

Kommensurabilitets-oscillationer i laterale supergitre

Fysikspeciale af:

Anja Boisen

Peter Bøggild

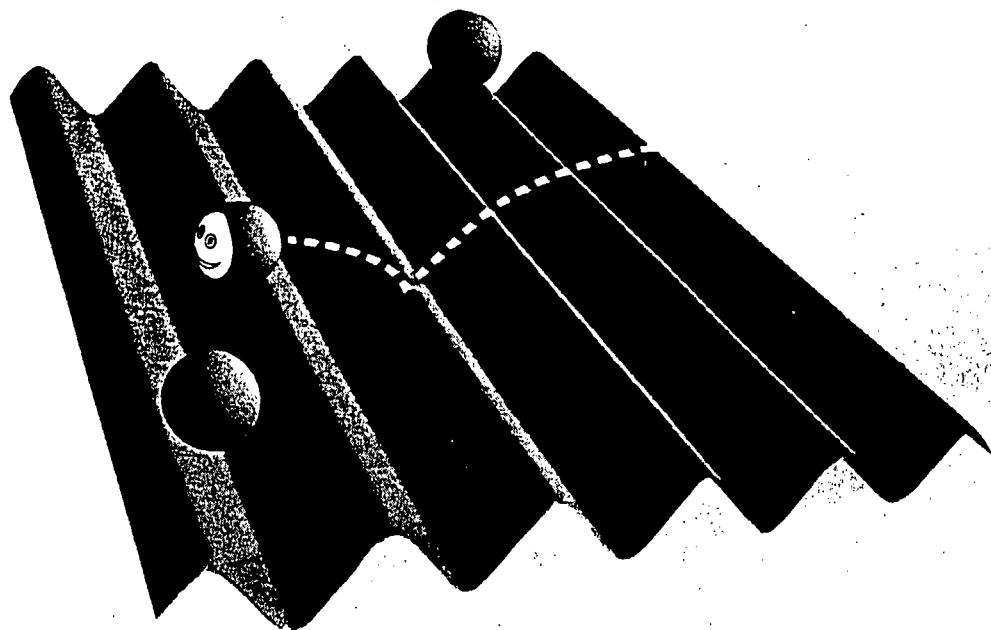
Karen Birkelund

Vejledt af:

Rafael Taboryski

Poul Erik Lindelof

Peder Voetmann Christiansen



TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postboks 260, 4000 Roskilde

Kommensurabilitets-oscillationer i laterale supergitre

af: Anja Boisen, Peter Bøggild, Karen Birkelund

IMFUFA tekst nr. 266/94

186 sider

ISSN 0106-6242

Abstract

Modstanden af en todimensional elektrongas med periodisk moduleret ladningsbæretæthed måles som funktion af magnetfeltet B . Den modulerede ladningsbæretæthed bevirker, at elektronerne effektivt bevæger sig i et periodisk moduleret potential. Den longitudinale magnetomodstand er normalt domineret af Shubnikov-de Haas oscillationer periodiske i $1/B$. Men bevæger elektronerne sig i et svagt, periodisk potential vil en ny type lavfelts oscillationer opstå. Disse oscillationer benævnes Weiss oscillationer og er også periodiske i $1/B$. Årsagen til samt udsendet af de målte Weiss oscillationer diskuteres - primært på baggrund af en semiklassisk transportteori. Endelig beskrives elektronsystemet rent klassisk ved brug af Monte Carlo simuleringer.

Indledning

I 1988 opdagede den tyske fysiker Dieter Weiss en ny type oscillationer i magnetomodstanden målt i todimensionale elektrongasser (2DEG) ved lav temperatur ($\sim 10K$) og lavt magnetfelt ($\sim 1T$). Det specielle ved Weiss' eksperimenter er en periodisk modulation af ladningsbærerensitet. Placeres en 2DEG med en periodisk varierende ladningsbærerensitet i et homogent, ortogonalt magnetfelt, ses de såkaldte Weiss oscillationer, der er periodiske i $1/B$. Dette fænomen lader sig ikke forklare med den kendte teori for Shubnikov-de Haas (SdH) oscillationer, der ligeledes er periodiske i $1/B$. Weiss oscillationerne er forsøgt fortolket ud fra flere teoretiske modeller, af såvel klassisk som kvantemekanisk oprindelse.

Et af målene med dette speciale, er at se Weiss oscillationerne eksperimentelt, ikke blot på dansk grund, men også med et prøvedesign der adskiller sig fra Weiss'. I Weiss eksperimenterne moduleres ladningsbærerensiteten ved brug af laserteknik, mens vi i vores eksperimenter ændrer ladningsbærerensiteten ved groft sagt at lægge metalstriber med perioden a oven på elektrongassen. Disse striber udgør et *endimensionalt*, lateralt gitter. Weiss oscillationerne er grundlæggende en interessant konsekvens af samspillet mellem cyklotronradius R_c og gitterafstanden a . Et minima i de nye lavfelts oscillationer forekommer, når kommensurabilitetsbetingelsen

$$2R_c = a\left(\lambda - \frac{1}{4}\right), \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

er opfyldt.

Vores eksperimenter er udført på GaAlAs-GaAs heterostruktur prøver, groet af Claus B. Sørensen på H.C.Ørsted laboratoriets MBE-anlæg. En stor del af det eksperimentelle arbejde har bestået i at optimere fremstillingen af et periodisk gitter, en i sig selv ikke helt simpel manøvre, da der stilles store krav til stregopløsningen af mønsteret. Da prøv fremstillingen har krævet stor akkuratess, og da gitterets dimensioner er på grænsen af apparaturets kapacitet, har vi brugt megen tid og ressourcer på at optimere proceduren for prøv fremstilling.

Efter at prøverne var lavet, var vores første mål at reproducere andres måleresultater. Dels for at kontrollere vores prøvedesign, herunder kvaliteten af prøverne i sig selv, og dels for at skabe et nødvendigt grundlag for videregående, selvstændige undersøgelser.

Målingerne er foretaget på H. C. Ørsted laboratoriets ^3He -kryostat, og vi skal i den forbindelse takke personalet for udlån af apparatur. En speciel tak til Poul Erik Lindelof og Rafael Taboryski for deres bistand, såvel faglig som opmuntrende, gennem hele projektfasen. Tak til Per Hedegård og Hans Nielsen for deres hjælpsomhed, når det gjaldt teoretiske fortolkninger. Sluttelig vil vi gerne takke DFM, for at lade

- Appendiks A indeholder tabeller over de fitteparametre, vi har fundet i behandlingen af forsøgsdata.

For et fuldt udbytte anbefales det at læse hele specialet i den givne rækkefølge. Men er man ikke interesseret i de tekniske detaljer, kan kapitel 3 og 4 med fordel udelades. Er begrebet en to dimensional elektrongas velkendt, og kender man de elektriske transportforhold i et sådan system, kan kapitel 1 og til dels kapitel 7 springes over. Et hurtigt overblik over fænomenet Weiss oscillationer fås ved at læse kapitel 2, 5, 6 og 8 separat. Endelig skitseres i kapitel 9 forslag til andre målinger på modulerede prøver, og en alternativ metode til detektion af Weiss oscillationer diskuteres. Vi vil derfor opfordre alle, der har tænkt sig at gå i gang med lignende eksperimenter, til at læse dette kapitel grundigt.

os benytte deres Atomic Force mikroskop i forbindelse med kvalitetskontrol af de fremstillede gitre.

Læsevejledning

Rapporten består af følgende kapitler:

- Kapitel 1 er en kort gennemgang af den fornødne teori, der skal til for at behandle og forstå magnetoresistansmålinger i 2DEG'er. Kapitellet er primært et resumé af relationer, der benyttes i det følgende.
- Kapitel 2 introducerer begrebet Weiss oscillationer og gennemgår de teorier, Weiss oscillationer er forsøgt forklaret ud fra. Mange af de senere fortolkninger/analyser af forsøgsdata er baseret på resultater fra dette kapitel.
- Kapitel 3 er en grundig gennemgang af, hvordan prøverne fremstilles. Formålet med kapitlet er, at vise hvilken proces vi har været igennem og at give mulighed for at reproducere vores resultater. Da kapitlet er tænkt som en vejledning i prøvefremstilling, er beskrivelsen af de enkelte procedurer meget detaljeret. Sidst i kapitlet findes en oversigt over de relevante parametre ved fremstillingen af periodiske gitre.
- Kapitel 4 gennemgår den aktuelle måleopstilling; kryosystemet så vel som elektronikken.
- Kapitel 5 indeholder en beskrivelse af den anvendte måleprocedure samt en præsentation/analyse af de umiddelbare resultater.
- Kapitel 6 er en analyse af data i forhold til en simpel semiklassisk model gennemgået i kapitel 2.
- Kapitel 7 er et kapitel om spredningsprocesser i to dimensionale elektronsystemer, og er et vigtigt grundlag for simuleringerne i kapitel 8.
- Kapitel 8 beskriver de eksperimentelle resultater ved hjælp af såkaldte Monte Carlo simuleringer, hvor elektrontransporten betragtes på det mikroskopiske niveau.
- Kapitel 9 indeholder de resultater, vi har opnået ved brug af Monte Carlo simuleringerne.
- Kapitel 10 skitserer andre måleserier, hvoraf nogle er særlig interessante.
- Kapitel 11 er en opsummering og diskussion af vores samlede arbejde.

Indhold

1	En 2DEG i magnetfelt	7
1.1	En 2-dimensional elektrongas	7
1.2	Elektrontransport i magnetfelt	12
1.3	Kvantiseret Hall-effekt	14
1.4	Boltzmann ligningen i relaxationstidsapproximationen	22
2	Weiss oscillationer	27
2.1	Grundlæggende eksperimenter	27
2.2	Drift af cyklotronbanernes center	31
2.3	En kvantemekanisk forklaring	42
3	Prøvefremstilling	49
3.1	Prøvedesignet	50
3.2	Metodik for prøvefremstilling	52
3.3	Fremstilling af GaAlAs-GaAs heterostrukturer - MBE dyrkning	54
3.4	Fremstilling af mesa	57
3.5	Kontakter til 2DEG	58
3.6	Fremstilling af gitter ved elektronstrålelitografi	60
3.7	Fremstilling af gate - EB litografi	69
3.8	Bonding og montering	72
3.9	De aktuelle parameterverdier	74
4	Måleopstilling	77

4.1	Kryosystemet	77
4.2	Elektronikken	81
4.3	Kontrol af prøvernes kvalitet	85
5	Målinger og resultater	89
5.1	Måleprocedure	89
5.2	Måleresultater	92
5.3	Opsummering	107
6	Data kontra model	109
6.1	Korrektion for baggrundsmagnetomodstand	109
6.2	Fitteprocedure	112
6.3	Resultater	114
6.4	Afvielser fra modellen	116
7	Spredningsprocesser	119
7.1	Spredning i 2DEG	119
8	En klassisk bane model	127
8.1	Monte Carlo simulering	127
8.2	Udbygning af algoritmen	137
9	Resultater fra simuleringerne	145
9.1	Modellering af to prøver	145
9.2	Teoretiske korrektioner	158
10	Andre målinger	161
10.1	Modulering af strømsignalet	161
10.2	Modulering af gatespænding	168
11	Diskussion	175

Kapitel 1

En 2DEG i magnetfelt

Weiss-oscillationer kan opfattes som et interessant specialtilfælde af et generelt resonansfænomen: elektroners cyklotronbevægelse i et magnetfelt (karakteriseret ved cyklotronradius R_c) og et periodisk potential (karakteriseret ved gitterperioden a). Magnetfeltstyrken styrer forholdet mellem de to perioder i systemet og dermed også elektronernes transportegenskaber.

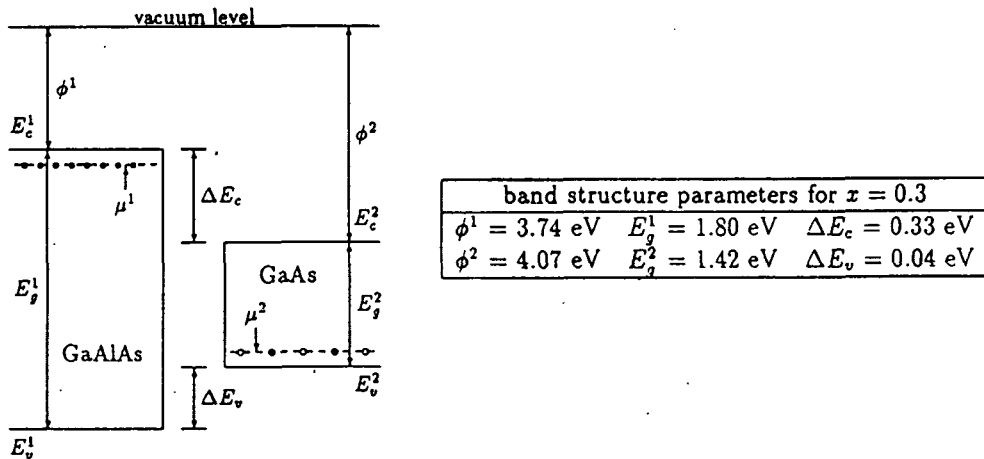
Her er det generelle tilfælde reduceret til følgende: vi har et todimensionalt elektron-system med et magnetfelt vinkelret på, og et elektrisk felt parallelt med det plan, hvori elektronerne befinder sig. Potentialet er moduleret i en dimension. Forudsætningen for at kunne observere Weiss oscillationer er et todimensionalt elektronsystem med høj mobilitet ($> 10 \text{ m}^2/\text{Vs}$).

I dette kapitel vil vi indledningsvis beskrive realiseringen af en to dimensional elektrongas (2DEG). Dernæst behandles elektrontransport i et magnetfelt. Først i form af en simpel klassisk Drude transport og derefter i den kvantemekaniske grænse. Sidst diskuterer vi kort den semiklassiske Boltzmannligning i relaxationstidsapproximationen.

1.1 En 2-dimensional elektrongas

En almindelig måde at realisere det todimensionale elektronsystem på er ved en GaAs-Ga_{0.7}Al_{0.3}As heterostruktur¹. De to halvlederaterialers forskellige energibandsstruktur og samtidig meget ens krystallinske egenskaber, gør det muligt at fange ledningselektroner i et meget smalt område i overgangen mellem de to. Dette medfører, at elektronsystemet ved lave temperaturer mister sin frihedsgrad vinkelret på materiale-

¹Et alternativ er Si-MOSFET strukturen, som i reglen har mindre mobilitet.



Figur 1.1: Energibåndenes placering i det to krystaller. [Bruus, 1990 side 17]

overgangen (z -retningen), hvorved systemet bliver todimensionalt.

1.1.1 Båndstrukturen i en GaAs-GaAlAs heterostruktur

Ga og Al tilhører begge 3. hovedgruppe, mens As tilhører 5. hovedgruppe. Erstatte man under krystalgroningen nogle af Ga- eller Al-atomerne med Si-atomer fra 4. hovedgruppe fås en n-doteret GaAlAs-krystal. I prøverne er GaAlAs-krystallen stærkt Si-doteret, hvilket bevirker, at der umiddelbart under ledningsbåndet (E_c^1) ligger et donorbånd. Dette donorbånd bestemmer samtidig det kemiske potential μ_1 . GaAs-delen er gjort så ren som mulig, men er på grund af urenheder typisk en anelse p-doteret. Dette bevirker, at der over valensbåndet E_v^2 ligger et acceptorbånd, hvis energi bestemmer μ_2 .

Båndgabets i $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ er 1.8 eV, mens det i GaAs er 1.42 eV. Båndenes placering i forhold til vakuum er angivet på figur 1.1.

Føres de to krystaller sammen, vil elektroner fra donorbåndet i GaAlAs vandre over i GaAs. Nogle elektroner vil udfylde de få huller i valensbåndet, men de fleste vil havne i ledningsbåndet E_c^2 . Herved rykkes μ_2 fra acceptorbåndet op til ledningsbåndet, hvilket resulterer i et nyt kemisk potential μ_2' ved grænsefladen. Elektronerne vil ved flytningen opnå en energigevinst.

Men samtidigt vil der på grund af denne ladningsforskydning dannes et elektrisk felt \mathcal{E}_I i prøven. Dette bevirker, at de ekstra tilførte elektroner i GaAs får en potentiel energi givet ved $-eV_I$, hvor V_I er den indre spændingsforskel.

Når \mathcal{E}_I er blevet tilstrækkelig stor, det vil sige, når tilstrækkelig mange elektroner

er vandret fra GaAlAs til GaAs, vil elektronernes kemisk potential være det samme overalt. Herved har elektronerne den fornødne energi til at hoppe tilbage i GaAlAs, hvorfor netto-ladningsvandringsen ophører. Derudover vil ladningsforskydningen på grund af den elektriske tiltrækning mellem elektronerne i GaAs og de positive ioner i GaAlAs være begrænset til et tyndt overgangsområde.

Den skitserede ladningsfordeling giver som sagt anledning til et indre felt og potential i prøven. Dette kan indses ved at betragte følgende udtryk for stationære elektriske felter

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{E}}_I &= -\vec{\nabla}V_I \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{E}}_I &= \frac{n}{\epsilon} \\ \nabla^2 \vec{V}_I &= -\frac{n}{\epsilon}\end{aligned}$$

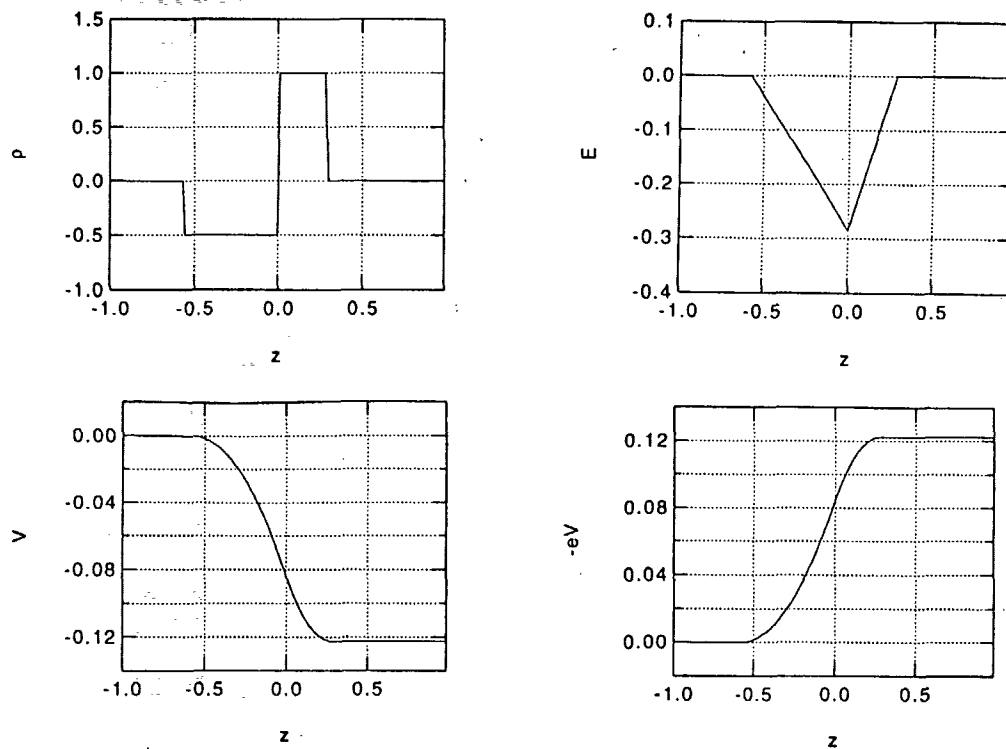
hvor ϵ og n betegner henholdsvis dielektricitetskonstanten og ladningsbærertætheden. På integralform fås

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{E}}_I &= \int \frac{n}{\epsilon} d\vec{r} \\ \vec{V}_I &= \int \int \frac{n}{\epsilon} d\vec{n}\end{aligned}$$

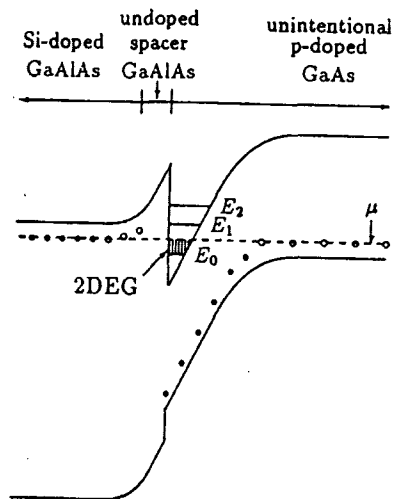
På baggrund af disse ligninger, kan den til ladningsfordelingen hørende \mathcal{E}_I - og V_I kurve skitseres (se figur 1.2). Af denne figur fremgår iøvrigt, hvorledes energibåndene i overgangsområdet må justeres, som følge af en ændret potentiel energi, givet ved $-eV_I$. Efter sammenføringen af de to krystaller, og en ligevægt er indtrådt (det vil sige, når Fermi-niveauet er konstant i hele prøven), fås et energidiagram som vist på figur 1.3.

På GaAlAs siden bøjer båndene opad, mens de på GaAs-siden tvinges nedad. Dette bevirker, at der i GaAs opstår en smal trekantformet potentialebrønd, hvori elektronerne fra GaAlAs opfanges. Ladningsbærertætheden i den dannede 2DEG afhænger derfor udelukkende af doteringsgraden, der kan kontrolleres meget nøjagtigt under krystalgroningen.

Ved $T=0$ K er en halvleder karakteriseret ved, at der ingen fri elektroner findes. De er alle fastlåst i enten valensbåndet eller donorbåndet. Men for GaAlAs-GaAs strukturen vil der stadig kunne ledes en strøm for $T=0$ K. Elektronerne i trekantbrønden



Figur 1.2: Ladningsbærertætheden, potentialet og elektronens energi vist med arbitrære enheder



Figur 1.3: Energidiagram for de sammenførte krystaller [Bruus, 1990 side 17].

kan i xy -planen opfattes som en fri elektrongas, med de for et metal karakteristiske ledningsegenskaber. Ved lave temperaturer er det derfor udelukkende disse elektroner, der bidrager til den elektriske transport, hvorfor overgangsområdet også betegnes *ledningskanalen*.

For at sikre en stor mobilitet søger man under krystalgroningen at placere donortomerne langt fra overgangsområdet for på denne måde at mindske spredningen på ioniserede donortomer. Metoden kaldes modulationsdotering og kan give mobiliteter på over $100 \frac{m^2}{Vs}$.

1.1.2 Udfrysning af z -frihedsgraden

Elektronerne i potentialbrønden udgør først et 2D elektronsystem ved lave temperaturer. Hvor lave temperaturer der skal til, kan man anslå ved at sammenligne elektronernes termiske energi med energiforskellen mellem nederste og næstnederste eneriniveau i trekantbrønden [Bruus, 1990]

$$E_i = \left[\frac{9\pi^2}{32} \frac{1}{m^*} \left(\frac{\hbar e^2 n}{\epsilon_0 \epsilon_r} \right) \right]^{\frac{1}{3}} \left(i + \frac{3}{4} \right)^{\frac{2}{3}} ; i = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

hvor m^* er elektronernes effektive masse². Størrelsen n betegner fladeladningsbæretæthed, der i ledningskanalen er af størrelsesordenen $5 \cdot 10^{15} m^{-2}$. I resten af rapporten, hvor udelukkende todimensionale elektronsystemer behandles, benævnes den todimensionale n blot ladningsbæretæthed.

Af (1.1) fås et energigab $E_g = E_2 - E_1$ på 33 meV, ved indsættelse af $5 \cdot 10^{15} m^{-2}$. Elektronernes termiske energi $k_B T$, er af samme størrelsesorden som energigabet ved temperaturen $T = E_g/k_B = 383$ K. Ved 4 K må vi derfor forvente, at energiniveauet E_2 er udtømt. Alle ladningsbærere befinder sig dermed i samme kvante tilstand i z -retningen, og har derfor ingen mulighed for bevægelse i denne retning. Imidlertid viser det sig, at en tilstrækkelig stor ladningsbæretæthed n kan føre til population af det andet energiniveau, selv om den termiske energi ikke er tilstrækkelig. Fermienergien $E_F = \frac{\pi \hbar^2 n}{m^*}$ overstiger energigabet E_g ved en ladningsbæretæthed på $n = 4 \cdot 10^{16} m^{-2}$. Men eksperimenter [Bruus, 1990] viser, at det andet energiniveau populeres allerede ved $6 - 8 \cdot 10^{15} m^{-2}$.

I vores regime ($n < 4 \cdot 10^{15} m^{-2}$ og $T < 5$ K), kan disse muligheder i praksis udelukkes, og vi kan tillade os at behandle systemet som et todimensionalt elektronsystem (2DEG).

²Denne størrelse er givet ved $0.067 m_0$, hvor m_0 er elektronens hvilemasse.

1.2 Elektrontransport i magnetfelt

Vi vil indledningsvis resumere et par resultater vedrørende 2D elektrontransport i et magnetfelt. Det bliver en overvejende klassisk behandling, idet Weiss oscillationer stort set kan forstås som et klassisk fænomen. Magnetfeltet vil i det følgende være rettet langs z -aksen.

1.2.1 Drude-teorien for ledningsevne

En simpel, men i mange tilfælde tilstrækkelig beskrivelse af ikke-vekselvirkende elektroner i et magnetfelt, hvor der tages højde for spredning, kan opstilles ved at tilføje et friktionsled \vec{p}/τ_m i elektronens bevægelsesligning:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}} &= -e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \times \vec{B}) - \left(\frac{\vec{p}}{\tau_m}\right) \Leftrightarrow \\ \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} &= -\frac{e}{m} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\omega_c v_y \\ \omega_c v_x \end{pmatrix} - \frac{1}{\tau_m} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Heri ligger følgende antagelser:

- Sammenstød er øjeblikkelige og elastiske, med helt tilfældigt fordelte spredningsvinkler. Hastigheden er bestemt af den lokale temperatur i materialet.
- Sandsynligheden per tidsenhed for et sammenstød er givet ved $\frac{1}{\tau_m}$, hvorved relaxationstiden τ_m bliver den gennemsnitlige tid mellem to kollisioner.
- Der ses bort fra vekselvirkninger med gitter og andre elektroner - elektronernes bevægelse mellem stødene bestemmes helt af Newtons love.

Relaxationstiden τ_m udtrykker den tid, systemet er om at relaxere tilbage til sin ligevægtstilstand, hvis de ydre kræfter $F_{\mathcal{E}} + F_B$ pludseligt ophører. Herved bliver (1.2) til:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} = -\frac{1}{\tau_m} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Denne differentiaalligning har løsningen $v = v(t=0) \exp(-t/\tau_m)$, som viser at impulsen relaxerer til 0 med tiden τ_m .

Samtidig er relaxationstiden også et mål for, hvor ofte elektronen gennemsnitligt spredes, hvis den efter hver spredning vender tilbage til ligevægt. Normalt vil relaxationstiden indeholde kollisionstider fra de forskellige spredningsprocesser, der findes i den aktuelle leder ved en given temperatur. Dette er udtrykt i Matthiessens regel.

$$\frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{\tau_a(T)} + \frac{1}{\tau_b(T)} + \frac{1}{\tau_c(T)} + \dots$$

hvor a, b, c, \dots angiver forskellige spredningsprocesser.

I en ligevægtssituation er $m \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$. Hastighedskomponenterne for en todimensional elektron kan derfor skrives

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{e\tau_m}{m} \mathcal{E}_x - \omega_c \tau_m v_y \\ v_y &= -\frac{e\tau_m}{m} \mathcal{E}_y + \omega_c \tau_m v_x \end{aligned} \quad (1.4)$$

Konduktivitetstensoren $\bar{\sigma}$ giver sammenhængen mellem spænding og strøm ved Ohms lov: $\vec{j} = \bar{\sigma} \vec{\mathcal{E}}$. Idet strømtætheden kan skrives som $\vec{j} = nq\vec{v}$ kan et udtryk for konduktiviteten σ_{xx} uden magnetfelt, angives ved at indsætte udtrykket for hastighedskomponenten v_x i $\vec{j} = \bar{\sigma} \vec{\mathcal{E}}$

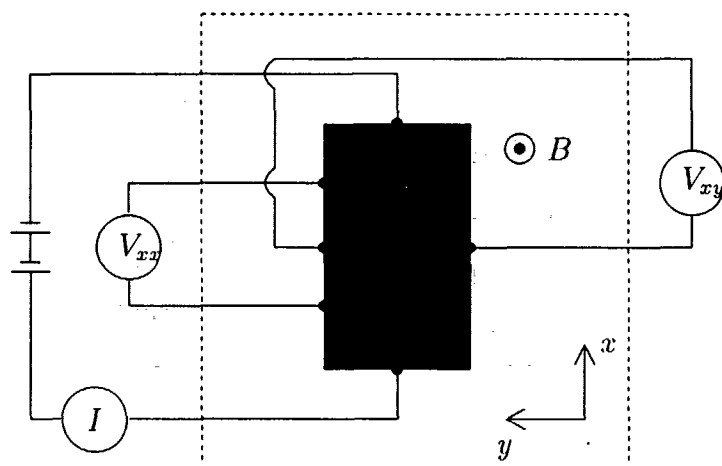
$$\sigma_0 = \sigma_{xx} = \frac{-ne \left(\frac{-e\tau_m \mathcal{E}_x}{m} \right)}{\mathcal{E}_x} = \frac{ne^2 \tau_m}{m^*}$$

hvilket også kaldes nul felts Drude konduktiviteten. Resistiviteten ved nul magnetfelt er givet ved $\rho_0 = 1/\sigma_0$. Disse resultater spiller en betydelig rolle, idet mobilitet $\mu = \frac{e}{m} \tau_m$ almindeligvis defineres ved Drude modellen.

1.2.2 Hall-effekt

Når en rektangulær leder, hvorigennem der sendes en strøm I , placeres i et magnetfelt B vinkelret på strømmen, vil elektronerne afbøjes som følge af Lorentzkraften $F = -e(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \times \vec{B})$. Jævnfør figur 1.4. Imidlertid indstilles hurtigt en ligevægt, hvor den elektriske kraft $(-e\mathcal{E})$ og den magnetiske kraft $-e\vec{v} \times \vec{B}$ udbalancerer hinanden. Herefter bevæger elektronerne sig retlinet gennem lederen. Der vil nu eksistere et stationært felt på tværs af lederen, kaldet Hall-feltet \mathcal{E}_H . Vi vil i det følgende kun betragte Hall effekten i to dimensioner.

Ved brug af Drude teori er det muligt at opstille udtryk for den longitudinale modstand (R_{xx}), også kaldet magnetomodstanden og den transversale modstand (R_{xy}),



Figur 1.4: Leder i et magnetfelt. B -feltet virker vinkelret på strømmen I og resulterer i Hall-spændingen V_{xy}

også kendt som Hall-modstanden. Modstandene er defineret som: $R_{xx} = \frac{V_{xx}}{I}$ og $R_{xy} = \frac{V_{xy}}{I}$, hvor V_{xx} og V_{xy} betegner spændingsfaldet henholdsvis langs med og på tværs af lederen.

$$R_{xx} = \frac{1}{\sigma_0} \frac{L}{W}$$

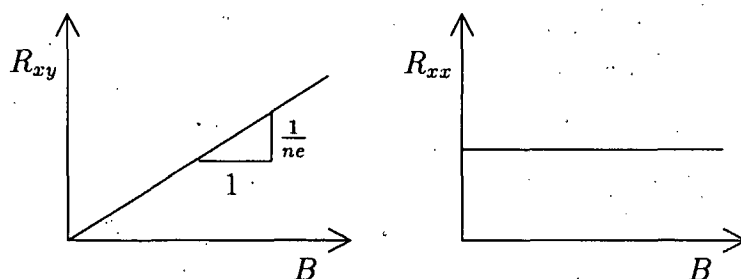
$$R_{xy} = \frac{B}{en}$$

Størrelserne L og W betegner henholdsvis prøvens længde og bredde.

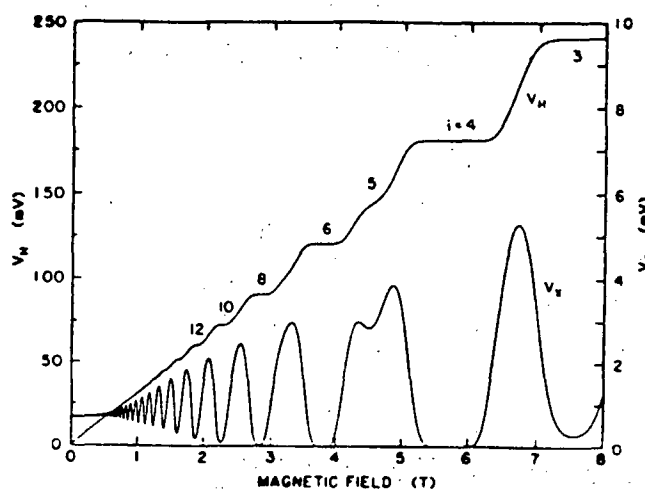
Af ovenstående klassiske model ses nu, at Hall-modstanden er lineær i B med hældning $1/en$, som er Hall-koefficienten, og at magnetomodstanden er konstant i B . Under specielle omstændigheder holder dette billede ikke, hvilket den kvantiserede Hall-effekt er et eksempel på.

1.3 Kvantiseret Hall-effekt

Betragtes Hall-effekten målt ved lave temperaturer ($T < 4$ K) og høje magnetfelter ($B > 0.5$ T) på todimensionale elektronsystemer, opnås et andet billede. Hall modstanden er nu en trappelignende funktion, mens magnetomodstanden oscillerer som



Figur 1.5: Hall-modstanden og magnetomodstanden som funktion af B -feltet



Figur 1.6: Skitse af V_{xx} og V_{xy} for den kvantiserede Hall-effekt. [Ebert, 1983]

funktion af magnetfeltet. Når der optræder et plateau i Hall modstanden, går magnetomodstanden samtidig til nul. Oscillationerne er de såkaldte Shubnikov de Haas (SdH) oscillationer.

De enkelte niveauer i Hall-modstanden kan bestemmes ved

$$R_{xy} = \frac{1}{i} \frac{h}{e^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Konduktivitets-plateauerne er altså kvantiserede og ligger forskudt med et helt multiplum af e^2/h .

Ved brug af Drude-teori er det muligt at opstille udtryk for resistivitetstensoren $\bar{\rho}$ og konduktivitetstensoren $\bar{\sigma}$. Disse bliver simple, da den elektriske ledning kun foregår i to dimensioner. For en ideel Hall-prøve gælder, at $\rho_{xx} = \rho_{yy} = 0$, når der måles på

midtplateauet (se figur 1.6). Den målte Hall-modstand på plateauet er $\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{h}{ie^2}$. På midtplateauet fås derfor:

$$\bar{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{h}{ie^2} \\ -\frac{h}{ie^2} & 0 \end{pmatrix}$$

Komponenterne i konduktivitetstensoren fås ved invertering af resistivitetstensoren:

$$\sigma_{ij} = \frac{\rho_{ji}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad i, j = x, y$$

Herved opnår man det kontra-intuitive resultat, som er kendetegnende for et kvante Hall system ved lave temperaturer, at når resistiviteten går til nul, bliver også konduktiviteten nul. Et andet kendetegn ved to-dimensionale systemer er, at modstanden R og resistiviteten ρ begge måles i enheder Ω , hvilket kommer til udtryk i

$$R_{xx} = \frac{L}{W} \rho_{xx}$$

For at forstå SdH-oscillationerne er en klassisk indgangsvinkel ikke tilstrækkelig. Vi vil derfor i det følgende behandle elektroners opførsel i et magnetfelt kvantemekanisk.

Hamiltonoperatoren for en elektron i et magnetfelt kan i den lineære gauge $A = (By, 0, 0)$ omformes til

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hat{p}^2}{2m} = \frac{(-i\hbar\nabla + e\vec{A})^2}{2m} \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{e^2 B^2 y^2}{\hbar^2} + 2i \frac{eBy}{\hbar} \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{y^2}{l^4} + 2i \frac{y}{l^2} \frac{\partial}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

hvor l er den magnetiske længde $l = \sqrt{\hbar/eB}$.

Hamiltonoperatoren kommuterer i den valgte gauge med impulsoperatoren $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$. Dette betyder, at man kan finde fælles egentilstande for p_x og energien. Egentilstandene til p_x er den plane bølge $\exp(ik_x x)$ med egenværdien $\hbar k_x$. Løsningen til Schrödingerligningen kan følgelig skrives som $\Psi = \exp(ik_x x)\varphi(y)$. Ved indsættelse får vi:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(\varphi(y) k_x^2 e^{ik_x x} - \frac{\partial^2 \varphi(y)}{\partial y^2} + \frac{y^2}{l^4} \varphi(y) e^{ik_x x} - \frac{2}{l^2} \varphi(y) k_x e^{ik_x x} \right) = E \varphi(y) e^{ik_x x} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(k_x^2 - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{y^2}{l^4} - 2\frac{yk_x}{l^2} \right) \varphi(y) = E\varphi(y) \quad \Leftrightarrow$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \varphi(y)}{\partial y^2} + \frac{m\omega_c^2}{2} (y - l^2 k_x)^2 \varphi(y) = E\varphi(y)$$

hvor ω_c er cyklotronfrekvensen givet ved $\omega_c = eB/m$. Dette er Schrödingerligningen for en harmonisk oscillator, der er forskudt $k_x l^2$ fra nulpunktet. Energiegenverdierne er givet ved

$$E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

og funktionen $\varphi(y)$ er givet ved Hermite polynomier H_n gange en eksponentiel dæmpningsfaktor. En elektrontilstand i et magnetfelt er dermed en fri bølge i x -retningen, men samtidigt fanget i et harmonisk oscillatorpotential i y -retningen. Oscillatorpotentialets tyngdepunkt y_0 forskydes afhængigt af magnetfeltets størrelse, idet $l^2 k_x = k_x \hbar / eB$.

1.3.1 Udartning

For at beregne udartningen, det vil sige antallet af mulige tilstande i en prøve med længden L og bredden W , skal bølgefunktionen ligge inden for prøven. Dette kan vi sikre os ved at forlange, at y -oscillatorens tyngdepunkt $y_0 = l^2 k_x$ ligger i intervallet $0 < l^2 k_x < W$, hvilket er det samme som at sige, at k_x højst må antage værdien W/l^2 . Sålænge prøven har væsentlig større dimensioner end bølgefunktionens bredde, er dette en god tilnærmelse. For periodiske grænsebetingelser på den fri bølge i x -retningen $\Psi(x, y) = \Psi(x + L, y)$ fås

$$\exp(ik_x x) = \exp(ik_x(x + L)) = \exp(ik_x x) \cdot \exp(ik_x L) \Rightarrow k_x L = 2\pi p$$

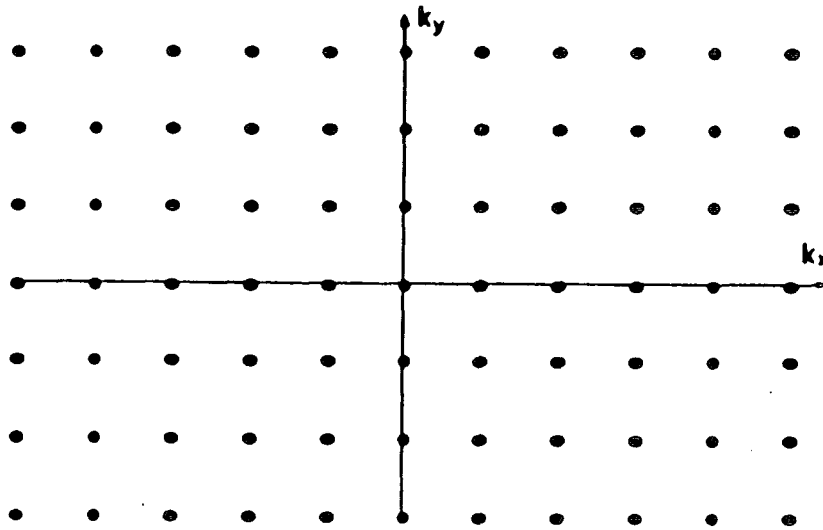
hvor p er et helt tal. Når k_x antager sin maximale værdi W/l^2 , er antallet N af lineært uafhængige egentilstande hørende til en bestemt energi givet ved p

$$N = p = \frac{k_x}{2\pi} = \frac{WL}{2\pi l^2} = \frac{WLB}{h/e}$$

Udartningen per energiniveau kan følgelig fortolkes som antallet af elementar arealer $a_0 = 2\pi l^2$ delt med prøvearealet LW .

1.3.2 Landauniveauer

Uden magnetfelt vil egentilstandene for en fri elektron på en kvadratisk flade med længden L , være frie bølger i både x og z -retningen. I tilstandsrummet bliver egentilstandene homogent fordelte punkter $(k_x, k_y) = (2\pi/L \cdot p_x, 2\pi/L \cdot p_y)$, hvor p_x og p_y er hele tal (se figur 1.7).



Figur 1.7: Tilstandsrummet uden magnetfelt

Når et magnetfelt sættes over prøven, vil punkterne i k -rummet påvirkes af Lorentz-kraften ligesom elektronerne i det direkte rum ifølge

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

og punkterne i k -rummet vil rotere om $(0,0)$. Den cirkulære bevægelse vil have perioden

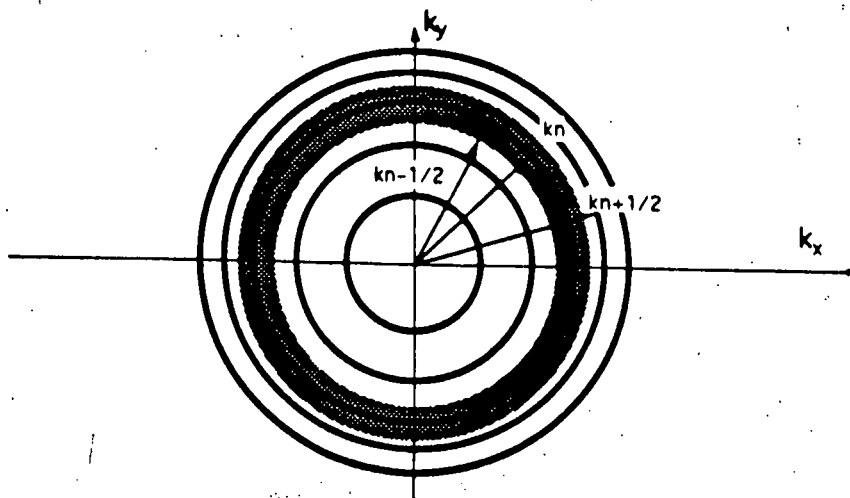
$$T = \frac{\oint dk}{dk/dt} = \frac{2\pi k \hbar}{evB} = \frac{2\pi}{\omega_c}$$

hvor $\omega_c = eB/m$ er cyklotronfrekvensen. Vektoren $\vec{k} = (k_x, k_y)$ vil derfor rotere med samme frekvens som kraftvektoren. Dette giver sig udtryk i, at de før homogent fordelte punkter i tilstandsrummet vil kondensere på et antal diskrete, men udartede ringe - en for hvert energiniveau. De tilstande, der ligger på samme ring i tilstandsrummet, har samme energi

$$E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} \quad (1.5)$$

og kaldes Landauniveauer $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Størrelsen k_n angiver længden af vektoren \vec{k} i en given Landauring.

Før magnetfeltet påtrykkes er tilstandene jævnt fordelt som punkter i k -rummet. Efter magnetfeltet sættes på, er antallet af tilstande det samme, men de er "kon-



Figur 1.8: Tilstandene kondenserer på et antal Landauringe i k -rummet. Endvidere er arealet af ringen for Landauniveauet $n = 2$ tegnet ind. Det antal tilstande, der trækkes ind på ringen, svarer til udartningen.

denseret" på et antal koncentriske ringe. Antallet af tilstande per Landauring er de tilstande, der ligger mellem $k_{n-1/2}$ og $k_{n+1/2}$. Arealet af disse tilstande er ifølge (1.5)

$$\pi \Delta(k_n^2) = \pi \frac{2m\Delta E}{\hbar^2} = \frac{2\pi eB}{\hbar}$$

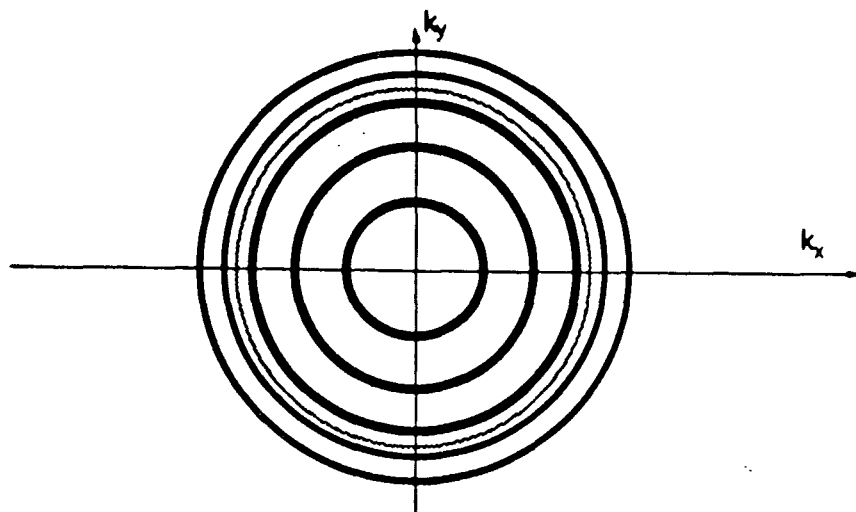
Afstanden mellem tilstandene *uden* magnetfelt er $2\pi/L$ svarende til en tilstand per areal $4\pi/L^2$. Det areal en Landauring dækker over *med* magnetfelt, divideret med arealet per tilstand *uden* magnetfelt giver følgelig antallet af tilstande per Landauring.

$$N = \frac{2\pi eB/\hbar}{4\pi^2/L^2} = \frac{BL^2}{h/e}$$

Vi har herved fået udartningen af hvert Landauniveau.

1.3.3 Fyldningsgrad

I det tre-dimensionale tilfælde er der ingen restriktioner på beliggenheden af centrene for elektronernes rotation i xy -planen. I det to-dimensionale tilfælde, hvor bølgefunktionen ved lav temperatur er låst fast i z -retningen, bliver centrene som vist kvantiseret i y -retningen, mens der intet kan fastlægges om deres position i x -retningen. Schrödingerligningen for en fri elektron i magnetfelt (z -retningen) i gaugen $A = (By, 0, 0)$, er som nævnt en harmonisk oscillator med centrum i $p \cdot \hbar/eBL_x$, hvor p



Figur 1.9: Her ses tilstandsrummet ved fyldningsgraden 3. Fermicirklen, som er en todimensional udgave af Fermifladen, befinder sig her mellem 3. og 4. Landauniveau.

er et helt tal. Da centrene strækker sig i hele prøvens længde L , fylder hvert centrum derfor elementararealet

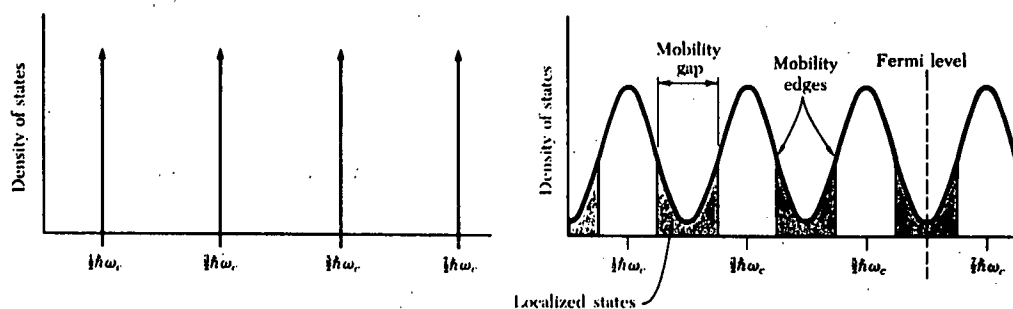
$$\frac{Lh}{eBL} = \frac{2\pi\hbar}{cB} = 2\pi l^2$$

Antallet af tilladte centre i prøven med arealet LW er så $LW/2\pi l^2$. Fyldningsgraden kan nu defineres som antallet af elektroner per tilladt center i prøven

$$\nu = \frac{N}{LW/2\pi l^2} = \frac{N}{LW/2\pi(\hbar/eB)} = \frac{Nh}{LW eB} = \frac{nh}{eB} \quad (1.6)$$

I tilstandsrummet er fyldningsgraden et udtryk for antallet af fyldte Landauringe.

Hvis det øverste Landauniveau er fyldt helt op, vil Fermi-niveauet, ligesom i halvledere, ligge imellem det øverste fyldte og det nederste tomme Landauniveau. Der vil ikke være nogen mulighed for, at elektronerne spredes op i et højere beliggende Landauniveau, før temperaturen når en størrelse, hvor $k_B T \approx \hbar\omega_c$. Det betyder ifølge transportteorien, at middelvejlængden går mod uendelig, og at resistiviteten går mod nul. Hvis magnetfeltet øges en smule, vil Landauniveauet synke længere ned, samtidig med at udartningen stiger (ifølge $N = BL^2/hk$). Nu er der ledige elektrontilstande i det øverste Landauniveau samt i hvert af de underliggende, og dermed er der mulighed



Figur 1.10: Tilstandstætheden med og uden lokalisering. [Kittel, 1986]

for spredning. Dette giver anledning til en resistivitet forskellig fra nul. I det ideale tilfælde ser det altså ud til, at magnetomodstandens fald til nul netop optræder, når et Landauniveau er fyldt helt op, og det næste er helt tomt.

Denne ideale model er dog ikke tilstrækkelig til at forklare, hvorfor man observerer plateauer i B -felt og dermed et endeligt interval hvori magnetomodstanden går til nul. Den enkleste og til vores formål tilstrækkelige forklaring på plateauerne er lokaliseringsteorien.

I denne teori forudsætter man, at Landauniveauerne på grund af urenhedspotentialer er gjort bredere, og at der samtidig eksisterer ikke strømførende tilstande (lokaliserede tilstande) i båndgabet mellem to Landaubånd. Spredningen i lokaliserede tilstande har ingen betydning for ledningsevnen, idet der spredes ind i andre lokaliserede tilstande. Derfor går magnetomodstanden til nul, når Fermienergien ligger i områder med lokaliserede tilstande. Da de lokaliserede tilstande ydermere bevirker, at Fermienergien for et helt interval af B -felts værdier fastholdes i båndgabet, får man som ønsket, at den longitudinale modstand går til nul i dette interval. Endelig vil modstanden stige, når Fermienergien er placeret i de strømførende Landaubånd - disse kaldes også udstrakte tilstande. SdH oscillationerne kan altså forklares i et simpelt billede, hvor Fermienergien på grund af øget udartning (det vil sige øget magnetfelt) placeres skiftevis i lokaliserede og udstrakte tilstande.

En praktisk anvendelse af SdH oscillationerne, som vi har gjort stor brug af, er, at man kan bestemme ladningsbærertætheden n i 2DEG'en. SdH-minima optræder³ ved lige værdier af fyldningsgraden $\nu = i$. Af (1.6) kan en ligning opstilles for sammenhængen mellem heltallet i og det dertil svarende magnetfelt B_i :

$$\frac{1}{B_i} = \frac{e}{nh} i$$

³når der ses bort fra spinopsplitning

Ved at plotte $\frac{1}{B_i}$ mod i får man en ret linie med hældning $\alpha = \frac{e}{nh}$. Ladningsbærer-tætheden findes af

$$n = \frac{e}{\alpha h}$$

1.4 Boltzmann ligningen i relaxationstidsapproximationen

Den tidligere beskrevne Drude teori giver et meget forsimplet billede af transportforholdene i en 2DEG. I de følgende afsnit får vi brug for en mere nuanceret beskrivelse. Hvorfor Boltzmannligningen kort introduceres.

En almindelig antagelse i semiklassisk transportteori er at systemet relaxerer mod en ligevægt beskrevet ved fordelingsfunktionen f_0 . Måden hvorpå systemet relaxerer mod ligevægt beskrives i relaxationstidsapproximationen ved et såkaldt stødled $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{koll}} = \frac{f-f_0}{\tau_m}$, hvor relaxationstiden τ_m er konstant. Stødledet udtrykker hvorledes fordelingsfunktionen ændre sig i tiden som følge af kollisioner. I det følgende opstilles den todimensionale Boltzmannligning i relaxationstidsapproximationen.

Vores beskrivelse af to dimensional transport foregår i et fire-dimensionalt faserum, med de kartesiske koordinater $(\vec{r}, \vec{v}) = (x, y, v_x, v_y)$. Besætningstallet for partikler i volumenelementet $d\vec{v}d\vec{r}$ er givet ved den klassiske fordelingsfunktion $f(\vec{r}, \vec{v})$. Boltzmann transportligningen kan nu skrives

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f + \vec{a} \cdot \nabla_{\vec{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{koll}} \quad (1.7)$$

hvor \vec{a} er et udtryk for de krafter, der påvirker den enkelte partikel. I termisk ligevægt får vi den stationære Boltzmannligning ved at sætte $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{koll}} = 0$ i udtrykket (1.7)

Box [1.4.0]: Stødledet i Boltzmann ligningen

Sandsynligheden for at vi har en elektron i en besat tilstand med impulsen p , er givet ved Fermifordelingsfunktionen $f(p)$. I tiden dt er der ydermere en sandsynlighed $W_{p'p}$ for at denne elektron spredes ind i en tilstand med impulsen p' . Da vi har med Fermifordelte elektroner at gøre, er sandsynligheden, for at der er en ledig plads i tilstanden med impuls p , givet ved $1 - f(p')$. Dette giver altså sandsynligheden

$$W_{p'p}f(p)(1 - f(p'))$$

for at spredningen $p \rightarrow p'$ finder sted. Omvendt er sandsynligheden for at en elektron med impulsen p' spredes ind i en tilstand p givet ved

$$W_{pp'}f(p')(1 - f(p))$$

Regner vi spredningen for isotrop, må det forventes at $W_{p'p} = W_{pp'}$. Stødledet $(\partial f / \partial t)_{\text{koll}}$ kan nu bestemmes ved at integrere sandsynligheden for spredning ind i tilstanden p minus sandsynligheden for spredning ud af p over alle p :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{koll}} &= \int W_{p'p}f(p)(1 - f(p')) - W_{pp'}f(p')(1 - f(p))dp \\ &= \int W_{p'p}(f(p) - f(p'))dp \end{aligned}$$

Dette udtryk kan for isotrop elastisk spredning approximeres med

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{koll}} = -\frac{f - f_0}{\tau_m}$$

hvor f_0 er fordelingen i termisk ligevægt og $\tau_m(\vec{r}, \vec{v})$ benævnes relaxationstiden [Ashcroft & Mermin, side 319], analogt med τ_m i Drude modellen.

1.4.1 Diffusion

Diffusionskonstanten D er defineret ved kvadratet på den afstand r en partikel i middel tilbagelægger i tiden t ; $D = \frac{\langle r^2 \rangle_t}{t}$. Dette er diffusion på et makroskopisk plan. For et mange-partikel system kan partikelstrømtætheden i x -aksens retning J_p^x skrives som

$$J_p^x = -D \cdot \nabla n_x \quad (\text{Ficks lov})$$

Diffusionskonstanten D angiver her, hvor hurtigt gradienten af ladningsbærertætheden n udlignes. Den tidsuafhængige Boltzmannligning er ved en gradient i x -retningen givet ved

$$v_x \frac{df}{dx} = -\frac{(f - f_0)}{\tau_m} \quad (1.8)$$

Til første orden kan $\frac{df}{dx}$ erstattes med $\frac{df_0}{dx}$, hvilket kaldes den *diffusive approksimation*. Vi kan hermed udtrykke f ved f_0 og v_x :

$$f = f_0 - v_x \tau_m \frac{df_0}{dx} \quad (1.9)$$

Med udgangspunkt i denne ligning, vil vi bestemme diffusionskonstanten for en todimensional elektrongas ved Ferminiveauet. Elektronernes fordelingsfunktion er givet ved

$$f_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

Partikel strømtætheden J_p^x i x -retningen kan skrives:

$$J_p^x = \int v_x f G(E) dE$$

hvor $G(E) = G = \frac{m}{\pi \hbar^2}$ er tilstandstætheden (antal tilstande per energi per areal), når der er taget højde for spin. Tilstandstætheden er energiuafhængig i to dimensioner.

Fordelingsfunktionen $f(\mu)$ skifter mellem 1 (når $E < \mu$) og 0 (når $E > \mu$). Overgangen bliver skarpere ved lavere temperatur, således at $df_0/d\mu \rightarrow \delta(E - \mu)$ for $k_B T \rightarrow 0$. Nu kan vi omskrive (1.9):

$$\frac{df_0}{dx} = \frac{df_0}{d\mu} \frac{d\mu}{dx} = \delta(E - \mu) \frac{d\mu}{dx}$$

Partikelstrømtætheden kan, for $T \rightarrow 0$ skrives som:

$$\begin{aligned} J_p^x &= \int v_x \left(f_0 - v_x \tau_m \frac{df_0}{dx} \right) G dE \\ &= \int v_x f_0 G dE - \frac{d\mu}{dx} G \tau_m \int v_x^2 \delta(E - \mu) dE \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$= 0 - \frac{d\mu}{dx} G v_F^2 \tau_m$$

Første led i af (1.11) er partikelstrømtætheden ved ligevægt, og er per definition nul. Hastigheden bliver $v = v_F$ på grund af δ funktionen under integraletegnet. Hermed fås kun et bidrag, når $E = \mu$, det vil sige, når energien er givet ved Fermienergien. Idet vi udnytter at $\mu \rightarrow E_F$ ved lave temperaturer fås

$$\frac{d\mu}{dx} = \frac{d\mu}{dn} \frac{dn}{dx} \approx \frac{dE}{dn} \frac{dn}{dx} = \frac{1}{G} \frac{dn}{dx}$$

Nu kan strømtætheden skrives som funktion af gradienten i x -retningen

$$J_p^x = G v_F^2 \tau_m \frac{1}{G} \frac{dn}{dx} = v_F^2 \tau_m \frac{dn}{dx}$$

Ved sammenligning med Ficks lov har vi dermed fundet, at diffusionskonstanten for Fermi-Dirac fordelte elektroner er givet ved $D = v_F^2 \tau_m$. Iøvrigt får man samme resultat for Maxwell-Boltzmann fordelte partikler. Man kan komme direkte fra diffusionskonstanten til resistiviteten ved at benytte Einsteinrelationen $D = \mu \frac{k_B T}{e}$ med drudemobiliteten $\mu = \frac{1}{ne\rho_0}$

$$D = \mu \frac{k_B T}{e} = \frac{k_B T}{ne^2 \rho_0}$$

Er diffusionen anisotrop, benytter man diffusionstensoren $\overline{\overline{D}}$, i stedet for diffusionskonstanten. Den klassiske Einsteinrelation bliver så $\overline{\overline{D}} = \left(\frac{k_B T}{ne^2}\right) \overline{\overline{\rho}}^{-1}$. For en udartet elektrongas har vi følgende udgave af Einstein relationen [Beenakker, 1989]

$$\overline{\overline{D}} = \frac{1}{Ge^2} \overline{\overline{\rho}}^{-1} \quad (1.11)$$

Kender man resistivitetstensoren, kan man beregne diffusionstensoren og omvendt. Dette vil vi gøre brug af i det følgende.

Kapitel 2

Weiss oscillationer

Når ladningsbærertætheden i en todimensional elektrongas moduleres svagt periodisk i prøvens laterale retninger, kan en ny type lav-felts oscillationer detekteres i magnetoresistansen. Disse oscillationer benævnes Weiss oscillationer efter den tyske fysiker Dieter Weiss, der som den første observerede fænomenet i 1988 i en endimensionalt moduleret elektrongas. Siden har en- og to-dimensionalt modulerede prøver dannet grundlag for en del forskning såvel teoretisk som eksperimentelt.

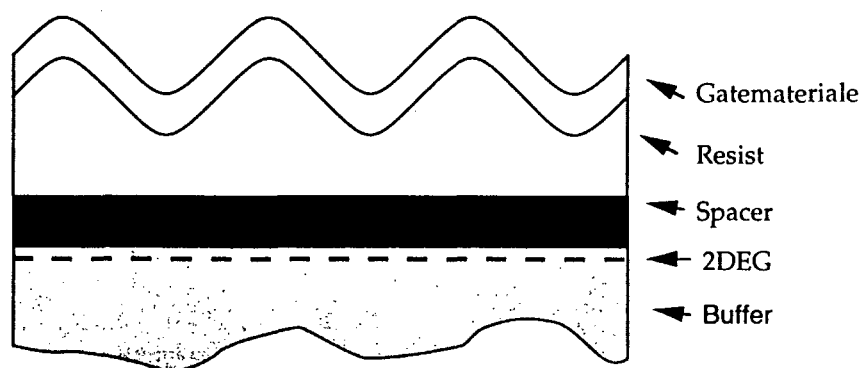
Man har idag en god forståelse af de eksperimenter, der normalt udføres på modulerede prøver. De fleste transportegenskaber kan forklares ved brug af et simpelt klassisk billede, men i enkelte tilfælde må man ty til en kvantemekanisk behandling.

I 1989 foreslog Carlo Beenakker [Beenakker, 1989] en klassisk model, der forklarer svingningerne i magnetoresistansen som et resultat af en magnetfeltsafhængig elektron drift langs med striberne (guiding center drift).

For nylig har Gerhardtts og Pfannkuche [Pfannkuche, 1992] givet en samlet, kvantemekanisk forklaring på transport-forholdene i en- og to-dimensionalt modulerede elektrongasser. Hoved-ideerne i denne teori vil blive skitseret i det endimensionale tilfælde, hvor elektronerne bevæger sig i et såkaldt endimensionalt lateralt supergitter. Først en opsummering af hidtidige, basale eksperimenter udført på et sådan system. Dernæst en gennemgang af forskellige teoretiske fortolkninger.

2.1 Grundlæggende eksperimenter

Weiss oscillationer måles på prøver fremstillet af en GaAs/GaAlAs heterostruktur. Mobiliteten ligger i området 30 - 100 m²/Vs, og ladningsbærertætheden er cirka 2 · 10¹⁵ m⁻². Når ladningsbærertætheden skal moduleres, lægges sædvanligvis et



Figur 2.1: En prøve med resist og kontaktmateriale. Mellem 2DEG'en og det bølgeformede kontaktlag er det muligt at påtrykke en spænding V_g .

lag elektronresist på prøverne. Ved brug af elektron litografi ridses dernæst striber i resistlaget. Afstanden a mellem striberne er konstant og varierer i eksperimenterne fra 100 nm til cirka 500 nm. Til sidst pådampes et lag kontaktmateriale på resisten. Da elektrongassen og kontaktlaget, også kaldet 'gaten', er elektrisk isoleret fra hinanden er det muligt at påtrykke en gatespænding over disse (jævnfør figur 2.1, hvor prøvens geometri er vist). I det følgende vil vi betragte en situation, hvor striberne ligger parallelt med y -aksen og hvor 2DEG'en ligger i xy -planen.

En negativ gatespænding vil udtynde den underliggende elektrongas¹. Elektrontætheden $n(x)$ er hermed ikke længere homogen. Hvor afstanden mellem metallaget og elektrongassen er mindst, vil der i elektrongassen være den kraftigste depletion, og dermed den mindste ladningsbærertæthed. En omvendt ladningsbærermodulation, hvor densiteten er størst under striberne, kan i princippet fås ved at benytte en positiv gatespænding.

Selv uden gatespænding vil n være svagt moduleret, hvilket kan forklares kvalitativt ved at betragte energibåndstrukturen i overgangen metal-resist-halvleder. Resisten kan opfattes som en isolator, hvorfor systemet kan sammenlignes med en MOS² diode. I en idealiseret MOS diode er den såkaldte 'flat-band voltage' V_{FB} givet ved:

$$V_{FB} = \phi_m - \phi_s \quad (2.1)$$

hvor ϕ_m og ϕ_s er arbejdsfunktionen i henholdsvis metal og halvleder. For uddybende

¹En negativ gatespænding (et negativt ladningsoverskud) ved Coulombkraften frastøder elektronerne i 2DEG'en, så ladningsbærertætheden mindskes ved øget negativ gatespænding.

²Metal-Oxide-semiconductor

forklaring henvises til [Sze, 1985 s196]. I vores system består metallet primært af guld, mens halvlederen er Si-doteret GaAs. Uden ydre felt vil Fermi-energien i metal og halvleder være forskellig, idet materialerne på grund af isolatoren ikke kan bringes i ligevægt. Følgelig vil der opbygges en spændingsforskél V_{FB} mellem metal og isolator, der i vores system kan sidestilles med en gatespænding.

Hermed kan vi, ved brug af en grov simplificering forklare, hvorledes der selv uden ydre felt kan opstå en gatespænding og deraf følgende modulation af ladningsbærertætheden i prøven. Det egentlige system er langt mere kompliceret end en ideel MOS diode. For det første er der her to lag isolatorer; et oxidlag på GaAs samt et resist lag. Dernæst skal der tages højde for overfladetilstande, ladning i isolatoren etc. Men for en kvalitativ forståelse af problemstillingen er ligning (2.1) tilstrækkelig.

Den modulerede ladningsbærertæthed $n(x)$ vil inducere et effektivt potential $V(x)$ i elektrongassen givet ved Poissons ligning $\nabla^2 V(x) = -n(x)/\epsilon$, hvor ϵ er dielektricitetskonstanten. Er ladningsbærertætheden eksempelvis sinusformet, fås et tilsvarende sinusformet potential. Eksperimentelt kan Weiss oscillationer observeres, når den energi, en elektron får ved at bevæge sig i det periodiske potential $eV(x)$, er meget mindre end Fermi-energien E_F , hvilket betyder, at forholdet mellem $eV(x)$ og E_F typisk er af størrelsesorden 1 %.

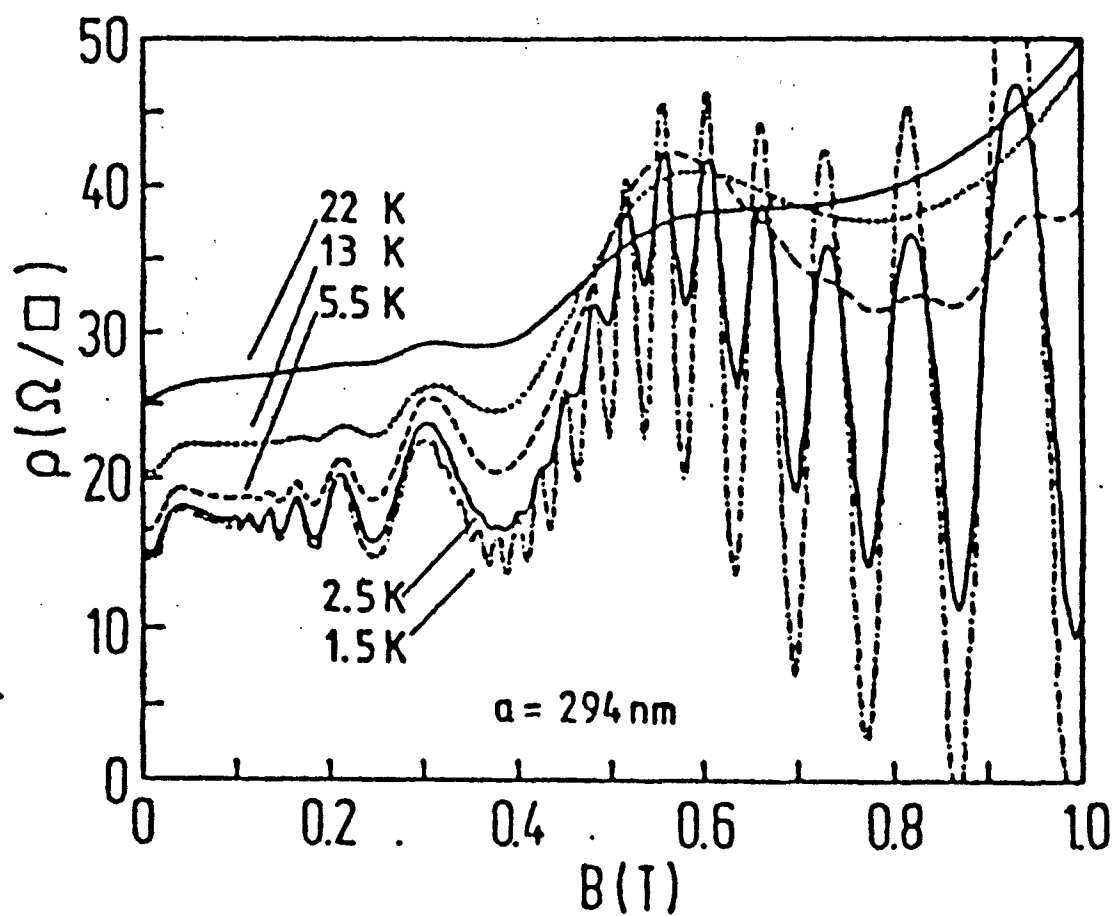
2.1.1 Observationer

Måler man den longitudinale magnetoresistans ρ_{xx} ved lav temperatur på et system med strømmen vinkelret på striberne, som ovenfor beskrevet, vil man udover SdH oscillationerne kunne observere de omtalte Weiss oscillationer. En typisk måling er gengivet på figur 2.2. Weiss oscillationerne ses ligesom SdH oscillationerne at være periodiske i $1/B$, hvor $\rho_{xx}(B)$ har et minimum, når følgende kommensurabilitetsbetingelse er opfyldt:

$$2R_c = \left(\lambda - \frac{1}{4}\right) a, \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2)$$

hvor R_c er cyklotron radius ved Fermienergien. Ved brug af denne betingelse, der først blev fundet eksperimentelt og siden forklaret teoretisk [Weiss, 1990], er det muligt at udlede et udtryk for periodiciteten i $1/B$. Indsættes relationerne $R_c = m^* v_F / eB$ og $v_F = \hbar k_F / m^*$ i (2.2), hvor v_F og k_F er henholdsvis Fermi hastigheden og Fermi bølgetallet, fås

$$2R_c = 2 \frac{m^* v_F}{eB_{min}} = \frac{2\hbar k_F}{eB_{min}} = \left(\lambda - \frac{1}{4}\right) a \Leftrightarrow$$



Figur 2.2: Måling af magnetoresistansen ρ_{xx} på prøve med endimensionalt lateralt gitter. [Weiss, 1990b side 138]. Målingerne er udført for forskellige temperaturer, og viser at SdH oscillationerne er langt mere temperaturfølsomme end Weiss oscillationerne.

$$\frac{1}{B_{min}} = \frac{ea}{2\hbar k_F} \left(\lambda - \frac{1}{4} \right)$$

Størrelsen B_{min} er B -feltet svarende til et minimum i ρ_{xx} . Afstanden mellem to minimas placering i $1/B$ -feltet kan følgelig skrives som:

$$\Delta \left(\frac{1}{B_{min}} \right) = \frac{ea}{2\hbar k_F} = \frac{ea}{2\hbar \sqrt{2\pi n}}$$

hvilket giver, at $\Delta(1/B_{min})$ er proportional med $n^{-1/2}$. Dette er forskelligt fra SdH oscillationerne, hvor $\Delta(1/B_{min})$ er proportional med n^{-1} .

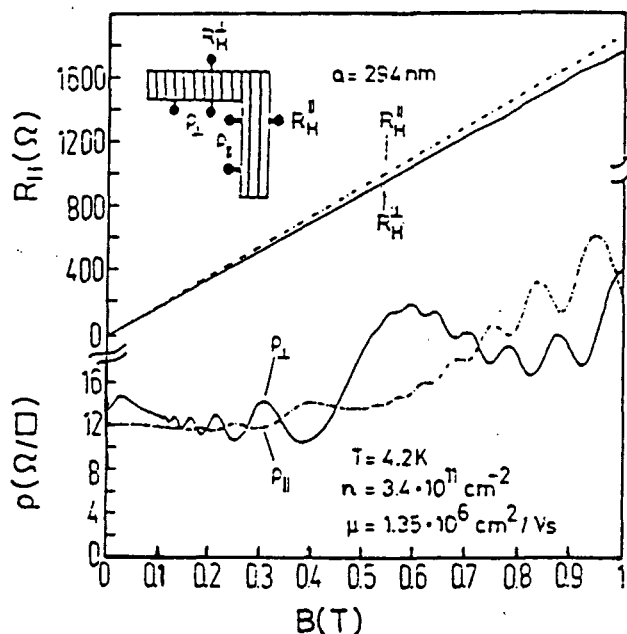
Udfra målinger af $\rho_{xx}(B)$ ved forskellige temperaturer ses det, at de to typer oscillationer ikke skyldes samme fysiske fænomen. Weiss svingningerne er langt mindre temperaturfølsomme end SdH oscillationerne. Se figur 2.2. Det kan derfor konkluderes, at de nye lavfelts-oscillationer ikke som SdH oscillationerne afhænger af afstanden $\hbar\omega_c$ mellem Landaubåndene. Dette underbygges af den observation, at Weiss oscillationerne er eneherkende ved de lave B -felter, hvor $\omega_c \tau_m \sim k_B T$. I det følgende vil det da også fremgå, at Weiss oscillationerne kan forklæres ved et simpelt klassisk billede, der som en naturlig konsekvens ikke inddrager SdH svingningerne.

I visse eksperimenter har man, udover at måle resistiviteten ρ_{\perp} når strømmen løber vinkelret på striberne, også målt resistiviteten ρ_{\parallel} , når strømmen løber parallelt med striberne. her observerer man, at ρ_{\parallel} er langt mindre end ρ_{\perp} , og at ρ_{\parallel} svingningerne er faseforskudt 180° i forhold til ρ_{\perp} svingningerne, jævnfør figur 2.3. Dette sidste fænomen har drillet mange fysikere og er hidtil kun forklaret kvantemekanisk [Gerhardts & Zhang, 1990].

Endelig kan man ved at variere gatespændingen ændre styrken af det periodiske potential. Hermed er det muligt at studere den longitudinale magnetomodstand som funktion af potentialets amplitude. Se f.eks. [Beton, 1990].

2.2 Drift af cyklotronbanernes center

Årsagen til, og det grundlæggende udseende af de nye lavfelts oscillationer kan forklæres ved brug af klassiske argumenter. Dette gøres meget elegant i [Beenakker, 1989], der samtidig giver et simplificeret, men meget illustrativt klassisk billede af elektrontransporten i et moduleret potential.



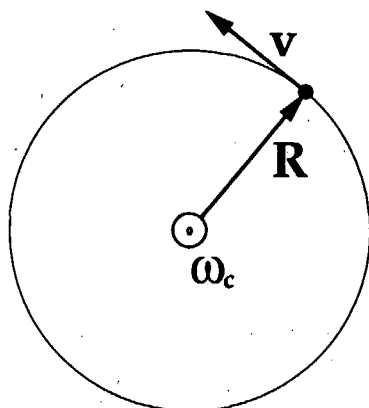
Figur 2.3: Den longitudinale magnetomodstand, når strømmen løber vinkelret på eller parallelt med striberne, [Weiss, 1990b side 138].

2.2.1 Et klassisk billede

Vi betragter i det følgende en moduleret prøve placeret i et homogent magnetfelt, således at B -feltet virker vinkelret på elektrongassen. Ydermere vil elektronerne på grund af det periodiske potential $V(x)$, blive påvirket af et periodisk elektrisk felt givet ved $\mathcal{E}(x) = -dV(x)/dx$. Intet ydre felt indgår i beregningerne. Kombination af et homogent B -felt og et inhomogent \mathcal{E} -felt forårsager en resonans i $\mathcal{E} \times B$ driften. Dette kan indses ved simple klassiske betragtninger, hvor man følger banebevægelsen af en enkelt elektron for et givent B -felt.

En elektron i et magnetfelt vil bevæge sig i en cyklotronbane. Mærker elektronen derudover et moduleret elektrisk felt, vil denne banebevægelse blive forstyrret. Da det periodiske potential er svagt, antages det, at den overordnede banebevægelse bevares, hvorimod centrum for cyklotronbevægelsen kan begynde at drive. Det er derfor fordelagtigt at betragte bevægelsen af cyklotronbanens centrum (X, Y) i stedet for den enkelte elektronposition (x, y) .

På figur 2.4 gengives en uperturberet cyklotronbane, hvor elektronen bevæger sig med hastigheden $\vec{v} = (v_x, v_y)$ og stedkoordinaterne $\vec{R} = (r_x, r_y)$. Elektronen beskriver dermed en cirkel med cyklotronradius R_c .



Figur 2.4: En uperturberet elektronbane med radius \vec{R} , cyklotronfrekvens ω_c og elektronhastighed \vec{v} .

Relationen $\vec{v} = \vec{\omega}_c \times \vec{R}$, hvor $\vec{\omega}_c = (0, 0, \omega_c)$ er cyklotronfrekvensen, gør det muligt at opskrive \vec{R} -koordinaterne som $r_x = v_y/\omega_c$ og $r_y = -v_x/\omega_c$. Herefter kan centerkoordinaterne omskrives til:

$$\begin{aligned} X &= x - r_x = x - \frac{v_y}{\omega_c} \\ Y &= y - r_y = y + \frac{v_x}{\omega_c} \end{aligned}$$

For at undersøge bevægelsen af cyklotronbanens center beregnes nu den tidsafledede af centerkoordinaterne (\dot{X}, \dot{Y})

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \dot{x} - \dot{v}_y \frac{m^*}{eB} = v_x - \frac{F_y}{eB} = v_x + \frac{e}{eB}(-v_x B) = 0 \\ \dot{Y} &= \dot{y} + \dot{v}_x \frac{m^*}{eB} = v_y + \frac{F_x}{eB} = v_y - \frac{e}{eB}(\mathcal{E}_x + v_y B) = -\frac{\mathcal{E}(x)}{B} \end{aligned}$$

Det er her blevet benyttet, at $\vec{\mathcal{E}} = (\mathcal{E}(x), 0, 0)$, og at Lorentzkraften kan skrives som $\vec{F} = -e(\mathcal{E}_x + v_y B, -v_x B, 0)$. Bevægelsesligningerne viser tydeligt, at centeret driver med farten $\mathcal{E}(x)/B$ parallelt med y -aksen, det vil sige langs potentiale-striberne.

I hastighedens størrelse $\mathcal{E}(x)/B$ indgår det elektriske felt som elektronen mærker. For at skabe et udtryk for \dot{Y} , der udelukkende afhænger af centerkoordinaterne, kan man antage, at $\mathcal{E}(X) \sim \mathcal{E}(x)$. Dette er en god approximation så længe $R_c \ll a$, hvilket

svarer til, at magnetfeltet er stærkt og potentialet varierer langsomt. Fremgangsmetoden er dog ubrugelig, når Weiss oscillationerne skal beskrives, idet der er tale om et lav-felts fænomen, der optræder, når cyklotronradius er større end eller sammenlignelig med gitterafstanden. I stedet kan man erstatte $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(X + R_c \cos \phi)$ med det gennemsnitlige felt, elektronen mærker under en tur rundt i den uperturbere cyklotronbane. Det vil sige, man kan midle over en periode. Benyttes denne middelværdi, vil den beregnede driftshastighed v_d ligeledes være en midlet størrelse:

$$v_d(X) = \frac{1}{2\pi B} \int_0^{2\pi} \mathcal{E}(X + R_c \sin \phi) d\phi \quad (2.3)$$

Bevæger elektronbanen sig over mange potential-bakker vil størstedelen af driftbidragene midle ud, idet en tur "op ad bakke" netop opvejes af en tur "ned af bakke". Man kan derfor, når $R_c \gg a$ hurtigt danne sig et overblik over situationen ved kun at betragte $v_d(X)$ i banens yderpunkter $X - R_c$ og $X + R_c$. Har $\mathcal{E}(X - R_c)$ og $\mathcal{E}(X + R_c)$ samme fortegn, vil der opstå en form for resonansfænomen, idet driftbidragene i de to yderpunkt peger i samme retning. Dette er illustreret på figur 2.5. Er driftbidragene i de to punkter derimod lige store men modsat rettede, vil elektronens bane blive stationær, så elektronen i middel er upåvirket af gitteret.

Uden magnetfelt vil den gennemsnitlige hastighed af elektronerne i 2DEG'en være nul. Retningen og hastigheden af elektronbanen langs y -aksen afhænger af den enkelte elektrons hastighed og stedkoordinat i det øjeblik magnetfeltet slås til. Af symmetri Grunde kan man indse, at den samlede hastighed er nul med magnetfelt. Dette bevirker, at man ikke som i Hall effekten får opbygget et indre, transversalt felt i prøven. Et Hall felt ville, når det blev kraftigt, nok stoppe driften.

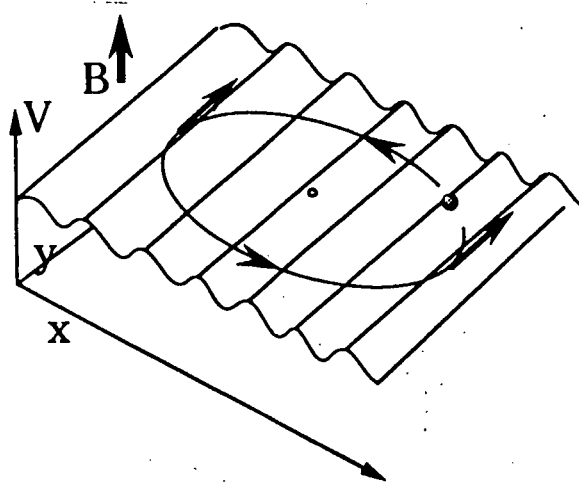
Driften vil *uanset retningen* resultere i en øget longitudinal modstand. En effekt der intuitivt kan forstås ved, at y -driften modvirker den effektive elektrontransport i prøvens x -retning. Hvis elektronerne har en stor drift på tværs af x -retningen, øges modstanden, idet elektronerne får en længere vejlængde fra strømkontakt til strømkontakt. Dette svarer til, at lederen effektivt er længere end ellers. I det følgende beregnes størrelsen af denne effekt.

Det periodiske potential kan opfattes som sinusformet, hvilket vil lette beregningerne:

$$V(x) = V_{rms} \sqrt{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$$

Størrelsen V_{rms} er middelkvadratet af $V(x)$. Det tilsvarende elektriske felt er følgelig givet ved

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = -V_{rms} \sqrt{2} \frac{2\pi}{a} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$$



Figur 2.5: En cyklotronbane i et periodisk moduleret potential. Kun ved de to yderpunkter fås et bidrag til den gennemsnitlige drift.

Når ovenstående benyttes i formel (2.3), kan der opstilles et konkret udtryk for elektronbanernes drifhastighed:

$$\begin{aligned}
 v_d &= - \frac{\sqrt{2}V_{rms}2\pi}{2\pi Ba} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{a}(X + R_c \cos \phi)\right) d\phi \\
 &= - \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{Ba} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi X}{a}\right) \cos\left(\frac{2\pi R_c}{a} \cos \phi\right) d\phi \\
 &\quad + \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{Ba} \int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi X}{a}\right) \sin\left(\frac{2\pi R_c}{a} \cos \phi\right) d\phi
 \end{aligned}$$

De to udtryk $\cos\left(\frac{2\pi R_c}{a} \cos \phi\right)$ og $\sin\left(\frac{2\pi R_c}{a} \cos \phi\right)$ er henholdsvis en lige og en ulige funktion. En iagttagelse, der gør det muligt at reducere ovenstående udtryk væsentligt:

$$\begin{aligned}
 v_d &= - \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{aB} 2 \cos\left(\frac{2\pi X}{a}\right) \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{2\pi R_c}{a} \cos \phi\right) \\
 &= - \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{aB} 2 \cos\left(\frac{2\pi X}{a}\right) \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{2\pi R_c}{a} \sin \phi\right)
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}V_{rms}}{aB} 2\pi \cos\left(\frac{2\pi X}{a}\right) J_0\left(\frac{2\pi R_c}{a}\right) \quad (2.4)$$

Besselfunktionen $J_0(t)$ er givet ved $\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(t \sin \phi) d\phi$, der for $t \gg 1$ kan approximeres med $(\frac{2}{\pi t})^{1/2} \cos(t - \pi/4)$. En tilnærmelse, der kan benyttes når $R_c \gg a$. I denne grænse vil v_d^2 kunne skrives som:

$$v_d^2 = \frac{8V_{rms}^2}{B^2 a R_c} \cos^2\left(\frac{2\pi X}{a}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Endelig kan middelkvadratet på driften findes ved at midle v_d^2 over X :

$$\begin{aligned} \langle v_d^2 \rangle &= \frac{8V_{rms}^2}{B^2 a R_c} \cos^2\left(\frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4}\right) \int_0^{a/\pi} \cos^2\left(\frac{2\pi X}{a}\right) dX \\ &= \frac{4V_{rms}^2}{B^2 a R_c} \cos^2\left(\frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

Vi benytter nu, at $R_c = \frac{m^* v_F}{eB}$ og $E_F = \frac{1}{2} m^* v_F^2$, samt indfører betegnelsen $\varepsilon = \frac{eV_{rms}}{E_F}$. Dette giver omskrivningen:

$$\langle v_d^2 \rangle = (v_F \varepsilon)^2 \left(\frac{R_c}{a}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.5)$$

Størrelsen er interessant, da den indgår i den såkaldte diffusionskoefficient, der er omtalt i afsnit 1.4.1 side 23. Centerets drift giver anledning til en endimensional diffusion δD langs y -aksen, givet ved $\delta D = \langle v_d^2 \rangle \tau_m$. Vi tilføjer nu δD som et ekstra led i den uperturbere diffusionstensors yy -komponent, idet driften og den deraf følgende ladningsforskydning begge foregår langs y -aksen. Den uperturbere diffusionstensor beskriver diffusionen i en umoduleret 2DEG i et homogent B -felt. Indsættes δD , fås den samlede diffusionstensor $\overline{\overline{D}}$:

$$\overline{\overline{D}} = \begin{pmatrix} D_0 & -\omega_c \tau_m D_0 \\ \omega_c \tau_m D_0 & D_0 + \delta D \end{pmatrix}$$

hvor $D_0 = \frac{1}{2} \tau_m v_F^2 [1 + (\omega_c \tau_m)^2]^{-1}$. Heldigvis kan diffusionstensen oversættes til den målelige størrelse $\overline{\overline{\rho}}$ ved brug af Einsteinrelationen:

$$\overline{\overline{\rho}} = \frac{1}{Ge^2} \overline{\overline{D}}^{-1}$$

hvor tilstandstætheden G for en 2DEG er givet ved $G = 4\pi m^*/h^2$, idet der tages højde for spindegeneration. Benytter vi relationen på den uperturberede diffusionstensor fås blot den velkendte Drude resistivitetstensor, hvor Hallmodstanden ($\rho_{xy} = -\rho_{yx}$) afhænger lineært af B , og hvor den longitudinale modstand ($\rho_{xx} = \rho_{yy}$) er uafhængig af B -feltet. Resistivitetstensoren relaterer et ydre elektrisk felt og strømtæthed. Ved at indsætte δD , der er udledt uden ydre felt, i den uperturberede tensor $\overline{\overline{D}}_0$, kan man derfor ved brug af Einstein relationen få beskrevet, hvorledes cyklotronbanernes drift påvirker prøvens transportegenskaber. En tilføjelse af δD vil primært³ påvirke ρ_{xx} , hvor der herved fremkommer en magnetomodstand:

$$\begin{aligned}\rho_{xx} &= \frac{1}{Ge^2} \left(\frac{D_0 + \delta D}{(D_0 + \delta D)D_0 + D_0^2(\omega_c\tau_m)^2} \right) \\ &= \frac{1}{Ge^2 D_0} \left(\frac{1 + \delta D/D_0}{1 + \delta D/D_0 + (\omega_c\tau_m)^2} \right) \\ &= \frac{1}{Ge^2 v_F^2 \tau_m / 2} \left(1 + \frac{2\langle v_d^2 \rangle / v_F^2}{1 + 2\langle v_d^2 \rangle / v_F^2} (\omega_c\tau_m)^2 \right)\end{aligned}$$

Benytter vi den simple Drude teori, hvor $\rho_0 = (\frac{1}{2}Ge^2 v_F^2 \tau_m)^{-1}$, og $\omega_c\tau_m = \mu B$, kan ovenstående også skrives som:

$$\frac{\rho_{xx}}{\rho_0} = 1 + \frac{2\langle v_d^2 \rangle / v_F^2}{1 + 2\langle v_d^2 \rangle / v_F^2} (\mu B)^2 \quad (2.6)$$

Udtrykket kan forsimples yderligere, hvis vi benytter, at $\langle v_d^2 \rangle / v_F^2 \ll 1$. Da fås blot:

$$\frac{\rho_{xx}}{\rho_0} = 1 + 2 \frac{\langle v_d^2 \rangle}{v_F^2} (\omega_c\tau_m)^2$$

Heri indsættes driftshastigheden fra (2.5), og samtidig benyttes identiteterne $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ samt $l = v_F\tau_m$, hvor l er den middelfri vejlængde:

$$\frac{\rho_{xx}}{\rho_0} = 1 + 2\epsilon^2 \frac{l^2}{aR_c} \cos^2 \left(\frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.7)$$

Afbilder man ved brug af denne ligning $\rho_{xx}(B)$, fås tydelige Weiss svingninger, men ingen SdH oscillationer, hvilket som tidligere nævnt skyldes, at modellen er klassisk. Ligning (2.7) giver iøvrigt meget nemt den eksperimentelt observerede komensurabilitetsbetingelse i (2.2). Resistiviteten ρ_{xx} vil have et minimum hver gang $\cos^2 \left(\frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4} \right) = 0$, det vil sige når:

³De andre matrix-elementer påvirkes kun gennem determinanten af $\overline{\overline{D}}$.

$$2\pi \frac{R_c}{a} - \frac{\pi}{4} = \lambda\pi \Leftrightarrow$$

$$2R_c = \left(\lambda - \frac{1}{4}\right) a, \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

Ud over at bestemme minimaenes placering, beskriver (2.7) også præcist Weiss svingningernes amplitude. Den relative amplitude er givet ved $\varepsilon^2(l^2/aR_c)$, og kan, hvis den middelfri vejlængde er stor, blive af størrelsesorden 1 - selvom ε er lille. Er den middelfri vejlængde eksempelvis $10 \mu\text{m}$ fås ved $B = 0.4T$ og $a = 360\text{nm}$ en relativ amplitude på $1/2$. Dette forklarer, hvorfor man ofte i eksperimenter observerer, at magnetoresistansen oscillerer kraftigt, på trods af at gitterpåvirkningen (modulationen) er svag.

Beenakker antager i sin klassiske forklaring, at bidraget δD er den eneste ændring af diffusionstensen. Altså at den eneste effekt af et periodisk gitter er en drift af cyklotronbanernes center. En approximation der umiddelbart kan virke grov, men som kan retfærdiggøres ved en mere detaljeret og nøjagtig beskrivelse af transportforholdene. Vi vil i det følgende se, at man ved brug af den semiklassiske transportteori, hvor sådanne modelantagelser ikke er nødvendige, grundlæggende får samme resultat som i den klassiske gennemgang. Herved kan det konkluderes, at et simpelt klassisk billede baseret på elektronbanernes drift er tilstrækkelig til at give en god, kvalitativ beskrivelse af årsagen til og udseendet af Weiss oscillationerne.

2.2.2 En semiklassisk teori

Styrken ved den semiklassiske transportteori er dens generalitet, men samtidig mister man nemt fornemmelsen for de bagvedliggende fysiske mekanismer. Vi vil derfor opfatte de følgende betragtninger som en retfærdiggørelse af det klassiske billede, der samtidig giver et mere korrekt udtryk for prøvens magnetoresistans.

Beenakker baserer sine udledninger på den stationære Boltzmann ligning i relaxationstidsapproximationen med et magnetfelt, men *uden* ydre elektrisk felt indbygget. Man er kun interesseret i ledningselektronerne og opskriver derfor Boltzmann ligningen ved Fermi-energien. Samtidig antages det, at spredningstiden τ_m er konstant.

Normalt vil man i Boltzmann ligningen også indsætte det ydre elektriske felt, hvorved et udtryk for prøvens ledningsevne kan udledes direkte af fordelingsfunktionen. Beenakker vælger i stedet at betragte fordelingsfunktionen uden ydre elektrisk felt, hvorved diffusionstensen kan bestemmes⁴. Denne fremgangsmåde letter beregnin-

⁴Dette er absolut ikke trivielt. Hvorledes diffusionstensen kan findes er kort beskrevet i

gerne og giver, under forudsætning af at systemet er i ligevægt, umiddelbart resistivitetstensoren ved brug af Einstein relationen.

Beregninger gennemgået i [Beenakker, 1989] viser, at kun xx -komponenten i den uperturberede resistivitetstensor påvirkes af det påtrykte periodiske potential. Den resulterende magnetoresistans er givet ved:

$$\frac{\rho_{xx}}{\rho_0} = 1 + [1 + (\omega_c \tau_m)^2] \frac{K}{1 - K} \quad (2.8)$$

hvor K er et noget indviklet integral⁵, der dog for et svagt potential kan udtrykkes analytisk ved brug af perturbationsregning:

$$K = \frac{1}{2} [1 + (\omega_c \tau_m)^2]^{-1} (\epsilon q l)^2 S (1 - S)^{-1},$$

$$S = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p^2(q R_c) [(\omega_c \tau_m)^2 + 1]^{-1}$$

hvor $q = 2\pi/a$. Indsætter man K i (2.8), og udvikler man dernæst til 2. orden i ϵ , fås for $\omega_c \tau_m \gg 1$:

$$\frac{\rho_{xx}}{\rho_0} = 1 + \frac{1}{2} (\epsilon q l)^2 J_0^2(q R_c) [1 - J_0^2(q R_c)]^{-1} \quad (2.9)$$

Antager man yderligere, at $q R_c \gg 1$ i ligning (2.9), reduceres udtrykket til det klassiske resultat i forrige afsnit. Idet man benytter det asymptotiske udtryk for $J_0(x)$ for $x \gg 1$, og at $J_0(q R_c) \ll 1$, når $q R_c \gg 1$. Som ønsket har vi hermed fået bekræftet, at det klassiske billede, omend simpelt, er en fornuftig, visuel forklaring af de mekanismer, der forårsager Weiss oscillationer.

Tre udtryk for resistiviteten

Vi har nu fået opstillet mere avancerede udtryk for magnetoresistansen, hvorved vi alt i alt har tre udtryk for ρ_{xx} :

1. Det generelle semiklassiske udtryk givet ved (2.8).
2. Det reducerede semiklassiske udtryk (2.9) hvor $\omega_c \tau_m \gg 1$.

[Beenakker, 1989]

⁵For en beskrivelse af K på integralform henvises atter til [Beenakker, 1989].

3. Det helt simple udtryk (2.7), der kan findes ved såvel klassiske som semi-klassiske betragtninger i grænsen $\omega_c \tau_m \gg 1$ og $qR_c \gg 1$.

Forskellen på disse funktioner er illustreret på figur 2.7, hvor de listede udtryk er plottet for to sæt af egne eksperimentelle data ($V_g = +0.4V$ og $V_g = -1V$). Vi har i modelberegningerne benyttet Drude resistiviteten $\rho_0 = m^*/e^2 n \tau_m$, hvilket vil sige, at størrelsen af τ_m justeres gennem værdien af nulfelts modstanden ρ_0 samt ladningsbærerdensiteten n . De to datasæt er valgt således, at vi får undersøgt modellerne for et minimalt og et maksimalt τ_m .

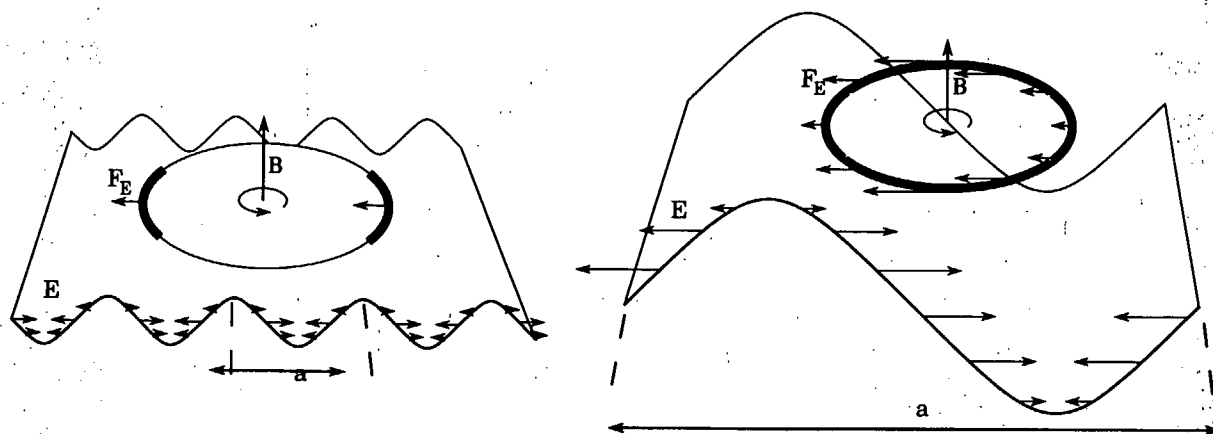
En numerisk beregning af magneto-resistansen for $\omega_c \tau_m \gg 1$ fås ved at indsætte de målte værdier⁶ $a = 360\text{nm}$, $\varepsilon = 0.04$, $n = 3.4 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ og $\rho_0 = 20\Omega$ i udtrykkene nævnt ovenfor. Man ser, at graferne har minima samme sted, og at minimaene ligger på en vandret linie defineret ved $y = \rho_0$. Amplituden vokser i alle tre tilfælde næsten lineært med B -feltet. Eneste forskel er størrelsen af amplituderne. Meget interessant er det dog, at resistiviteten givet ved udtryk 1 stopper med at oscillere før $B = 0$, for derefter at beskrive et lille "bump". Mere herom i kapitel 9. Model 1 har den største amplitude, der samtidig er cirka 4 % større end amplituden i model 2 ved $B = 0.45\text{T}$. Denne relative afvigelse stiger når B -feltet mindskes, og er ved $B = 1.6\text{T}$ cirka 7%. Årsagen er, at antagelsen i model 2 ($\omega_c \tau_m \gg 1$) ikke er opfyldt ved lave B -felter. Ved $B = 1.6\text{T}$ fås eksempelvis $\omega_c \tau_m = 14$. Den simple model 3 har i hele forløbet den laveste amplitude. Udtrykkene 2 og 3 er begge udledt i grænsen $\omega_c \tau_m \gg 1$, og ses derfor at være sammenfaldende når $qR_c \gg 1$, hvilket i praksis sker når $qR_c \approx 10$ ($B = 0.1\text{T}$). Dette illustrerer, som påpeget tidligere, at den klassiske og simple semiklassiske beskrivelse er identiske hvis $\omega_c \tau_m \gg 1$ og $qR_c \gg 1$.

Vi sammenligner nu modellerne for den mindste, målte Drude relaxationstid τ_m , for at undersøge, hvor meget udtrykkene afviger fra hinanden i grænsen $\omega_c \tau_m \sim 1$. Dette gøres ved at udføre en numerisk beregning, hvor datasættet med maksimal nulfelts resistivitet⁷ benyttes. Værdierne $a = 360\text{nm}$, $\varepsilon = 0.13$, $n = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ og $\rho_0 = 200\Omega$ indsættes i de tre udtryk og giver en situation som skitseret på figur 2.7b.

Man bemærker umiddelbart, at det før omtalte bump er vokset i størrelse og udstrækning. Model 1 afviger altså ved lave felter markant fra model 2 og 3. Desuden ses amplituden af oscillationerne at være større end i den første beregning, og at hele billedet er forrykket mod venstre. Dette er en konsekvens af henholdsvis den øgede gitterstyrke og den mindskede ladningsbærerdensitet, og vil blive uddybet i kapitel 5. Derudover gør de samme fænomener sig gældende som i forrige plot. Dog er

⁶Data stammer fra prøve #13-4 ved 4.2K. Mere herom i kapitel 6

⁷Relaxationstiden afhænger af både ρ_0 og n , hvor n i realiteten vil falde, når ρ_0 øges. Dog fremgår det af eksperimenterne, at nulfelts resistiviteten stiger med en faktor 10, når ladningsbærerdensiteten falder med en faktor 2. Ergo kan ρ_0 benyttes som et mål for størrelsen af τ_m .



Figur 2.6: Til venstre ses en bane, hvor $R_c \gg a$, og til højre en bane, hvor $R_c \ll a$. På figuren er det gitterperioden, der er ændret, hvor der normalt er tale om at ændre magnetfeltet.

den relative afvigelse på amplituderne i 1 og 2 nu 20 % ved $B = 0.28\text{T}$, og 25 % ved $B = 0.13\text{T}$, hvilket skyldes, at $\omega_c \tau_m$ er af størrelsesorden 1 ved de betragtede B -felter. Det må derfor konkluderes, at den umiddelbare ændring af graferne i grænsen $\omega_c \tau_m \sim 1$ er en forøget forskel i amplituderne, samt et meget særpræget bump i magnetomodstanden for model 1, i området $0\text{T}-0.03\text{T}$. Dette bump forekommer også, omend meget kraftigere, i eksperimenterne, og vil blive kommenteret i kapitel 6.

For alle tre grafer og i begge situationer ($\omega_c \tau_m > 1$ og $\omega_c \sim 1$), ses Weiss oscillationerne at stoppe ved et givent B -felt, henholdsvis $B = 0.7\text{T}$ og $B = 0.45\text{T}$, hvorefter magnetomodstanden stiger kraftigt. Dette kan forklares ved at sammenligne to baner med henholdsvis stor og lille radius. For den store bane (lille magnetfelt), vil kraftbidragene fra det elektriske felt, midle ud over alle de gittertoppe banen passerer, bortset fra de ekstreme dele af banen, hvor $x \approx X \pm R_c$. Elektronen samler dermed kun impuls fra det elektriske felt i en lille del af tiden.

For en lille baneradius, der for eksempel er mindre end en gitterperiode, og hvor banen ligger som på figur 2.6, vil de elektriske kraftbidrag ikke midle ud, men virke på banen hele tiden. Her modtager elektronen impuls fra det elektriske felt en større del af tiden, hvilket giver en større drift og dermed en stigende magnetomodstand.

Endelig skal det bemærkes, at SdH oscillationerne ikke bliver løftet tilsvarende som følge af den beregnede, drastiske stigning i resistiviteten efter sidste Weiss oscillation.

Årsagen er, at oscillationerne hidrører fra to forskellige, uafhængige fysiske fænomener. SdH oscillationerne er derfor upåvirkede og vil i princippet være identiske med SdH oscillationerne i en homogen elektrongas, når Weiss oscillationerne ophører.

2.2.3 Modellens begrænsninger

Vælger man at arbejde med en af Beenackers tre udtryk for magnetomodstanden, må man gøre sig modellens begrænsninger klart. For det første kan man kun umiddelbart benytte udtrykkene, hvis potentialet er periodisk og sinusformet (eller cosinusformet). Er potentialet periodisk men ikke sinusformet, vil de overordnede betragtninger stadig gælde. Udtrykket for ρ_{xx} vil dog blive langt mere indviklet, da man herved ikke kan få resultatet reduceret til en Besselfunktion.

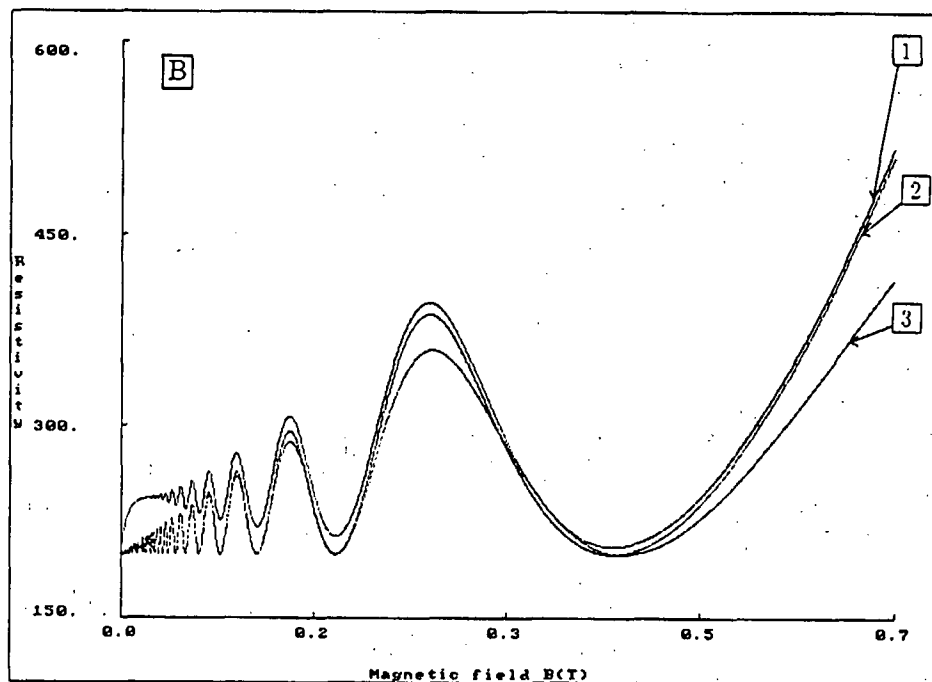
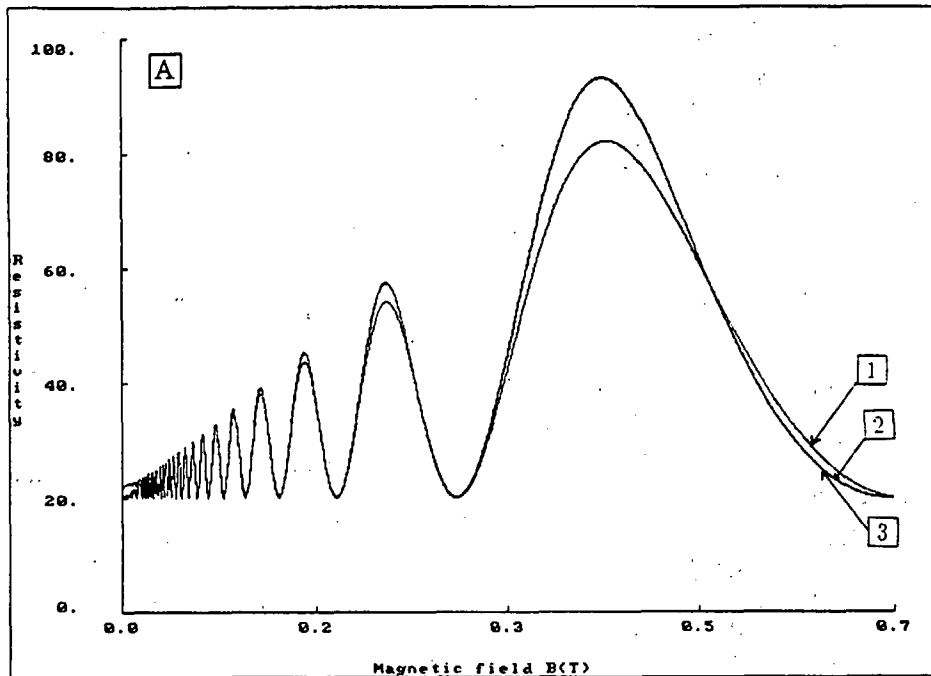
Derudover antages spredningen at være isotrop og elastisk, således at τ_m er konstant. Dette virker som en rimelig første approximation, men er en oplagt mulighed for en udvidelse af modellen.

Ydermere er det en forudsætning for de simple, klassiske betragtninger, at elektronernes overordnede cyklotronbevægelse bevares. Her er der ikke taget højde for, at elektronbanerne kan deformeres. Dette er imidlertid en approximation, der ikke optræder i den semiklassiske version. I denne model betragter man elektronernes faktiske bevægelse i gitteret, og begrænser sig ikke til kun at beskrive bevægelsen af cyklotronbanens center.

Endelig er det umuligt for modellen at forklare de svage oscillationer, der er observeret i $\rho_{yy}(B)$. Det vil sige, hvor strømmen sendes og spændingen måles langs striberne. Dette fænomen er først fornyligt blevet forklaret af [Gerhardts & Zhang, 1990], der analyserer problemet kvantemekanisk

2.3 En kvantemekanisk forklaring

En kvantemekanisk gennemgang er ikke nødvendig for forståelsen af vores eksperimenter. Men det er utilfredsstillende ikke at have en samlet teori for de observerede konsekvenser af et påtrykt periodisk gitter. Samtidig forklarer mange fysikere, eksempelvis D. Weiss, deres eksperimentelle data ved brug af kvantemekaniske betragtninger. I det følgende vil vi derfor skitsere hovedideerne i det teoretiske arbejde primært udført af Gerhardts og Zhang. Dette er en model, der ikke blot forklarer oscillationerne i $\rho_{||}$, men som samtidig får inddraget de velkendte SdH oscillationer.



Figur 2.7: De tre forskellige udtryk for ρ_{xx} , plottet for a) $a = 360\text{nm}$, $\rho_0 = 20\Omega$, $\epsilon = 0.04$ og $n = 3.4 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ og b) $a = 360\text{nm}$, $\rho_0 = 200\Omega$, $\epsilon = 0.13$ og $n = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$.

2.3.1 Energibånd og tilstandstæthed

Når det er umuligt at forklare svingningerne i $\rho_{||}$ ved brug af den semiklassiske transportteori, skyldes det, at man ikke her tillader transport-relaxationstiden at afhænge af elektron energien. En nærmere undersøgelse af de enkelte energibånds form, og størrelsen af de dertil hørende tilstandstætheder, kan forklare magnetoresistansen både vinkelret på og parallelt med striberne.

I en umoduleret elektrongas vil Landaubåndene have en endelig udstrækning på grund af tilfældig spredning mod urenheder. Disse urenheder er primært de ioniserede donoratomer. Denne spredning af energibåndene er i realiteten en forudsætning for kvante Hall effekten.

Modulerer vi elektrongassen vil energibåndene blive bredt ud, både på grund af urenheds-spredning og på grund af det periodiske potential. Gitterets påvirkning af energibånds-bredden kan findes ved at opstille Hamiltonoperatoren for vores modulerede prøve. I Landaugaugen $A = (0, Bx, 0)$ fås:

$$H = \frac{1}{2m^*} \left[-\hbar \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y} + eBx \right)^2 \right] + V_{rms} \cos(qx) \quad (2.10)$$

I modellen [Gerhardts & Zhang, 1990a] er der her samtidig tilføjet et urenheds-potential, hvilket vi dog i første omgang vil se bort fra. Operatoren (2.10) er bortset fra sidste led identisk med Hamilton operatoren for en homogen elektrongas, og har da også energi-egenværdier, der minder meget om de tidligere fundne. Da modulationen er svag, kan egenværdierne findes ved 1. ordens perturbationsregning. Det vil sige, man udvikler det perturberede potential $V(x)$ på de velkendte bølgefunktioner, og får da et udtryk for energien af det n 'te bånd:

$$\begin{aligned} E_n(x_0) &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + \langle nx_0 | V(x) | nx_0 \rangle \\ &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + U_n \cos(qx_0) \end{aligned} \quad (2.11)$$

hvor x_0 er centerkoordinaten givet ved $-k_y l^2$. Længden l er nu den magnetiske længde, og k_y er bølgetallet. Størrelsen U_n er defineret som:

$$U_n = V_{rms} \exp\left(-\frac{1}{2}X\right) L_n(X) \quad (2.12)$$

Her angiver L_n det n 'te Laguerre polynomium, og $X = 1/2l^2q^2$. Det interessante er, at Laguerre polynomiet varierer både med kvantetallet n og med argumentet X . Indenfor de enkelte bånd vil man få en oscillerende energi som funktion af centerkoordinaten, men også fra bånd til bånd vil energien ændres. Dette er for en prøve med gitterafstanden $a = 400\text{nm}$ illustreret på figur 2.8. Dog vil vi få en konstant energi, det vil sige et fladt bånd, hvis $L_n(X)$ er nul. Laguerrepolynomiernes nulpunkter X_λ^n er givet ved den asymptotiske formel:

$$X_\lambda^n \approx \frac{1}{4} \frac{[\pi(\lambda - \frac{1}{4})]^2}{(n + \frac{1}{2})}, \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

Ved disse værdier opfører prøven sig som i det uperturberede tilfælde. Forsøger vi at indsætte $X_\lambda^n = 1/2l^2q^2$, kan ovenstående udtryk reduceres væsentligt:

$$2l\sqrt{2n+1} = a \left(\lambda - \frac{1}{4} \right)$$

Benytter vi nu spredningen på bølgefunktionens radius som et mål for dens rumlige udbredelse ($R_n = l(2n+1)^{1/2}$) fås⁸:

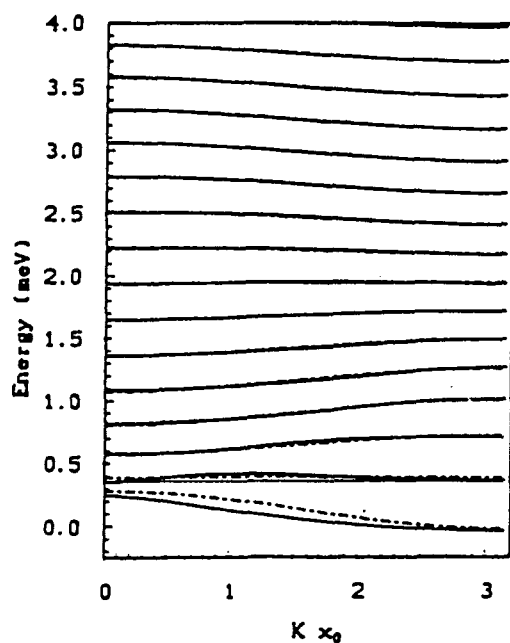
$$2R_n = a \left(\lambda - \frac{1}{4} \right)$$

hvilket netop er den tidligere udledte betingelse (2.2) for et minimum i Weiss oscillationerne. Vi har nu også udledt kommensurabilitetsbetingelsen ved kvantemekaniske betragtninger. Spørgsmålet er så, hvorledes Laguerre-polynomier og Weiss oscillationer er forbundet. Dette ses nemmest ved at beregne elektronernes hastighed som følge af det periodiske gitter. Parallelt med striberne fås hastigheden $v_y(x)$:

$$v_y(x) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n}{dk_y} = -\frac{1}{m^* \omega_c} \frac{dE_n}{dx_0}$$

der forsvinder, når båndet er fladt. Hastigheden er et bidrag til yy komponenten af ledningsevnetensoren og er derfor direkte relateret til resistiviteten ρ_{xx} . Herved må det konkluderes, at ρ_{xx} har et minimum når Laguerre-polynomiet er nul. Betragter vi en prøve uden urenhedsspredning, vil hastigheden på tværs af striberne være nul, idet energien er konstant langs y -aksen.

⁸Dette resultat er en approximation, idet bølgefunktionens bredde er beregnet for en uperturberet bølgefunktion. En udledning af R_n er at finde i eksempelvis [Boisen og Bøggild, 1992]



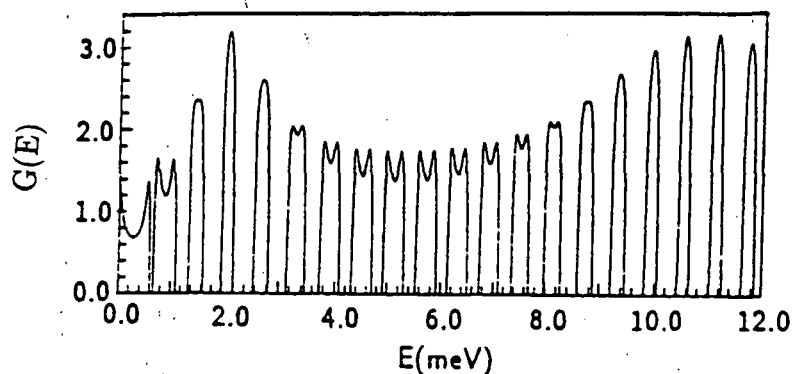
Figur 2.8: De enkelte energibånd for parametrene $a = 294$ nm, $V_{rms} = 0.25$ meV og $B = 0.15$ T. [Gerhardts & Zhang, 1990a side 12852]

For at forklare oscillationerne i ρ_{\parallel} , og for at få inddraget SdH oscillationerne er det nødvendigt at medtage en vis urenheds-spredning i beregningerne. Den elektriske transport langs striberne er da bestemt udelukkende af urenhedsspredning, hvorimod ρ_{xx} vil blive påvirket af både urenhedsspredningen og de varierende energibånd.

Systemets transport-relaxationstid afhænger af Landaubåndenes bredde som følge af urenhedsspredning og kan ved en større analyse, der involverer Greens-funktioner, ses at være proportional med tilstandstætheden $G(E)$. Men $G(E)$ oscillerer på grund af variationen i E_n , hvilket er retfærdiggjort i blandt andet [Gerhardts & Zhang, 1990a]. På figur 2.9 er tilstandstætheden vist.

Hermed kommer også ρ_{\parallel} , der fastlægges ved transport relaxationstiden, til indirekte at afhænge af perturbationen af energibåndene. Resistiviteten langs striberne kan findes at være proportional med $G(E)^2$, hvilket vil sige, at også denne magnetoresistans svinger, og at modstanden er mindst, når $G(E)$ er mindst. Dette er, som det er blevet observeret eksperimentelt, modsat af svingningerne i ρ_{xx} , hvor et minima forekommer, når $G(E)$ er størst, et fladt bånd giver den maksimale tilstandstæthed.

Hermed har vi fået skitseret årsagen til de faseforskudte svingninger i ρ_{\parallel} , og har sam-



Figur 2.9: Tilstandstætheden i enheder af $m/\pi\hbar^2$ for parametrene $a = 294\text{nm}$, $V_{rms} = 0.35\text{meV}$ og $B = 0.35T$. [Gerhardts & Zhang, 1990a side 12855]

tidig introduceret en kvantemekanisk beskrivelse af fænomenet Weiss oscillationer. Den kvantemekaniske forklaring er ikke i modstrid med de observerede temperaturafhængigheder af henholdsvis Weiss og SdH oscillationer. SdH oscillationerne vil forsvinde når $\hbar\omega_c \sim k_B T$, hvorimod Weiss oscillationerne først dør ud, når den termiske energi er af samme størrelsesorden som afstanden mellem to flade energibånd. Energien af et fladt bånd kan vises [Gerhardts & Zhang, 1990a] at være givet ved:

$$E_\lambda = \frac{1}{8} \frac{a^2}{l^2} \hbar\omega_c \left(\lambda - \frac{1}{4} \right)^2, \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

Herved ses, at Weiss oscillationerne ved de laveste B -felter er de mest temperaturfølsomme. Indsætter man værdierne $a = 360\text{nm}$ og $B = 0.2T$ i ovenstående ligning, ses afstanden mellem de to første flade bånd at være cirka 4.3 meV, hvilket svarer til temperaturen 50K. Størrelsen $\hbar\omega_c$ er til sammenligning cirka 0.31 meV.

Kapitel 3

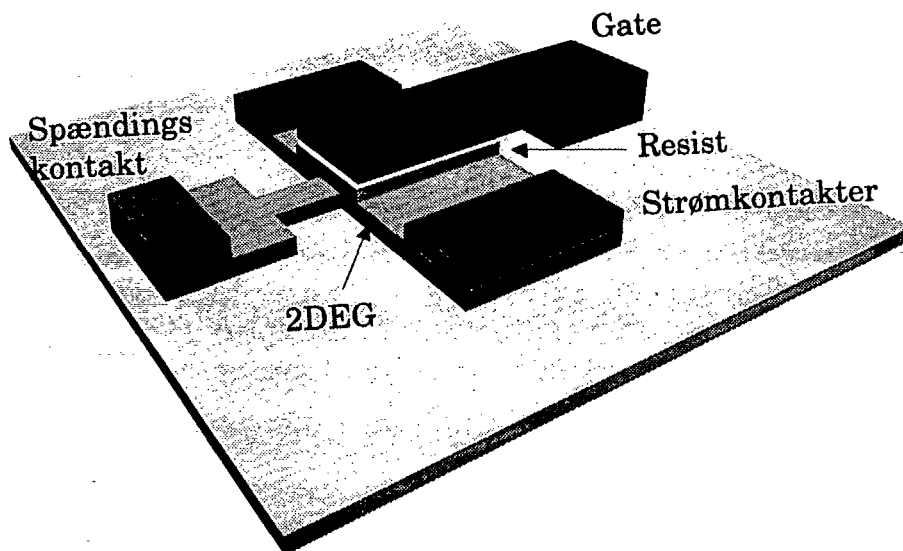
Prøvefremstilling

I 2DEG eksperimenter er prøvefremstilling oftest en kompliceret affære, især fordi produktionen af egnet prøvemateriale (wafer) i sig selv er problematisk. Hvis det endelig lykkes at lave prøvemateriale med høj mobilitet og lav ladningsbæretæthed, som er forudsætning for mange 2DEG-eksperimenter, er prøven så følsom overfor de mindste elektriske og mekaniske påvirkninger, at resten af prøvepræpareringen må udføres med stor forsigtighed.

I vores tilfælde er fremstillingen af de periodiske gitre, en særlig vigtig del af vores eksperimentelle arbejde. Kravene til stregopløsning og nøjagtighed af de gitre vi danner på prøverne, ligger tæt på grænsen af, hvad man overhovedet kan med elektron-stråle litografi. Gennemgangen af de trin, der vedrører fremstilling af gitter og gate mønstre er ret detaljeret, idet den tjener som dokumentation for den procedure, vi har udviklet.

Der tages udgangspunkt i en kort diskussion af det anvendte prøvedesign. Derefter gennemgås de arbejdsmetoder, vi har benyttet for at opnå en så høj og ensartet kvalitet som muligt. Endelig beskrives prøvefremstillingen og præpareringen i lyset af de specielle problemer, vi har arbejdet med i nærværende projekt:

- **GaAs-GaAlAs prøvemateriale** ved MBE-groning (se afsnit 3.3).
- **Mesa (2DEG)** udformes ved UV litografi og ætsning (se afsnit 3.4).
- **Ohmske kontakter** dannes ved UV-litografi, hvorefter et Au Ge Ni lag pådampes og legeres. (se afsnit 3.5).
- **Supergitter** fremstilles ved elektron stråle litografi (se afsnit 3.6).
- **Gaten** defineres ved elektron stråle litografi, med efterfølgende guldpådampning (se afsnit 3.7.4).



Figur 3.1: Nederst ses mesa (lys), øverst mesaen kontaktområder (grå). Til venstre en spændingsprobe og til højre en gate (mørk). Imellem prøve og gate ligger et tyndt resistlag. Kontakterne er legeret ned i prøvematerialet, mens gaten blot ligger ovenpå.

3.1 Prøvedesignet

Vi har brugt et generelt prøvedesign, udviklet af Rafael Taboryski, H.C.Ø Laboratoriet. Den todimensionale elektrongas er en $20 \mu\text{m}$ bred og $100 \mu\text{m}$ lang rektangel. Denne er i hver af enderne forbundet med strømkontakter. Fire tynde spændingsprober, går ind til prøven på midten, og afgrænser et område på $20 \mu\text{m} \times 20 \mu\text{m}$, som vi benævner prøveområdet.

Fire andre prober går ind imod prøveområdet, men stopper umiddelbart før, så der ikke er elektrisk forbindelse til elektrongassen. Disse prober bruges til at kontakte en eventuel guldgate, der dækker prøveområdet. I almindelighed vil alle fire gateprober gå til samme gate, og dermed være elektrisk forbundne med hinanden (se figur 3.2).

Alle prober har i den ene ende et firkantet kontaktområde, der kaldes *pads*. Disse er omkring $100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$ brede, og skal forbindes til benene på en *chipcarrier* med tynde guldtråde.

Derudover er der fire andre gateprober (de som har yderligt beliggende pads), hvis man skal bruge flere gates. Denne facilitet benytter vi ikke. På en simplificeret skitse af prøven (figur 3.1), kan mesaen (2DEG) og kontaktområder (Au/Ge/Ni), og gate (guld-titanium) ses som henholdsvis hvide, grå og sorte områder.

Box [3.1.0]: Oversigt over prøvefremstillingen**1. Waferen i tværsnit**

Set fra toppen består waferen af

15 nm top lag

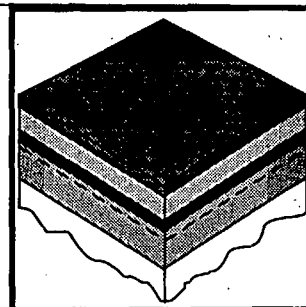
20 nm donorlag (GaAlAs-Si)

30 nm spacer (GaAlAs)

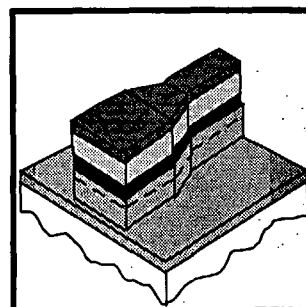
1.2 μm bufferlag (GaAs)

500 μm substrat,

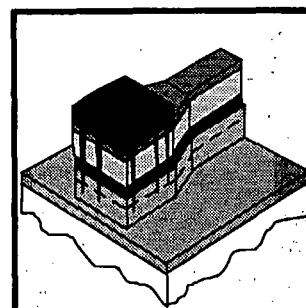
Disse lag dyrkes atomlag for atomlag i et MBE anlæg.

**2. 2DEG defineres ved UV litografi.**

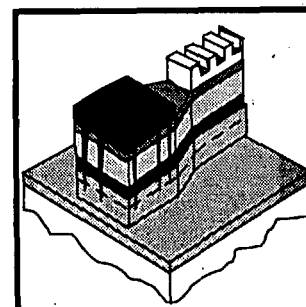
Et lag positiv resist (det belyste forsvinder) spindes på prøven, hvorefter prøven eksponeres gennem en maske med det ønskede mønster. Ved fremkaldelsen fjernes resisten uden om mesaen. Ved ætsning fjernes de waferområder, der ikke er belyst, således at mesaen/2DEG står tilbage.

**3. Guldet pådampes og legeres.**

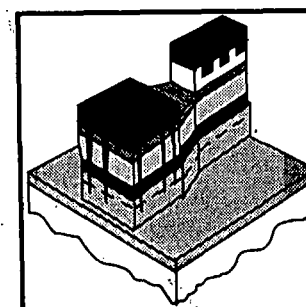
Igen benyttes UV litografi, denne gang med en negativ maske, der passer til kontaktområderne. Efter fremkaldelse, er der resist alle andre steder end på kontaktområderne. Au/Ge/Ni pådampes og løftes af i varmebad, så kun guld på kontaktområderne bliver siddende. Efter legering får guldet elektrisk kontakt med 2DEG'en. Gatekontakterne legeres også, men har ingen fælles mesa med den centrale 2DEG.

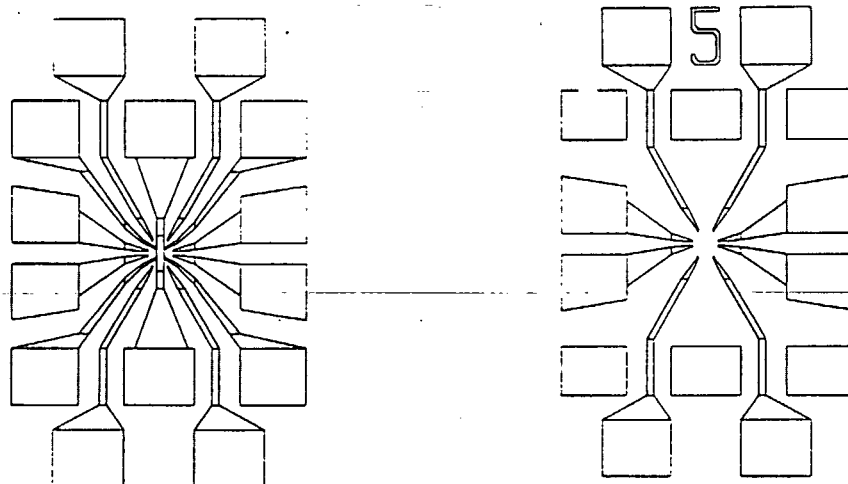
**4. Periodisk potential defineres ved elektronstråle litografi (EBL).**

Et lag negativ resist (det belyste bliver siddende), spindes på prøven. Et rektangulært midterområde eksponeres med et periodisk mønster i et elektronmikroskop. Ved fremkaldelse tegnes det periodiske gitter i resisten.

**5. Guldgate defineres ved EBL.**

Nu spindes en særlig tolags resist på, og prøven eksponeres med gatemønstret. Når fremkaldelsen er foretaget, ligger der kun resist uden for gateområdet. Efter pådampning, kan guld på positiv resist løftes af, mens guld i gateområdet bliver tilbage. I gateområdet findes tilledninger til gatekontakterne.





Figur 3.2: Prøvedesignet. Til venstre ses mesamønsteret, til højre ses kontaktmønsteret.

Forskellen på kontaktguld og gateguld er, at kontaktguld er legeret. Ved legering diffunderer guld ned i prøven, hvorved der opnås elektrisk kontakt med den todimensionale elektrongas. Guldgate ligger blot ovenpå et lag af resist, der fungerer som dielektrikum i den pladekapacitor, som konstitueres af guldgate og elektrongas.

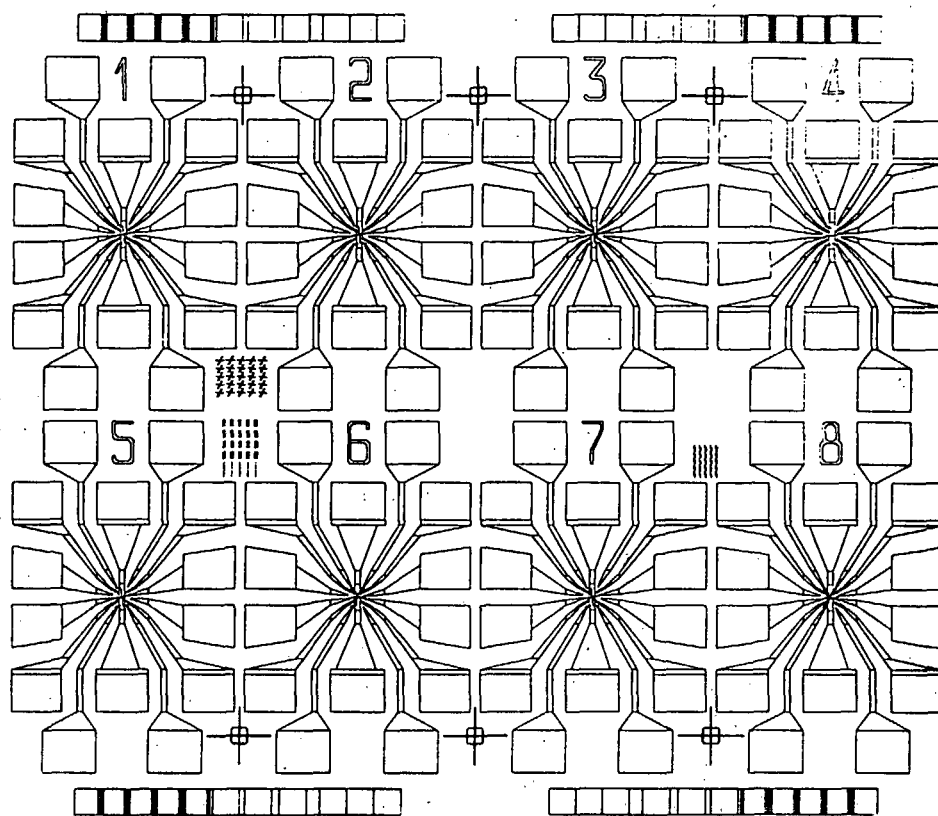
For at spare prøvemateriale, og for at opnå en lille variation i ladningsbærertæthed hen over prøverne, er 8 prøver placeret sammen på et areal, der er omtrent 5×5 mm stort. Dette er, som det senere vil fremgå, en stor fordel under optimeringen af fremstillingsparametre.

3.2 Metodik for prøvefremstilling

Der er mulighed for at variere en lang række parametre i prøvefremstillingsproceduren, og det har været et omfattende arbejde at finde de kombinationer, der giver bedst resultat. Især fremstillingen af supergitre, har kostet mange timers undersøgelser.

For ikke at arbejde i blinde og dermed spilde tid, har vi forsøgt at indføre en grad af kvalitetsstyring i arbejdet. Det vil sige, at vi har skrevet alle fremstillingsparametre ned for hver prøve, samt en række løbende vurderinger af karakteristika og kvaliteter, så vi så vidt muligt har haft kontrol med både processen og resultatet. Et eksempel kan ses på figur 3.4.

Målet er at opnå en ensartethed i prøvernes kvalitet. Det skal være muligt at ændre en parameter og se virkningen klart i det færdige resultat. Dette forudsætter, at man er i stand til at holde de andre parametre fast. I denne sammenhæng er kvalitetsstyringen en stor hjælp, idet den giver et grundigt overblik over fremstillingsmetode og deraf



Figur 3.3: Det færdige eksponeringsmønster indeholder 8 prøvedesign. De fire vandrette striber er i virkeligheden små kvadrater, med stadigt stigende indbyrdes afstand. Disse kan bruges til at måle kontaktmodstand forskellige steder på prøven.

følgende prøvekvalitet.

En anden fordel ved kvalitetsstyringen er, at man på denne måde tidligt får et indblik i, hvilke parametre der er vigtige, således at man kan koncentrere udviklingsarbejdet indenfor et bestemt parameterområde.

Alt i alt har vores kvalitetsstyring betydet tre ting for den måde, vi har arbejdet på:

1. Vi er blevet enige om en fremstillingsprocedure, skrevet den grundigt ned, og har forsøgt at følge den så nøjagtigt som muligt. Denne fremgangsmåde fandt vi nødvendig, da vi i begyndelsen nok kunne lave gode prøver, men sjældent anede præcis, *hvorfor* de var blevet gode, og derfor ikke kunne reproducere dem. Ved at føre kontrol med årsagerne, er det lettere at styre virkningerne. Se figur (3.4).
2. Vi har skrevet alle parametre op for hver fremstillet prøve, og hver gang vurderet resultatets tydeligheden af striberne, tydeligheden af Weiss-oscillationer, gatens placering osv. Ellers mangler man ofte oplysninger, som man på fremstillingstidspunktet ikke anede havde betydning.
3. Justeringer af proceduren undervejs er så vidt muligt fundet sted på grundlag af netop disse resultater, fremfor tilfældige indskud og fornemmelser.

Det er omstændigt at arbejde på denne måde. Men i et kompliceret optimeringsproblem som det foreliggende, har det vist sig at være en god måde at opnå bedre, og mere ensartede resultater på.

3.3 Fremstilling af GaAlAs-GaAs heterostrukturer - MBE dyrkning

Fremstillingen af en-krystallinske heterostrukturer kan ske ved molekylestråle epitaksi. Denne teknik, der adskiller sig fra konventionelle dyrkningsteknikker, indebærer dyrkning direkte fra de involverede materials gasfase, ved et residuelt tryk inden dyrkning på 10^{-11} torr og et tryk under dyrkning på omkring 10^{-6} torr¹. Dette lave tryk muliggør en meget lav dyrkningsrate ($\approx 1\mu\text{m}/\text{time}$), samtidig med at dyrkningen kan kontrolleres i en sådan grad, at der kan skiftes materialesammensætning fra et monolag til et andet. Strukturerne gror så pænt, at den færdige heterostruktur kan opfattes som en perfekt enkeltkrystal.

¹Dette tryk er summen af de partielle tryk af de materialer, man fordamper.

Data sheet for sample :

Wafer	name	UCB-104-92	190193-1
Sample	#	13	

• RESIST DEPOSITION •

SAL	%	13
Spinspeed	rpm	7000
Spintime	sek	20
First Bake time & temp	sek/K	60/85°C

• PATTERN EXPOSURE •

Current before/after	pA	70/67
----------------------	----	-------

Pattern ID	#	1	2	3	4	5	6	7	8
Pattern Filename	name	DATA 13							
Lattice Period	nm	330							
Grid Resolution	bit	10							
Draw Resolution	bit	10							
Dwell time	usek	60							

REMEMBER QUALITY CHECK

• PATTERN DEVELOPMENT •

Post exposure bake t&T	sek/K	60/115°C
Develop time	min	1 1/2 + 1/4
Hard bake	min	45

• GATE EXPOSURE AND DEVELOPMENT •

Gate Filename	name	SHEET 1	10bit 12bit I=100/92
Exposure time	sek	10 nr.	
PMMA develop time	sek	15	
Copolymer develop time	sek	15	

REMEMBER QUALITY CHECK

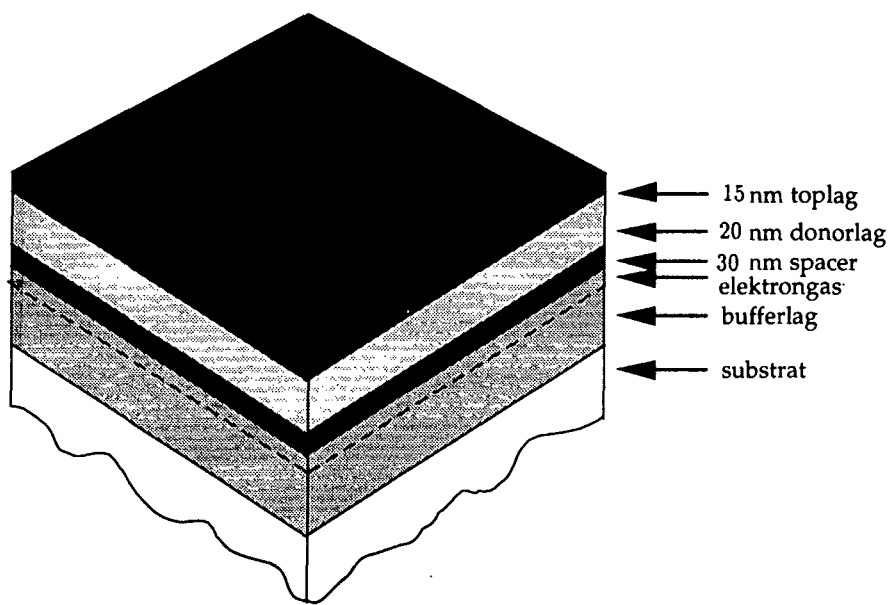
• GATE GOLD DEPOSIT •

Titan / Gold	A / A	
LiftOff time	sek	

• QUALITY CHECK •

Pattern ID	#	1	2	3	4	5	6	7	8
Contact quality (optic)	-0+	0	+	+	+	+	+	+	+
Pattern quality (optic)	-0+	+	+	+	+	+	+	+	+
Gate quality (optic)	-0+	+	+	+	+	+	+	+	+
Gate centering (optic)	-0+	+	0	+	+	+	+	+	+
Pattern quality (e-beam)	-0+	+	+	+	+	+	+	+	+
Oscillations measured	-0+								

Figur 3.4: Skema til anvendelse ved prøvefremstilling.



Figur 3.5: Et tværsnit af en GaAs/GaAlAs-wafer.

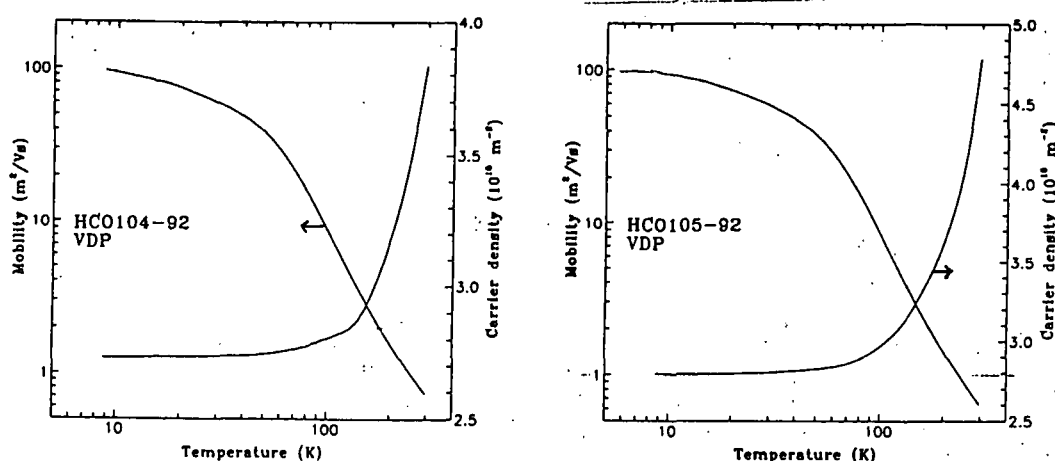
Ved at dyrke modulationsdoterede GaAs-GaAlAs heterostrukturer med MBE, er det muligt at lave en trekantbrønd, hvor elektronerne har en meget høj mobilitet - i størrelsesordenen $100 \text{ m}^2/\text{V s}$. På H.C.Ø. dyrkes heterostrukturer af Claus B. Sørensen.

På et $500 \mu\text{m}$ tykt, roterende substrat (en GaAs-skive med diameter 2 eller 3 tommer) pådampes først $1.2 \mu\text{m}$ GaAs - også kaldet bufferlaget. Siden pådampes 30 nm udoteret $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ og dernæst 20 nm Si-doteret $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$. Sluttelig pådampes et 15 nm tykt toplag bestående af Si-doteret GaAs (se figur 3.5).

Nu vil en 2DEG dannes i GaAs-delen - det vil sige i bufferlaget. Det øverste lag GaAs har ingen betydning for elektrongassen, men skal blot sikre, at GaAlAs ikke oxiderer. Ved at placere et udoteret lag GaAlAs mellem GaAs og GaAlAs:Si, fås samtidig en større mobilitet af elektronerne i trekantbrønden. Donoratomerne er blevet bragt i en vis afstand fra 2DEG området, og forstyrrer derved i mindre grad ladningstransporten. Denne teknik er den i afsnit 1.1.1 omtalte modulationsdotering.

De væsentligste kendetegn for en 2DEG prøve er mobiliteten μ og ladningsbærertætheden n . De to wafere, vi har benyttet, har $n(T)$ og $\mu(T)$ datakurver som på figur (3.6).

Det bemærkes, at begge wafere har noget nær de bedste mobiliteter, man kan opnå med konventionel MBE dyrkning - omkring $100 \text{ m}^2/\text{V s}$.



Figur 3.6: Mobilitet og ladningsbærertæthed som funktion af temperaturen, ses her for HCØ 104-92 og HCØ 105-92. Kvadratmodstanden for en bestemt temperatur bestemmes ved $R_{\square} = 1/\mu n$ hvor μ er mobiliteten og n er ladningsbærertætheden.

3.4 Fremstilling af mesa

Større mønstre (dimensioner i området $1 \mu\text{m} - 10 \text{mm}$), frembringes ved fotolitografi. Dette involverer belysning af lysfølsom resist gennem masker, hvor et positivt eller negativt aftryk af det ønskede mønster er påført. Herefter kan den belyste resist fjernes, og prøven kan nu processeres videre, enten ved ætsning (udformning af 2DEG prøve) eller guldpådamning og legering (ohmske kontakter). På H.C.Ø. Laboratoriet forestår Mette Bøgelund Jensen fotolitografiprocessen, der udføres i et klasse 1000 rent rum.

Waferen udskæres med en lille diamantseriber i små rektangulære stykker ($5 \times 5 \text{mm}$), med 8 prøvedesign på hver. Stykkerne renses i acetone og blæses tørre med filteret kvælstof. Dernæst placeres et enkelt waferstykke i en spinner, der ved hjælp af undertryk holder stykket fast, mens det hurtigt roteres. Waferstykket dækkes med den positive fotoresist AZ-4511. Efter 30 sekunders spin er fotoresisten jævnt fordelt, og prøven bages nu ved 100°C i 45 sekunder på en hotplate. Herved fordamper opløsningsmidlet PMGEA fra fotoresisten.

Gennem mesamasken belyses prøven dernæst i 10 sekunder med UV-lys. For at fremkalde billedet af masken, benyttes den til fotoresisten hørende fremkaldervæske, AZ-400. Da fotoresisten er *positiv* vil fremkalderen opløse de *belyste* dele. Den tilbageblevne resist tegner nu mønsteret af prøverne.

For at forme 2DEG-laget efter mesamønsteret, ætzes i området uden fotoresist. Hertil benyttes ætse-væsken $H_3PO_4 : H_2O_2 : H_2O$ i forholdet 1:1:3, der på 30 sekunder ætser $1 \mu\text{m}$. Denne dybde er tilstrækkelig til at fjerne 2DEG-laget - jævnfør figur 3.5. Ved denne ætsning hæver prøvemønsteret sig over resten af fladen². Det resterende resistlag fjernes med acetone.

3.5 Kontakter til 2DEG

Der skal laves to sæt forbindelser: kontakt fra spænding- og strømprober til den todimensionale elektrongas, og kontakt fra gateprober til titanium-guld gaten, som først lægges på til sidst (se afsnit 3.7.4).

Strøm-spændings proberne legeres, hvilket bevirker, at guldet diffunderer ned i prøven og danner kontakt med elektrongassen.

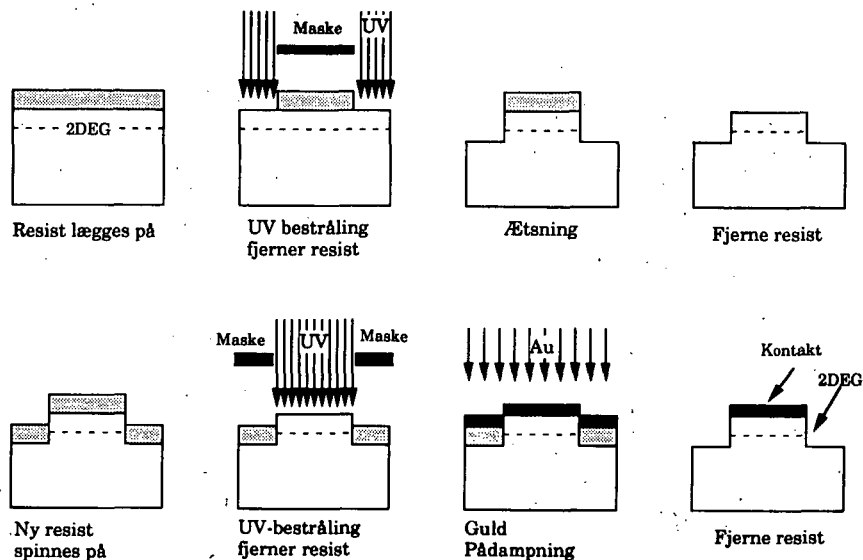
Prøven dækkes endnu en gang med fotoresist, belyses gennem kontaktmasken og fremkaldes som før. Fotoresisten på de belyste områder fjernes i et varmt acetonebad, hvorefter prøverne, bortset fra kontaktfladerne, er dækket af fotoresist.

Før kontaktmaterialet pådampes, fjernes Galiumoxidlaget på waferstykkets top. Dette gøres ved i 15 sekunder at nedsænke prøven i følgende blanding: 25% $NH_3 : H_2O$ i forholdet 1:15. For at undgå at prøverne oxideres igen, placeres prøverne straks efter rensning i et vakuumkammer, gjort parat til pådampning af kontakter. Materialerne, der ønskes pådampet (Au, Ge, Ni og Au), lægges i digler i et diffusionspumpet vakuumkammer. Prøverne sættes med metalklemmer fast på indersiden af vakuumkammerets låg. Kammeret lukkes og pumpes ud til 10^{-6} torr. Skålen med Au opvarmes, og materialet fordampes ved brug af en elektronkanon. Typisk benyttes følgende sammensætning og rækkefølge

1. 300 Å Au
2. 600 Å Ge
3. 100 Å Ni
4. 1000 Å Au

Kontaktmaterialet dækker nu wafer-stykkerne fuldstændig, men kan fjernes fra de områder, der før var dækket af fotoresist.

²Mesa : stejlt, fladt bjerg.



Figur 3.7: De enkelte trin i den UV-litografiske del af prøvefremstillingen. Serie 1 beskriver mesalagets dannelse, hvorefter kontakterne pådampes i serie 2 [Boisen og Bøggild, 92].

Anvendelsen af Au, Ge, Ni og Au i det nævnte forhold skyldes eksperimentelle erfaringer. Den beskrevne materialesammensætning har ved legering vist sig at give en god kontakt med 2DEG-laget. Tykkelsen af Ni-laget er dog ikke afgørende.

Derimod skal det øverste guldlag helst være så tykt som muligt. Des tykkere et guldlag, des nemmere er det at forbinde kontakterne med en chipcarrier. Dog må den samlede kontaktflade ikke være tykkere end 3000 Å, da det ellers ville være besværligt at løfte kontaktlaget af, de steder der findes fotoresist.

Fotoresisten fjernes ved at lægge prøverne i et acetonefyldt skål nedsænket i et ultralydsbad. Au/Ge/Ni/Au-legeringen rystes nu af i flager. Kun kontaktfladerne bliver tilbage. De enkelte trin i den UV-litografiske del af prøvefremstillingen er skitseret på figur 3.7.

Kontaktmaterialelet ligger nu på toppen af Hall prøverne. For at få kontakt med 2DEG-laget legeres prøven til sidst i ca. 2 minutter ved 430°C. Herved vil Au, Ge, Ni og Au-ioner delvist diffundere ned i mesaen og skabe ohmsk kontakt med elektrongassen. Legeringstemperaturen på 430°C er bestemt som den optimale af Mette B. Jensen, H.C.Ø [Taboryski, 1992, s 21ff].

3.6 Fremstilling af gitter ved elektronstrålelitografi

Vi har udelukkende brugt resist-moduleret metalgate som supergitter system. Denne teknik giver mulighed for at variere amplituden af supergitteret reversibelt, mens prøven er ved helium temperatur - blot ved at ændre gatespændingen.

I det følgende beskrives dannelsen af de forskellige former for periodisk potential temmeligt indgående, da proceduren er et resultat af et større optimeringsarbejde, som andre også skal kunne få glæde af. Udfra disse afsnit skulle det være muligt at reproducere de mikroskopiske supergitre, eller andre gatemønstre med opløsning i 200-500 nm området.

3.6.1 Elektronstrålelitografi

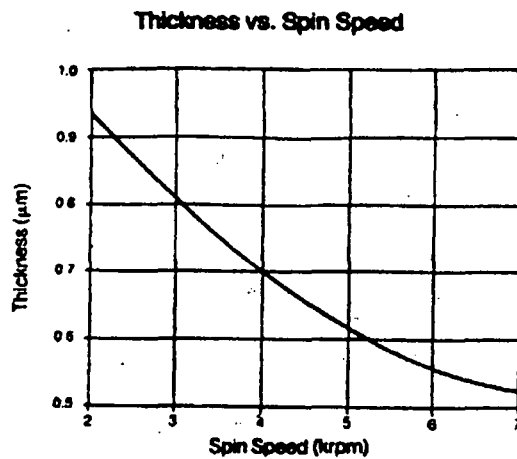
Mønstre med små dimensioner kan udføres med elektronstrålelitografi. Dette er en meget effektiv metode til processering af mønstre i submikron størrelse. Fordelen er, at der eksponeres direkte på en elektron følsom resist uden brug af maske, hvilket gør det meget lettere at ændre eksponeringsmønsteret. Ulempen er det relativt lille område man kan eksponere af gangen - i al fald på et lille, modificeret elektronmikroskop (et såkaldt SEM-mikroskop), som det H.C.Ø er i besiddelse af.

Til at definere gitter og gate mønstre på prøverne har vi brugt elektronstråle faciliteten på H.C.Ø laboratoriet.

Her er opstillet et JEOL JSM-25 elektronmikroskop, hvis stråle kan fokuseres til en diameter i størrelsesordenen 50 nm. Elektronmikroskopet er et 25kV scanning electron microscope (SEM) og oprindeligt ikke tænkt som et eksponerings værktøj - sådanne maskiner er langt større, dyrere og sværere at bruge. Det anvendte SEM har ikke så stor styrke, men er til gengæld hurtigt og let at sætte op og bruge. Det er derfor ideelt til optimering af de mange parametre (se figur 3.9).

Elektronstråle litografi processen består af følgende trin:

- Påspinning af elektronstråle følsom resist.
- Montering af prøve i substratholder
- Manuel positionering af prøve under scanning vinduet
- Eksponering med computerstyret elektronstråle
- Fremkaldelse af mønster



Figur 3.8: Resisttykkelse som funktion af spinhastighed for SAL-601 [Microposit 622 vejledning].

3.6.2 Negativ resist spinnes på

Som negativ resist bruges den meget følsomme *SAL-601* ($7 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ følsomhed ved et spændingsfald på 20 kiloVolt), der fremkaldes i den tilhørende fremkalder *Microposit 622*.

Prøven renses med acetone og 2-propanol. Acetonen renser bedst, men efterlader en tynd film, som vaskes væk med propanol. Den negative resist SAL-601 spinnes på prøven. Vi har fået gode resultater med følgende kombinationer af resistopløsning, spintid og spinhastighed:

- 10 % SAL-601 opløst i 2-ethoxy-ethyl acetat, spinnes på ved 4000 rpm i 40 sekunder. Resisttykkelse efter bagning: 350 nm.
- 13 % SAL-601, spinnes på ved 7000 rpm i 40 sekunder. Resisttykkelse efter bagning: 350 nm.
- 20 % SAL-601, spinnes på ved 7000 rpm i 40 sekunder. Resisttykkelse efter bagning: 520 nm.

De to første kombinationer giver omtrent samme tykkelse resistlag efter bagning, men da spinhastigheden er anderledes, fordeles resisten ikke på samme måde. Den sidste giver et lidt tykkere lag.

En given resistopløsning har direkte betydning for det endelige resistlags tykkelse. Umiddelbart efter påspinning bages prøven i 1 min. Resistlagets tykkelse defineres følgelig som den tilbageblevne mængde tørstof. Hvis resistlaget er tyndt, er det nemmere at tegne fine mønstre med elektronstrålen. Dette skyldes, at elektronerne spredes mere i et tykt resistlag end i et tyndt, så mønsteret udtværes. Denne primære "forlæns" sprednings effekt skal ikke forveksles med *proximity* effekten³

Til gengæld giver et tyndere resistlag ikke mulighed for så stor kontrast - eller højde forskel mellem dale og toppe i det periodiske gitter - og dermed ikke så stor amplitude af det periodiske potential.

Ved at spinne resisten hurtigere eller langsommere på, kan man regulere homogeniteten af laget, på en desværre ikke helt forudsigelig måde. Ændring af spinhastigheden påvirker også tykkelsen af laget. En høj hastighed giver et tyndere lag (se figur 3.8).

Spintiden har vi ikke varieret i forhold til de anbefalede værdier. Denne parameter er en af de mindre kritiske. Spintider over 30 sekunder vil give tilfredsstillende resultater i næsten alle tilfælde.

3.6.3 Bagning

Her benytter vi standard bagetid/temperatur kombination på 85°C/60 sek på en termostatstyret varmeplade. Herved fordamper opløsningsmidlet fra resisten. Man vil muligvis kunne opnå bedre resultater (mere homogen resisttykkelse) ved at bage prøven i en ovn med vakuumsug, så bedre termisk kontakt etableres⁴.

3.6.4 Montering af prøve i substratholder

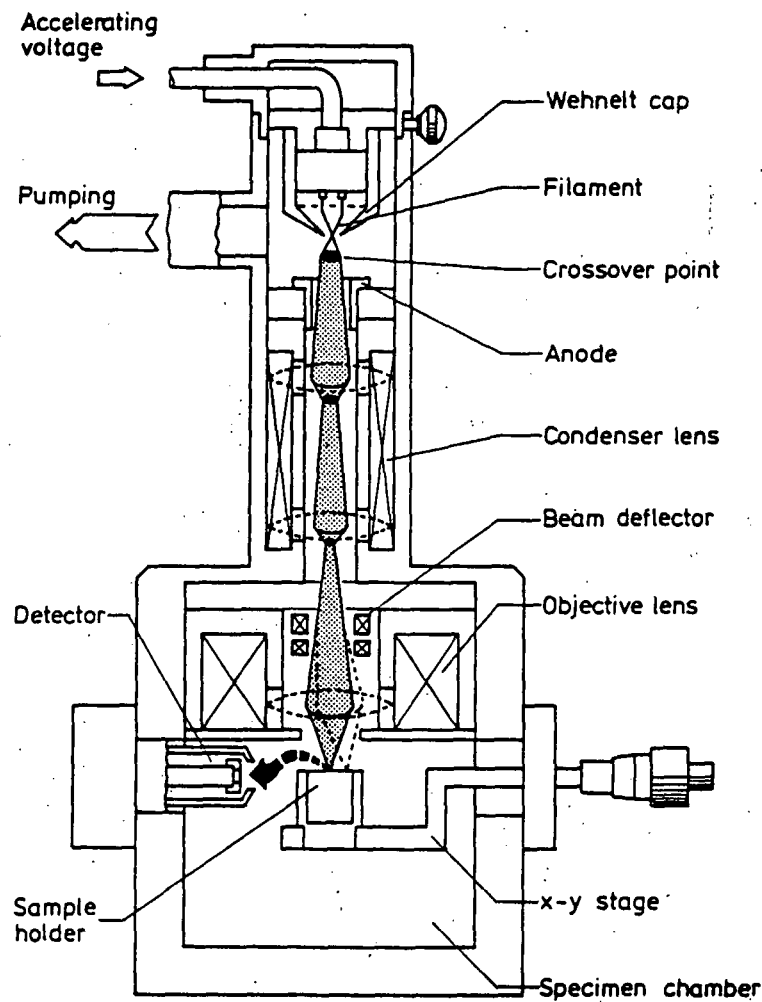
Prøven monteres med gummihandsker⁵ i substratholderen. Efter udpumpning af prøvechamber og justering af mikroskopet, ses det valgte udsnit af prøven på en tv-skærm. Det valgte udsnit kaldes også *scanning vinduet*.

For at få et så klart skærbillede som muligt, gælder det om at få god elektrisk kontakt mellem prøven og substratholderen. Ifølge Owen [Owen, 1992], er dette vigtigt, ikke bare for billedets skyld, men også for eksponeringens. Vi har ikke bemærket

³Proximity effekten er tilbagespredning af elektroner fra substratet. Betydningen af proximity effekten for elektronstråle litografien, er omtalt overfladisk i box [3.7.3]. En glimrende diskussion kan ses i [Owen, 1992]. Proximity effekten er uafhængig af resisttykkelse.

⁴For detaljer henvises til vejledningen "Microposit SAL 600 E-beam process", som forefindes på H.C. Ørsted laboratoriet.

⁵Gummihandsker bruges til at sikre et tilstrækkeligt lavt vakuum, således at elektronstrålens fokus ikke forstyrres.



Figur 3.9: Skitse af JEOL JSM-25 elektronmikroskopet. Elektronerne bliver exciteret fra et wolfram filament, og accelereret op af et spændingsfald på 5kV - 25kV mellem anode og katode. Linsesystemet som ad elektromagnetisk vej fokuserer elektronstrålen, består af tre linser, der endeligt kan fokusere elektronstrålen til 40-50 nm bredde [Taboryski, 1992, s 29ff]. substratholderen *x-y stage*, kan parallelforskydes i *x-y* retningen, samt roteres og vinkles manuelt uden på prøve kammeret. Illustrationen er taget fra JSM-25 manualen, som forefindes på H.C. Ørsted laboratoriet.

nogen klar sammenhæng mellem mønstrenes kontrast, og skarpheden af elektronmikroskopets billede.

På substratholderen, designet af Rafael Taboryski [Taboryski, 1992], er der boret en såkaldt Faraday brønd (analogt med et Faraday bur). Dette er udformet som et hul med et fintmasket net over. Elektroner der kommer herind, slipper ikke ud igen. Hvis elektronmikroskopet indstilles på et af hullerne i nettet, med en tilpas stor forstørrelse, kan probestrømmen måles som strømmen fra filamentet til Faradaybrønden - denne er med et elektronmikroskop af den aktuelle størrelse, i størrelsesordenen 100 pA.

3.6.5 Alignment af prøve

Substratholderen er manuelt betjent. Da scanning vinduet er temmeligt lille, og beam strømmen lav, er det lidt omstændigt at eksponere prøver med flere prøvedesign. Man er nødt til at flytte vinduet rundt på waferstykket mellem hver mønstereksposering, hvilket eksponerer elektronresisten utilsigtet undervejs.

3.6.6 Eksposering af periodisk gitter

Mønstret eksponeres automatisk af en DOS-PC 386, udstyret med kontrolprogrammet ELPHY, en 15 bit D/A (digital/analog) converter og en beam blanker. I ELPHY kan et mønster bygges op af simple figurer, såsom prikker, streger og rektangler, i opløsninger op til 15 bit, svarende til 32768×32768 pixler (billedelementer) for hele scanning vinduet. Computerdesignet omformes via D/A converteren til de spændinger, der af to spoler afbøjer den fokuserede elektron stråle (se boks 3.6.7). Ved at afbøje elektronstrålen (koordineret i x og y retningen), tegnes mønstret pixel for pixel med elektronstrålen i et mæanderlignende mønster, så elektronstrålen flyttes så lidt som muligt mellem hver eksposering.

Til periodiske gitre bruges en lav dosis ($2-10 \mu\text{C}/\text{cm}^2$), med en moderat probestrøm på 70 pA. Desuden benyttes korte eksposeringstider og en lav opløsning (10-11 bit), da resisten som nævnt er meget følsom ($7 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ følsomhed, 20 keV).

Box [3.6.6]: Eksponeringsprocedure

1. Find næste prøvedesign på prøven med xy-stage kontrollen (se figur 3.9).
2. Der stilles skarpt på mesakanten, lige ud for det område der skal belyses. Kanten af de ikke-legerede gatekontakter egner sig bedst, idet kantskarphe den af guld-kontakterne er størst inden legering. Dette gøres ved så høj forstørrelse som muligt (typisk 70000×).
3. Elektronmikroskopet indstilles til 1000×, og scanning vinduet (den synlige del af prøven på SEM'en) køres ind over målområdet og finindstilles i forhold til en tegning af prøvedesignet, som er fortegnet på skærmen. Dette positioneringstrin skal udføres så hurtigt som muligt, idet elektronmikroskopet i sig selv eksponerer resisten og derved nedsætter kontrasten af mønsteret.
4. Strømforsyningen til *Beam blankeren* sættes i "ext" mode, så computeren kan eksponere mønsteret.
5. Man kører scanning vinduet væk fra midterområdet igen, så man ikke belyser prøven yderligere, inden der igen omstilles til normalt billede.
6. Proceduren gentages for hver af de otte prøver.

Efter prøven er eksponeret noteres probestrømmen igen, da den sædvanligvis falder lidt gennem måleserien (ca. 3-6 %).

3.6.7 Styring af dosering og opløsning.

Doseringen skal altid tilpasses den type resist man benytter og den type mønster man fremstiller. Doseringen er kombineret med fremkaldetiden meget afgørende for resultatet.

Det design man har opbygget i ELPHY, bliver oversat pixel for pixel til spændinger i x og y spolerne vha D/A konverteren. Ved hver pixel bliver strålen stående et øjeblik (*dwell-time*) før den flytter sig til næste. Doseringen D_a per areal afhænger lineært af den tid T_d , strålen eksponerer hver pixel. Derudover kan dosis justeres ved antallet N af pixler per areal A , det vil sige opløsningen, og ved probestrømmen I_b , det vil sige størrelsen af den strøm der sendes fra filamentet til prøven [Taboryski, 1992]. Vi har da et udtryk for doseringen

$$D_a = I_b T_d \frac{N}{A} \quad (3.1)$$

Box [3.6.7]: Eksempel: opløsning

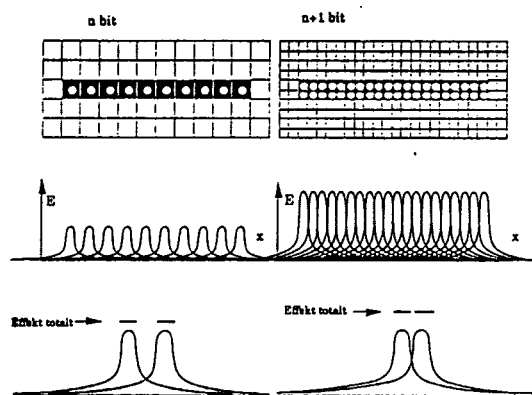
Et mønster er tegnet i 10 bit - dvs. $2^{10} = 1024 \times 1024$ pixler. Den tyndest mulige streg udgør dermed 1/1024 del af scanning vinduet.

Mønsteret, der skal tegnes, er en streg af 1 pixels bredde og 10 pixels længde.

Eksponeeres mønsteret i 10 bit, tegnes et punkt, der svarer til elektronstrålels bredde ($\approx 100\text{nm}$) for hver af de 10 pixler.

Eksponeeres der derimod i 11 bit - dvs. $2^{11} = 2048 \times 2048$ pixler - er opløsningen dobbelt så stor. Mønsteret skal tegnes i samme størrelse som før, og derfor bliver hver af de 10 pixler delt op i 4 pixler. Stregen tegnes nu med 40 100 nm punkter af elektronmikroskopet, og den gennemsnitlige arealdosis er dermed 4 gange så stor som før.

Ved 12 bit vokser dosen så tilsvarende til $4 \times 4 = 16$ gange den oprindelige dosis.



Her ses et simpelt n bit mønster eksponeret med 1) n bit ($2^n \times 2^n$) og $n + 1$ bit ($2^{(n+1)} \times 2^{(n+1)}$ pixler). Det ses hvorledes dosen per areal 4-dobles, fra n bit til $n + 1$ bit eksponering (øverst). Effektafsætningen i resisten langs x -aksen er skitseret for både 10 og 11 bit (midterst). Ved tætliggende pixler bliver den totale effekt per pixel højere end ved pixler med større afstand (nederst).

Doseringen kan dermed kontrolleres på tre måder.

Den mest direkte måde er at indstille probestrømmen direkte på elektronmikroskopet. Man kan ændre *dwell-time* T_d fra 10 μsek til 1 sekund per pixel i ELPHY kontrolprogrammet.

Man kan også vælge at øge opløsningen af det *eksponerede* mønster - at øge antallet af pixler per areal (N/A). Det vil sige, at eksponere hver pixel, som om den bestod af flere (4, 16, 64 etc.) pixels. Disse eksponeres hver især med den valgte dwell-time.

Herved øges doseringen per areal tilsvarende.

Den sidste metode lyder måske som overflødig i optimeringshenseende, da man blot kan multiplicere eksponeringstiden med 4, 16 eller 64 for at få den samme virkning. Men det viser sig alligevel, at det har stor betydning, om der eksponeres *lang tid oven i samme pixel*, eller der eksponeres *kort tid på flere pixler tæt på hinanden*. Et mønster bestående af 1 pixel, skal have i størrelsesorden ≈ 100 gange så stor dosis som hver pixel i en sammenhængende flade [P.Delsing, pp. 49].

Denne forskel skyldes *proximity effekten* (se boks 3.7.2), der medfører en ekstra eksponering af resisten når pixlerne ligger tæt på hinanden. Denne virkning er omtalt i boks 3.7.2.

Det er også her nødvendigt at prøve sig frem med forskellige kombinationer. Den *negative* resist SAL-601 er mere følsom end den *positive*, hvilket gør, at man skal bruge mindre doser ($< 10 \mu\text{C}/\text{cm}^2$) og mindre afstande mellem eksponeringspunkterne ($\approx 50\text{nm}$). Det vil i praksis sige ikke for lav opløsning (10 bit svarer til en pixelafstand på 100 nm, så det er i virkeligheden en smule i overkanten).

3.6.8 Fremkaldelse

Fremkaldelse af mønster i negativ resist sker i Microposit SAL 622. Fremkaldetiden ligger typisk i intervallet 1 - 6 minutter, afhængigt af dosering. Det er vigtigt at bage den negative resist på en hotplate efter eksponeringen ($115^\circ\text{C} / 60$ sekunder), da den eksponerede resist ellers ikke modstår fremkalderen.

Skal man opnå resultater med små tolerancer, skal doseringen tilpasses nøje. En høj dosering får resisten til at sidde bedre fast. Ved meget fint opløste mønstre, for eksempel tætte striber med mindre end $1\mu\text{m}$ afstand, betyder proximity effekten, at områder imellem striberne også får en del af eksponeringen at mærke (se boks 3.7.2). Ved høj dosering kræves altså en længere fremkaldetid, for at få mønsteret til at træde tydeligt frem.

En længere fremkaldetid giver generelt en bedre kontrast, men til gengæld også en hårdere behandling af det delikate mønster (ifølge Microposit vejledningen). Fremkaldetiden har vist sig at være en uhyre følsom parameter. Derfor har meget af udviklingsarbejdet drejet sig om at finde den bedste fremkaldetid for hver kombination af resisttykkelse og doseringsgrad. Denne kan ikke uden videre estimeres på forhånd.

Vi har benyttet, og kan iøvrigt anbefale, følgende fremgangsmåde:

Box [3.6.8]: Optimering af fremkaldetid/dosering

- Vi eksponerer 8 prøver: 2 prøver med en given resisttykkelse/spintid kombination eksponeres med dosen D , de to næste med dosen $2D$, og derefter $4D$ og $8D$.
- Disse fremkaldes nu trinvis med intervaller på 15-30 sekunder, renses i 2-propanol, og tørres med filtreret N_2 .
- Herefter kontrolleres kvaliteten af mønstrene på alle otte prøver under mikroskop, og prøverne kan nu fremkaldes et trin videre.
- Når man efter et antal succesive fremkaldelser har passeret et maximum i antallet af gode prøver (prøverne er generelt ikke gode ved de samme fremkaldetider), interpolerer man sig tilbage til den bedste kombination af dosering og fremkaldelsestid.

En sådan (fremkaldetid/doserings) matrix giver et godt overblik over hvilke områder af parameterrummet, de gode kombinationer skal findes i. Desværre viser det sig, at 4×30 sekunders fremkaldelse ikke giver det samme som 2 minutters fremkaldelse. For at finstille optimeringssættet (T_{dev}, D_a), er man derfor nødt til at udføre en serie til:

- Man lægger sig fast på en bestemt fremkaldetid T_{dev} og varierer dosen lige omkring D . En interpolation skulle nu kunne give et holdbart optimeringssæt.
- Endelig eksponeres og fremkaldes 8 prøver med samme dose efter det fundne optimeringssæt. Resultatet sammenlignes med de resultater, optimeringssættet blev valgt på grundlag af.

Fremgangsmåden er omstændig, men er efter vores erfaring hurtigere og mere effektiv end ved at prøve sig frem i blinde. Sandsynligheden for tilfældigt at ramme ind i et brugbart område af parameterrummet er for lille.

Problemet er ikke bare de mange parametre, der hver især har betydning for resultatet; det er også vanskeligt at lave ensartede resultater, med mønstre i submikron skalaen. Den mindste variation i resisttykkelse, utilsigtet baggrundsosering (der blandt andet afhænger af, hvor hurtigt substratholderen på mikroskopet bliver indstillet) og fremkaldetid, giver synlige og ofte store afvigelser i resultatet. Det er derfor nødvendigt at gå langsomt og systematisk frem.

Mønsteret gøres langtidsholdbart ved at hårdbake resisten, først 15 minutter ved 100°C, derefter 15 minutter ved 190°C i en ovn. Nu kan mønsteret betragtes og kvalitetsvurderes i mikroskop. Gitre med perioder på 0.3 μm - 0.4 μm bør være klart synlige i et godt optisk målemikroskop (100 \times forstørrelse).

3.7 Fremstilling af gate - EB litografi

Gaten fremstilles som det periodiske gitter ved brug af elektronstråle litografi, hvor der denne gang benyttes et positivt 2-lags resistsystem (Copolymer-PMMA). Fremstillingen af dette mønster er ukompliceret. Gatemønsteret er i vores tilfælde så ukritisk, at standard proceduren uden videre kan benyttes. I det følgende skitseres derfor kort, hvad vi har gjort. Ellers henvises til [Taboryski, 1992], hvor mere fremstillingen af mere krævende mønstre (en submikron split-gate) er diskuteret mere indgående.

3.7.1 To lag positiv resist spinnes på

Den *positive* resist PMMA bliver "underskåret" (se figur 3.10). Dette gøres for at få en højere kantskarphed, og for at kunne løfte guldet ordentligt af efter pådampning.

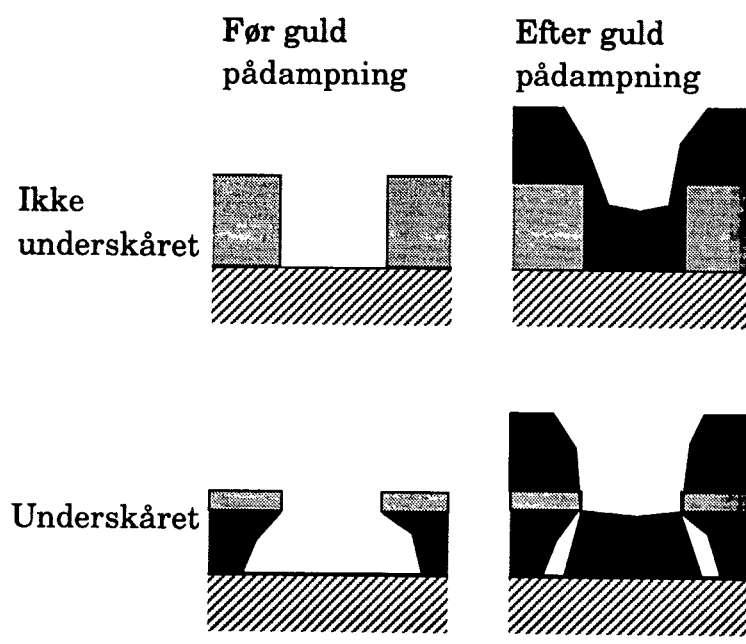
Først spinnes et lag copolymer på, og dernæst et tyndt lag PMMA. De to resistlag fremkaldes i omvendt rækkefølge. Det tynde lag PMMA fjernes først. På grund af den lille tykkelse, bliver mønsteret tegnet meget skarpt i denne. Når Copolymeren bliver fjernet nedenunder, fjernes den langt ind under PMMA'en. Ved en senere guld pådampning kommer PMMA'en til at virke som en meget skarp maske (se figur 3.10).

Copolymer spinnes på prøven ved 3000 RPM/40 sekunder, hvilket giver en tykkelse på godt 400 μm . Resisten bages i 1 minut ved 170 °C. PMMA spinnes nu oven på Copolymeren ved 3000 RPM/40 sekunder, hvilket giver en tykkelse på 100 nm. Igen bages ved 170°C i 1 minut. Se figur 3.11.

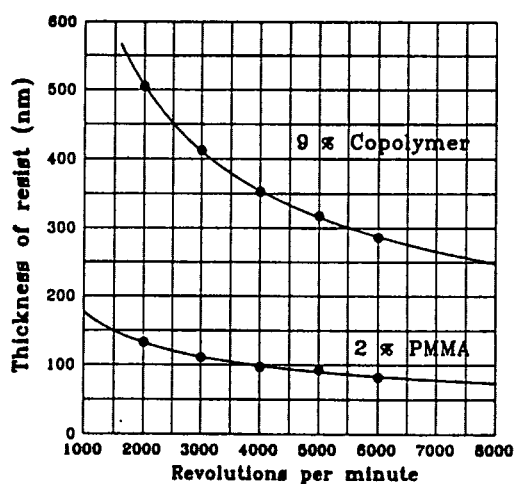
3.7.2 Eksponering af gate

Prøven monteres i elektronmikroskopets substratholder, og gatemønsteret eksponeres nu på alle 8 prøver. Her er det knap så vigtigt at indstille *x-y stage hurtigt*, da den positive resist PMMA er langt mindre følsom end den negative resist SAL 601.

Til gengæld er placeringen af gaten kritisk, da en dårligt alignet gate kan give fejlstrømme. Metallet som gaten består af, nedsætter ladningsbærertætheden i elektrongassen nedenunder. Områder uden gate har derfor en lavere modstand. Hvis der er områder, hvor strømmen kan løbe udenom gaten, vil kun en lille del af strømmen



Figur 3.10: Resistprofilen vist for 1 og 2 lags resist, før og efter guldpådampning. Ved at udnytte separat fremkaldelse af de to resisttyper, kan en bedre liftoff, og dermed en bedre kantskarphed opnås. Det ses, hvordan guldet på resisten og guldet nede i rillen, separeres bedre i den underskårne profil.



Figur 3.11: Resisttykkelse som funktion af spinhastighed for PMMA og Copolymer [Taboryski, 1992].

passere det periodiske gitter. Derfor bruges her meget længere tid på en nøjagtig indstilling af xy-stagen, end ved eksponeringen af det periodiske gitter.

Box [3.7.2]: Proximity effekten i elektronstråle litografi

Proximity effekten er en spredningseffekt, som har afgørende betydning for elektronstråle litografi, idet den giver en inhomogen dosering af mønstre i almindelighed. En ekstrem konsekvens af denne effekt er, at en enkeltstående pixel, skal have 400 gange så stor dosis som en pixel, der er en del af en større flade [Delsing, 1990]. Dette skyldes at elektroner spredes i alle retninger ud fra den belyste plet, hvor smal denne end er, og eksponerer resisten i områder rundt omkring. Dette giver inhomogen effektiv eksponering. Endvidere nedsættes kontrasten af submikron mønstre betydeligt, da der udover den primære eksponering, tillægges en jævn baggrund af sekundær eksponering af betydelig størrelse.

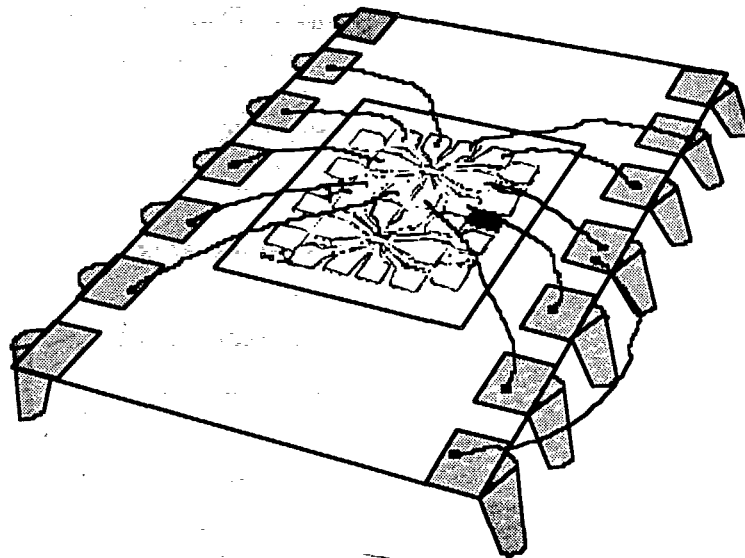
For at opsummere, spredes elektronstrålen på to måder:

- **Primær spredning.** Elektronerne spredes ned gennem resistlaget, hvilket i et tyndt resistlag giver en mindre udtværing af mønsteret end i et tykt. Karakteristisk længde : $l < 1 \mu m$.
- **Sekundær spredning.** Elektronerne spredes tilbage fra substratet og ud til siderne. Denne er uafhængig af resisttykkelsen (næsten) og har den betydning at effektafsætningen per areal er langt større for tætsiddende pixler end for isolerede. Da den karakteristiske længde er stor, spredes effekten af de sekundære elektroner meget, og en isoleret pixel vil kun mærke en meget lille del af dem. Pixelerne i en flade vil derimod få hele energien af både de primære og de sekundære elektroner, og behøver derfor en langt mindre dose. Karakteristisk længde : $l \geq 1 \mu m$.

I praksis løser man problemet (delvist) ved at justere dosen, alt efter antallet af pixler omkring hver enkelt pixel. Enkeltstående pixler får højere dosis en pixler i linier, således at den inhomogene effektafsætning udlignes [Delsing, 1990].

3.7.3 Fremkaldelse

Dernæst fremkaldes og renses prøven som beskrevet i afsnit 3.6, med 15 sekunders fremkaldetid i hver fremkalder. Nu kan gatemønstret undersøges under mikroskop. Det bør fremstå som et hul i resisten, hvorigennem det periodiske gitter i resisten kan ses.



Figur 3.12: 2 prøver placeret på en chip carrier. Den ene er bondet

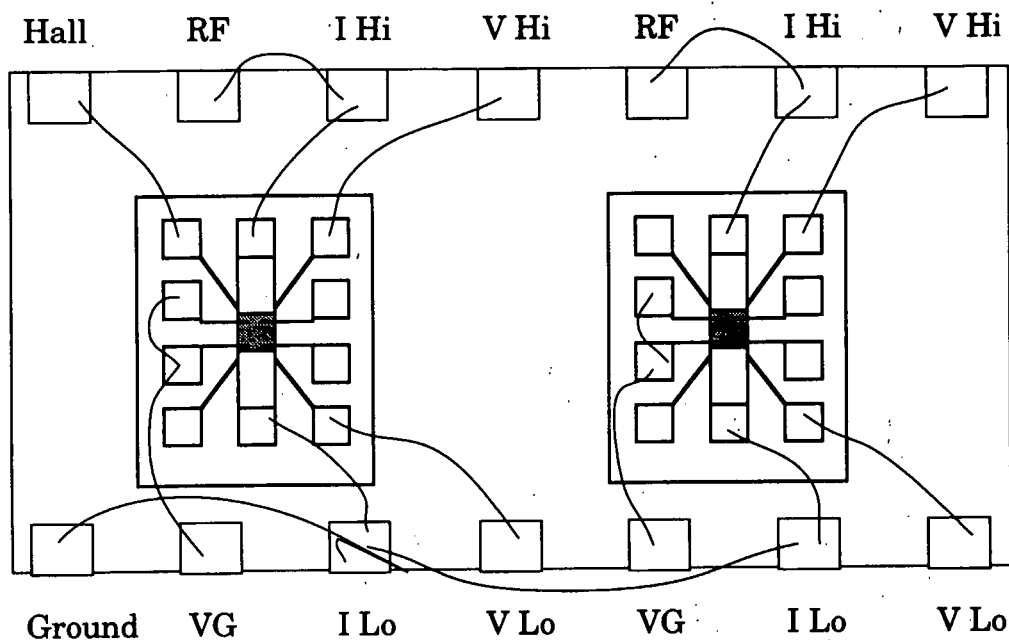
3.7.4 Guldpådampning af gate

Akkurat som for de ohmske kontakter, pådampes nu metal på gateområdet. Der pådampes først et 100Å lag titanium, og dernæst 300Å guld. Titaniumlaget bevirker, at guldet sidder bedre fast på GaAs overfladen. Der laves som sædvanligt lift-off i enten et varmt acetone bad eller med ultralyd, som fortsættes til guldet ser "rynket" ud. Hvis guldet efter afskyling i acetone ikke er kommet helt af, fortsættes badet med det samme. Når prøven er tørre, bliver det overskydende guld siddende. Lift-off processen er ikke så kritisk for et stort mønster, som den gate vi benytter. Havde vi valgt at danne det periodiske gitter i positiv resist, ville Lift-off processen være betydelig mere kritisk.

3.8 Bonding og montering

Før der kan måles på en prøve, må den fæstnes på en *chip carrier*, der passer til måleopstillingen. Der anvendes en såkaldt *Dual in Line* chip carrier med 14 ben. Med ARALDIT limes prøven fast, hvorefter prøvens kontakter og chip carrierens ben forbindes med tynd guldtråd. Dette kaldes også bonding og udføres under mikroskop ved brug af en *guldkugle bonder*. En færdigbondet prøve er vist på figur 3.12.

Før at udnytte tiden og apparaturet bedre, har vi ofte bondet to prøver sammen på



Figur 3.13: To prøver bondet på samme chipcarrier. Signaturforklaring: *RF* er Radiofrekvens, *V Hi* og *V Lo* er spændingsprober, *I Hi* og *I Lo* er strømprober, *VG* er gate kontakter, *Ground* er stel.

1 chipcarrier. Herved kan kun et sæt spændingskontakter på hver prøve forbindes. Da der også skal være mulighed for at sætte stel direkte til prøven, og da vi har ønsket, der skal være muligt at udføre eksperimenter med radiofrekvens, kom vores "bondplan" for en sådan dobbelt prøve, til at se ud som på figur 3.13.

3.9 De aktuelle parameterværdier

For de prøver, hvor vi har observeret tydelige Weiss oscillationer er fremstillings parametrene vist i tabel 3.1.

	Wafer	HCØ104-92	HCØ105-92
	Prøve	#13-4 #13-5 #13-8	#RT6
Negativ resist			
SAL 601	%	13	20
Spinhastighed	rpm	7000	7000
Spintid	sek	40	40
Bagning tid/temp.	sek/°C	60/85	60/85
EB litografi			
Probestrøm før/efter	pA	70/67	70/67
Gitter periode	nm	360	475
Mønster opløsning	bit	10	10
Eksposering opløsning	bit	10	10
Dwell time	μsek	60	20
Fremkaldelse			
Bagning tid/temp.	sek/°C	60/115	60/115
Fremkaldetid i Microposit 622	min	1 3/4	ca. 5
Hårdbagning tid/temp.	min/°C	45	45

Tabel 3.1: Parametre til fremstilling af gitter for de fire prøver

Fremstillingsproceduren for gaten, der er ens for alle prøverne, er som på tabel 3.2.

Copolymer		
Spin hastighed	rpm	3000
Spintid	sek	40
Bagning tid/temp.	sek/°C	60/170
PMMA		
Spin hastighed	rpm	3000
Spintid	sek	40
Bagning tid/temp.	sek/°C	60/170
EB litografi		
Probestrøm før	pA	100
Mønster opløsning	bit	10
Eksponering opløsning	bit	12
Dwell time	μsek	10
Fremkaldelse		
PMMA develop tid	sek	15
Copolymer develop tid	sek	15

Tabel 3.2: Parametre til fremstilling af gate

Kapitel 4

Måleopstilling

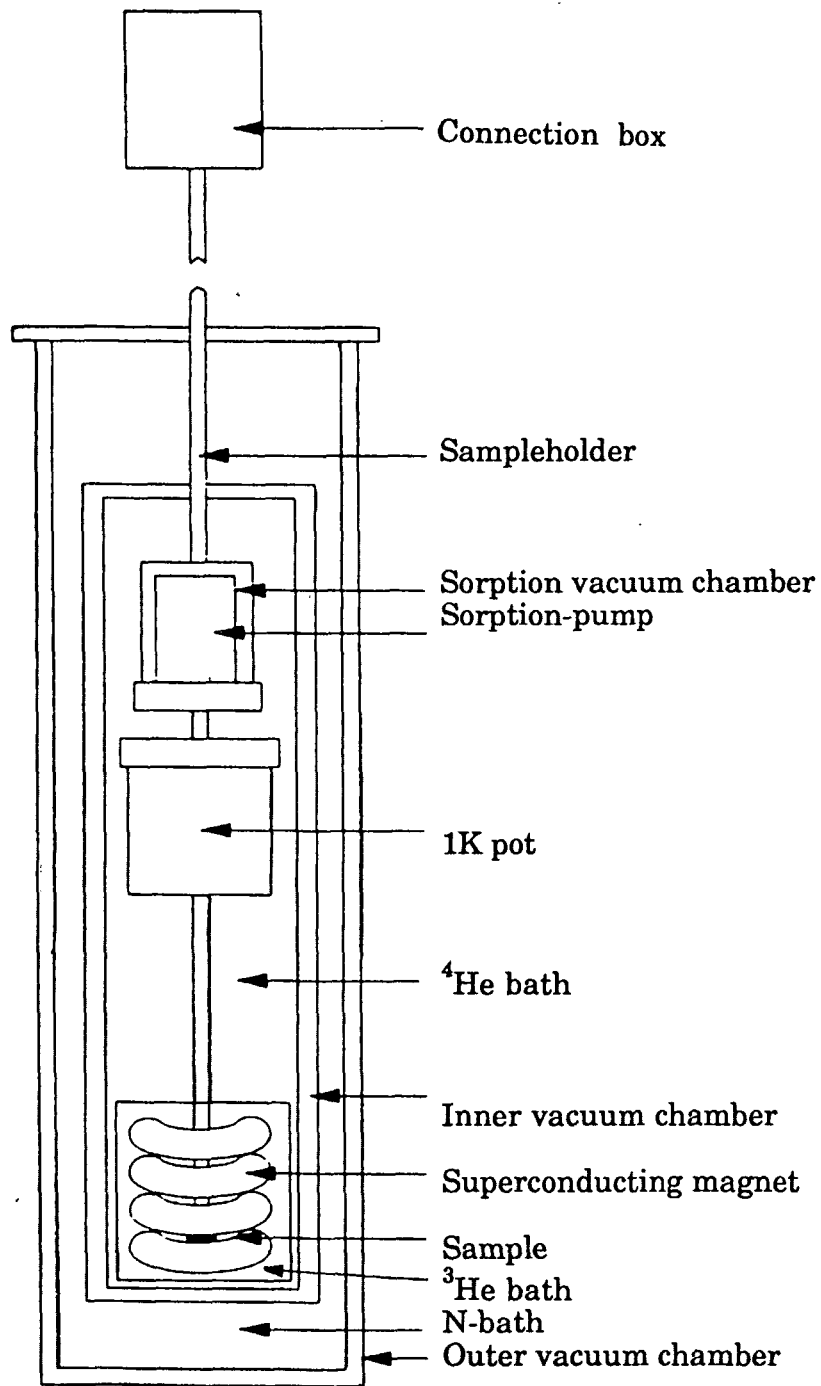
4.1 Kryosystemet

For at observere Weiss oscillationer er det essentielt, at målingerne foregår i et magnetfelt ved temperaturer i størrelsesorden 1 K. Disse betingelser opfyldes af H.C. Ørsted-laboratoriets ^3He -kryostat, hvor vores målinger er udført. I det følgende vil de for os relevante dele af opstillingen blive beskrevet. En udførlig beskrivelse af hele opstillingen findes i Jesper Hanbergs Ph.D afhandling [Hanberg].

4.1.1 Kryostaten

Kryostaten er skitseret på figur 4.1 og består af tre fra hinanden isolerede kar. En ^3He -kryostat er nedsænket i en ^4He -kryostat, også kaldet ^4He -badet, der igen er omsluttet af en kvælstof-kryostat. De tre kar er termisk isoleret fra hinanden af vacuum-kamre, hvori der er et tryk på ca. 10^{-5} torr. Vacuumkammeret mellem ^3He og ^4He benævnes IVC (inner vacuum chamber), og kammeret mellem ^4He og kvælstof-kryostaten benævnes OVC (outer vacuum chamber).

^3He -gassen er kostbar og opbevares derfor i et lukket system. Uden for kryosystemet findes et 12 liter gas reservoir, hvortil ^3He -gassen kan indvindes. Kryostatens ^3He -indhold kan reguleres ved hjælp af en sorptionpumpe. Sorptionpumpen indeholder aktivt kul, der ved lave temperaturer effektivt absorberer ^3He og dermed kan fungere som ^3He pumpe, når den afkøles. Ved 4.2 K har sorptionpumpen absorberet al ^3He i systemet. Trykket i gas reservoirer er dermed 0 mbar. Pumpen er udstyret med et varmelegeme, der kan styres fra laboratoriet. Opvarmes pumpen til 25 K, frigives ^3He , og ved 40 K er al gassen frigivet. For ikke at varme på resten af kryosystemet når der varmes på sorptionpumpen, er den isoleret herfra af et vacuumkammer kaldet



Figur 4.1: Skitse af den anvendte kryostat

SVC (sorption vacuum chamber). Ønsker man en hurtig afkøling af sorptionpumpen, kan SVC fyldes med ^4He -gas, hvorved pumpen i løbet af 10 minutter er bragt ned på 4.2 K.

Under sorptionpumpen er et kammer, kaldet 1K-potten, der er i termisk kontakt med ^3He -kryostaten. Ved at åbne en nåleventil kan denne fyldes med flydende ^4He . Der pumpes konstant på 1K-potten med en kapselpumpe. Er 1K-potten fyldt vil ^4He -væsken underafkøles.

^3He -karet kan bringes i termisk ligevægt med ^4He -karet ved at lukke ^4He gas ind i IVC og varme på sorptionpumpen, så der frigives lidt ^3He gas. Der er da termisk kontakt mellem ^4He -karet og ^3He -karet, og temperaturen stabiliseres ved 4.2 K. Det er endvidere muligt at stabilisere temperaturen ved 1.2 K og 0.3 K.

Temperaturen i ^3He -karet sænkes først fra 4.2 K til 1.2 K, ved at pumpe på IVC til trykket er 10^{-2} torr og dernæst frigive al ^3He -gassen ved at øge sorptionpumpens temperatur til 40 K. 1K-potten fyldes med flydende ^4He ved at åbne nåleventilen. Herved underafkøles ^4He og temperaturen falder til 1.2 K, hvorved ^3He kondenserer og lægger sig på bunden af kryostaten.

For at sænke temperaturen yderligere slukkes varmelegemet i sorptionpumpen, og der lukkes ^4He -gas ind i SVC for at fremskynde processen. Allerede når sorptionpumpens temperatur er 20 K, begynder den at absorbere ^3He . ^3He -væsken på bunden af den inderste kryostat bliver herved underafkølet, og en ny termisk ligevægt indtræder ved 0.3 K.

Det samlede kryosystem er cirka 2 meter højt og er placeret under laboratoriets gulv. For at få prøven i kontakt med den flydende ^3He monteres prøven på en 2 meter lang prøveholder, som føres ned i ^3He -kryostaten. Prøveholderen vil i slutpositionen befinde sig et par millimeter fra kryostatens bund (også kaldet sample space). Når prøven er monteret, spændes prøveholderen fast på kryostatens top, der er lukket med en pladeventil. Prøveholderen pumpes ud med henholdsvis kapsel- og diffusionspumpe. Når trykket er ca. $5 \cdot 10^{-6}$ torr, åbnes pladeventilen, og prøven sænkes gradvist ned i kryostaten. For at sikre tilnærmelsesvis termisk ligevægt i systemet skal dette gøres langsomt, og nedsænkningen tager derfor mindst 20 minutter.

Mens prøven sænkes, pumpes på SVC. Sorptionpumpens temperatur sættes til 25 K, for at få bedre termisk kontakt mellem prøven og ^4He -badet. Når prøven nærmer sig bunden, vil den derfor have en temperatur på 4.2 K. Herefter kan sample space bringes til den ønskede temperatur. Skal prøven skiftes, slukkes varmelegemet i sorptionpumpen, og prøven trækkes langsomt op. Når den er helt oppe og al ^3He gassen er indvundet, lukkes pladeventilen, og prøveholderen beluftes gradvist. Derefter kan prøven tages ud.

For at kontrollere prøvens temperatur er der på prøveholderen monteret en temperatur-

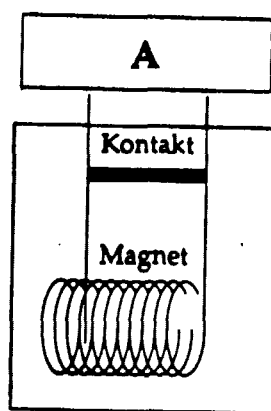
sensor i form af en Germanium modstand, hvis modstand via en kalibreringstabel omsættes til temperatur. Da Germanium er en halvleder, vil modstanden stige, når temperaturen falder.

4.1.2 Magneten

Kryostaten er udstyret med en superledende solenoide magnet. Magneten består af de superledende materialer Nb_3Sn og Nb_3Ti og er placeret i bunden af 4He -badet. Når prøven er i slutpositionen, befinder den sig midt i solenoiden, således at magnetfeltet er vinkelret på prøven og dermed på den todimensionale elektrongas. Ved 4.2 K kan magneten bære en strøm på 104 A, hvilket ved brug af kalibreringsfaktoren 0.1154 T/A svarer til ca. 12 Tesla.

Magneten er konstrueret, så den kan operere i både *strøm-mode* og *persistent-mode*. Magnetens strømtilledninger er kortslettet af et stykke superledende kabel med indbygget varmelegeme. Dette stykke benævnes kontakten. Opvarmes kontakten over dens kritiske temperatur, kan ingen strøm løbe i det superledende materiale. Følgelig er magneten ikke længere kortslettet, men kan styres manuelt ved en ydre strømkilde.

Skal mange målinger udføres ved et konstant magnetfelt, er det fordelagtigt at bringe magneten i persistent-mode: Mens magneten er i strøm-mode, det vil sige, mens varmelegemet er tilsluttet, indstilles magneten på den ønskede feltstyrke. Dernæst slukkes varmelegemet, hvorved kontakten bliver superledende. Den allerede eksisterende strøm kan nu løbe i årevis i et lukket kredsløb bestående af magneten og den superledende kontakt. Se figur 4.2.



Figur 4.2: Skitse af den benyttede superledende magnet. Magnetens to strømtilledninger er kortslettet af en superledende kontakt.

Feltstyrken registreres ved et spændingssignal fra strømkilden. Sammenhængen mellem spændingssignal, strøm og feltstyrke er blevet kalibreret til $1 \text{ mV} \sim 1 \text{ A} \sim 0.1154 \text{ T}$. Spændingen måles på et Keithley 197a voltmeter (K197a).

Vores målinger foregår ved alle tre temperaturer (4.2 K, 1.2 K og 0.3 K) og ved små magnetfelter, hvor vi i strøm-mode sweeper magneten fra 0 T til ca. 1 T.

4.2 Elektronikken

Den elektriske måleopstilling er gengivet på figur 4.3, og vil blive nærmere beskrevet i det følgende. Opstillingen er sammensat af apparater, der tidligere har været anvendt til kvante Hall målinger [Bruus, 1990] og FET split gate eksperimenter [Taboryski, 1992]. For en mere detaljeret gennemgang af de enkelte målefaciliteter henvises derfor til disse licentiatafhandlinger.

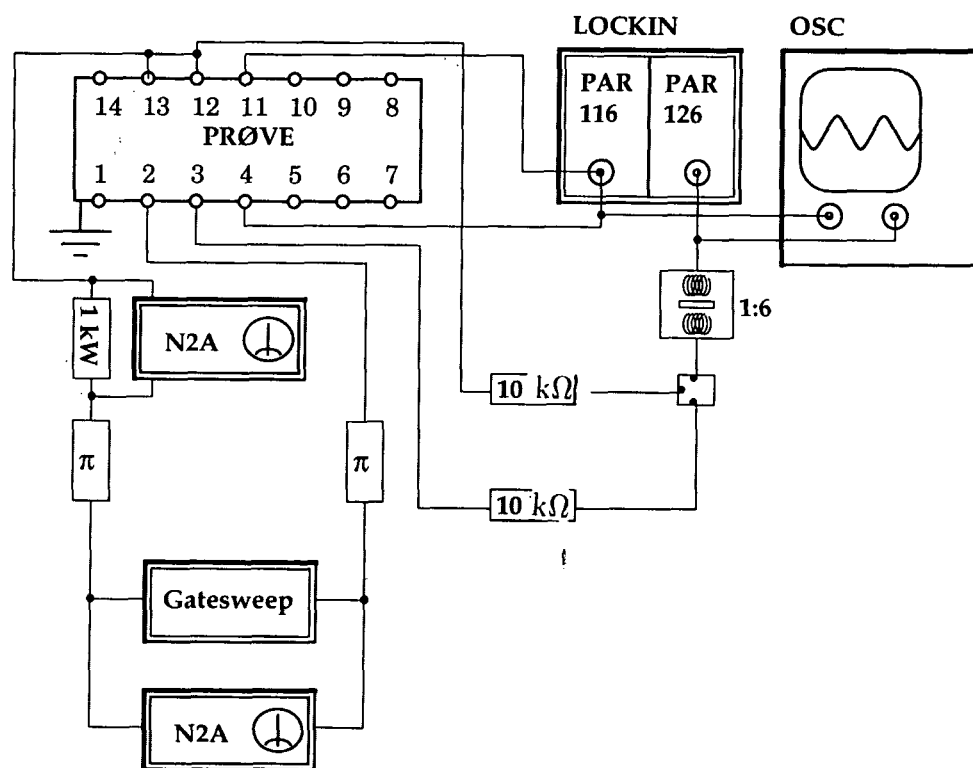
Når prøven er limet fast på en chip carrier, kan den monteres på prøveholderen. Chip-carrierens ben er forbundet med tynde coaxkabler i rustfrit stål til SMA-stik på prøveholderens top. Ved at benytte coaxkabler (Lake Shore, type S1) undgås uønskede induktions-fænomener ved høj-frekvente målinger. Prøveholderen er designet med netop dette problem for øje og er konstrueret af Konstantin Baklanov. (Dette er en detalje ved måleopstillingen, som er irrelevant i forhold til detektion af Weiss oscillationer, men som har stor betydning i de senere eksperimenter med radio-frekvens.)

Fra prøveholderens top, der er skærmet af en kobbercylinder, føres 14 RG174 coaxkabler i et eftergiveligt metalrør ind i et rum, der er fuldstændig beklædt med kobberfolie. Kablerne munder ud i en kasse med 14 BNC bøsninger, der er nummereret på samme vis som på chip-carrieren. Det skærmede rum blev oprindeligt bygget til kvante Hall målinger og mindsker netstøjen samt radiofrekvens-støjen udefra betydeligt. I dette rum er det elektriske måleapparat placeret.

I målingerne benytter vi os enten af en svævende eller en jordet opstilling. Sidstnævnte bliver benyttet, når det skal være muligt både at registrere Weiss oscillationer og at arbejde med radiofrekvens. Først en gennemgang af den svævende opstilling, der udelukkende er udviklet til Weiss eksperimenter. Dernæst en kort diskussion af den jordede opstilling, der er designet til både Weiss og radiofrekvens målinger.

4.2.1 En svævende opstilling

For at mindske støjen på målingerne benytter vi lock-in teknik til detektion af spændingsfaldet over prøven. Den anvendte lock-in forstærker er af typen PAR-126 med en



Figur 4.3: Skitse af den samlede, elektriske måleopstilling

forforstærker (PAR-116) indbygget. Lock-in forstærkerens referencesignal har PAR-kassen som jord. Vi er dog ikke interesserede i at jorde systemet, men ønsker at udføre alle målinger relativt til input signalet i prøven. Forbindelsen til stel elimineres ved at indsætte en spændingstransformer efter referencesignalets output.

Signalet, der sendes gennem et coax-kabel, deles dernæst i to; et HIGH signal (coax-kablets inderleder) og et LOW-signal (coaxkablets yderleder). En strømkontrolleret måling kan nu foretages ved at indsætte modstande i serie med hver af reference-spændingens to kabler. Modstandenes størrelse er valgt således, at $\frac{R_p}{R_m} \ll 1$, hvor R_m og R_p er modstandsværdierne af henholdsvis de serieforbunde modstande og prøven. I så fald er strømmen med god tilnærmelse givet ved $I = \frac{U}{R_m}$, idet:

$$I = \frac{U}{R_m + R_p} = \frac{U}{R_m} \left[\frac{1}{1 + R_p/R_m} \right] \approx \frac{U}{R_m} \left[1 - \frac{R_p}{R_m} \right] \approx \frac{U}{R_m} \quad (4.1)$$

når $R_p \ll R_m$.

Efter disse ændringer af referencesignalet har vi fået etableret en strømforsyning, der ved brug af to 10 k Ω modstande, en spænding på 1 V_{rms} og en transformer af typen 1:6 leverer en strøm på $\pm 8.3 \mu\text{A}$. Strømmen sendes gennem kontakterne 3 og 12 eller 6 og 9, mens spændingsfaldet (V_{xx}) måles ved brug af kontakterne 4-11 eller 7-8.

Spændings-signalet fra prøven sendes direkte ind i lock-in forstærkeren, hvor det først forstærkes og siden fasedetekteres i forhold til referencesignalet. PAR-116 kan indstilles til kun at forstærke input-signalet i et givent frekvensområde (eksempelvis 30 - 300 Hz), og der anvendes typisk en lineær forstærkning i intervallet ($\times 10$, $\times 1000$). Frekvensen af referencesignalet ligger i området 10 - 1000 Hz.

Fasedetektionen omdanner AC signalet fra prøven til et DC signal, der er proportionalt med referencesignalets amplitude og som har en sinusafhængighed af faseforskellen mellem de to signaler. Denne pæne omformning af AC signalet gælder dog kun så længe, signalerne har samme frekvens. Men ser vi bort fra indsvingningsproblemer, må dette altid være tilfældet. Ergo detekterer vi en DC spænding som funktion af en hurtigt svingende strøm. Efter fasedetektion filtreres signalet en sidste gang ved hjælp af et low-pass filter, hvis tidskonstant kan ændres. Normalt opereres med en tidskonstant på 300 ms.

For at få et overblik over signalets kvalitet er referencesignal og signalet fra prøven (efter forforstærkning men før fasedetektering) desuden tilsluttet et oscilloskop.

I Weiss eksperimenterne har vi behov for at kunne sætte en negativ og eventuelt en lille positiv gatespænding over prøven. Til dette formål har vi anvendt en batteridreven gate sweep-box, designet og tidligere benyttet af Rafael Taboryski i eksperimenter med split-gate. Sweep-boxen kan levere en negativ spænding på maksimalt -8V og kan

ved en forskydning af nulpunktet bringes til at levere den fornødne positive spænding. For at kunne aflæse gatespændingen er sweep-boxen forbundet til et batteridrevent nanovoltmeter (N2A). Spændingskassens LOW forbindes til en kontakt på prøven, der er kortsluttet med strømforsyningens LOW, eksempelvis 13. HIGH placeres på den tilhørende gatekontakt 2. Denne konstruktion sikrer, at gatespændingen påsættes relativt til strømmen i prøven, idet strøm og gatespænding har samme nulpunkts-potential.

4.2.2 En jordet opstilling

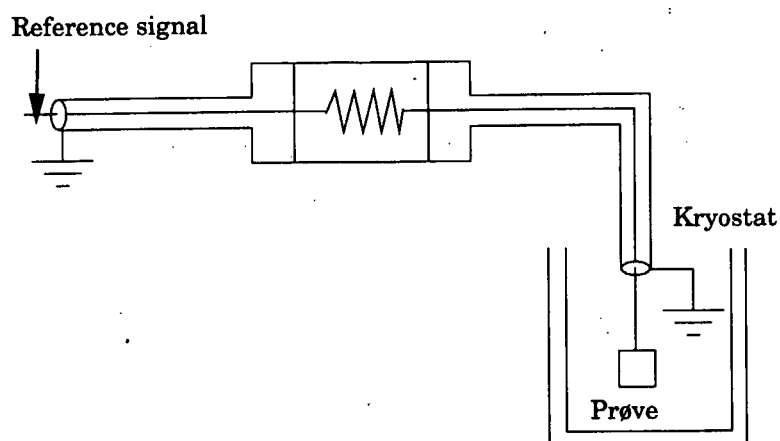
Ønsker man at introducere en fast jord i opstillingen, skal prøverne bondes lidt anderledes end skitseret på figur 4.3. Strømkontakterne 3 og 6 forbindes nu med kontakt 1. Prøveholderens indgang 1 er ikke forbundet med den elektriske opstilling, men er kortsluttet. Ved at bonde til ben 1 indføres derfor en fast jord i bunden af kryostaten. Gatespænding og eventuelt radiofrekvens påtrykkes nu relativt til denne.

En strømforsyning etableres i denne opstilling ved først at formindske amplituden af lock-in forstærkerens referencesignal og dernæst føre det reducerede signal gennem en serieforbundet modstand. Modstanden skal opfylde relationen i (4.1) og benyttes til at regulere strømstyrken. Som det fremgår af figur 4.4 føres referencesignalet inder- og yderleder separat og direkte ned til prøven. Dette beuævnes også en single ended opstilling. Dog er der mulighed for en jordsløjfe, idet lock-in forstærkerens stel er forbundet med prøveholderens faste jord. En sammenligning med den svævende opstilling viser imidlertid, at en eventuel jordsløjfe ikke har nogen indflydelse på eksperimentet. Målingerne giver samme resultat og er i begge tilfælde støjfri indenfor detektionsgrænsen.

Lækstrøm

Undertiden kan der i prøverne forekomme en ikke ubetydelig lækstrøm, det vil sige en strøm mellem 2DEG'en og guld-gaten. Dette kan skyldes defekter i gaten, inhomogen ladningsfordeling eller lignende og vil normalt forsvinde, hvis prøven opvarmes. En lille lækstrøm (størrelsesorden pA) har ingen indflydelse på målingerne, men større strømme gør det umuligt at sætte en gatespænding over prøven.

Lækstrømmen måles som spændingsfaldet over en 1 k Ω modstand placeret i serie med den ene gatetilledning. Hertil benyttes endnu et batteridrevent nanovoltmeter (N2A). Derudover har vi erfaret, at en gate er meget følsom overfor impulser, hvorfor der i serie med begge gate-kabler er indsat et π -filter.



Figur 4.4: En jordet opstilling. Referencesignalets inderleder føres efter en modifikation direkte ned i prøven, mens yderlederen er forbundet med prøvens faste jord.

Dataopsamling

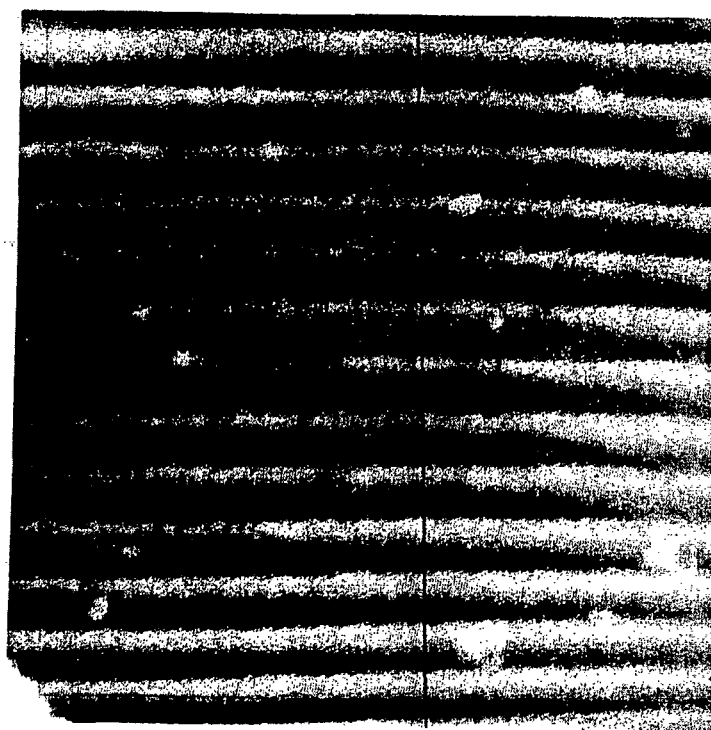
Signalet fra lock-in forstærkeren føres gennem det skærmede rum og udlæses på et Keithley 197 voltmeter (K197). Magnetfeltets styrke kan som tidligere nævnt aflæses på K197a. K197 og K197a er via et GPIB IEEE interface tilsluttet en PC'er, hvor data opsamles og analyseres.

4.3 Kontrol af prøvernes kvalitet

At nedkøle en prøve i kryostatens er relativt tidskrævende. Hvis alt går efter planen tager det cirka to timer at indsætte en ny prøve i opstillingen. Det er derfor en fordel, at kvaliteten af både prøvernes mønster og kontakter kontrolleres inden målingerne påbegyndes, således at der ikke spildes tid på defekte prøver.

4.3.1 Striber

Under fremstillingen af det modulerede resistlag kontrollerede vi løbende mønsterets udseende i et optisk mikroskop. Generelt fremstår stiberne som tydelige og veldefinerede mønstre, men enkelte prøver synes dog at være overeksponeret, således at striber enten mangler eller er sammenfaldende. Der blev hurtigt udviklet et pointsystem, der spændte fra betegnelsen "superprøve" til "pastaprøve" refererende til henholdsvis prø-



Figur 4.5: AFM billede af 'super-prøve' med gitterafstanden 360nm.

ver med tydelige ensartede striber og prøver med brede ujævne striber. Det er dog ikke sikkert, at denne kategorisering er i overensstemmelse med mønsterets faktiske udseende, idet man i et optisk mikroskop kun ser prøven i to dimensioner.

For at undersøge stribernes dybde-profil benyttede vi os af AFM¹ faciliteterne på DFM². Ved AFM målinger fås en 3-dimensional beskrivelse af overfladen, hvilket i princippet gør det muligt at bestemme dybden af de ætsede striber. Måle-apparaturet var dog, på det tidspunkt vi havde adgang til det, ikke kalibreret, hvorfor vi udelukkende har benyttet AFM målingerne til en kvalitativ analyse af mønstrene. Man kan umiddelbart se, om en prøve har tydelige striber, og om alle striber er ridset lige dybt i resisten. Et typisk AFM billede er gengivet på figur 4.5. AFM målingerne var i vid udstrækning i overensstemmelse med vores point-system. Superprøver havde pæne, næsten sinusformede gitre, mens kasserede prøver havde et knapt synligt eller meget ujævnt gitter. Alle testede prøver havde et periodisk gitter, hvorimod amplituden af gitteret, selv på de bedste prøver, kunne variere op til 20 % på et prøveområde af størrelsen $9 \times 9 \mu\text{m}$.

¹Atomic Force Microscope. En beskrivelse af målemetoden findes i eksempelvis [J.Garnæs,1993].

²Dansk institut for fundamental metrologi.

4.3.2 Kontakter

Inden en prøve placeres i kryostaten kontrolleres dens kontakter ved 4K. Dette gøres ved at fastgøre prøven til en lang stang, en såkaldt dip-stick, der er elektrisk forbundet til en multianalysator. Stangen nedsænkes i en transportbeholder med flydende Helium, og der måles nu en IV-karakteristik for spændings- og strømkontakter for både positiv og negativ strømretning. Herved er det muligt at undersøge, om prøven er lineær.

Normalt udføres en topunktsmåling over strøm- og spændingskontakterne. Den fundne modstand skal her være af størrelsesordenen $10\text{k}\Omega$, idet der måles henholdsvis over hele prøvens længde og gennem tynde spændingsprober. Derudover foretages der en fire-punkts måling til bestemmelse af prøveområdets modstand. Dette gøres ved at sende en strøm $I = 1\mu\text{A}$ gennem strømkontakterne og måle spændingsfaldet over to spændingsprober på samme side af prøven. Den fundne modstand bør være af størrelsesordenen $1\text{k}\Omega$, idet modstanden i tilledningerne er elimineret.

Ved hjælp af disse kontrolmålinger fik vi frasorteret en del prøver, der enten var ulineære eller havde en for høj modstandsværdi i forhold til det ovenfor beskrevne.

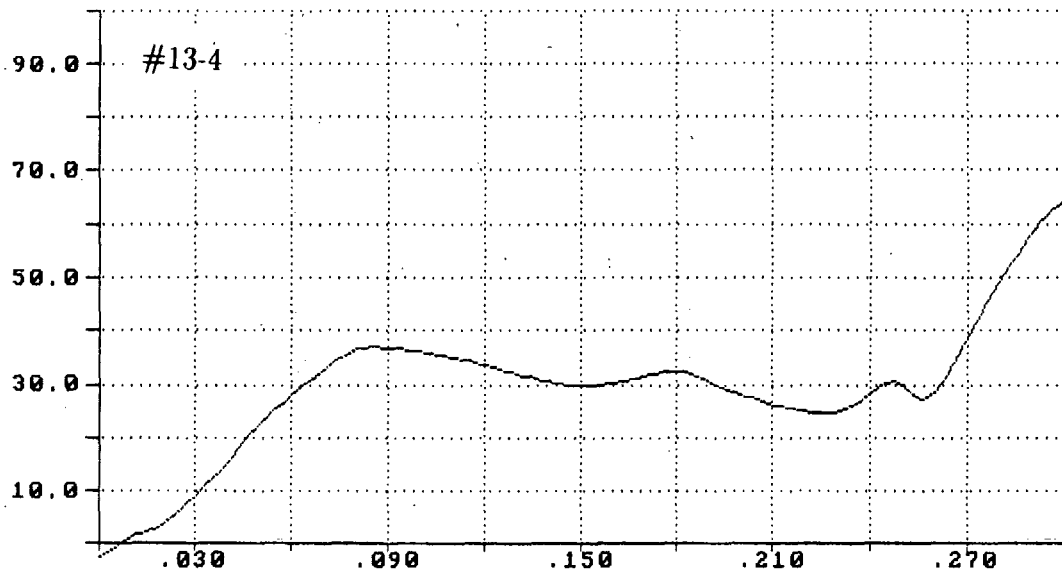
Et uforholdsmæssigt stort antal prøver viste sig ved denne kvalitetskontrol at have ulineære kontakter. For andre prøver frøs kontakterne simpelt hen ud ved 4.2 K. Det viste sig at bunde i en utæthed i det vacuumkammer, hvor kontakterne blev pådampet. En defekt der først blev opdaget sent i forløbet. En del prøver blev kasseret på grund af en dårligt positioneret gate, hvilket fremgik af at se på prøverne i et optisk mikroskop. Endelig var der et naturligt spild undervejs i den lange fremstillingsprocess. Det skal fremhæves at kun meget få prøver blev kasseret på dårlige striber, hvilket tyder på at vores optimeringsprocedure er lykkedes.

4.3.3 Weiss oscillationer

Selv om en prøve har et pænt AFM billede, med et tydeligt sinusformet gitter, er det ikke sikkert, at den udviser Weiss oscillationer. Faktisk viste størstedelen af vores producerede prøver ingen form for lavfelts oscillationer. For at effektivisere målingerne, undersøgte vi derfor, parallelt med de egentlige eksperimenter, enkelte prøver i en kryokøler (model Extender type M22)³.

Kryokøleren har en 0.3T magnet tilsluttet og kan køle prøven ned til cirka 8K. Men selv ved så lavt et B -felt og ved så høj en temperatur burde Weiss oscillationerne være synlige. En måling med synlige Weiss oscillationer er gengivet på figur 4.6. Viste en prøve tegn på Weiss oscillationer i kryokøleren, blev den siden systematisk

³For en nøjere gennemgang af denne opstilling henvises til manualen fra Cryophysics - France.



Figur 4.6: Magnetoresistansen ρ_{xx} for prøve #13-4, $I=1 \mu\text{A}$ ved måling i kryokøler. Bemærk Weiss-bumpene ved $B = 0.18\text{T}$ og $B = 0.25$

gennemmålt i den faktiske måleopstilling.

Det endelige resultat blev ialt fire prøver, hvor tydelige Weiss oscillationer kunne detekteres. Ialt 20 prøvedesign blev målt igennem i den endelige måleopstilling ud af ialt 129 fremstillede prøver.

Kapitel 5

Målinger og resultater

I det følgende gennemgås de målinger, der er blevet udført på hver enkelt prøve, og derefter præsenteres forsøgsresultaterne. En sammenligning af Beenackers semiklassiske model og eksperimentelle data findes i næste kapitel.

5.1 Måleprocedure

Ved undersøgelsen af Weiss oscillationer, blev prøverne systematisk gennemmålt. Som illustration af de forskellige målinger, har vi i det følgende valgt at vedlægge data for prøverne #13-4, #13-8 og RT6. Vi har udeladt #13-5, da den stort set er magen til #13-8. Alle prøver udviste Weiss oscillationer (tre med 360 nm gitterperiode og en med 475 nm gitterperiode). Prøve #13-4 har en enestående høj, relativ amplitude af Weiss-oscillationerne, idet resistiviteten når op på 4 gange nulfeltets resistivitet ρ_0 .

Alle målinger indebærer en detektion af den longitudinale modstand ρ_{xx} som funktion af et voksende B -felt. På grund af selvinduktion i magneten, når magnetfeltet sweepes, må man først korrigere B -feltet i forhold til den sweephastighed, man benytter. Vi korrigerer B -feltet individuelt for hver eneste måling.

5.1.1 Korrektion af magnetfelt

I det følgende skitseres en fremgangsmåde, vi har udviklet til at kalibrere magnetfeltet under sweep. Metoden er meget nøjagtig, når blot sweephastigheden ikke ændres pludseligt, mens der sweepes.

Det målte magnetfelt B er givet ved kalibreringsfaktoren 0.1154 gange den påtrykte strøm I_0 . Men når et magnetfelt ændres i tiden, induceres der en elektromotorisk

kraft i magnetens vindinger.

$$E_{emf} = -L \frac{dI}{dt}$$

som giver anledning til en induktionsstrøm $I_1 = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}$, der løber i den modsatte retning af den påtrykte strøm. Det betyder, at det målte magnetfelt B er lidt større end det reelle magnetfelt B_r .

Den totale strøm i magnetens vindinger er summen af den påtrykte strøm I_0 og den inducerede strøm I_1

$$I = I_0 + I_1 = I_0 - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt}$$

Ved et magnetfeltssweep uden større variation i sweep-hastigheden, vil dI/dt kun ændres lidt, det vil sige $d^2I/dt^2 \approx 0$. Differentieres I med hensyn til t og indsættes ovenstående heri fås:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_0}{dt} - \frac{L}{R} \frac{d^2I}{dt^2} \approx \frac{dI_0}{dt}$$

For den benyttede 13 T magnet gælder derfor at

$$B_r = 0.1154 \cdot I = 0.1154 \left(I_0 - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} \right) = B - \alpha \frac{dB}{dt} = B - \frac{\alpha}{\Delta t} \frac{dB}{d\#} \quad (5.1)$$

hvor $\#$ er en nummerering af målepunkter, og Δt er tiden mellem to målepunkter. Koefficienten $\frac{\alpha}{\Delta t}$ er bestemt ved at udføre et magnetsweep, mens magnetoresistansen måles på en prøve anbragt i magnetfeltet. Prøven skal have en karakteristisk opførsel ved på forhånd kendte magnet felter; det kan for eksempel være en måling af SdH svingninger, hvor man kender magnetfeltet til en given minimumsmodstand. Herefter offsettes magnetfeltet, indtil en karakteristika optræder ved det rette magnetfelt. Offsettet i magnetfeltet svarer da netop til korrektionsfeltet $B_k = \frac{\alpha}{\Delta t} \frac{dB}{d\#}$. Differentieres det målte magnetfelt B numerisk, fås $dB/d\#$ for hver værdi af B , og koefficienten $\alpha/\Delta t$ kan bestemmes:

$$\frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{B_k}{\frac{dB}{d\#}}$$

Med vores dataopsamlingsprogram, magnet og måleopstilling er $\frac{\alpha}{\Delta t} = 18.5$. Δt er målt til 0.37, hvilket giver $\alpha = 6.85$.

Ligning (5.1) kan benyttes til korrektion af magnetfeltet ved alle målinger ved samme temperatur. I vores tilfælde har det dog været muligt, at benytte den samme korrektionsfaktor ved alle tre temperaturer, hvilket skyldes, at α ikke ændrer sig væsentlig ved de forskellige temperaturer, vi har målt ved.

SdH målingen som kvalitetskontrol

For at undersøge svingningernes temperaturafhængighed udføres den overordnede måleprocedure ved tre temperaturer: 4.2 K, 1.3 K og 0.3 K. Ved hver temperatur sweeper vi først magnetfeltet fra 0 til cirka 7 T, og måler ρ_{xx} uden gatespænding. En såkaldt SdH-måling for $T = 0.3\text{K}$ er vist på figur 5.1. Denne måling tjener som en kvalitetskontrol af prøven, idet SdH-oscillationernes form og placering i B -felt vidner om prøvens beskaffenhed. Amplituden af SdH-oscillationerne vil i en "sund" prøve stige med B -feltet, og samtidig vil oscillationerne være periodiske i $1/B$. Endelig bør resistiviteten gå til nul ved heltallige fyldningsgrader.

Det periodiske gitter kan påvirke udseendet af SdH oscillationerne i mindre grad, men udviser en prøve ikke disse basale kvante Hall karakteristika, må den betragtes som beskadiget. Dette skyldes, at en væsentlig afvigelse fra den forventede form af SdH'erne oftest forårsages af en inhomogen ladningsbærertæthed på en langt større skala end gitterafstanden a . Sådanne er derfor ikke nødvendigvis forårsaget af gitteret men kan optræde, hvis prøven eksempelvis er blevet nedkølet for hurtigt, således at ladninger fryses fast i en inhomogen fordeling. Dette understøttes af, at beskadigede prøver kan "repareres" ved blot at opvarme dem til stuetemperatur. Herved bliver den gennemsnitlige ladningsfordelingen igen homogen. Får man senere i måleproceduren mistanke om, at prøven har ændret karakter, kan man udføre en ny SdH måling og sammenligne denne med den tidligere målte.

Variation af gatespændingen

Weiss oscillationerne optræder mellem 0 og 0.7 T, når ladningsbærertætheden er omkring $2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. For at studere fænomenet nøjere måles $\rho_{xx}(B)$ nu i dette område med en større følsomhed på Lock-in forstærkeren. Dog måles der så langt ud i B -felt, at mindst fire SdH oscillationer er synlige. En sådan måling udføres ved hver temperatur for otte forskellige gatespændinger; $V_g = +0.4\text{V}, +0.2\text{V}, 0\text{V}, -0.1\text{V}, -0.2\text{V}, -0.4\text{V}, -0.7\text{V}, -1.0\text{V}$. En måleserie der gør det muligt at danne sig et grundigt billede af hvordan Weiss oscillationerne påvirkes af gatespænding. Samtidig kan man ved hjælp af SdH oscillationerne bestemme ladningsbærertætheden som funktion af V_g . At vi ikke måler ved så store positive som negative gatespændinger skyldes, at prøven har karakter af en Schottky-diode, såfremt guldgaten visse steder rører ved GaAs-laget (se en gennemgang af Schottky-diodens karakteristika i [Sze, side 160]). Ved gatespændinger meget større end ca. $+0.4\text{V}$ risikeres derfor, at gaten leder en stor strøm.

Vores standard måleprocedure udgøres af:

- en SdH måling, hvor magnetfeltet sweepes fra 0 til minimum 5 T.
- målinger af magnetoresistansen ved otte forskellige gatespændinger og tre forskellige temperaturer, hvor magnetfeltet sweepes fra 0 til minimum 1 T.

Kontrolmåling er udført på en enkelt prøve uden periodisk gitter. På baggrund af denne samling målinger er det umiddelbart muligt at:

- kontrollere prøvernes kvalitet.
- undersøge Weiss oscillationernes temperaturlængighed.
- bestemme ladningsbærertæthedens afhængighed af V_g .
- studere gatespændingens indflydelse på Weiss oscillationernes udseende ved forskellige prøver.

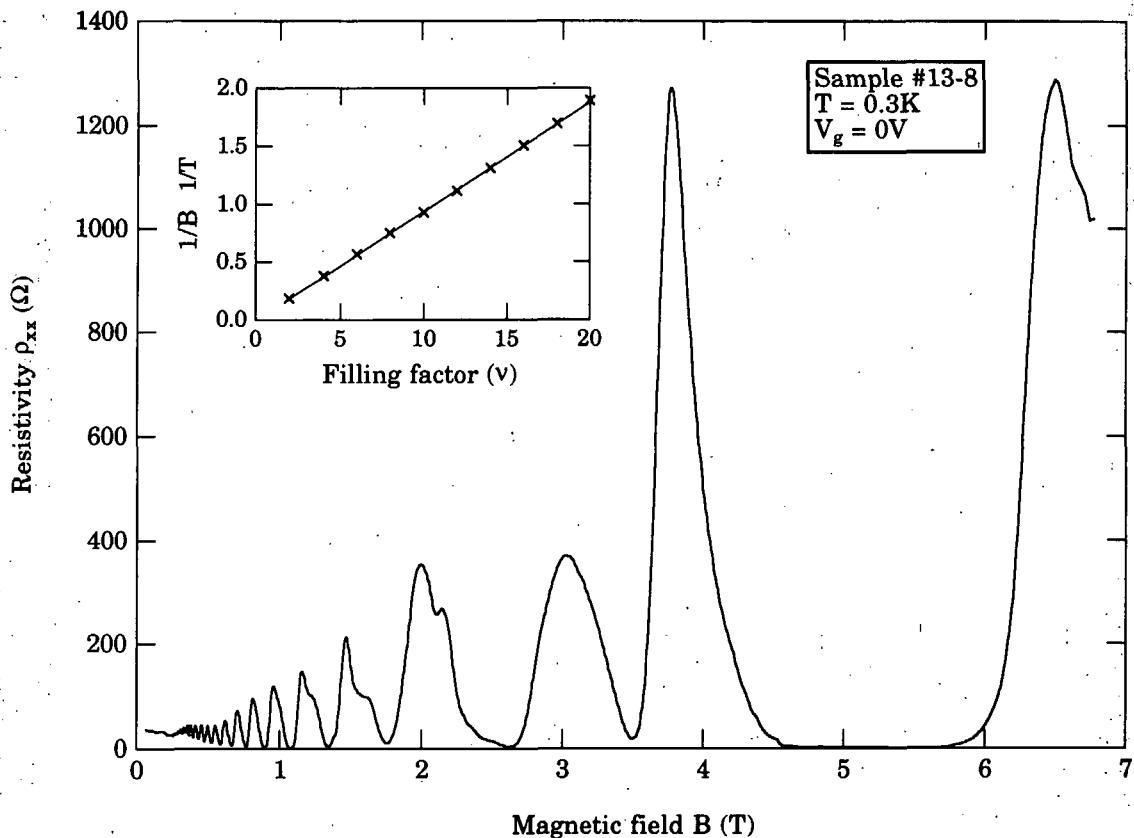
5.2 Måleresultater

I det følgende vil vi vise målinger fra de tre prøver, idet de repræsenterer vores prøvemateriale på en god måde.

- #13-4 Gitterperiode 360 nm. Kraftige Weissoscillationer.
- #13-8 Gitterperiode 360 nm. Tydelige Weissoscillationer, med en negativ magnetoresistans baggrund.
- #RT6 Gitterperiode 475 nm. Svage Weissoscillationer, med en positiv magnetoresistans baggrund.

5.2.1 Prøvernes beskaffenhed

I det følgende gennemgås grundlæggende karakteristika for prøverne, uden magnetfelt og gatespænding.



Figur 5.1: SdH plot for #13-8 ved 0.3K. Grafen indsat i SdH plottet viser $1/B_{min}$ som funktion af fyldningsgraden ν . Ladningsbærertætheden findes ved liniens hældning e/nh .

Ladningsbærertæthed og mobilitet

Ved brug af SdH målinger kan vi bestemme ladningsbærertætheden uden gatespænding. Dette gøres, som gennemgået side 22 i kapitel 1, ved at afbilde SdH minimaene B_{min} som funktion af fyldningsgraden ν . Den herved fremkomne rette linie har hældningskoefficienten e/nh (se figur 5.1).

Mobiliteten μ kan så findes af

$$\mu = \frac{1}{\rho_{\square} n e} \quad (5.2)$$

hvor ρ_{\square} er prøvens kvadratmodstand. Størrelsen af ρ_{\square} kan beregnes ved at dividere modstanden ρ_0 ved nul B -felt med antallet af kvadrater L/W i prøveområdet. Størrelserne L og W er henholdsvis længden og bredden af det kontaktede område. Men

da vi netop måler over en kvadrat $L = W = 20\mu\text{m}$ (jævnfør kapitel 3), er ρ_0 i dette tilfælde identisk med ρ_{\square} . Mobiliteten ved $T = 1.3\text{K}$ er sammen med prøvernes andre karakteristiske størrelser indført i tabel 5.1.

Prøve	Wafer	ρ_0	n	μ	a
		Ω	m^{-2}	$m^2V^{-1}s^{-1}$	nm
#13-4	HCØ104-92	26.0	$2.7 \cdot 10^{15}$	100.5	360
#13-5	HCØ104-92	23.2	$2.7 \cdot 10^{15}$	97.3	360
#13-8	HCØ104-92	32.6	$2.7 \cdot 10^{15}$	70.6	360
RT6	HCØ105-92	22.8	$2.7 \cdot 10^{15}$	98.5	475

Tabel 5.1: De fire prøvers karakteristika ved $T = 1.3\text{K}$.

5.2.2 Weiss oscillationernes karakteristika

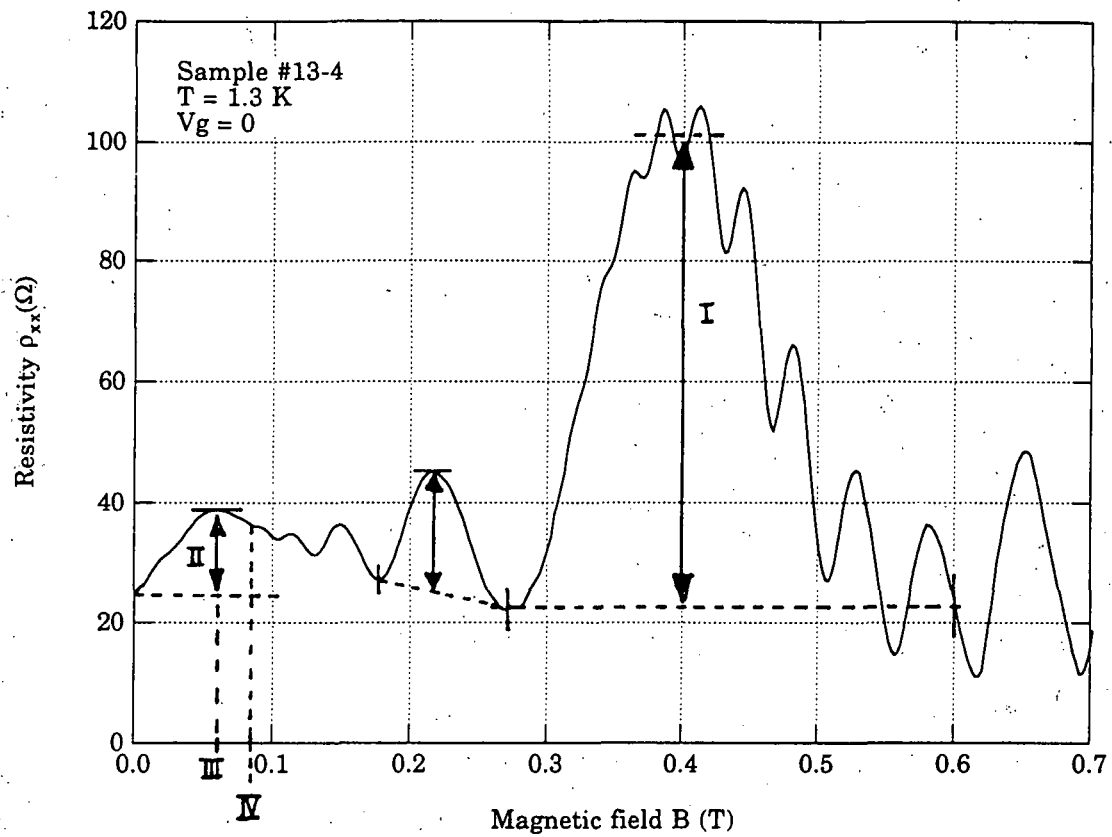
I en måling af magnetoresistansen ved nul gatespænding, observeres kraftige Weiss oscillationer¹. På figur 5.2 ses en sådan måling, for vores bedste prøve #13-4. Her er karakteristiske træk ved Weiss kurven indtegnet, med henblik på senere analyse.

Vi introducerer følgende karakteristiske størrelser:

- **I) Amplituderne $A_{\lambda=i}$, $i = 1, 2, \dots$** Weiss-oscillationernes amplitude i forhold til nulfeltsresistiviteten ρ_0 . Der ses særskilt på amplituden $A_{\lambda=1}$ af den største top, idet vi benytter denne som et mål for styrken af Weiss-oscillationerne, uanset hvordan de andre toppe opfører sig. Amplituderne markerer Weiss-oscillationernes indhyldningskurve.
- **II) Amplituden A_{bump}** . Den relative størrelse af den positive magnetoresistans ved lave B-felter, målt som forskellen mellem ρ_0 og toppunktet i forhold til ρ_0 .
- **III) Magnetoresistansens placering B_{critical}** . Det magnetfelt, hvor toppunktet for den positive magnetoresistans optræder.
- **IV) Startpunktet B_0 for oscillationerne**. Det magnetfelt, for hvilken $A = 0$. Punktet B_0 findes ved at ekstrapolere A_{λ} og aflæse, hvor kurven skærer B-aksen.

Formålet med disse karakteristika er at skabe kriterier, hvormed vi kan vurdere og sammenligne teoretiske modeller med data på en systematisk måde.

¹Grunden til at potentialet er moduleret på trods af den manglende gatespænding, er forklaret i kapitel 2, side 29



Figur 5.2: Weiss oscillationer målt på prøve #13-4 ved temperaturen $T = 1.3$ K og $V_g = 0$ V, med de i teksten omtalte karakteristika indtegnet.

Temperaturafhængighed

Weiss oscillationerne opfattes i almindelighed som et klassisk fænomen. Og er det et klassisk fænomen, må det forventes, at oscillationerne ikke afhænger nævneværdigt af temperaturen. På figur 3.6 side 57 i kapitel 3 ses to kurver, der afbilder, hvordan mobilitet og ladningsbærertæthed afhænger af temperatur for de benyttede wafere HCØ104-92 og HCØ105-92. Heraf fremgår det at størrelserne stort set er uafhængige af temperaturen for temperaturer under 10 K. Det må derfor forventes at nulfeltsresistiviteten ρ_0 også er uafhængig af temperaturen.

SdH oscillationerne viser sig som forventet at være langt mere temperaturfølsomme end Weiss oscillationerne. Ved $T = 4.2K$ er SdH-svingningerne praktisk talt forsvundet under $B = 1 T$, hvorimod Weiss oscillationerne stadig er meget tydelige. Se figur 5.3. Temperaturen $T = 4.2K$ er derfor fordelagtig, hvis man ønsker en "ren" måling af de nye lavfelts oscillationer.

Jo lavere temperatur, desto tidligere starter SdH oscillationerne. Dette skyldes, at den termiske energi bliver mindre og mindre, således at stadig flere energibånd forbliver separeret. Dette er i fuld overensstemmelse med vores målinger. Ved $T = 1.3K$ er den største Weiss top delvist overlejret af SdH-svingninger, som begynder ved cirka 0.3T.

5.2.3 Gatespænding og prøveegenskaber

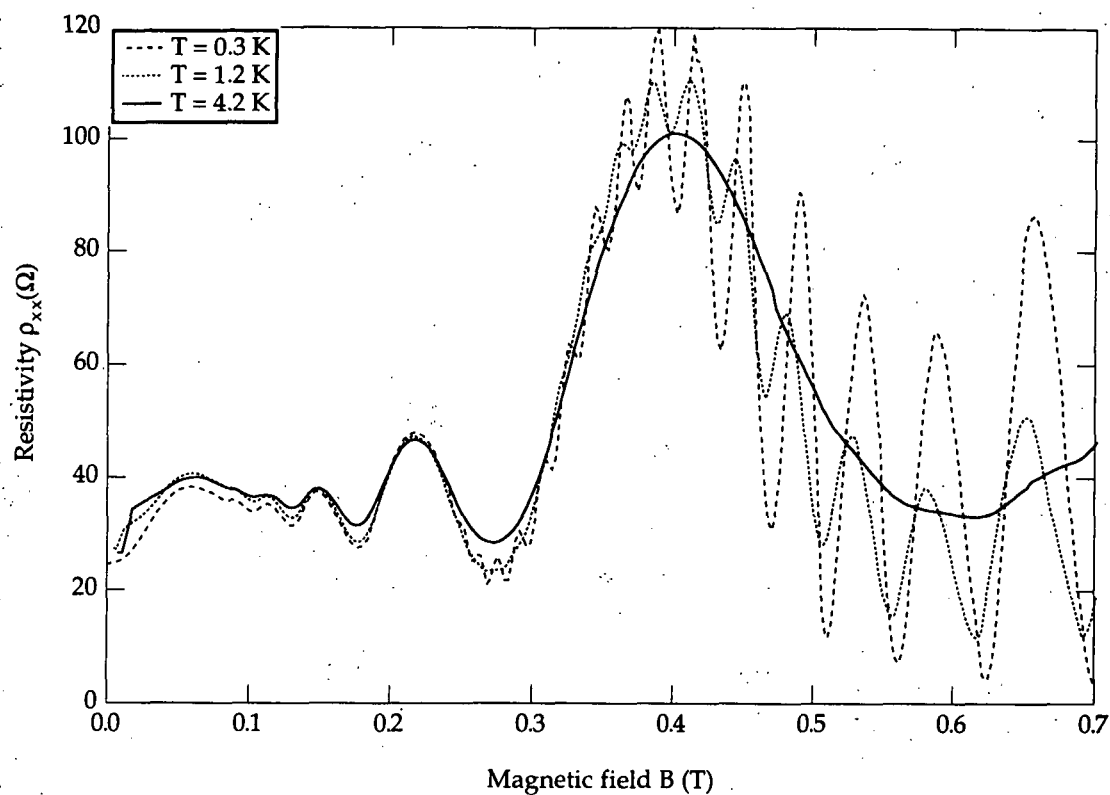
I det følgende vil vi vise målinger af de grundlæggende prøveegenskaber ved forskellige gatespændinger.

Ladningsbærertæthed ved forskellige gatespændinger

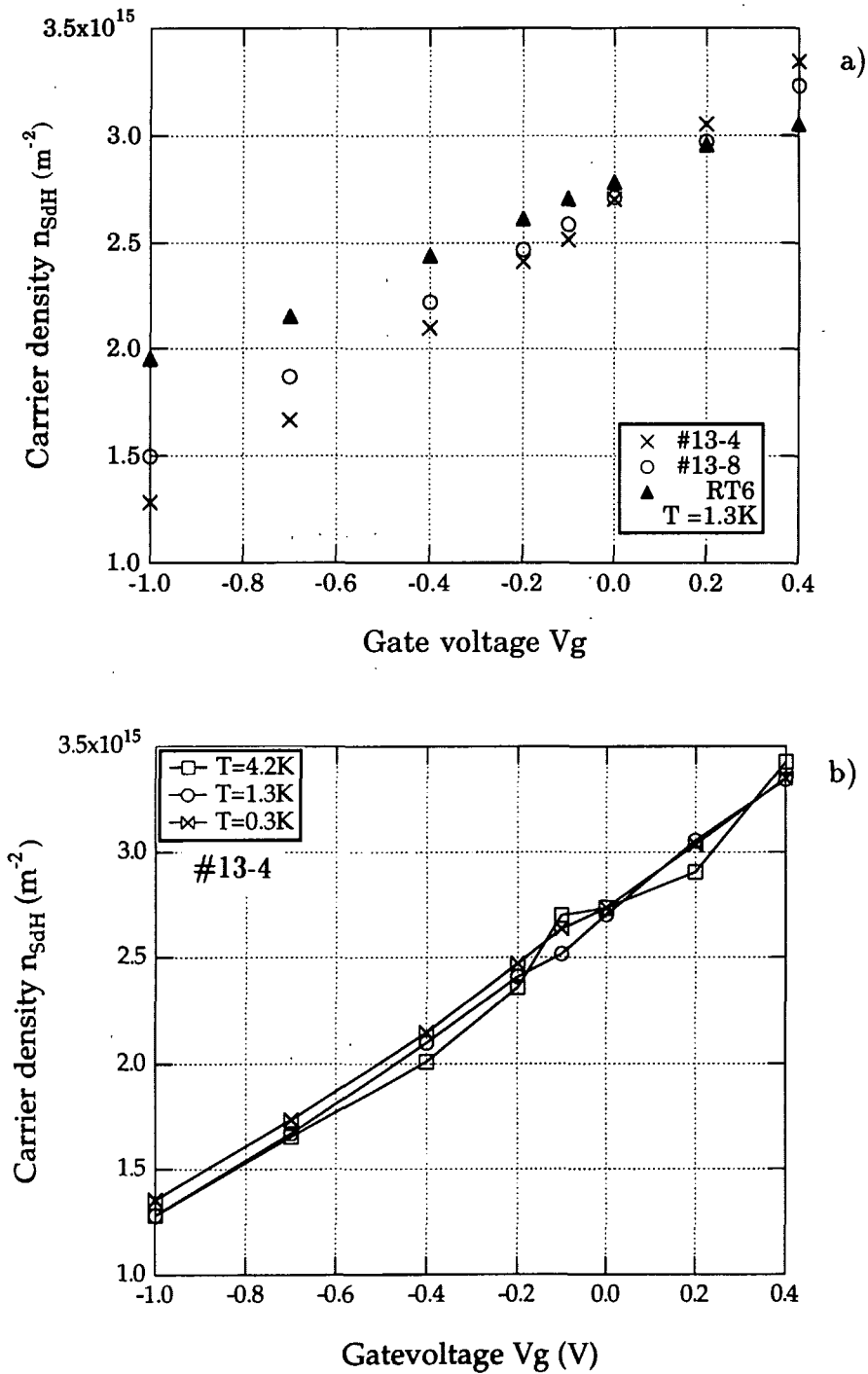
Vi har planlagt vores målinger således, at vi kan beregne n for hver enkelt gatespænding udfra SdH minimaene. Det giver for alle fire prøver ved alle temperaturer, at n vokser lineært med V_g - en observation, der er i overensstemmelse med vores forventninger om, at elektrongassen udtømmes, når den negative gatespænding øges. Se iøvrigt figur 5.4.

Den lineære sammenhæng mellem ladningsbærertæthed og gatespænding kan udnyttes til at bestemme resistlagets tykkelse i middel. Det kan være en nyttig viden i forbindelse med optimering af prøvefremstillingen, hvis der findes en sammenhæng mellem, hvor tykt resistlaget er, og hvor gode Weiss oscillationer man observerer.

Betragtes prøven som to capacitorer i serieforbindelse, kan man finde resistlagets



Figur 5.3: Magnetomodstanden ρ_{xx} for $V_g = 0$ ved tre forskellige temperaturer for #13-4.



Figur 5.4: a) Ladbærertæthed som funktion af V_g for prøve #13-4, #13-8 og RT6 ved 1.3 K og b) for #13-4 ved alle tre temperaturer, bemærk ladbærertæthedens ringe temperaturafhængighed

gennemsnitlige tykkelse d_2 af:

$$\frac{\Delta n}{\Delta V_g} = \frac{1}{\frac{\epsilon d_1}{\epsilon_1} + \frac{\epsilon d_2}{\epsilon_2}}$$

hvor d_1 er afstanden fra resistlag til 2DEG'en. Denne er opgivet til 65 nm jævnfør kapitel 3 side 3.5. Størrelsen ϵ_1 er den samlede dielektricitetskonstant for de materialer, som befinder sig mellem resisten og 2DEG'en, og er $\epsilon_1 \approx 13\epsilon_0$. Dielektricitetskonstanten for den benyttede resist er $\epsilon_2 = 2.6\epsilon_0$. Således finder man for #13-4 at resistlagets tykkelse, idet hældningen af kurven på figur 6.4 aflæses til $\frac{\Delta n}{\Delta V_g} = 1.5 \cdot 10^{15}$, er givet ved:

$$d_2 = \frac{\epsilon_2 \left(1 - \frac{\epsilon d_1}{\epsilon_1} \frac{\Delta n}{\Delta V_g} \right)}{e \frac{\Delta n}{\Delta V_g}} \simeq 82,8 \text{ nm}$$

For de fire prøver findes:

Prøve	$\frac{\Delta n}{\Delta V_g}$	d_2
#13-4	$1.50 \cdot 10^{15}$	82.8 nm
#13-5	$1.25 \cdot 10^{15}$	102.0 nm
#13-8	$1.25 \cdot 10^{15}$	102.0 nm
RT6	$0.82 \cdot 10^{15}$	163.0 nm

Det kan ikke undre, at resistlaget for #13-4, #13-5 og #13-8 er nogenlunde ens, da de er lavet i samme ombæring. Prøve RT6 afviger derimod meget herfra, over 50 %. Resistlaget og dermed afstanden ned til 2DEG'en er større for denne prøve, hvorfor man må forvente, at oscillationernes amplitude mindskes tilsvarende. Det hænger godt sammen med, at det er på prøve RT6, vi ser de svageste Weiss oscillationer. Vi ser de tydeligste oscillationer for #13-4, hvilket også er prøven med det tyndeste resistlag. Se evt. figur 5.7 og 5.8. Det lader altså til, at man for at få gode prøver må bestræbe sig på at lave prøver med tyndt resistlag.

5.2.4 Nulfelts resistivitet ρ_0 og mobilitet

Nulfelts resistiviteten (kvadratmodstanden) stiger som forventet, når den negative gatespænding øges. Dette kommer sig af, at ladningsbærertætheden falder. Ifølge Drude teorien vil en formindsket n betyde en større modstand ved nul B -felt, idet $\rho_0 = m^*/ne^2\tau$. Dette ses også at være tilfældet på figur 5.5.

Det ses på figur 5.5 at resistiviteten ved lave gatespændinger ($V_g \approx 0$), ikke ændrer sig meget. Ved stadig større negative gatespændinger, øges resistiviteten derimod kraftigt, hvilket hænger sammen med, at elektrongassen udtømmes.

Antager vi, at relaxationstiden τ er konstant, må der være en lineær sammenhæng mellem $1/n$ og ρ_0 , idet $\rho_0 = \frac{m}{ne^2\tau}$.

Dette er dog ikke tilfældet - jævnfør figur 5.5. Ergo må vi forvente, at τ og dermed mobiliteten ikke er konstant som funktion af gatespænding.

Mobiliteten $\mu = \frac{1}{ne\rho_0}$ viser sig da også at falde, med stigende negative gatespændinger. Dette skyldes, at screeningen af urenheder bliver mindre udtalt ved lavere ladningsbærere, idet der ikke er elektroner nok til at skærme urenhederne effektivt af. Hermed øges sandsynligheden for spredning, når ladningsbærertætheden falder.

Dette ses på figur 5.6, hvor mobilitetskurver for tre prøver er vist. Mobiliteten viser sig at adlyde en $n^{0.99} \pm 0.07$ afhængighed.

5.2.5 Gatespændingens indflydelse på magnetoresistansen

Betragter man som på figur 5.7 og 5.8 en måleserie med forskellige gatespændinger ved $T = 1.3K$, observeres en klar ændring af kurverne. Det ses også, at kurverne for de tre prøver ikke ændrer sig på nøjagtig samme måde. I de følgende afsnit ses nærmere på effekterne af *øget negativ gatespænding*.

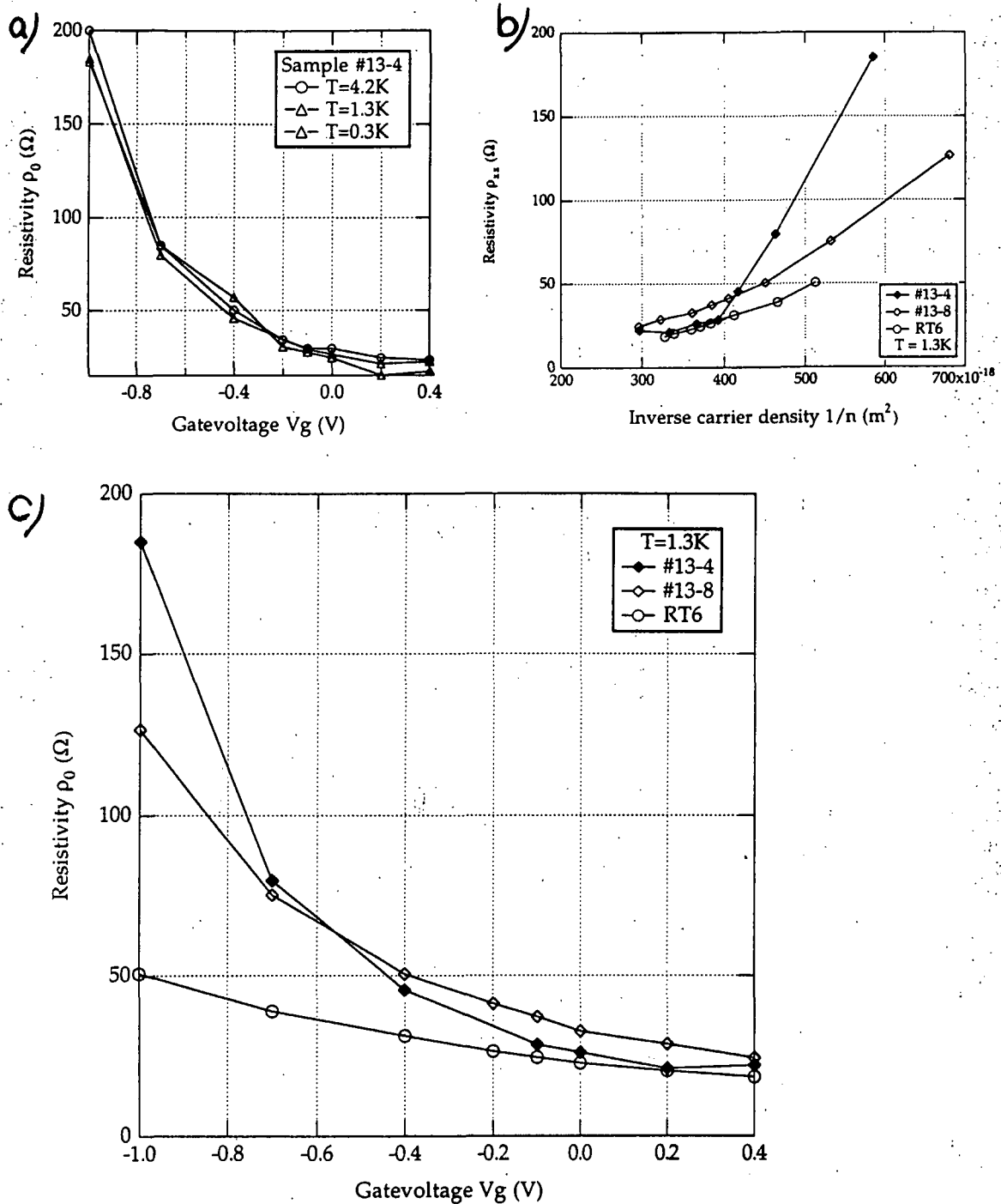
Dæmpning af SdH svingningerne

SdH svingningerne kvæles ved en stor negativ gatespænding. Dette kan forklares ved kvantemekaniske betragtninger, idet man ser, at Landaubåndenes bredde øges som følge af det periodiske gitter, jævnfør kapitel 2 afsnit 2.3. Når gitterets effekt styrkes vil båndene blive stadig bredere og til sidst helt overdække energigabet.

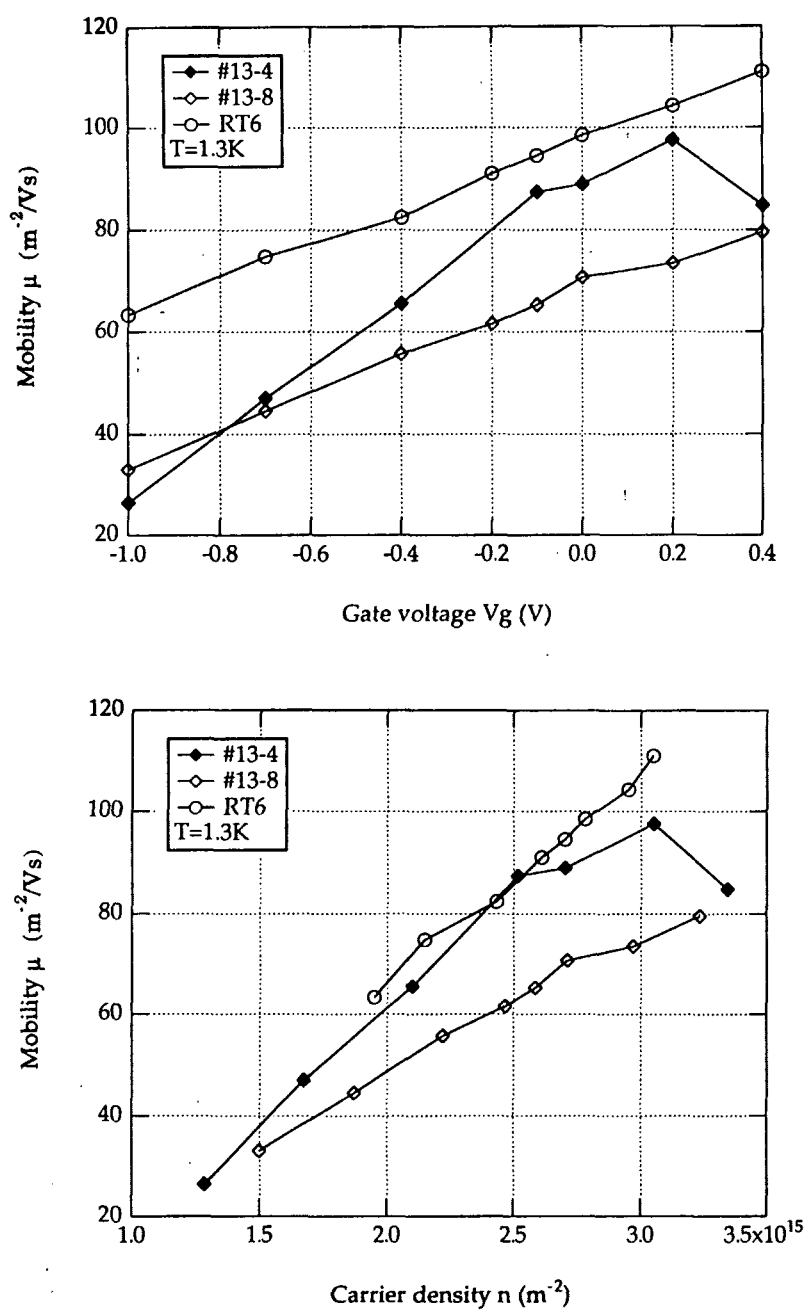
Forskydning af Weiss-oscillationerne

Weiss oscillationerne forskydes mod lavere B -felter. Dette skyldes, at ladningsbærertætheden og dermed Fermihastigheden $v_F = \hbar\sqrt{2\pi n}/m^*$ falder, med en mindre cyclotronradius $R_c = \hbar\sqrt{2\pi n}/\omega_c m^*$ til følge. Dermed er kommensurabilitetsbetingelsen $2R_c = a(\lambda - \frac{1}{4})$ opfyldt ved lavere B -felter.

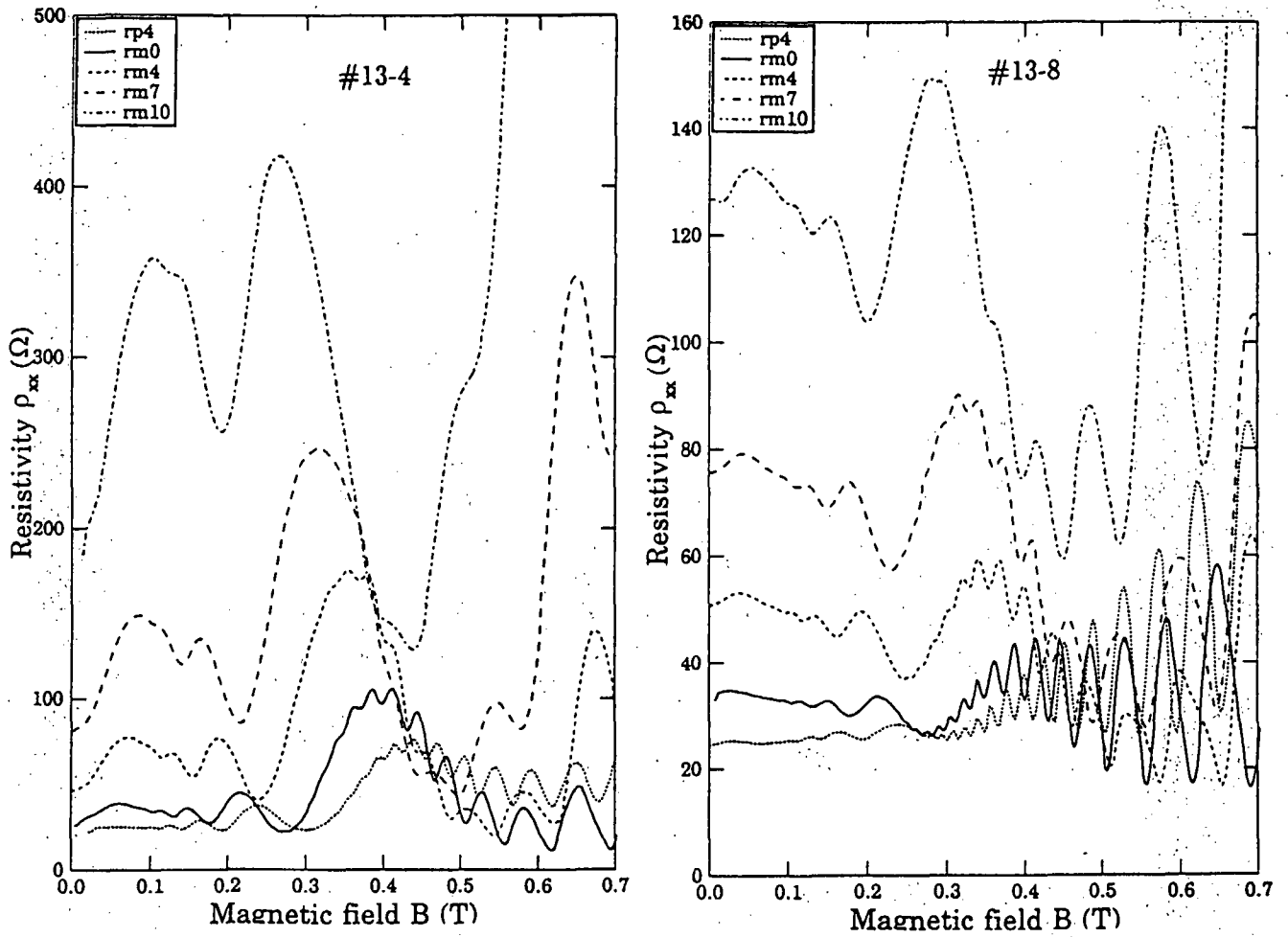
Man ser, at prøve #13-4 undergår den største forandring, idet ændringen Δn af ladningsbærertæthed er størst for denne. Omvendt flyttes toppene for #13-8 næsten ikke ved ændringer i gatespændingen.



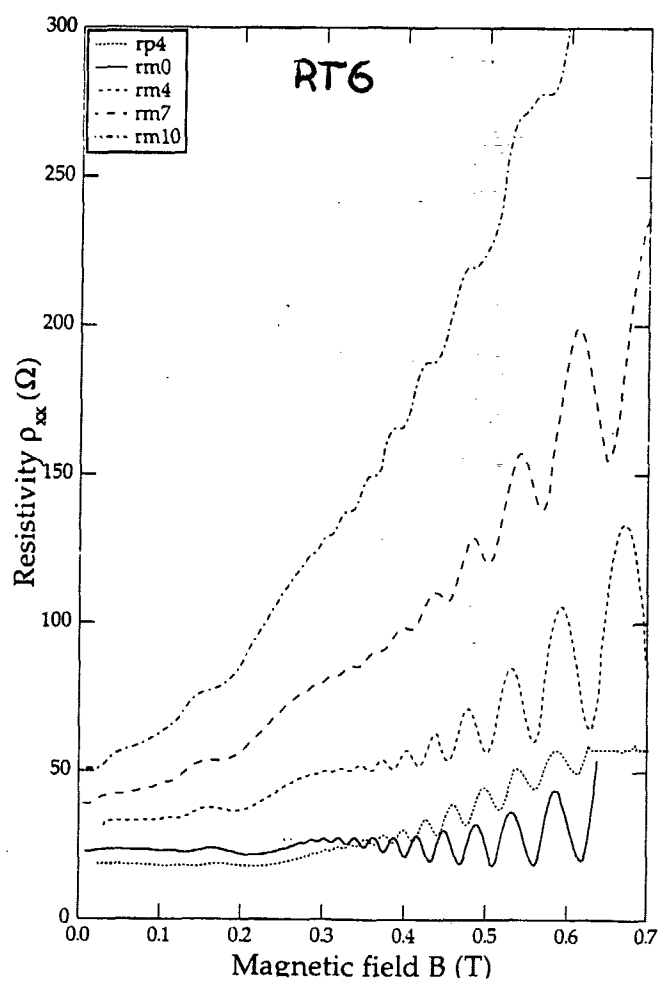
Figur 5.5: a) Nulffeltsresistiviteten ρ_0 som funktion af gatespænding ved tre temperaturer for prøve #13-4. b) Nulffeltsresistiviteten ρ_0 som funktion af invers ladningsbærertæthed $1/n$ for de tre prøver #13-4, #13-8 og RT6. c) Nulffeltsresistiviteten ρ_0 som funktion af gatespænding for de tre prøver ved $T = 1.3\text{K}$



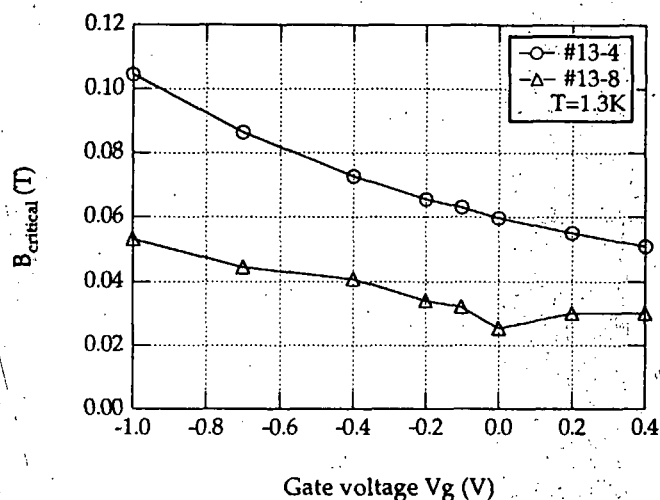
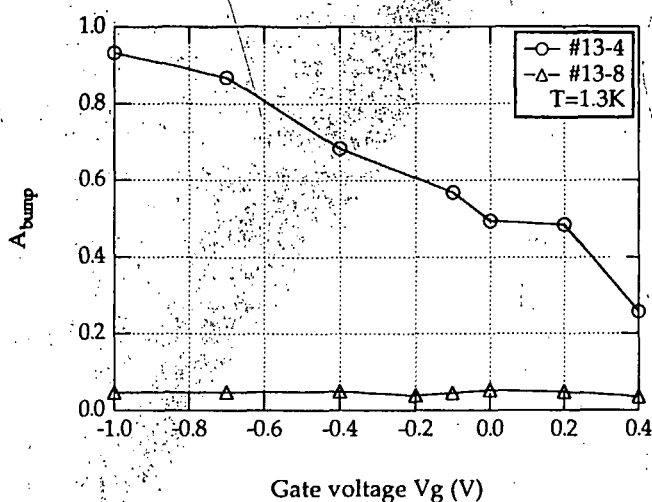
Figur 5.6: Mobiliteten mod gatespændingen og ladningsbærertætheden for prøverne #13-4, #13-8 og RT6 ved $T = 1.3\text{K}$



Figur 5.7: Måleserier for prøve #13-4, #13-8 ved $T=1.3K$. Kun fem gatespændinger er af hensyn til overblikket medtaget.



Figur 5.8: Måleserie prøve RT6 ved $T=1.3K$. Kun fem gatespændinger er af hensyn til overblikket medtaget.



Figur 5.9: Den positive magnetoresistans afhængighed af gatespændingen. Her ses $A_{\text{bump}}(V_g)$ og $B_{\text{critical}}(V_g)$ for #13-4 og #13-8

Den positive magnetoresistans vokser og forskydes

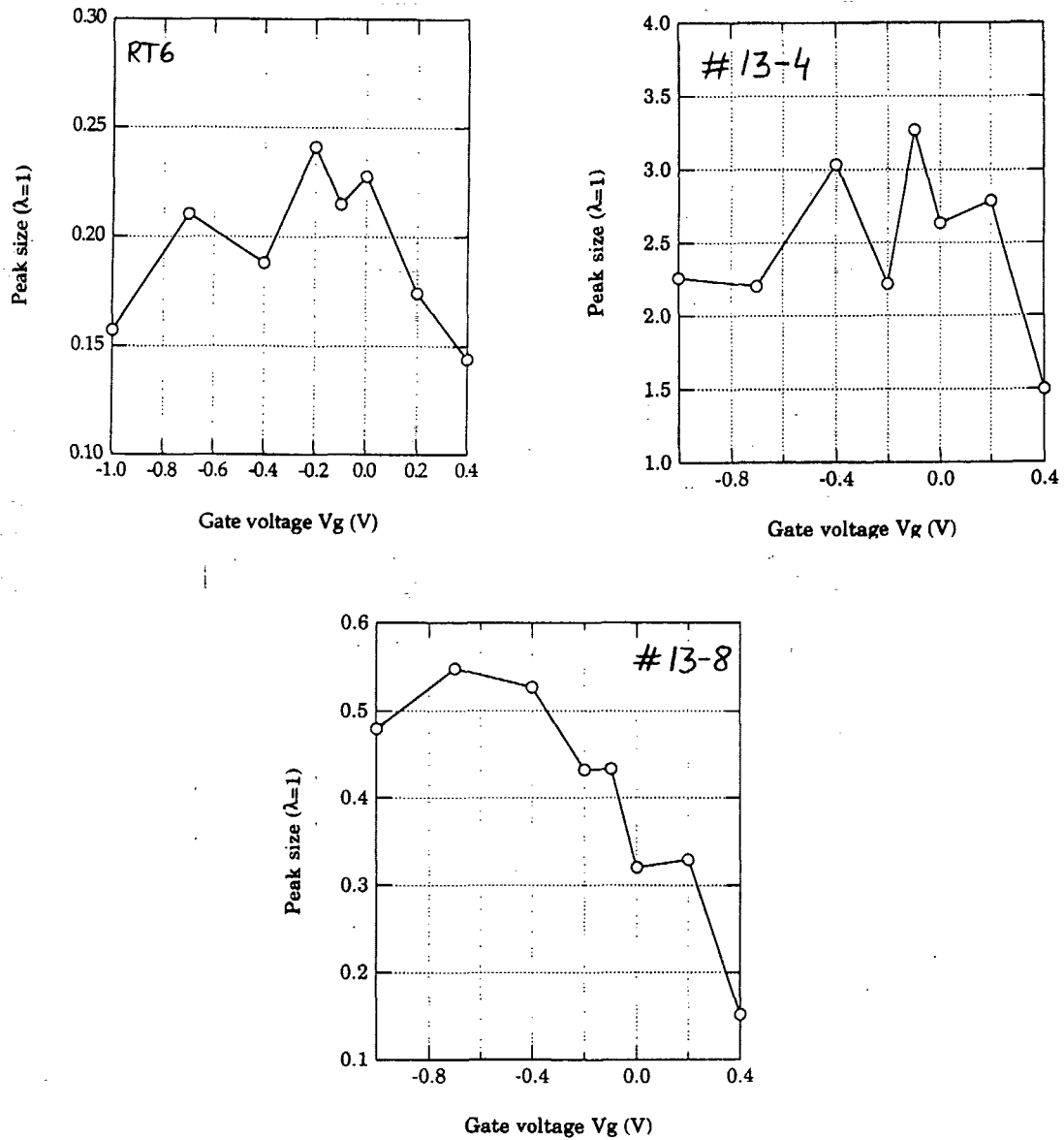
I lavfeltområdet inden Weiss oscillationerne forekommer et bump i magnetoresistansen. Dette bump benævnes den positive magnetomodstand og stiger i størrelse og udbredelse, efterhånden som den negative gatespænding øges. På figur 5.9 ses den positive magnetomodstands relative størrelse A_{bump} og placering i B -feltet B_{critical} som funktion af gatespænding for prøverne #13-4 og #13-8. For RT6 er størrelserne A_{bump} og B_{critical} næsten umåelige størrelser.

Det ser på figur 5.9 ud som om, den positive magnetoresistans størrelse er korreleret med styrken af gitteret. Den svagt modulerede prøve RT6 ($A_{\lambda=1} \approx 0.3$) har næsten ikke noget synligt "bump", mens effekten er meget tydeligere på #13-4, der udviser langt kraftigere oscillationer ($A_{\lambda=1} \approx 4$).

Weiss-oscillationernes amplitude stiger ved stigende negativ gatespænding, men kvæles efterhånden. Oscillationerne ved de højeste B -felter (lave λ) forsvinder sidst. På figur 5.10 er den relative størrelse af $\lambda = 1$ toppen vist som funktion af gatespænding.

Weiss-oscillationernes opvoksen

Vi har endelig studeret, hvorledes oscillationernes relative amplitude A_{λ} vokser med stigende B -felt, eller faldende λ . Sådanne målinger præsenteres på figur 5.11. Am-



Figur 5.10: Amplituden $A_{\lambda=1}$ er vist for tre prøver. Bemærk at amplituden vokser, når den negative gatespænding øges, men dæmpes igen ved de højeste gatespændinger.

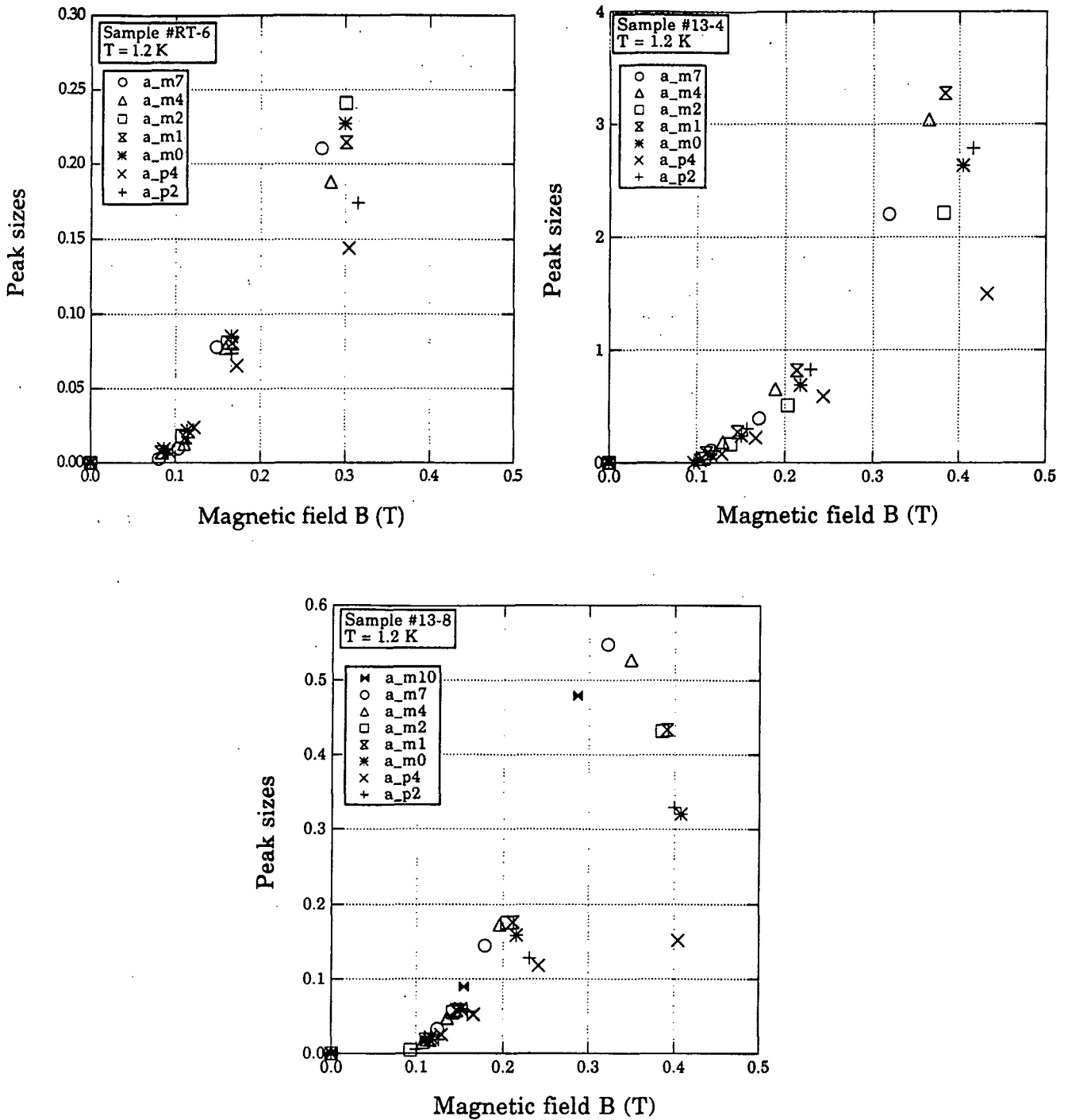
plituderne vokser tilnærmelsesvis lineært for prøverne RT6 og #13-8, mens #13-4 udviser en kraftigere dæmpning af de små oscillationer ved høje λ . Det er bemærkelsesværdigt, hvis man ekstrapolerer kurverne for amplituderne til nul, vil de alle skære x -aksen i samme punkt $B_0 \approx 0.07 \text{ T} - 0.1 \text{ T}$, uanset gatespænding og prøve.

5.3 Opsummering

På baggrund af disse rådata er der en række oplagte problemer, en teoretisk model for en 2DEG med 1D periodisk potential, gerne skulle give et bud på.

- årsagen til og udseendet af den positive magnetomodstand.
- hvorfor Weiss oscillationerne forsvinder først ved de laveste B -felter. Det er forståeligt, at Weiss oscillationerne vil reduceres til en kraftigt voksende magnetomodstand, når gatespændingen er tilstrækkelig stor, idet elektrongassen da er næsten totalt udtømt. Derimod er det ikke umiddelbart forklarligt, at oscillationerne dæmpes ved lave B -felter.
- hvorfor Weiss oscillationernes amplitude stiger, når den negative gatespænding øges. Er der eventuelt en oplagt teoretisk sammenhæng mellem V_g og amplituden?

I første omgang er det Beenackers simple semiklassiske model, (se evt. kapitel 2), der bliver afprøvet.



Figur 5.11: Amplituderne A_λ som funktion af magnetfelt vist for alle tre prøver

Kapitel 6

Data kontra model

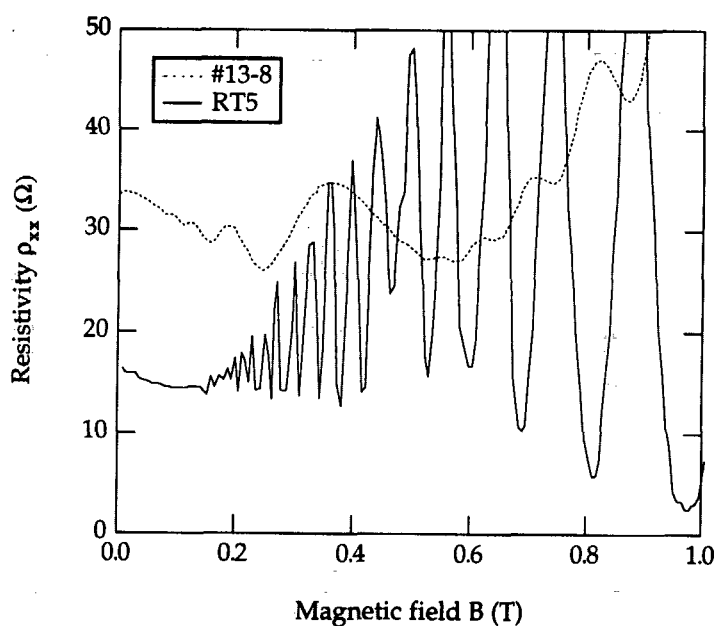
For at besvare de spørgsmål, vi stillede i forrige kapitel, skal data behandles ved hjælp af en teoretisk model, som kan forklare nogle af forholdene. Som beskrevet i kapitel 2, er der mulighed for et klassisk, et semiklassisk eller et kvantemekanisk beskrivelsesniveau.

Den klassiske model giver et godt fænomenologisk billede af effekten, men er for simpelt til numerisk behandling af de reelle data. I den semiklassiske model, kan vi vælge det simple udtryk, hvor man blandt andet ikke summerer over alle Besselfunktionerne. Dette udtryk er nøjagtigt i grænsen $\omega_c \tau \gg 1$. Det kvantemekaniske billede er udelukkende nødvendiggjort af antifase oscillationerne i ρ_{11} . En ting, der taler for at bruge den semiklassiske model fremfor den kvantemekaniske er, at Weiss oscillationerne er forholdsvis temperaturuafhængige, hvilket indikerer at problemet kan betragtes som et rent klassisk fænomen.

Vi har valgt at fortolke vores data i forhold til den reducerede semiklassiske model, hvor kun Besselfunktionen J_0 medtages, idet den er flere størrelsesordener hurtigere at beregne numerisk end den fuldstændige semiklassiske. Afvigelsen får størst betydning når $\omega_c \tau \approx 1$, hvilket for vores prøver er omkring 0.1 T. Dog er vi samtidig klar over, at det interessante magnetoresistans-bump ikke medtages i databehandlingen.

6.1 Korrektion for baggrundsmagnetomodstand

I en række af vores målinger, har vi observeret en baggrunds magnetoresistans, som tilsyneladende overlejrer Weiss oscillationerne (se figur 6.1). Denne baggrund kan i nogle tilfælde være stærkt voksende eller svagt faldende og er i andre tilfælde slet ikke tilstede. Der er med andre ord tale om en usystematisk effekt. Kontrolmålinger på en blank prøve, viser sig også at have en ikke-konstant magnetoresistans. Derfor vælger

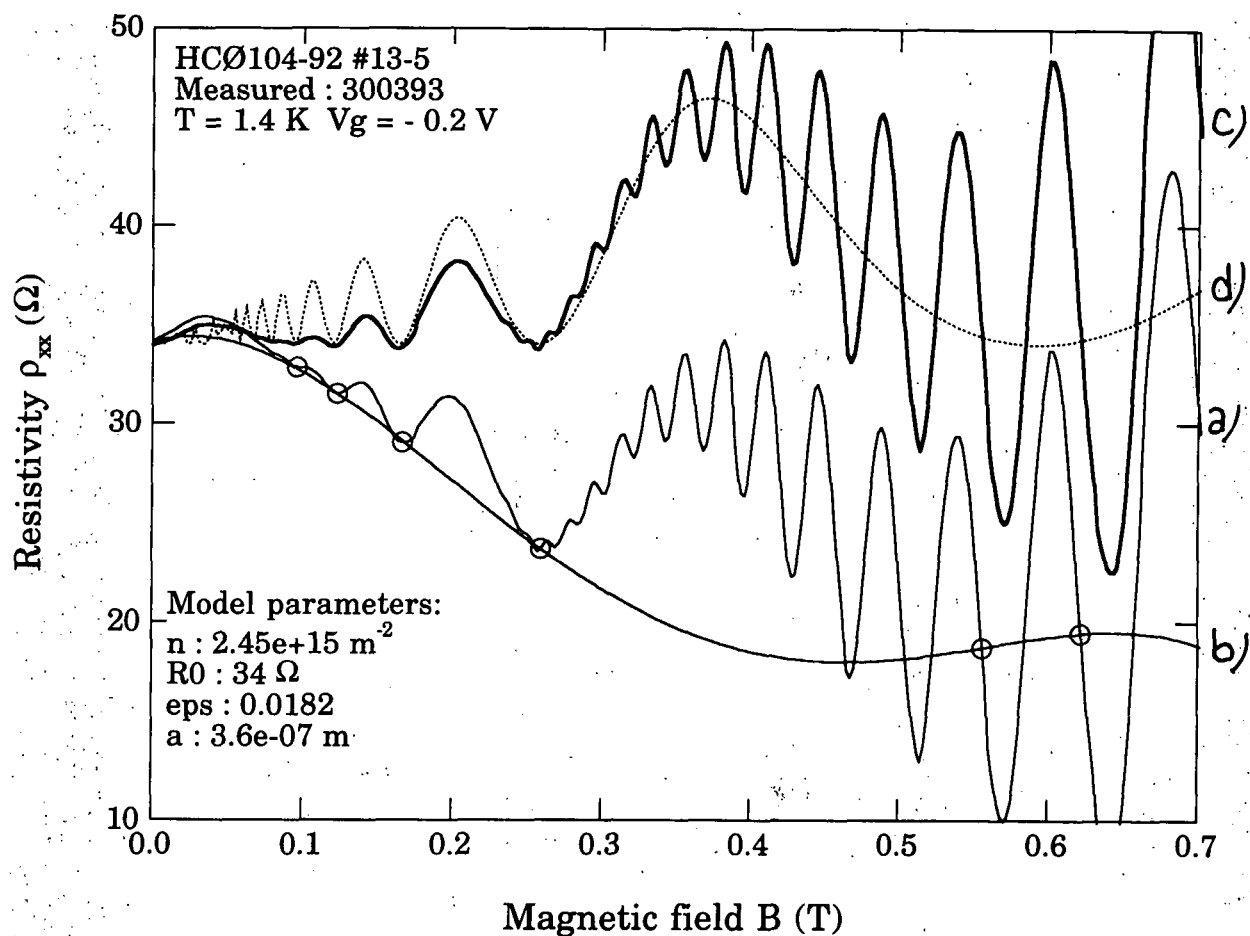


Figur 6.1: To kurver med en stor positiv magnetomodstand for en prøve med gitter (stiplet linie) og en prøve uden gitter. Målingerne er foretaget ved henholdsvis 1.3K og 0.3K.

vi i første omgang at se bort fra dette fænomen, da vi primært betragter effekter af det periodiske potential.

I det følgende trækker vi baggrunds magnetoresistansen fra målingerne. Herved kommer oscillationernes minima, til at ligge på en vandret linie $\rho_{xx}(B) = \rho_0$, akkurat som Beenackers model antager. Vi er så bedre istand til at sammenligne model og data og vurdere, hvilken effekt *gitteret* har på magnetoresistansen.

Korrektionen er gjort ved at fitte et 5. grads polynomium f til minima i Weiss oscillationerne. Derefter trækkes $(f - \rho_0)$ fra magnetomodstanden ρ_{xx} , i det tilfælde vi har en positiv magnetomodstand. For negativ magnetomodstand har vi lagt $(f - \rho_0)$ til ρ_{xx} . Derved opnår vi, at minima ligger på en konstant værdi ρ_0 .



Figur 6.2: De fire kurver er: a) en kurve med Weiss oscillationer overlejret af en negativ magnetoresistans, b) et fit af et 5.gr.polynomium gennem minima, c) den korrigerede kurve, hvor $(f - \rho_0)$ er lagt til ρ_0 , og d) et kurvefit efter Beenackers model.

6.2 Fitteprocedure

Vi fitter Beenackers reducerede semiklassiske model, (fremover blot benævnt Beenackers model) der gælder for $\omega_c \tau \gg 1$:

$$\rho_{xx} = \rho_0 \left(1 + \frac{(\frac{1}{2}(\epsilon q l)^2 J_0^2(q R_c))}{1 - J_0^2(q R_c)} \right)$$

hvor

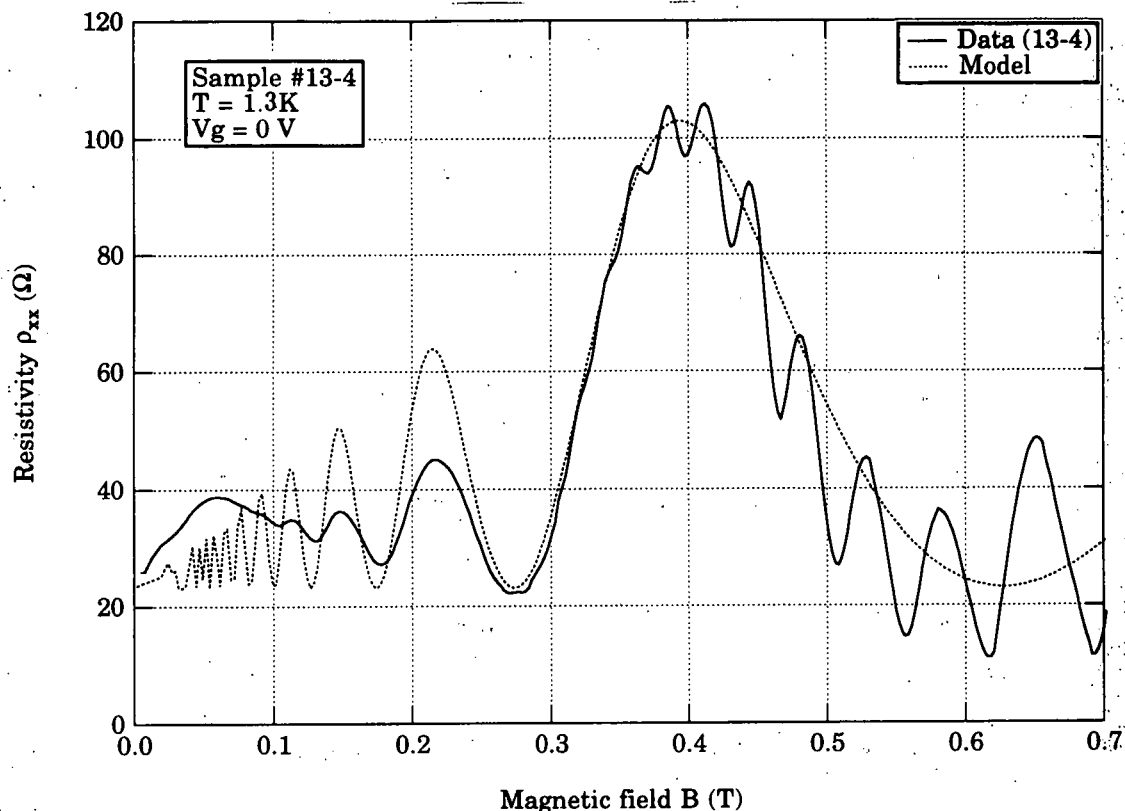
- ρ_0 er modstanden ved nul B-felt
- $J_0(q R_c)$ er besselfunktionen givet ved

$$\frac{1}{\phi} \int_0^\pi \cos(q R_c \sin \phi) d\phi$$

- $q = \frac{2\pi}{a}$
- a er gitterperioden
- $R_c = \frac{v_l}{\omega_c}$ er cyklotronradius
- $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ er cyklotronfrekvensen
- $l = v_f \tau$ er den middelfri vejlængde
- $\tau = \frac{m^*}{n e^2 \rho_0}$ er transport relaxationstiden
- $v_f = \frac{\hbar k_f}{m^*}$ er Fermi hastigheden
- $k_f = \sqrt{2\pi n}$ er Fermi bølgetallet

Som frie variable har vi ladningsbærertætheden n og gitterstyrken ϵ . Modstanden ρ_0 sættes til den værdi, vi har målt ved nul magnetfelt, og gitterperioden a er henholdsvis 360 nm og 475 nm. Perioden er bestemt ved udmåling af det rektangulære område med resist i et målemikroskop. Idet antallet af striber for de forskellige prøver kendes eksakt, kan perioden let bestemmes.

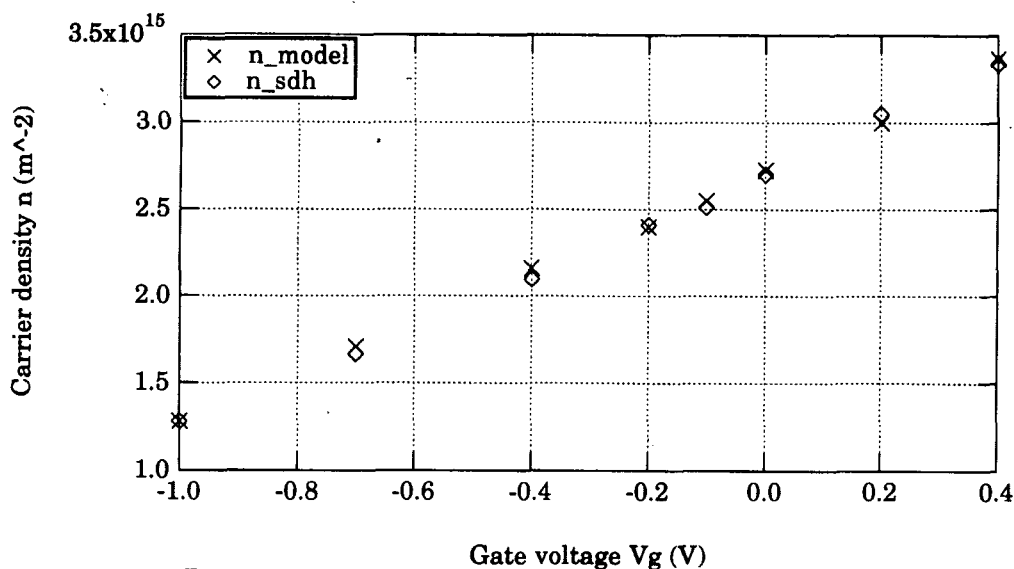
Det er nu muligt i vores fitteprogram at ændre de frie variable og plotte data sammen med modellen, indtil et tilfredsstillende resultat opnås. Kriterierne for et tilfredsstillende fit er, at oscillationernes periode i data og model stemmer overens. Når kommensurabilitetsbetingelsen $2R_c = (\lambda - 1/4)a$ er opfyldt, finder vi et minimum i



Figur 6.3: Et typisk fit. Her for #13-4 ved temperaturen 1.3 K og ved $V_g = 0V$, $a = 360nm$, $\rho_0 = 23\Omega$, n er fastlagt til $2.7 \cdot 10^{15}C/m^2$ og $\varepsilon = 0.04$

ρ_{xx} , og da R_c kun afhænger af den frie variabel n , kan periodiciteten sikres ved at justere n .

Derudover skal amplituderne stemme overens. Dette har imidlertid ikke været muligt at opfylde, da Beenackers model forudsiger en lineær sammenhæng i amplituderne, mens der i vores målinger sker en markant, hurtig udjævning af amplituderne med faldende magnetfelt. Amplituderne falder hurtigere end forudsagt i Beenackers model. Cyklotronradius, og dermed sandsynligheden for at elektronen bliver spredt, stiger når B-feltet mindskes. Det er derfor nærliggende at tro, at der sker en dæmpning af Weiss oscillationerne ved faldende magnetfelt, således at dæmpningen af den sidste top i Weiss oscillationerne ($\lambda = 1$) er mindst. Sammenholdt med modelantagelsen $\omega_c\tau \gg 1$, som er bedst opfyldt for store B -felter, må det være rimeligt at fitte, så der er overensstemmelse mellem amplituder af den sidst målte top og den tilsvarende i Beenackers model. Dette giver det bedste bud på størrelsen af ε for vores gitter. Et typisk fit ser følgende ud som på figur 6.3



Figur 6.4: Ladningsbærertæthederne bestemt ved de to metoder som funktion af gatespænding for prøven #13-4 ved 1.3 K.

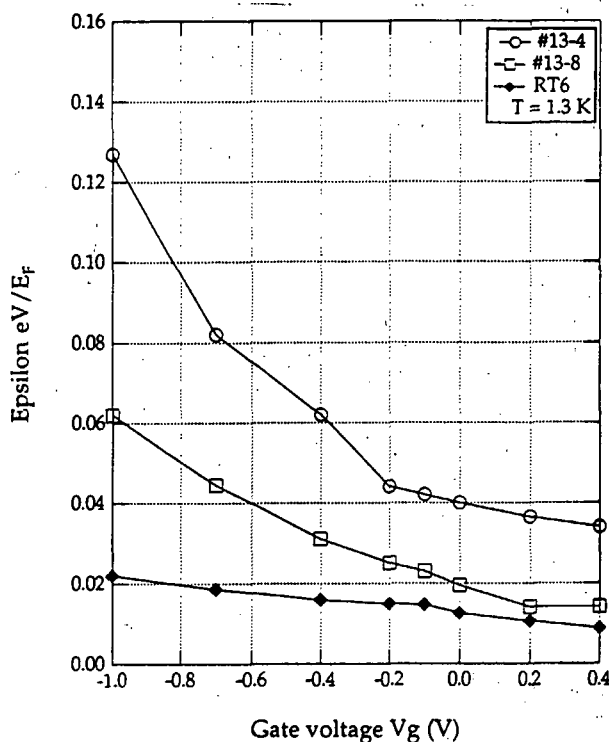
6.3 Resultater

Samtlige data er fittet efter disse kriterier efter at være korrigeret for selvinduktionen i magneten og den høje baggrunds magnetomodstand. Vi har herved fået fastlagt n og ϵ for prøver med forskellig gitterperiode a ved 8 forskellige gatespændinger for 3 forskellige temperaturer. I Appendiks A forefindes de fittede parameterværdier for de fire prøver.

6.3.1 Sammenligning af ladningsbærertæthed n_{model} og n_{SdH}

For at få en ide om, hvor godt et fit er, har vi beregnet ladningsbærertætheden ved brug af SdH oscillationernes minimumspunkter som beskrevet i forrige kapitel. Er disse ladningsbærertætheder n_{SdH} og de fittede sammenfaldende inden for den usikkerhed n_{SdH} er behæftet med, må fittet siges at være tilfredsstillende.

Ladningsbærertæthederne bestemt ved de to metoder plottet mod gatespændingen viser dels en god overensstemmelse, og dels den lineære afhængighed, hvilket fremgår af figur 6.4.



Figur 6.5: Gitterstyrken som funktion af V_g for #13-4, #13-8 og RT6 ved $T = 1.3\text{K}$.

Gitterstyrken som funktion af V_g

Plottes gitterstyrken som funktion af gatespændingen, ser vi en hyperbelligende vækst, når V_g øges til en stor negativ værdi. Se figur 6.5.

Det tyder på, at 2DEG'en mærker gitteret mere ved store negative gatespændinger end ved store positive gatespændinger. Herved ses, at vi *uden* gatespænding har en kraftig depletion af elektrongassen svarende til en negativ gatespænding. Selv ved en positiv gatespænding på 0.4 V er det umuligt at detektere en stigning i ϵ , hvilket vil sige, at den positive gatespænding i realiteten blot udviser modulationen af elektrongassen endnu mere. Endvidere ser vi, at ϵ er ca. fire gange større for #13-4 end for de andre prøver. Det kan forklares ved, at resistlaget for denne prøve er tyndere end for de andre. Vi ser som forventet ingen betydelig temperaturafhængighed.

Vi skal huske på, at vi fitter Beenackers reducerede model, det vil sige for $\omega_c\tau = B/ne\rho_0 \gg 1$. Ved store gatespændinger ser vi en stor $\rho_0 (> 100\Omega)$, og da er betingelsen ikke længere opfyldt for B -felter under ca. 0.1 T. Ved en gatespænding på -1 V er amplituden af den semiklassiske model ca. 20 % større end amplituden af den reducerede semiklassiske model. Det fundne ϵ vil derfor specielt for store negative

gatespændinger og for lave B-felter være for stor i forhold til den semiklassiske model, hvor det ikke er antaget, at $\omega_c \tau \gg 1$. Størrelsen ε skal derfor tages med forbehold, specielt i målinger med stor negativ gatespænding.

6.4 Afvigelser fra modellen

En positiv magnetomodstand ses i lavfeltområdet før Weiss oscillationerne, og den øges i amplitude og bredde med negativ gatespænding. Et tilsvarende træk genfindes ikke i Beenackers reducerede semiklassiske model. Ydermere ser det ud til, at Weiss oscillationerne dør ud mellem 0.07T og 0.1T, mens Beenackers model beskriver en lineær aftagende amplitude til nul. Da svingningerne er et resultat af en drift af elektronbanerne langs striberne, kunne det tyde på, at denne drift ophører ved magnetfelter omkring 0.1T.

Sammenligner vi den fri middelvejlængde og omkredsen O af cyklotronbanen ved $B = 0.08T$, hvor svingningerne dør ud, får vi for #13-4 uden gatespænding en påfaldende lighed:

$$l = v_f \tau = \frac{\hbar \sqrt{2\pi n}}{m} \cdot \frac{m}{ne^2 \rho_0} = \hbar \sqrt{\frac{2\pi}{n}} \frac{1}{e^2 \rho_0} = 8.5 \cdot 10^{-6} m$$

$$O = 2\pi R_c = 2\pi \frac{\hbar k_f}{m\omega_c} = 2\pi \frac{\hbar \sqrt{2\pi n}}{eB} = 6.8 \cdot 10^{-6} m$$

hvor $\rho_0 = 23\Omega$ og $n = 2.75 \cdot 10^{15} m^{-2}$.

Det tyder på, at svingningerne ophører, når elektronen ikke kan nå en hel gang rundt i cyklotronbanen, før den i middel bliver spredt, det vil sige når

$$2\pi \frac{v_f}{\omega_c} > v_f \tau \Leftrightarrow \omega_c \tau < 2\pi$$

6.4.1 Opsummering

Vi kan opsummere observationerne i to lister.

Overensstemmelser

1. Modellen indeholder i det teoretiske udtryk for driftshastigheden, den empirisk bestemte periodicitet $2R_c = a(\lambda - \frac{1}{4})$, og giver derfor den rigtige periode. Dette er et stærkt indicium for, at modellen er rigtig.

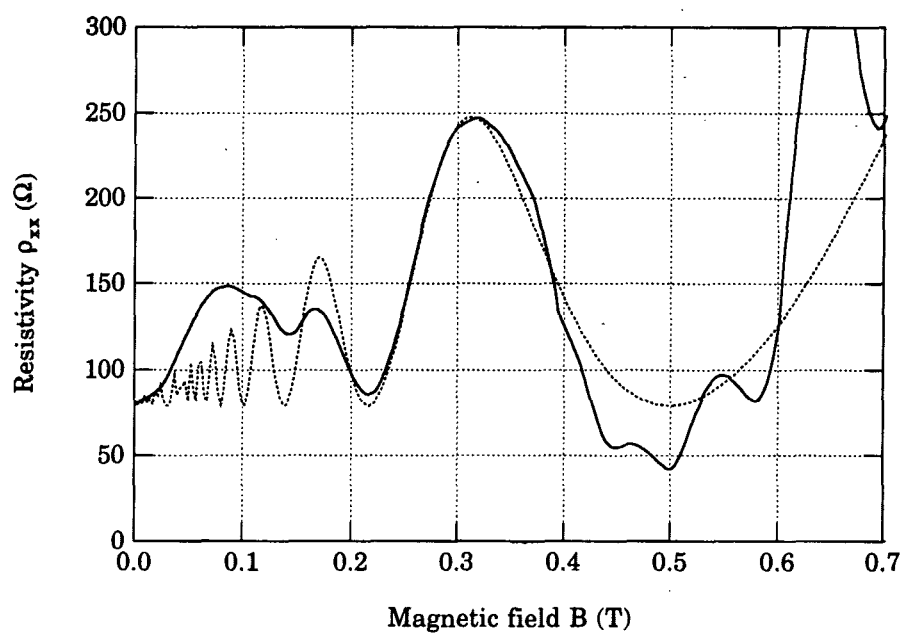
2. Amplituden af den største pukkel giver for de fleste data en gitterstyrke $\varepsilon = \frac{eV_{rms}}{E_F}$, der har en passende størrelsesorden (ca. 1-10%). Dette er fornuftigt i forhold til, at modulationen skal være en perturbation, der er stor nok til at give den drastiske resonans, vi ser i data, hvor amplituden af det kraftigste bump ($\lambda = 1$) er fire gange større end resistiviteten uden magnetfelt.
3. Formen af puklerne, passer glimrende med data, især ved magnetfelter mellem 0.2T og 0.4 T samt ved lave gitterstyrker ($\varepsilon \ll 1$).

Uoverensstemmelser

1. Ved de helt lave magnetfelter ($B < 0.1T$) ses en positiv magnetoresistans, som både vokser og flytter sig med stigende gatespænding.
2. De målte amplituder falder meget hurtigere end de forudsagte. Bevæger man sig fra høje felter mod lave ($\lambda = 1, 2, 3, \dots$) ser det ud til at amplituderne udslukkes ved $B_0 \sim 0.1 T$, i modætning til modellens lineære fald til (0,0). Se figur 6.3.
3. Ved høje gate spændingerne flyder oscillationerne sammen, så kun 1-2 toppe kan observeres. Se for eksempel figur 6.6
4. Vi har observeret både negativ og positiv baggrunds magnetoresistans, hvilket ikke optræder i Beenackers model.

De første fænomener (1-4) er observeret af mange (eksempelvis [Weiss, 1989] og [Beton, 1991]), mens den positive eller negative baggrunds magnetoresistans ikke altid optræder, og ikke altid på samme måde. Der er ingen sikkerhed for, at dette sidste fænomen er en konsekvens af gitteret, eller det aktuelle 2DEG systems øvrige egenskaber. I det følgende vil vi ikke beskæftige os med denne baggrunds magnetoresistans.

Havde vi benyttet Beenackers model 1 til at fitte med, havde vi som tidligere nævnt i kapitel 2, fået en lille positiv magnetoresistans, placeret i det rigtige magnetfeltsområde, men hvis amplitude og udstrækning dog er flere størrelsesordner for lille. Modellen giver korrekt, at svingningerne dør ud før $B=0$, dog tidligere i B-felt end observeret eksperimentelt. Samtidig beskriver modellen stadig en lineær vækst af amplituderne. Den semiklassiske model har altså de væsentligste eksperimentelle karakteristika indbygget, men mangler en egentlig overensstemmelse med data. For at komme en sådan overensstemmelse nærmere, vil vi i det følgende betragte spredningsprocesser i en 2DEG.



Figur 6.6: Data og model (stiplet linie) for #13-4 ved $V_g = -0.7$ V. Bemærk hvordan datakurvens oscillationer flyder sammen ved lave B -felter.

Kapitel 7

Spredningsprocesser

Vi vil gerne studere, hvorledes spredningsprocesserne indvirker på Weiss oscillationerne, idet relaxationstidsapproximationen, som Beenakker benytter, er en noget simplificeret spredningsmodel.

Målet med disse studier, er ikke bare at kommentere Beenackers model. Resultaterne i dette kapitel bliver senere brugt i en Monte Carlo simulering af en ledningselektron i et periodisk potential, med magnetfelt. Ideen er her numerisk at beregne elektronens klassiske bane i potentialelandskabet, idet spredningen inddrages på en mere korrekt måde end i relaxationstidsapproximationen. Med en sådan simulering kan man "måle" på en kunstig prøve, der har netop de transportegenskaber, man vælger at give den. En sammenligning med virkelige, målte data, vil så give et fingerpeg om, hvorvidt man har "valgt" de rigtige transportegenskaber.

En leder med samme spredningssandsynlighed overalt, kan dette gøres ved at benytte en *kollisionstid* τ_c i stedet for relaxationstiden τ_m . Vi vil i det følgende vise, hvordan disse to tider relaterer til hinanden, når de specielle spredningsforhold, der forefindes i en lavtemperatur 2DEG, tages i betragtning. Ydermere vil vi diskutere, hvilken betydning det har, om man bruger den ene eller den anden tid i en klassisk bane model, som en Monte Carlo simulering kan opfattes som.

7.1 Spredning i 2DEG

Spredningsprocesser er et af de vanskeligste problemer i faststoffysikken. Der er ingen pæn, analytisk vej at gå fra de grundlæggende begreber, til en brugbar, generel beskrivelse af spredningstider τ . Efter at opstille et par grundbegreber, vil vi skitsere de vigtigste spredningsprocesser i lavtemperatur 2DEG. Vi vil ikke opstille en samlet spredningsteori, men blot skitsere karakteren og betydningen af spredningsproblemet.

i vores system.

Vi indfører nu en kollisionstid τ_c , der er af samme størrelsesorden som relaxations-tiden τ_m . Sandsynligheden per tidsenhed $\frac{1}{\tau_c}$ for at en partikel spredes, er givet ved spredningstværsnittet σ_c , tætheden af spredningscentre N samt hastigheden af partiklen:

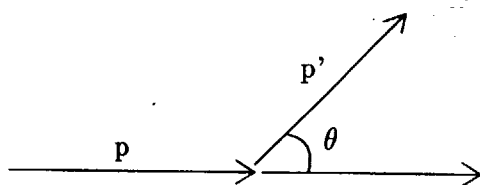
$$\frac{1}{\tau_c} = N\sigma_c v$$

Idet θ er vinklen mellem den originale retning og retningen efter spredningen, fås spredningstværsnittet σ_c i det todimensionale tilfælde, ved at integrere det differentielle spredningstværsnit $\sigma(\theta)$ over de mulige spredningsvinkler 0 til π .

$$\sigma_c = \int_0^\pi \sigma(\theta) d\theta. \quad (7.1)$$

Ved spredning mindses impulskomponenten p i den oprindelige retning. Hvis stødet er elastisk, vil elektronen efter stødet have impulsen $p \cos \theta$ i denne retning. Den relative impulsændring er følgelig givet ved:

$$\frac{p - p \cos \theta}{p} = 1 - \cos \theta$$



Vi kan derfor opskrive et impulsoverførelstværsnit σ_m , som blot er (7.1) med faktoren $1 - \cos \theta$ ganget på det differentielle tværsnit. På den måde vægtes de kollisioner mest, som sker i elektronernes driftsretning. Impulsrelaxationstiden τ_m kan så bestemmes, blot man kender det differentielle tværsnit $\sigma(\theta)$

$$\frac{1}{\tau_m} = N\sigma_m v = Nv \int_0^\pi \sigma(\theta)(1 - \cos \theta) d\theta \quad (7.2)$$

Af (7.2) kan vi se, at vi ved at antage isotrop spredning ($\sigma(\theta) = \sigma$) får, at relaxationstiden τ_m bliver identisk med kollisionstiden τ_c

$$\int_0^\pi \sigma(1 - \cos \theta) d\theta = \int_0^\pi \sigma d\theta$$

7.1.1 Spredningsprocesser i lavtemperatur 2DEG

De mest almindelige spredere i 2DEG halvledere er

1. **neutrale urenheder.** Stationære uregelmæssigheder i gitteret, primært stammende fra neutrale urenheder og den uregelmæssige overgang mellem bufferlag og spacerlag (*surface roughness scattering*).
2. **ioniserede urenheder.** Ioniserede donordatomer spredt elektronerne ved Coulombspredning.
3. **fononer.** Spredning på grund af vibrationer i gitteret.

Ved de lave temperaturer vi benytter, kan vi se bort fra fononspredning, da frihedsgraderne i gitteret er frosset ud.

For normale tredimensionale ledere fryser også den ioniserede urenhedsspredning ud, idet de frie elektroner falder tilbage og besætter de frie pladser på donordatomerne. Men vi har netop et tilfælde, hvor dette ikke sker. Elektronerne i den todimensionale elektrongas er fanget i en potentialbrønd og har ingen mulighed for at hoppe tilbage og derved neutralisere donordatomerne, da dette kræver en energitilvækst, der overstiger barrierehøjden (se afsnit 1.1) i kapitel 1. På grund af den særlige båndstruktur i en 2DEG, vil mange af donordatomerne være ioniserede, idet systemet dermed minimerer sin energi mest muligt (se afsnit 1.1) i kapitel 1. Spredning på ioniserede donordatomer og overgangsspredning *surface roughness scattering* kan i almindelighed forventes at dominere mobiliteten $\mu = (e/m)\tau_m$ i en todimensional elektrongas ved lav temperatur.

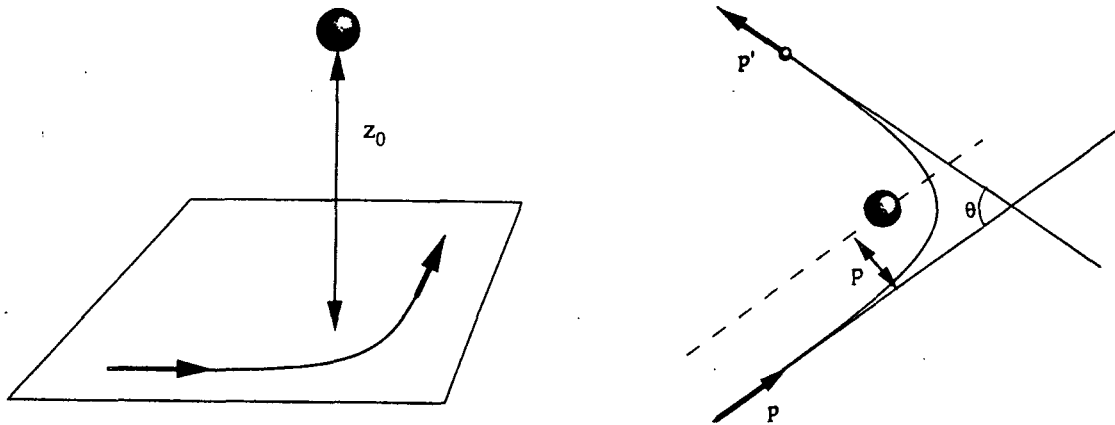
Af samme grund anbringer man ofte donordatomerne et stykke fra elektrongassen (typisk 100-200 Å), idet dette giver en højere mobilitet.

7.1.2 Beregning af impulsrelaxationstiden

Hvis vi antager, at al spredning foregår som ioniseret urenhedsspredning, kan vi estimere det differentielle spredningstværsnit ved at se på et enkelt ioniseret urenhedsatom (ladning $+e$), som sidder i gitteret. En elektron, hvis bane rammer tæt nok på den positive ladning, vil blive indfanget af det elektriske felt, og beskrive en hyperbolsk bane med den positive ion som centrum.

Afstanden mellem elektronens oprindelige sigtelinie og ionen kaldes *impact* parameteren p . Rutherford viste, at p afhænger af spredningsvinklen θ som

$$p = \frac{\kappa}{mv^2} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r mv^2} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$$



Figur 7.1: Spredningsproblemet indfanget i en tegning. Til højre ses traditionel Rutherford spredning. Til venstre er en skitse af det system vi har med at gøre i det foreliggende tilfælde, med fjerne spreder.

for en Coloumbspreder¹, hvor $\kappa = e^2/(4\pi\epsilon_0\epsilon_r)$. [Seeger, 1985, side 160]

En elektron der rammer sprederen med en impact parameter på mellem p og $p + dp$, bliver spredt i en vinkel mellem θ og $\theta + d\theta$. Vi kan så bestemme det differentielle tværsnit $\sigma(\theta) = \frac{dp}{d\theta}$ ved

$$\sigma(\theta)d\theta = dp = -\frac{\kappa}{2mv^2} \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right) d\theta$$

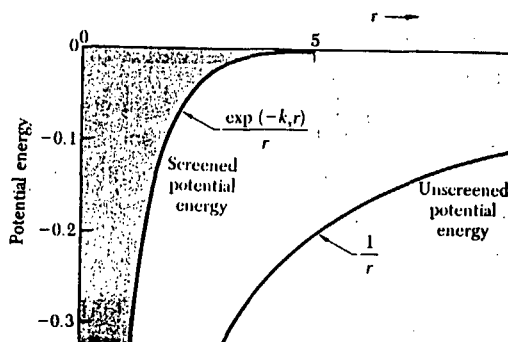
Da $\sigma(0) = \infty$, kan vi ikke umiddelbart evaluere integralet τ_m i ligning (7.2). Dette kommer sig af, at Coloumb potentialet skal korrigeres for screening. Ionens elektrostatiske felt er til dels afskærmet af den omgivende elektrongas. På grund af den tiltrækkende virkning på elektronerne, vil elektrongassen trække sig lidt sammen om ionen, så Coloumbfeltet effektivt reduceres hurtigere end $1/r$.

Hvorledes det klassiske potential korrigeres, og hvorledes det deraf følgende effektive spredningstværsnit beregnes, er gennemgået i eksempelvis [Ando, 1982] og [Bastard, 1989].

7.1.3 Ioniseret urenhedsspredning

Vi tager udgangspunkt i en undersøgelse af ioniseret urenhedsspredning i 2DEG. De ting, vi er på udkig efter, er relaxationstidens (τ_m) afhængighed af ladningsbærer-

¹Reglen $p = \frac{k}{mv} \cot \theta/2$ gælder for enhver spredning, hvor feltet (enten tiltrækkende eller frastødende) adlyder en $1/r$ afhængighed.



Figur 7.2: Det uperturberede Coloumbfelt sammen med det Thomas Fermi screenede felt [Kittel, side 267]. Eksemplet er i tre dimensioner.

tætheden (som i vores tilfælde er moduleret), kollisionstidens (τ_c) afhængighed af relaxationstiden samt fordelingen af spredningsvinkler.

Spredningstidens afhængighed af energien

Spredningstiden og dermed mobiliteten $\mu = (e/m)\tau_m$, afhænger stærkt af både ledningselektronernes energi E , og temperaturen T . Generelt adlyder relaxationstiden følgende lov [Seeger, 1985]

$$\tau_m = \tau_0 \left(\frac{E}{k_B T} \right)^r$$

hvor τ_0 er en proportionalitetskonstant. Det vanskelige er at bestemme eksponenten r , da denne afhænger af sammensætningen af spredningsprocesser i det individuelle system, og af eventuelle screeningseffekter. I det følgende vil vi søge et udtryk for $\tau_m(E)$.

Tager man højde for, at ionen er placeret en middelfastand z_0 over elektrongassen, samt at urenhederne i almindelighed er så små, at spredningen blot virker som en perturbation af elektronens bølgefunktion (småvinkelspredning), begynder det at blive kompliceret at bestemme det differentielle tværsnit og dermed relaxationstiden τ_m .

En omhyggelig gennemgang af ioniseret spredning i lavtemperatur 2DEG kan ses i [Bastard, 1989]. Resultater herfra vil blive gennemgået kort med henblik på at afgøre dels relaxationstidens afhængighed af ladningsbæretæthed (eller energi E_F) og dels sammenhængen mellem kollisionstiden τ_c og relaxationstiden τ_m .

Ved at antage at:

- elektronernes bølgefunktioner ikke er udstrakte i z-retningen (δ -funktioner i z-retningen).
- alle N_d donorer sidder i afstanden z_0 og er exciterede ($n = N_d$).

kan et relativt simpelt udtryk for relaxationstiden udledes ²

$$\frac{1}{\tau_m} = \frac{m^* N_d}{\pi \hbar^3} \left(\frac{2\pi e^2}{\epsilon_r \epsilon_0} \right)^2 \int_0^\pi \frac{1 - \cos \theta}{(q_0 + 2k_F \sin \frac{\theta}{2})^2} \exp\left(-4k_F z_0 \sin \frac{\theta}{2}\right) d\theta \quad (7.3)$$

N_d er antallet af donordatomer, ϵ_r er den relative dielektricitetskonstant i materialet mellem 2DEG og donordatomerne. Screeningsparameteren q_0 er et mål for den rækkevidde, det screenede potential har.

Vi benytter, at afstanden z_0 er stor i forhold til elektronernes bølgelængde $\lambda_F = 2\pi/k_F$. Dette udtrykkes ved $k_F z_0 \gg 1$.³ Eksponentialfunktionen sørger da for, at kun de små vinkler betyder noget i integralet, og vi kan erstatte $\sin \frac{\theta}{2}$ med $\frac{\theta}{2}$, $1 - \cos \frac{\theta}{2}$ med $\frac{\theta^2}{2}$ og nævneren med q_0^2 . Herved fås

$$\tau_m = 16z_0^3 \frac{m^*}{\hbar} \frac{n}{N_d} \sqrt{2\pi n}$$

Det ses, at $\tau_m \propto n^{\frac{3}{2}} \propto E_F^{\frac{3}{2}}$. Eksponenten r skulle så i denne simple model være bestemt til $\frac{3}{2}$. Men på grund af elektroneutralitetsbetingelsen $N_d = n$, ender vi med $r = \frac{1}{2}$.

²En udmærket udledning findes i [Bastard, side 212-215]

³For vores prøver er typiske værdier $k_F = 1.3 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$ og $z_0 \approx 300 \text{ \AA}$, hvilket giver $k_F z_0 \approx 4$. Vi beregner z_0 løseligt ved at indsætte mobiliteten $\mu = 100 \text{ m}^2/\text{V s}$ i ligningen $\mu = \frac{e}{m^*} \tau_m$ og isolere z_0 .

Box [7.1.3]: Eksperimentelle bestemmelser af r

Der er ikke overvældende god overensstemmelse mellem eksperiment og teori for spredning i lavtemperatur 2D systemer. Det lader til, at $\tau \propto E^r$ i almindelighed er opfyldt, men at eksponenten r afhænger meget af systemets geometri - eller rettere: den måde man varierer ladningsbærertætheden på. Dette har betydning for, hvilke spredningsprocesser der dominerer.

Med en frontgate (gate - donorlag - spacer - 2DEG), hvilket er vores prøvegeometri, presser gaten ledningselektronernes bølgefunktioner længere væk fra overgangen mellem bufferlag og donorlag. Dette gør, at vi får en ren ioniseret urenhedsspredning uden den store indflydelse fra *surface roughness*. Dette giver en eksponent på omkring $r = \frac{3}{2}$.

Benytter man derimod en backgate, det vil sige en gate på bagsiden af prøven (donorlag - spacer - 2DEG - gate), presser gaten elektronernes bølgefunktioner op imod de ioniserede urenheder i donorlaget og uregelmæssighederne i overgangen fra bufferlaget til spacerlaget. Dette øger *surface roughness* bidraget, hvilket giver en $r = 5/2$ afhængighed i stedet for en $r = 3/2$ afhængighed.

Störmer har målt $r = 1.65$ med frontgate [Störmer, 1982] og $r = 2.5$ med backgate [Störmer, 1981].

Da vi benytter en frontgate i vores eksperimenter, forventer vi en relaxations-tidsafhængighed $\tau_m \propto n^{3/2}$.

En negativ dielektricitetsfunktion

I [Nielsen, 1993] vises det, hvordan man, ved at benytte den termodynamiske tilstandstæthed $D_T = \frac{\partial n}{\partial \mu}$ i stedet for enkeltpartikel tilstandstætheden $G = \frac{\partial n}{\partial E}$, får en screeningsparameter q_T givet ved

$$q_T^2 = \left(\frac{2\pi e^2}{\frac{\pi \hbar^2}{m^*} - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{\frac{2}{\pi n}}} \right)^2$$

Hvis denne screeningsparameter indsættes i stedet for q_0^2 i ligning (7.3), fås en spredningstid der går som $\tau \propto E^{3/2}$, når neutralitetsbetingelsen $N_d = n$ opfyldt. Dels passer denne afhængighed bedre med de eksperimentelle undersøgelser af mobiliteten $\mu(n)$, og dels er det vist eksperimentelt [Nielsen, 1993], at den korrigerede, termodynamiske tilstandstæthed er mere korrekt for nul magnetfelt.

Kollision i stedet for relaxation

Den sædvanlige Drude-relaxationstid τ er den gennemsnitlige spredningstid, man får ved brug af $\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau}$. Denne kaldes også relaxationstiden (eller transporttiden) τ_m , og

angiver en *effektiv* spredningstid ved modstandsmålinger. Ikke alle kollisioner påvirker imidlertid transporten lige meget. Ifølge ligning (7.2) side 120 er transporttiden τ_m givet ved integralet:

$$\frac{1}{\tau_m} = Nv \int_0^\pi \sigma(\theta)(1 - \cos(\theta))d\theta$$

Vægtfaktoren $(1 - \cos(\theta))$ sørger for, at kollisioner med stor vinkel bliver vægtet forholdsvis mere, da småvinkelspredning har forsvindende betydning for resistiviteten. Hvis elektronen kun spredes i den retning, den bevæger sig i, ændres impulsen stort set ikke, og modstanden er upåvirket. Derimod kan spredning med selv den mindste vinkel, bringe elektronen ind i en bane, med en fuldkommen anden driftshastighed (v_d). Det afgørende for driftshastigheden er placeringen af banens ekstremumpunkter $x = \pm R_c$ i forhold til gitteret, og disse kan ændres radikalt ved blot en lille afbøjning i banen.

Da hver spredning har betydning for elektronens bane i forhold til gitteret, vil vi i simuleringen benytte kollisionstiden τ_c som spredningstid, i stedet for transporttiden τ_m .

Kollisionstiden τ_c findes ved at gennemføre integrationen i (7.3) uden leddet $(1 - \cos \theta)$, hvilket ifølge definitionen (ligning (7.1)) er kollisionstværsnittet σ_c .

For små vinkler erstattes $\sin \frac{\theta}{2}$ med $\frac{\theta}{2}$ og nævneren med q_0^2 , Hermed fås:

$$\frac{1}{\tau_c} = -2 \frac{m^* N_d}{\pi \hbar^3} \left(\frac{2\pi e^2}{\epsilon_r \epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{q_0^2 4k_F z_0} \exp\left(-\frac{4k_F z_0}{2} \theta\right) \quad (7.4)$$

Transporttiden τ_m findes analogt, men hvor $(1 - \cos \theta)$ medtages, idet den erstattes med $\frac{\theta^2}{2}$ for små vinkler:

$$\frac{1}{\tau_m} = -8 \frac{m^* N_d}{\pi \hbar^3} \left(\frac{2\pi e^2}{\epsilon_r \epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{q_0^2 (4k_F z_0)^3} \exp\left(-\frac{4k_F z_0}{2} \theta\right) \quad (7.5)$$

Ved sammenligning af (7.4) og (7.5) fås følgende simple relation mellem τ_c og τ_m

$$\tau_c = \frac{1}{(2k_F z_0)^2} \tau_m$$

Det giver for vores prøver ($k_F z_0 \approx 4$) en kollisionstid, der er 1/64 gange Drude relaxationstiden.

Kapitel 8

En klassisk bane model

Som tidligere nævnt mener vi, at en guiding center drift model er en god tilgang til en teoretisk forståelse af Weiss oscillationer. Selvom alle karaktertræk ved fænomenet ikke forklares, er modellen så oplagt ligetil, at det er svært at forestille sig, hvad der kan være galt i den. Tror man på, det er meningsfyldt at betragte ledningselektronen som en klassisk partikel, og at ledningsevnen er et diffusivt fænomen, er det en konsekvens af de klassiske bevægelsesligninger, at der vil komme en drift parallelt med stribene.

Som Beenakker [Beenakker, 1989] også er inde på, er det centrale beregningen af driftshastigheden (v_d). Han er selv i den klassiske model nødt til at arbejde med en ret simplificeret version af systemet, for at kunne finde et analytisk udtryk for driftshastigheden (se afsnit 2.2.1 i kapitel 2). Modellen er semikvantitativ, idet den bruger en fri parameter, $\varepsilon = \frac{eV_{rms}}{E_F}$ til at fastlægge amplituderne. I det følgende vil vi ved brug af Monte Carlo simuleringer analysere og diskutere Beenakkers klassiske model.

8.1 Monte Carlo simulering

Monte Carlo simulering (MC) er en integrationsform, hvor man estimerer en størrelse, på baggrund af et stort antal kunstigt skåbte hændelser, med statistiske metoder. Hver hændelse bliver dannet tilfældigt, men så tæt som muligt på den sandsynlighedsfordeling man forventer, den virkelige hændelse har.

MC simuleringer er et velkendt værktøj i mange grene af fysikken. Især partikelfysikere har udnyttet denne teknik. Vil man prøvekøre en målcopstilling, før den er bygget, for eksempel for at se om en accelerator eller detektor er korrekt dimensioneret, kan man opbygge en model af opstillingen i et computerprogram. Derefter

genererer man et antal kunstige kollisioner og sørger for, at kollisionsprodukterne følger de rigtige sandsynlighedsfordelinger. Disse kollisionsprodukters energier og baner bliver fulgt gennem måleopstillingen, indtil de rammer en detektor. Her bliver de registreret, som var de virkelige data. Det endelige resultat er noget, der i mange tilfælde giver et skarpt billede af opstillingens virkemåde og egnethed.

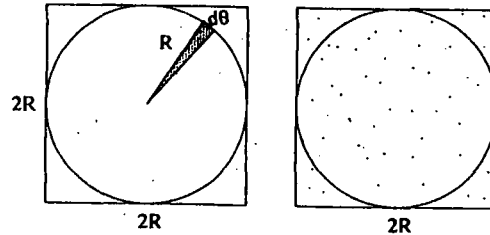
Hvis man omvendt *har* data fra et eksperiment, kan en Monte Carlo simulering af disse data give en ide om hvorvidt, den viden, man mener at have om systemet, er korrekt. I dette tilfælde fungerer simuleringen som en fysisk model, eller måske nærmere som en test af fysiske teorier.

Ulempen er, at man let bliver narret af resultaterne af simuleringen, som ofte virker mere troværdige end de er - de ligner rådata, og er fremkommet næsten som rådata. Simuleringen er ikke mere troværdig end de antagelser den bygger på, så det er primært ved sammenligning med teoretiske modeller, at fremgangsmåden kan gøre sig gældende.

Simuleringer kan normalt ikke frembringe ny fysik, på grund af de latente begrænsninger. Men det er en genvej til at studere nogle problemer, som ikke uden videre kan løses analytisk. Undertiden er det den eneste vej frem, når de studerede systemer bliver tilstrækkelig komplicerede. Dette er netop vores motivation for at benytte MC simulering.

Box 1. MC simulering er integration

Skal man bestemme arealet af en cirkel med radius R , uden at man kender arealformlen $A = \pi R^2$, kan man gøre det ved integration. Man integrerer rundt langs punkter i en afstand r fra $(0,0)$, fra 0 til 2π . Dette giver ikke overraskende $A = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r^2 d\theta = \pi r^2$.



Kender man ikke størrelsen af π , kan man ikke benytte denne metode. I stedet kan man udføre en numerisk integration efter MC princippet, hvor man forsøger at beregne forholdet mellem cirkelns areal og et kvadrat med sidelængden $2R$.

Det kan for eksempel gøres ved følgende algoritme:

Gentag N gange:

Vælg et tilfældigt punkt indenfor kvadratet:

$((-R < x < R), -(R < y < R))$.

Hvis afstanden $\sqrt{x^2 + y^2}$ er mindre end R så:

tæl INDENFOR 1 op.

$PI := INDENFOR / N$

$AREAL := PI R^2$

8.1.1 Den grundlæggende algoritme

Vi er interesseret i at beregne driftshastigheden parallelt med gitteret, da denne kan indsættes i udtrykket (2.6) i kapitel 2 side 37 og dermed give resistiviteten. De klassiske bevægelsesligninger vist i (8.1) er udgangspunkt for en 2D simulering af en elektron i et lateralt supergitter, med et homogent, ortogonalt magnetfelt.

$$m^* \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} = -e \left(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \times \vec{B} \right) = -e \begin{pmatrix} \sqrt{2} V_{rms} \frac{2\pi}{a} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \\ 0 \end{pmatrix} + m^* \begin{pmatrix} -v_y \omega_c \\ v_x \omega_c \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

Vi ser bort fra elektron-elektron vekselvirkninger og kan derfor nøjes med en elektron

i simuleringen. Vi omsætter denne bevægelsesligning til iterative ligninger, der udgør en numerisk integration (fast tidsskridt) af stedkoordinaterne. For at komme fra koordinaten $x(t)$ til $x(t + dt)$, skal vi lægge $dx = v(t) \cdot dt$ til. På samme måde findes $y(t)$. For at beregne hastigheden $v_x(t)$ har vi, at $v_x(t + dt) = v_x(t) + dv_x$. Den ovenstående bevægelsesligning giver os netop $\dot{v}_x = -v_y \omega_c \Rightarrow dv_x = -\omega_c v_y \cdot dt$. Efter at have bestemt det tilsvarende udtryk for $v_y(t + dt)$ kan de fem iterative ligninger skrives op.

$$\begin{aligned}
 t &= t + dt \\
 x(t + dt) &= x(t) + dx = x(t) + v_x(t) \cdot dt \\
 y(t + dt) &= y(t) + dy = y(t) + v_y(t) \cdot dt \\
 v_x(t + dt) &= v_x(t) + dv_x = v_x(t) - \omega_c v_y(t) \cdot dt - \frac{e}{m^*} \mathcal{E}(x) \cdot dt \\
 v_y(t + dt) &= v_y(t) + dv_y = v_y(t) + \omega_c v_x(t) \cdot dt
 \end{aligned}
 \tag{8.2}$$

Men der skal mere til. For hvert tidsskridt er der en sandsynlighed P , for at elektronen spredes. Spredningsprocessen randomiserer impulsens retning, men ikke størrelse, da der er tale om elastiske stød på urenheder. I det følgende viser vi, hvorledes der er taget højde for det i iterationen.

Vi har valgt at skrive algoritmen op på en form, der ligger tæt op af et operativt computerprogram, da det giver et bedre indtryk af, hvor lidt der skal til for at gennemføre en sådan simulering.

Begyndelsesbetingelser

$$\begin{aligned}
 t &= 0 \\
 x &= y = 0 \\
 vx &= vf \\
 vy &= 0 \\
 DY &= 0
 \end{aligned}$$

Her er x, y stedkoordinater for elektronen, mens vx, vy er hastighedskomponenterne. Simuleringen kører, indtil tidstælleren t har nået simuleringstiden $SIMTID$. vf er Fermi hastigheden $v_F = \frac{\hbar k_F}{m^*}$. DY bruges til at tælle op, hvor langt elektronens guiding center har flyttet sig langs gitteret mellem spredningerne. Divideres DY med $SIMTID$ fås en driftshastighed.

Definitioner

$$dv_x(x) := - (e / m) * V_{rms} * 2^{1/2} * \cos (2 * \pi * x / a)$$

$$P := 1 / \tau$$
Algoritme

```
Gentag indtil t = SIMTID :
  t = t + dt
  x = x + vx*dt
  y = y + vy*dt
  vx = vx - wc * vy * dt + dvx(x) * dt
  vy = vy + wc * vx * dt
  hvis SPREDNING(P) så :
    DY = DY + abs( (y + vx/wc) - Old_Y_Drift )
    RANDOMISER(vx,vy)
    Old_Y_Drift = y + vx/wc
VDRIFT(B) = DY / SIMTID
```

Dette kræver lidt forklaring. w_c og V_{rms} er henholdsvis cyklotronfrekvensen ω_c og middelkvadratet af potentialet $V(x)$. Algoritmen udfører iterationerne, indtil sætningen *hvis SPREDNING(P) så*: bliver opfyldt.

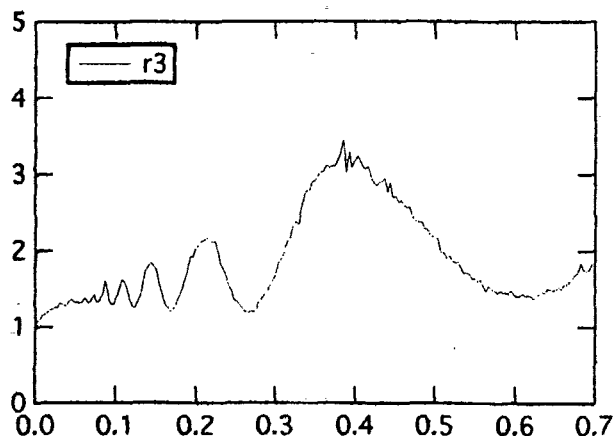
SPREDNING(P) er en funktion, der giver et "JA" med en sandsynlighed P for at elektronen spredes i tidsrummet dt . Hvis P er 0.01, bliver elektronen således spredt en gang for hvert $100dt$.

Hvis *SPREDNING(P)* kommer ud med et "JA", sker der tre ting:

- Den numeriske forskel på guiding centerets Y-komponent i den nuværende position $y + v_x/\omega_c$ og i den forrige position (*Old_Y_Drift*) lægges til *DY*.
- *RANDOMISER* vælger de to hastighedskomponenter v_x og v_y , så de svarer til en ny tilfældig vinkel, men samme længde v_F af hastighedsvektoren. Dette svarer til en isotrop elastisk spredning.
- Det nye centrum for cyklotronbevægelsen gemmes i en variabel *Old_Y_Drift*, så den huskes til næste gang "spredningssætningen" bliver opfyldt.

Tilbage er så at indsætte driftshastigheden i udtrykket for magnetoresistiviteten:

$$\frac{\rho_{xx}}{\rho_0} = 1 + \frac{2 \frac{(v_d)_y^2}{v_F^2}}{1 + 2 \frac{(v_d)_y^2}{v_F^2}} (\mu B)^2 \quad (8.3)$$



Figur 8.1: En modelkørsel med parametrene $n = 2,7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $a = 360 \text{ nm}$, $\epsilon = 0.042$ og $\rho_0 = 25\Omega$. Integrationstiden per datapunkt er $T=50$ nanosekund, og tidsskridtet er $dt = 0.1$ picosekund. Bemærk ansatsen til en lille positiv magnetoresistans omkring 0.02 Tesla.

Beenakker midler i den klassiske model over alle θ og Y for at finde driftshastigheden $\langle v_d \rangle$. Vi lader de tilfældige spredningsprocesser bringe elektronen fra den ene bane til den næste. I løbet af et passende stort simuleringstidsrum, har elektronen i middel været lige lang tid i alle baner, idet spredningsprocesserne er styret af en spredningssandsynlighed $P = \frac{1}{\tau}$, som er konstant.

8.1.2 Indledende kørsler

I figur (8.1) ses resultatet af en sådan simulering, der ligner et plot af Beenakkers teori meget. Det er ikke overraskende, eftersom vi i det store og hele har brugt de samme antagelser:

- elektronerne spredes isotropt og elastisk, og der er kun tale om urenhedsspredning, det vil sige Coloumbspredning på huller og fejlsteder i gitteret.
- spredningssandsynligheden er relaxationstiden $P = \frac{1}{\tau} = \frac{m^*}{n\epsilon^2\rho}$
- ladningsbærertætheden n og dermed τ og v_F er isotrop.

8.1.3 Åbne baner

Vi kan ved en numerisk beregning af driftshastigheden $\langle v_d \rangle$ reproducere Beenackers resultater. Dog kan man, hvis man ser godt efter på figur 8.1, se den første sidegevinst ved simuleringemetoden: ansatsen til en lille positiv magnetoresistans, ved magnetfelt på ca. 0.02 Tesla. Denne skyldes en særlig omstændighed, som Beenakker ikke tager højde for: *streaming*, eller *åbne baner*¹.

Hvis elektronen bliver spredt ind i en bane, der ligger tilnærmelsesvist parallelt med gitteret, og hvis det elektriske felt fra gitteret samtidig er tilstrækkelig stærkt, modtager elektronen ikke impuls nok (i x -retningen) fra magnetfeltet til at komme over potentialbarrieren. Den bliver med andre ord fanget i gitterdalen. I stedet for at fuldføre sin cirkelbane, driver den med hastigheden $(v_x, v_y) \approx (0, v_F)$ langs potentialstriberne. Dette kaldes en åben bane, i modsætning til en lukket bane, der skærer sig selv. På figur 8.2 kan man se en elektron, der spredes ind i en åben bane, hvor den *streamer*, indtil den atter spredes.

Selvom de åbne baner for et givet magnetfelt, udgør en lille del af de mulige baner, yder de på grund af den høje driftshastighed ($v_d \sim v_F$) et forholdsvis stort bidrag til resistiviteten ved de lave felter. Det er dette ekstra bidrag, som formodentlig er årsag til den lille, ekstra positive magnetoresistans, der observeres på figur 8.1.

Det simple billede med åbne og lukkede baner kan beskrives mere detaljeret ved brug af semiklassiske betragtninger. Hamiltonfunktionen for en ledningselektron i et magnetfelt med 1 dimensionalt (1D) gitter kan i Landaugaugen $A = B(0, x, 0)$, skrives på formen:

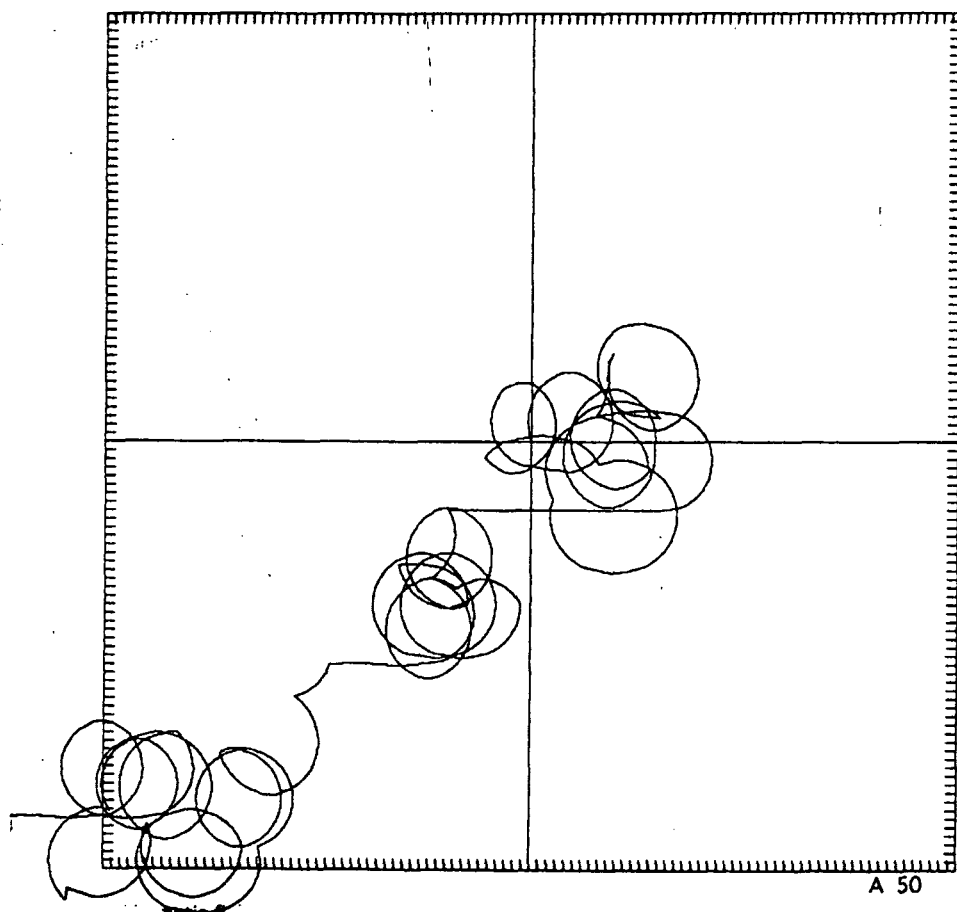
$$\frac{(p_x)^2}{2m^*} + \frac{(p_y + eBx)^2}{2m^*} + eV_{rms}\sqrt{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) = E_F \quad (8.4)$$

Fordelen ved at benytte den lineære gauge er, at vi kan gøre Hamiltonligningen en-dimensional. Vi ser nu på et snit gennem gitteret og elektronsystemet på tværs af striberne. Alle baner kan karakteriseres ved en position $x = x_0$, hvor bevægelsen er helt på langs af striberne. I dette tilfælde kan ligning (8.4) omskrives til [Beton, 1990]:

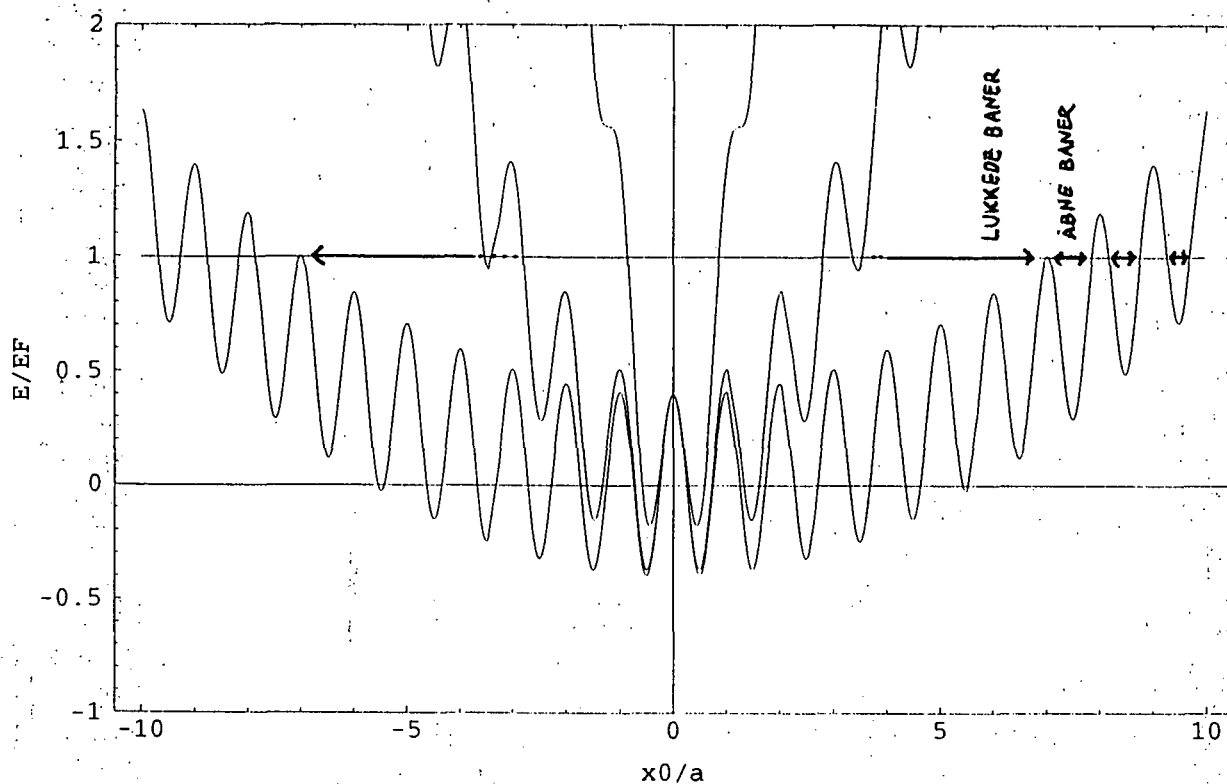
$$\frac{(x - x_0)^2}{R_c^2} + \varepsilon\sqrt{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) = 1 \quad (8.5)$$

hvor $\varepsilon = \frac{eV_{rms}}{E_F}$ og $R_c = \frac{v_F}{\omega_c}$. Potentialet er summen af gitterets modulerede potential

¹I Beenackers udvidede, semiklassiske model er der indirekte taget højde for åbne baner, hvilket vil blive diskuteret sidst i kapitlet.



Figur 8.2: En simulering i 1000 ps med et tidsskridt på 0.1 ps, ved $B = 0.05$ T viser, hvordan en elektron kan blive spredt ind i en åben bane.



Figur 8.3: Det effektive potential for $R_c = 1a, 3a$ og $9a$ er indtegnet sammen med $E = E_F$. Til højre vises, hvordan der både kan eksistere lukkede baner (i midten) og åbne baner (i siderne).

og en forskudt parabel stammende fra magnetfeltet.

For store ε og små magnetfelter, kan der være bundne tilstande i et lokalt potentialminimum, hvor elektronen ikke har nogen mulighed for at undslippe. En elektron kan komme ind i en sådan bunden tilstand ved spredning eller kvantetunnelling. Vi vælger at se bort fra kvantetunnelling gennem potentialbarrieren, da barrierernes bredde er af samme størrelsesorden som gitterperioden $a \approx 400$ nm, og dermed betydeligt større end Fermi bølglængden $\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} \approx 50$ nm:

På figur 8.3 er potentialet beregnet for tre cyklotronradii, $R_c = (1a, 3a, 9a)$. Den vandrette skala er i enheder af a , den lodrette er i enheder af E_F . I de positioner x , for hvilke det effektive potential skærer E_F , er elektronen fanget i en potentialbrønd, og bevægelsen foregår udelukkende i y -retningen.

Hvilken rolle spiller de åbne baner så for den målte resistivitet? I almindelighed bevæger elektroner i de lukkede baner sig langs striberne med en netto driftshastighed,

der er betydeligt lavere end Fermi hastigheden. Gitteret skubber kun lidt til elektronbanen i de ekstreme positioner $x = \pm R_c$, mens bidragene fra $-R_c < x < R_c$ midler ud (se afsnit 2.2.1 i kapitel 2).

For de åbne baners vedkommende, beskriver elektronerne ikke længere cirkelbaner, men driver nede i potentialbrøndene. Her er driftshastigheden af samme størrelse som elektronernes egen hastighed; Fermihastigheden. Resultatet bliver en effektiv driftshastighed $\langle v_{eff} \rangle$, der er givet ved forholdet mellem antallet af åbne baner N_{open} og antallet af lukkede baner N_{closed} :

$$\langle v_{eff} \rangle = \frac{N_{open} \cdot v_F + N_{closed} \cdot \langle v_d \rangle}{N_{open} + N_{closed}} \quad (8.6)$$

Kendes forholdet mellem antallet af lukkede og åbne baner, kan man indsætte $\langle v_{eff} \rangle$ i Beenackers klassisk beregnede driftshastighed $\langle v_d \rangle$. I Beenackers klassiske model er åbne baner ikke medtaget, men ved at erstatte $\langle v_d \rangle$ med $\langle v_{eff} \rangle$ fås et udtryk, der inkluderer en positiv magnetomodstand (vi kan ikke udtale os om størrelsen af denne). Desværre er det ikke trivielt at bestemme antallet af åbne baner N_{open} . I [Beton, 1991] hvor *open-orbit* forklaringen præsenteres, er det forsøgt gjort ved optælling af intervaller med lokale minima i potentialediagrammet, hvor barriererne når op over Ferminiveaue (se figur 8.3).

Det er muligt at beregne driftshastigheden ved brug af ligning (8.6), hvis elektronerne fordeler sig ligeligt i alle tilgængelige tilstande/baner. Dette er også korrekt, så længe spredningstiden er konstant overalt i prøven. Hvis spredningstiden derimod er eksempelvis størst i potentialbrøndene, vil de åbne baner, som netop løber i potentialbrøndene, bidrage forholdsvis mere til den effektive driftshastighed. Simpelthen fordi elektronerne gennemsnitligt opholder sig længere tid i baner med lav spredningsrate end med høj.

I vores simuleringer er det ikke nødvendigt at tælle åbne og lukkede baner, idet de simulerede spredningsprocesser automatisk sørger for at bringe elektronerne ind og ud af de åbne baner - i overensstemmelse med den spredningstid vi vælger at benytte - for øjeblikket relaxationstiden. Vi kan herefter beregne $\langle v_{eff} \rangle$ ved at tælle de kvadrerede driftshastigheder sammen, hvadenten de nu er fremkommet ved åbne eller lukkede baner. Ligeledes reduceres problemet med en anisotrop spredningstid, til blot at fastsætte funktionen $\tau(x, y)$ og så benytte den lokale spredningssandsynlighed $P(x, y) = \frac{1}{\tau(x, y)}$, i stedet for $P = \frac{1}{\tau}$.

8.2 Udbygning af algoritmen

I det følgende vil vi vise, hvad der kan komme ud af at udvide det klassiske billede, Beenakker har foreslået. Formålet er at bevæge os fra den overordnede makroskopiske beskrivelse af elektrontransporten, som eksempelvis Boltzmannligningen i relaxationstidsapproximationen, henimod en mikroskopisk mere korrekt beskrivelse. Da en MC simulering er en model på det mikroskopiske niveau, må vi indbygge systemets mikroskopiske egenskaber i modellen, således at elektronernes baner i "prøven" bliver så realistiske som muligt.

Vi vil betragte tre mikroskopiske fænomener, som indfører systemparametre, der normalt udelades i en beskrivelse af elektrontransporten:

- **Anisotrop (periodisk) ladningsbærertæthed.** Medfører periodisk Fermi-hastighed E_F og spredningstid τ .
- **Småvinkelspredning.** Medfører at spredningstiden er kollisionstiden $\tau_c = \frac{1}{(2k_F z_0)^2} \tau_m$ i stedet for relaxationstiden.
- **Anharmonisk potential.** Et ujævnt eller ikke-sinusformet potential forstyrrer kommensurabilitetsbetingelsen $2R_c = a(\lambda - 1/4)$

8.2.1 Periodisk ladningsbærertæthed

Det periodiske potential er indført ved hjælp af en moduleret ladningsbærertæthed. Hvor afstanden fra gatemetallet til 2DEG'en er mindst, bliver ladningsbærertætheden også mindst. Det er derfor uhensigtsmæssigt at benytte den *globale* n , bestemt ved SdH oscillationer, til at determinere *lokale* spredningsprocesser.

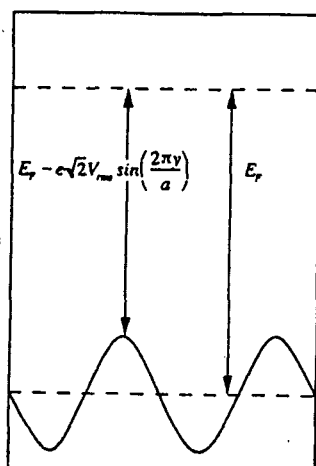
Elektronsystemet er isoleret, og vi har derfor energibevarelse

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} m v_F(x)^2 - eV(x) \quad (8.7)$$

Dette viser, at hvis elektronernes energi $E_{tot} = E_F$ skal være bevaret, må hastigheden v_F af elektronerne være afhængig af x .

Man kan se af (8.7), at hastigheden $v_F(x)$ afhænger af potentialet $V(x)$ som

$$v_F(x) = \sqrt{\frac{2}{m^*} (E_F + eV(x))} = \sqrt{\frac{2E_F}{m^*}} \sqrt{1 + \frac{eV(x)}{E_F}} \quad (8.8)$$



Figur 8.4: Her ses, hvordan det modulerede potential giver anledning til en moduleret, effektiv Fermienergi.

Indsættes det periodiske potential $V(x) = \sqrt{2}V_{rms} \sin(\frac{2\pi x}{a})$ heri, får vi en moduleret Fermihastighed

$$v_F(x) = v_F \left(1 + \sqrt{2}\epsilon \sin qx \right)^{1/2}$$

hvor $\epsilon = \frac{eV_{rms}}{E_F}$ er gitterets styrke relativt til Fermienergien, v_F er den umodulerede Fermihastighed og $q = \frac{2\pi}{a}$.

Beenakker indfører eksplicit hastigheden $v_F(x) = v_F \sqrt{1 + \sqrt{2}\epsilon \sin qx}$, idet han går fra den klassiske til den semiklassiske model. Denne er allerede indeholdt i vores klassiske model, i form af det ekstra led $\frac{e}{m}\mathcal{E}(x)$ fra det elektriske felt. Bevægelsesligningerne sørger for, at hastigheden hele tiden er givet ved (8.8).

Vi kan ligeledes udlede et udtryk for ladbingsbærertætheden $n(x)$, ved at benytte identiteten for Fermielektroner $\hbar k_F = m^* v_F(x)$. Dette giver

$$n(x) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m^* v_F(x)}{\hbar} \right)^2 = n_0 (1 + \epsilon \sqrt{2} \sin qx)$$

hvor n_0 er den globale ladbingsbærertæthed. Dette resultat får betydning, idet spredningstiden τ viser sig at være afhængig af ladbingsbærertætheden, således at vi får en anisotrop spredningstid. Sammenhængen mellem n og τ vil blive behandlet i det følgende.

8.2.2 Simulering af småvinkel spredning

Vi tager udgangspunkt i en hypotese om, at kollisionstiden τ_c er forskellig fra og mindre end relaxationstiden τ_m , idet spredning i små vinkler forventes at være favoriseret frem for store.

Vi indfører nu en størrelse C , der betegnes kollisionsfaktoren, og som er forholdet mellem kollisionstiden τ_c og relaxationstiden τ_m . Beskrivelsen af C afhænger af, hvilken teoretiske spredningsmodel man foretrækker.

Vi prøver derfor først med en generel, og meget simpel model, hvor relaxationstiden er givet ved Drude transporttiden $\tau_m = \frac{m^*}{ne^2\rho}$, og faktoren C mellem de to tider er en fast størrelse. Denne spredningsmodel kalder vi *Drude* spredningsmodellen, selvom det egentligt ikke har andet med Drude "spredning" at gøre, end at mobiliteten og transporttiden udregnes ud fra Drudemodellen.

Vi har dermed for Drude spredningen følgende relation

$$\tau_c = C \cdot \frac{m^*}{ne^2\rho}, \quad C = \text{konstant.}$$

Alternativt kan vi betragte den mere detaljerede spredningsmodel, der blev skitseret i kapitel 7.

Vi kan, med antagelsen om ioniseret urenhedsspredning som dominerende spredningsproces, opstille et udtryk for forholdet mellem relaxationstid og kollisionstid

$$\tau_c = C \cdot \tau_m = \frac{1}{(2z_0k_F)^2} \tau_m$$

Der er en stor fejl på koefficienten C , da middelfstanden z_0 fra elektrongas til donorer ikke kendes nøjagtigt. Til gengæld får vi at se, at der kan være stor forskel på tiden mellem kollisioner og den karakteristiske tid, hvormed systemet relaxerer mod ligevægt. Dette skyldes småvinkelspredning; at de fjerntliggende ioner, oftest kun formår at afbøje elektronen i en lille vinkel.

Idet relaxationstiden τ_m også beregnes ud fra Bastard's teori, får vi følgende udtryk for mobilitet, relaxationstid og kollisionstid, som vi benytter ved *Bastard* spredning:

$$\begin{aligned} \mu &= 16 \frac{e}{\hbar} z_0^3 k_F \\ \tau_m &= 16 \frac{m^*}{\hbar} z_0^3 k_F \end{aligned}$$

$$\tau_c = 16 \frac{m^* z_0}{4\hbar k_F}$$

Endelig ved vi, at relaxationstiden, og dermed også kollisionstiden, afhænger af den modulerede ladningsbærertæthed i r 'te potens. Det er ikke muligt at fastlægge r teoretisk, da en sådan analyse falder forskelligt ud afhængig af, hvilken spredningsmodel man benytter. Vi vælger at tro mest på de spredningstider, vi selv har bestemt eksperimentelt. Dette giver en konstant $r \approx 1$, således at kollisionstiden ender med at afhænge lineært af variationen i det periodisk potential:

$$\tau_c = \frac{4m^* z_0}{\hbar k_F} (1 + \varepsilon \sqrt{2} \sin(qx)) \quad (8.9)$$

8.2.3 Ujævnt potential

Endelig kan man tage højde for, at gitterets amplitude kan variere fra stribe til stribe, og at der kan være variationer i ladningsbærertætheden. Dette vil give et ujævnt potential. Det er en kompliceret sag at vurdere størrelsesordenen af dette, hvis det da er muligt at gøre overhovedet.

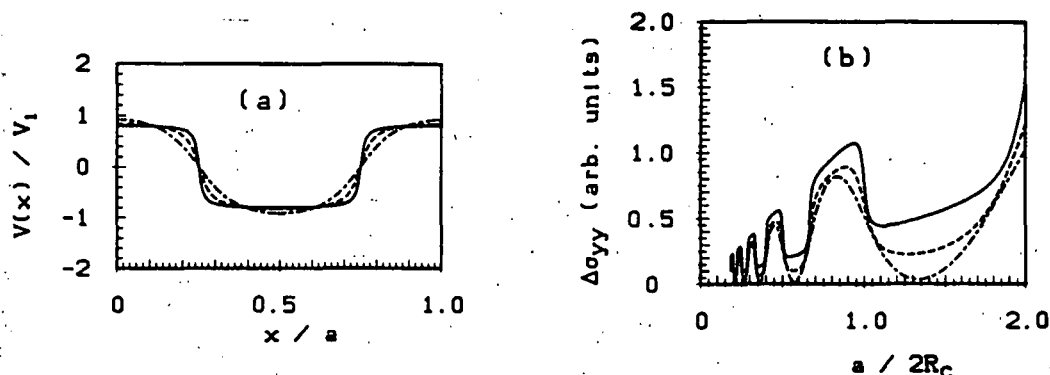
Formen af potentialet er også en parameter, der kunne have betydning. Dette er undersøgt af [Gerhardts & Zhang, 1990], hvor en række ikke-sinusformede potentialers indvirkning på magnetoresistiviteten undersøges. Det viser sig ifølge Gerhardts beregninger at formen af potentialet i det store og hele bestemmer formen af Weiss-oscillationerne, men ikke hverken amplitude, periode eller den måde oscillationerne vokser op på (se figur 8.5). Et mere firkantet potential giver mere firkantede Weiss oscillationer.

Af denne grund er det ikke så interessant at modellere et ikke-sinusformet potential. I vore såvel som andres målinger kan man se, at det ikke er formen af Weiss-oscillationerne, der afviger fra modellen. Man kan derfor antage, at formen af det modulerede potential er sinusformet.

Vi har med AFM (Atomic Force Microscope) målt størrelsen af guldgitterets amplitude (se kapitel 4 afsnit 4.3) og set, at der kan forekomme variationer i størrelsesordenen 20% fra stribe til stribe. Dette lyder af meget, men midles til en hvis grad ud, fordi gaten ligger et stykke ($\approx 180 \text{ nm}$)² fra 2DEG'en.

Det er interessant at se, hvordan en arbitrær perturbation af gitterpotentialet i størrelsesordenen 20% påvirker magnetotransporten. Lad os antage en variation

²Udfra hældningen af et $n - V_g$ diagram, kan man bestemme tykkelsen af resisten til omkring 100 nm. I forvejen ved vi, at afstanden fra overfladen til 2DEG'en er cirka 80 nm.



Figur 8.5: Et ikke sinusformet potential giver anledning til en afvigende kurveform [Gerhardts & Zhang, 1990]

$0 < \Delta V < 1$ i forhold til gitteramplitudens middelværdi. Det skal være en funktion, som giver et statisk potential med en arbitrær variation i amplituden. Dette indføres i modellen på følgende måde.

Vi vil modellere det ujævne potential $V_{\text{dirty}}(x) = T[i]V(x)$, hvor i er sribenummeret $i = x/a$, talt fra et arbitrært nulpunkt (her benytter vi elektronens startposition x_0).

I simuleringen indføres det periodiske gitter som et kraftbidrag $-e\mathcal{E}(x)$, og det er derfor mest naturligt at tage højde for et ujævnt potential ved at gange faktoren $T[i]$ på $\mathcal{E}(x)$ i stedet. Således får vi

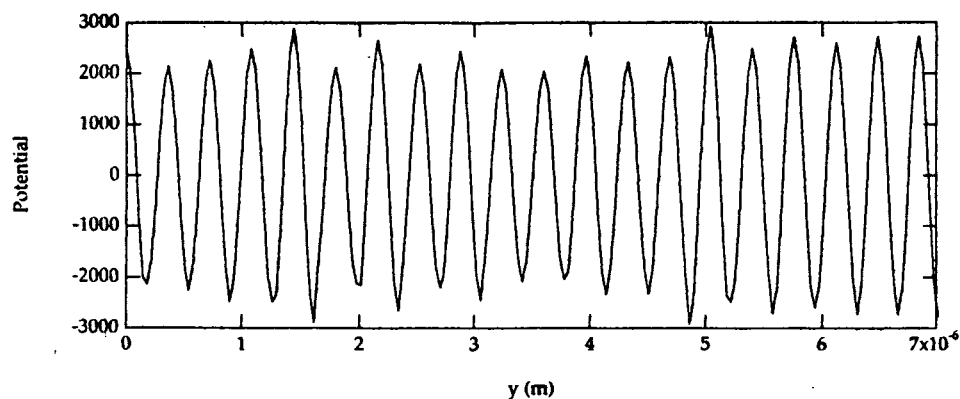
$$\mathcal{E}_{\text{dirty}}(x) = T[i]\mathcal{E}(x).$$

Vi antager hermed, at det elektriske felts relative variation $\Delta\mathcal{E}$ er omtrent som potentialets, det vil sige, $\Delta\mathcal{E} \approx \Delta V$. Indekset i bliver på grund af 90° faseforskydning mellem potential og elektrisk felt til $i = \frac{x}{a} + \frac{1}{2}$.

Vi genererer nu en tabel $T(i)$, $i = 0, \dots, \eta - 1$ med η ligefordelte tal mellem $1 - \Delta\mathcal{E}$ og $1 + \Delta\mathcal{E}$. Når man vil bestemme det elektriske felt i positionen x , udtager man værdien $T[i] = T[\frac{x}{a} + \frac{1}{2}]$ af tabellen og multiplicerer med $\mathcal{E}(x)$ for at få $\mathcal{E}_{\text{dirty}}(x)$.

For ikke at løbe ind i problemer, når der er brug for $i > \eta$ eller $i < 0$, antages det, at det ujævne potential er periodisk i η , som er valgt passende stor³. Det vil sige, at $V(x) = V(x + \eta\frac{x}{a})$. I simuleringen udføres dette ved at benytte modulus funktionen mod $(\frac{x}{a} + \frac{1}{2}, \eta)$, der opfylder $\text{mod}(i, \eta) = \text{mod}(i + n, \eta)$. Vi får så det endelige, ujævne elektriske felt

³Typiske værdier i simuleringerne er $\eta = 67$



Figur 8.6: Ujævnt potential med $\Delta\mathcal{E} = 0.2$.

$$\mathcal{E}_{\text{dirty}} = \text{mod} \left(\frac{x}{a} + \frac{1}{2}, \eta \right) \mathcal{E}(x) \quad (8.10)$$

Man får for en variation på $\Delta\mathcal{E} = 0.2$ et effektivt potential, der ser ud som på figur 8.6.

8.2.4 Algoritmens endelige udformning

De eneste ændringer i algoritmen er, at funktionen $dv(x)$ får ny definition, og at P ikke længere er konstant, men afhænger af x :

Vi kan nu opskrive algoritmen med de modifikationer, vi har fundet frem til.

Konstanter

```
Vrms := epsilon * Ef / e0
q := 2 * pi / a
Hvis DRUDES PREDNING så
taum = m / (e2 * rho0 * n)
Ellers
taum = 16 * m / hbar * z03 * kF

mu = (e/m) * taum
```

Funktioner

```
correction(x) := 1 + 21/2 * epsilon * sin(q * x)
```

```

dvx(x) := (e/m)*q*Vrms*21/2*cos(q*x)
tauc(x) := taum * correction(x)
P(x) := 1 / tauc(x)

```

Begyndelsesbetingelser

```

x = y = vy = DX = t = 0
vx = vF

```

Algoritme

```

Gentag indtil t = SIMTID :

```

```

  t = t + dt

```

```

  x = x + vx*dt

```

```

  y = y + vy*dt

```

```

  vx = vx - wc * vy * dt + dvx(x) * dt

```

```

  vy = vy + wc * vx * dt

```

```

  hvis SPREDNING(P(x)) så :

```

```

    DY = DY + abs( (y + vx/wc) - Old_Y_Drift )

```

```

    RANDOMISER(vx,vy)

```

```

    Old_Y_Drift = y + vx/wc

```

```

VDRIFT(B) = DY/ SIMTID

```

```

RHO(B)/rho0 = 1 + 2*(VDRIFT(B)2 / vF2) /
(1 + 2*(VDRIFT(B)2 / vF2)) * (mu * B)2

```

Til sidst beregnes magnetoresistansen ved udtrykket (8.3) side 131.

Kapitel 9

Resultater fra simuleringerne

I det kommende vil vi præsentere og analysere resultaterne af simuleringerne på en måde, der ligger tæt op af behandlingen af måledata i kapitel 5. Dermed kan vi sammenligne resultaterne med data på en systematisk måde, og forhåbentlig udtale os om modellens brugbarhed.

9.1 Modellering af to prøver

I simuleringerne modelleres prøver, vi allerede har analyseret i det foregående. Vi forsøger at reproducere målingerne så godt som muligt, ved at variere på modellens frie parametre.

Vi fortsætter med at koncentrere os om prøverne #13-4 og #13-8, men udelader i det følgende RT6. Dels fordi vi var nødt til at begrænse de meget tidskrævende simuleringer, og dels fordi RT6 er meget svær at simulere, på grund af den svage modulation. De pointer vi vil fremhæve, demonstreres udmærket af de to tilbageblevne prøver.

Det skal endnu engang fremhæves, at vi kan variere mange parametre i vores simulering: gitterets ujævnhed, kvadratmodstand, spredningsvinkler og spredningssandsynligheder etc. Derfor indleder vi med en gennemgang af de faktorer, der *ikke* betyder noget. Dette er i sig selv værdifulde oplysninger om systemet. Endvidere er det nyttigt at kende de ubetydelige parametre, idet et sådan kendskab gør de efterfølgende simuleringer simple at gennemføre.

I det følgende vil simuleringer, hvori en Drude-mobilitet og en fast kollisionsfaktor C indgår, blive kaldt *Drude simuleringer*. Simuleringer, der benytter Bastards udtryk for mobilitet og relaxationstid, kaldes *Bastard simuleringer*.

Vi gør opmærksom på at vi i Bastard-simuleringerne benytter en kollisionstid, der er

16 gange større end beregnet, for overhovedet at kunne se Weiss-oscillationer. Ved nul gatespænding er faktoren $C = \frac{\tau_c}{\tau_m}$ for begge simuleringer justeret til 4, idet denne værdi giver en magnetomodstand af den rigtige størrelsesorden. Ellers ville C for Bastard spredning antage en værdi på omkring 1/64. Vi lægger ikke meget vægt på den numeriske værdi af C . Det er i højere grad kollisionsfaktorens *kvalitative* opførsel der har betydning.

Hvad har betydning?

Vi har indført tre elementer i modellen, som vi ikke på forhånd kan forudsige betydningen af: kollisions-tid $\tau_c = C \cdot \tau_m$, ujævnt potential, og muligheden for nedsættelse af spredningsvinklen så $0 < \theta < \pi$.

En simulering med en maksimal indbyrdes variation af amplituden på 0.3, viser at magnetomodstanden er fuldstændig ufølsom overfor et ujævnt gitter (se figur 9.1). Dette er et for os overraskende resultat. Vi forventede, at i al fald Weiss oscillationerne ved de laveste felter $B < 0.2T$, ville blive påvirket/dæmpet af et ujævnt gitter. Man kan forestille sig, at de baner der passerer hen over mange gitterperioder, er mest følsomme overfor variationer i det elektriske felts modulation. Sådan forholder det sig imidlertid ikke.

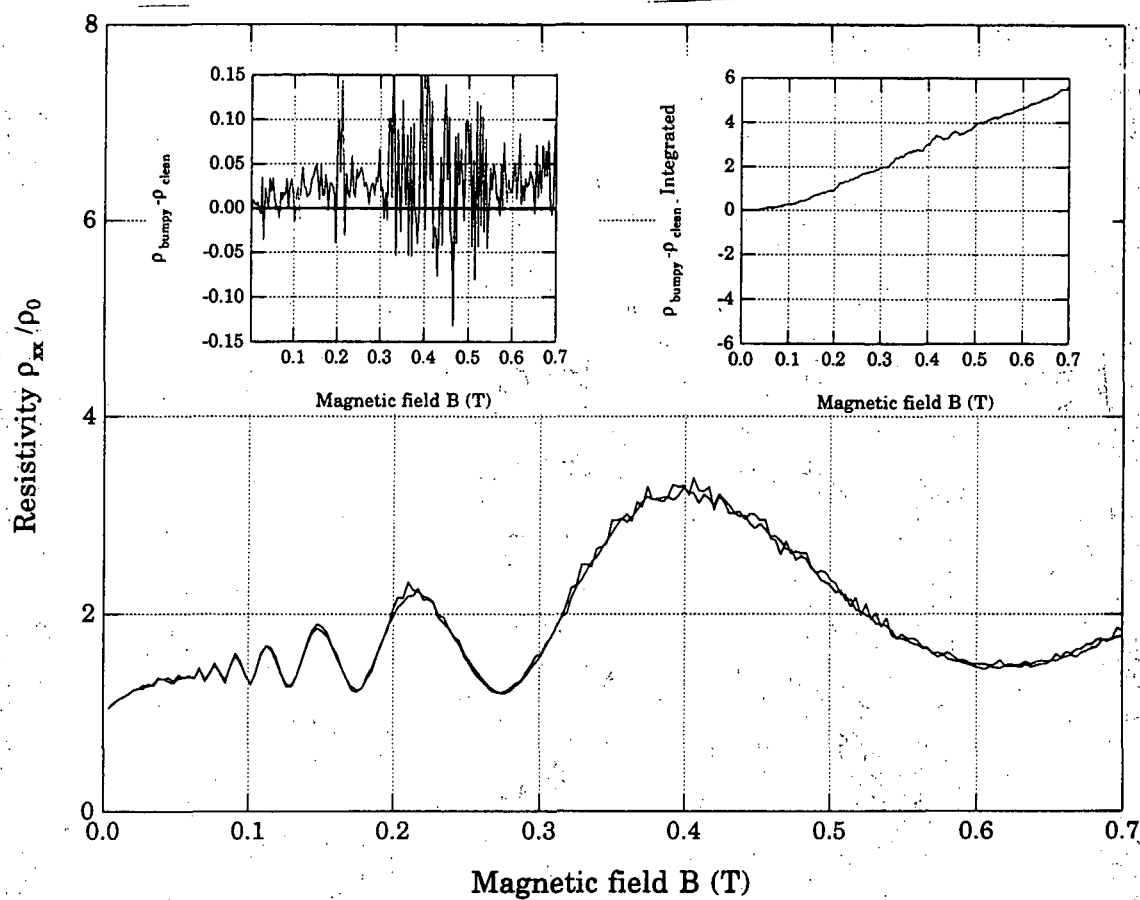
Dette tyder på, at Weiss oscillationerne måske nok afhænger af gitterets periodicitet og styrke, men ikke af gitteramplitudernes regelmæssighed. Vi ser i det følgende bort fra gitterets eventuelle variationer i styrke.

Ligeledes har vi simuleret den samme prøve, men ved to forskellige grænser på en ligefordelt spredningsvinkel, 5° og 180° (Se figur 9.2). Igen fås en forbløffende overensstemmelse mellem de to kurver.

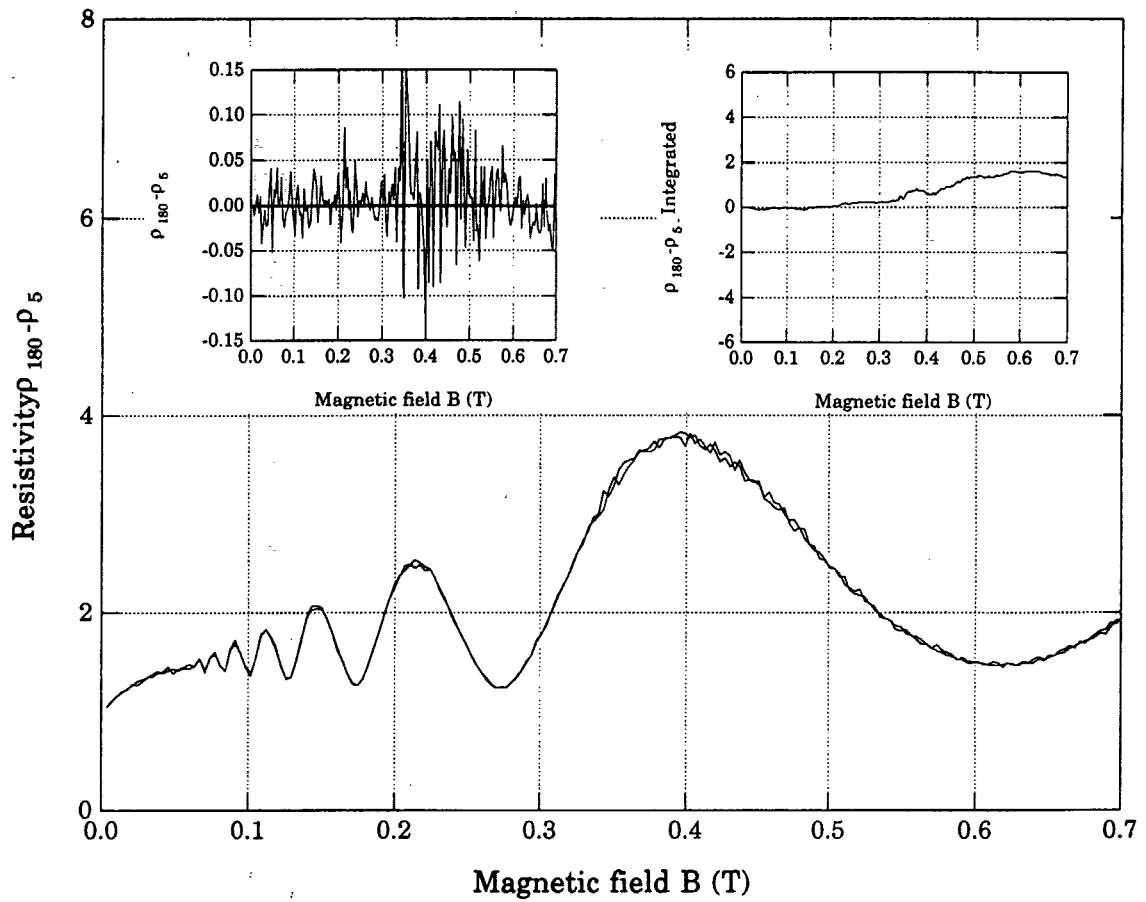
Som vi pointerede i kapitel 7, skyldes uafhængigheden af spredningsvinklen Weiss oscillationernes specielle karakter: den mindste ændring af banen giver i almindelighed anledning til en ganske anden driftshastighed og eventuelt også retning. Vi har brugt banesimuleringsprogrammet til at tegne banerne op i de to ovennævnte tilfælde. Resultatet af dette kan ses på figur 9.3. I tilfældet med 5° spredning ændres banen stort set ikke i sammenligning med 180° simuleringen. Dog fås næsten den samme relative resistivitet.

Nu ved vi endvidere, at det er meningsløst at benytte de rigtige sandsynlighedsfordelinger på spredningsvinklen, for at få en mere korrekt mikroskopisk beskrivelse. Netop for Weiss oscillationer er det ligemeget, hvilken vinkel elektronerne spredes i.

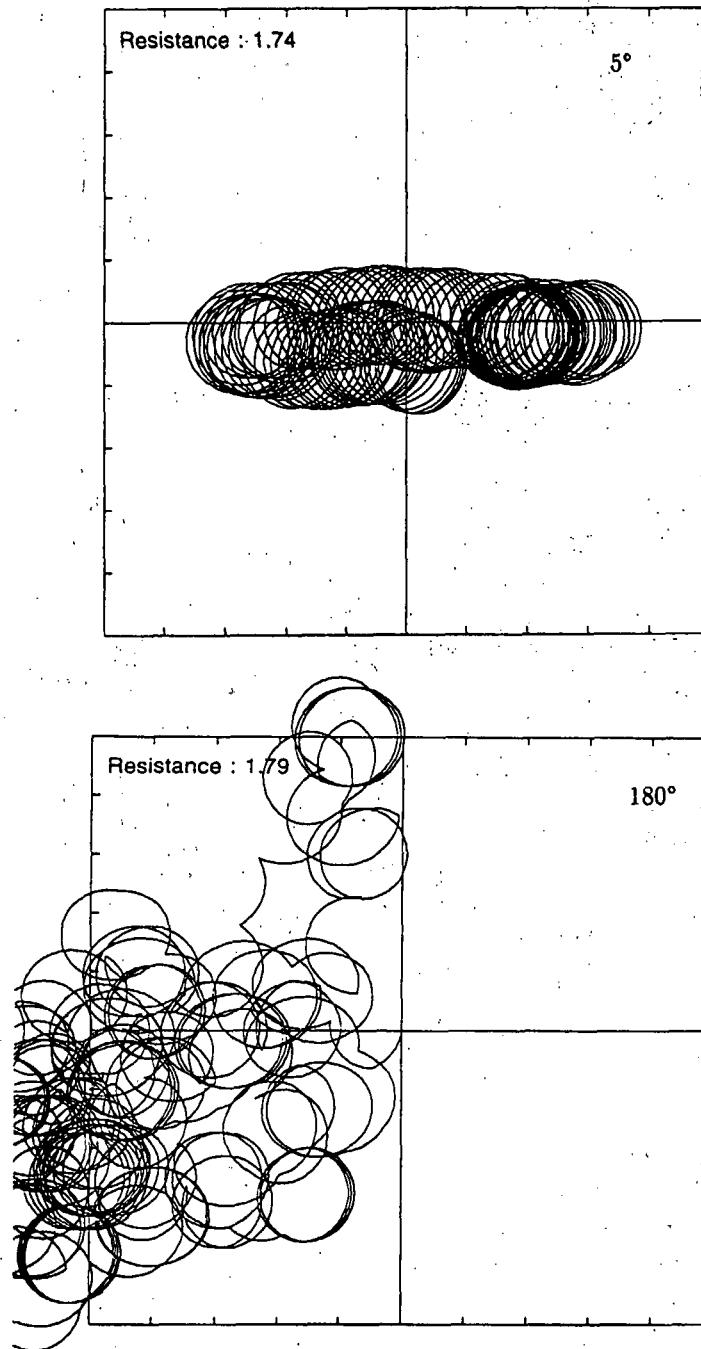
Alligevel har småvinkelspredning stor betydning, idet forholdet C mellem kollisions-tiden τ_c og relaxationstiden τ_m afhænger af, hvor små vinkler elektronerne spredes ud i. Des mindre vinkler, des større forskel.



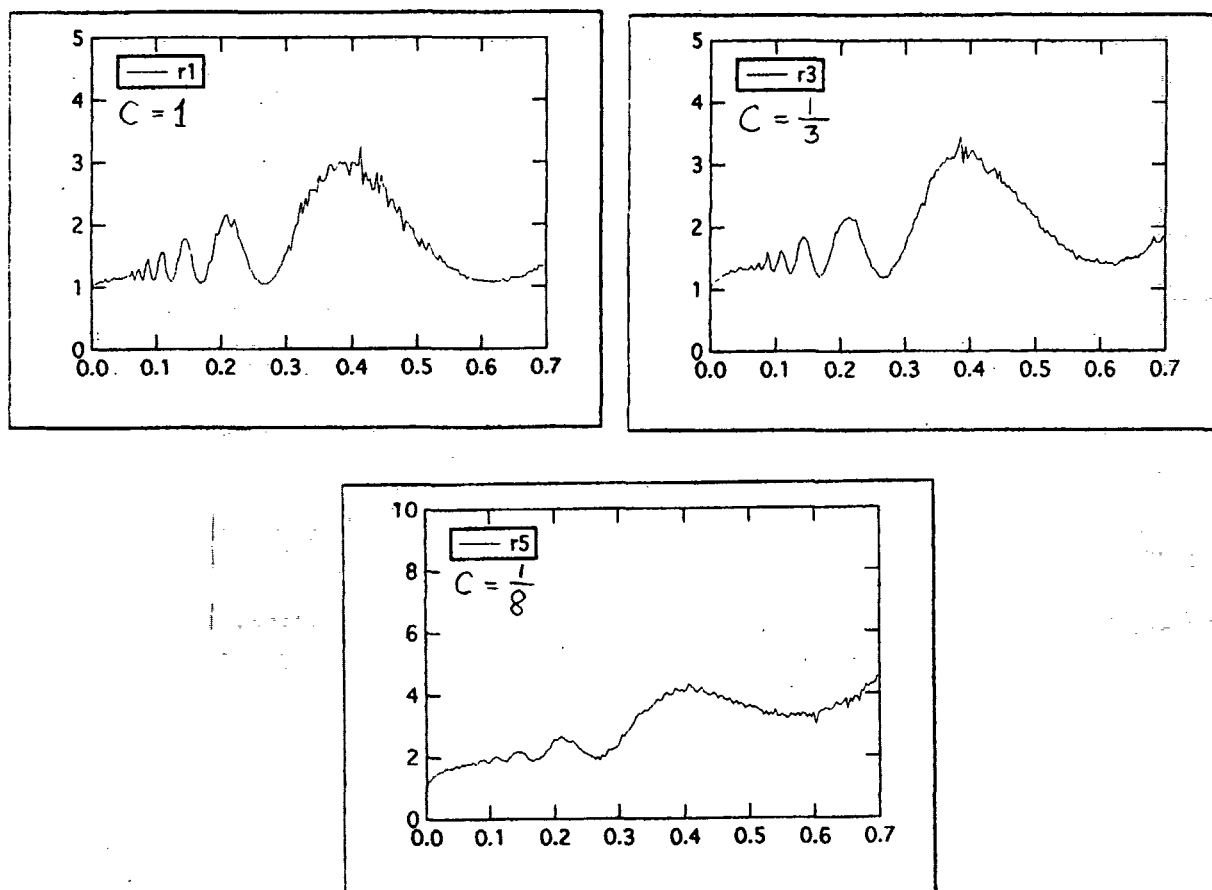
Figur 9.1: To Bastard-simuleringer af samme prøve, med en relativ variation i gitterstyrke på henholdsvis 0 og 0.3. En graf der viser differensen på de to kurver, er indsat. Til højre ses differensen integreret, hvilket viser, at det ujævne gitter giver en ganske lille ekstra resistivitet.



Figur 9.2: To Bastard-simuleringer med forskellige spredningsvinkler 5° og 180° . Kurverne er tydeligvis sammenfaldende, og en indsat graf viser differensen på kurverne. Der er en forsvindende forskel på de to kurver, hvilket ses af den integrerede differens.



Figur 9.3: Resistiviteten ved samme magnetfelt er upåvirket af vidt forskellige spredningsvinkler, på trods af at banen ser afgørende anderledes ud.



Figur 9.4: Tre Drude-simuleringer med faste kollisionsfaktorer på henholdsvis $C = 1$, $C = \frac{1}{3}$ og $C = \frac{1}{8}$

Kollisionstiden har, i modsætning til det ujævne gitter og spredningsvinklen, en stor betydning for Weiss simuleringernes udseende, selvom grunden til dette ikke er vel-forstået. Det ses på figur 9.4, at man ved at variere C fra 1 til $\frac{1}{9}$ får en opvoksen af den positive magnetoresistans, samt en generel udtværing af oscillationerne ved små magnetfelter.

Det lader til, at vi med simuleringerne kan reproducere den positive magnetoresistans. Dette vil blive undersøgt nærmere.

Magneto-resistans ved forskellige ladningsbærertætheder

Vi har valgt at vise magneto-resistansen ved 4 forskellige ladningsbærertætheder, svarende til 4 forskellige gatespændinger, som vi har målt #13-4 og #13-8. Graferne på figur 9.5 kan umiddelbart sammenlignes med graferne på figur 5.7 og 5.8 i kapitel 6.

Det er i de fleste tilfælde muligt at fitte Monte Carlo modellen ganske nøjagtigt til datakurverne, men dette er en meget tidskrævende proces, idet en god simulering tager minimum en halvtime på en hurtig computer. En enkelt simulering er sjældent nok til at bestemme den frie parameter $\varepsilon = \frac{eV}{E_F}$ godt nok. På figur 9.6 er vist et eksempel på et godt fit.

For at frembringe kurverne på figur 9.7 har vi for hver måling, fundet den ε , for hvilken amplituden $A_{\lambda=1}$ af den største top i simuleringen stemmer overens med den tilsvarende $A_{\lambda=1}$ i målingen. Dette er samme fremgangsmåde, som benyttet i kapitel 6, hvor vi fitter Beenackers model til data.

Ved at betragte graferne for #13-4 ses en meget tydelig tendens til, at den avancerede, kvantemekaniske spredningsmodel (Bastard) ikke dæmper oscillationerne så meget som den simple model (Drude). En sammenligning med data (figur 5.7 og 5.8) støtter indtil videre Drude modellen, idet vi i data ser en tilsvarende dæmpning og voldsom stigning i magneto-resistans.

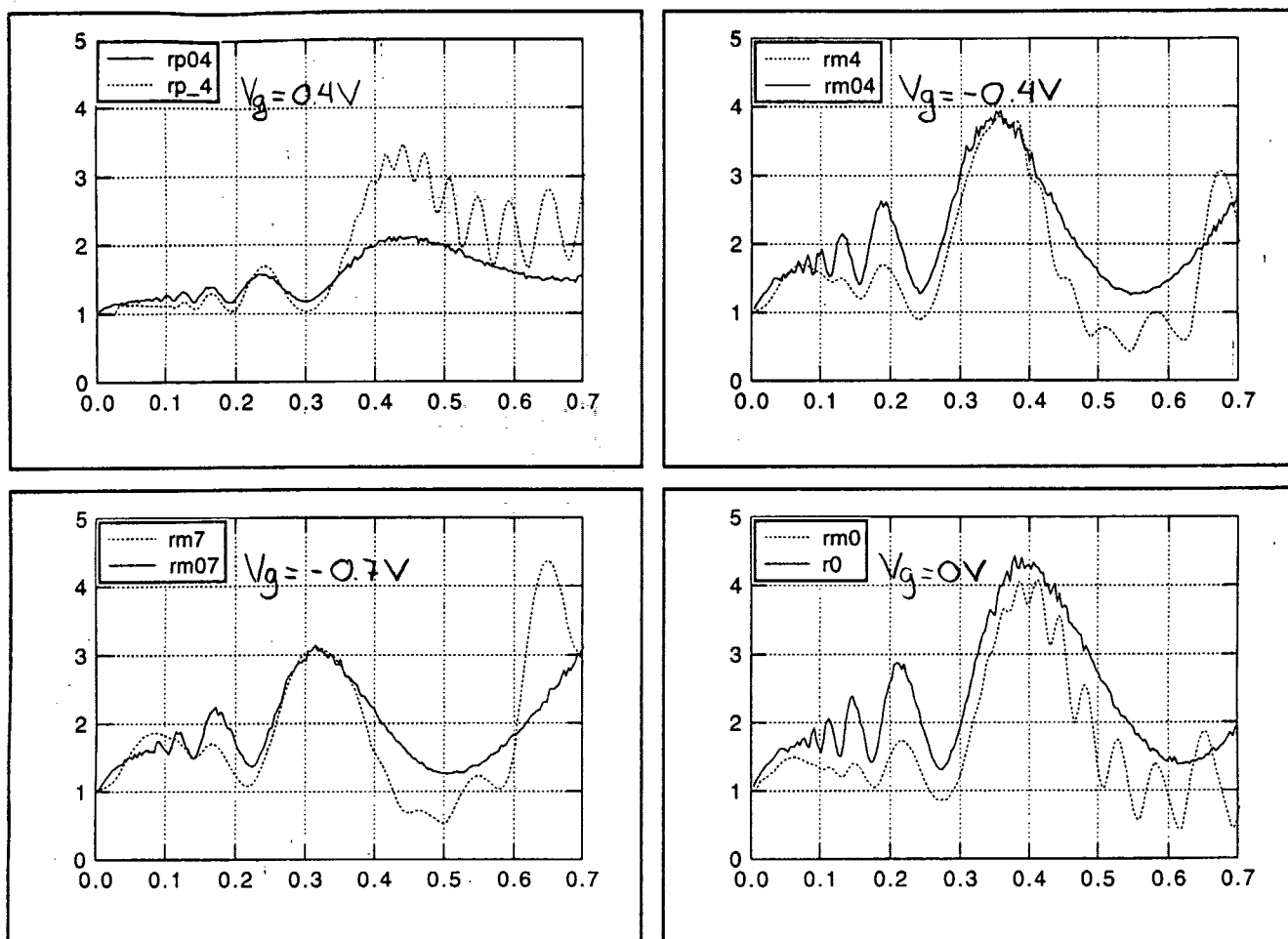
Amplituder og B_0

Ganske som vore data har vi afbildet oscillationernes relative amplitude A_λ som funktion af de magnetfeltstyrker, de optræder ved (se figur 9.8). Her viser det sig, at Drude- og Bastardsimuleringer giver næsten samme resultat.

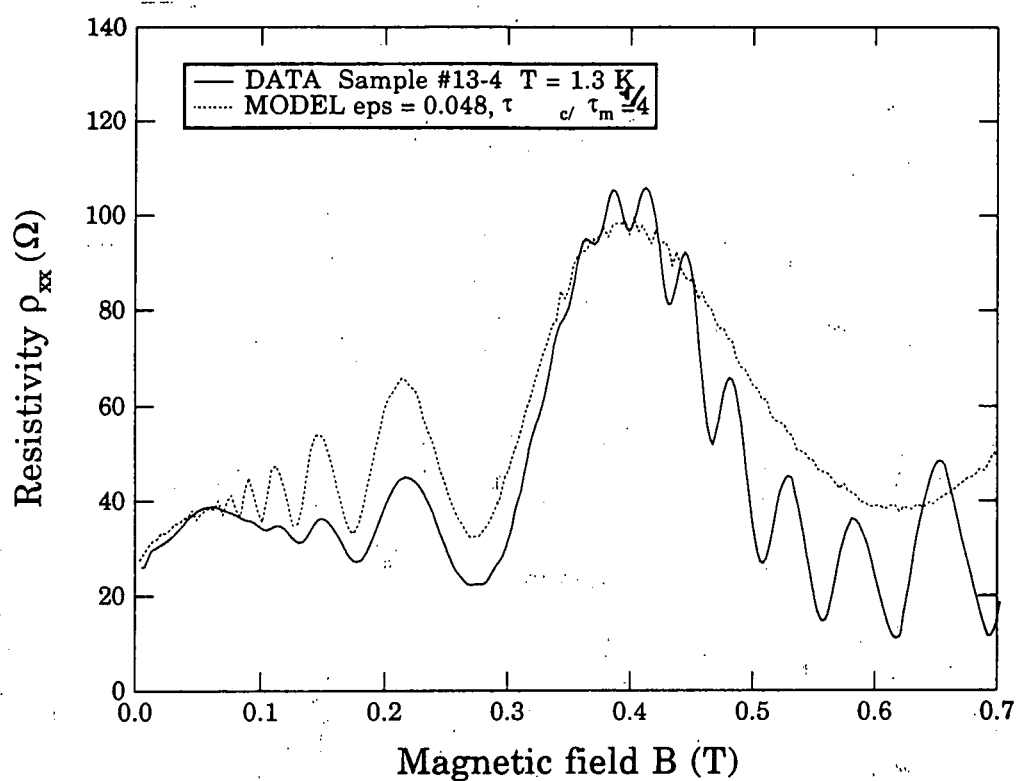
En interessant forskel på simuleringmodellen, og Beenackers semiklassiske model for Weiss-oscillationerne er, at hvor Beenackers amplituder ekstrapolerer til nul ved $B_0 = 0$, dør oscillationerne i simuleringerne ud ved $B_0 \approx 0.06 \text{ T} - 0.08 \text{ T}$. Dette er i overensstemmelse med data, hvor $B_0 \approx 0.07 - 0.1 \text{ T}$ for alle prøver.

Positiv magneto-resistans

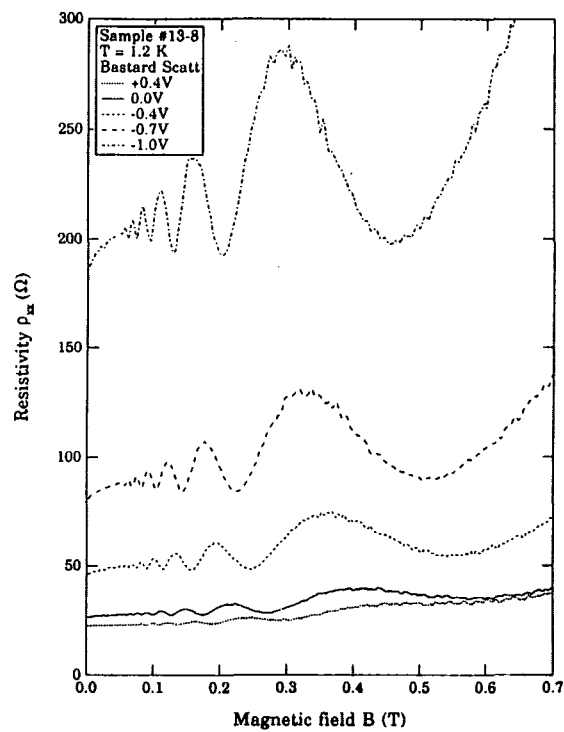
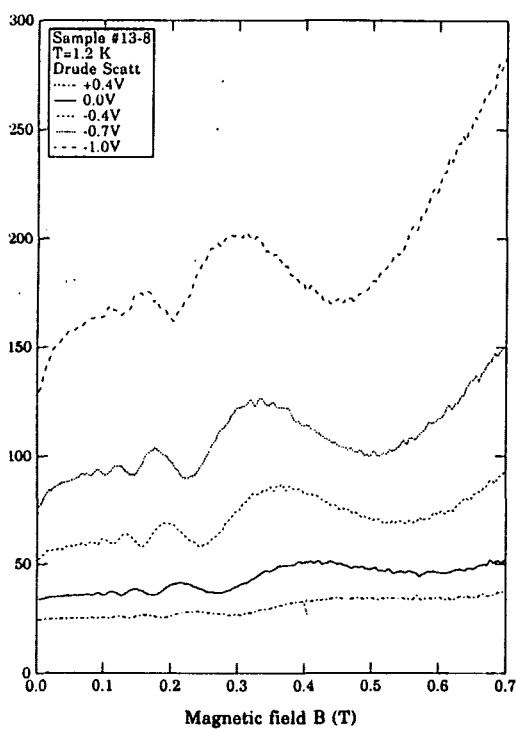
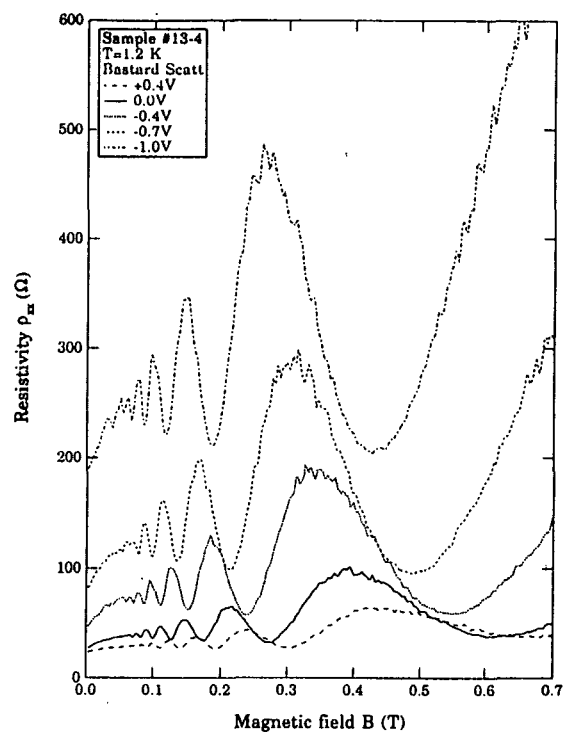
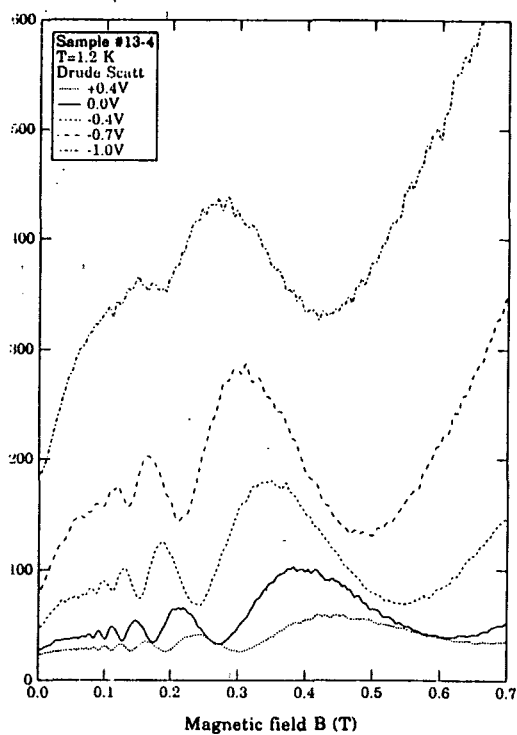
I simuleringen af begge prøver, optræder en positiv magneto-resistans. Det viser sig imidlertid, at der er afgørende forskel på den måde, de to spredningsmodeller, indvirker på størrelsen A_{bump} af den positive magneto-resistans. Dette ses klart på figur 9.9, hvor Bastard-spredningen for prøve #13-8 bevirker, at A_{bump} kun vokser ganske langsomt op. For #13-4 går det værre endnu, idet amplituderne af oscillationerne ved $V_g = -0.4 \text{ V}$ begynder at falde igen, så den relative amplitude ved $V_g = -1.0 \text{ V}$



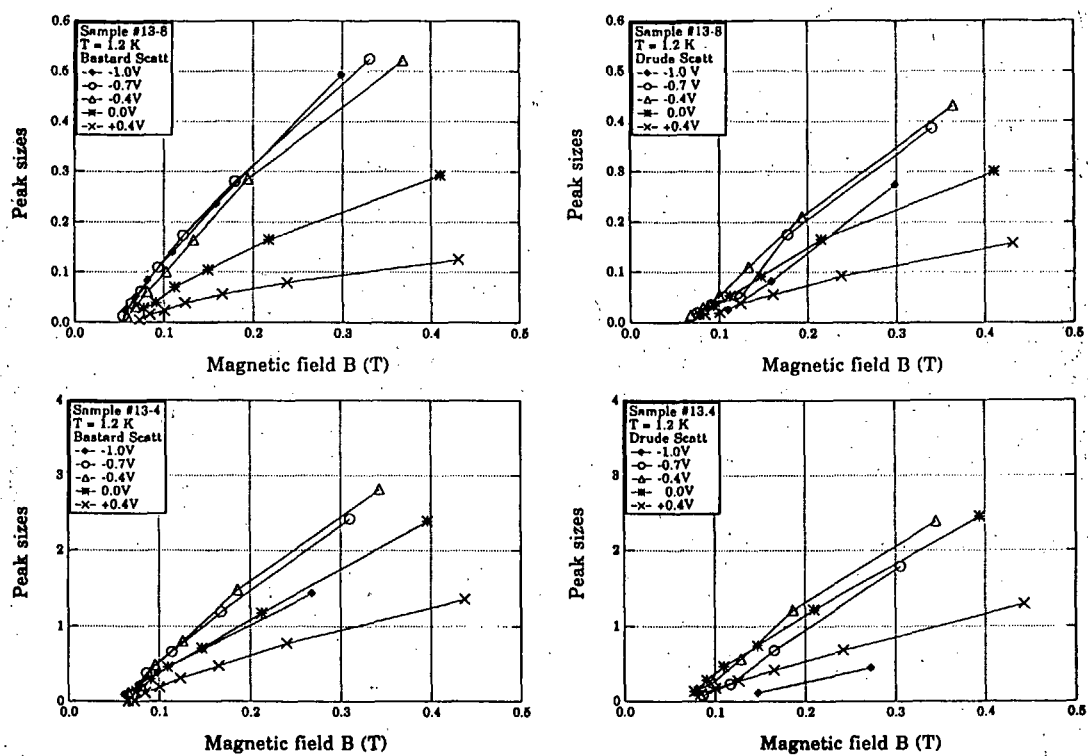
Figur 9.5: Datakurve (stiplet linie) og simuleret kurve for gatespændingerne +0.4, 0, -0.4 og -0.7V. Svingningerne dør i begge tilfælde ud ved cirka 0.08T, hvorimod dæmpningen af oscillationerne er større for den målte end for den simulerede.



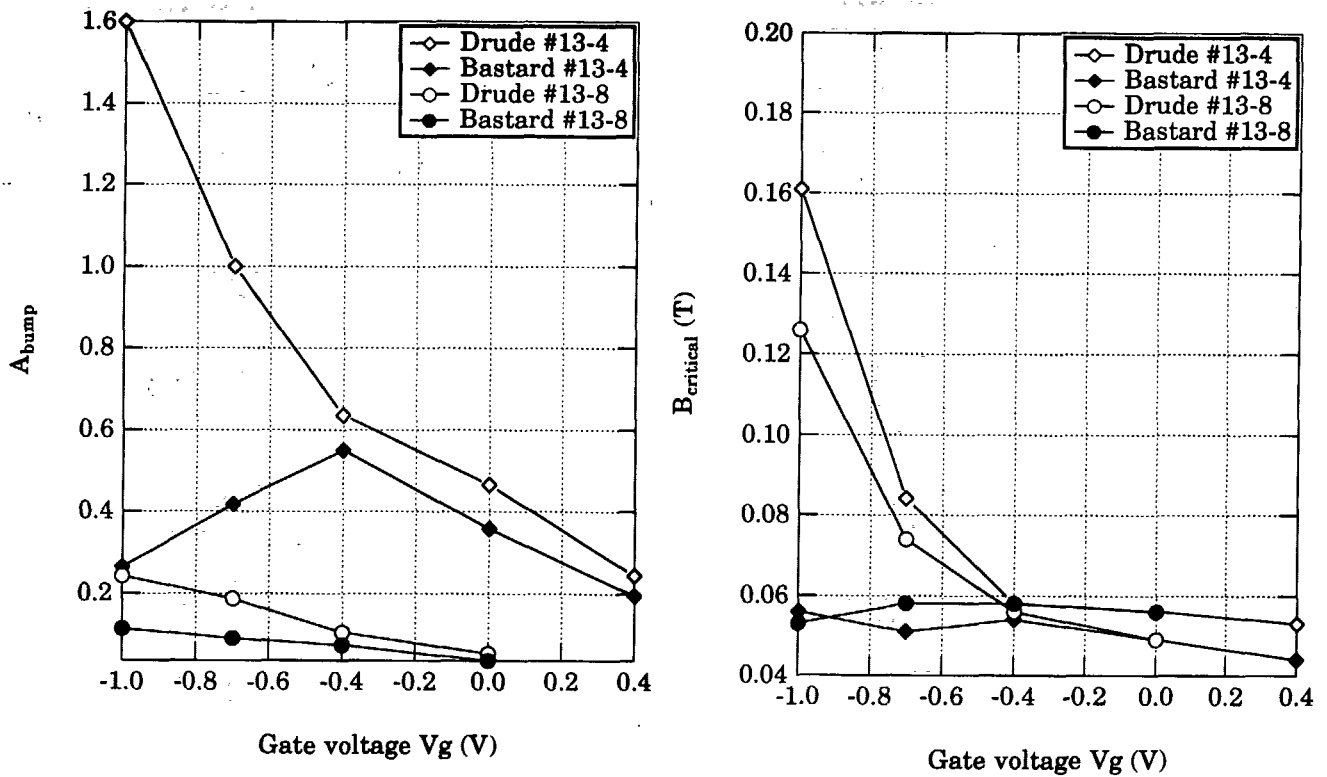
Figur 9.6: Prøve #13-4 er her simuleret for $\tau_c / \tau_m = 1/4$ ved ladbingsbærertætheden $n = 2.7 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ og $\rho_0 = 26 \Omega$, svarende til nul gatespænding. En svag positiv magnetomodstand kan anes ved cirka 0.05T.



Figur 9.7: Simulerede magnetoresistans kurver vist for de to prøver #13-4 og #13-8 samt for de to spredningsmodeller.



Figur 9.8: Amplituden A_{λ} som funktion af magnetfeltet for prøve #13-4 og #13-8



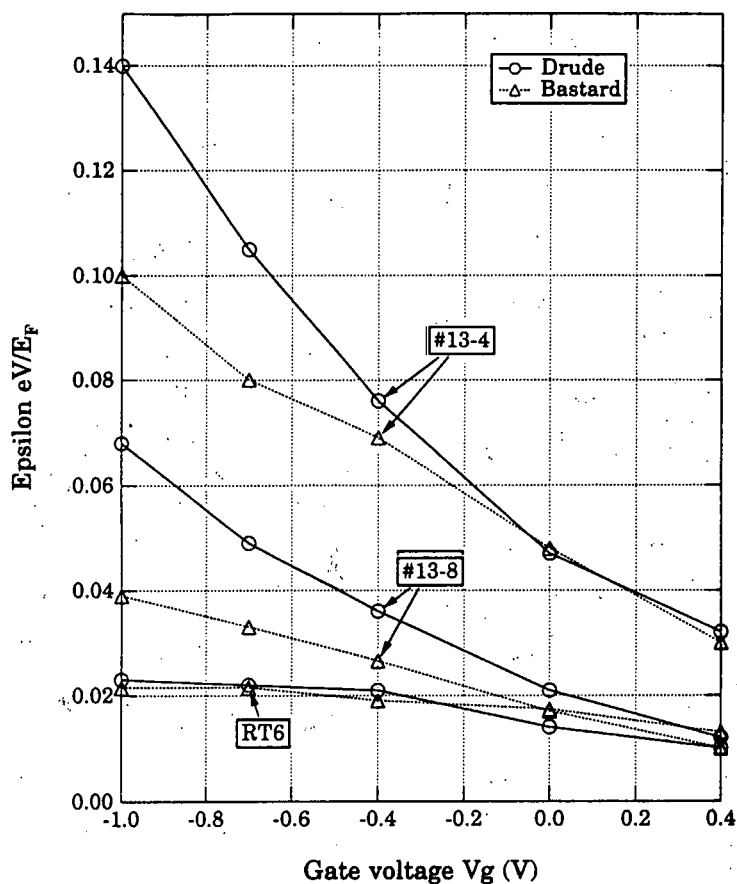
Figur 9.9: Til venstre ses den relative amplitude. Placeringen af den positive magnetoresistans toppunkt ved de laveste B -felter ses til højre.

ender med at være omtrent så lav som ved $V_g = +0.4V$. Dette er en markant forskel fra data.

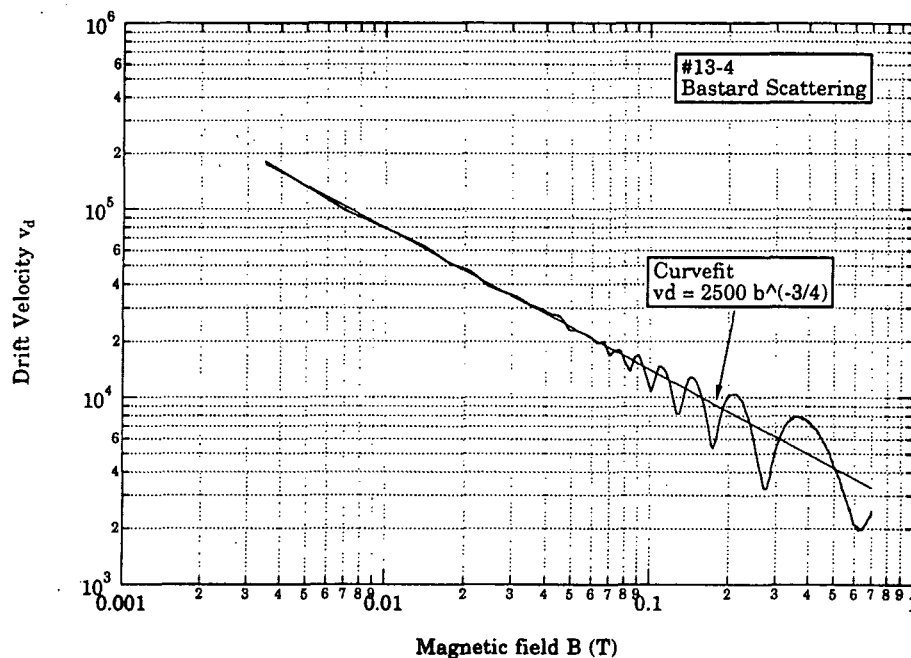
Ligeledes ses det, at stedet for toppunktet af den positive magnetoresistans $B_{critical}$ er konstant for Bastard spredning, hvilket også passer dårligt med data. Til sammenligning kan Drude simuleringen redegøre kvalitativt omend ikke kvantitativt for både $B_{critical}$ og A_{bump} .

Gitterstyrkens afhængighed af gatespænding

Den frie parameter ϵ , som vi har benyttet til at fitte kurverne med, er afbildet som funktion af gatespænding. Hermed illustreres, hvordan styrken af det modulerede potential er på hver af prøverne. Vi har valgt også at vise RT6 på figur 9.10, selv om simuleringerne af denne prøve ikke er omtalt andetsteds i kapitlet



Figur 9.10: Epsilon for alle tre prøver #13-4, #13-8 og RT6, vist både med Drude og Bastard simulering. Bemærk hvorledes forskellen i styrken af det periodiske potential afspejler sig i kurvernes indbyrdes placering. Sammenlign med den tilsvarende graf i kapitel 6.



Figur 9.11: Driftshastigheden for prøve #13-4 ses her i et dobbeltlogaritmisk plot.

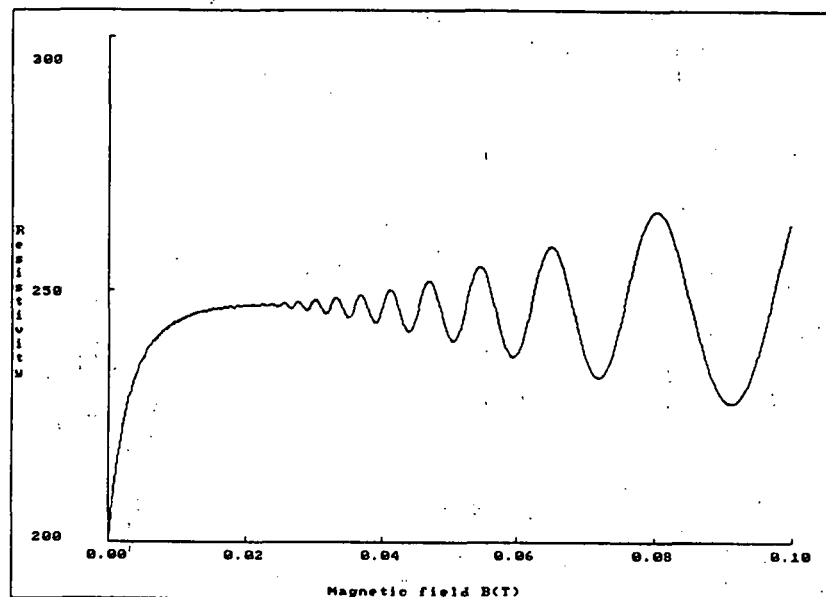
9.1.1 Driftshastigheden

Et spændende resultat af simuleringerne er driftshastigheden, som beregnes som summen af elektronens y -driftsbidrag mellem spredningshændelserne, delt med simulerings tiden. Vi får som ventet en stærkt faldende driftshastighed, idet elektronen ved nul magnetfelt har driftshastigheden $v_d \approx v_F$. Når elektronen ved stigende magnetfelt begynder at cirkulere, falder guiding centeret sammen til et punkt. Dette punkt kan kun flytte sig, såfremt gitteret skubber til elektronbanen, som omtalt i kapitel 2. Driftshastigheden for en $V_g = 0$ simulering for prøve #13-4 falder som potensfunktionen $2500 \cdot B^{-3/4}$, hvilket ses på figur 9.11.

Det er tankevækkende, at kurven ser ud til at følge potensfunktionen nøjagtigt helt ned til $B=0.0035$ T hvor simuleringens første punkt er taget. Driftshastigheden kan naturligvis ikke have en lodret asymptote, som det godt kan se ud til. Det er ikke muligt for elektronen at bevæge sig hurtigere end Fermihastigheden (ca. $2 \cdot 10^5$ m/s).

9.2 Teoretiske korrektioner

Monte Carlo simuleringerne giver et overblik over, hvilke mekanismer der har betydning for Weiss oscillationernes udseende. Vi har i denne sammenhæng set, at specielt størrelsen af kollisionstiden påvirker magnetomodstandens opførsel. I det følgende



Figur 9.12: Magnetomodstanden ρ_{xx} beregnet ved brug af Beenackers semiklassiske model for parametrene $a=360\text{nm}$, $\rho_0 = 200\Omega$, $\varepsilon = 0.13$ og $n = 1.4 \cdot 10^{15}\text{m}^{-2}$.

undersøges og skitseres mulighederne for at indbygge den korrigerede kollisionstid i Beenackers *semiklassiske model*.

Åbne baner og den semiklassiske model

De foregående simuleringer er baseret på Beenackers klassiske model, hvor åbne baner ikke er inddraget. Her betragter man kun bevægelsen af cyklotronbanens center, hvorved der ikke tages højde for, at elektronbanerne eventuelt deformeres. Dette bevirker, at man i den simple, klassiske model ikke kan forklare den observerede magnetomodstand.

Den semiklassiske model beskriver derimod elektronens faktiske bevægelse i gitteret ved brug af de semiklassiske bevægelsesligninger. Her er der ingen skjulte antagelser om, at elektronens overordnede banebevægelse bevares. Følgelig må vi forvente og ser da også, at den semiklassiske model indeholder åbne baner. Afbildes den semiklassiske magnetomodstand for de samme parameterværdier som i kapitel 2 afsnit 2.2.1, svarende til en stor negativ gatespænding, på en mindre skala, ses starten til en positiv magnetomodstand tydeligt. Jævnfør figur 9.12.

Modeludvidelse

Størrelsen af den positive magnetomodstand kan ændres ved at variere *relaxationstiden*. I MC simuleringerne justeres tiden mellem kollisioner, mens man i den semi-klassiske model forsøgsvis kan ændre relaxationstiden. At ændre relaxationstiden er dog problematisk, idet man herved samtidig ændre prøvens konstitutive størrelser μ og ρ_0 . En observeret påvirkning af magnetomodstanden er derfor en konsekvens af prøvens ændrede indre egenskaber, hvilket i denne sammenhæng er irrelevant.

Ændres relaxationstiden fås ikke som i MC simuleringerne overensstemmelse mellem den teoretisk bestemte kurve og eksperimentelle data. Årsagen er, at vi i relaxationstidsapproximationen antager, at relaxationstiden og kollisionstiden er identiske. Vi har altså ikke mulighed for at justere kollisionstiden, og dermed sandsynligheden for at elektronen spredes fra bane til bane. Dette er uheldigt, idet vi i simuleringerne har set, at en positiv magnetomodstand kan forklares ved at se nøjere på elektronernes kollisioner og deraf følgende banebevægelse.

Skal en mere forfinet og detaljeret beskrivelse af kollisionsprocesserne indbygges i modellen, er det nødvendigt at opstille og løse den generelle Boltzmann ligning. Dette vil vi dog ikke komme nærmere ind på, idet MC simuleringerne giver en klar og for os tilstrækkelig beskrivelse af den fysiske årsag til fænomenet positiv magnetomodstand.

Kapitel 10

Andre målinger

Vi har flere steder i det foregående henvist til eksperimenter med radiofrekvens. Ideen med og resultatet af disse målinger vil blive skitseret i det følgende. Når eksperimenterne behandles sekundært skyldes det, at målingerne har været for få og resultaterne for komplekse til en systematisk analyse. Dog mener vi, at tankerne bag eksperimenterne er fornuftige, og gennemgår derfor målemetoderne grundigt. Samtidig opstilles til sidst i kapitlet forslag til nye, systematiske målinger, som vi desværre ikke selv har haft tid til at gennemføre.

Endelig forsøgte vi i to måleserier at modulere gatespændingen ved brug af reference signalet fra lock-in forstærkeren. Dette gav et meget interessant resultat, som vil blive diskuteret.

10.1 Modulering af strømsignalet

I disse eksperimenter overlejres prøvens strøm-signal, det vil sige lock-in forstærkerens referencessignal, af et sinusformet signal med frekvensen f . Man kan forestille sig, at denne konfiguration vil skabe en form for resonans fænomen, når hastigheden $a \cdot f$ har samme størrelse som elektronernes drifthastighed v_x . Betegnelsen v_x refererer til elektronernes middel-hastighed i x -aksens retning. Mere præcist formuleret forventes en resonans, når:

$$v_x = \lambda(af), \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

En simpel beregning, hvor drifthastighedens størrelse estimeres ved $v_x = j_x/ne$, giver resonansbetingelsen:

$$\lambda f = \frac{v_x}{a} = \frac{j_x}{nea} = \frac{I_{DC}}{Wnea} \quad (10.1)$$

hvor størrelserne I_{DC} og W betegner henholdsvis en DC strømstyrke og prøvens bredde. Udtrykket (10.1) ses at afhænge af ladningsbærertætheden og af strømstyrken. For en given prøve har vi derfor mulighed for at ændre resonansbetingelsen ved at variere n eller I_{DC} . Ladningsbærertætheden kan justeres ved brug af gatespænding, og strømstyrken kan nemt reguleres. I vores søgen efter resonans effekter er der følgende tre oplagte målemetoder:

1. Frekvensen og ladningsbærertætheden fastholdes, mens strømmen varieres inden for det område, prøven kan tåle.
2. Frekvens og strøm fastholdes, mens gatespændingen ændres gradvist
3. Ladningsbærertæthed og strømstyrke fastholdes, mens frekvens sweepes gennem et relevant frekvensområde.

Man kan derudover forsøge at indføre B -feltet som en ekstra parameter ved at benytte et resultat fra den klassiske Hall effekt; $j_x = \mathcal{E}_y en/B = V_{xy} en/WB$. Indsættes dette udtryk i (10.1) fås:

$$\lambda f = \frac{V_{xy}}{WBa} = \frac{R_H I_{DC}}{WBa} \quad (10.2)$$

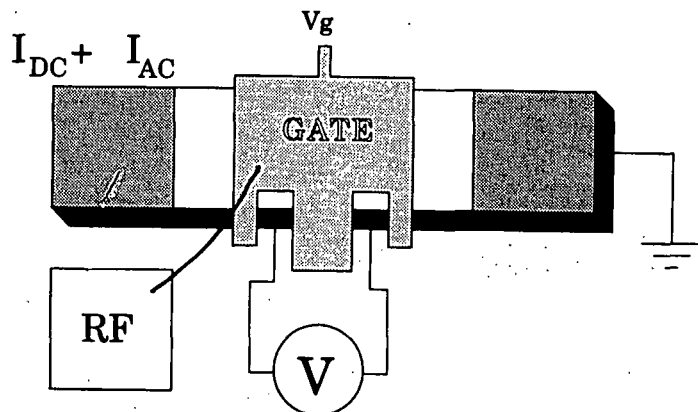
hvor man her kan vælge at indsætte den til B -feltet hørende Hall modstand. Benyttes den klassiske Hall modstand $R_H = B/en$ reduceres udtrykket blot til (10.1). Hvorledes målingerne i praksis udføres gennemgås i det følgende.

10.1.1 Måleopstilling

Den elektriske måleopstilling til Weiss eksperimenter og til forsøg med radiofrekvens er stort set den samme. Når først prøven er placeret i kryostaten, kan man derfor hurtigt og nemt foretage begge typer eksperimenter. Den grundlæggende opstilling er tidligere blevet beskrevet i kapitel 4, og vi benytter os i det følgende af den jordede opstilling. Den anvendte målemetode er gengivet skematisk på figur 10.1.

DC strøm

I radiofrekvens-målingerne skal det være muligt at sende en DC strøm gennem prøven, og DC strømmen skal samtidig kunne sweepes. Dog ønsker vi stadig at detektere



Figur 10.1: Skematisk tegning af måleopstillingen anvendt til radiofrekvens eksperimenter.

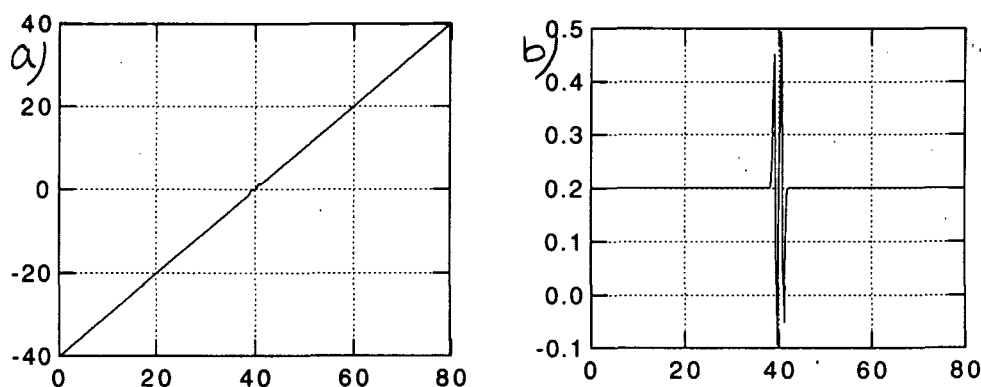
spændingsfaldet over prøven ved brug af lock-in teknik. For at forene disse ønsker anvendes en DC strøm sweep-box, hvor lock-in forstærkerens referencesignal kan tilkobles.

Reference spændingen omformes i sweep-boxen til en strøm, der ved en reference-spænding på $1 V_{rms}$ svarer til en strøm på $1.8 \mu A_{rms}$. Sweep-boxen kan variere DC-strømmen fra 0 A til et givent maksimum, der kan vælges i dekader fra 10 nA til 1 mA. Nulpunktet kan desuden forskydes - max 40 % af fuldt udslag - således at strømmen eksempelvis sweepes fra -40 til 60 nA.

Der sendes altså en varierende DC strøm overlejret af et AC signal (∂I) ned i prøven, hvorimod kun AC delen af spændingsfaldet (∂V) detekteres i lock-in forstærkeren. Varierer vi for eksempel DC strømmen lineært i tiden, fås et input signal i prøven, der oscillerer hurtigt omkring den rette linie givet ved DC-strømstyrken. Dette er illustreret på figur 10.2a.

Lock-in forstærkeren registrerer derimod kun oscillationernes amplitude og fase - ikke en eventuelt nulpunktsforskydning. En lock-in måling giver prøvens resistivitet $\partial V / \partial I$. Er prøven lineær, fås derfor en vandret linie, når resultatet af lock-in målingen afbildes som funktion af DC-strømmen. Denne linie er givet ved $y = \rho_{xx}$, og svarer til hældningen (differentialet) af en normal IV karakteristik. Den målte modstand kaldes derfor også den differentielle modstand.

Ved denne teknik er det altså muligt at observere selv en lille ulinearitet i prøven (eksempelvis en resonans effekt), da dette ses som en afvigelse fra den vandrette linie. Effekten er langt tydeligere end ved en normal IV måling - jævnfør figur 10.2b - idet vi her måler differentialkvotienten af IV kurven direkte.



Figur 10.2: a) En DC strøm vokser lineært i tiden og er overlejret af en hurtigt oscillerende AC strøm. b) Illustration af forskellen på en normal IV karakteristisk og en måling af den differentielle modstand (Tænkt eksempel).

Radiofrekvens

Ved at indsætte typiske værdier i ligning 10.1 fås et fingerpeg om, hvor i frekvensspektret resonans fænomener vil optræde. Ved indsættelse af $a=360$ nm, $W = 20$ μm , $I_{DC} = 90$ nA og $n = 3 \cdot 10^{15}$ m^{-2} fås $f \sim 27$ MHz. Vi har haft adgang til en hp-funktionsgenerator, der maksimalt kan levere 21 MHz. I dette frekvensspektrum kan man på baggrund af ovenstående beregninger og formel (10.1) forvente at se resonanser svarende til $\lambda = 2, 3, 4, \dots$

Funktionsgeneratorens signal føres direkte på gatekontakten. Når frekvensen sweepes, gøres dette typisk i frekvensområdet 100 kHz - 20MHz, med en amplitude på 100mV. Derudover er der mulighed for at ændre signalet med en DC bias.

10.1.2 Resultater

I radiofrekvens eksperimenterne måles kun på prøver med tydelige Weiss oscillationer. I disse prøver er vi sikre på, at det periodiske gitter har effektivt fat i elektrongassen. Vi har gennemmålt prøverne ved brug af fremgangsmetoderne 1 og 3 skitseret side 162 .

Strøm sweep

For fast frekvens (typisk 10 MHz) og uden gatespænding måles ρ_{xx} som funktion af en stigende DC strøm ($-3 \mu\text{A} - +3 \mu\text{A}$). Målingerne gav dog intet resultat, idet strøm sweep boxen viste sig at indeholde en kapacitans. Denne apparatfejl gav sig udslag i en meget kraftig, strømafhængig longitudinal modstand, og overskyggede et eventuelt resonans fænomen som følge af gitteret. Følgelig valgte vi at koncentrere os om målemetode 3, hvor frekvensen sweepes.

Frekvens sweep

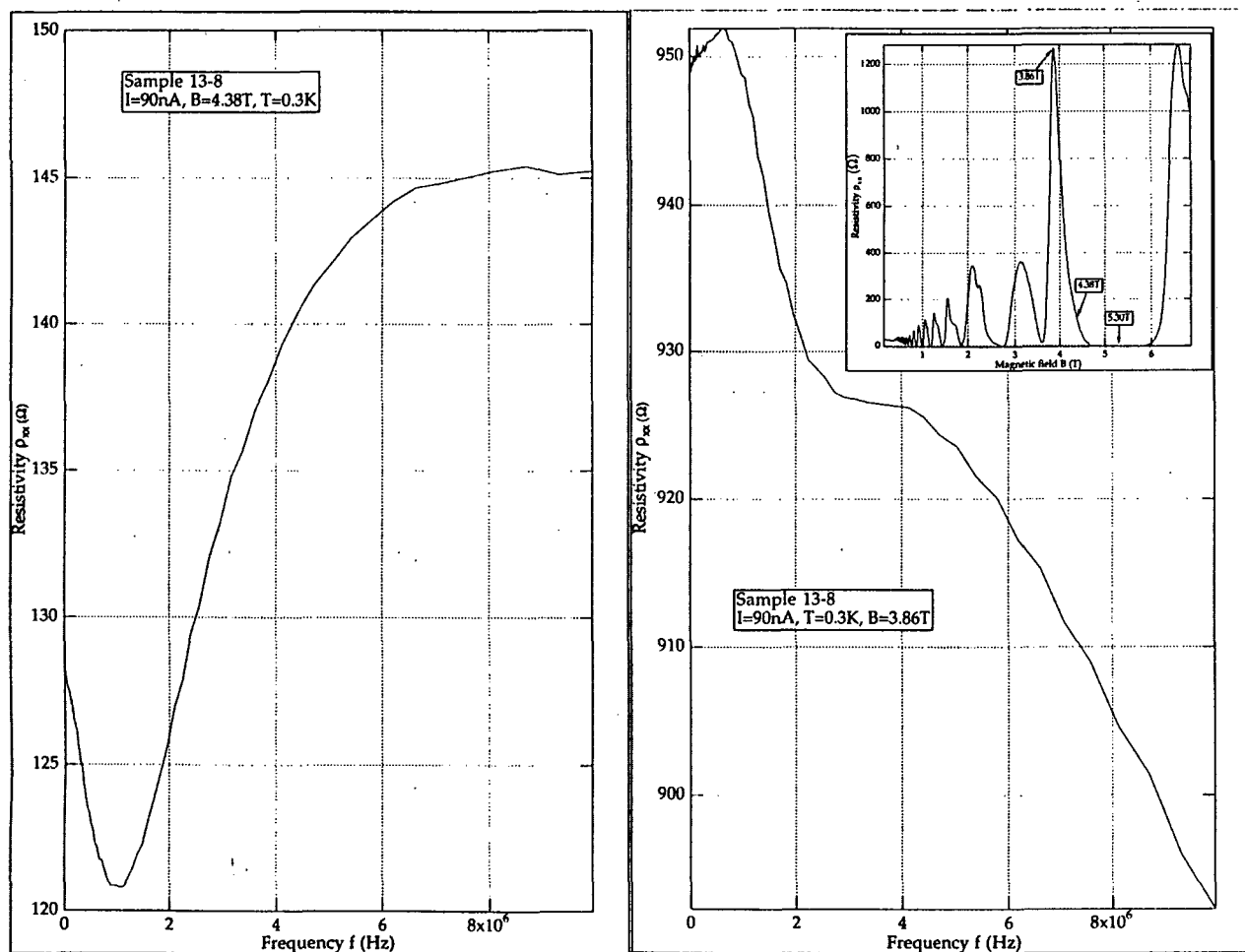
Spændingsfaldet over prøven måles som funktion af en varierende frekvens, mens DC strømmen fastholdes. Målinger blev foretaget ved B -feltets værdierne svarende til et minimum, et maksimum samt et område midt imellem i SdH oscillationerne. Ved hvert B -felt blev et frekvens-sweep udført for $I_{DC} = 0, \pm 0.1, \pm 0.2 \dots \pm 0.5 \mu\text{A}$. Eksempler på sådanne målinger er for fast $I_{DC} = 0.2 \mu\text{A}$ gengivet på figur 10.3. De valgte grafer viser en meget kraftig men samtidig meget kompleks frekvensafhængig prøvemodstand, der desuden ses at være påvirket af B -feltets styrke. Grafernes form udvikler sig desuden kontinuert som funktion af en stigende DC strøm. Dette er for $B = 4.38$ illustreret på figur 10.4.

Vi vil dog ikke gå dybere ind i diskussionen af disse målinger, idet en prøve med et umoduleret resistlag¹ viser samme afhængighed af frekvens og DC strøm. Det er altså ikke som forventet gitteret, der forårsager de observerede fænomener. Målingerne kan måske forstås som et udtryk for forskellige kapacitanser i opstillingen og i prøven. Dette har vi dog ikke forsøgt, da det set fra vores synspunkt er uinteressant.

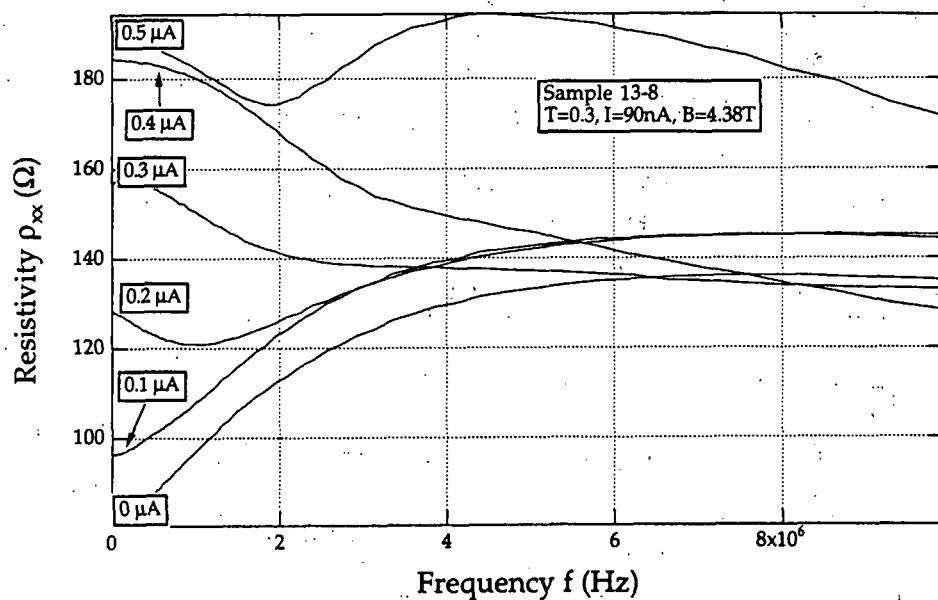
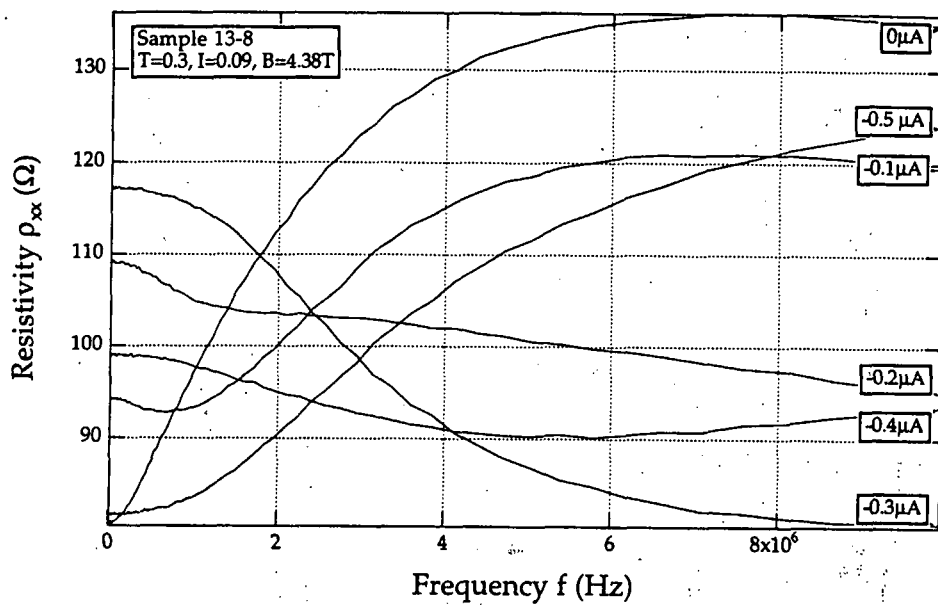
Et andet fænomen, der afgjort har indflydelse på målingernes udseende, er at prøverne, undtaget for $B = 0$, er stærkt ulineære. Vi har ingen tilfredsstillende forklaring på disse ulineariteter men vedlægger en måleserie til orientering. Jævnfør figur 10.5. Målingerne foretages ved manuelt at sweep DC strømmen fra $-3 \mu\text{A}$ til $+3 \mu\text{A}$, mens den differentielle modstand detekteres.

De største ulinearitet forekommer ved SdH oscillationernes toppe, mens IV karakteristikken er symmetrisk omkring nul og lineær i intervallet $[-0.5 \mu\text{A}; +0.5 \mu\text{A}]$, når magnetfeltet svarer til et minimum i SdH oscillationerne. For lave B -felter (0-1T) er prøverne lineære i området $[-1 \mu\text{A}; +1 \mu\text{A}]$. Herved må det konkluderes, at vores Weiss målinger, der foretages med en strømstyrke på $0.167 \mu\text{A}$, ikke påvirkes af ulineariteten.

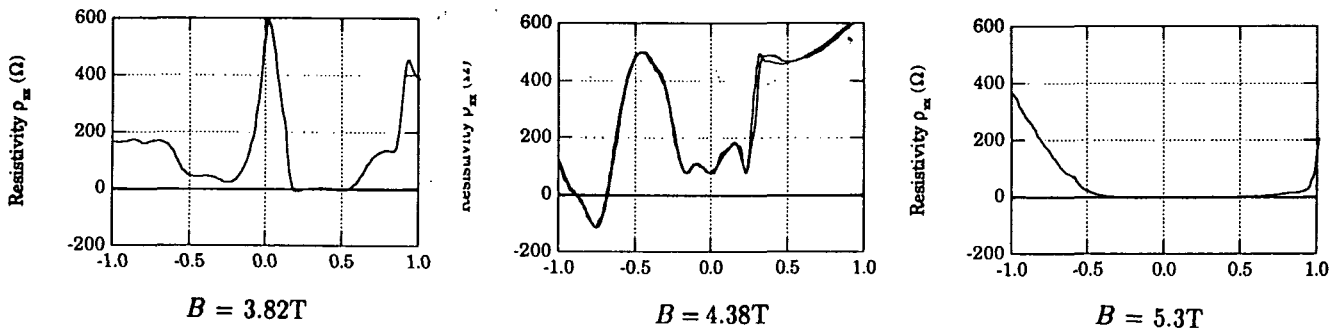
¹Denne prøve er produceret af samme waferstykke som RT6 og prøveområdet er blevet fremstillet på præcis samme vis som en 475 nm prøve. Eneste forskel er, at vi ikke har ridset striber i resisten.



Figur 10.3: Eksempel på magnetoresistansens afhængighed af frekvensen. Data er for prøve 13-8, ved $B = 3.86\text{T}$ og 4.38T samt $T = 0.3\text{K}$



Figur 10.4: Måleserie fra prøve 13-8, hvor ρ_{xx} måles for forskellige DC strømme ved $B=4.38\text{ T}$



Figur 10.5: IV karakteristisk af prøve #13-8 ved $B=3.82\text{T}$, 4.38T og 5.30T , samt $T=0.3\text{K}$

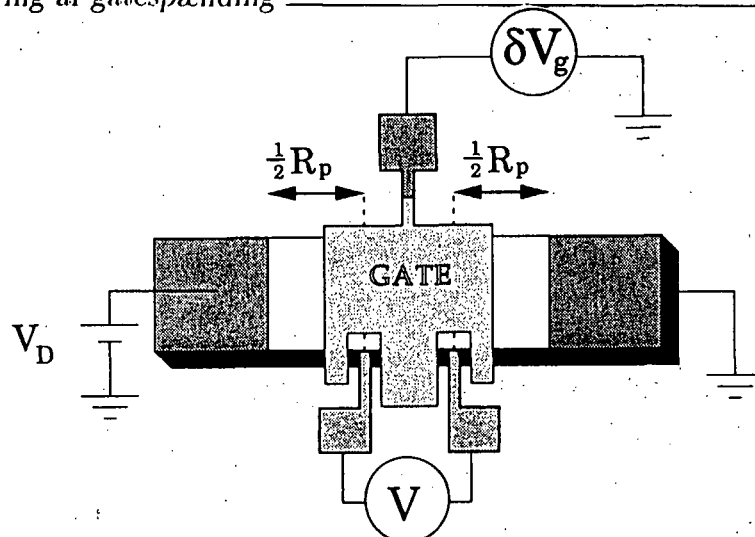
10.2 Modulering af gatespænding

Formålet med dette eksperiment er at undersøge, hvorledes en AC spænding på gaten (220Hz) påvirker spændingsfaldet over selve prøven. Den anvendte elektriske måleopstilling er skitseret på figur 10.6. En DC spænding sættes over prøven V_D , ved at forbinde hp-funktionsgeneratoren til strømkontaktens HIGH, og dernæst benytte funktionsgeneratorens bias spænding. Lock-in forstærkerens referencesignal sættes nu på gaten, mens signalet som sædvanlig detekteres over spændingsproberne. Målingerne foretages for fast DC spænding og fast gate spænding, mens B -feltet sweepes.

Vi betegner nu den oscillerende gatespænding ∂V_g , mens den deraf følgende oscillerende spænding i prøven betegnes ∂V . Kun størrelsen ∂V vil måles som lock-in respons. Spændingsfaldet over proberne vil i eksperimentet bestå af dels et DC bidrag V samt et svingende bidrag ∂V . Gatespændingen vil desuden, i fald den også har et DC bidrag V_g , kunne skrives som $V_g + \partial V_g$. Størrelsen V er bestemt af den samlede gatespænding samt magnetfeltets styrke ($V \rightarrow V(V_g + \partial V_g, B)$), hvorved det nu er muligt at opskrive et generelt udtryk for ∂V , der er den registrerede størrelse i eksperimentet:

$$\partial V = \frac{dV}{dV_g} \partial V_g \quad (10.3)$$

Omskriver vi spændingsfaldet V til RI fås:



Figur 10.6: Skitse af den elektriske måleopstilling i eksperimenter hvor gatespændingen overlejes af et AC signal.

$$\partial V = \left(R \frac{\partial I}{\partial V_g} + I \frac{\partial R}{\partial V_g} \right) \partial V_g \quad (10.4)$$

hvor størrelserne I og R betegner henholdsvis strømmen gennem og modstanden i selve prøveområdet. Benævner vi modstanden i den resterende del af prøven R_p , kan strømmen I også skrives som:

$$I = \frac{V_D}{R + R_p}$$

hvilket sammen med betegnelsen $G_T = \partial I / \partial V_g$ indsat i (10.4) giver:

$$\partial V = \left(R G_T + \frac{V_D}{R + R_p} \frac{\partial R}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial V_g} \right) \partial V_g \quad (10.5)$$

Størrelsen G_T er den såkaldte transkonduktans², der er uafhængig af V_D og som derfor kan findes ud fra lock-in forstærkerens respons når $V_D = 0$; (jævnfør ovenstående formel). Ydermere kan $\partial n / \partial V_g$ bestemmes ved brug af den fundne sammenhæng mellem n og V_g i Weiss eksperimenterne.

På baggrund af disse betragtninger må man forvente, at målinger af $\frac{\partial V}{\partial V_g}$ vil indeholde information om størrelsen:

²Transkonduktans er et begreb fra transistorteknikken, og er beskrevet i eksempelvis [Horowitz og Hill, 1989 s130].

$$\frac{1}{R + R_p} \left(\frac{\partial R}{\partial n} \right) \quad (10.6)$$

som vil være afhængig af B -feltet. Betragter vi målinger ved 4K vil prøveområdets longitudinale modstand R være domineret af Weiss oscillationer på skalaen 0 – 0.5T - SdH oscillationerne er endnu ikke begyndt. Modstanden R_p , der er modstanden af området uden striber, er følgelig givet ved en konstant.

10.2.1 Resultater

Den ovenfor beskrevne måling blev udført på prøverne #13-4 og #13-5 ved henholdsvis $T=4.2\text{K}$ og $T=0.3\text{K}$. Magnetfeltet sweepes fra 0 til 1T og $\partial V/\partial V_g$ registreres for $V_D=1, 1.5, 2, \dots, 4\text{V}$. Amplituden af lock-in forstærkerens referencesignal (gatemodulationen) er $0.15 V_{r.m.s.}$

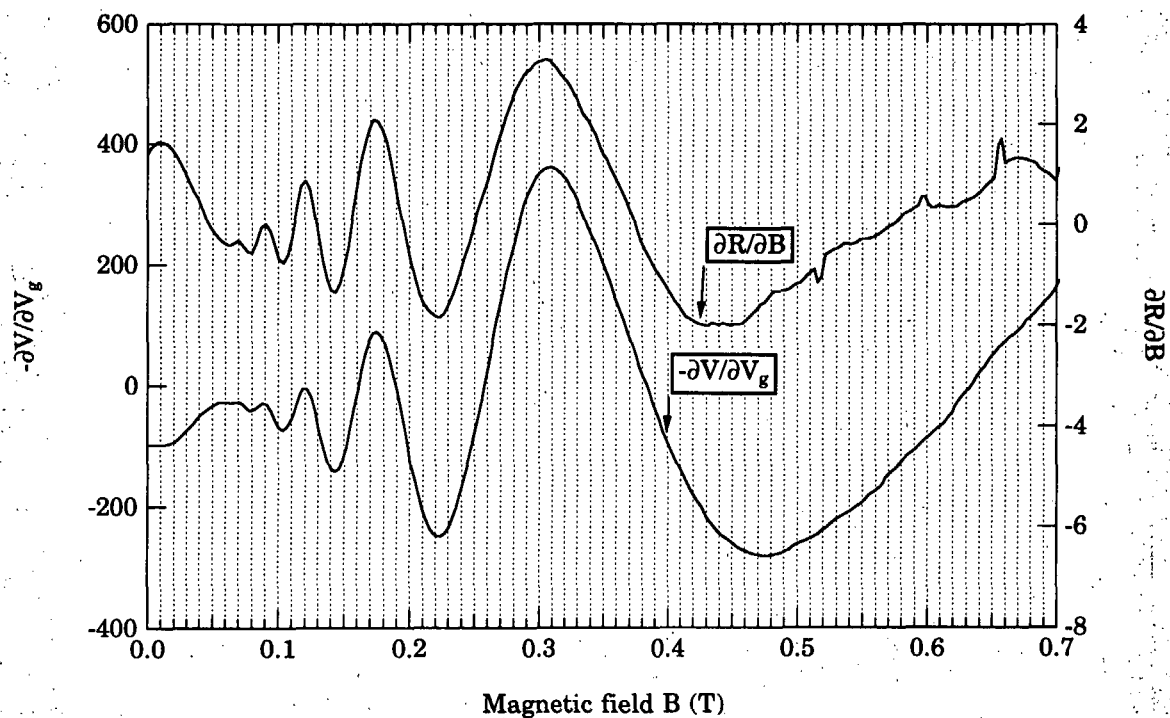
Målingerne viser, at $\partial V/\partial V_g$ oscillerer kraftigt som funktion af B -feltet, og en nærmere analyse synes at afsløre, at ∂V er proportional med $\frac{\partial R}{\partial B}$. På figur 10.7 har vi afbildet $-\partial V/\partial V_g$ og en differentieret Weiss måling. Weiss målingen er valgt således, at gatespændingen $V_g = -0.1\text{V}$ er i overensstemmelse med amplituden af gatemodulationen. De to kurver har samme periode, hvorimod der ikke er overensstemmelse i amplituderne.

Ifølge ligning (10.6) bør målingerne indeholde information om $\frac{\partial R}{\partial n}$, mens vi umiddelbart observerer en afhængighed af $\frac{\partial R}{\partial B}$. Det kan synes underligt, at en ændring af ladningsbærertætheden kan sidestilles med en ændring af B -feltet, men en nærmere analyse af kommensurabilitetsbetingelsen giver netop dette resultat.

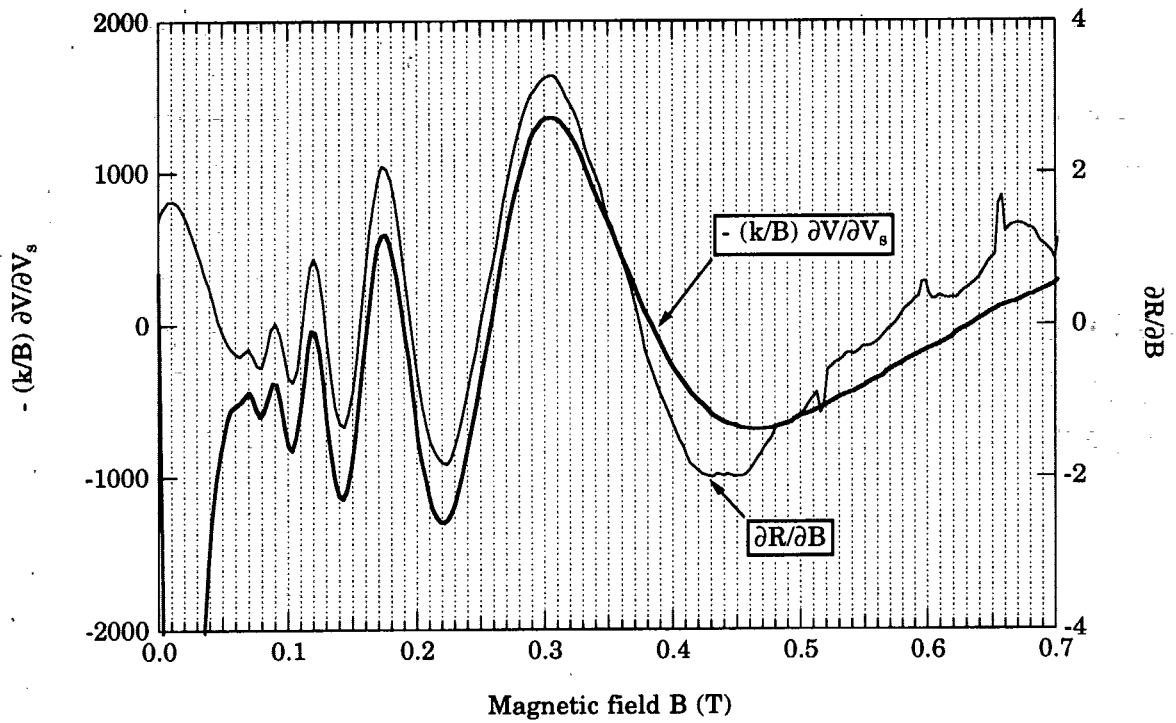
Weiss oscillationernes periode er fastlagt ved kommensurabilitetsbetingelsen $2R_c = a(\lambda - 1/4)$. Da cyklotronradius $R_c = \hbar\sqrt{2\pi n}/eB$ afhænger af både B og n må en ændring af disse størrelser nødvendigvis påvirke oscillationernes placering i B -felt. Størrelserne indgår ikke på samme måde i kommensurabilitetsbetingelsen, men ved differentiation af R_c indsæses, at $\frac{\partial R_c}{\partial B} = -\frac{2n}{B} \frac{\partial R_c}{\partial n}$. Denne relation vil afspejles i magnetomodstanden afhængighed af n og B , hvilket giver:

$$\frac{\partial R}{\partial B} = -\frac{2n}{B} \frac{\partial R}{\partial n} \quad (10.7)$$

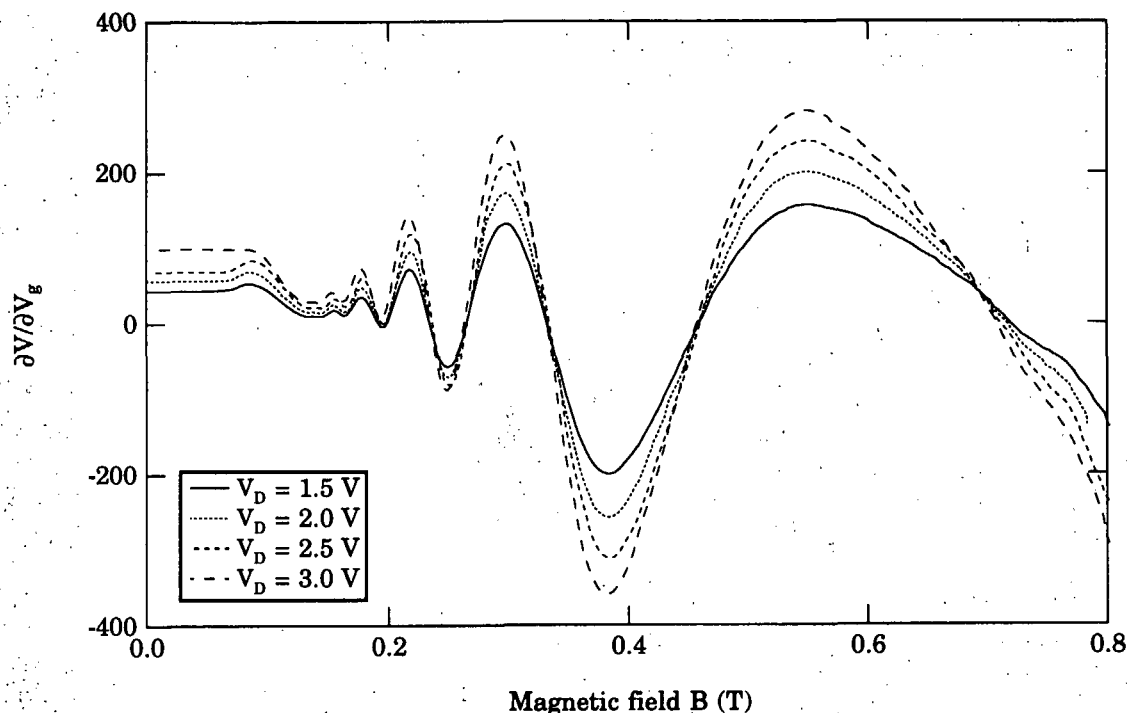
Ideelt set kan man derfor observere Weiss oscillationer ved enten at variere magnetfeltet eller ladningsbærerdensiteten, hvor resultaterne så er relateret ved ligning (10.7). Vores forsøgsdata kan derimod ikke umiddelbart ganges med faktoren $-\frac{2n}{B}$, og derved give $\frac{\partial R}{\partial B}$. Dette skyldes, at $\frac{\partial V}{\partial V_g}$ er afhængig af andre størrelser end $\frac{\partial R}{\partial n}$ - jævnfør ligning (10.6). Derimod kan man dividere måleresultatet med B og gange kurven med en



Figur 10.7: Sammenligning af $-\frac{\partial V}{\partial V_g}$ og $\frac{\partial R}{\partial B}$ for prøve #13-4 ved $V_D = 3V$ og $V_g = -0.1V$



Figur 10.8: Den korrigerede ∂V og $\frac{\partial R}{\partial B}$ for prøve #13-4, ved $T=4.2\text{K}$. Der er nu overensstemmelse mellem både amplitude og minimaenes placering. DC spændingen V_D er 3V.



Figur 10.9: Størrelsen $\frac{\partial V}{\partial V_g}$ målt for en serie af DC spændinger. Målingerne stammer fra prøve #13-4. Af hensyn til overblikket er kun 4 grafer medtaget.

arbitrær faktor k , til der er overensstemmelse mellem $\frac{\partial V}{\partial V_g}$ og den differentierede Weiss måling. En sådan fremgangsmetode giver et resultat som præsenteret på figur 10.8, hvor ikke blot svingningernes minima, men også deres amplitude stemmer overens.

Ved modulering af gatespændingen er det altså muligt direkte at måle et udtryk for størrelsen $\frac{\partial R}{\partial B}$, der giver et langt tydeligere billede af oscillationerne i magnetomodstanden.

Øges DC spændingen, stiger amplituden, hvorimod minimaenes placering ikke ændres. Dette er i overensstemmelse med (10.6), hvor V_D kun indgår som en faktor, der ganges på den oscillerende $\frac{\partial R}{\partial n}$. En måleserie er vist på figur 10.9. Man kan derfor, hvilket er utrolig praktisk, forstærke billedet af Weiss oscillationerne ved at øge DC spændingen over prøven. Dette er ikke sammenlignelig med en forøgelse af strømstyrken i en normal Weiss måling. En større strøm vil blot forstærke hele signalet, hvorimod V_D selektivt forstærker amplituden. I denne målemetode kan svingningernes amplitude altså justeres uden at ændre gatespændingen, og dermed ladningsbærertætheden.

10.2.2 Forslag til nye målinger

Der er mange løse ender i de netop gennemgåede eksperimenter. Vi mener dog, at ideerne er værd at forfølge og opstiller med baggrund i vores kort refererede eksperimentelle erfaringer en liste over nye, oplagte forsøg indenfor området.

- Vores prøver viste sig at være højst ulineære, og effekten blev større desto større B -felt. En nøjere undersøgelse af dette fænomen ville være interessant. Det skal undersøges om ulineariteten skyldes resistlag og guldlag, eller om ulineariteten også optræder i almindelige Hall prøver. Er sidstnævnte tilfældet, er en nøje undersøgelse af årsagen til og effekten af ulineariteten nødvendig. Hall prøver fra H.C.Ørsted laboratoriet benyttes til modstands-kalibrering blandt andet på DFM, hvorfor det er vigtigt at kende eventuelle muligheder for prøvedefekter.
- I eksperimenterne med radiofrekvens kunne vi på grund af apparaturets begrænsninger kun undersøge i frekvensområdet 0-21 MHz. I en ny måleserie ville det være oplagt at undersøge et højere frekvensområde. Resonansbetingelsen er nemlig baseret på et meget forsimplet billede, hvor det antages, at elektrontransporten foregår homogent i hele prøven. I de seneste år er et kantstrøm billede derimod blevet almindeligt anerkendt. Teorien går kort fortalt ud på, at den effektive strøm kun løber langs prøvens kanter, se eventuelt [Büttiker, 1988]. Dette medfører, at elektronernes gennemsnitlige hastighed er større end først beregnet, idet det strømførende areal i prøven er langt mindre end prøvearealet. Er den faktiske hastighed større, må den forventede resonans forskydes tilsvarende til højre i frekvensspektret.
- Målingerne med moduleret gatespænding er meget interessante og kan få konsekvenser for detektion af Weiss oscillationer. De to behandlede måleserier viser, at svingningerne i $\frac{\partial V}{\partial V_g}$ afspejler opførslen af $\frac{\partial R}{\partial B}$. Ydermere kan oscillationerne forstærkes ved øget DC spænding. Målemetoden er derfor velegnet til en registrering af Weiss oscillationer, idet selv et lille bump i magnetomodstanden vil give et kraftigt udslag i $\frac{\partial V}{\partial V_g}$. I nye systematiske målinger ville det være oplagt at undersøge og eventuelt indbygge størrelserne G_T , R og $\frac{\partial n}{\partial V_g}$ i udtrykket for ∂V . Herved kunne man udføre en mere grundig analyse af data, og samtidig ville det være muligt direkte at oversætte målinger af $\frac{\partial V}{\partial V_g}$ til $\frac{\partial R}{\partial B}$.

Kapitel 11

Diskussion

Resultaterne af vores arbejde kan kort resumeres, og vil blive uddybet og diskuteret i det følgende:

- Vi har fremstillet prøver med et endimensionalt, lateralt gitter, og har optimeret flere led i prøvefremstillingen.
- Vi har målt magnetomodstanden og observeret de nye lavfelts oscillationer opdaget af D. Weiss i 1988.
- Vi har benyttet en simpel semiklassisk model udarbejdet af C. Beenakker til at analysere data med.
- Vi har ved brug af Monte Carlo simuleringer haft mulighed for at studere Weiss oscillationer på det mikroskopiske niveau. Simuleringerne har primært givet os et overblik over, hvilke fysiske mekanismer, der har betydning for udseendet af lavfeltsoscillationerne.
- Vi har forsøgt et eksperiment, hvor man ved at overlejlre strømsignalet med et hurtigt svingende signal med frekvensen f bør se et resonans fænomen, når elektronernes hastighed har samme størrelse som hastigheden af .
- Endelig har vi udviklet en alternativ metode til detektion af Weiss oscillationer, der giver et langt tydeligere billede af svingningerne fastlagt ved resonansbetingelsen $2R_c = a(\lambda - \frac{1}{4})$.

Prøvefremstilling

Vi har gennem en optimeringsproces fundet den procedure, der giver de tydeligste Weiss oscillationer. Det er imidlertid vanskeligt at lave nøjagtig ens prøver, da der i

prøvefremstillingen er mange manuelle manøvrer, der ikke kan gentages præcist. Her tænkes specielt på indstilling af elektron stråle mikroskopet (EBM). Det var meget forskelligt, hvor tydeligt et billede vi kunne få på elektron mikroskopet, hvilket vanskeliggjorde centreringen og indstilling af skarpheden. Men også fremkaldeproceduren, der viste sig at afhænge af sekunder, spiller en stor rolle i reproducerbarheden.

En faktor, der har stor betydning for, hvor tydelige Weiss oscillationer der observeres, er resistlagets tykkelse. Tykkelsen er meget følsom overfor hvor længe, der eksponeres på prøverne med EBM og dermed også hvor lang tid man er om at centrere og stille skarpt. Dette er årsagen til, at vi ser forskellige resistlagstykkelser på prøver, der er lavet i samme ombæring. Det tyder på, at et tyndt resistlag giver de tydeligste Weiss oscillationer, når den opstillede fremstillingsprocedure ellers følges.

Med det forhåndenværende apparatur er en gitterafstand på cirka 360 nm det mindst mulige. Med et mere avanceret udstyr ville det være oplagt at formindske gitterafstanden, hvorved det sidste Weiss bump vil forskydes længere ud i magnetfelt. Dette skyldes, at kommensurabilitetsbetingelsen for $\lambda = 1$, da er opfyldt for et større magnetfelt. Hermed må det forventes, at flere Weiss oscillationer bliver synlige. Ønsker man at fremstille prøver med en anden gitterafstand end de tidligere beskrevne, er det nødvendigt at korrigere parametrene i gitterfremstillingen. Dette skulle dog ikke volde de store problemer, hvis man tager udgangspunkt i de eksisterende parametre og justerer disse ved brug af den udviklede optimeringsprocedure.

Et stort problem i vores prøvefremstilling har været, at prøverne ikke havde ohmske kontakter. Dette har kostet en del ekstra arbejde, og viste sig at være forårsaget af en utæthed i det vakuumkammer, hvor kontakterne pådampes. Alle prøver måtte testes før de egentlige eksperimenter, og blev kasseret hvis kontakterne var ulineære. At kun fire prøver viste tydelige Weiss oscillationer, er derfor ikke tegn på en dårlig fremstillingsprocedure, men skyldes uheldige ydre omstændigheder. Mange prøver viste ved kontrol i optisk og Atomic Force mikroskop tydelige og veldefinerede streger af samme type som på prøverne #13-4, #13-5 og #13-8, men var på grund af kontakternes ringe kvalitet ubrugelige.

Observation af Weiss oscillationer

Magnetoresistansmålingerne viser tydelige Weiss oscillationer for fire prøver. Vi ser samme opførsel, som blandt andre D. Weiss og P. Beton har observeret:

- Svingningerne er periodiske i $1/B$ og er mindre temperaturafhængige end SdH oscillationerne.
- Weiss oscillationerne er overlejret af en stor positiv eller negativ baggrunds magnetomodstand, og en positiv magnetomodstand observeres før svingningerne

begynder.

- Ved stigende negativ gatespænding stiger ρ_0 og n falder. Samtidig forskydes Weiss oscillationerne mod venstre. Den positive magnetomodstand vokser samtidigt med at oscillationerne flyder sammen med denne.

Følgelig har vi ved brug af egne prøver været i stand til at reproducere de tidligere, eksperimentelt observerede karakteristika ved Weiss oscillationerne. Dette indikerer, at kvaliteten af de fremstillede prøver er på højde med den internationale standard.

Analyse af Weiss oscillationer

Afbildes ladningsbærertætheden som funktion af gatespændingen ses en voksende lineær sammenhæng. Ifølge Drudeteorien, hvor transporttiden τ er konstant, forventes derfor en lineær afhængighed mellem ρ_0 og gatespænding. Dette er ikke tilfældet og kan forklares ved, at τ afhænger af V_g . Mobiliteten afhænger altså af gatespændingen.

En iøjenfaldende observation er den positive magnetoresistans ved lave magnetfelter. Sammenholdes en afbildning af A_{bump} med en afbildning af B_{critical} som funktion af gatespænding ses, at den relative amplitude stiger, mens "bumpet" bevæger sig mod højere magnetfelt ved stigende negativ gatespænding. Weiss oscillationerne rykker derimod mod venstre med negativ gatespænding, og de relative amplituder går til 0 ved lave magnetfelter. Det viser sig, at uanset gatespænding og gitterafstand sker dette ved cirka 0.1 T.

Der er en sammenhæng mellem, hvor tydelige Weiss oscillationer vi ser, og hvor stor en positiv magnetoresistans der forekommer. For de prøver, hvor vi ser tydelige Weiss oscillationer, forekommer også en høj positiv magnetoresistans, hvilket tyder på, at den positive magnetoresistans ligesom Weiss oscillationerne er en konsekvens af gitteret.

Vores måleresultater kan i store træk forklares ved Beenackers reducerede semiklassiske model, hvor vi opererer med to frie variable n og ε . Vi ser en overensstemmelse mellem data og model i en sammenfaldende periodicitet. Modellen virker overbevisende, idet ladningsbærertætheden bestemt ved fittet n og bestemt ved SdH oscillationerne n_{SdH} stemmer overens. Dog kan Beenackers klassiske model ikke forklare den positive magnetomodstand og amplitudernes uddøen ved cirka 0.1 T.

Monte Carlo simulering - en klassisk bane beskrivelse

Vores klassiske banesimuleringer af en elektron i et periodiske potential, tjente flere formål. For det første var det et vigtigt redskab til at forstå mekanismen bag Weiss-

oscillationerne. Man skal ikke undervurdere værdien af at kunne visualisere de fysiske problemer, man arbejder med. Arbejder man kun med abstrakte repræsentationer af et fysisk system, er det svært at bevare overblikket over væsentlige og uvæsentlige aspekter i modellen. I simuleringerne kunne vi se effekten af at ændre en parameter i modellen, enten direkte i form af en ændret bane, eller indirekte i form af et ændret udseende af en Weiss-"måling". En klassisk simulering, som den vi har benyttet, er både simpel og overskuelig (i forhold til for eksempel Boltzmannligningen) og alligevel tæt på at være fænomenologisk korrekt.

For det andet har arbejdet med simuleringerne direkte vist, at man med en ren klassisk beskrivelse af elektrontransporten, kan forklare aspekter af Weiss oscillationerne, som en semiklassisk transportteori i relaxationstidsapproximationen ikke uden videre kan. Vi så en god kvalitativ overensstemmelse mellem simuleringer og data for den positive magnetoresistans.

Vi fandt, at Weiss-oscillationernes udseende, ikke påvirkes i nævneværdig grad hverken af spredningsvinkel eller hvor ensartet gitteret er moduleret. Dette er virkelig værdifulde oplysninger, idet det så ser ud til, at man kan undlade at tage hensyn til disse effekter i en tilsvarende teoretisk model.

Ligeledes kunne Monte Carlo simuleringen forudsige amplitudernes fald til nul, ved $B \approx 0.1T$. Simuleringerne illustrerede desuden hvorledes Weiss oscillationerne ved de laveste B -felter flyder sammen, når den negative gatespænding øges. Dæmpningen af oscillationerne for $B < 0.1T$ og startpunktet B_0 for oscillationerne, hænger sammen med forholdet $C = \frac{\tau_c}{\tau_m}$ på en ikke triviell måde. En sådan sammenhæng viser sig både i målte og simulerede data.

Endelig kunne vi ved sammenligning af Bastard-simuleringerne og Drude-simuleringerne se, at det er korrekt at tage højde for småvinkelspredning, men ikke indlysende hvordan det skal gøres. Den simple model, hvor $C = \text{konstant}$ for alle ladningsbærertætheder, og relaxationstiden blot er Drude-relaxationstiden $\tau_m = \frac{m^*}{ne^2\rho}$, redegjorde betydeligt bedre for de fleste af Weiss-oscillationernes karakteristika, end den kvantemekaniske spredningsmodel. Bastard pointerer selv, at udtrykket for mobilitet (relaxationstid) er stærkt forsimplet og derfor ikke kan forventes at give præcise numeriske resultater.

Det forekommer mest sandsynligt, at antagelserne om at donorerne ligger i samme afstand z_0 , samt at der kun er tale om ioniseret urenhedsspredning, er de umiddelbart mest problematisk. Mobiliteten af vores prøver havde en næsten lineær afhængighed af ladningsbærertætheden, hvilket formodentligt betyder, at der er andre spredningsprocesser inde i billedet, end ioniseret urenhedsspredning. Da kollisionsfaktoren C teoretisk kan ses at have en kvadratisk afhængighed af z_0 , vil spredningssandsynligheden også være følsom overfor en eventuel inhomogen fordeling af donoratomer i z -retningen.

Endelig skal man huske på, at den anvendte model er en forholdsvis banal model, der kan udbygges til at give langt mere detaljerede informationer om elektronsystemet. For eksempel kunne simuleringprogrammet tælle antallet af åbne baner i forhold til antallet af lukkede, hvilket kunne være interessant at sammenligne med det teoretisk udledte forhold ([Beton, 1991]).

Radiofrekvens

Målinger med radiofrekvens gav i vores forsøgsrække intet resultat, der kan tilskrives gitteret. Dog mener vi, at tankerne bag eksperimentet er fornuftige og enkle og håber derfor, at andre vil genoptage og uddybe de beskrevne målinger. Opnås den forventede resonans effekt, vil dette være et uhyre interessant fænomen. Effekten er forudsagt på baggrund af yderst simple betragtninger og vil derfor formodentlig blive genstand for en del opmærksomhed.

Alternativ målemetode

Udføres forsøg med moduleret gatespænding er måleresultaterne relateret til de normale Weiss målinger. Dog er svingningerne her meget tydeligere, idet man detektere et udtryk for den *afledede* af magnetoresistansen med hensyn til B -feltet. Der mangler stadig en del eksperimentel udforskning af dette fænomen, men vi mener, at måleproceduren er oplagt til detektion af Weiss oscillationer. Dels fordi oscillationerne fremstår tydeligere, og dels fordi man kan justere amplituden blot ved at ændre DC spændingen over prøven. En måling med moduleret gatespænding giver ikke umiddelbart et direkte udtryk for magnetomodstanden men påpeger meget effektivt, hvor Weiss oscillationernes ekstrema vil forekomme. Det vil derfor være fordelagtigt at udføre begge typer eksperimenter.

Afrunding

Prøvefremstillingen og den efterfølgende måleprocedure har vist sig at være succesfuld. Vi håber derfor, at den grundige gennemgang af specielt prøvernes fabrikation vil tjene som guide til nye, interessante eksperimenter.

Den fundne sammenhæng mellem $\frac{\partial R}{\partial n}$ og $\frac{\partial R}{\partial B}$ er yderst simpel. Hvad kan synes mere overraskende er, at den kan detekteres eksperimentelt ved modulering af gatespænding. Dette skal fremhæves som et anvendeligt og spændende resultat, der vil være et oplagt redskab i undersøgelsen af Weiss oscillationer.

Monte Carlo simuleringernes gode og overskuelige beskrivelsesevne vil forhåbentlig

inspirere andre til lignende "computer-eksperimenter". Dog er en fænomenologisk beskrivelse af systemet utilstrækkelig, hvorfor det vil være på sin plads at forsøge at inddrage de eksperimentelt observerede Weiss karakteristika i et analytisk udtryk for magnetomodstanden.

Litteratur

- [Ando] Ando, Fowler og Stern, *Rev. Mod. Phys.*, **54**, 437 (1982)
- [Ashcroft & Mermin] N.W.Ashcroft og N.D.Mermin, *Solid State Physics*, CBS Publishing, 1988
- [Bastard] G.Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures*, New York, Wiley, 1989
- [Beenakker] C.W.J.Beenakker, *Phys. Rev. Lett.*, **62** 2020 (1989)
- [Beton] P.H.Beton et al, *Phys. Rev. B*, **42** 9229 (1990)
- [Beton] P.H.Beton et al, *Phys. Rev. B*, **43** 9980 (1991)
- [Boisen & Bøggild] A.Boisen og P.Bøggild, *IMFUFU Tekst 236a+b*, RUC Tryk, 1993
- [Bruus] H.Bruus, *PhD afhandling*, HCØ Tryk, 1990
- [Büttiker] M.Büttiker, *Phys. Rev. B*, **38** 9375 (1988)
- [Delsing] P.Delsing, Single Electron Tunnelling in Ultrasmall Tunnel Junctions. *Ph.D. afh.*, Department of Physics, Göteborg 1990. s. 48-49
- [Garnæs] J. Garnæs, *Scanning Probe Microscopy; Investigation of Thin Organic Films*, DFM, 1993
- [Geim] A.K.Geim et al, *Phys. Rev. B*, **46** 4324 (1992)
- [Gerhardts & Zhang] R.R.Gerhardts og C.Zhang, *Phys. Rev. B*, **41** 12850 (1990a)
- [Gerhardts & Zhang] R.R.Gerhardts og C.Zhang, *Surf. Sci.*, **229** 92 (1990b)

- [Hanberg] J. Hanberg, *Ph.D. afh.*, H.C. Ørsted laboratorium, Københavns Universitet. (1987)
- [Hofstadter] D.R.Hofstadter, *Phys. Rev. B*, **14** 2239 (1976)
- [Horowitz & Hill] P.Horowitz og W.Hill, *The Art of Electronics*, Cambridge University Press, 1989
- [Kittel] C.Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, John Wiley & Sons inc, 1986
- [Balibar] Jean-Marc Lévy-Lebond og Francoise Balibar, *Quantics II*, HCØ Tryk, 1992
- [Meyers] H.P.Meyers, *Introduction to Solide State Physics*, Tayler & Francis, 1990
- [Nielsen] H. Nielsen et al. *Physica*, **184**, (1993), pp 323-326
- [Owen] Geraint Owen, *Rep. Prog. Phys.*, **48**, (1985), pp 795-851.
- [Pfannkuche] D.Pfannkuche og R.R.Gerhardts, *Phys. Rev. B*, **46** 12606 (1992)
- [Seeger] K. Seeger, *Semiconductor Physics*, Springer Verlag, 1985
- [Shadowitz] A.Shadowitz, *The Electromagnetic Field*, Dover Publications inc, New York, 1988
- [Smith] H.Smith, *Indledning til Kvantemekanik*, HCØ Tryk, 1990
- [Solymar & Walsh] L.Solymar og D.Walsh, *Lectures on the Electrical Properties of Materials*, Oxford University Press, 1979
- [Störmer] H.L. Störmer et al, *Applied Phys. Lett.*, **39(6)**, (1981)
- [Störmer] H.L. Störmer et al, *Solid State Communication*, **41**, (1982)
- [Sze] S.M.Sze, *Semiconductor Dcivices*, John Wilwy & Sons, 1985
- [Taboryski & Lindelof] R.Taboryski og P.E. Lindelof, *Semicond. Sci. Technol*, **5** 933 (1990)
- [Taboryski] R.Taboryski, Physics and Techology of Split-Gate Field Effect Transistors, *PhD afhandling*, Ferroperm A/S, 1992

[Weiss]

D.Weiss et al., *Europhys. Lett.*, **8** 179 (1989)

[Weiss]

D.Weiss, *Electronic Properties of Multilayers and Low-Dimensional Semiconductors Structures*, Plenum Press, New York, 1990

[Winkler et al]

R.W.Winkler et al, *Phys. Rev. Lett.*, **62** 1177 (1989)

Appendiks A

Fitteparametre

Vi har sammenholdt henholdsvis Beenackers simple semiklassiske model og MC simuleringer med forsøgsdata. Fitteparametrene benyttet i Beenackers model er vist i tabellerne A.1, A.2, A.3 og A.4. I tabel A.5 findes de værdier, der er relevante i forhold til en MC simulering.

HCØ104-92 #13-4 $a = 360\text{nm}$								
V_g (V)	-1.0	-0.7	-0.4	-0.2	-0.1	0	+0.2	+0.4
$T = 4.2\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	200	85	50	34	29	29	24	23
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.35	1.75	2.19	2.52	2.66	2.78	3.10	3.45
ϵ	0.13	0.083	0.062	0.0495	0.045	0.043	0.038	0.038
$T = 1.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	140	70	40	25	24	23	23	23
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.28	1.71	2.16	2.40	2.55	2.73	3.00	3.37
ϵ	0.127	0.082	0.062	0.044	0.042	0.04	0.0365	0.034
$T = 0.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	183.2	84.9	56.7	30.16			14.6	16.8
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.35	1.78	2.20	2.53			3.07	3.40
ϵ	0.13	0.095	0.079	0.053			0.03	0.027

Tabel A.1: Fitteparametre for #13-4

HCØ104-92 #13-5 $a = 360\text{nm}$								
V_g (V)	-1.0	-0.7	-0.4	-0.2	-0.1	0	+0.2	+0.4
$T = 4.2\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	103	64.25	44.4	35.4	29.81	30.84	26.03	22.48
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.62	1.97	2.35	2.60	2.32	2.77	3.00	3.30
ϵ	0.0412	0.0305	0.0227	0.019	0.0134	0.0155	0.012	0.009
$T = 1.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	98.28	66.21	42.26	33.98	30.38	23.17	23.90	40.57
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.65	1.95	2.30	2.55	2.75	2.85	3.20	3.34
ϵ	0.048	0.034	0.021	0.018	0.0145	0.012	0.013	0.02
$T = 0.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	99.34	53.53	41.74	31.06	29.65	25.8	22.45	18.76
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.56	1.90	2.30	2.50	2.70	2.80	2.97	3.25
ϵ	0.046	0.031	0.024	0.022	0.022	0.019	0.019	0.017

Tabel A.2: Fitteparametre for #13-5

HCØ104-92 #13-8 $a = 360\text{nm}$								
V_g (V)	-1.0	-0.7	-0.4	-0.2	-0.1	0	+0.2	+0.4
$T = 4.2\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	138	78.5	53.0	43.0	39.4	36.05	30.49	26.55
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.56	1.90	2.26	2.48	2.55	2.74	2.99	3.30
ϵ	0.057	0.405	0.0305	0.0245	0.022	0.0176	0.0156	0.0113
$T = 1.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	126.5	75.16	50.50	41.10	37.07	32.60	28.61	24.31
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	1.47	1.88	2.22	2.47	2.60	2.77	3.10	3.38
ϵ	0.062	0.0445	0.031	0.025	0.023	0.0195	0.0141	0.0142
$T = 0.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$			51.49	40.45	39.56	34.51		
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$			2.3	2.6	2.7	2.7		
ϵ			0.0335	0.031	0.03	0.023		

Tabel A.3: Fitteparametre for #13-8

HCØ105-92 RT6 $a = 475\text{nm}$								
V_g (V)	-1.0	-0.7	-0.4	-0.2	-0.1	0	+0.2	+0.4
$T = 4.2\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$								
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$								
ϵ								
$T = 1.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$	48.5	38.07	29.33	25.98	24.01	22.00	22.00	17.80
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$	2.15	2.27	2.50	2.66	2.75	2.75	2.95	3.07
ϵ	0.022	0.018	0.0159	0.015	0.0147	0.012	0.0106	0.0089
$T = 0.3\text{K}$								
$\rho_0(\Omega)$		43.76	35.26	30.05	28.53	25.82		
$n(10^{15})\text{m}^{-2}$		2.36	2.55	2.70	2.77	2.85		
ϵ		0.0225	0.02	0.02	0.017	0.0178		

Tabel A.4: Fitteparametre for RT6

#13-4					
V_g (V)	Rmax (Ω)	R0(Ω)	n (10^{15}m^{-2})	ϵ -Drude	ϵ -Bastard
0.4	1.50	22	3.34	0.032	0.030
0	3.63	26	2.70	0.047	0.050
-0.4	4.09	45	2.09	0.075	0.069
-0.7	3.20	79	1.67	0.105	0.080
-1.0	3.26	185	1.28	0.140	0.080
#13-8					
V_g (V)	Rmax (Ω)	R0(Ω)	n (10^{15}m^{-2})	ϵ -Drude	ϵ -Bastard
0.4	0.152	24	3.23	0.020	0.010
0	0.320	33	2.71	0.021	0.017
-0.4	0.527	51	2.22	0.036	0.027
-0.7	0.547	75	1.868	0.049	0.033
-1.0	0.479	128	1.497	0.068	0.039
RT6					
V_g (V)	Rmax (Ω)	R0(Ω)	n (10^{15}m^{-2})	ϵ -Drude	ϵ -Bastard
0.4	1.144	18	3.05	0.010	0.013
0	1.227	22	2.78	0.014	0.017
-0.4	1.241	31	2.431	0.021	0.019
-0.7	1.210	38	2.153	0.023	0.0215
-1.0	1.157	50	1.95	0.023	0.022

Tabel A.5: Fitteparametre fra MC simuleringerne. Størrelsen Rmax angiver den maksimale værdi af den positive magnetomodstand ved en given gatespænding.

Liste over tidligere udkomne tekster
tilsendes gerne. Henvendelse herom kan
ske til IMFUFA's sekretariat
tlf. 46 75 77 11 lokal 2263

-
- 217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING
IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"
by: Mogens Niss
- 218/92 "A Three-Square Theorem"
by: Lars Kadison
- 219/92 "RUPNOK - stationær strømning i elastiske rør"
af: Anja Boisen, Karen Birkelund, Mette Olufsen
Vejleder: Jesper Larsen
- 220/92 "Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb"
af: Bjørn Christensen, Ole Møller Nielsen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 221/92 "A BUNDLE VALUED RADON TRANSFORM, WITH
APPLICATIONS TO INVARIANT WAVE EQUATIONS"
by: Thomas P. Branson, Gestur Olafsson and
Henrik Schlichtkrull
- 222/92 On the Representations of some Infinite Dimensional
Groups and Algebras Related to Quantum Physics
by: Johnny T. Ottesen
- 223/92 THE FUNCTIONAL DETERMINANT
by: Thomas P. Branson
- 224/92 UNIVERSAL AC CONDUCTIVITY OF NON-METALLIC SOLIDS AT
LOW TEMPERATURES
by: Jeppe C. Dyre
- 225/92 "HATMODELLEN" Impedansspektroskopi i ultrarent
en-krystallinsk silicium
af: Anja Boisen, Anders Gorm Larsen, Jesper Varmer,
Johannes K. Nielsen, Kit R. Hansen, Peter Bøggild
og Thomas Hougaard
Vejleder: Petr Viscor
- 226/92 "METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING THE GLOBAL
CIRCULATION OF SELECTED EMISSIONS FROM ENERGY
CONVERSION"
by: Bent Sørensen
- 227/92 "Computersimulering og fysik"
af: Per M. Hansen, Steffen Holm,
Peter Maibom, Mads K. Dall Petersen,
Pernille Postgaard, Thomas B. Schrøder,
Ivar P. Zeck
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 228/92 "Teknologi og historie"
Fire artikler af:
Mogens Niss, Jens Høyrup, Ib Thiersen,
Hans Hedal
- 229/92 "Masser af information uden betydning"
En diskussion af informationsteorien
i Tor Nørretranders' "Mærk Verden" og
en skitse til et alternativ baseret
på andenordens kybernetik og semiotik
af: Søren Brier
- 230/92 "Vinklens tredeling - et klassisk
problem"
et matematisk projekt af
Karen Birkelund, Bjørn Christensen
Vejleder: Johnny Ottesen
- 231A/92 "Elektrondiffusion i silicium - en
matematisk model"
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund,
Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B. Hansen
- 231B/92 "Elektrondiffusion i silicium - en
matematisk model" Kildetekster
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund,
Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B. Hansen
- 232/92 "Undersøgelse om den simultane opdagelse
af energiens bevarelse og isærdeles om
de af Mayer, Colding, Joule og Helmholtz
udførte arbejder"
af: L. Arleth, G.I. Dybkjær, M.T. Østergård
Vejleder: Dorthe Posselt
- 233/92 "The effect of age-dependent host
mortality on the dynamics of an endemic
disease and
Instability in an SIR-model with age-
dependent susceptibility
by: Viggo Andreasen
- 234/92 "THE FUNCTIONAL DETERMINANT OF A FOUR-DIMENSIONAL
BOUNDARY VALUE PROBLEM"
by: Thomas P. Branson and Peter B. Gilkey
- 235/92 OVERFLADESTRUKTUR OG POREUDVIKLING AF KOKS
- Modul 3 fysik projekt -
af: Thomas Jessen
-

- 236a/93 INTRODUKTION TIL KVANTE HALL EFFEKTEN
af: Anja Boisen, Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen
- 236b/93 STRØMSSAMMENBRUD AF KVANTE HALL EFFEKTEN
af: Anja Boisen, Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen
- 237/93 The Wedderburn principal theorem and Shukla cohomology
af: Lars Kadison
- 238/93 SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (2)
Vektorbånd og tensorer
af: Peder Voetmann Christiansen
- 239/93 Valgsystemer - Modelbygning og analyse Matematik 2. modul
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen, Maria Hermannsson, Allan Jørgensen, Ragna Clauson-Kaas, Poul Lützen
Vejleder: Mogens Niss
- 240/93 Patologiske eksempler. Om sære matematiske fisks betydning for den matematiske udvikling
af: Claus Dråby, Jørn Skov Hansen, Runa Ulsøe Johansen, Peter Meibom, Johannes Kristoffer Nielsen
Vejleder: Mogens Niss
- 241/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 1
af: Bent Sørensen
- 242/93 Brovedligeholdelse - bevar mig vel
Analyse af Vejdirektoratets model for optimering af broreparationer
af: Linda Kyndlev, Kare Fundal, Kamma Tulinius, Ivar Zeck
Vejleder: Jesper Larsen
- 243/93 TANKEEKSPERIMENTER I FYSIKKEN
Et 1.modul fysikprojekt
af: Karen Birkelund, Stine Sofia Korremann
Vejleder: Dorthe Posselt
- 244/93 RADONTRANSFORMATIONEN og dens anvendelse i CT-scanning
Projektrapport
af: Trine Andreasen, Tine Guldager Christiansen, Nina Skov Hansen og Christine Iversen
Vejledere: Gestur Olafsson og Jesper Larsen
- 245a+b /93 Time-Of-Flight målinger på krystallinske halvledere
Specialerapport
af: Linda Szkotak Jensen og Lise Odgaard Gade
Vejledere: Petr Viscor og Niels Boye Olsen
- 246/93 HVERDAGSVIDEN OG MATEMATIK - LÆREPROCESSER I SKOLEN
af: Lena Lindenskov, Statens Humanistiske Forskningsråd, RUC, IMFUFA
- 247/93 UNIVERSAL LOW TEMPERATURE AC CONDUCTIVITY OF MACROSCOPICALLY DISORDERED NON-METALS
by: Jeppe C. Dyre
- 248/93 DIRAC OPERATORS AND MANIFOLDS WITH BOUNDARY
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski
- 249/93 Perspectives on Teichmüller and the Jahresbericht Addendum to Schappacher, Scholz, et al.
by: B. Booss-Bavnbek
With comments by W.Abikoff, L.Ahlförs, J.Cerf, P.J.Davis, W.Fuchs, F.P.Gardiner, J.Jost, J.-P.Kahane, R.Lohan, L.Lorch, J.Radkau and T.Söderqvist
- 250/93 EULER OG BOLZANO - MATEMATISK ANALYSE SET I ET VIDENSKABSTEORETISK PERSPEKTIV
Projektrapport af: Anja Juul, Lone Michelsen, Tomas Højgård Jensen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 251/93 Genotypic Proportions in Hybrid Zones
by: Freddy Bugge Christiansen, Viggo Andreassen and Ebbe Thue Poulsen
- 252/93 MODELLERING AF TILFÆLDIGE FENOMENER
Projektrapport af: Birthe Friis, Lisbeth Helmgård, Kristina Charlotte Jakobsen, Marina Mosbæk Johannessen, Lotte Ludvigsen, Mette Hass Nielsen
- 253/93 Kuglepakning
Teori og model
af: Lise Arleth, Kåre Fundal, Nils Kruse
Vejleder: Mogens Niss
- 254/93 Regressionsanalyse
Materiale til et statistikkursus
af: Jørgen Larsen
- 255/93 TID & BETINGET UAFHÆNGIGHED
af: Peter Harremoës
- 256/93 Determination of the Frequency Dependent Bulk Modulus of Liquids Using a Piezo-electric Spherical Shell (Preprint)
by: T. Christensen and N.B.Olsen
- 257/93 Modelling af dispersion i piezoelektriske keramikker
af: Pernille Postgaard, Jannik Rasmussen, Christina Specht, Mikko Østergård
Vejleder: Tage Christensen
- 258/93 Supplerende kursusmateriale til "Lineære strukturer fra algebra og analyse"
af: Mogens Brun Heefelt
- 259/93 STUDIES OF AC HOPPING CONDUCTION AT LOW TEMPERATURES
by: Jeppe C. Dyre
- 260/93 PARTITIONED MANIFOLDS AND INVARIANTS IN DIMENSIONS 2, 3, AND 4
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski

261/93 OPGAVESAMLING
Bredde-kursus i Fysik
Eksamensopgaver fra 1976-93

262/93 Separability and the Jones
Polynomial
by: Lars Kadison

263/93 Supplerende kursusmateriale til
"Lineære strukturer fra algebra
og analyse" II
af: Mogens Brun Heefelt

264/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 2
af: Bent Sørensen

265/94 SPHERICAL FUNCTIONS ON ORDERED
SYMMETRIC SPACES

To Sigurdur Helgason on his
sixtyfifth birthday

by: Jacques Faraut, Joachim Hilgert
and Gestur Olafsson