udsendelsesrække i 7 afsnit om den kulturelle indflydelse, arabisk naturvidenskab har haft på naturvidenskaberne, som vi kender dem i nyere tid. Udsendelsen blev sendt på DR TV 19/11–1990 og varer 30 minutter. Afsnit 4 handler om matematik og hedder slet og ret "Mathematics". Programmet viser først hvordan, geometrien og mønstre har spillet ind i islamisk arkitektur og kunst i de sidste 1500 år.

I følge Albironi, islams store lærde, opfandt inderne tallene, fordi der var så mange forskellige alfabeter i landet, at de ikke kunne finde bogstaver, der kunne accepteres over alt. Araberne lærte tallene at kende gennem indiske astronomiske oversigter.

Araberne gav tallene en anden form, som var baseret på antallet af vinkler i hvert af tallene:

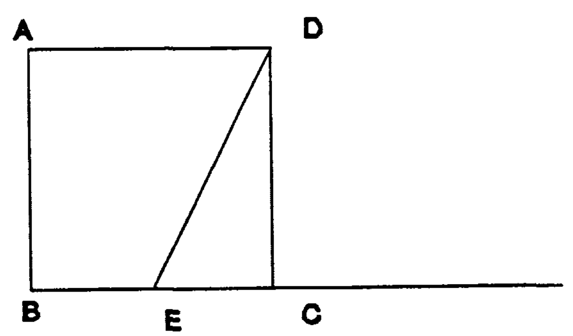
I islam sattes tallene i tæt forbindelse med det guddommelige. Især var tallet "1" særligt helligt, fordi det både er det første i talrækken og fordi det er det der opfattedes som værende tættest på det guddommelige. Begge er nemlig udtryk for "Enheden".

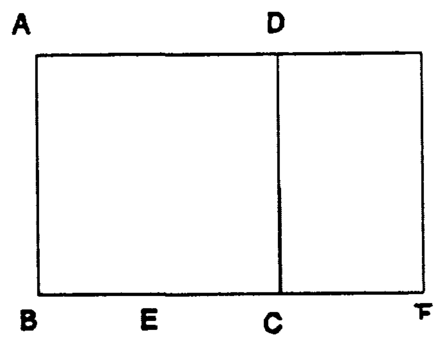
Det indtryk programmet giver seeme af matematikken er, at den er en historisk videnskab, der er udviklet i tæt samarbejde med en eller anden himmelsk kraft. Sådan kan man selvfølgelig godt vælge at se det. Men vi synes ikke, at udsendelsen fortæller hele sandheden, da der ikke fortælles noget om nutidig anvendelse eller udvikling af matematikken.

Selv om der undervejs var nogle begreber, der ikke blev forklaret og som ikke alle ikke-matematikere kan forventes at forstå, f.eks. trigonometri, synes vi, at udsendelsen får godt fat i de mere erkendelsesteoretiske aspekter ved matematiken.

"**Det gyldne snit**" sendt på DR TV d.8/5 1990 (50 min.). Filmen handler overvejende om det gyldne snit, der beskrives på følgende måde: Udgangspunktet er et rektangel, hvor forholdet mellem bredden og længden er det samme som forholdet mellem længden og begge sider til sammen (længde+bredde). Bredden er lige så meget kortere end længden som længden er kortere end de to sider tilsammen. Dette forhold blev i middelalderen kaldt den guddommelige proportion.

Det gyldne snit kan konstrueres v.h.a. passer og lineal på følgende måde: Udgangspunktet er kvadratet ABCD (se figur). Linien BC forlænges ud over C. Midtpunktet af BC kaldes E. E forbindes med D. Linien ED lægges nu ned og rammer den forlængede linie (BC) i F. Punkt C deler nu linien BF i det gyldne snit. Tegningen gøres færdig som et gyldent rektangel.





Nu kan man regne og måle og komme meget nær på det forholdstal, som er "det gyldne tal". Det viser sig, at hvis den korte side i rektanglet er 1, så er den lange 1,618 og hvis den lange side er 1, så er den korte 0,618. " .618" er det gyldne snits tal.

Det gyldne snits tal kan også findes gennem den italienske matematiker Fibonacci's talrække. Fibonacci stillede en talrække op, hvor hvert tal var summen af de to foregående:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 ...

Det mærkelige er, at hvis vi dividerer et hvilket som helst af Fibonacci's tal med det foregående eller det næste i rækken får vi altid noget der nærmer sig 1,618 eller 0,618. Allerede fra det 8. tal i rækken bliver det hver gang netop det gyldne snits tal.

Filmen giver ingen forklaring på, hvorfor det netop giver dette tilsyneladende mystiske tal " .618", selvom den er lige til (dog skal man kunne løse en andengrads ligning). Lader vi bredden i et gyldent rektangel være a og længden b, udgør det gyldne snit følgende forhold:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$

For b=1 får vi (idet vi kun benytter den positive værdi):

$$a = \frac{1}{a+1} \Rightarrow a^2+a-1=0 \Rightarrow a = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

For a=1 får vi (idet vi kun benytter den positive værdi):

$$\frac{1}{b} = \frac{b}{1+b} \Rightarrow b^2-b-1=0 \Rightarrow b = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$$

For Fibonacci's talrække finder vi de tilsvarende andengradsligninger. Idet et hvilket som helst tal i talrækken kan udtrykkes som summen af de to foregående har vi:

$$a_n = a_{n-1}+a_{n-2} \Rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = 1+\frac{a_{n-2}}{a_{n-1}}$$

For store a_n´er svarer dette til:

$$x = 1+\frac{1}{x} \Rightarrow x^2-x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Hvor $(-1+\sqrt{5})/2$ findes som den reciprokke værdi.

I filmen beskriver desuden, hvordan man mange steder bruger det gyldne snit som f.eks. til dankortets og postkortets form, i musik og arkitektur. Programmet har mange historiske beskrivelser, som f.eks. Pythagoras´ problemer med fastsættelse af $\sqrt{2}$ og Platons beskrivelse af Verdens skabelse.

Til trods for, at filmen er en smule rodet og ikke giver nogle matematiske forklaringer på noget, er den spændende, fordi den viser en masse om, hvordan det gyldne snit spiller ind i alles hverdag, og hvordan man også kan se det overalt i naturen.

En anden film vi afsluttende vil nævne er **"Forskningens forlystelsespalads"** sendt på DR TV d. 3/9 1988 (45 min.). Denne film handler om "Exploratorium" i San francisco, hvor Frank Oppenheimer viser rundt. Filmen viser forskellige af eksperimentariets aktiviteter, og tager os med i kælderen, hvor man ser, hvordan nogle opstillinger bliver til. Filmen viser desværre ingen matematik-opstillinger.

3.1.3. Matematik i skolen.

Vi har valgt, ikke at gøre det helt store nummer ud af formidling i skolen (det kunne være et forskerliv i sig selv), fordi der er den forskel, at eleverne i skolen er tvunget til at følge matematikundervisningen, mens fjernsynsseere og besøgende på Eksperimentarium selv opsøger matematikken. Der er også en stor forskel i indholdet af formidlingen, da skolen træner færdigheder og Eksperimentarium og TV vil underholde, vække nysgerrigheden og give nye impulser. Også rent fagligt er der en forskel, da skolen har et pensum at følge, hvor TV og Eksperimentarium ikke har.

Til gengæld vil vi se på de mange følelsesforhold der til matematik: Kærlighed, interesse, uvilje, had og alt for ofte frygt. Det forhold man har til matematik, er for manges ved-kommende bestemt af det forhold, man havde til matematik dengang man gik i skole. Skolen er det sted, hvor man første gang møder matematik og det er her man får de første idéer om, hvad matematik er. Det er derfor vigtigt, at dette møde med matematikken bliver en positiv oplevelse, ellers forsvinder interessen, måske for altid.

Der er tilsyneladende ikke den store tvivl om, at matematik for mange fremstår som et svært fag. Faktisk vil faget, ifølge Mogens Niss (RUC), på et eller andet tidspunkt blive svært for alle:

> Matematik er et svært fag at tilegne sig for langt de fleste som giver sig i kast med det. Sådan forholder det sig ikke kun for gruppen af "svage" eller "normale" elever, men også for elever som traditionelt rubriceres som "dygtige" eller "talentfulde". Praktisk taget alle (professionelle matematikere inklusive) støder nu og da på områder i eller træk ved matematikken som det volder dem alvorlige vanskeligheder at få hold på. Vist optræder disse vanskeligheder på forskellige steder og på forskellige faglige niveauer hos forskellige mennesker" [Niss 1993, s.2].

Da matematik er et svært fag at lære, er det også svært at gennemføre en lærebytterig og tilfredsstillende undervisning. Dette er ikke noget uvæsentligt problem, og indenfor de sidste hundrede år er anliggender i matematikundervisningen blevet gjort til genstand for videnskabeligt prægede betragtninger. Indenfor de seneste ca. tre årtier har en systematisk videnskabelig beskæftigelse med sådanne anliggender fundet sted i større omfang. Et akademisk arbejdsfelt, *matematikkens didaktik*, er blevet dannet [Ibid.].

Det er ikke kun det, at matematik er et svært fag, der er årsagen til opkomsten af matematikkens didaktik som international akademisk disciplin. Det er også begrundet i, at matematik er et, i alle samfund, væsentligt fag, som en voksende del af befolkningen kommer i direkte eller inddirekte berøring med [Ibid.]

Det skal her lige nævnes, som Mogens Niss også bemærker, at matematik ikke er det eneste svære fag i verden. Der er bare den forskel mellem matematik og andre fag, at matematik indgår på alle undervisningsniveauer også for elever der ikke forventer en karriere som "matematisk professionel" [Ibid.].

Vi vil sætte spørgsmålstegn ved, om det er helt logisk sammenhængende at sige, at fordi et fag er svært, er det ikke muligt at gennemføre en tilfredsstillende undervisning. Derimod burde der jo så være tænkt mere over didaktikken, så det netop er muligt at lave en tilfredsstillende undervisning. Men på den anden side er det ikke automatisk givet, at et svært fag har en veludviklet didaktik, fordi faget ikke nødvendigvis behøver at være svært at formidle. Hvorvidt dette er tilfældet med matematik, er op til læseren at afgøre.

For at udvide vores forestilling om hvilke tanker ikke-matematikere gør sig om matematikken og for at se hvordan de har kunnet bruge den matematik, de lærte i skolen, senere hen, har vi valgt at referere, nogle personers matematiksyn efter endt uddannelse. Meningerne stammer fra "Udsagn - En mosaik om matematik" som er udgivet i anledning af Matematiklærerforeningens 60-årsdag (1992). Bogen indeholder interviews med en række meningsdannere som ikke alle professionelt beskæftiger sig med matematik. Man har bedt dem om at fortælle om deres oplevelser med matematik og give deres syn på holdningerne til matematik og fremtidens krav til de unges uddannelse.

De udvalgte er ikke repræsentative for hele befolkningen, men de giver udtryk for to holdninger til matematikken: De der syntes, at matematik var sjovt i skolen og de der syntes, det var svært og kedeligt.

Vi starter med interviewet med *teaterinstruktør Peter Langdal*. Peter Langdal er født 1957. Matematisk-fysisk student fra Sankt Annæ Gymnasium 1976 og elev på Statens Teaterskole 1978-82. Han har iscenesat en række teaterforestillinger og operaer. I 1991 blev han udnævnt til direktør for Betty Nansen Teatret.

I Peter Langdals arbejde som instruktør er der meget med at måle, tegne og regne den ud. Han opfatter det næsten som at skulle løse en ligning. Man ved måske, hvad det skal blive, men man ved ikke, hvordan man kommer derhen.

Peter Langdal beskæftiger sig meget med musik, som han opfatter som matematik. Et eksempel er opera:

> "En opera er også mere matematisk end man tror. Der er for eksempel otte takter til en bestemt situation på scenen, og når de otte takter er færdige, må sangeren ikke ligge nede på gulvet og rode. Han eller hun skal derimod stå op med ansigtet ud mod publikum og tage "det høje k", og hvis der er 12 meter hen til det sted, hvor det skal foregå, må jeg finde ud af, hvordan sangeren kommer derhen, uden at det ser alt for mærkeligt ud. Det er et tidsmæssigt problem, der skal løses, og tid har for mig meget med matematik at gøre." [Christoffersen og Clausen 1992, s.50]

I gymnasiet havde Peter Langdal svært ved intellektuelt at forstå, hvad han skulle bruge matematik til, men han kan nu se, at han har lært noget meget vigtigt:

> I matematik i gymnasiet havde vi den type opgaver, hvor man selv skulle opstille ligningerne. Det var noget af det sværeste, men samtidig også det mest spændende. Hvordan kan man udtrykke et stykke liv på en formel? Det spændende ved mit arbejde er netop, at jeg selv skal opstille ligningerne." [Ibid., s.51]

> "I matematik i gymnasiet var det processen, der var det vigtigste. Det var ikke resultatet, der fik os til at sidde oppe mellem 1 og 2 om natten. Det var vejen og ikke målet, der betød noget. Det indså jeg ikke dengang, og det synes jeg godt, lærerne kunne have fortalt os noget tydeligere.
>
> Set i retrospektiv står det helt klart, at det var processen, der fik os til at brænde. Det var selvfølgelig derfor, jeg blev ved at løse opgaver og aflevere dem. Ellers kunne jeg jo være gået ud af skolen, og jeg kunne fx have spillet musik i stedet. Men det var faktisk sjovt, og jeg følte stor glæde ved det arbejde.
>
> Mit nuværende arbejde handler også om vejen. Det er naturligvis skønt, at publikum klapper, og at nogle kommer hen og siger, at de syntes det var en god oplevelse. Men det væsentlige er de processer, man er igennem. Arbejdet overskygger langt "afleveringen" eller premieren." [Ibid., s.52–53]

> "*–Kunne du have lært de ting, som du har lært i matematik og fysik, og som har haft betydning for dit arbejde som instruktør, inden for andre fag?*
>
> –Det tror jeg ikke. Det er i hvert fald der, jeg selv har hentet det. Men det er selvfølgelig først senere, at jeg har fundet ud af, at blandingen af det musikalske, det matematiske og lysten til litteratur har været smadder god.
>
> Jeg tror ikke, jeg kunne være blevet en lige så god instruktør, hvis jeg ikke havde gået på matematisk linje" [Ibid., s.54]

Peter Langdal danner et modbillede til Eksperimentariums "Brian" og "fru Hansen". I modsætning til "Brian" og "fru Hansen", der aldrig har beskæftiget sig med matematik, har Peter Langdal indset, at man alligevel har en chance for at finde nogle løsninger.

Den næste vi vil se nærmere på er *civilingeniør Jørgen Fakstorp*. Jørgen Fakstorp er født 1923. Cand. polyt. 1946. Administrerende direktør for Pharmacia A/S 1955–70 og underdirektør i F.L.Schmidt 1970–83. Har haft egen konsulent- og handelsvirksomhed siden 1984.

Jørgen Fakstorp var 1979–87 medlem af Undervisningsministeriets faglige udvalg for de naturvidenskabelige uddannelser (FLUNA), formand for Erhvervsuddannelsesrådets teknikerudvalg 1983–87, medlem af udvalget om ingeniør- og teknikeruddannelsernes fremtid 1986, og medlem af Planlægningsrådet for Forskningen siden 1984.

Han betegner sig selv som en elendig matematiker som altid har frygtet matematik, og som med nød og næppe har klaret de eksamener han skulle igennem for at blive kemiker. Her var matematik (eller snarere regnekunsten) nødvendig, for at kunne løse bestemte opgaver.

> "Så i mangel af en fornemmere kandidat, påtager jeg mig at tale på vegne af den store, tavse skare. Vi har ikke noget forhold til matematikkens indre væsen, dens erkendelsesmæssige betydning, dens intellektuelle udfordringer eller de elegante løsningers eller de betydningsfulde gennembruds skønhed, som det opleves af den indsigtsfulde. Det er noget, der angår fagmatematikerne, forskerne, de fødte matematiske talenter.
>
> Uden på nogen måde at underkende den rene matematiks betydning og rigdom, nærmer vi, den store skare af "tvangsmatematikere", os matematikken på en helt brugsorienteret måde. *Matematikken er et værktøj.* Et universelt, et overordenligt vigtigt og helt nødvendigt værktøj. Vi har det med matematik som med ærenpris i græsplænen: Den kan ikke bekæmpes effektivt. Så det gælder om at lære sig at holde af den.
>
> Det er ganske klart, at mange må lære matematik, fordi mange får brug for dette universelle redskab. Matematikken vil i stigende grad blive brugt, og de, der ikke har lært matematik, vil komme til at stå udenfor." [Ibid., s.86]

Fordi Jørgen Fakstorp har haft det dårligt med matematikken, ser han kun anvendelserne af den, og han er overbevist om, at man ikke kan klare sig med mindre matematik – snarere tværtimod. Samtidig mener han, at det vil være katastrofalt, at hæve ambitionsniveauet i folkeskolen og gymnasiet, da der så skræmmes endnu flere folk væk og giver dem et livslangt traumatisk forhold til matematikken. En af de vigtigste forudsætninger for at gøre noget ved de alvorlige problemer, som matematikken har, er ifølge Jørgen Fakstorp, at anlægge en *realistisk* og *ærlig* vurdering af, hvad der pædagogisk forsvarligt kan læres på den tilgængelige tid og med det elevklientel, man faktisk møder.

"En anden vigtig forudsætning er at gøre *undervisningen selektiv*. Men det er jo en grim sag at komme trækkende med. Dels er det udemokratisk at undervise selektivt, dels kræver det ressoucer.

Jeg mener, at alle mennesker kan lære matematik. I et eller andet omfang. Man kan lære alle mennesker næsten, hvad det skal være, hvis man kender deres forudsætninger, og iøvrigt giver dem tid nok. Man burde ret præcist finde ud af en gruppes forudsætninger. På den måde kan man dele eleverne op i undergrupper med næsten ens forudsætninger og så tilpasse undervisningen herefter." [Ibid., s.90]

Gennem to "udsagn" har vi fået dækket en stor del af følelses-spektret ind: Kærlighed, interesse, uvilje, had og frygt. Det understreger bare at mennesker er forskellige og det er meget individuelt, hvad der fanger den enkelte. Kan man ikke lide matematik, har man en tendens til kun at se det som et værktøj for andre fag. Kan man lide det så meget, så man helt lader sig indhylle i abstrakte tankegange, vil man se, at det er meget mere end et værktøj. Man vil se, at matematikken åbner et helt univers af underlige og fascinerende fremtoninger for én, og med en knivskarp konsistens. Hvis man giver matematikken lov, vil man endda opdage, at den kan give én større indblik i erkendelse, både om omverdenen og om én selv.

3.2. Matematik og "hands on".

En mere utraditionel formidling af matematikken kan man opnå ved at sætte den på museum. Der er mange forskellige udstillingsteknikker som f.eks. computere, spil og TV/video. Den teknik vi har valgt at gribe fat i, er "hands on"-princippet, hvor publikum interagerer med opstillingerne.

Umiddelbart er "hands on" en meget kontant formidlingsform. Det at formidle på den måde, kræver nogle meget konkrete fænomener. Det er klart, at man vha. "hands on" meget nemt konkret kan anskueliggøre, hvordan et stykke mekanik fungerer. Med matematik er det ikke så ligetil, fordi det ofte ikke er resultatet, der er interessant, men mere de abstrakte tankeprocesser, der har ledt frem til resultatet. Som formidler kan man ikke tvinge publikum til at skabe en matematisk tankegang. På et sted som Eksperimentarium er det måske endnu sværere, fordi det tager lang tid virkelig at **forstå** disse tankeprocesser. Og man kan frygte at mange besøgende ikke ofrer den nødvendige tid, fordi de gerne vil nå gennem så mange opstillinger som muligt.

Det ville være den ideelle situation, hvis man kunne få tiltrukket de besøgende, som tænker noget mere over tingene og som ikke styrter rundt mellem de forskellige opstillinger. Til disse mennesker ville det være muligt at formidle, at matematikken er mere end et redskab og kan andet end at løse andre fagområders problemer. Man ville kunne give dem et indblik i det erkendelsesapparat, matematikken også er og måske derved give dem nogle mere positive følelser over for matematikken. Man ville også have mulighed for at skabe de tankeprocesser, der ligger bag "et stykke matematik", hos publikum. Det er det forhold Anders Madsen og Mogens Esrom Larsen kalder at give de besøgende "minds on" i ["Nogle baggrundsbemærkninger til matematik-øen"]. Vi er enige med AM og MEL, når de siger, at det ikke er nok kun at involvere de besøgende fysisk, men at en opstilling også skal tale til intellektet.

Nu er det sådan, at man, efter vores opfattelse, sjældent er i den ideelle situation ved "hands on"-formidling. Man kan ikke lave en opstilling, hvor man søger at tiltrække publikum med, at "hér kan du lave matematik". Det ville tale mod den pædagogik Eksperimentarium følger. De tager nemlig fat i den type mennesker, der syntes/synes, at et bestemt fagområde, i vores tilfælde matematik, var/er kedeligt i skolen. Eksperimentarium fortæller disse mennesker om tingene på en ny måde gennem oplevelse og fornøjelse, og de kan rent faktisk opleve at blive fanget af, at det er meget sjovt alligevel [Int. NH]. Man kan da senere fortælle dem, at det var matematikken, der gjorde udførelsen mulig i opstillingen.

På en måde kan man sige, at matematik-opstillingerne er mere "ærlige" end de andre opstillinger. I en fysik-opstilling kan man sagtens behandle et emne som tyngdekraften. Man kan vise de besøgende hvordan den virker og hvilke konsekvenser, den har, men man kan ikke forklare hvorfor den virker. Det er der nemlig ingen, ikke en gang forskerne, der ved. I opstillingerne kan man sagtens vise en masse konkrete fænomener og give en forståelse af dem, uden at publikum får nogen egentlig forståelse af den abstrakte videnskab, der ligger bag. Det mener vi ikke, man kan med matematik. Selvfølgelig kan man også i matematikken vise publikum nogle konkrete fænomener, men vi mener ikke, at de kan forstå fænomenerne uden også at forstå matematikken bag. Matematik-opstillingerne kan ellers let komme til at fremstå som løsrevet fra matematikken.

Et eksempel er den virkeligt fascinerende og populære "knude-opstilling". Det er meget spændende, at man kan stå og nørkle med knuden, og det kan være skrup-umuligt at se hvordan, den skal skilles ad. Og så, mens det ser allermest håbløst ud, er den der lige pludselig. Man går så videre til den næste knude og prøver med den. Men man opdager hurtigt, at bare fordi det endelig lykkedes at skille den første knude ad, har det ikke være muligt at finde nogen generel løsnings-strategi for alle de andre.

Måske vil man, som matematiker, ikke synes, at det har noget som helst med formidling af matematik at gøre, fordi man ikke kan betegne det som egentlig matematisk tankegang. Der skal man nemlig have et problem, man vil løse ved at foretage en analyse og udvikling af en strategi til løsning for til sidst at finde en løsning. Det indebærer, at man er i stand til at fortage en abstraktion fra det konkrete problem til at gennemtænke en abstrakt matematisk løsning på problemet. Vi mener, at det er forfejlet, hvis man som formidler tror, at alle besøgende kan opnå denne "minds on"-oplevelse, fordi det er vores synspunkt, at matematikken ikke er særlig nem at formidle, uden en eller anden form for interaktion mellem dem der formidler og dem der formidles til.

På den måde kan man altså mene, at "hands on"-formidling og matematik ikke er to kompatible størrelser. Fra Eksperimentariums side er man lidt af den samme opfattelse, men matematikken er alligevel repræsenteret. Eksperimentarium har det udgangspunkt, at publikum **har** en matematisk tankegang, der bare ikke er veldokumenteret og som ikke er bevidst i deres hovede. Så når publikum står med knuderne, bruger de en tankegang af matematisk karakter og det vil Eksperimentarium gerne være med til at træne op. Eksperimentarium mener nemlig, at de simple matematiske tankegange publikum selv skaber, godt kan bruges. Derfor kræver Eksperimentarium ikke den fulde "minds on"-oplevelse hos publikum, men selvfølgelig gør det ikke noget, hvis den opstår.

Derfor har Eksperimentarium heller ingen idé om at lave et stort matematisk beskrivelses-apparat og sætte det op ved siden af og sige "brug denne metode" eller "er du klar over, at du gør sådan og sådan?". Det som Eksperimentarium gerne vil, er at få folk til at undre sig over nogle ting og lade sig fascinere gennem en "hands on"-oplevelse. Hvis Eksperimentarium opnår at give interessen et lille puf, har de nået deres formål [Int. NH].

Er det da muligt overhovedet muligt, at formidle noget som helst fornuftigt matematik gennem "hands on"? Det afhænger af øjnene, der ser. Fagmanden og matematikeren vil være tilbøjelige til at sige nej, fordi det ikke er muligt i alle tilfælde at give publikum den fulde "minds on"-oplevelse. Formidleren på Eksperimentarium vil sige ja, fordi han søger at få folk til at undre sig og at skabe interesse om nogle ting, og hertil er "hands on" ganske udmærket.

Opsamling på Del I

De tre kapitler i Del I er meget forskellige. Men med dem har vi fået sat scenen til, når vi i Del II skal lave et forslag til en matematik-opstilling.

Vi ved således, at der findes en masse holdninger til matematikken og at de overraskende er overvejende positive. Inden projektets start troede vi, at den overvejende holdning til matematikken blandt ikke-matematikere, er negativ, så det var en glædelig overraskelse for os at læse "udsagn - en mosaik om matematik" fra Matematiklærerforeningens 60-års jubilæum.

Vi har også fået kendskab til det miljø, der er på Eksperimentarium, både ved at læse om det og ved at have besøgt dem, og hvilket formål de har med sig selv. Ydermere har vi gennem den førnævnte korrespondance fået et godt indblik i, hvad det vil sige at lave en opstilling til Eksperimentarium. Man kan ikke som fagmand få al den teori indlejret i opstillingen, som man måske kunne ønske sig. På den anden side kan det være svært som formidler at acceptere for meget kompliceret matematisk teori, da det hurtigt bliver svært at lave en opstilling på en sådan måde, at den kan forstås af alle.

Eksperimentarium vil vi placere under "begrænsede centre" i typeinddelingen i kapitel 1.2. Internationalt betragtet vil Eksperimentarium nok betegnes som et lille center, men under danske forhold et det et stort center. Da Eksperimentarium er det eneste af sin art i Danmark, har de ingen konkurrence på sit eget felt. Tilgengæld skal de tage kampen op med museer, biografer og teatre om de besøgende. Dvs at de hele tiden skal udvikle og forny sig for ikke at gå i stå, men på baggrund af besøgstallene ser det ud til, at de klarer opgaven udmærket.

"Hands on"-formidling af matematikken ser umiddelbar svær ud, fordi "hands on" tager fat i noget konkret og matematik ofte har udgangspunkt i noget abstrakt. Men vi tager udfordringen op i Del II, hvor vi udarbejder et forslag til opstillingen om kortprojektioner.

P.S.: Appropos situationen med Zeemann og TV-produceren i indledningen til Del I, så fik Zeeman fik sine beviser med. Det eneste der blev klippet fra i redigeringen, var nys og host!

DEL II

Konkrete del

Indledning

Vi har i del I gennemgået en forskellige generelle ting omkring udenlandske science centre og det danske Eksperimentarium, samt forskellige metoder til formidling af matematik.

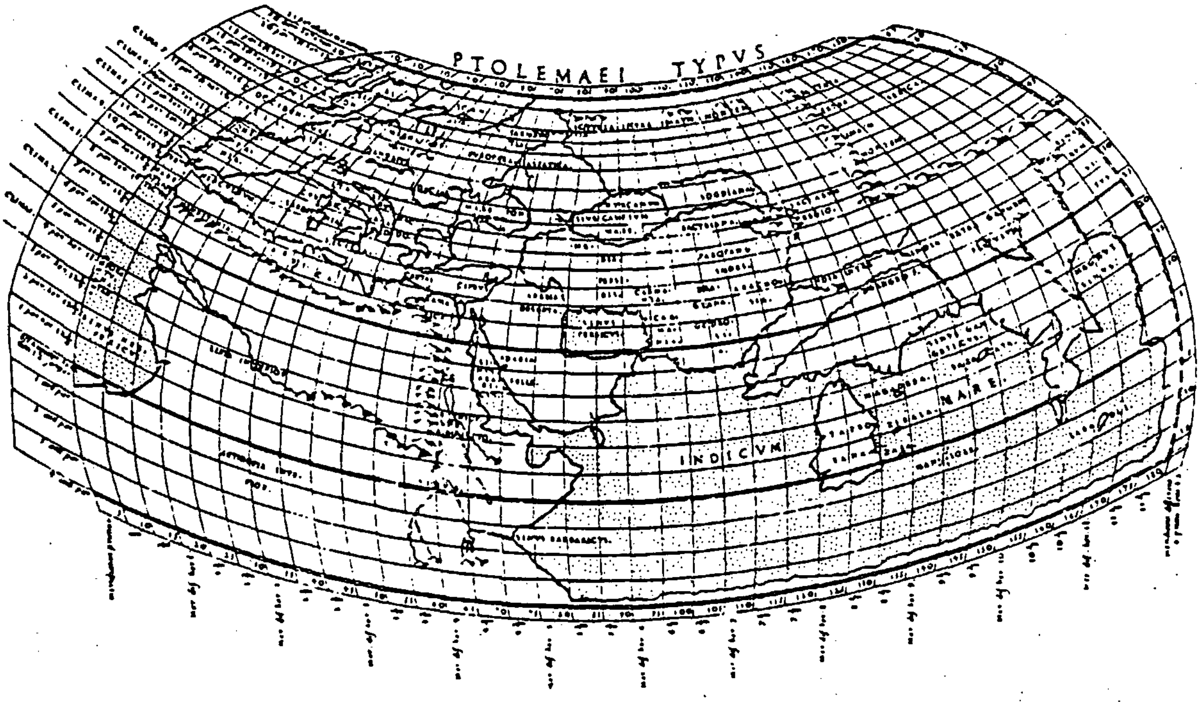
I denne del vil vi søge at gå mere praktisk til værks, ved selv at udforme en udstilling til Eksperimentarium, bestående af tre del-opstillinger om kortprojektion. Udstillingen er blevet til på baggrund af forskellige opstillingsmateriale vi har samlet. Dels har vi været på "La Villette" i Paris og se en eksisterende opstilling om kortprojektion, og dels har vi fra Eksperimentarium fået noget ikke-færdigudviklet materiale. Disse dele er søgt samlet til en idé til en opstilling som omtales i kapitel 5.

Inden vi når så langt, vil vi dog præsentere forskellige typer af kortprojektioner, og se mere matematisk på dem, der bruges til foreslaget til en opstilling i kapitel 5.

Kartografien (korttegning) er en gammel videnskab. Det ældste kendte landkort findes på en babylonsk lertavle fra ca. 3800 f.Kr., og det første verdenskort, naturligvis over den da kendte verden, tilskrives grækeren *Anaximandros*, der levede i først halvdel af det 6. århundrede f.Kr.

Pythagoras (ca. 580-500 fvt.) menes at være den første der fremturede med idéen om, at Jorden er kugleformet. Han mente, at Jorden sammen med planeterne kredsede i perfekte cirkler omkring en "central-ild", som gav nat og dag. Grækeren *Eratosthenes* (f. 276 fvt.) benyttede denne teori til at beregne Jordens omkreds.

Den antikke kartografi havde sit højdepunkt med den berømte alexandrianske astronom og geograf *Claudius Ptolemæus* (87-159 e.Kr.). Om Ptolemæus selv har tegnet, hvad vi idag forstår ved, egentlige kort, eller de først er blevet indføjet i hans "Geographia" af en eller anden praktisk anlagt videnskabsmand adskillige århundreder senere, er tvivlsomt. I alle tilfælde har han anført alle de positionsangivelser, der skulle til, for at tegne antikkens mest kendte Verdenskort. Ptolemæus har dog ikke selv rejst verden rundt for at tegne sit kort, men har bygget det på dels græsk og latinsk udført arbejde, og dels har han måttet støtte sig til de oplysninger, som handels- og krigsmæssige relationer på hans tid førte til Romerriget.



Ptolemæus' billede af verden (ca. 200 e.Kr.) [Bramsen 1975, s.17]

I 1409 blev Ptolemæus' kort genopdaget, da den italienske munk *Jacobus Angulus* fremlagde den første håndskrevne latinske oversættelse af Ptolemæus' værk "Geographia". Blandt de mange der kom i besiddelse af en afskrift af Angulus' oversættelse, var benedictinermunken *Nicolaus Germanus* (d. 1486), kaldet Donis, fra Reichenbach i Tyskland. Han kom til at spille en stor rolle i historien, idet en af de første trykte udgaver af Ptolemæus' kort, som udkom i Tyskland 1482 (35 år efter bogtrykkerkunstens opfindelse), benyttede ikke mindre end 5 nye kort udført af Germanus. Et af disse kort indeholdte en ny optegnelse af Norden, der øgede Ptolemæus' verden med 7 breddegrader mod nord, således, at man ikke alene havde fået et nyt kort over Danmark, men nu var Grønland også kommet med[1]. Informationen om denne nordlige del af Verden viser sig at stamme fra et håndtegnet kort udført af danskeren *Claudius Clausson Swart* (f. 1388) almindeligvis kaldet Claudius Clavus.

I tiden efter blev der tegnet mange udgaver af kort, men æren som den første videnskabelige geograf af verdensformat efter Ptolemæus tilskrives den hollandske matematiker *Gerard Kremer* (1512–94), der udviklede en projektionstype til at gengive jordkuglens overflade på et plant stykke papir. Projektionen fik hans navn "Mercator" ("Mercatorprojektionen"), der er

[1] Den ældste gengivelse af Danmark på landkort stammer fra Alexandria og er konstrueret omkring år 200 e.Kr. af Ptolemæus (se figur).

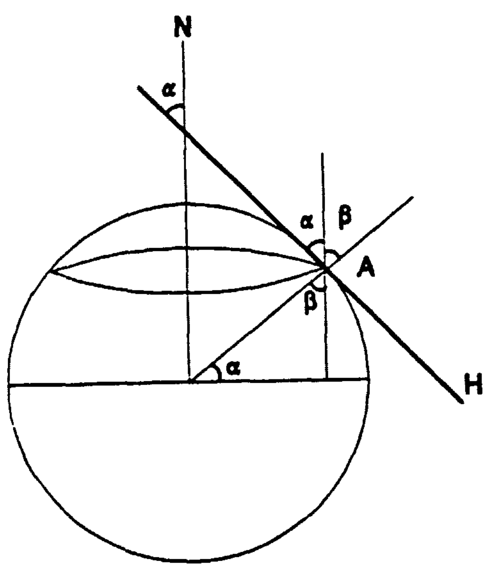
den latinske betegnelse for Kremer (handelsmand), selvom man tror principperne var udviklet tidligere. Hans kort er enestående til søfartsbrug.

Det var Mercator, der skabte ordet "atlas" som betegnelse for en samling af kort. Idéen til navnet fik han fra beretningen om den mytologiske skikkelse Atlas, der som straf for sin deltagelse i titanernes kamp mod guderne blev dømt til evigt at bære jordkuglen på sine skuldre. Det skal dog nævnes, at Mercator ikke var den første, der producerede en kortsamling, hvilket blev gjort af landkortforhandleren *Abraham Ortelius* (1527–98).

Efter Mercator gik udviklingen stærkt, hvilket vi dog vil undlade at beskrive her. Den interesserede læser henvises til "Gamle Danmarkskort" af Bo Bramsen, hvor Danmarkskortets udvikling beskrives fra år 200 e.Kr. og frem til 1800. Det er denne bog, der er hovedkilde til vores korte historiske afsnit, og en uddybning heraf er at finde her.

Istedet vil vi her se på et gammelt problem, nemlig hvordan man inddeler jordoverfladen i de velkendte længde– og breddegrader. Hvor længdegrader er halvcirkler fra nordpol til sydpol, og breddecirklerne ligger parallelt med Ækvator.

En metode til at bestemme breddegrader har været kendt siden ca. 200 år f.v.t. og bygger på, at visse stjerner kan betragtes som stationære i forhold til Jorden.



Breddegraden bestemmes.

Ønskes således den α'ende breddegrad på den nordlige halvkugle bestemt, er proceduren følgende: Der vælges et punkt A på den α'ende breddegrad, dernæst findes Horisontplanen H, som den plan der står vinkelret på linien fra centrum til A. Nordstjernen N ("beliggende" over Nordpolen) betragtes nu som fixstjerne. Linien mellem N og Jordens centrum er således sigtelinie.

Vinklen α mellem sigtelinien og Horisontplanen er netop breddegraden til A. På den sydlige halvkugle foretages tilsvarende procedure med hensyn til Sydstjernen.

Med hensyn til bestemmelse af længdegrader havde man dog et stort problem. Hvordan det egentligt lod sig gøre er tilsyneladende også svært at forklare, i hvert fald har vi ikke været i stand til at finde et eneste sted med en ordentlig forklaring.

Beskrivelsen af længdegradernes bestemmelse skøjtes der flot henover i "Gamle Danmarkskort" af Bo Bramsen:

> "Det var længdegradernes placering, der lige til Harrisons opfindelse af kronometeret i slutningen af 1700–tallet forårsagede de største vanskeligheder. Ptolemæus har næppe kendt mulighederne for måling af disse ved sol- og måneformørkelser, og *Galilæis* senere benyttelse af Jupiters drabanter [måner] til længdemålinger forudsatte kikkertens mellemliggende opfindelse. Hvad længdegradsinddelingen angår, måtte Ptolemæus simpelthen støtte sig på, romerske handelsfolks og krigeres oplysninger." [Bramsen 1975, s.20]

Hvor disse handelsfolk og krigere fik deres oplysninger fra melder historien ikke noget om, men ganske nøjagtige kan de ikke have været, da Ptolemæus' billede af den kendte verden viste sig at være omtrent 30% for stort.

Et godt forsøg på forklaring findes i "Maps and their makers" af G.R. Grone, hvor det er måneformørkelser der tages som udgangspunkt:

> "...the probleme of longitude provides an established refrence datum, the problem of longitude long baffled the astronomers, for no meridian is marked out as an initial one, in the way that the Equator serves as an initial parallel. Since the earth makes on revolution in a day, more or less, it was early recognised that simultaneous observations of a celestial phenomenon such as a lunar eclipse would, through the difference in the local times at the moment of observation, give a value for the difference of longitude (1 hour

= 15° of longitude) Without the requisite astronomical tables or accurate portable time-keepers, the metode was impracticable, though a few attempts were made to observe eclipses for this purpose" [Crone 1968, s. 19-20]

Denne beskrivelse er god nok et stykke af vejen, men i sidst sætning går det galt. Det var ikke noget problem, at man ikke havde transportable ure, da idéen netop var at se på forskellen i lokal tid - som han også selv skriver.

Det næste skridt i udviklingen var udviklingen af et kronometer (meget nøjagtigt skibsur), der kunne transporteres, hvilket lykkedes for John Harrison 1736. Det blev nu let at bestemme længdegrader, idet der nu var mulighed for at sammenligne den lokale og den transportable tid.

Vi har nu set kort på kartografiens historie og har fået fastlagt længde- og breddebuer, vi er således klar til at se på, hvordan forskellige landkort fremstilles, og hvilke egenskaber de forskellige kort har.

Kapitel 4
Kortprojektioner

Hvis man skal afbilde overfladen af en rumlig figur på en plan kan der opstå store problemer, f.eks. er en kugleflade (eller en del af en kugleflade) ikke en udfoldelig flade. At en flade er udfoldelig betyder, populært sagt, at den kan opskæres og udfoldes i planen således at længder bevares overalt[2]. At en kugleflade (eller en del heraf) ikke er udfoldelig kan bevises v.h.a. matematiske metoder. Se evt. bilag D, hvor et bevis er fremstillet.

Når man nu alligevel ser forskellige kort over områder af Jordens overflade, skyldes det, at man har fundet metoder, hvorpå man kan få en tilnærmelse af Kloden på et plan. Af disse forskellige tilnærmelser er der ikke en, der er "den rigtige". Derfor findes der også mange forskellige udgaver af kort, med forskellige egenskaber. Det er oftest disse egenskaber, der er afgørende for hvilket kort, der anvendes i en given situation. For kort der bruges i forbindelse med navigation, er det f.eks. meget vigtigt, at kurver på havet med fast kurs, er rette linier (de såkaldte loxodromer[3]).

En af de egenskaber man taler om i forbindelse med kortprojektion er, hvorvidt et givet kort er *vinkeltro*, hvilket vil sige, at alle linier skærer hinanden under samme vinkel på kortet som på globen. En anden egenskab man taler om i forbindelse med kort er *arealtro*, hvor arealer på Jorden forholdsmæssigt bevares på kortet. Et kort der er vinkeltro kan ikke samtidig bevare arealet - og omvendt (se evt. bilag D). Den sidste egenskab man taler om i forbindelse med kort er *afstandsbevarende* (også kaldet længdetro). Dette betyder at afstande på kortet forholdsmæssigt får deres rigtige længde, eller, med andre ord, at en kurve ved afbildningen går over i en anden kurve med samme længde. Dette vil dog aldrig gælde samtlige linier på kortet. Den eneste repræsentation af Jorden hvor afstandene er bevaret i alle retninger, under hensyntagen til målestoksforholdet, er således globusen.[4]

Et fællestræk for nogle af de metoder, der findes til at afbilde globen, eller dele heraf, på et plan er *den ægte geometriske projektion*. Disse projektioner fremkommer ved at afbilde globen på en udfoldelig flade, ved at forestille sig rette linier trukket fra ét sigtepunkt (en lyskilde)

---

2 En mere nøjagtig matematisk definition findes i Børge Jessen: "Lærebog i geometri II" 1945 side 201.

3 Loxodrom: Et stykke af en cirkelbue på Jordens overflade der skærer alle medianer under samme vinkel, hvor en median er en længdekreds gennem Jordens poler.

4 For en mere matematisk beskrivelse af areal-, vinkel- og længdetro henvises den interesserede til Børge Jessen: "Lærebog i geometri II" (1945) side 195, 187 og 201.

gennem globens punkter til skæring med billedfladen. Vi skal her fremhæve, at selvom vi senere omtaler alle vores eksempler som *kortprojektioner*, er der ikke i alle tilfælde tale om projektioner i egentligt forstand, men om *afbildninger* af kuglefladen på et plant område. Dette gælder f.eks. den senere beskrevne Archimedes' projektion, hvor der ikke er ét sigtepunkt, men en hel akse af sigtepunkter.

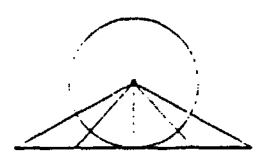
De tre grundlæggende projektionstyper, der alle bygger på den ægte geometriske projektion er *Azimutalprojektioner, Cylinderprojektioner* og *Kegleprojektioner* som vi skal se nærmere på i det følgende.

4.1. Azimutalprojektioner.

Disse projektioner opnår man ved at lade en plan tangere et vilkårligt punkt på globen. Sigtepunktet (lyskilden) kan herefter anbringes på flere måder i forhold til plan og globe, hvorved man opnår tre forskellige planprojektioner nemlig *den gnomoniske projektion, den stereografiske projektion* og *den ortografiske projektion.*

4.1.1. Den gnomoniske projektion.

Ved den Gnomoniske projektion anbringes sigtepunktet i centrum af globen og planen tangerer, et vilkårligt punkt på globen.



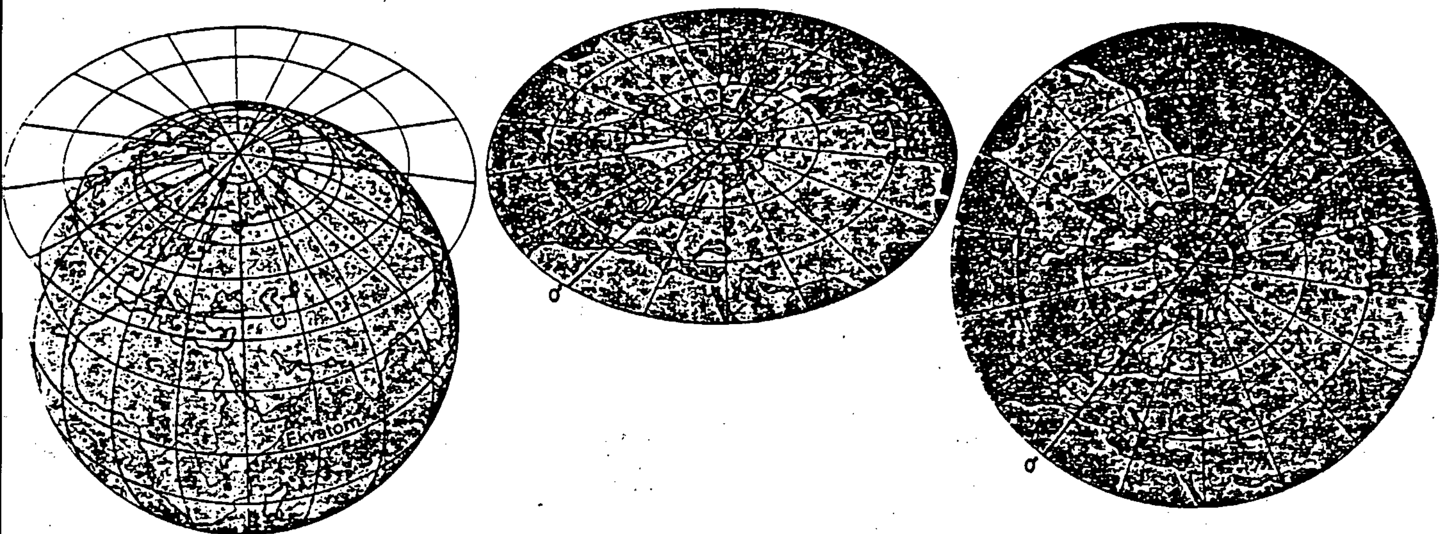
Figur 4.1 Gnomonisk projektion

Et eksempel på denne projektion er *Polarprojektionen*, der fås ved projektion fra centrum til en plan placeret som tangentplan til den nordlige pol ses figur 4.2. Denne projektion vil være anvendelig ned til ca. 50° nordlig bredde [Jonason 1974]. Dog vil man i princippet kunne afbilde en halv klode ved denne projektion.

Egenskaber.
Den gnomoniske projektion har den enestående egenskab, at den afbilder alle storcirkelbuer[5] i rette linier. Dette gælder dog ikke ækvator, der ikke afbildes hvis tangentplanen ligger ved Nord- eller Sydpolen. Dette letter opgaven med at bestemme den korteste vej mellem to punkter, fordi den korteste vejs billede er en ret linie.

---

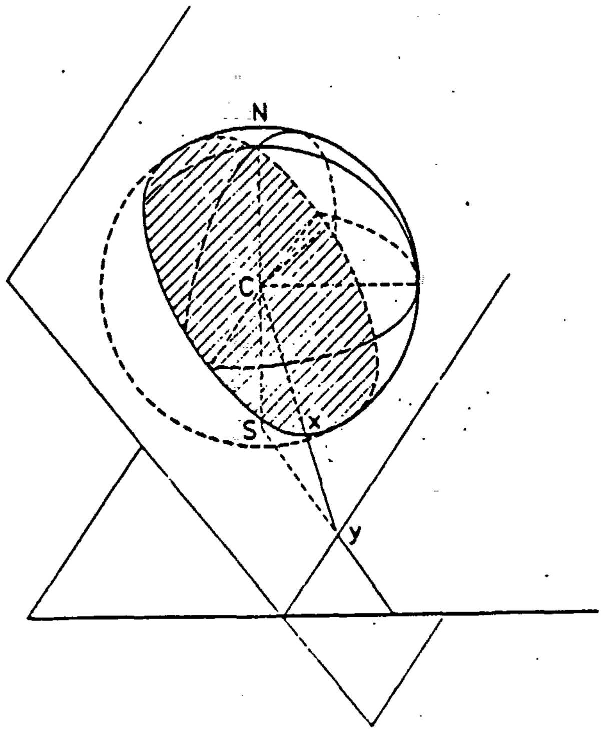
[5] En storcirkel er en cirkel med samme centrum og radius som globen.



Figur 4.2 Et eksempel på den gnomoniske projektion. "Polarprojektionen".
[Jonason 1974, s.25]

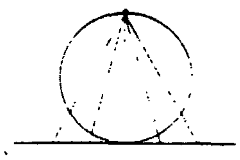
At alle storcirkelbuer bliver rette linier, opnås fordi punkterne på én storcirkel projiceres af linier, der ligger i én og samme plan. Storcirkelbuerne afbildes derfor i skæringen mellem denne plan og tangentplanen som netop er en ret linie [Larsen 1984]. Se figur 4.3.

At den korteste vej mellem to punkter afbildes som en ret linie er en god egenskab i forbindelse med bestemmelse af flyruter. Dog kan man ikke se, hvor langt der er mellem to punkter. Desværre er det dog sådan, at selvom denne projektion i princippet kan afbilde en halv globe, bliver projektionen meget forvrænget jo længere vi kommer væk fra planens tangeringspunkt. Ifølge "Hele Verden på ét kort" af Mogens Esrom Larsen kan et kort udarbejdet ved denne projektion dårligt benyttes til at afdække mere end en tiendedel af jordoverfladen. Dette er ikke tilstrækkeligt med de flyafstande der skal afdækkes, hvorfor man istedet foretrækker den stereografiske projektion.



Figur 4.3 Storcirkelbuer afbildes som rette linier. . [Larsen 1984, s.192]

4.1.2. Den stereografiske projektion.



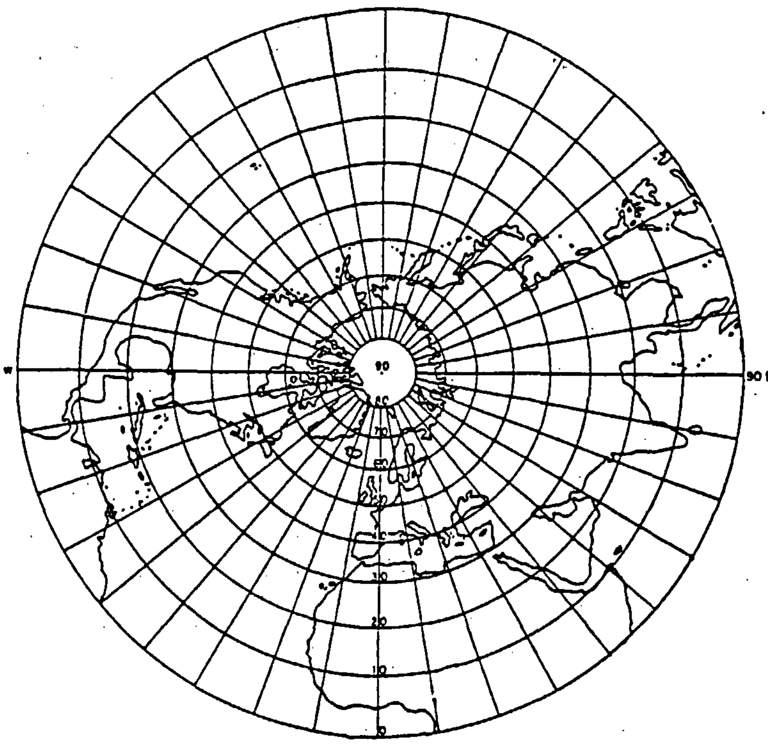
Figur 4.4 Stereografisk projektion

Ved den Stereografiske projektion anbringes sigte-punktet på randen af globen, og planen tangerer det diamentralt modsatte punkt på globen.

Et eksempel på denne projektion ses på figur 4.5

Egenskaber.
En vigtig egenskab ved den stereografiske projektion er, at den er *vinkeltro*.

Projektionen har desuden den egenskab, at til en vilkårlig cirkel på globen (som ikke går gennem sigtepunktet) svarer en cirkel på planen og omvendt. Til cirklerne gennem sigtepunktet svarer rette linier. Idet en ret linie kan opfattes som et udartet tilfælde af en cirkel, kan vi udtrykke den omtalte egenskab ved at sige, at afbildningen er *cirkeltro*. [Jessen 1941]. Dette bevirker at den korteste afstand mellem to punkter på Kloden, ved denne projektion, vil afbildes enten som en vis cirkelbue eller som en ret linie. Man kan således konstruere flyruter v.h.a. passer eller lineal.



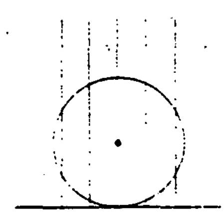
Figur 4.5 Et eksempel på den stereografiske projektion. [Steers 1970, s.54]

Projektionen er ikke arealtro. Landene bliver større og større i retningerne væk fra tangeringspunktet.

At projektionen er cirkel- og vinkeltro gør, at kort baseret på denne projektion er de mest benyttede til langtursflyvning [Larsen og Danielsen, 1991].

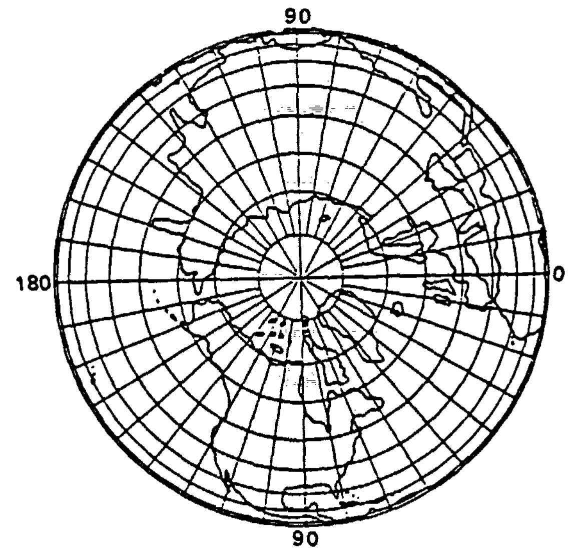
4.1.3. Den ortografisk projektion.

Ved den ortografiske projektion anbringes sigte-punktet uendeligt langt ude, og planen tangerer igen det "diamentralt modsatte" punkt på globen.



Figur 4.6 Orthografisk projektion

"Projektions linierne" vil således stå lodret på projektionsplanen. Et orthografisk kort vil ligne et fotografi af Jorden taget fra Rummet. Fotografering kan også opfattes som en afbildning af rumlige genstande på en plan - den fotografiske plan.



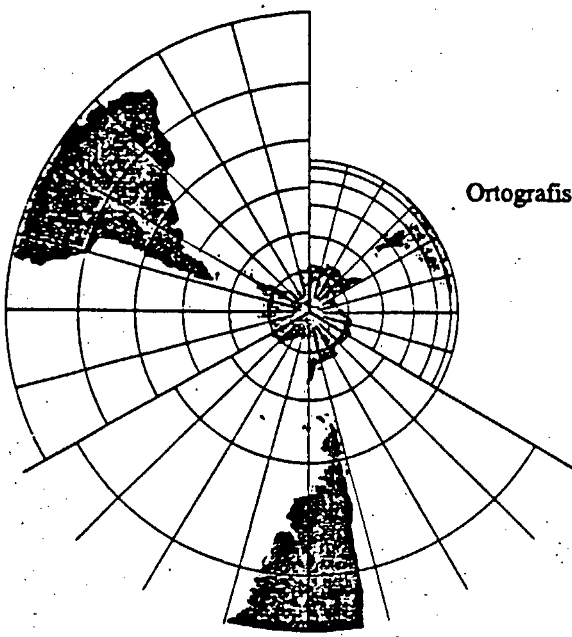
Figur 4.7 Et eksempel på den orthografiske projektion. [McDonnell 1979, s.64]

Egenskaber.
Projektionen kan anvendes for små områder nær centrum af projektionen. Med ved kortlægning af store områder er forvridningen af formerne tydelig. Alle cirkler parallelle med projektionsplanen får den rigtige form og størrelse. Benyttes således Nord- eller Sydstjernen som sigtepunkt vil længden af breddegraderne bevares, mens afstanden mellem dem formindskes væk fra centrum. Den ortografiske projektion har ingen af de tidligere omtalte egenskaber.

4.1.4. Opsamling på Azimutalprojektioner.

Azimutalprojektionerne er alle projektioner, der fremkommer ved at afbilde Jorden på en plan, der tangerer globen i et punkt. Tangeringspunktet kan vælges vilkårligt, hvorfor det er muligt at afdække alle områder. For den gnomoniske og den ortografiske projektion er det dog umuligt at afbilde både den nordlige og sydlige halvkugle samtidig. Dette er der mulighed for ved den stereografiske projektion, dog vil sigtepunktet aldrig blive afbildet.

Umiddelbart ser de tre kort måske meget ens ud, men figur 4.8 skulle gerne vise, at der er en forskel.



Figur 4.8 Sammenligning af de tre Azimutalprojektioner. [Lademanns Leksikon]

4.2. Cylinderprojektioner.

Cylinderprojektioner er en anden type af projektioner. Globen omsluttes her af en cylinder, der tangerer denne i en storcirkel (oftest ækvator). Sigtepunktet kan placeres, henholdsvis som et punkt i globens centrum eller som en linie. Kortbilledet projekteres nu over på cylinderen, der ved opklipning giver et plant kort. Billederne af længde- og breddebuerne vil være rette linier. En længdebues billede vil skære samtlige breddebuers billede under en ret vinkel. Tilsvarende vil billedet af en breddebue skære alle længdebuebilleder under en ret vinkel.

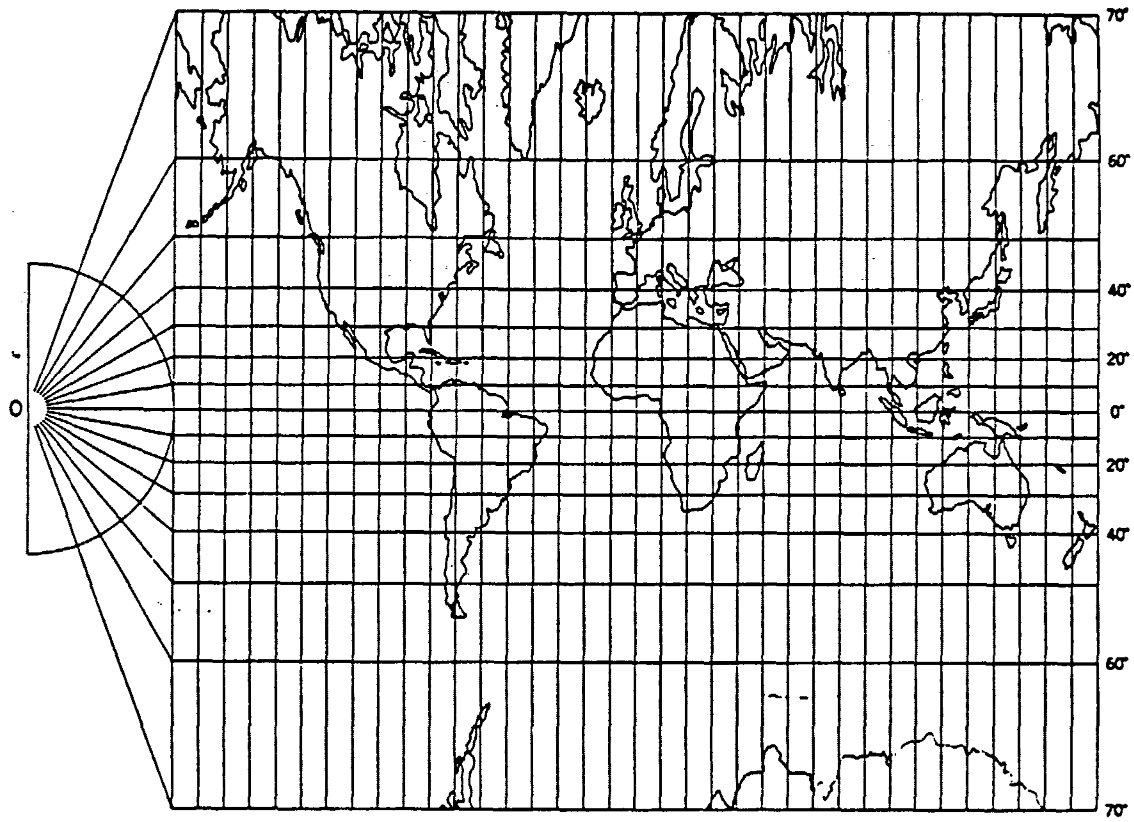
Den korteste vej mellem to punkter vil ved cylinderprojektionerne ikke nødvendigvis være rette linier. På kuglefladen er den korteste afstand en storcirkel (eller en del heraf). Denne storcirkel vil ligesom ækvator og medianerne[6] have samme centrum og radius som kuglen. Hvis vi derfor betragter en storcirkel forskellig fra ækvator og medianerne vil denne skære ækvator to gange. Hvis derfor dens billede på cylinderen skal være en ret linie, må den falde sammen med ækvator. [Larsen 1984]. Flyruter er således ikke umiddelbart til at bestemme ved denne projektionstype.

6 Median: Længdekreds gennem Jordens poler.

Der findes mange forskellige Cylinderprojektioner, her vil vi dog kun se nærmere på følgende tre: *Den centralcylindriske projektion*, *Mercatorprojektionen* og *Archimedes projektion.*

4.2.1. Den centralcylindriske projektion.

Ved den centralcylindriske projektion placeres sigtepunktet (som et punkt) i Globens centrum, og der projiceres ud på cylinderen der tangerer ækvator. Man er ved denne projektion interesseret i, at afbilde længde- og breddebuerne med henblik på at undersøge disses egenskaber på kortet.



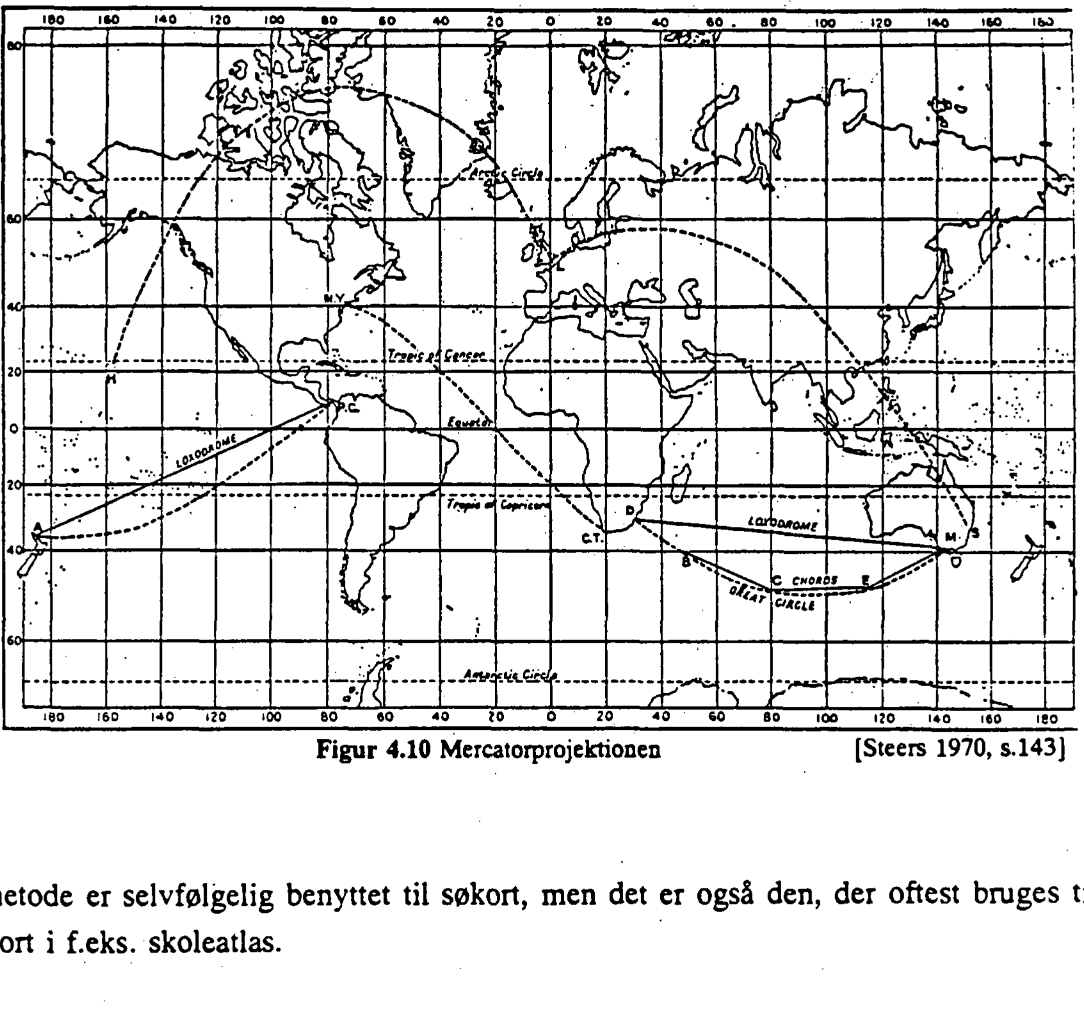
Figur 4.9 Den centralcylinderiske projektion. [McDonnell 1979, s.80]

Egenskaber.

Projektionen er ikke længdebevarende langs længde- og breddebuerne, dog næsten i nærheden af ækvator. Der vil opstå ekstreme arealoverdrivelser langt fra ækvator. På grund af denne forvrængning og mangel på speciel nytte bruges projektionen yderst sjældent. Dette gælder dog ikke Mercatorprojektionen der er en af de mest anvendte.

4.2.2. Mercatorprojektionen.

Her er målet at gøre før omtalte projektion vinkeltro. Dette gøres ved at "strække"/"sammentrykke" cylinderen på langs, så afstanden mellem breddegraderne bliver anderledes. Afstanden mellem breddegraderne korrigeres således at længdeforholdet mellem længderetning og bredderetning bliver ensartet, hvorved man opnår, at loxodromerne bliver rette linier på kortet. Forskellen mellem breddegraderne kan ses på kortet figur 4.10 udarbejdet v.h.a. Mercatorprojektionen.



Figur 4.10 Mercatorprojektionen [Steers 1970, s.143]

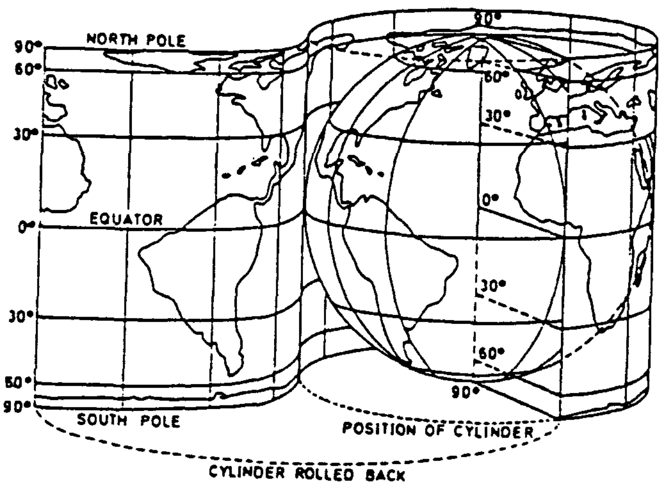
Denne metode er selvfølgelig benyttet til søkort, men det er også den, der oftest bruges til verdenskort i f.eks. skoleatlas.

Egenskaber.

Projektionen er selvfølgelig *vinkeltro* (hvilket jo var formålet). Projektionen er ikke arealtro, idet lande nær polerne afbildes meget større i forhold til lande nær ækvator (måske er det derfor, at projektionen er så populær i de nordlige lande). Loxodromer er rette linier på dette kort, men dette er ikke tilfældet for flyruter, som ikke er lette at bestemme her. Så selvom projektionen er vinkeltro er den altså ikke samtidig cirkeltro, som det var tilfældet med den stereografiske projektion.

4.2.3. Archimedes projektion.

Archimedes projektion (også kaldet Lamberts arealbevarende cylinderiske projektion) er principielt anderledes end de to foregående. Hvor den centralcylinderiske projektion havde ét sigtepunkt placeret i centrum af globen, og Mercatorprojektionen er en "trigonometrisk" manipulation af denne, har Archimedes projektion en hel akse af sigtepunkter, nemlig den akse der går gennem Jorden fra pol til pol. I modsætning til begge de foregående cylinderiske projektioner vil polerne her blive afbildet.



Figur 4.11 Archimedes'projektion. Cylinderes rulles af jordkloden. [Larsen 1984, s.191]

Egenskaber.

Landene bliver stærkt fortegnede ved denne projektion, og både flyruter og loxodromer vil være vanskelige at bestemme. Ikke desto mindre er projektionen *arealtro* (vilkårlige områder bevarer deres areal under afbildningen). Overalt på billedet af denne projektion vil fortegningen være sådan, at en figur bliver bredere og lavere med samme faktor. Derfor passer arealerne altid. Denne projektion er sjældent brugt, men kan med rimeligt resultat anvendes til kortlægning af områder nær ækvator.

Archimedes (ca. 287–212 f.v.t.) benyttede denne projektion til at indse, at sfærens areal var totalt det samme som cylinderens, altså $4\pi r^2$:

> "...Det er nu ikke første gang, man har fundet på arealtro projektioner af kugleskallen. De er lige så gamle som selve definitionen af en krum flades areal, og går tilbage til Archimedes († år 212 f.v.t.), som beskrev dem i sit

berømte værk, *Kuglen og Cylinderen*[7] Heri definerer Archimedes arealet af en konveks flade ved at tilnærme den indefra og udefra med konvekse polyedre. Det er ikke så banalt, som det kan lyde. Tænk på, at hvis man tilnærmer en 45° skrå plan med en trappe, så vil arealet af trappen være $\sqrt{2}$ gange for stort, uanset hvor små trinene er. Men en trappe er jo også noget af det mest ukonvekse, man har.

Archimedes beviser ved hjælp af den arealtro projektion, at hele kuglens overflade er lig med cylinderens krumme overflade og derfor $4\pi r^2$. Altså også det samme som af en cirkel med radius lig kuglens diameter. Hvis vi i det følgende regner afstande i jordradier, altså sætter r=1, bliver overfladen som en cirkel med radius 2.

Dette resultat var faktisk det, som Archimedes var mest stolt af. Han skriver i et brev, at "sådan har det været siden tidernes morgen, men jeg er den første, der har vidst det!" [Larsen 1990, s.15]

4.3. Kegleprojektioner.

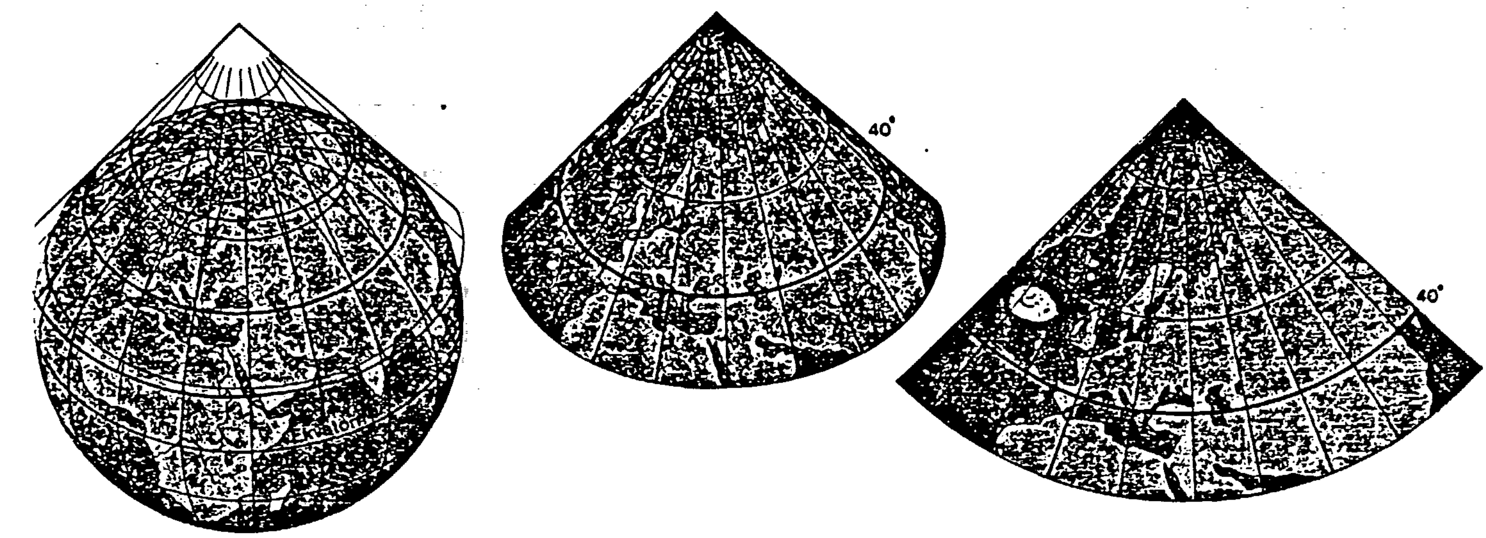
En kegleprojektion er en afbildning af en globus på en kegle, der er anbragt således at en lillecirkel[8] på globen er tangentcirkel på keglen. Sigtepunktet placeres oftest i globens centrum. Det skal bemærkes, at tangentcirklen ikke kan være ækvator, og at ved en afbildning af den nordlige halvkugle, vil den sydlige ikke kunne tages med.

Egenskaber.
Kun tilnærmelsesvist afstandsbevarende langs længdebuer, når vi betragter områder nær tangeringscirklen (også kaldet standardbredden). Breddebuerne vil afbildes i halvcirkler, mens længdebuerne vil afbildes som liniestykker. Hvis man nøjes med at kortlægge et område, der er forholdsvis smalt, et stykke fra ækvator, vil kegleprojektionen give et ganske godt billede af det afbildede områdes virkelige kontur.

---

7 Opgivet kilde: Archimède, Περι σφαιρασ και κυλινδρον (*De la Sphère et du Cylindre*), Société dèdition "les belles lettres", Paris, 1970.

8 En lillecirkel er en cirkel på kuglen, som ikke har samme centrum og radius som kuglen.



Figur 4.12 Kegleprojektion. [Jonason 1974, s.26]

4.4. Geometrisk om kortprojektioner.

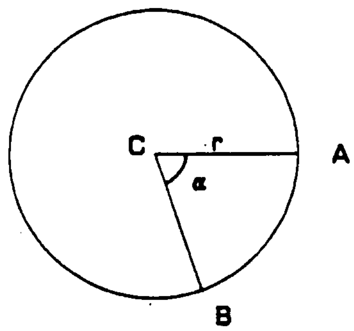
I det følgende vil vi se mere matematisk på de projektioner, der senere skal bruges i opstillingen på Eksperimentarium. Det drejer sig om: Den centralcylindriske, Archimedes' og gnomoniske projektion. Vi vil se matematisk på, hvorfor de omtalte projektioner ikke er afstandsbevarende og i hvilken udstrækning de er areal- og vinkeltro.

Jorden er som bekendt ikke en kugle. Når vi i det øvrige skal se på, hvorfor nogle projektioner f.eks. ikke er afstandsbevarende, vil vi dog tillade os at foretage den idealisering, at kuglen, også kaldet globen, opfattes som en model for Jorden.

Inden vi går igang er vi nødt til at se på de afstandsmål (mellem to punkter), der gælder henholdsvis på kuglen og i planen.

Det euklidiske afstandsmål: Afstanden mellem to vilkårlige punkter A og B i $\mathbf{R}^3$ - kaldet dist(A,B) - defindendes som: Den mindste afstand mellem dem. Dette svarer til længden af den éne rette linie, der går mellem A og B. Ligger A og B på kugleoverfladen vil denne afstand gå gennem kuglen.

Det ikke-euklidiske afstandsmål: Dette afstandsmål er knyttet til cirkelbuelængder og defineres som infimum af alle længder af kurver mellem to punkter. Afstanden mellem to vilkårlige punkter A og B - kaldet $dist_k(A,B)$ - på en kugle er således: Længden af den korteste storcirkelbue mellem A og B.

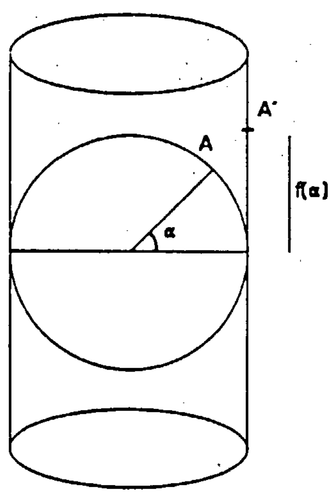


I en cirkel vil afstanden fra centrum, C, til vilkårlige punkter, A og B, på cirkelperiferien altid være ens, dvs. dist(A,C)=dist(B,C)=r, hvor r er cirklens radius. Omkredsen af en cirkel er $2\pi r$, idet 2π betegner vinklen hele vejen rundt i cirklen. En vilkårlig afstand mellem A og B er således $dist_k(A,B)=r\alpha$, hvor α er den vinkel der spænder over buestykket mellem A og B.

4.4.1. Cylinderprojektioner.

Vi skal her se på en generel geometrisk fremstilling af cylinderprojektioner, som det er gjort i "Lærebog i geometri II" af Børge Jessen.

Udgangspunktet er følgende: Globen omsluttes af en cylinder, som skærer globen i Ækvator. Globen tænkes at have radius 1. Et punkt A på den l'te længdebue og den α'ende breddegrad får koordinaterne (l,α), hvor $l \in [0,2\pi]$ og $\alpha \in [-\pi/2,\pi/2]$.



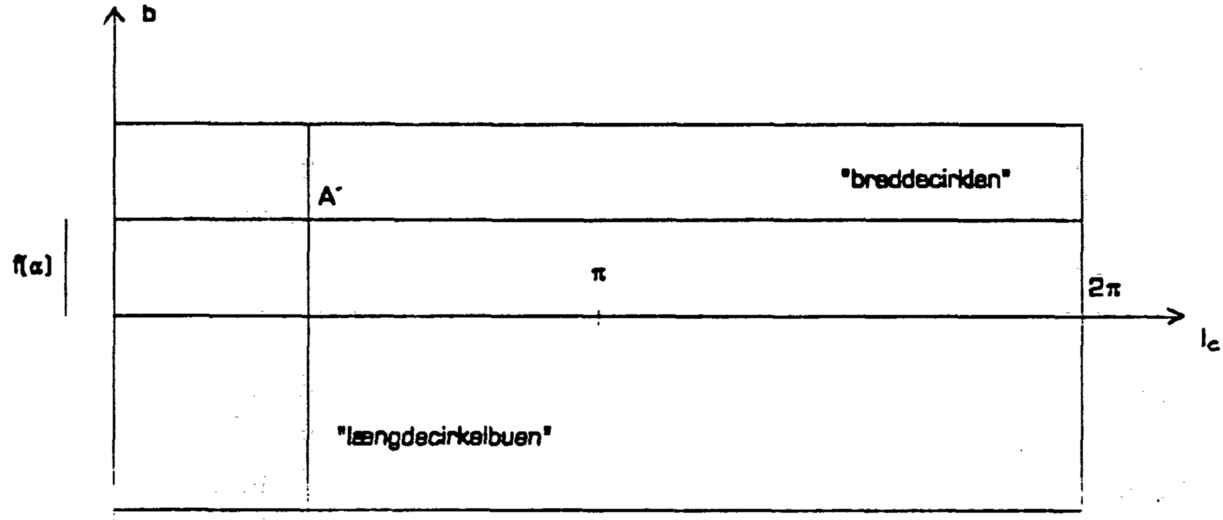
Figur 4.13 Udgangspunktet for cylinderprojektionerne.

Der indføres nu en funktion K som afbilder A (på kuglen) over i A' (i planen). Da l ikke forandres ved afbildningen får vi:

$$A = (l,\alpha) \mapsto A' = K(A) = (l,f(\alpha))$$

hvor $f(\alpha)$ betegner en given funktion i intervallet $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$, med kontinuert positiv differentialkvotient, for hvilken $f(0)=0$. Polerne N og S er udelukket fra afbildningen og punkterne på ækvator går over i sig selv.

Cylinderen opskæres nu, f.eks. langs $l=0$ og udfoldes, hvorved den ønskede afbildning fremkommer på et plant område. Billedmængden ser nu ud som på figur 4.14.



Figur 4.14 Den udfoldede cylinder

Vi har således en afbildning, K, fra kuglen til planen:

$$K(s^2\backslash\{N,S\}) = s^1 \times]f(-\pi/2);f(\pi/2)[$$

hvor $s^2=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2=1\} \subset \mathbf{R}^3$
og $s^1=]0;2\pi[\subset \mathbf{R}^2$, hvis cylinderen tænkes opklippet i $l=0$.

Cylinderen udfoldes i et (l_c,b)–koordinatsystem i planen (se figur 4.14). Hvordan målestoks–forholdet ændres bestemmes af hovedretningerne i A, da $l_c=l$ og $b=f(\alpha)$ står vinkelret på hinanden.

Afstandsforandringen langs breddebuerne

Vi skal her se på forholdet mellem billedcirklens omkreds (globens omkreds ved ækvator) og en vilkårlig breddecirkels (lillecirkel) omkreds.

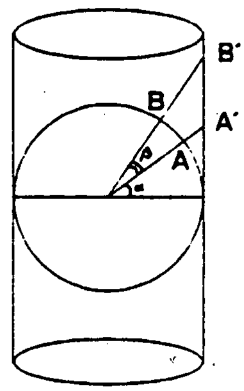
Radius i en vilkårlig lillecirkel er $\cos\alpha$, da $r=1$.

Lillecirklens omkreds er således $2\pi\cos\alpha$, mens billedcirklens omkreds er 2π. Afstandsforandringen langs breddebuerne ved cylinderprojektionen er således:

$$\frac{\text{omkreds billedcirkel}}{\text{omkreds lillecirkel}} = \frac{2\pi}{2\pi\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

<u>Afstandsforandringen langs længdebuerne</u>

Udgangspunktet her er to punkter A og B på globen beliggende på samme længdegrad, men på henholdsvis α'ende og $(\alpha+\beta)$'ende breddegrad. Billedpunkterne til A og B kaldes henholdsvis A´ og B´.



Figur 4.15 længdebuernes afstandsforandring

Vi opnår da:

$$\text{dist}_k(A,B) = (\alpha+\beta)-\alpha = \beta$$

$$\text{dist}(A',B') = f(\alpha+\beta) - f(\alpha)$$

Skal afstandsændringen langs længdebuerne bestemmes, skal vi se på forholdet mellem dist_k-(A,B) og dist(A´,B´):

$$\frac{\text{dist}(A',B')}{\text{dist}_k(A,B)} = \frac{f(\alpha+\beta)-f(\alpha)}{\beta} \rightarrow f'(\alpha) \text{ for } \beta \rightarrow 0$$

Arealforholdet[9]

Arealforholdet er:

$$f'(\alpha)\cdot\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{f'(\alpha)}{\cos\alpha}$$

Skal afbildningen være arealtro skal der således gælde:

$$\frac{f'(\alpha)}{\cos\alpha} = 1 \Rightarrow f'(\alpha) = \cos\alpha \Rightarrow f(\alpha) = \sin\alpha$$

$f'(\alpha)$ kan udregnes for de forskellige cylinderprojektioner. For den centralcylindriske projektion gælder $f'(\alpha)=1/\cos^2\alpha$ (udregninger bilag E), dvs. $f(\alpha)=\tan\alpha$, og for Archimedes projektion gælder $f'(\alpha)=\cos\alpha$ (udregninger bilag F), dvs $f(\alpha)=\sin\alpha$. Vi kan således se, at *Archimedes projektion* er arealtro, mens dette ikke er tilfældet for den centralcylindriske projektion.

Vinkeltro

Hvis afbildningen skal være vinkeltro må vi for enhver værdi af α have

$$f'(\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha}$$

hvoraf følger

$$f(\alpha) = \int\frac{1}{\cos\alpha}d\alpha = \log\left(tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

Hvilket svarer til *Mercatorprojektionen* [Jessen 1941]

9 For yderligere beskrivelse af arealforholdet henvises til Børge Jessen "Lærebog i geometri II" (1945) side 194-195.

Ud fra beregningen af udtrykket for den arealtro og den vinkeltro projektion, kan man se, at en cylinderprojektion ikke kan være vinkel- og arealtro samtidig. Hvilket i øvrigt ikke gælder for nogle projektioner, se Bilag D.

En tilsvarende fremgangsmåde kan benyttes for de Azimutale projektioner, hvilket også gennemgås af Børge Jessen i "Lærebog i geometri II" (1941) side 185–188. Her har vi dog valgt kun at se nærmere på den gnomoniske projektion, da det er den eneste Azimutalprojektion vi senere benytter.

4.4.2. Den gnomoniske projektion.

Efter en masse udregninger opnås følgende resultater (beregningerne kan evt. ses bilag G):

<u>Afstandsændringen langs breddebuerne</u>

$$\frac{dist_k(A',B')}{dist_k(A,B)} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

Herved ses at projektionen ikke er afstandsbevarende langs breddebuerne. Dog i nærheden af Nordpolen, da

$$\frac{1}{\sin\alpha} \to 1 \quad \text{for} \quad \alpha \to \frac{\pi}{2}$$

Ud fra afstandsforholdet kan man også se, at ækvator ikke vil blive afbildet ved den gnomoniske projektion, idet

$$\frac{1}{\sin\alpha} \to \infty \quad \text{for} \quad \alpha \to 0$$

<u>Afstandsændringen langs længdebuerne</u>

$$\frac{dist(A',B')}{dist_k(A,B)} \to \frac{1}{\sin^2\alpha} \quad \text{for} \quad \beta \to 0$$

Projektionen er således ikke afstandsbevarende langs længdebuerne, da forholdet mellem de to længder ikke er én. Projektionen er dog næsten afstandsbevarende langs længdebuerne i nærheden af Nordpolen idet

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} \rightarrow 1 \quad \text{for} \quad \alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Ikke arealtro

Arealforholdet er

$$\frac{\frac{1}{\sin^2\alpha}}{\frac{1}{\sin\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

da dette forhold ikke er konstant er den gnomoniske projektion IKKE arealtro.

Ikke vinkeltro

Afbildningen er ikke vinkeltro idet

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} \neq \frac{1}{\sin\alpha} \quad \text{for } \alpha \neq \frac{\pi}{2}$$

Vi har nu set på principperne for forskellige projektioner, og på hvilke egenskaber de har. Der ikke er nogen projektion, der kan opfylde at være afstandsbevarende, vinkel- og arealtro samtidig, og det forholder sig faktisk således, at en projektion kun kan opfylde enten at være areal- eller vinkeltro. Samtidig kan vi heller ikke, ved de gennemgåede projektioner, få opfyldt, at både loxodromer og storcirkler kan blive rette linier. Der er således ikke ét kort, der er det "mest rigtige", det kort man bruger afhænger, som tidligere sagt af, hvilke egenskaber man ønske opfyldt.

Når vi i det følgende kapitel vil give et bud på en idé til en opstilling om kortprojektioner til Eksperimentarium, er der således ikke nogle projektioner, der er vigtigere at få med end andre. Valget må således afhænge af, den historie vi vil fortælle, og de muligheder vi synes, folk skal have.

Kapitel 5
Forslag til en matematik–opstilling

I dette kapitel vil vi give et forslag til en matematisk opstilling til Eksperimentarium. Derfor er det nødvendigt at se på, hvilke kriterier Eksperimentarium stiller til en opstilling. I sammenhæng med disse kriterier, vil det også være vigtigt at se på, om vores idéer for opstillingen kan sammenføjes med kriterierne. Vi vil gerne have, at folk ved at opstillingen er matematisk.

I forbindelse med idéen til den nye opstilling, har vi selvfølgelig gjort nogle overvejelser undervejs. For at idéen ikke skal fremstå rodet, har vi valgt at skrive overvejelserne efter en præsentation af idéen.

5.1. Kriterier til en opstilling.

Der findes mange gode råd til, hvordan man laver sin udstilling bedst muligt. Eksperimentarium har også opstillet nogle gode råd, som nærmere er blevet til kriterier for, hvordan de mener, en opstilling skal laves.

Eksperimentariums kriterier [Hansen og Hornstrup 1986], som den enkelte opstilling skal afspejle:

1) Opstillingen skal først og fremmest beskæftige sig med grundlæggende forhold i naturvidenskaberne og de nye teknologier.

2) I lighed med de amerikanske science centre skal der lægges vægt på at kombinere morsomme oplevelser med et fagligt indhold.

3) Den enkelte opstilling skal kunne berøres og manipuleres, så den besøgende kan få ægte førstehåndsoplevelser.

4) Opstillingen skal tage udgangspunkt i forhold, som befolkningen i almindelighed har kendskab til fra dagligdagen.

5) Enkeltstående opstillinger skal samles i afsnit således, at overordnede temaer belyses af de samlede aktiviteter.

6) Opstillingerne skal virke indbydende og "appetitvækkende" på de besøgende og placeres således at man på egen hånd kan vælge sin egen rækkefølge at gennemgå opstillingerne i.

7) De temaopdelte aktiviteter skal suppleres med opstillinger, der belyser deres anvendelse i erhvervslivet og samfundet.

Kriterierne er valgt, så opstillingerne afspejler målsætningen. Derfor er disse punkter næsten de samme som dem under Eksperimentariums formål i kapitel 2.

Udover disse punkter er der også andre ting, man skal holde sig for øjet, når man laver en opstilling. Det er f.eks. vigtigt for en opstilling, at den er simpel og overskuelig. Den skal gerne fortælle en simpel og vigtig historie, der giver den besøgende stof til eftertanke. En opstilling skal også være let at gå til. Det nytter ikke, at den besøgende skal læse en lang instruktion igennem, før han/hun kan komme igang. Det er således vigtigt at man ikke ønsker at fortælle for meget, men samtidig skal der være tilstrækkelige forklaringer til at publikum kan bruge og forstå opstillingn.

Det, at en opstilling skal lægge op til at den besøgende "bruger hænder", sætter yderligere fysiske krav til opstillingen om, at den skal kunne tåle at blive hevet i, puslet med og vredet i. Der er eksempler på, at opstillinger er blevet taget af tapetet, fordi de var for skrøbelige. F.eks. var der en opstilling som havde en lampe, der ikke kunne tåle de kraftige ryk, publikum kunne finde på at give opstillingen. Lampen blev ved med at springe trods gentagne forbedringer og til sidst måtte Eksperimentarium helt fjerne opstillingen. Desuden er det også vigtigt, at der ikke indgår løse genstande i en opstilling - de har det med at forsvinde. En opstilling hvor noget mangler, er der ikke meget ved.

Ved design af en opstilling er der ingen regler om, at man skal bruge genstande eller at opstillingerne skal arrangeres på en bestemt måde. Designet vil sålede være forskelling fra sted til sted og fra opstilling til opstilling.

5.1.1 Generelt om udstillinger

Der findes en masse gode råd, der gælder for den almindelige udstilling, som det også kan være værd at se på her. Rådene er opskrevet på baggrund af "Udstillingshåndbogen" af Bruno Ingemann og "How to make a Rotten Exhibition" af Jan Hjorth.

Ud over at instruktionen til en opstilling skal være kort, skal man huske at den resterende *tekst* er meget vigtig. Teksten skal lægge noget til opstillingen, den skal forklare, hvad der sker. Den skal være forståelig for alle. Der ud over skal den være spændende at læse. Så vidt det er muligt, skal den skrives personligt, så man mærker det er et "jeg" der skriver, og et "du" der skrives til.

Hvis der bruges *billeder*, skal det være store billeder. Billeder er mere konkrete og mere sanselige end ord. Billederne ses hvilket ikke altid er tilfældet med tekster. Et billede har en mening i sig selv, som kaldes billedet kernebetydning. Kernebetydningen dækker alt det vi kan se på billedet. Billeder har også en medbetydning, der ligger uden for billedet. Medbetydningen er det som beskueren selv lægger i billedet. Det er således vigtigt at overveje, hvilken medbetydning der lægges i de brugte billeder, så den ikke giver udstillingen et forkert budskab. Det er iøvrigt vigtigt, ved brug af billeder, at tænke på copyright.

Bruges der plancher i en udstilling, er det vigtigt at tænke på *layouten*[10]. Layouten er først og fremmest at skabe udtryk for udstillingens grundtone. Det gør man ikke alene gennem alle de enkeltdele som er meningsbærende; altså billeder og tekster. Man skaber også grundtonen gennem en række i og for sig meningstommme udtryk som f.eks. brugen af farve, brugen af struktur, streger, tomme flader: altså kompositionen. Meningstomme udtryk har ingen kernebetydning, men er derimod spækket med medbetydninger.

Der findes mange flere gode råd til en udstilling, men umiddelbart kan vi ikke se flere, der kan være til den store nytte for os. Interesserede må henvises til "Udstillingshåndbogen", "How to make a Rotten Exhibition" eller "Lav en udstilling".

5.2. Kilder til inspiration.

Idéerne til opstillingen er inspireret fra forskellige steder, og vi vil derfor starte med at beskrive de eksisterende idéer. Den ene del er hentet på Eksperimentarium, hvor Mogens Esrom Larsen havde foreslået emnet kortprojektion. Den anden del er hentet i Paris, på "Cité des Sciences et de L'Industrie" også kaldet "La Villette", hvor der eksisterer en opstilling med kortprojektioner.

10 Bogstaverne, teksten, billederne - alle disse enkeltdele samles i ét stort billede. Det samles i layouten.

5.2.1. Forslaget på Eksperimentarium.

I Eksperimentariums kælder står en træmodel af en opstilling om Archimedes' projektion foreslået af Mogens Esrom Larsen. Ideen er endnu ikke færdigudviklet. Uddrag fra MEL's idé [fra papiret "Projektioner" fra den før omtalte korrespondance]:

> "*Archimedes' projektion:* ... Man kan lave en halvkugle og en halvcylinder, så man kan se projektionen både indefra og udefra. Den besøgende kan lægge et stykke papir på cylinderen og tegne et kort selv. Man kan lave en halvcirkel omkring halvcylinderen, som den besøgende kan bevæge op og ned langs halvcirklen. På halvcirklen kan sættes et sigterør, som kan flyttes langs halvcirklen, så den besøgende kan afsætte punkter på globen på sit eget kort. Desuden kan der være et lille kvadrat, som kan placeres rundt om på globen. Den besøgende kan projicere kvadratet i et tilnærmelsesvist rektangel, der får samme areal."

Den besøgendes aktivitet vil således være, at bevæge sigterøret rundt om forskellige lande, mens hun undervejs afsættes en masse punkter (svarende til landenes omrids) på sit eget papir.

Det kan måske umiddelbart være svært at se denne opstilling for sig, men figur 5.1. viser opstillingen, dog ikke med en halvkugle og en halvcylinder, men med hele globen indlagt i en cylinder. Projektionen kan således ikke ses indefra.

Problemer med opstillingen.

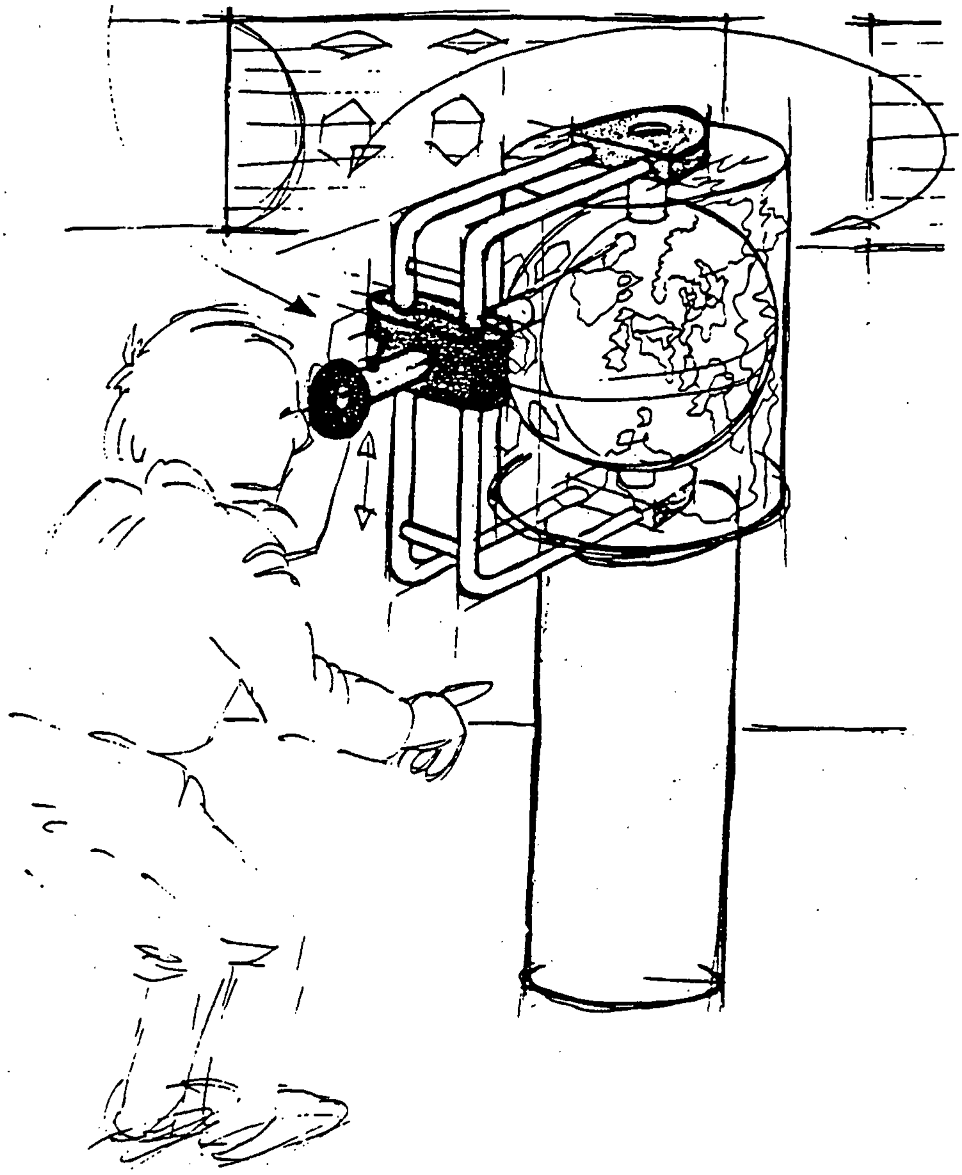
Da opstillingen endnu ikke er færdigudviklet, er der stadig nogle tekniske problemer der skal løses:

1) Hvordan skal punktet aftegnes ved sigterøret? Skal der være et lille hul ovenover, hvor man kan sætte en prik?

2) Hvordan sættes den besøgendes eget "papir" fast på globen?

3) Hvad materiale skal den besøgendes eget "papir" være af? Transparenter er dyre!

4) Hvordan holdes sigterøret fast i forskellige højder?



Figur 5.1 Opstilling med Archimedes' projektion.

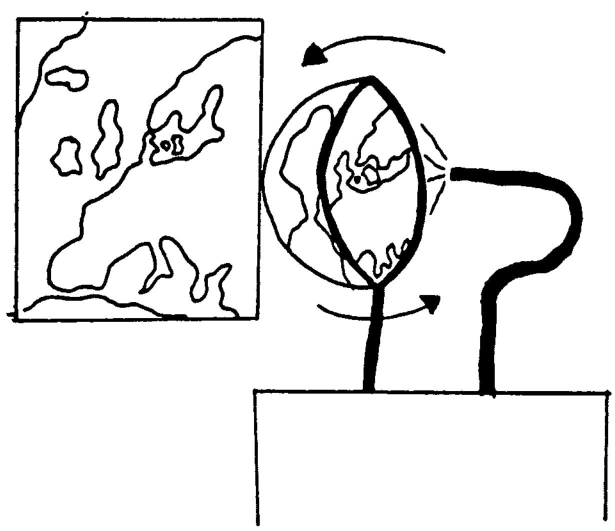
5.2.2. Projektionsopstillingen på "La Villette".

Ifølge guiden fra "La Villette" er formålet med opstillingen, at vise at alle kort er forkerte!

Beskrivelsen af opstillingen i guiden:

> "Before leaving this room, take a look at **All maps are wrong! (17)**. It will give you an idea of how difficulte it is to map a curved objekt on a flat surface." [EXPLORA, 1993]

Selve opstillingen viser tre kortprojektioner: Den ortografiske, den centralcylindriske og den stereografiske. Opstillingerne er bygget op sådan, at en lampe lyser ind i en gennemsigtig blå halvkugle (kugleskal). Vand- og land-områder er blå mens landenes omrids er hvide. Derved projiceres landenes omrids over på et hvidt lærred. Den besøgende kan rykke i de blå halvkugler, og se forskellige lande. Dog er det ikke helt muligt, at se en halv klode af gangen. De tre projektioner står lige ved siden af hinanden, så de kan sammenlignes. Opstillingen er bygget ind i en kasse, så der er mørkt nok, til at lyset kan ses.



Figur 5.2 Idéen i opstillingerne på "La Villette"

Forskellen mellem de tre projektioner er lampens placering og det hvide lærreds form. Ved **den ortografiske projektion**, er lampen et stykke væk fra den blå halvkugle. Der er yderligere sat et stykke næsten gennemsigtigt materiale mellem lampen og halvkuglen. Hvilket materialet det er, vides ikke, men det har den egenskab, at det fordeler lyset, så det bliver diffust. Dette projiceres hen på et fladt lærred.

Ved **den cylinderiske projektion** (i "La Villette" bruges ikke betegnelsen centralcylindriske projektion) sidder lampen i et punkt, der svarer til midten af kuglen. Projektionen sker på et lærred formet som en halvcylinder.

Ved **den stereografiske projektion** sidder lyset i et punkt, der ville svare til et punkt på kuglens overflade. Lyset projiceres gennem halvkuglen hen på et fladt lærred.

I alle tilfælde sidder lampen inde i et tykt sort jernrør, så de ikke umiddelbart kan gå i stykker eller folk kan brænde sig på den.

Problemer med opstillingen.

Opstillingens største problem var nok, at lamperne ikke lyste ordentligt. Det var næsten umuligt, at se den ortografiske projektion. Dette skyldes måske den plade dette lys, først skal igennem. Måske bør denne lampe være stærkere end de andre. Men heller ikke ved de to andre projektioner var lyset helt godt, den ene projektion blev klart bedre end den anden.

Dette betød, at de ikke var lette at sammenligne, da kun den ene blev afbildet skarpt, og når man kun ser landenes omrids, kan det være svært at sammenligne en cylinderflade, med en plan. Cylinderopstillingen var i midten, og man skulle derfor altid sammenligne Azimultale- og cylinderprojektioner. Desuden er det svært at styre to projektioner på en gang, hvis man er alene. Der kommer hele tiden en og rykker i de andre projektioner, så sammenligningen bliver umulig.

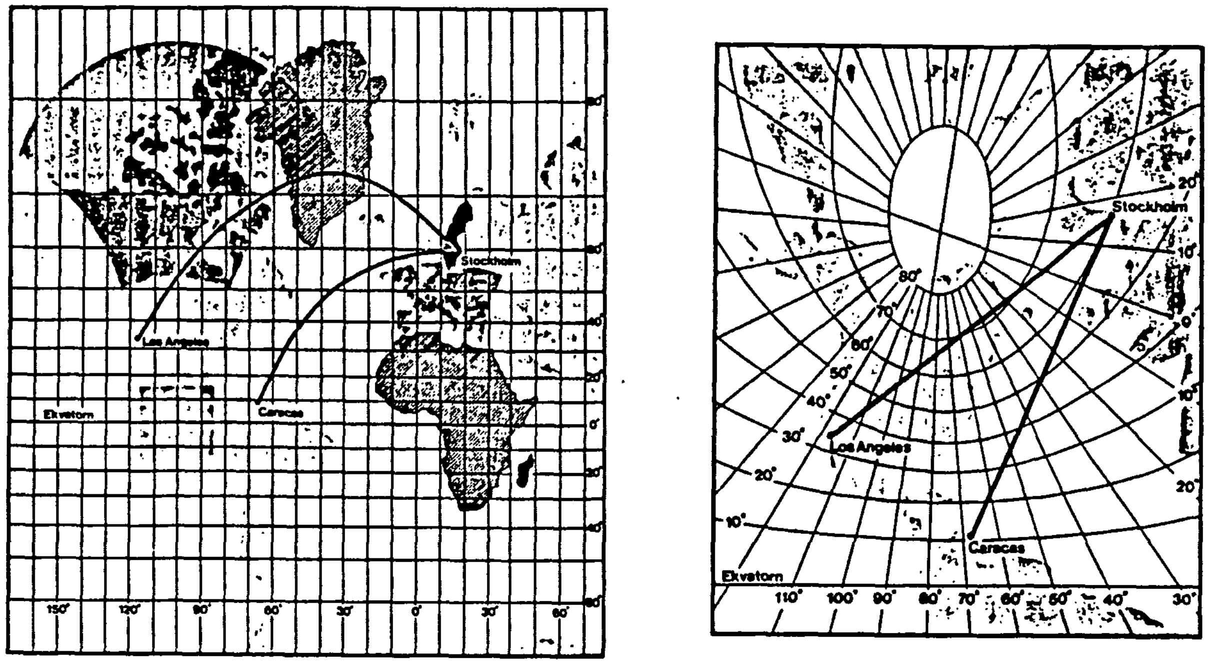
Opstillingen er, ud fra vores synspunkt, ikke den bedste til sammenligning af projektioner (det kan dog lade sig gøre), men hvis lamperne ellers blev skiftet ud, er det en fantastisk god opstilling, til at vise, hvordan projektionerne laves.

5.3. Idé til en ny opstilling.

Vi forestiller os, at vi gennem temaet "at rejse", vil fortælle at der findes mange udgaver af kort, og ikke ét kort er det rigtige. Opstillingen kommer til at bestå af tre dele.

Til den **første del** skal der sættes en masse kort op på plancher. Disse kort skal vise forskellige projektioner. Idéen med kortene er, at de besøgende skal sammenligne (ens) **flyruter**, der er indtegnet på kortene (et eksempel på to ens flyruter ses figur 5.3). Der skal også opstilles en stor globus, som den besøgende yderligere kan sammenligne med. Globusen skal gerne spille den rolle, at publikum kan eftervise med et stykke elastik, at alle de indtegnede flyruter er de samme, om de er rette linier, cirkelbuer eller noget helt tredie.

Øverst på planchen står "Hvilken flyrute er den rigtige, kig på globen?". På hver kort er indtegnet max. to flyruter, hvilket f.eks. kan være turen fra Danmark til Florida. På alle flyruter er klistret en lille flyver (ikon), så de besøgende umiddelbart kan se, hvad det handler om, uden at læse den tilhørende tekst.



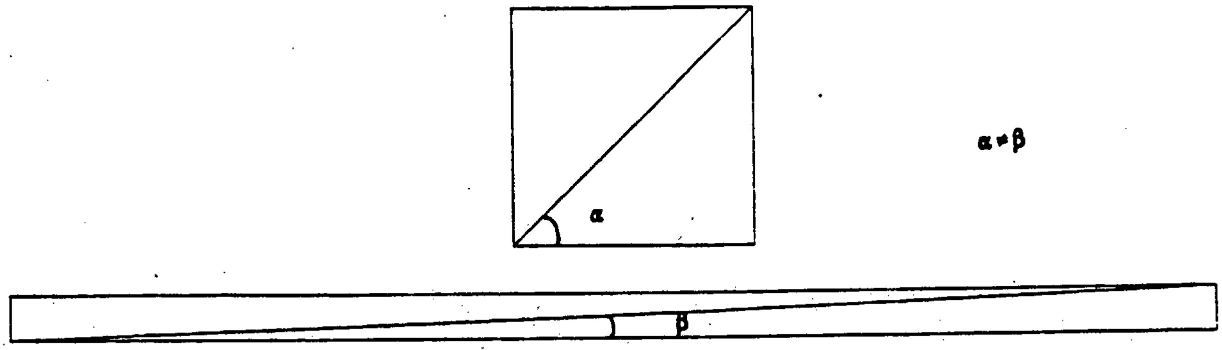
Figur 5.3 Flyruterne fra Stockholm til henholdsvis Los Angeles og Caracas indtegnet på et kort udarbejdet ved Mercator projektionen (venstre) og ved den gnomoniske projektion (højre). [Jonason, 1974]

Kortene er sat i samme højde i to rækker. Under overskriften "Hvilken flyrute er den rigtige, kig på globen?" er der en underoverskrift, der fortæller om projektionerne er plan-, cylinder- eller kegleprojektioner. Projektionens navn skrives under kortet.

Den **anden del** af den samlede opstilling, om kortprojektioner, vil være Mogens Esrom Larsens idé om **Archimedes' projektion**. Publikum kan efter tegning af eget kort, sammenligne med de opsatte kort, og finde ud af, hvilken projektion de har lavet. Samtidig får de en god fornemmelse af, hvordan projektionen udføres.

Der er med denne opstilling også mulighed for at indse, dels at arealer bevares og dels at der sker en stor forvrængning ved denne projektion. På henholdsvis ækvator og tæt ved Nordpolen (og evt. andre steder) sættes et lille kvadrat. Den besøgende kan projecere disse to kvadrater over på deres eget papir, og se forskellen mellem dem. Mens det ene kvadrat (det ved ækvator) vil blive stort set uforandret, vil det andet afbildes som et "langstrakt" rektangel. Man kan ikke umiddelbart forlange at den besøgende skal se at arealerne er ens, og vi må derfor lave nogle rektanger og kvadrater (med samme areal) på ternet papir, som der kan sammenlignes med.

Man kunne desuden udvide opstillingen yderligere ved også at lade den besøgende indse, at Archimedes projektion ikke er vinkeltro. Dette kunne gøres ved at se på vinklen mellem side og en diagonal i hhv. rektanglet og kvadratet. For kvadratet der projiceres fra Nordpolen, vil der være tydelig forskel fra det oprindelige kvadrat til det afbildede rektangel. Se figur 5.3.



Figur 5.4 Det oprindelige kvadrat og det afbildede rektangel.

Dette argument er absolut kun rent intuitivt, fordi man ved vinkeltro afbildninger har, at diagonalen har samme vinkel med en af siderne i begge firkanter, selv om de to firkanter har et meget forskelligt udseende. Det ville betyde, at diagonalen var S–formet i den øverste firkant på figur 5.4. Et mere matematisk argument kunne man give publikum ved at drage noget teori fra Bilag D ind, hvor man direkte kan læse ud af sætningen, at en arealtro afbildning ikke kan være vinkeltro.

Den **tredie del** af opstillingen, vil være to projektioner udformet som **halvkuglerne på La Villette.** Vi har dog valgt, at det skal være den centralcylindriske og den gnomoniske projektion. Disse tages med, fordi de på en genial måde viser, udførelsen af forskellige projektioner. Grunden til, at vi ikke mener, at Mogens Esrom Larsens opstilling er nok, er at den kun giver ét eksempel på projektioner. Besøgende der ikke læser de tilhørende tekster, kan godt få den opfattelse, at det er sådan man fremstiller kort, og at kort fremstillet på anden vis er forkerte. Desuden kan det tage lang tid, at tegne sit eget kort, og vi synes, alle skal have chancen for at undres over forskellige kortprojektioner.

5.4. Kommentarer til den nye opstilling.

I dette afsnit vil vi forsøge at beskrive nærmere, hvorfor vi har valgt, at lave opstillingen som vi har. Folk oplever tingene helt forskelligt, hvilket tildels skyldes, at der er så meget forskelligt, vi interesserer os for. Skulle den besøgende opleve alle Eksperimentariums opstillinger meget grundigt, ville det tage flere dage. De besøgende bruger gennemsnitligt 4–5 timer på Eksperimentarium. Der sker således en udvælgelse mellem de mange opstillinger, dels bruger man mere tid på gode og spændende opstillinger frem for de mere kedelige, og dels er der måske nogle, der helt vælges fra. Hvilke kriterier de besøgende har for gode opstillinger, kan være meget forskellige. Måske ønsker de at vide mere om et emne, eller måske kommer de udelukkende for at blive underholdt.

5.4.1. Selve opstillingen.

Grunden til at vi har valgt at lave forskellige former for "hands on"-opstillinger, og ikke kun én slags, som i "La Villette", er at den opstilling, foreslået af Mogens Esrom Larsen er god for at de besøgende virkelig kan prøve, at lave deres egen projektion. Den besøgendes egen projektion kan sammenlignes med kortene på vægen. Opstillingerne inspireret af "La Villette" tages med, fordi det kan tage lang tid at sidde og tegne sit eget kort. Der skal stadig være noget for de andre at lave. Det er måske ikke så let at se, at der er den store forskel på projektionerne, men de giver en god fornemmelse af, at kort kan fremstilles på forskellig måde. Det er svært at sammenligne denne del med kortene på væggen.

Grunden til at vi har fravalgt den ortografiske projektion fra La Villette er at vi mener, at to er nok til at sammenligne. Desuden virker denne projektion mere kompliceret end de andre, p.g.a. den ekstra indsatte plade. Publikum har meget mere at skulle forstå, inden de kommer igang med at "lege/studere", for "hvad er den mystiske plade egentligt til?" Pladen tager for meget opmærksomhed fra selve projektionen.

Der er to grunde til at vi har udskiftet den stereografiske projektions opstilling med den gnomoniske. Dels synes vi den gnomoniske er mere spændende i forbindelse med temaet flyruter. Her er publikums opfattelse, af flyruter som rette linier, rigtig. Dels mener vi at hvis man skal have mulighed for at sammenligne plan- og cylinderprojektioner, skal det være planen og cylinderen der er forskellige, ikke samtidig pærens placering. Skulle den stereografiske projektion have været med, burde den kunne sammenlignes med en anden planprojektion. Et, for os at se, bedre forslag til "La Villette" ville således være den centralcylindriske, den gnomoniske og den stereografiske projektion opsat i nævnte rækkefølge.

De besøgende har desuden den mulighed, at sammenligne flyruterne på væg-kortene med flyruter på den store globus. Ved at se på hvilke lande man flyver over, kan man se, at alle kortenes flyruter er rigtige, men de er jo ikke alle rette linier!? Dette skulle gerne give den besøgende noget at tænke over, hvilket forhåbentligt leder dem frem til konklusionen, at der ikke kun findes ét verdenskort.

Vi kan ikke håbe på, at folk umiddelbart ser, at dette er matematik, bare fordi det står på matematik-øen. Det matematiske i opstillingen må således fremgå af den til opstillingen hørende tekst. Ved opstillingen med Archimedes' projektion er der dog indført en smule matematik, idet den besøgende selv kan observere om projektionen er areal- og vinkeltro. Alle kender arealer og vinkler fra deres matematiktimer.

5.4.2. Vores opstilling kontra Eksperimentariums kriterier til en opstilling.

Da opstillingen skal stå på Eksperimentarium, må vi sætte den i forhold til deres kriterier fra kapitel 5.1.

I det store hele må man sige, at vores opstilling lever op til kriterierne.

ad 1): Vi mener, at dette kriterie er opfyldt, fordi **hensigten** med vores opstilling er, at få publikum til at forstå, at der findes mange udgaver af kort og at ikke ét af dem er rigtigt. Der ud over er det også vigtigt at fortælle, at det er matematiske projektioner, der bruges til at fremstille kort. Desuden vil vi gerne fortælle, at matematik kan bevise, at der ikke findes et kort, hvor alle egenskaber fra globen bevares. Hvordan man fremstiller kort skulle gerne fremgå af de enkelte opstillinger, der indgår i den samlede udstilling, hvor den besøgende selv kan forsøge. Ud fra dette skulle vores overordnede hensigt også gerne komme til syne.

Det med at fortælle om matematikken bag, må vi desværre nok indse, kun kan blive en del af teksten til opstillingen. Det er for svært at lade det indgå i selve "hands-on"-opstillingen. Ligeledes har vi i første omgang valgt ikke at medtage beviset for, at der ikke findes ét kort, hvor alle globens egenskaber bevares. Dette kommer kun med som en påstand. Det skal dog ikke udelukkes, at det er muligt at lave en "hands-on"-opstilling på baggrund af beviset (bilag D).

Korttegning er et gammelt problem. Det havde således været mere relevant for matematikken, at kunne vise nogle nye problemer/løsninger for befolkningen. Dette ville være en bedre illustration af, hvad matematik er i dag. Det er jo ikke kun kortprojektioner og Pythagoras som på Eksperimentarium. Det er dog sådan at udviklingen af matematikken i dag er er gået i retning af at være mere dels abstrakt og kompleks og dels mere anvendt end tidligere. Det gør, at den nye matematik ikke umiddelbart kan formidles v.h.a. fænomener og "hands on".

ad 2): Opstillingen giver både oplevelse og faglighed. Oplevelse fordi det er sjovt selv at tegne et kort og fordi opstillingen, især den del der er inspireret fra La Villette, lægger op til at man er flere om at arbejde med den. Det er også en stor overraskelse for publikum at se, at en flyvetur fra Danmark til Florida går op over det sydlige Grønland, når det på de kort man er vandt til at se på, ser ud som om man skal flyve tværs over Atlanten.

Faglighed fordi opstillingen kan give publikum noget at undre sige over. Det er bl.a. gældende, når de har prøvet at tegne deres eget kort vha. Archimedes' projektion, eller når de har studeret forskellige udgaver af den samme flyrute, og det går op for dem, at det er den samme.

Det kan godt være at korttegning er gammelkendt for matematikerne. Men almindelige mennesker kan stadig blive overraskede.

ad 3): Dette er også opfyldt for opstillingen. Publikum har mulighed for at lege korttegner, at sammenligne forskellige kortafbildinger med hinanden og sammenligne kort i forhold til en globus.

ad 4): Det ville det være problematisk, hvis vi skulle tage udgangspunkt i, hvad de besøgende kender til kortegning i forvejen, og især hvis vi tog udgangspunkt i matematikken bag, fordi vi ikke kan forvente, at det er noget de kender til. Som Bruno Ingemann siger det i "Udstillingshåndbogen":

> "Vi vil gerne opleve at udstillingen rammer lige præcis ned i vores store suppegryde af lyster, behov og interesser. Men vi er rummelige. Vi vil gerne kunne identificere os med nogen eller noget som er, eller som fremstiller lige netop vores egen situation." [Ingemann 1986, s.83]

I stedet for vil vores udgangspunkt være "at rejse", fordi det er noget de fleste mennesker kender til og er optaget af.

ad 5): Den samlede udstilling består af tre opstillinger og er placeret på matematik–øen. Det overordnede tema er således matematik. Temaet for vores udstilling er "kortprojektioner" og giver sig udslag i de under ad 2) beskrevne aktiviteter. At det er kortprojektioner, det drejer sig om, vil være meget tydeligt, fordi der hænger store kort på væggene og fordi der står en globus på gulvet.

ad 6): Opstillingens billeder er alle verdenskort. På hvert kort er indtegnet en eller to flyruter. Vælger vi to, er det vigtigt for sammenligningen, at de har forskellig farve. På flyruterne klistres en lille flyver (ikon). Dette skal gerne give kortene den medbetydning, at alle

STRAKS kan se, det er flyruter, der er tegnet på kortene. Alle kan uden at læse sige: "Aha, denne opstilling handler om kort og flyruter!". Og det håber vi virker tillokkende på publikum.

Hvis opstillingen skal kunne konkurrere med de andre om de besøgendes opmærksomhed, er der, som for andre medier, en del overvejelser at gøre. Vi kan f.eks. sammenligne det med en avis, hvor den enkelte artikel må konkurrere med mange andre.

> "Hvis vi skulle læse alt, hvad der står i en avis, så skulle vi bruge ca. to timer på det. Det gør de fleste af os da heller ikke. Vi bruger i gennemsnit ca. 20 minutter på at se, kigge og læse avisen. Vi er altså i høj grad selektive. Vi vælger ud blandt alle mulige emner. Eller også fanges vi ind af en særlig spændende måde en sag bliver fremstillet på. Eller vi fanges af et godt billede. Vi er måske ikke på forhånd særlig interesseret - men vi er også nysgerrige." [Ingemann 1986, s.82]

Vores situation er ikke den, at folk kun kommer for at få noget at vide om kortprojektion, der kun udgør en enkelt udstilling. Det vi kan fange de besøgendes opmærksomhed på, er således nogle flotte billeder af kort, men især en spændende fremstilling af kortprojektion. Vi mener ikke, at flotte billeder er nok, hvis historien der fortælles ikke er spændende, tabes interessen hurtigt. Til forskel fra avisen er det jo her også vigtig, at "hands on"-idéen bruges - folk skal have noget at pille ved.

ad 7): I korttegningens barndom havde det ikke den store samfundsmæssige betydning, at man kunne skabe sig et overblik over, hvordan verden så ud. Senere, med Mercator som foregangsmand, fik korttegning den samfundsmæssige betydning, at de var til gavn for handelsmænd og sørejsende. I dag tegnes der kort til en bred vifte af befolkningen, lige fra sø- og luftfarten til skole-altas.

5.5. Udvidelse af opstillingen.

Vi vil i dette afsnit komme med en mulighed for at udvide vores idé. Dette ville vi gøre ved, gennem suplerende tekst at beskrive opstillingen mere matematisk, mens selve opstillingen skulle bibeholdes. Målgruppen skulle ikke mere kun være "Brian fra 4. klasse" og "Fru Hansen fra 4. sal", men også den interesserede gymnasieelev.

Udviddelsen vil således kræve, at Eksperimentarium er villig til også at have dele af opstillinger, der ikke umiddelbart er forståelige for hele målgruppen. Dette er dog ikke

Eksperimentariums hensigt, da de mener, at den slags studier må være op til den enkelte. Vi har således ikke beskæftiget os dybdegående med de pågældende områder, men vil alligevel nævne nogle, fordi de i en matematikstuderendes øjne (og sikkert også andres) burde indgå i opstillingerne.

Nogle forskellige udvidelsesmuligheder ville være:

- Den matematiske historie i forb. med kortprojektion, deres anvendelse og stadig brug.

- Mulighedssætninger og umulighedssætninger (man kan bevise noget).
  Nogle gange kan man komme til bunds i tingene.

- Den moderne rumopfattelse (geometri). Måske i tilknytning til rummets krumning og relativitetsteori.

- Afbildning og invarians.
  Man udskifter noget (her: Globen) med noget mere simpelt (her: Kort), man taber dog noget information undervejs.
  Fundamental tanke: En afbildning bevarer noget (som f.eks. arealet).

Et kort oprids af spændende emner, der kunne tages fat på i forbindelse med det historiske aspekt, er opstillet som punkter nedenfor. Det skal her understreges, at der kan være flere spændende emner, da vi kun har undersøgt sagen overfladisk:

A) Problemoprindelse.
Problemet med at få tegnet kort er ikke startet som et praktisk problem, men som et teoretisk filosofisk problem.

Praktisk set.
Praktisk set havde man ikke brug for kort, da der fandtes udemærkede rejsebeskrivelser. Ved hjælp af "koordinater" der var udmålt efter milesten, kunne det sagtens lade sig gøre at rejse rundt, også selvom der fandtes forgreninger undervejs.

Teoretisk set.
Teoretisk set var problemet af kortlægge Jorden efter koordinater opmålt efter himmellegemer.

B) Problemløsning.

Der var her to problemer at løse, nemlig:

Afbildning af kuglen i planen.

Gennem hele antikken var der mange forskellige idéer, som blev udviklet op gennem tiden.

Bestemmelse af bredde- og længdegrad for et givet punkt.

Problemet m.h.t. bestemmelse af breddegrader var triviel vinkelmåling og gav ikke anledning til de store problemer.

Ved bestemmelse af længdegrader havde man dog store problemer. Opgaven var kompliceret fordi der krævedes lokal tid, og tabeller for hver dag, bredde og time. Man manglede et sammenligningsgrundlag, eller med andre ord en transpotabel tid.

Dette gav anledning til udvikling af:

- Mekaniske ure i form af pendul ophæng og tanhjulsdesign.
- Astronomiske ure der brugte Jupiters måner (Galilei)
- Radiosignaler.

Vores formål med projektet er hermed fuldført, idet vi har fået fremstillet en idé til en opstilling til Eksperimentarium. Yderligere har vi opsat nogle punkter til en mulig udvidelse af idéen, således at der kan komme mere matematik med. Det viste sig at være en svær opgave, at få så meget matematik ind i selve opstillingen, som vi havde håbet på, hovedproblemerne i denne forbindelse vil vi tage op i afrundingen af projektet.

Kapitel 6
Afrunding af projektet

Med vores kombination af matematik og kommunikation som overbygningsfag står vi med et ben i både den naturvidenskabelige og den humanistiske lejr. Vi syntes, det har været spændende at kaste os ud i dette projekt, hvor vi skulle tilrettelægge en matematik-opstilling til Eksperimentarium. Men det viste sig slet ikke at være så nemt at kombinere matematik og kommunikation, fordi de betragtninger vi har gjort os i forbindelse med opstillingen, tit har givet anledning til en del modstridende følelser.

Hvis matematikken i opstillingen skulle være på et plan, så den kunne forstås af alle, følte vi, at det faglige niveau blev for lavt. På den anden side, hvis vi gerne ville have alt det matematik med vi selv syntes var interessant, ville vi komme til at hægte nogle af og de matematik-uinteresserede ville gå i en stor bue uden om opstillingen. I tilrettelæggelsen har vi således søgt at finde en passende balance mellem underholdning og faglighed.

I starten var holdningen, at vores opstilling skulle vise, at matematik er nyttigt, for det var det eneste, folk ville vide om matematik. Vi ville derfor gennem opstillingen vise de besøgende, at her kan I virkelig se, hvad matematik kan bruges til. Gennem arbejdet med dette projekt har vi dog ændret denne holdning en del.

Det startede med, at vi ved vores besøg på Eksperimentarium undrede os over, hvorfor der ikke var mere matematik i opstillingerne end der var. Vi følte, at vi manglede nogle uddybende forklaringer, ikke kun ved det tidligere omtalte "knude-bord", men også ved mange af de andre opstillinger. Vi manglede opstillingernes forbindelse til matematikken. For det er sjovt at lege med de forskellige opstillinger og undre sig over dem, men på et tidspunkt mangler der noget. Ved vores samtaler med Nils Hornstrup blev vi dog beroliget med, at dette netop var formålet, folk skulle blive fanget af et emne og dermed opfordret til selv at studere det yderligere. Eksperimentariums opgave, m.h.t. matematik, er at styrke den matematiske tænkemåde og interesse, hvilket faktisk er et temmelig flot mål.

Gennem vores videre arbejde med projektet erfarede vi dog, at udbredelsen af den matematiske tænkemåde og interesse ikke er så ringe som vi umiddelbart troede. Vi stødte flere og flere steder på beskrivelser af at ikke-matematikere faktisk synes at matematik er sjovt. Der findes et meget bredt spektrum af holdninger til matematik, og det er ikke den negative ende, der er den gennemgående.

Så selvom det er godt, at Eksperimentarium laver opstillinger til de såkaldte "Brian fra 4. klasse" og "Fru Hansen på 4. sal", der normalt ikke interesserer sig for matematik, så burde opstillingerne vel også være henvendt til f.eks. den interesserede gymnasieelev. Når det faktisk viser sig, at mange synes matematik er sjovt hvorfor så ikke udvide opstillingerne til også at give dem noget mere. Dette betyder ikke at Brian og Fru Hansen bliver udelukket, opstillingerne skulle forblive, som de er, men der kunne som supplement opsættes plancher eller andet, hvor den interesserede kunne uddybe sin matematiske viden.

Vi ville selv meget gerne have inddraget denne form for udvidelse i vores idé til en opstilling, men det tillod tiden desværre ikke. Vi havde gerne set, at vores opstilling ikke kun skulle bringe de besøgende til at studse over, at der er så mange forskellige måder at lave kort på. Og at vi således ud over "hands on" også gjorde det muligt med "minds on".

Her er vi ved det, for os at se, mest centrale problem i forhold til at formidle matematik som "hands on". Dels er "minds on" og "hands on" svært at forene og dels er det Eksperimentariums holdning, at "minds on"-delen af opstillingerne skal den besøgende selv opsøge.

Matematik er svært at formidle "hands on" fordi det ikke er resultaterne, der er det vigtige, men de tankeprocesser, der fører frem til resultaterne, vægten lægges på. I matematik søger man at gøre tingene abstrakt anskuelige. Inden man når så langt, er man oftest nødt til at udføre en række mere komplicerede betragtninger for senere at nå frem til et simpelt resultat. Men skal vi ud og lave en opstilling på Eksperimentarium, kan det ikke nytte pludselig at gøre tingene meget abstrakte.

En forskel mellem Eksperimentariums måde at behandle emner på og den videnskabelige måde kan eksemplificeres ved "knude-opstillingen". I "knude-opstillingen" fremlægges nogle problemer; nemlig at skille de forskellige knuder fra hinanden. Nogle af problemerne (knuderne) kan løses, mens det ikke er tilfældet for andre. Den besøgende prøver nu gentagende gange at skille forskellige knuder, men tænker oftest ikke over, hvad det var, der gjorde, at den tidligere knude kunne løses. Den besøgende finder så at sige sin egen momentane vej, uden nogen reproducerbar erfaring. Dette er en modsætning til den matematiske metode, der fra start ville søge en systematisk fremgangsmåde.

Eksperimentarium fremlægger emnernes problemer/fænomener således, at den besøgende må drage sin egen konklusion. Denne metode kendes fra andre medier bl.a. TV og aviser, dog er tingene her ikke altid lige neutralt fremlagt. Fælles er dog at man må drage sine egne konklusioner. Den videnskabelige metode er derimod, at drage konklusioner. Her er elementer som usikkerhed og argumenter det vigtige.

Nu er det ikke meningen, at det skal opfattes som om vi mener, det er forkert at fremlægge emnerne som Eksperimentarium gør. Det er faktisk en metode der fanger folk, fordi de får lov til selv at tænke og eksperimentere. Eksperimentariums metode er god til at få folk til at studse over forskellige ting, men man skal holde sig for øjet, at det ikke er her de mange perspektiver opstår. Den besøgendes tanker ved f.eks. "knude-opstillingen" er værdiløse i forhold til en løsningsmetode. Det er ikke muligt for den besøgende selv at fastslå, at en uløselig knude faktisk er uløselig og dermed ikke værd at bruge mere tid på.

Samtidig er det vigtigt at huske på, at man ikke lærer matematik ved, at huske en masse teori, man er nødt til at "have fingrene i salaten". Forestillingen om at kende til matematik uden at have haft hænderne dybt begravet i matematik er absurd. Ud fra denne tanke kan det være rigtigt som Eksperimentarium gør, at sige hvorfor skulle vi have "minds on", det nytter alligevel ikke, hvis folk ikke selv bliver interesserede i et emne og selv arbejder med det, så lærer de alligevel ikke noget.

Hvis interessen for matematik allerede er der hos den besøgende, må Eksperimentariums opgave være, dels at fremlægge forskellige emner og dels at opfordre til yderligere studier indenfor forskellige emner som f.eks. kortprojektion. Men her kan det alligevel være interessant at vide, hvilke videregående emner der er at tage fat i.

Litteratur

Bøger:

Bo Bramsen:
"Gamle Danmarkskort", 159 sider,
Rosenkilde og Bagger, København 1975.

Göran Carlsson og Per-Uno Ågren:
"Utställningsspråk. Om utställningar för upplevelse och kunskap", 113 sider,
Prisma/Riksutställningar Stockholm 1982.

M.P. Do Carmo:
"Differential Geometry of Curves and Surfaces", 503 sider,
Prentice-Hall, Englewood Clifs, New Jersey, USA, 1976.

Torben Christoffersen og Flemming Clausen (red.):
"Udsagn - en mosaik om matematik", 149 sider,
Matematiklæreerforeningen, 1992.

G. R. Crone:
"Maps and their makers", 184 sider,
Hutchinson University Library, London 1968.

Victor J. Danilov:
"Science and Technology Centers", 355 sider,
The MIT Press, London, 1982.

Etienne Guyon og H. Eugene Stanley:
"Fractal Forms", 44 sider,
Elsevier Science Publishers B.V. and Palais de la Découverte 1991.

Richard Gregory:
"Hands On Science - An Introduction to the Bristol Exploratory"
Gerald Duckworth & Co. Ltd., London, 1986.

Jan Hjort:
How To Make A Rotten Exhibition, 36 sider,
Riksutställningar, Stockholm, 1978.

A.G. Howson og J.-P. Kahane:
"The Popularization of Mathematics", 210 sider,
Cambridge University Press 1990.

Bruno Ingemann:
Udstillingshåndbogen, 128 sider,
Teknisk Forlag, København, 1986.

Børge Jessen:
"Geometri I", 278 sider,
Jul. Gjellerups Forlag, København 1939 og 1944.

Børge Jessen:
"Geometri II", 323 sider,
Jul. Gjellerups Forlag, København 1941 og 1945.

Jan Jonason:
"Kartan och verkligheten", 30 sider,
Utbildingsförlaget, Stockholm, 1974.

George P. Kellaway:
"Map Projections", 127 sider,
Methuen & Co. LTD. London, 1946

Otte Lyhne og John René (rev.):
Lademann - Verdensatlas (3. udgave)
Det Ny Lademann A/S København 1991.

Porter W. McDonnell, Jr.:
"Introduction to Map Projections", 173 sider,
Marcel Dekker, Inc., New York, 1979.

J. A. Steers:
"An Introduction to the Study of Map Projection", 294 sider,
University of London press LTD, 1970.

Artikler:

Bernhelm Booss-Bavnbek and Philip J. Davis:
"Mathematics and the Media".
Siam News, maj 1993, s. 6-7.

Lisbeth Egeskov:
"Eksperimentarium er ikke kun en legeplads for drenge".
Computerworld Årg. 42, nr. 3 1991, s. 10-11.

Tage Høyer Hansen:
"Et dansk Science Center?"
Pædagogisk Orientering, nr. 6/7 1987, s.37-42.

Asger Høeg:
"En formidlingskatalysator til industrien".
Dansk industri, nr.11 1988, s. 32-33.

Asger Høeg:
"Jeg gør - og jeg forstår".
Uddannelse, Årg. 22, nr.1 1989, s.56-60.

Jean-Pierre Kahane:
"The Popularization of Mathematics".
i Streit et al. (edt.):
"Develoopments in School Mathematics Education Around the World", vol.3, MCTM, Reston, VA, 1992, s.25-34.

Mogens Esrom Larsen:
"Den korteste vej mellem to punkter på et landkort".
Naturens Verden 1984, s.191-196.

Mogens Esrom Larsen og Hanne-Luise Danielsen:
"Hele verden på ét kort".
Illustreret videnskab, nr.9, sept 1991, s.32-41+84.

Mogens Esrom Larsen:
"Peters´ atlas".
Kvant, december 1990, s.15-17.

G.W. Leibniz:
"En mærkelig idé om en ny form for udstilling - Eller snarere et Videnskabeligt Akademi".
Den jyske historuker, nr.664 1993, s.45-52.

Jan Broch Nielsen:
"Se et ozonhul".
Ingeniøren, Årg. 17, nr. 1 1991, s.12-13.

Mogens Niss:
"Centrale problemstillinger i matematikkens didaktik i 1990´erne". 1993.
[Endnu ikke udkommet]

Mogens Niss:
"De to kulturer".
i Oluf Danielsen og Benny Karpatschof:
"Datamatbeherskelse og almen dannelse"
AArhus Universitetsforlag 1988, s.122-137.

Reinhold Remmert:
"Komplexe Analysis in sturm und Drang"
DMV Mitteilungen, nr. 1 1993.

Erik W Thulstrup:
"Hvad kan man bruge et science center til?"
Uddannelse, Årg. 20, nr. 5 1987, s.301-307.

Artikelsamlingen:
"Papers on Popularization of Mathematics",
Leeds University, England, 17-22/9 1989.

Desuden er der en del ukatalogiseret reklame-materiale fra forskellige TV-stationer og korrespondance i forbindelse med Leeds konferencen. Mere detaljerede henvisninger til materialet gives de steder det har været brugt i projektet.

RUC-rapporter:

Birgit Andresen et.al.:
"Jorden rundt på flade kort", 108 sider,
IMFUFA tekst nr.111, RUC, 1985.

Niels Ole Dam:
"Formidling af fysik - et eksempel",
specialeafhandling om en håndbog til Eksperimentarium med lyd som tema i dansk for 5.-7.-klasse, 190 sider,
OB komm, nr. 140, 1991.

Thomas Falck et.al.:
"Eksperimentarium's årsberetning - et formidlingsprojekt", 133 sider,
OB-rapport, RUC, 1992.

Materiale udgivet af Eksperimentarium:

Niels Ole Dam et.al.:
"Guide til Eksperimentarium"
2. udgave, marts 1991.

"Eksperimentarium". ["Pralebrochuren"]
Udgivet af Eksperimentarium efteråret 1990.

"Tippetoppen - Eksperimentariums klubavis"
årgang 1992 og 1993.

"Årsskrift fra Eksperimentarium"
Ans. red. A Høeg,
1991 og 1992.

Materiale udgivet af andre Science centre:

Cité des Science et de l'Industrie - La Villette:
"Explora - Guide to the permanent Exhibitions" (english issue), 127 sider, 1993.

Exploratorium:
"Exploratorium Science Snackbook" (forslag til 107 hjemmeeksperimenter)
Exploratorium Teacher Institute, 1991.

Film:

"Forskningens forlystelsespark", sendt på DR TV d. 3/9 1988 (45 min.).

"Det gyldne snit", sendt på DR TV d. 8/5 1990 (50 min.).

"Den arabiske arv", sendt på DR TV d. 19/11 1990 (30 min.).

Interviews:

Mogens Esrom Larsen d. 2/11 1993.

Nils Hornstrup d. 5/11 1993.

Anders Madsen d. 12/11 1993.

Sekundærlitteratur:

M. Atiyah:
"What is Geometry?".
i The Mathematical Gazette, Vol. 66, No. 437, oktober 1982, s.179-184.

A. W. Bell et al.:
"Research on Learning and Teaching - Part A", 336 sider,
NFER-Nelson Pub. Comp. Ltd., 1983.

R. P. Boas:
"Can We Make Mathematics Intelligible?"
i Douglas M. Campbell and John C. Higgins:
"Mathematics. People, Problems, Results".
Wadsworth, Inc., Belmont, California, 1984.
Volume III, s.255–260.

Richard Courant og Herbert Robbins:
"What is Mathematics?", 521 sider,
Oxford University Press, New York, 1973. (??)

Philip J. Davis og Reuben Hersh:
"The Mathematical Experience", 440 sider,
Birkhäuser, Boston, 1981.

J. Durant:
"Museum collecting Policies – in Modern Science and Technoology", 52 sider,
Antony Rowe Ltd., 1991.

J. Durant:
"Museums and the Public Understanding of Science", 109 sider,
Antony Rowe Ltd., 1992.

D. Hilbert og S. Cohn–Vossen:
"Geometry and the Imagination", 357 sider,
Chelsea Publishing Company, New York, 1952.

M. Holt og D.T.E. Marjoram:
"Mathematics in a Changing World", 293 sider,
Heinemann Educational Books, London, 1973.

A. G. Howson (Ed.):
"Developments in Mathematical Education", 318 sider,
Cambridge University Press, 1973.

Morris Kline:
"Mathematics in Western Culture", 484 sider,
Oxford University Press, New York, 1970.

Benoit B. Mandelbrot:
"The Fractal Geometry of Nature", 468 sider,
W. H. Freeman and company, New York, 1983.

Stieg Mellin-Olsen:
"Eleven husker når han ikke lærte".
Tangenten, nr.3 1992, s.26-28.

Hans Møller:
"Lav en udstilling", 47 sider,
Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck A/S, København, 1983.

H.J. Vollrath:
"The Place of Geometry in Mathematics Teaching
- An Analysis of Recent Developments".
Educational Studies in Mathematics, vol.7, nos. 1/2, juli 1976, s.431-464.

Bilag A
Eksperimentariums matematik-opstillinger

I det følgende er præsenteret Eksperimentariums matematikopstillinger som de er beskrevet i "Guide til Eksperimentarium" 2. udgave 1991.

Sæbemuren (nr. 5)

Sæbemuren er én af flere sæbehindeaktiviteter, der er placeret rundt omkring det store sæbebobletårn midt i udstillingshallen.

En lang vandret liggende stang kan med en snor trækkes op af et bassin med en sæbeopløsning. Stangen styres af et par lodrette wirer. Mellem stangen og de to wirer dannes der en utrolig stor sæbehinde, hvis levetid bl.a. afhænger noget af luftens fugtighed.

Når sæbemuren er trukket op, kan man eksperimentere med den. Den kan fx pustes langt bagud og vende tilbage.

Baggrunden for at man kan danne store sæbehinder er, at sæben nedsætter overfladespændingen i vandet.

Farvespillet i sæbehinden skyldes, at lysbølger vekselvirker, når de samtidigt tilbagekastes fra sæbehindens for- og bagside. Det er dog en betingelse, at sæbehinden er så tynd, at afstanden mellem for- og bagside er af samme størrelsesorden som lysets bølgelængde.

Bølger, som tilbagekastes fra sæbehindens for- og bagside, kan komme i modfase og udslukke hinanden. Udslukningen af de forskellige bølgelængder (farver) sker ved forskellige lagtykkelser. Den oplevede farve er komplementærfarven til den udslukkede. Sæbemuren får først farve, når hinden er tilstækkelig tynd. Fænomenet er et såkaldt interferensfænomen, der også opleves i oliehinder på en vandpyt osv.

Sæbehinders matematiske og fysiske egenskaber kan også studeres i opstilling nr. 76, 77, 78 og 79.

Sæbehindefigurer (nr. 76)

I en vask med sæbevand kan man neddyppe forskellige 3-dimensionale figurer, som er lavet af en tyk og stiv rustfri ståltråd.

I figurerne sætter sæbehinderne sig på overraskende måder. Når man bryder én hinde, ordner de andre sig på en ny måde.

En sæbehinde består af 2 overflader, med et tyndt lag sæbeopløsning imellem. På grund af overfladespændingen vil sæbehinderne sørge for at ordne sig således, at arealerne bliver så små som muligt.

Man kan analysere de dannede sæbehindefigurer fra en fysisk og matematisk synsvinkel. Men man kan også bare lade sig forundre.

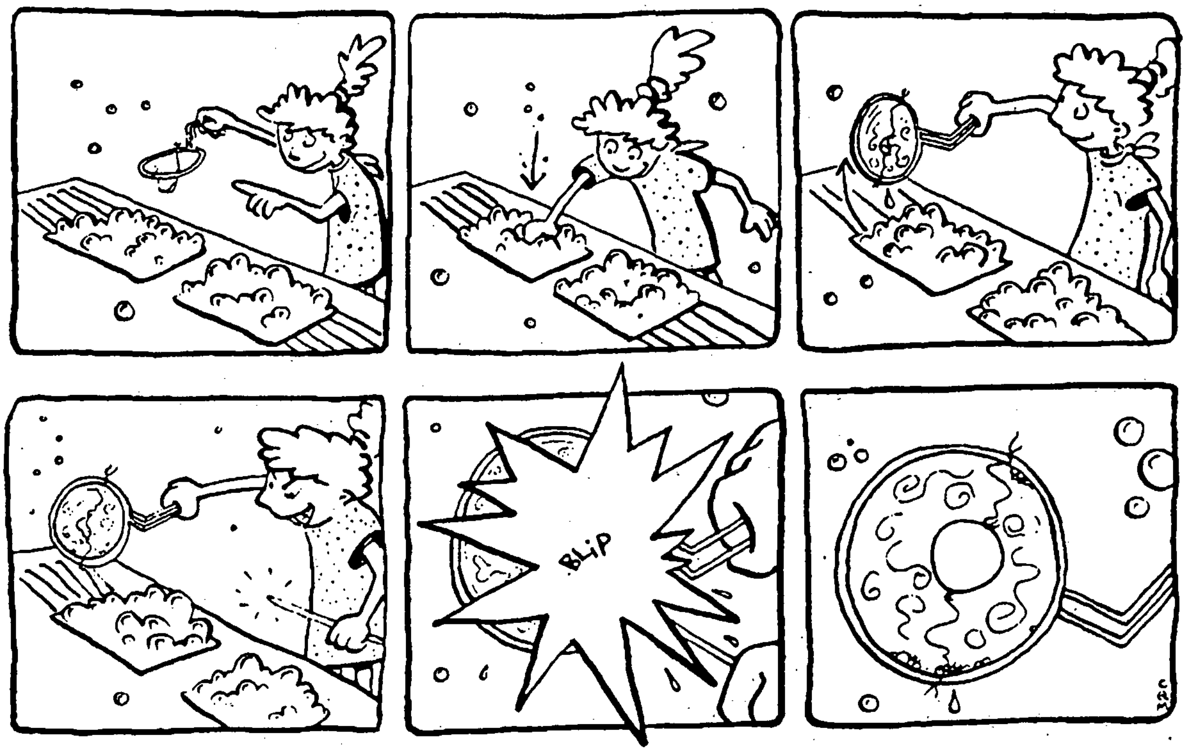
Aktiviteten findes ved sæbehindetårnet sammen med følgende andre aktiviteter: nr. 5, 77, 78, og 79.

Sæbehinder i ringe (nr. 77)

Store ringe af metaltråd kan neddyppes i sæbevand, så der dannes store sæbehinder.

Sæbehinderne kan vippes op og ned i forhold til ringens plan og med lidt held "afsnøres" som kæmpebobler.

Med tråde bundet til ringen, kan der laves forskellige eksperimenter med sæbehindens elasticitet. Forslag hertil fremgår af nogle tegninger.



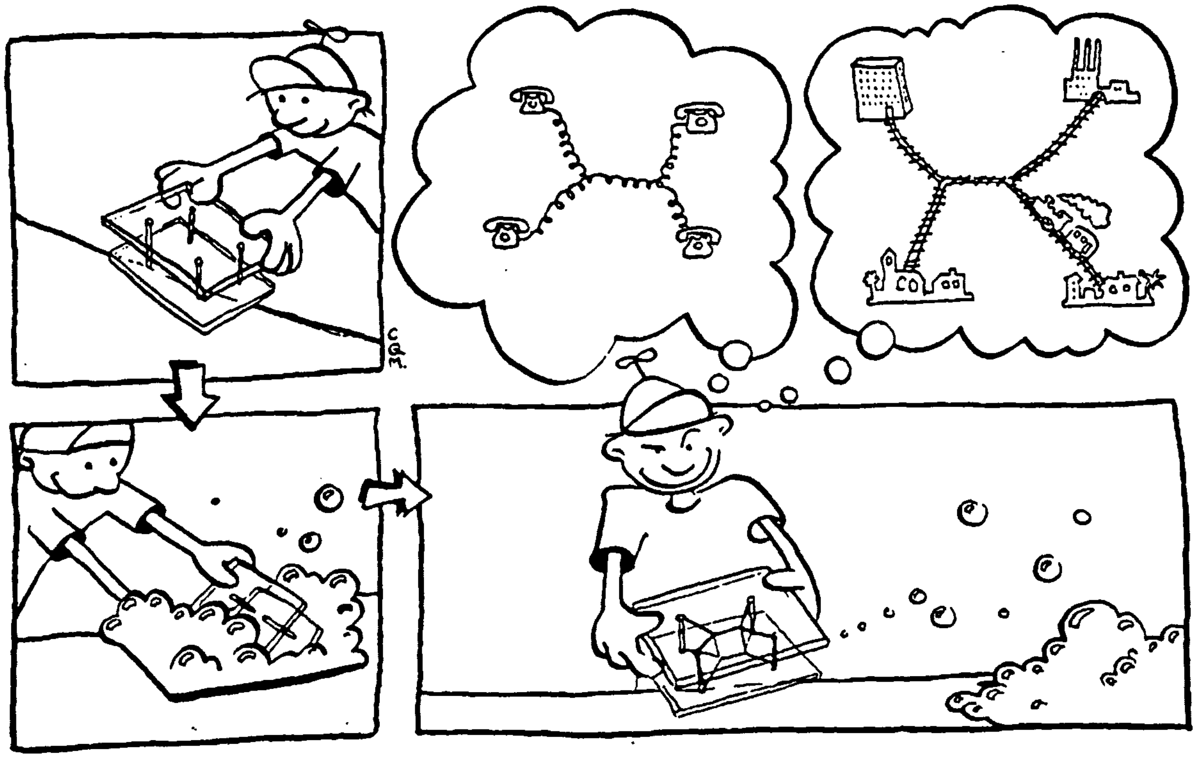
Hoppende sæbebobler (nr 78)

Sæbebobler pustes ned i en høj beholder af glas. De falder ikke til bunds, men begynder at hoppe, som om der var der en usynlig trampolin i beholderen.

I bunden er der en klump fast kuldioxid (kulsyresne), som langsomt fordamper. Beholderen er derfor delvis fyldt med den tunge luftart. Der er mest i bunden og mindst i toppen. Kuldioxids massefylde er ca. 1,5 gange større end massefylden af luft. Det er årsagen til, at de lette bobler hopper på en diffus grænseflade mellem kuldioxid og luft.

Lav selv sæbehindefigurer (nr. 79)

Aktiviteten er en variant af aktivitet nr. 76. Af en tyk ledning med en massiv kerne kan man selv forme de figurer, som skal dyppes i sæbevandet. Det giver frie muligheder for at undersøge sæbehindernes matematiske og fysiske "mysterier".



Keglesnit (nr. 221)

Opstillingen består af to kegler, hvis spidser peger mod hinanden. En farvet væske kan løbe fra den ene kegle til den anden, når man bevæger dem. Keglerne kan drejes 180 grader.

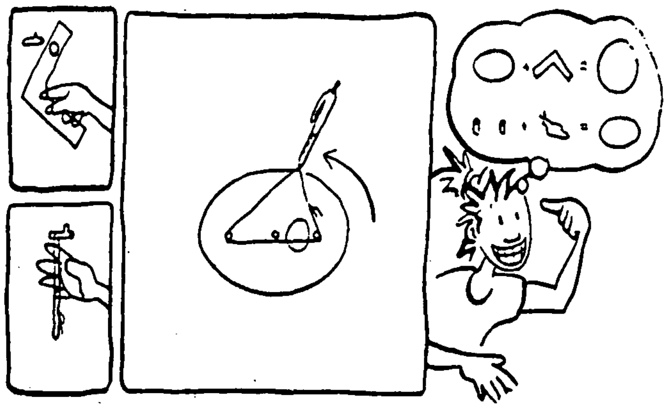
Væskens overflade er en vandret plan, der snitter den dobbelte kegle i en kurve, som derfor kaldes et keglesnit.

Når kurven er lukket, er snittet en ellipse. Når kurven har to grene, én i hver kegle, er snittet en hyperbel.

Mellemstillingen i overgangen fra ellipsen til hyperblen, er en parabel. Ved at dreje dobbeltkeglen får man overgangen at se.

Ellipser (nr. 223)

En ellipse er en plan lukket kurve, af oval, symmetrisk form. Kurven består af punkter, hvorfra afstandene til to faste punkter (brændpunkterne), har en konstant sum.



Ved denne opstilling kan man selv tegne ellipsekurver. Der er tre muligheder at vælge imellem til de to brændpunkter. Desuden er der tråd, papir, skriveredskaber og et vinkeljern med hul i. Og så gælder blot om at tegne spændende ellipsekurver....

Glide-symmetri (nr. 227)

En figur kaldes symmetrisk, hvis den kan bringes til at dække sig selv ved en egentlig flytning. Fx kan en ligesidet trekant dække sig selv enten ved en drejning 120 grader om sit centrum eller ved en spejling om en af sine højder. Dvs. at hele planen drejes 180 grader i rummet om den linie, der forlænger højden.
Et uendeligt mønster tillader endnu en form for symmetri. Det går også over i sig selv ved en flytning et bestemt stykke i en bestemt retning. Mønstre kan iøvrigt karakteriseres ved antallet af mulige flytningsretninger.

Opstillingen giver mulighed for flytninger af et symmetrisk mønster, i forhold til et identisk fast monteret mønster, ved at parallel-forskyde det således, at en ny symmetrisk figur opstår.

Man kan også flytte et identisk mønster i opstillingen "Dreje-symmetri", nr. 228. Men dér drejes det ene mønster i stedet om et fast punkt i centrum.

Dreje-symmetri (nr. 228)

I opstillingen "Glide-symmetri", nr. 227, kan man parallelforskyde et symmetrisk mønster i forhold til et identisk fast monteret mønster.

I denne opstilling kan man dreje eller rotere det samme mønster omkring et fast punkt i centrum. Herved skabes mange nye symmetriske mønstre.

3-D puslespil (nr. 229)

En geometrisk rumfigur, begrænset af mange plane sideflader, kaldes et polyeder. Et tetraeder er et polyeder med fire sideflader. Et pentaeder har fem siderflader. Et dodekaeder har tolv sideflader osv.

Opstillingen har to forskellige tredimensionale aktiviteter, der begge drejer sig om at sætte pentaeder sammen til én figur. I begge tilfælde viser slutresultatet sig at blive et tetraeder!

A: Dette "puslespil" har kun to figurer, som endda er ens! Alligevel er det ikke helt nemt at sætte dem sammen. Gør man sig umage, kan man konstruere en flot pyramide.

B: Dette "puslespil" har tre figurer, der kan sættes sammen til én kubisk figur.

Kaotiske baner (nr. 232)

Fraktaler og kaos. Det er ord man ofte hører i diskussioner om videnskab. Fraktalerne er flotte mønstre, men hvad mener videnskabsfolk egentlig, når de snakker om kaos?

Denne opstilling er et eksempel på det fysikere kalder et kaotisk system, dvs. et tilsyneladende simpelt system, som opfører sig næsten uforudsigeligt.

En kugle rulles ud på en stor, oval plastplade. Pladen er formet, så der er to store fordybninger i den. Når kuglen ruller ned ad pladen, er det uforudsigeligt, om den ruller mod den ene eller den anden fordybning. Nogle gange løber den i en 8-tals bane rundt om fordybningerne, andre gange hvirvler den rundt omkring skiftevis den ene og den anden fordybning.

På kanten er der en lille rampe, som kuglerne kan starte på. Den sender kuglerne afsted på næsten samme måde hver gang. Alligevel er deres baner vidt forskellige. Det er umuligt at forudsige, hvordan den næste kugles bane kommer til at se ud!

Der er flere opstillinger, der viser kaotiske systemer: nr.13, "Kaos-pendul", og nr. 75, "Magnetisk kaos-pendul".

Fraktaler (nr. 233)

Selv-similaritet er typisk for fraktaler. Det betyder, at nogle dele af fraktalen, ligner en mindre kopi af hele fraktalen. Og hele fraktalen ligner ofte en utroligt flot, gigantisk iskrystal. Dekorativt og fuld af spændende, geometriske mysterier.

I opstillingens computer-program kan man selv lege med- og tegne fraktaler - tryk på knappen og start på at tegne en fraktal. Brug musen til at vælge mindst ét og højst fem kvadrater. Efter kort tid vil man være i gang med at tegne en fraktal og pludselig ser man en orden - midt i kaos.

Hele tiden kan man klikke med musen for at få informationer om hvad der sker eller om hvad der kan ske. Hvor skal fraktalens styringspunkt ligge osv.

Programmet giver en god oplevelse af fraktalers egenskab.

Plat og krone (nr. 248)

Når en mønt kastes op i luften vil sandsynligheden for, at den fx lander på krone, være 50%. Alligevel er det ikke rigtigt, at vi har lige mange gange plat og krone i det lange løb, ved denne kendte leg.

Opstillingen består af en plastikbeholder der kan tippes rundt. Der er 10 adskilte søjler, hver forsynet med en mønt, der naturligvis kan vise enten plat eller krone. Man kan selv prøve at tippe denne enkle "maskine" og tælle op bagefter. Det vil vise sig, at man kun får fem gange krone og fem gange plat, ca. hver fjerde gang. Alligevel er der ikke noget galt!

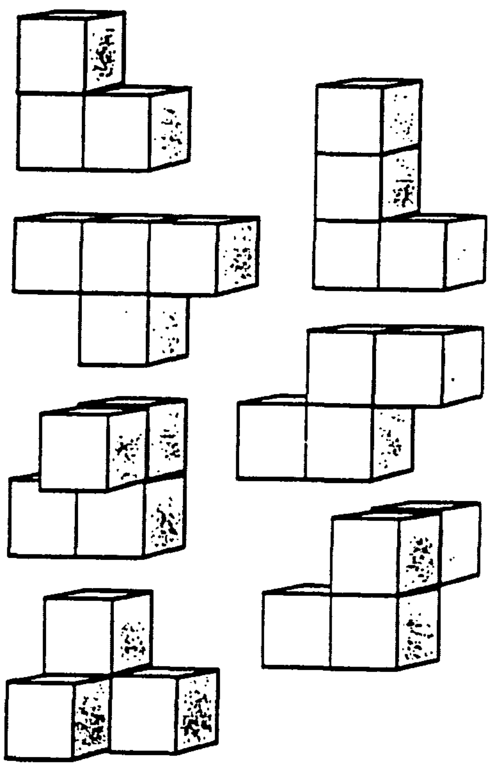
Tip maskinen 100 gange, og for hver gang, der er én krone mere end plat, flyttes en kugle til højre, og for hver gang, der er én plat mere end krone, flyttes en kugle til venstre.

Kuglerammen holder styr på forskellen mellem plat og krone. Hvis den på et tidspunkt er 0, dvs. at der er lige mange kugler til højre og venstre, skrives en streg på tavlen.

Der vil dog ikke komme mange streger på tavlen. I det lange løb er ca. halvdelen af udfaldene hhv. krone og plat. Men forskellen mellem plat og krone vil efter 1000 forsøg ligge et sted mellem -20 og +20.

Soma puslespillet (nr. 249)

Der ligger 7 figurer, som kan samles til én terning. Problemet er blot hvordan.



De syv figurer er, som vist på illustrationen, baseret på 3 eller 4 terninger. Disse figurer fremkommer i princippet på følgende måde: Sæt nogle terninger sammen (dog max 4 ad gangen) på en sådan måde, at der dannes indvendige hjørner. Det kan netop gøres på de syv forskellige måder. Pudsigt er det, at disse syv figurer, netop kan sammenkobles til en 3x3x3 terning.

Puslespillet er opfundet af den danske digter, arkitekt og matematiker Piet Hein. Det fortælles, at han udviklede spillet under en særdeles kedelig matematikforelæsning.

Tårnet i Hanoi (nr. 250)

Hvis man har kombinatoriske anlæg, en god portion logik, tid og tålmodighed, er der her to spændende opgaver.

I den første opgave er der tre pæle og et "tårn" bestående af syv ringe af forskellig størrelse, ordnet fra lille til stor. Opgaven går ud på at flytte tårnet fra én pæl til en anden, efter følgende regler:

1) Der må flyttes én ring ad gangen fra én pæl til en anden.

2) En ring må ikke stå på én, der er mindre end den selv.

Ifølge legenden sidder Buddha i Hanoi og flytter en ring i sekundet i et tårn med 64 ringe i alt. når hele tårnet er flyttet, vil han nå nirvana. Hvornår sker det? Blot med syv ringe vil man opdage, at man skal væbne sig med en vis portion tid og tålmod.

Den anden opgave drejer sig også om tre pæle, men her er der dog to tårne af hver sin farve, og hver med syv ringe. Her skal man bytte om på placeringen af tårnene – med samme regler som før.

Opstillinger der er med i guiden, men som ikke findes på Eksperimentarium.

Archimedes' projektion (nr. *225)

Jorden er næsten kuglerund. Et atlas er helt fladt. Det er der ikke noget overraskende i. Men hvordan får man egentlig den krumme jordoverflade ned i det flade atlas, uden at kortet bliver helt skævt og fortegnet? Svaret er, at det faktisk ikke kan lade sig gøre! Man må vælge mellem at få afstandene, arealerne, eller vinklerne til at stemme overens med virkeligheden. Det kan ikke lade sig gøre at opnå det hele på én gang. At afbilde jorden på et fladt kort, kaldes for en projektion.

Denne opstilling handler om én af de projektionsmetoder, som først fornyligt er slået igennem – den såkaldte Archimedes' eller Peters projektion. Den er areal-tro, dvs. at landenes arealer gengives korrekt. Til gengæld er afstande og vinkler helt forkerte!

Opstillingen består af en globus, som sidder inde i en gennemsigtig cylinder. På cylinderen er landene tegnet, som de ser ud, hvis man hele tiden flytter øjet med, mens man tegner. Ved siden af hænger kortet, som det ser ud, når cylinderen bliver "klippet op" og rettet ud.

Der er tillige en kugle med en cylinder uden om. Man kan selv prove at tegne noget på kuglen og, ved hjælp af et lille sigterør, tegne den tilsvarende projektion på cylinderen. At projektionsformen er areal-tro kan ses på de små firkanter, der er tegnet i forvejen. Satellitbilleder bliver naturligvis også fortegnede. Det ses fx ved opstilling nr.139 "Vejrbilleder fra Meteosat". Her ses jorden som den ser ud, når man hænger i et fast punkt, højt over Afrika.

Bilag B
Anders Madsens forslag til matematikopstillinger

Idé nr 1 Dobbeltpendul som blikfang
Et stort dobbeltpendul placeres på taget, synligt fra land- og søsiden. Forsynet med (kulørte) lamper, hvis (kaotiske) bevægelser ses i mørke. Den sekundære arm er forsynet med en (lille) helikoptervinge, hvis rotation erstatter den dissiperede energi, så pendulet aldrig falder til hvile.

Pendulet forsynes med diverse positionssensorer, som kan transmitteres til en (stationær) computer, som derved er i stand til at gengive pendulets bane på en skærm. Computeren er også programmeret med diverse modeller, som gør det muligt at forudsige bevægelsen fra et af aktøren valgt tidspunkt, således at denne kan sammenligne model (forudsigelse) og virkelighed (observation). Hvis der kan opstilles forskellige modeller (fx med og uden luftmodstand) kan aktøren vælge model.

Idé nr 2 Et dobbeltpendul inden for rækkevidde
Samme som ovenfor, men i mindre format i et mørkt aflukke, hvor aktøren efter at have forsøgt at forestille sig, hvad det er han står overfor, meget langsomt kan tænde lyset og derved se mere og mere af opstillingen.

Idé nr 3 Et keglesnit er et snit i en kegle
En gennemsigtig kegletop K deles af (en del af) et plan P i en keglespids K_1 og en keglestub K_2, spidsen rører gulvet med aksen vinkelret herpå. En (større) farvet kugle S_1 rører keglestubben i en cirkel C_1 og rører desuden planet i et punkt P_1. En anden (mindre) kugle S_2 rører planen i et punkt P_2 og keglespidsen i en cirkel C_2. Den store kugle kan løftes ud. Derefter kan keglestubben fjernes, planen tages af, og den mindre kugle tages ud. I planen er der på begge sider nedfalset fordybninger, hvori kegledelene passer. Disse fordybninger svarer til snitkurven, som er en ellipse. Hver af kuglerne er forsynet med en lille tap, som passer ind i hver sit hul i planet. Disse huller er de omtalte røringspunkter og udgør ellipsens brændpunkter.

I keglens spids er fæstnet en snor, som yderligere kan fæstnes til keglens øverste rand og således antyde en frembringer; den del af snoren, som derved befinder sig mellem de to cirkler, er fremhævet, fx ved en særlig farve. I planet kan der være tegnet et par brændstråler til samme punkt på ellipsen og ved at lade frembringeren gå gennem dette ellipsepunkt kan aktøren ræsonnere sig frem til, at summen af brændstrålerne svarer til det fremhævede stykke på frembringeren. (se nærmere neden for).

Aktøren kan også kaste sig ud i følgende aktiviteter:
Anbringes et par tappe i brændpunkthullerne og tages en snor af en passende længde uden om tapperne, da vil en velkendt ellipsefrembringelsesmetode blive illustreret.

Det ovenfor nævnte ræsonnement bygger på, at forskellige tangenter til en og samme kugle fra et og samme punkt altid vil give anledning til samme afstand mellem punktet og røringspunktet. Dette kan meget nemt illustreres selvstændigt ved hjælp af en kugle og to linealer, som er samlet i deres fælles nulpunkt, således at vinklen mellem dem kan varieres.

I den her valgte udformning ledes tankerne til en isvaffel med to kugler, men andre variationer af temaet kan måske være mere praktiske. Spidsen kunne vende op etc. Hvis det er teknisk muligt, kan man lade frembringeren køre rundt "medbringende" ellipsepunktet, som så igen kunne "medbringe" brændstrålesnoren, evt ved aktørens medvirken.

Det analoge forhold for de øvrige keglesnit.

Idé nr 4 Endnu en isvaffel
En kugle har en kegleformet hat på. Inde fra hatten slipper der lys ud gennem en smal glasbræmme, formentlig i form af en (hul) lyskegle, som vil efterlade et belyst spor på en plade.

En kombination af rette lystype og plade ("fluorescens"?) vil gøre sporet tydeligt. Kan sikkert med fordel anbringes i et mørkt aflukke.

Hvis man lader kuglen hvile på pladen får man markeret det ene af brændpunkterne.

Aktøren kan måske fastholde kurven ved tegning eller en eller anden form for "fotografisk effekt".

Idé nr 5 Et keglesnit er mange ting

Der indgår tre computerskærme (eller vinduer på en skærm) A, B og C.

På A vises et billede af en kegle med et snit i. Aktøren kan variere på snitplanen ved hjælp af tastatur eller joystick.

På B vises et plant billede af en ellipse med brændpunkterne fremhævet. Aktøren kan variere ellipsen ved at ændre på storaksen og lilleaksen.

På C vises en andengradsligning i x og y. Aktøren kan ændre på koefficienterne.

De tre billeder er forbundet med hinanden, således at de hele tiden viser det samme keglesnit. En aktivitet ved en af skærmene får altså umiddelbart virkning på de to andre skærme.

Idé nr 6 "Organisk frembringelse" af keglesnit

Forskellige apparater til konstruktion af keglesnit, ellipsograf etc. Apparat til tegning af andre kurver, fx lemniskat.

Idé nr 7 Oval eller ellipse

Cassinis ovaler ("produktovaler" i modsætning til ellipser som "sumovaler"). Plane snit i en torus, fx illustreret ved at en lodret torus kan hæves og sænkes i et kar eller fyldes og tømmes for en væske i dens indre. Et af disse giver Cassiniovaler. Lemniskaten.

Idé nr 8 Flytningsgruppen for en terning

En terning kan rulle ned i et hul af form som en lidt større terning. Når terningen ligger der, skal man netop kunne se dens overside og en af dens vertikale sideflader.

En anden terning er anbragt – parallelt med den første – i et apparat, så man ved at dreje på nogle håndsving kan dreje terningen en kvartdrejning om hver af to akser, nemlig akserne gennem den anden ternings centrum og vinkelret på den første ternings to synlige flader. Apparatet er forsynet med "omdrejningstællere" til at "huske" et forløb af successive drejninger. Herved kan man nemt identificere gruppe af egentlige flytninger, se at den ikke er kommutativ og at den kan frembringes af to elementer. Dens orden (som i øvrigt angiver antallet af måder terningen kan anbringes på) kan også beregnes.

Aktøren kan fremstille en drejning på 120 af drejninger på 90.

Når man har indset, at dette giver en repræsentation af gruppen kan en masse spørgsmål, som ellers ville være vanskelige, nemt besvares.

Der skal også være modeller af alle de mulige drejningsakser.

Variationer fremkommer ved tilføjelse af spejle (spejlinger) og ved "ækvivalering" af diverse sideflader og ved evt at bruge andre grundobjekter end terningen, fx det duale oktaeder.

Andre aspekter kan komme ind ved andre konkrete repræsentationer af gruppen.

(For matematikere er dette et eksempel på en ikke fri gruppe med to frembringere.)

Idé nr 9 Klæd torus af og på
(I matematikerjargon: Illustrer på forskellig måde overlejringen af torus ved hjælp af planen).

En torus er forsynet med en overfrakke med to lynlåse, en langs den ydre ækvator og en langs en meridian. Dette illustrerer at der kan laves et plant kort af torus. Dette kan udvides med mange sammenhængende kopier til et "kontinuert" kort.

Tegninger af kontinentlignende plamager på en ægte fysisk torus og den tilsvarende gengivelse på en del af det plane kort. Dette "kort" af torus er dækket af en gennemsigtig plade, hvorpå aktøren kan indtegne kurver, som enten kan fortolkes som rejseruter eller som knuder rundt om torus.

Tortureringen og genopstandelsen af Arnolds kat. (stikord).

Knuder rundt om torus. De falder i klasser, der kan karakteriseres ved ord i et totegnsalfabet. (Fri gruppe med to frembringere).

Man kan ikke gøre det samme med en kugleoverflade.

Man kan gøre det samme med en dobbelthullet berliner, når man benytter en cirkelskive som kort. Man skal her bruge en overfrakke med flere lynlåse og den tilsvarende klodebeskrivelse giver mindelser om Eschers ikke-euklidiske billeder.

Denne ide skal forsynes med illustrationer, inden den kan sælges. Jeg har allerede en del af disse illustrationer og arbejder på adskillige flere (i en anden sammenhæng).

Idé nr 10 En klokkeformet kurve

Et antal (n) lodrette rør, stillet i en række, er forbundet to og to med tynde vandrette rør (i samme højde). Fyldes det midterste af rørene med en væske, vil denne væske sprede sig til de øvrige rør. Ligger der i hvert rør over på væskesøjlen en lille kugle, da vil disse ligge på en klokkeformet kugle, som faktisk er en (skaleret) normalfordelingskurve, hvor spredningen vokser med tiden (på en fra diffussionsteorien kendt måde).

Det er nemt at opstille en pålidelig model for forløbet. En tilkoblet computer kan registrere og forudsige forløbet på lignende måde som i ovenfor nævnte dobbeltpendul.

Idé nr 11 Minimalflader

Aktøren kan forme en rand, som derefter kan bruges som rand for en sæbeboble. Randen kan digitaliseres og den tilhørende matematiske minimalflade kan derefter vises på en computerskærm. Dette kræver en kraftig computer med avanceret grafik, men vil til gengæld være enormt spektakulært. Der findes i almindelig handel flotte billeder af minimalflader.

Idé nr. 12 Nogle geometriske kvadraturer fra infinitesimalregningens historie

Arealet under en cycloidebue. Måske kombineret med fremstillinger af cycloiden ("cykellygtekurven").

Idé nr 13 Harmonilære

Idé nr 14 Datakompression vha Fourieranalyse

Idé nr 15 Navigation

Foran aktøren et panoramabillede af udsigten fra et skib: øer, fyr, kirketårne. På bordet et søkort, til rådighed pejleinstrumenter. Hvor på kortet er vi.

Teknikken bag moderne positionsbestemmelse med digitale radiobølgebaserede navigatorer. Der findes store kommercielle manøvresimulatorer, men der er meget dyre. Kan der laves miniatureudgaver?.

Bilag C
Mogens Esrom Larsens forslag til matematik–opstillinger

Idé nr. 1: Stereografisk projektion
En globus med et eller flere cirkulære huller roterer om en skrå akse. Der er anbragt en lyskilde i et fast punkt i forhold til omdrejningen af kuglen, altid ved kuglens øverste punkt. Lyskeglen tegner da på gulvet en cirkel, hvis størrelse varierer under omdrejningen.

Idé nr. 2: Keglesnit
I en kegle af plexiglas lægges en skærende plan ligeledes af plexiglas og inden i keglen to kugler, der netop tangerer planen. Desuden anbringes en glasplan indeholdende kuglens berøringscirkel med keglen. Der tegnes på keglen og i den første plan linier fra et tilfældigt punkt på keglesnittet til kuglens tangering med planen og vinkelret på planens skæringslinie samt til keglens toppunkt. Man ser, hvad keglesnittets brændpunkt og ledelinie er.

Idé nr. 3: Mønstre og symmetri
Rummets deling i terninger, og terningens deling i hhv. 6 og 5 tetraedre. Laves som konkret materiale af træ eller plastik. De forskellige flytningsgrupper i planen illustreres med mønstre, der gives i to udgaver, den ene transparent. Man kan så selv iagttage de symmetrier, der er. Goldwater's tetraederpuslespil er fremragende. Goldwater's Platoniske legemer er udmærkede. Soma puslespillet af Piet Hein kan vi begribeligvis ikke importere fra USA. Men der er mange andre amerikanske puslespil, vi kan importere fra Kathy Jones i Pasadena.

Idé nr. 4: Pythagoras
Forskellige retvinklede trekanters kvadrater skæres op og samles som puslespil til bevis for Pythagoras. Kan også laves i papir for en af publikum valgt trekant. H. C. Andersens bevis som opslag. Pythagoræiske talsæt, deres frembringere og eksempler. Evt. fysisk fremstilling af trekanterne, knudesnor.

Idé nr. 5: Sandsynlighedsregning

På datamat. Publikum vælger et sprog og laver en kode ved at permutere alfabetet. Maskinen får en normaltekst på 1000 ord og et kryptogram skrevet i det permuterede alfabet. Maskinen analyserer normalteksten med henblik på hyppigheder af enkelte bogstaver og par. Herefter undersøger den kryptogrammet for hyppigheder og forsøger at rette alfabetet tilbage til den oprindelige tekst. Det lykkes godt og hurtigt. Illustrerer den magt et overblik over fordelingen giver. Viser på en gang fordelingsbegrebets styrke og datamatens nytte som hjælp til analysen. Goldwater's stikprøvemaskine er god. Men vi må benytte den til at illustrere, at det er stikprøvens størrelse, der er afgørende, ikke dens andel af populationen!

Idé nr. 6: Spil

Et program, der spiller Nim er standard. Men med en beskrivelse af strategien som vindue er nyt. Man kan illustrere vinderstrategi på transparent måde. Goldwater's Hanoi-tårn skal ikke laves i praksis. Man skal regne ud, at det er et hestearbejde at flytte brikkerne, man skal ikke forsøge det.

Idé nr. 7: Kategoriteori

Et program, der spiller solitare, er simpelt. Men ladet vindue vise, hvordan tallene ændres i de tre klasser, der dannes ved diagonal trefarvning af brættet. Efter nogen spillen vil publikum indse, at partierne altid ændres samtidig. Det giver indsigt i det håbløse ved fransk solitare. Et skoleeksempel på matematikkens styrke. Man abstraherer så vildt, at kun tallenes pariteter er tilbage, og der ligger puddelen netop begravet.

Idé nr. 8: Archimedes

$$\pi = \pi$$

Archimedes viste, at π til beregning af cirklens omkreds og π til beregning af cirklens areal er præcis samme tal. Og at dette tal også indgår i beregningen af kuglens overflade, som han var den første til at bestemme. Disse klassiske resultater kan illustreres på forskellig måde. Den Archimediske projektion af kuglefladen på cylinderen, en projektion, der er arealtro, viser det sidste. Et grænseargument ved udrulning af en cirkelperiferi viser det første. I denne sammenhæng kunne man illustrere andre geodætiske projektioner. A's er arealtro, Kræmmers (Mercators) er formtro, der stereografisk er vinkeltro osv.

Idé ne. 9: Fourierrækker

En film kan vise de rene svingninger og eksempler på summer af dem. Det er muligt at illustrere, hvorledes disse svingninger er ortogonale, fordi det er simpelt at se på symmetrien, at integralerne må forsvinde, når funktionen ikke netop er et kvadrat, der er udelukkende ikke-negativt. Herefter ses det let, hvordan man ved integration – som black-box – kan genfinde bidragene fra de enkelte rene svingninger fra den summerede. På lydsiden kan dette illustreres med toner.

Idé nr. 10: Möbius bånd

På Möbius båndet kan man godt løse problemet med tre huse og de tre kraftstationer (ledningerne må ikke krydse).

Idé nr. 11: Knuder

I Leeds er der lovet en stor udstilling af knuder. Lad os vende tilbage til oktober.

Bilag D
Bevis for at en kugle ikke kan afbildes på en plan[1]

Vi vil bevise følgende sætning, som er grundlæggende i korttegningen og som siger, at det ikke er muligt at finde en isometri fra en åben delmængde på en kugleflade til en åben delmængde i planen:

Sætning:	Lad α: $F_1 \rightarrow \mathbf{R}^2$ være en injektiv, differentiabel og regulær afbilding fra en åben delmængde $F_1 \subset_{\text{åben}} s^2$, hvor s^2 betegner standardsfæren $\{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 = 1\}$ og regulær betyder at α overalt er inverterbar, dvs. $\alpha' \neq 0$, så er α ikke isometrisk.

At en afbildning er **isometrisk**, vil sige at en kurve på en flade afbildes i en kurve med samme buelængde på en anden flade.

Inden vi går i gang med beviset for sætningen, vil vi først klargøre, hvad vi mener med nogle forskellige begreber, vi kommer til at bruge i det efterfølgende. Desuden vil vi trække tre lemmaer frem.

Vi gør først klart, hvad vi mener med **buelængde**:

> En kurve tilnærmes med konvekse liniestykker. Liniestykkernes længde nærmer sig en bestemt grænseværdi, når antallet af dem vokser mod uendelig, dvs. at deres længde går mod nul. Denne grænseværdi kaldes **buelængden** for kurven [Jessen bind II, 1941, §4].

Idét parameterfremstillingen for en kurve k er: r: $I_{[0;1]} \rightarrow \mathbf{R}^3$, kan vi mere præcist skrive:

$$\text{Længde af kurven } k : l(k) = \int_0^1 |k'(t)|\, dt$$

[1] Beviset for denne sætning, har det ikke været muligt at finde nogen steder. Beviset er derfor sammen sat af dele af Børge Jessens "Lærebog i geometri" bind I og II, hhv. 1939 og 1941.

Vi får også brug for at vide hvad vide hvad vi forstår ved en **cirkel i planen**:

> Punktmængden bestående af alle de punkter, som har en given afstand (radius) til et givet punkt (centrum).

Og en **cirkel på en kugle**:

> Enhver plan som har mere end ét punkt fælles med en kugle, skærer kuglen i en cirkel; omvendt kan enhver cirkel på kuglen angives som en sådan skæringskurve.

Cirklen på kuglen svarer altså til cirklen som vi kender den fra planen.

Det fastslås også hvad et **fladeareal** er. En diffenentiabel flade givet ved parameterfremstillingen:

$$x = f(u,v),\ y = g(u,v),\ z = h(u,v),$$

eller

$$\mathbf{OP} = \mathbf{r}(u,v) = \mathbf{r}(Q) = f(Q)\mathbf{i} + g(Q)\mathbf{j} + h(Q)\mathbf{k}$$

hvor Q(u,v) gennemløber et parameterområde $\omega \in \mathbf{R}^2$, om hvilket vi vil antage, at det er begrænset, lukket og har et bestemt areal[2].

Q(u,v) betegner et givet punkt i ω og P det tilsvarende punkt på fladen.

Ved at se på arealforholdet mellem:

(i) en trekant i parameterområdet og

(ii) en trekant der ligger i et tangentplan til fladen. Dette tangentplan er fastlagt ved, at det skal være tangentplan i det af trekantens hjørner, der ligger på fladen. Trekantens to andre hjørner ligger i tangentplanen,

[2] Vi vil ikke hér komme nærmere ind på definition af et plant områdes areal. Men henviser til §28. i Børge Jessens "Lærebog i geometri I", 1939 og §7. i Børge Jessens "Lærebog i geometri II", 1941.

kan man bestemme **arealet af fladen**:

> Man starter med at inddele parameterområdet i trekanter. De til vinkelspidserne svarende punkter på fladen forbindes med rette liniestykker således, at der dannes et indskrevet trekantsnet i fladen. Inddelingen i parameter området gøres finere og finere, dvs. at siderne i trekanterne konvergerer mod nul. Man skal sikre at ingen af vinklerne i trekanterne kommer vilkårlig nær π. Summen af arealet af trekanterne i nettet indskrevet i fladen vil under denne grænseværdi konvergere mod en bestemt grænseværdi S. Denne grænseværdi kaldes fladens **areal**.

Yderligere uddybning findes i §29. i Børge Jessens "Lærebog i geometri", 1941.

Beviset for sætningen følger ved at gøre brug af følgende tre lemmaer:

Lemma 1. (for vilkårlige flader)[3]

F_1 og F_2 er to vilkårlige flader, α: $F_1 \rightarrow F_2$ er en bijektiv og differentiabel afbilding, det gælder da

$$\alpha \textit{ isometrisk} \Rightarrow \alpha \textit{ arealtro} \wedge \alpha \textit{ vinkeltro}$$

Bevisidé:

I beviset for α isometrisk $\Rightarrow$ α vinkeltro benyttes at vinkler kan defineres ved limes af buelængder.

For at bevise α isometrisk $\Rightarrow$ α arealtro kan man undersøge hvad der sker med små rektanglers areal. Hvor vi kan opfatte et rektangel som en polygon med fire hjørner hver med vinkler på $\pi/2$. Hjørnerne er forbundet med geodætiske kurver.

OBS: Der gælder også[4]:

$$\alpha \text{ isometrisk} \Leftarrow \alpha \text{ arealtro} \wedge \alpha \text{ vinkeltro}$$

---

[3] Yderligere oplysninger findes i Jessen §30, Bind II, 1941

[4] Findes som øvelsesopgave 18 på side 230 i Do Carmo's "Differential Geometry of Curves and Surfaces".

Lemma 2. (specielt for åbne delmængder af kuglefladen)[5]

Lad $F_1 \subset_{\text{åben}} s^2$ *og* α*:* $F_1 \to \mathbb{R}^2$ *være en injektiv, differentiabel og regulær afbilding, så gælder der:*

$$\alpha \text{ isometrisk} \Rightarrow \alpha \text{ ikke arealtro}$$

Bevisidé:

Afbildningen fra kuglen over på en plan kaldes α, og vi har således; F_1:$s^2 \to \mathbb{R}^2$. Vi antager nu at α er længdetro således at

$$\text{længden af } C = \text{længden af } \alpha(C)$$

hvor C er en cirkel, $C \subset s^2$ og $\alpha(C) \subset \mathbb{R}^2$ er afbildingen af C i planen.

Vi ser nu på arealet.
Da afbildningen α ikke nødvendigvis afbilder cirkler i cirkler er vi nødt til at opdele i to tilfælde:

(i) α(C) **er en cirkel**. Da arealet af cirklen på kuglen er hævet i forhold til cirklen i planen, fås:

$$\text{areal } (\alpha(C)) < \text{areal } (C).$$

(ii) α(C) **er ikke en cirkel** (men en vilkårlig lukket kurve) og C' er en cirkel med samme længde i planen:

$$\text{areal } (C') > \text{areal } (\alpha(C))$$

Dette indses vha. den isoperimetriske ulighed, da man vha. den kan slutte, at en cirkel er den lukkede plane kurve med en given længde, som indeslutter det største areal. Vha (i) fås da

$$\text{areal } (C) > \text{areal } (C') > \text{areal } (\alpha(C))$$

Vi har således bevist, at hvis en kurve på kuglen og dens afbildning i planen har samme længde, kan de ikke omslutte samme areal.

---

[5] Yderligere oplysninger findes i §30 i Jessen, Bind II, 1941.

Lemma 3. (specielt for kugleflader)

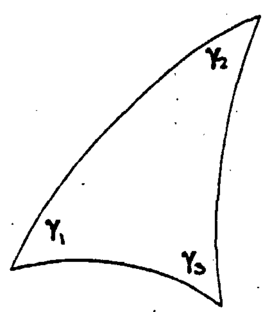
Lad $F_1 \subset_{\text{åben}} S^2$ og $\alpha: F_1 \to \mathbb{R}^2$ være en injektiv, differentiabel og regulær afbilding, så gælder der:

$$\alpha \text{ isometrisk} \Rightarrow \alpha \text{ ikke vinkeltro}$$

Bevisidé:

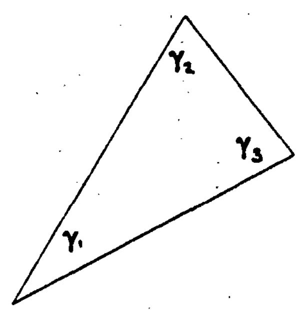
Idét det forudsættes at α er en isometri, ser vi på vinkelsummen i to trekanter, hvor en trekant opfattes som en polygon med tre hjømer forbundet af geodætiske kurver, trekanterne har samme sidelængder:

Sfærisk trekant



$\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3 > \pi$

Plan trekant



$\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3 = \pi$

Det ses da, at afbildningen ikke kan være vinkeltro.

Bevis for sætningen:

Hvis både Lemma 1 og Lemma 2 (eller Lemma 1 og Lemma 3) begge skal være sande, opstår der en modstrid, α kan da ikke være en isometri.

Der kan altså ikke eksistere en isometri mellem en åben delmængde på kugleflade og en åben delmængde af et plan. Q.E.D.

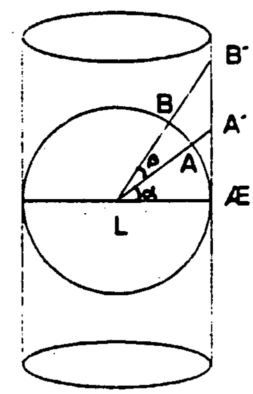
Anden formulering af sætningen: s^2 er ikke udfoldelig i planen. At en flade er udfoldelig i planen betyder således, at der findes en isometri mellem en åben delmængde af fladen og en åben delmængde af $\mathbf{R}^2$.

Følgeslutning: Der er ingen afbildning fra en åben delmængde på en kugleflade til en åben delmængde af et plan som er areal- og vinkeltro samtidig.

Bilag E
Elementær–geometriske aspekter af den centralcylinderiske projektion

Ikke afstandsbevarende langs længdebuerne.

Udgangspunktet er to punkter, A og B, der ligger på den Nordlige halvkugle på samme længdebue. De to punkter ligger på bredegraderne α og $\alpha+\beta$. Billedpunkterne til A og B på cylinderen kaldes henholdsvis A´ og B´. Cylinderen skærer globen i Ækvator, og skæringspunktet i den pågældende længdebue betegnes Æ. Radius af globen og cylinderes betegnes r. L betegner lyspunktet i globens midte.



Ved brug af definitionen af tangens opnås:

$$\tan\alpha = \frac{\text{dist}(Æ,A')}{r} \quad , \quad \tan(\alpha+\beta) = \frac{\text{dist}(Æ,B')}{r}$$

Ud fra figuren ses, at

$$\text{dist}(A',B') = \text{dist}(Æ,B') - \text{dist}(Æ,A')$$

Dette kan ved hjælp af de foregående formler skrives som:

$$\text{dist}(A',B') = r(\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha)$$

Dette udtryk omskrives nu til et, der er lettere at overskue. Tangens omskrives:

$$\text{dist}(A',B') = r\left(\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)$$

Vi sætter på "fælles brøkstreg":

$$\text{dist}(A',B') = r\left(\frac{\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha - \cos(\alpha+\beta)\sin\alpha}{\cos\alpha(\cos(\alpha+\beta))}\right)$$

Additionsformlerne benyttes:

$$\text{dist}(A',B') = r\left(\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cos\beta + \cos^2\alpha\sin\beta - \sin\alpha\cos\alpha\cos\beta + \sin^2\alpha\sin\beta}{\cos\alpha(\cos(\alpha+\beta))}\right)$$

Udtrykket reduceres:

$$\text{dist}(A',B') = r\left(\frac{\cos^2\alpha\sin\beta + \sin^2\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos(\alpha+\beta)}\right)$$

Grundrelationen benyttes:

$$\text{dist}(A',B') = r\left(\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\cos(\alpha+\beta)}\right)$$

Skal den nøjagtige afstandsændring langs længdebuerne bestemmes, skal vi selvfølgelig se på forholdet mellem $\text{dist}_k(A,B)$ og $\text{dist}(A',B')$. På globen er afstanden mellem A og B lig $r\beta$. Vi får:

$$\frac{\text{dist}(A',B')}{\text{dist}_k(A,B)} = \frac{\frac{r\cdot\sin\beta}{\cos\alpha\cos(\alpha+\beta)}}{r\beta} = \frac{\sin\beta}{\beta\cdot\cos\alpha\cos(\alpha+\beta)}$$

Betragtes en lille afstand mellem A og B, altså en lille afstand langs længdebuen, kan vi betragte β som gående mod 0. Dvs.

$$\frac{\text{dist}(A',B')}{\text{dist}_k(A,B)} = \frac{\sin\beta}{\beta}\frac{1}{\cos\alpha\cos(\alpha+\beta)} \to \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \text{for } \beta \to 0$$

idet

$$\frac{\sin\beta}{\beta} \to 1 \quad \text{for } \beta \to 0 \quad \text{og} \quad \cos(\alpha+\beta) \to \cos\alpha \quad \text{for } \beta \to 0$$

Projektionen er således ikke afstandsbevarende langs lændebuerne. Dog næsten i nærheden af ækvator idet

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} \to 1 \quad \text{for } \alpha \to 0$$

Afstandsforandringen langs breddebuerne.

Som vist i projektet er afstandsforandringen $1/\cos\alpha$. Afstanden langs breddebuerne bliver altså ikke bevaret, dog tilnærmelsesvis ved ækvator da $1/\cos\alpha \to 1$ for $\alpha \to 0$. På selve ækvator er der dog fuldstændig afstandsbevarelse.

Projektionens forvrængning.

Forvrængningen ved projektionen er den faktor, bredden bliver forstørret med i forhold til længden altså:

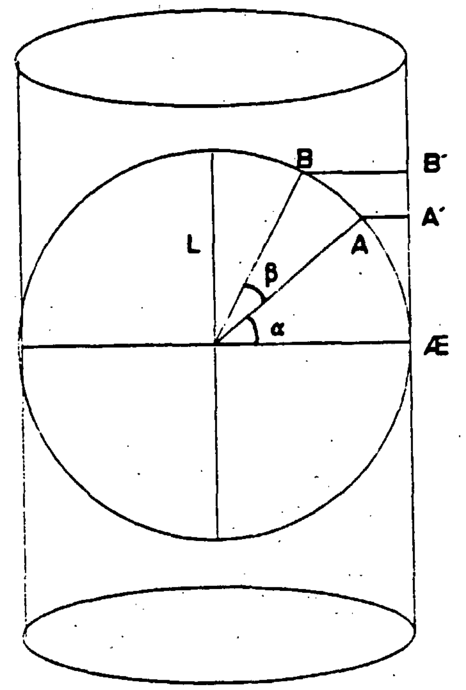
$$\frac{\text{bredde faktoren}}{\text{længde faktoren}} = \frac{\frac{1}{\cos\alpha}}{\frac{1}{\cos^2\alpha}} = \cos\alpha$$

Hvoraf man igen kan se, at projektionen er tilnærmelsesvis korrekt ved ækvator, da $\cos\alpha \to 1$ for $\alpha \to 0$.

Bilag F
Elementær–geometriske aspekter af Archimedes projektion

Ikke afstandsbevarende langs længdebuerne.

Udgangspunktet er to punkter, A og B, der ligger på den Nordlige halvkugle på samme længdebue. De to punkter ligger på bredegraderne α og $\alpha+\beta$. Billedpunkterne til A og B på cylinderen kaldes henholdsvis A´ og B´. Cylinderen skærer globen i Ækvator, og skæringspunktet i den pågældende længdebue betegnes Æ. Radius af globen og cylinderes betegnes r.



Det ses at

$$\text{dist}(A',B') = \text{dist}(Æ,B') - \text{dist}(Æ,A')$$

Det gælder desuden at:

$$\sin\alpha = \frac{\text{dist}(A',Æ)}{r} \quad \text{og} \quad \sin(\alpha+\beta) = \frac{\text{dist}(B',Æ)}{r}$$

Afstanden fra A´ til B´ kan så skrives:

$$\text{dist}(A',B') = r(\sin(\alpha+\beta) - \sin\alpha) = r(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha)$$

Dette sættes i forhold til afstanden mellem A og B, der er $r\beta$:

$$\frac{dist(A',B')}{dist_k(A,B)} = \frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta - \sin\alpha}{\beta} = \frac{\sin\alpha(\cos\beta - 1)}{\beta} + \frac{\sin\beta}{\beta}\cos\alpha$$

Da

$$\frac{\sin\beta}{\beta} \rightarrow 1 \text{ for } \beta \rightarrow 0 \quad \text{og} \quad \frac{\cos\beta - 1}{\beta} \rightarrow 0 \text{ for } \beta \rightarrow 0$$

opnås:

$$\frac{dist(A',B')}{dist_k(A,B)} \rightarrow \cos\alpha \text{ for } \beta \rightarrow 0$$

D.v.s. projektionen er ikke afstandsbevarende langs længdebuerne, dog tilnærmelsesvis i nærheden af ækvator, idet $\cos\alpha \rightarrow 1$ for $\alpha \rightarrow 0$.

Projektionens forvrængning.

Forvrængningen ved projektionen er den faktor, bredden bliver forstørret med i forhold til længden altså:

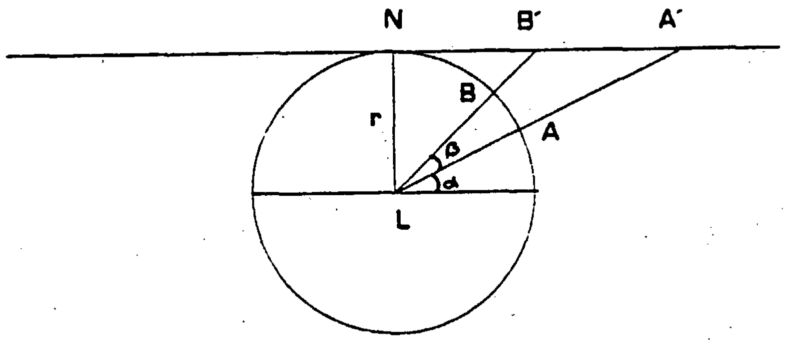
$$\frac{\text{bredde faktoren}}{\text{længde faktoren}} = \frac{\frac{1}{\cos\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

Hvoraf man igen kan se, at projektionen er tilnærmelsesvis korrekt ved ækvator, da $1/\cos^2\alpha \rightarrow 1$ for $\alpha \rightarrow 0$.

Bilag G
Elementær-geometriske aspekter af den gnomoniske projektion

Ikke afstandsbevarende langs længdebuerne.

Udgangspunktet er to punkter A og B, der ligger på den Nordlige halvkugle på samme længdebue. De to punkter ligger på breddegraderne α og $\alpha+\beta$. Billedpunkterne på planen kaldes henholdsvis A´ og B´. Planen skærer globen på Nordpolen i punktet N. L betegner sigtepunktet i globens midte og r betegner globens radius.



Ved brug af definitionen for tangens opnås:

$$\tan(\angle NLA) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\text{dist}(N,A')}{r}$$

$$\tan(\angle NLB) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha+\beta)\right) = \frac{\text{dist}(N,B')}{r}$$

Af figuren ses at

$$\text{dist}\,(A',B') = \text{dist}(N,A') - \text{dist}(N,B')$$

Fra ovenstående formler opnås da:

$$\mathrm{dist}(A',B') = r\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) - r\tan\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right)$$

Idet tangens omskrives får vi:

$$\mathrm{dist}(A',B') = r\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)\right)}\right)$$

da sinx=cos(π/2−x) og cosx=sin(π/2−x) fås:

$$\mathrm{dist}(A',B') = r\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right)$$

Der sættes på fælles brøkstreg:

$$\mathrm{dist}(A',B') = r\left(\frac{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta) - \sin\alpha\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}\right)$$

Additionsformlerne benyttes:

$$\mathrm{dist}(A',B') = r\left(\frac{\sin((\alpha+\beta)-\alpha)}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}\right) = r\left(\frac{\sin\beta}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}\right)$$

Skal afstandsændringen langs længdebuerne bestemmes, skal vi se på forholdet mellem $\mathrm{dist}_k(A,B)$ og dist(A′,B′). På globen er afstanden mellem A og B lig $r\beta$.

Vi får:

$$\frac{\text{dist}(A',B')}{\text{dist}_k(A,B)} = \frac{\sin\beta}{\beta\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\sin\beta}{\beta}\frac{1}{\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)}$$

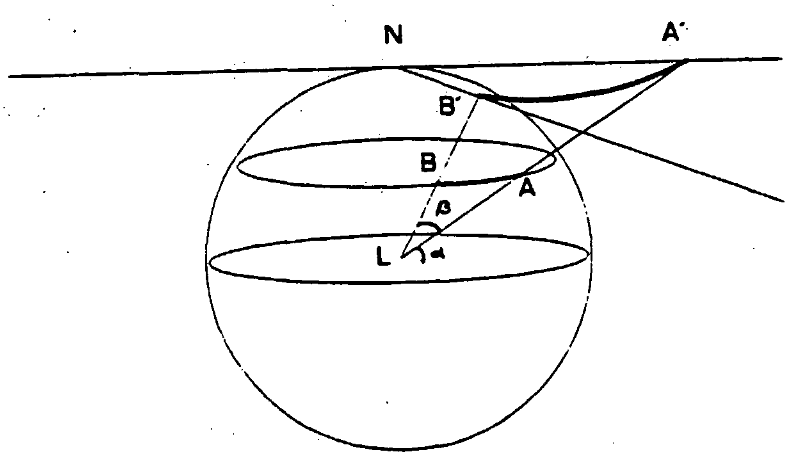
$$\frac{\text{dist}(A',B')}{\text{dist}_k(A,B)} \rightarrow \frac{1}{\sin^2\alpha} \quad \text{for} \quad \beta \rightarrow 0$$

da

$$\frac{\sin\beta}{\beta} \rightarrow 1 \quad \text{for} \quad \beta \rightarrow 0 \quad \text{og} \quad \sin(\alpha+\beta) \rightarrow \sin\alpha \quad \text{for} \quad \beta \rightarrow 0$$

Ikke afstandsbevarende langs breddebuerne.

Udgangspunktet her er to punkter A og B på samme breddegrad α. Vinklen ALB kaldes β. Billedpunkterne til A og B kaldes hhv. A´ og B´.



Det ses at:

$$\mathrm{dist}_k(A',B') = \beta\,\mathrm{dist}(N,A')$$

og

$$\mathrm{dist}_k(A,B) = r\beta \cdot \cos\alpha$$

Afstandsforholdet langs breddebuerne bliver:

$$\frac{\mathrm{dist}_k(A',B')}{\mathrm{dist}_k(A,B)} = \frac{\beta\,\mathrm{dist}(N,A')}{\beta r\cos\alpha} = \frac{\mathrm{dist}(N,A')}{r\cos\alpha}$$

Tidligere så vi at

$$\mathrm{dist}(N,A') = r \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = r\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

hvorved vi opnår:

$$\frac{\mathrm{dist}_k(A',B')}{\mathrm{dist}_k(A,B)} = \frac{r\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{r\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

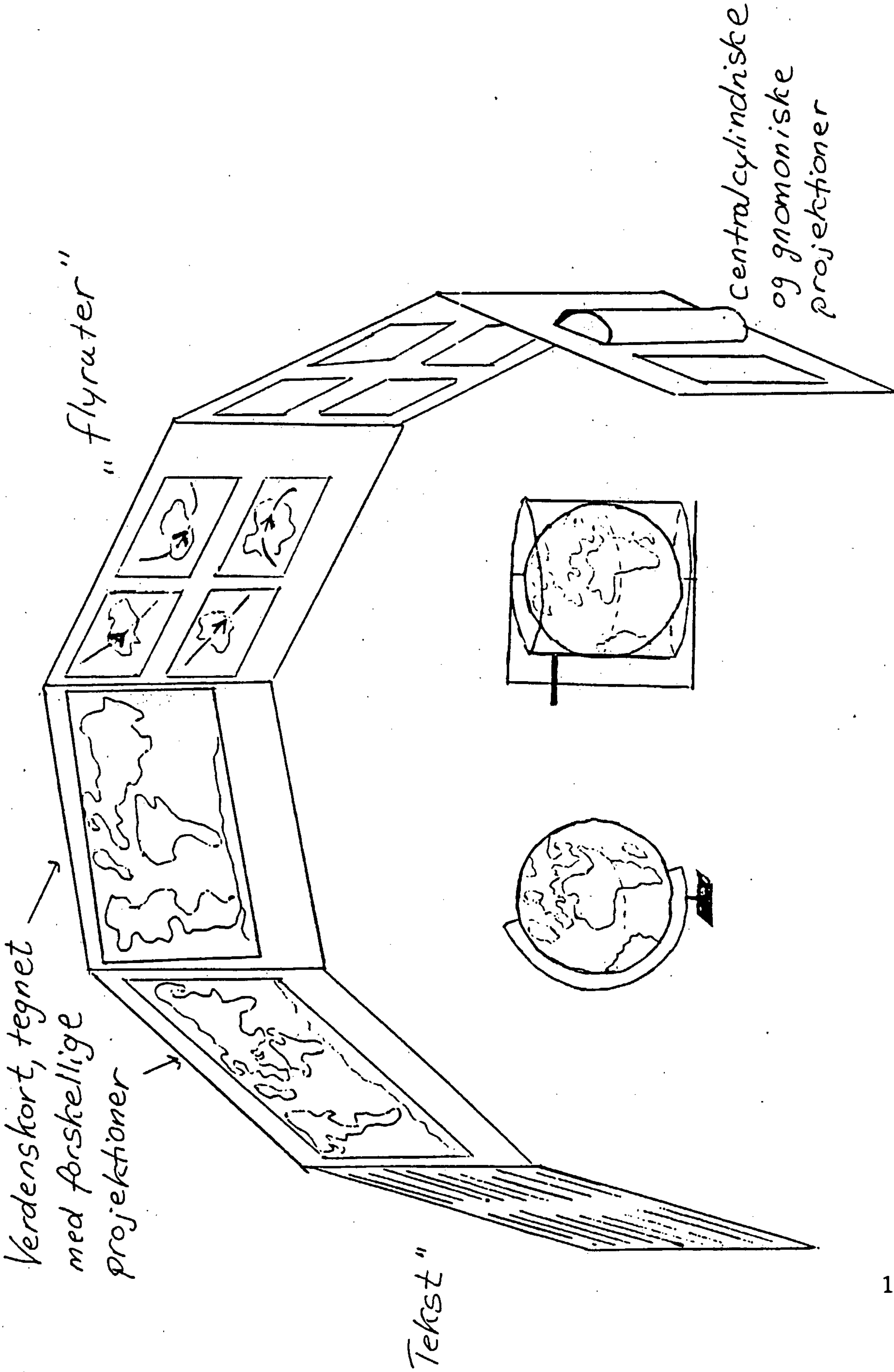
Projektionens forvrængning.

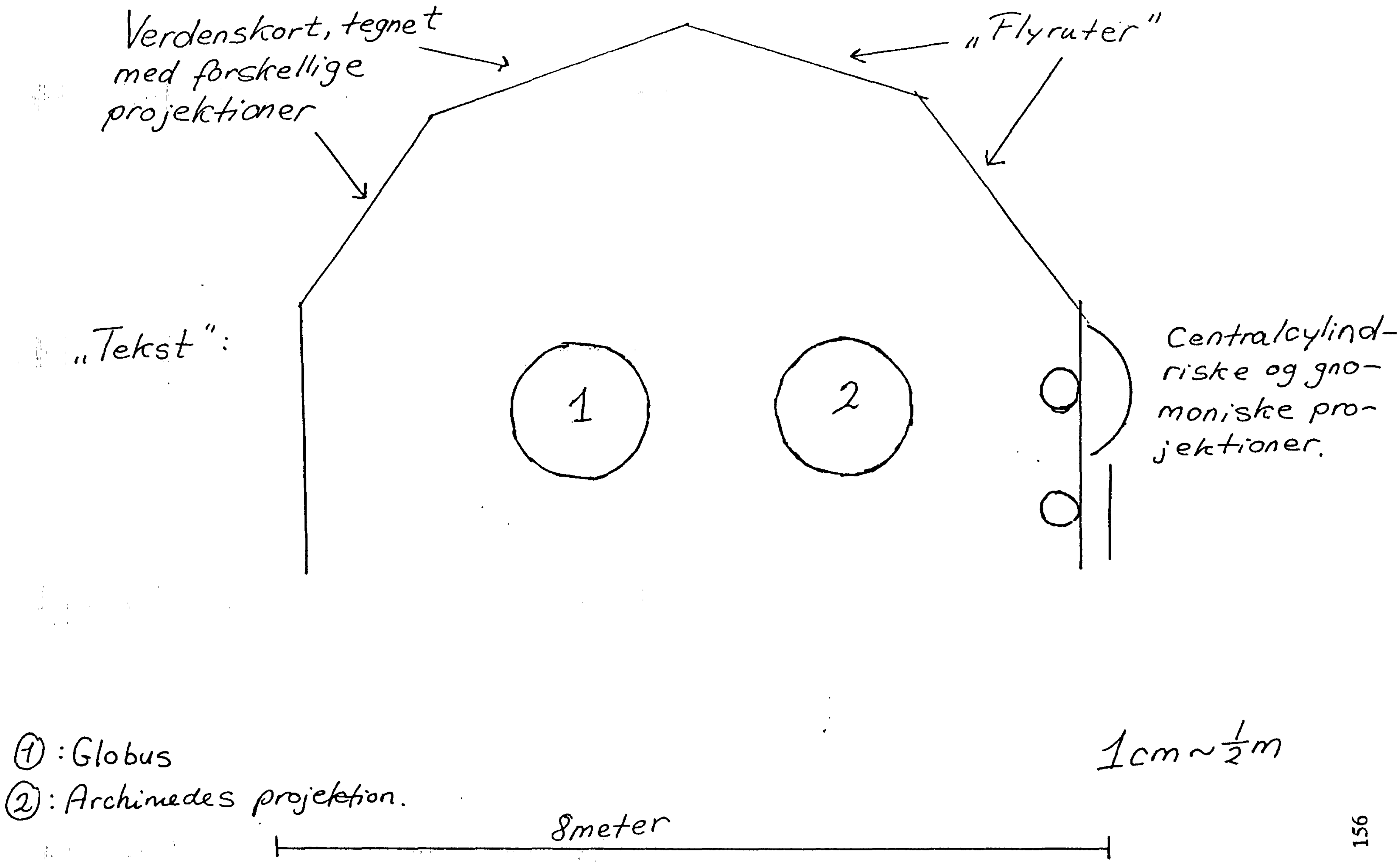
Forvrængningen ved projektionen er den faktor, bredden bliver forstørret med i forhold til længden altså:

$$\frac{\text{bredde faktoren}}{\text{længde faktoren}} = \frac{\frac{1}{\sin\alpha}}{\frac{1}{\sin^2\alpha}} = \sin\alpha$$

Hvoraf man igen kan se, at projektionen er tilnærmelsesvis korrekt ved Nordpolen, da $\sin\alpha \rightarrow 1$ for $\alpha \rightarrow \pi/2$.

Bilag H
Oversigt over den færdige opstilling




Verdenskort, tegnet med forskellige projektioner
„Flyruter"
„Tekst":
1
2
Centralcylindriske og gnomoniske projektioner.
① : Globus
② : Archimedes projektion.
8meter
1cm ~ ½m

Liste over tidligere udkomne tekster tilsendes gerne. Henvendelse herom kan ske til IMFUFA's sekretariat tlf. 46 75 77 11 lokal 2263

217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"
by: Mogens Niss

218/92 "A Three-Square Theorem"
by: Lars Kadison

219/92 "RUPNOK - stationær strømning i elastiske rør"
af: Anja Boisen, Karen Birkelund, Mette Olufsen
Vejleder: Jesper Larsen

220/92 "Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb"
af: Bjørn Christensen, Ole Møller Nielsen
Vejleder: Stig Andur Pedersen

221/92 "A BUNDLE VALUED RADON TRANSFORM, WITH APPLICATIONS TO INVARIANT WAVE EQUATIONS"
by: Thomas P. Branson, Gestur Olafsson and Henrik Schlichtkrull

222/92 On the Representations of some Infinite Dimensional Groups and Algebras Related to Quantum Physics
by: Johnny T. Ottesen

223/92 *THE FUNCTIONAL DETERMINANT*
by: Thomas P. Branson

224/92 *UNIVERSAL AC CONDUCTIVITY OF NON-METALLIC SOLIDS AT LOW TEMPERATURES*
by: Jeppe C. Dyre

225/92 *"HATMODELLEN" Impedansspektroskopi i ultrarent en-krystallinsk silicium*
af: Anja Boisen, Anders Gorm Larsen, Jesper Varmer, Johannes K. Nielsen, Kit R. Hansen, Peter Bøggild og Thomas Hougaard
Vejleder: Petr Viscor

226/92 *"METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING THE GLOBAL CIRCULATION OF SELECTED EMISSIONS FROM ENERGY CONVERSION"*
by: Bent Sørensen

227/92 "Computersimulering og fysik"
af: Per M.Hansen, Steffen Holm, Peter Maibom, Mads K. Dall Petersen, Pernille Postgaard, Thomas B.Schrøder, Ivar P. Zeck
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen

228/92 "Teknologi og historie"
Fire artikler af:
Mogens Niss, Jens Høyrup, Ib Thiersen, Hans Hedal

229/92 "Masser af information uden betydning"
En diskussion af informationsteorien i Tor Nørretranders' "Mærk Verden" og en skitse til et alternativ baseret på andenordens kybernetik og semiotik.
af: Søren Brier

230/92 "Vinklens tredeling - et klassisk problem"
et matematisk projekt af
Karen Birkelund, Bjørn Christensen
Vejleder: Johnny Ottesen

231A/92 "Elektrondiffusion i silicium - en matematisk model"
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund, Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen

231B/92 "Elektrondiffusion i silicium - en matematisk model" Kildetekster
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund, Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen

232/92 "Undersøgelse om den simultane opdagelse af energiens bevarelse og især deles om de af Mayer, Colding, Joule og Helmholtz udførte arbejder"
af: L.Arleth, G.I.Dybkjær, M.T.Østergård
Vejleder: Dorthe Posselt

233/92 "The effect of age-dependent host mortality on the dynamics of an endemic disease and
Instability in an SIR-model with age-dependent susceptibility
by: Viggo Andreasen

234/92 "THE FUNCTIONAL DETERMINANT OF A FOUR-DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEM"
by: Thomas P. Branson and Peter B. Gilkey

235/92 OVERFLADESTRUKTUR OG POREUDVIKLING AF KOKS
- Modul 3 fysik projekt -
af: Thomas Jessen

236a/93 INTRODUKTION TIL KVANTE HALL EFFEKTEN

af: Ania Boisen, Peter Bøggild

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen

236b/93 STRØMSSAMMENBRUD AF KVANTE HALL EFFEKTEN

af: Anja Boisen, Peter Bøggild

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen

237/93 The Wedderburn principal theorem and Shukla cohomology

af: Lars Kadison

238/93 SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (2)

Vektorbånd og tensorer

af: Peder Voetmann Christiansen

239/93 Valgsystemer - Modelbygning og analyse

Matematik 2. modul

af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen, Maria Hermannsson, Allan Jørgensen, Ragna Clauson-Kaas, Poul Lützen

Vejleder: Mogens Niss

240/93 Patologiske eksempler.
Om sære matematiske fisks betydning for den matematiske udvikling

af: Claus Dræby, Jørn Skov Hansen, Runa Ulsøe Johansen, Peter Meibom, Johannes Kristoffer Nielsen

Vejleder: Mogens Niss

241/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 1

af: Bent Sørensen

242/93 Brovedligeholdelse - bevar mig vel

Analyse af Vejdirektoratets model for optimering af broreparationer

af: Linda Kyndlev, Kare Fundal, Kamma Tulinius, Ivar Zeck

Vejleder: Jesper Larsen

243/93 TANKEEKSPERIMENTER I FYSIKKEN

Et 1.modul fysikprojekt

af: Karen Birkelund, Stine Sofia Korremann

Vejleder: Dorthe Posselt

244/93 RADONTRANSFORMATIONEN og dens anvendelse i CT-scanning

Projektrapport

af: Trine Andreasen, Tine Guldager Christiansen, Nina Skov Hansen og Christine Iversen

Vejledere: Gestur Olafsson og Jesper Larsen

245a+b/93 Time-Of-Flight målinger på krystallinske halvledere
Specialerapport

af: Linda Szkotak Jensen og Lise Odgaard Gade

Vejledere: Petr Viscor og Niels Boye Olsen

246/93 HVERDAGSVIDEN OG MATEMATIK
- LÆREPROCESSER I SKOLEN

af: Lena Lindenskov, Statens Humanistiske Forskningsråd, RUC, IMFUFA

247/93 UNIVERSAL LOW TEMPERATURE AC CONDUCTIVITY OF MACROSCOPICALLY DISORDERED NON-METALS

by: Jeppe C. Dyre

248/93 DIRAC OPERATORS AND MANIFOLDS WITH BOUNDARY

by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski

249/93 Perspectives on Teichmüller and the Jahresbericht Addendum to Schappacher, Scholz, et al.

by: B. Booss-Bavnbek

With comments by W.Abikoff, L.Ahlfors, J.Cerf, P.J.Davis, W.Fuchs, F.P.Gardiner, J.Jost, J.-P.Kahane, R.Lohan, L.Lorch, J.Radkau and T.Söderqvist

250/93 EULER OG BOLZANO - MATEMATISK ANALYSE SET I ET VIDENSKABSTEORETISK PERSPEKTIV

Projektrapport af: Anja Juul, Lone Michelsen, Tomas Højgård Jensen

Vejleder: Stig Andur Pedersen

251/93 Genotypic Proportions in Hybrid Zones

by: Freddy Bugge Christiansen, Viggo Andreasen and Ebbe Thue Poulsen

252/93 MODELLERING AF TILFÆLDIGE FÆNOMENER

Projektrapport af: Birthe Friis, Lisbeth Helmgaard Kristina Charlotte Jakobsen, Marina Mosbæk Johannessen, Lotte Ludvigsen, Mette Hass Nielsen

253/93 Kuglepakning

Teori og model

af: Lise Arleth, Kåre Fundal, Nils Kruse

Vejleder: Mogens Niss

254/93 Regressionsanalyse

Materiale til et statistikkursus

af: Jørgen Larsen

255/93 TID & BETINGET UAFHÆNGIGHED

af: Peter Harremoës

256/93 Determination of the Frequency Dependent Bulk Modulus of Liquids Using a Piezoelectric Spherical Shell (Preprint)

by: T. Christensen and N.B.Olsen

257/93 Modellering af dispersion i piezoelektriske keramikker

af: Pernille Postgaard, Jannik Rasmussen, Christina Specht, Mikko Østergård

Vejleder: Tage Christensen

258/93 Supplerende kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse"

af: Mogens Brun Heefelt

259/93 STUDIES OF AC HOPPING CONDUCTION AT LOW TEMPERATURES

by: Jeppe C. Dyre

260/93 PARTITIONED MANIFOLDS AND INVARIANTS IN DIMENSIONS 2, 3, AND 4

by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski

261/93 OPGAVESAMLING
Bredde-kursus i Fysik
Eksamensopgaver fra 1976-93

262/93 Separability and the Jones Polynomial
by: Lars Kadison

263/93 Supplerende kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse" II
af: Mogens Brun Heefelt

264/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 2
af: Bent Sørensen

265/94 SPHERICAL FUNCTIONS ON ORDERED SYMMETRIC SPACES
To Sigurdur Helgason on his sixtyfifth birthday
by: Jacques Faraut, Joachim Hilgert and Gestur Olafsson