TEKST NR 25 1986

EKSAMENSOPGAVER

DYBDEMODULET / FYSIK

1974-86

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

EKSAMENSOPGAVER I FYSIKOVERBYGNINGENS DYBDEMODUL

Forord

Den skriftlige prøve i dybdemodulet omfatter to af studenten valgte fysiske teoribygninger. Siden overbygningsuddannelsens start i 1974 er der afholdt følgende prøver, hvis opgavetekster gengives i det følgende:

Juni 1976:	Elektrodynamik og relativitetsteori
Januar 1977:	Elektrodynamik og relativitetsteori
	Termodynamik og statistisk mekanik
Januar 1978:	Kvantemekanik og relativitetsteori
Januar 1979:	Termodynamik og generel dynamik
Juni 1981:	Elektrodynamik og kvantemekanik
	Elektrodynamik og termodynamik
Juni 1982:	Elektrodynamik og relativitetsteori
Juni 1983:	Elektrodynamik og relativitetsteori
Januar 1984:	Elektrodynamik og relativitetsteori
Juni 1984:	Relativitetsteori og elektrodynamik
Januar 1985:	Kvantemekanik og relativitetsteori
Juni 1985:	Relativitetsteori og kvantemekanik
	Elektrodynamik og kvantemekanik
Januar 1986:	Elektrodynamik og kvantemekanik
	Relativitetsteori og kvantemekanik
Juni 1986:	Elektrodynamik og kvantemekanik

Oktober 1986
Bent Sørensen

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul den 28. juni 1976.

Hjælpemidler tilladt.

OPGAVE 1

I et kildefrit område af et homogent tabsfrit medium med permitivitet ε og permeabilitet μ udbreder en plan bølge sig i x-aksens retning.

Det er givet, at

$$E_x = 0 \qquad\qquad H_x = 0$$

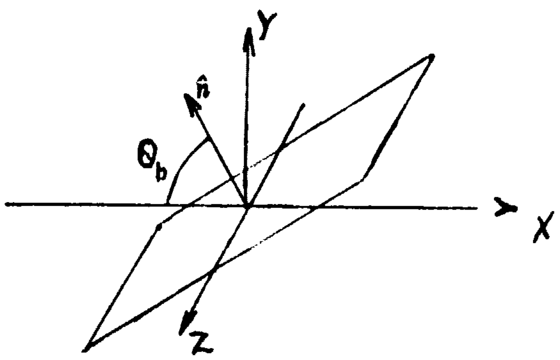
$$E_y = -i\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,H_y \qquad\qquad H_y = H_o\, e^{\,i(kx-\omega t)}$$

H_o er en reel konstant og $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

1. Find E_z og H_z

2. Find bølgens polarisationstilstand.

Den plane bølge rammer nu et andet tabsfrit homogent medium med permitivitet ε_1 og permeabilitet μ. Grænsefladen mellem de to medier er plan, og normalen til grænsefladen danner Brewstervinklen Θ_b med x-aksens negative retning (se fig.)



3. Find det reflekterede felt (d.v.s. E- og H-feltets komposanter og bølgevektoren $\underline{k}$")

4. Hvad er det reflekterede felts polarisationstilstand ?

OPGAVE 2 En partikel med hvilemassen M bevæger sig frit med hastigheden V i laboratoriesystemets x-akses positive regning. Den kinetiske energi er T.

1. Find hastigheden $V = c\beta$ relativistisk.

Partiklen henfalder nu, d.v.s. den splittes i to dele med hvilemasser m_1 og m_2. De to dele bevæger sig fra hinanden med hastighederne v'_1 og v'_2 i tyngdepunktsystemet. (Den kinetiske energi hertil stammer fra massedefekten, altså fra at $M > m_1 + m_2$).

2. Find hastighederne $v'_1 = c\beta'_1$ og

$v'_2 = c\beta'_2$

3. Vis, at m_1's og m_2's hastigheder v_1 og v_2 i laboratoriesystemet kan skrives

$$v_1 = \frac{c}{1+\beta\beta'_1 \cos\phi_1} \sqrt{\beta'^2_1 + \beta^2 + 2\beta\beta'_1 \cos\phi_1 - \beta^2\beta'^2_1 \sin^2\phi_1}$$

$$v_2 = \frac{c}{1+\beta\beta'_2 \cos\phi_2} \sqrt{\beta'^2_2 + \beta^2 + 2\beta\beta'_2 \cos\phi_2 - \beta^2\beta'^2_2 \sin^2\phi_2}$$

hvor ϕ_1 og ϕ_2 er vinklerne mellem M's bevægelsesretning og henholdsvis m_1's og m_2's bevægelsesretninger i tyngdepunktsystemet (se fig. 1)

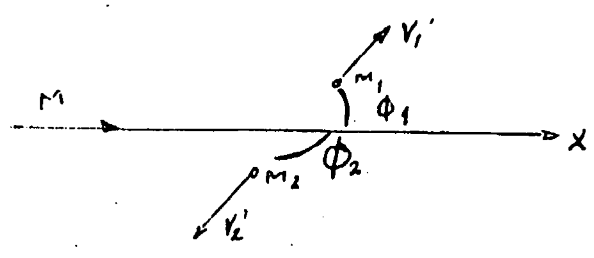


Fig. 1 Tyngdepunktsystem

4. Vinklen mellem M's bevægelsesretning og m_1's og m_2's bevægelsesretninger i laboratoriesystemet kaldes henholdsvis Θ_1 og Θ_2 (se fig. 2)

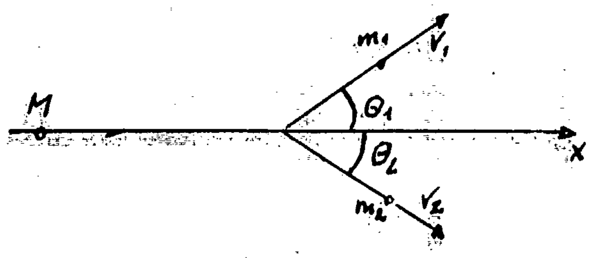


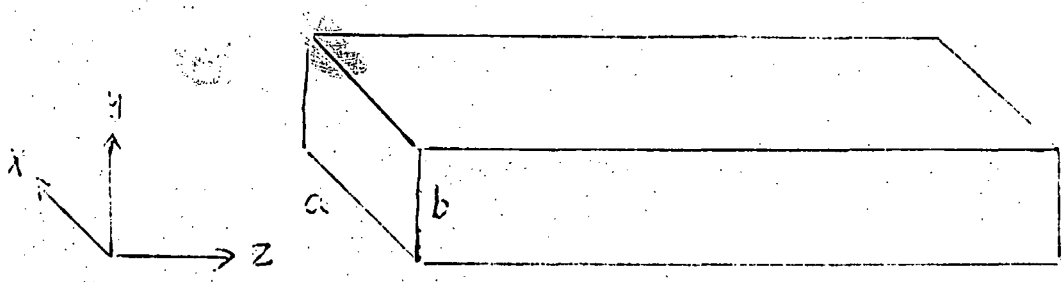
Fig 2. Laboratoriesystem

Find Θ_1 og Θ_2 udtrykt ved ϕ_1 og ϕ_2, β'_1 β'_2 og β.

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul,
fredag, den 7. januar 1977.

Hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1.



En rektangulær bølgeleder har transversale dimensioner a og b og er orienteret således, at bølger kan udbredes i z-aksens retning. Felterne svarende til det laveste TE mode kan da skrives som (realdelen af):

$$E_x = 0$$

$$E_y = E_o \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

$$E_z = 0$$

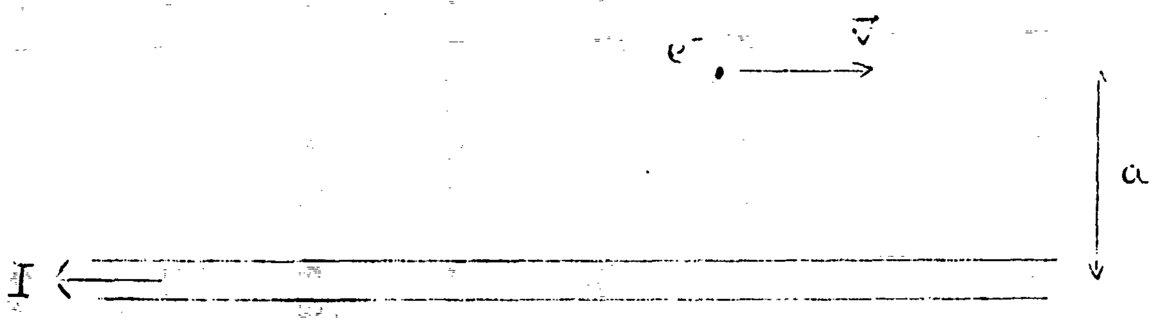
$$B_x = -\frac{k_g}{\omega} Ey$$

$$B_y = 0$$

$$B_z = -i\, E_o \frac{\pi}{\omega a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

1) Vis, at denne løsning opfylder de nødvendige grænsebetingelser for en bølgeleder med ideelt ledende vægge.
2) Find Poyntings vektor $\vec{N}$.
3) Beregn middelværdien af energistrømmen gennem en plan vinkelret på z-aksen.
4) Find energitætheden U.

Opgave 2.



En meget lang retlinet leder, der her betragtes som uendelig lang, fører en elektrisk strøm I.

1) Find magnetfeltet, $\vec{B}$, i afstanden a fra lederen.

En elektron med ladning (-e) bevæger sig med hastighed v parallelt med lederen i afstanden a, men i modsat retning som strømmen.

2) Hvad er kraften på elektronen?

3) Find de af strømmen inducerede $\vec{E}$ og $\vec{B}$ felter i afstand a fra lederen i elektronens hvilesystem.

4) Brug 3) til at finde kraften på elektronen i dens hvilesystem og sammenlign med den direkte transformerede kraft.

ROSKILDE UNIVERSITETS CENTER

Skriftlig prøve i TERMODYNAMIK & STATISTISK MEKANIK, dybdemoduleksamen i fysik, den 12. januar 1977 kl. $09^{\underline{30}}$ - $13^{\underline{30}}$

(alle sædvanlige hjælpemidler tilladt).

I

Et mol af en given luftart opfylder i et tilstandsområde tilstandsligningen

$$P \cdot V = R \cdot T + \frac{B(T-\theta)}{V}$$

hvor R er gaskonstanten, B og θ er to positive konstanter. I samme område findes, at c_V, den molære varmefylde, er konstant.

(1) Find den indre energi U som funktion af T og V, idet energien sættes til nul i tilstanden T_o, V_o.

(2) Angiv sammenhængen mellem T og V ved reversible adiabatiske tilstandsændringer udgående fra tilstanden T_o, V_o.

(3) Angiv, f.eks. ved skravering i et T,V-diagram eller på anden måde, det tilstandsområde, der kan nås fra tilstanden givet ved T_o, V_o ved adiabatiske (reversible eller irreversible) processer.

Opgavesættet fortsættes næste side.

II

Ved statistisk mekaniske beregninger af gassers termodynamiske egenskaber kan man i reglen se væk fra ekcitationer af gasmolekylernes elektronsystemer, når temperaturen ikke er meget høj.

I O_2-molekylet ligger første ekciterede niveau af elektronsystemet $1{,}6 \cdot 10^{-19}$J over grundtilstanden. Udartningsgraden af dette niveau er 2, mens grundtilstanden er 3 gange udartet (d.v.s. der er 2 tilstande med energi $E_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$J og 3 med energi $E_o = 0$). Næste niveau ligger omkring dobbelt så højt $(E_2 \approx 2E_1)$.

(1) Beregn for temperaturerne T=300 K og T=2000 K hvor stor en brøkdel af O_2-molekylerne, der har deres elektronsystemer anslået til første niveau E_1.

III

De termodynamiske egenskaber af et krystallinsk stof er hovedsageligt bestemt af gittersvingningerne. Disse kan repræsenteres ved et antal harmoniske oscillatorer, én for hver normalsvingning af krystallen. Idet normalfrekvenserne betegnes ω_i, $i = 1,2,\ldots, 3N$ og den potentielle energi af krystallen, når alle N atomer befinder sig i deres ligevægtsstilling, kaldes U_o, finder man, at Helmholtz fri energi F(T,V) har formen

$$F(T,V) = U_o + kT \sum_{i=1}^{3N} g\left(\frac{\omega_i}{T}\right).$$

(1) Udfør den angivne beregning af F og bestem derved funktionen g.

Størrelsen U_o, såvel som frekvenserne ω_i afhænger af voluminet V af krystallen.

$$U_o = U_o(V), \quad \omega_i = \omega_i(V)$$

Vi følger nu Grüneisen ved at gøre følgende antagelse

$$\frac{V}{\omega_i}\frac{d\omega_i}{dV} = \frac{d(\ln\omega_i)}{d(\ln V)} = -\gamma \;,\quad i=1,\ldots,3N$$

hvor γ er en fælles konstant (d.v.s. uafhængig af både V og i).

(2) Vis, ved at anvende Grüneisen's antagelse samt ovenstående udtryk for $F(T,V)$ (hvor formen af funktionen g er underordnet), at systemet adlyder den såkaldte Mie-Grüneisen tilstandsligning:

$$P = -\frac{dU_o}{dV} + \gamma\frac{(U-U_o)}{V}$$

hvor U er den indre energi, og P er trykket.

(3) Vis, udfra dette, at der gælder følgende relation:

$$\alpha = \gamma\frac{\kappa c_V}{V}$$

mellem $\alpha \equiv \left(\frac{\partial \ln V}{\partial T}\right)_P$ volumenudvidelseskoefficienten, $\kappa \equiv -\left(\frac{\partial \ln V}{\partial P}\right)_T$ kompressibiliteten, $c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ varmefylden, og V voluminet.

(Opgavesættet SLUT)

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens modul 2, dybdemodul, torsdag den 12.01.1978.

HJÆLPEMIDLER TILLADT

Opgave 1.

Vi vil betragte finstrukturopspaltningen af det ikke-relativistiske brintatoms 2p niveau.

For at kunne formulere resten nogenlunde kort, starter vi med et indskud om notation. Vi skal betragte operatorer for totalt impulsmoment, baneimpulsmoment og spin, som benævnes $\vec{J}$, $\vec{L}$ og $\vec{S}$ henholdsvis, og med $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Desuden indfører vi egentilstande, således at

$$J^2\,|j,\,m_j\rangle = j(j+1)\,|j,\,m_j\rangle\,, \qquad J_z\,|j,\,m_j\rangle = m_j\,|j,\,m_j\rangle$$
$$L^2\,|\ell,\,m\rangle = \ell(\ell+1)\,|\ell,\,m_\ell\rangle\,, \qquad L_z\,|\ell,\,m\rangle = m\,|\ell,\,m_\ell\rangle$$
$$S^2\,|s,\,m_s\rangle = s(s+1)\,|s,\,m_s\rangle\,, \qquad S_z\,|s,\,m_s\rangle = m_s\,|s,\,m_s\rangle$$

Impulsmomenter måles altså i enheder af $\hbar$, og unødvendige indices er undertrykt i egentilstandene.

Den omtalte opspaltning kan beregnes, når man til den sædvanlige (Schrödinger) energioperator for brintatomet (her i mks enheder)

$$H_o = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

adderer et såkaldt spin-bane koblingsled

$$H_{SB} = -A\left(\frac{a_o}{r}\right)^3 \vec{L}\cdot\vec{S}$$

således at den totale energioperator bliver

$$H = H_o + H_{SB}$$

Her har $\vec{p}$, m, e og r deres sædvanlige betydning som elektronens impuls (operator), masse, ladning og polær koordinat. Konstanten a_o er Bohr-radius, og den anden konstant A er givet ved Bohr magnetonen og a_o, så at

$$A = 0,72 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$

1) Vis at operatoren $\vec{L} \cdot \vec{S}$ opfylder $\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2)$.

2) Vis ved brug af algebraen for impulsmoment og spin at J_z kommulerer med H_{SB}, men at L_z og S_z ikke gør det.

De stationære tilstande til H (inclusive H_{SB}) kan da vælges som egentilstande til J^2, J_z, L^2 og S^2.
Vi betragter nu 2p tilstanden i brintatomet, dvs. hovedkvantetal $n = 2$ og $\ell = 1$, og den har naturligvis $s = \frac{1}{2}$. Opspaltningen beregnes ved at finde middelværdien af H_{SB} i det oprindelige brintatoms stationære tilstande, altså 2p egentilstanden til H_o.

3) Udtryk de to tilstande med $j = \frac{3}{2}$ og $j = \frac{1}{2}$, henholdsvis, men hvor begge har $m_j = \frac{1}{2}$, $\ell = 1$ og $s = \frac{1}{2}$ som en linearkombination af egentilstande til L^2, L_z, S^2 og S_z.

4) Beregn middelværdien af H_{SB} i de under 3) nævnte to tilstande (dvs. $\langle j = \frac{3}{2}|H_{SB}|j = \frac{3}{2}\rangle$ og $\langle j = \frac{1}{2}|H_{SB}|j = \frac{1}{2}\rangle$ i lidt løs notation) og udtryk forskellen mellem de to middelværdier (opspaltningen) som et matrixelement af $\left(\frac{a_o}{r}\right)^3$ (vejl. brug resultatet fra 1)).

5) Beregn det relevante matrixelement af $\left(\frac{a_o}{r}\right)^3$ og find opspaltningens størrelse. Hjælp: Den normerede radialfunktion til 2p tilstanden kan skrives $R_{2p}(r) = (24a_o^3)^{-\frac{1}{2}} \frac{r}{a_o} e^{-\frac{1}{2}\frac{r}{a_o}}$, når den er normeret til $\int_0^\infty r^2 |R_{2p}(r)|^2 dr = 1$

Opgave 2.

Vi betragter en planbølgeløsning til den frie Dirac ligning

$$\psi(\vec{x},t) = u(p)\, e^{-\frac{i}{\hbar} p_\mu x^\mu}$$

Dvs. at Dirac spinoren

$$u(p) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}$$

med 4 komponenter opfylder

$$(p_\mu \gamma^\mu - mc)\, u(p) = 0$$

Her er p en firevektor der opfylder $p^2 = p_\mu p^\mu = (mc)^2$, og summation over dobbelt forekommende indices er underforstået.

Vi skal interessere os for tilfældet $\underline{m = 0}$, og altså bruge

$$p_\mu \gamma^\mu u(p) = 0 \qquad \text{(I)}$$

1) Vis at $\frac{1}{2}(1 + i\gamma_5)$ og $\frac{1}{2}(1 - i\gamma_5)$ er projektionsoperatorer.

2) Vis at når m = 0 opfylder

$$u_+(p) = \frac{1}{2}(1 + i\gamma_5)u(p) \text{ og } u_-(p) = \frac{1}{2}(1 - i\gamma_5)u(p)$$

den samme ligning som u(p), nemlig (I).

3) Vis at $u_+(p)$ og $u_-(p)$ (defineret i 2)) hver kun indeholder to uafhængige komponenter, dvs. een to-komponent Pauli-spinor.

Notationen i ovenstående følger Messiah, men her er et par af de vigtige regler:

Antikommutatorer: $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2 g_{\mu\nu}$

$$g_{00} = 1 \quad , \quad g_{ij} = -\delta_{ij} \text{ for } i,j = 1,2,3$$

$$\gamma_5 = \gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = -i\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\{\gamma_5, \gamma_\mu\} = 0 \quad , \quad \gamma_5^2 = -1$$

Roskilde Universitetscentet.

Skriftlig prøve i Termodynamik og Generel Dynamik.
Dybdemoduleksamen i fysik den 8. januar 1979,
kl. 9:00 - 13:00.
(Benyttelse af medbragt litteratur, tabeller og lommeregner er tilladt).

OPGAVE I.

For en stor gruppe af rene, kondenserede stoffer kan man ved meget lave temperaturer udtrykke den molære varmekapacitet ved fastholdt volumen på formen

$$c_v = \xi \cdot R \cdot \left(\frac{T}{\theta}\right)^{\nu} \qquad (1)$$

hvor ξ og ν er positive dimensionsløse konstanter, R er gaskonstanten og θ en for stoffet karakteristisk temperatur, som kun afhænger af stofkoncentrationen N/V, hvor N er antallet af molekyler i stofprøven, og V er prøvens volumen. Formel (1) gælder kun for $T \ll \theta$. I det følgende betragtes 1 mol af stoffet (dvs. $N = N_A$, Avogadros tal), og T og V holdes inden for gyldighedsområdet af formel (1).

a) Angiv entropien som funktion af temperaturen.

b) Ved det absolutte nulpunkt er den indre energi $U_o(V)$. Angiv den indre energi U(T,V) og Helmholtz-potentialet F(T,V).

Vi antager nu, at følgende relation gælder:

$$\frac{d\theta}{dV} = -\gamma \cdot \frac{\theta}{V} \qquad (2)$$

hvor γ er en positiv konstant, den såkaldte Grüneisen-konstant.

c) Vis, at

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\gamma c_v}{V}, \quad \text{hvor } P \text{ er trykket}$$

d) Vis, at

$$\left[P + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\right] \cdot V = \gamma c_v T$$

e) Vis, at varmekapaciteten ved konstant tryk er givet ved

$$c_p = c_v \cdot \left(1 + \frac{\gamma^2 c_v \kappa T}{V}\right)$$

hvor κ er den isoterme kompressibilitet,

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

OPGAVE II.

For monovalente metaller ved meget lave temperaturer er den molære varmekapacitet givet ved formlen:

$$c_v = \frac{\pi^2}{2} \cdot R \cdot \frac{T}{\theta} \qquad \text{med } \theta = \frac{h^2}{8mk}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}$$

hvor n er antallet af ledningselektroner pr. volumenenhed, $h = 6.62 \cdot 10^{-27}$ erg·sec er Planck's konstant, $k = 1.38 \cdot 10^{-16}$ erg/K er Boltzmann's konstant, og $m = 9.11 \cdot 10^{-28}$ g er elektronmassen.

a) For et bestemt metal, A, er $n = 4.07 \cdot 10^{22}\,\text{cm}^{-3}$. Beregn θ.

b) Beregn c_v for metallet A ved temperaturen 1K. (Gaskonstanten $R = 8.31$ J/K).

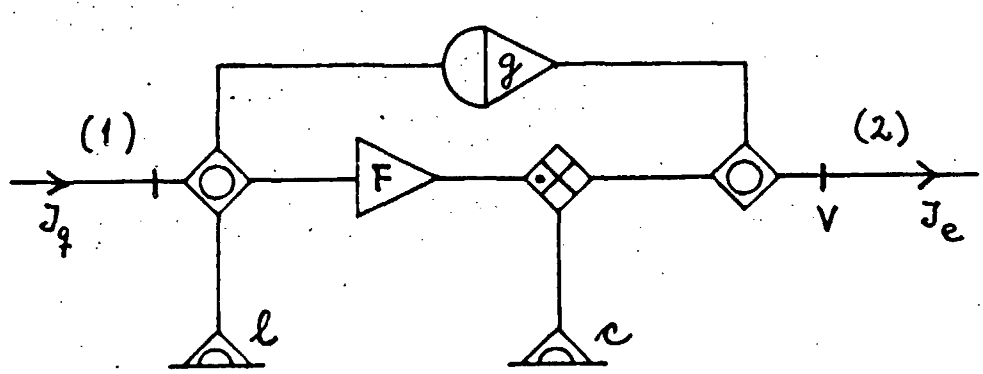
c) To ens klumper på hver 1 mol af metallet A har til at begynde med temperaturerne T_1 og T_2. Vi lader en reversibel Carnot-maskine arbejde mellem de to klumper, således at der overføres mekanisk potentiel energi til et arbejdsreservoir. Hvad er den fælles sluttemperatur T_o, når Carnot-maskinen ikke kan udføre mere arbejde?

d) Hvor meget energi kan overføres til arbejdsreservoiret, når $T_1 = 0.5$ K og $T_2 = 1.5$ K ?

e) Hvad bliver sluttemperaturen (T_s), hvis temperaturudligningen sker ved spontan varmeledning, uden at der udføres arbejde?

OPGAVE III.

For visse metaller og halvledere er den termoelektriske spænding lineært afhængig af størrelsen af et udefra pålagt magnetfelt B. Vi vil forsøge at beskrive et sådant termoelement med nedenstående energibåndsdiagram, hvor gyratorparameteren g antages at være proportional med B.



De øvrige parametre, ℓ, c og F antages uafhængige af magnetfeltet. Strømmene J_q og J_e er henholdsvis varmestrømmen og den elektriske strøm.

a) Vi antager, at elementets kolde loddested er i kontakt med et varmereservoir med temperaturen T_r, og at det varme loddested har temperaturen $T_r+\delta T$, hvor $\delta T \ll T_r$. Vis, at spændingen i den termiske port (1) kan udtrykkes som $\delta T/T_r$.

b) Angiv strømmene J_q og J_e som funktioner af δT og den elektriske spænding V i port 2.

c) Find varmeledningsevnen, når den elektriske port er kortsluttet (V=O).

d) Bestem for fastholdt g og δT den optimale elektriske spænding V_{opt}, således at produktionshastigheden af elektrisk energi bliver så stor som muligt (maksimal produktivitet).

e) Vis, at effektiviteten ε_{opt} svarende til maksimal produktivitet har et maksimum som funktion af g.

(opgavesættet slut)

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens modul 2, dybdemodul, torsdag, den 4.06.81.

HJÆLPEMIDLER TILLADT

Opgave 1.

En tynd kugleskal med radius R er jævnt belagt med den elektriske (flade-)ladningstæthed σ. Kuglen befinder sig i vacuum.

1. Find det elektriske potential $\varphi = \varphi(r)$ for $0 \leq r < \infty$, idet o-punktet for potentialet vælges i det uendeligt fjerne.

2. Find et udtryk for feltets energitæthed $u = u(r)$ indenfor og udenfor kugleskallen. Vis, at udtrykket giver den korrekte enhed (dimensionskontrol).

Nu sættes kugleskallen i rotation om en diameter med den konstante vinkelhastighed ω.

3. Find den elektriske strømstyrke, I, der herved ialt produceres.

4. Find størrelsen af det magnetiske felt (B) i kuglens centrum, B_0.

5. Vis, at der mellem B_0 fra spm. 4 og φ_0 fra spm. 1 (φ_0 er potentialet i centrum) gælder følgende sammenhæng:

$$B_0 = \frac{2}{3}\,\frac{\omega\varphi_0}{c^2}$$

hvor c er lyshastigheden i vacuum.

Opgave 2.

Vi betragter en 2-dimensional, isotrop harmonisk oscillator, dvs. en partikel med

$$E_p(r) = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2).$$

1. Opskriv Schrödingerligningen (energi-egenværdiligningen) i cartesiske koordinater (dvs. (x,y)). Find desuden den almindelige løsning hertil, dvs. egenfunktionerne $\psi = \psi(x,y)$ samt energi-egenværdierne, på grundlag af viden om den en-dimensionale oscillator.

2. Diskuter egenfunktionernes paritetsforhold.

3. Angiv udartningsgraden for de første 5 tilstande og find et udtryk for udartningsgraden for den m'te tilstand.

4. Find $\langle r \rangle_o$, dvs. middelværdien af r i grundtilstanden.

Lad nu partiklen befinde sig i en tilstand, der ikke er en egentilstand til energien, nemlig i

$$\psi(x,y) = \frac{a}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}a^2(x-\xi)^2} e^{-\frac{1}{2}a^2(y-\eta)^2}$$

hvor (ξ,η) er et fast punkt i (x,y) planen.

5. Find sandsynligheden for, at man ved måling af energien i denne tilstand får resultatet $E = \hbar\omega$.

6. Vil sandsynligheden for at få $E = \hbar\omega$ ved måling af energien (jf. spm. 5) afhænge af tiden? (Dvs.: Hvis man havde målt E til et senere tidspunkt, t>o, ville man så have fået en anden sandsynlighed?)

   Begrund svaret.

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul,

torsdag den 4. juni 1981

Hjælpemidler er tilladt

Opgave 2

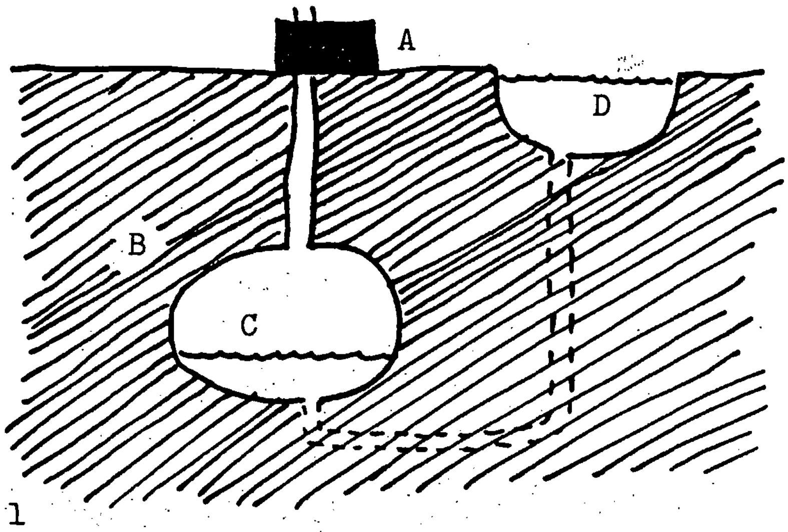


Fig. 1

Et trykluft-energilager kan bestå af et hulrum C i en tæt geologisk formation B, hvortil luft kan pumpes ved hjælp af en kompressor og evt. igen udlades gennem en turbine (A på Figur 1).

Idet luften behandles som en ideal luftart, beregnes den oplagrede energi i følgende tre tilfælde:

1). Luften sammentrykkes fra et oprindeligt volumen V_o til volumenet V ved en isoterm proces, idet den omgivende geologiske formation B opfattes som et stort varmereservoir, som påtvinger luften en konstant temperatur T_o.

2). Luft presses ned i hulrummet C under konstant tryk P_o, idet det fx. antages, at C er delvist vandfyldt og i forbindelse med en sø D ved jordoverfladen, således at en vandmængde forskubbes fra C til D. Den oplagrede lufts volumen i C betegnes V og volumenet før luften blev presset ned i hulrummet betegnes V_o.

Opgaven fortsættes næste side.

Opgave 1 fortsat

3). Luften sammentrykkes adiabatisk fra et oprindeligt volumen V_o og tryk P_o til volumenet V og trykket P, idet processen antages at ske så hurtigt, at der ikke er tid til udveksling af varme med reservoiret B. Den adiabatiske betingelse kan skrives

(✱) $$P\, V^{\gamma} = \text{konstant},$$

hvor $\gamma = c_P/c_V$ antages konstant.

4). Udled (✱).

5). Skitsér i et (T,S)-diagram den adiabatiske sammentrykning beskrevet i 3), efterfulgt af et varmetab til det omgivende reservoir B, og endelig fulgt af en proces, hvor luften ved adiabatisk udvidelse driver en turbine og derved frigiver en del af den oplagrede energi. (T er temperatur, S entropi).

6). Et trykluft-energilager kan bestå af et hulrum i en salthorst. Der er intet vandreservoir (D på Fig. 1) til trykudligning. Temperaturen af det omgivende salt sættes til $30^{o}C$. Da saltet ikke kan tåle de høje temperaturer, som luften vil have efter en adiabatisk kompression fra atmosfæretryk (10^5 Nm^{-2}) til et maksimalt lagertryk på $70x10^5$ Nm^{-2}, køles luften ned til saltets temperatur inden den sendes ned i salthorsten. Når luften skal hentes op for at drive turbinekraftværket, opvarmes den igen, ideelt med varmen fra den foregående afkøling. Idet det antages, at afkøling og opvarmning sker ved konstant tryk, og at varmeoplagringen er tabsfri, skal processen skitseres i et (T,S)-diagram.

7). Hvor høj er luftens temperatur umiddelbart efter komprimeringen til $70x10^5$ Nm^{-2} (sæt γ = 1.5 og indtagsluftens tem-

Opgaven fortsættes næste side.

Opgave 2 fortsat

peratur lig $10^{o}C$).

8). Hvis afkølingen af den komprimerede luft sker ved hjælp af havvand, og genopvarmningen til den i 7) beregnede temperatur sker ved at afbrænde et brændsel, så er lagerets effektivitet, dvs. den udgående energi (mekanisk) divideret med den indgående energi (dels mekanisk dels varme), ikke længere 100% i idealtilfældet. Find lagereffektiviteten når al den anvendte brændselsenergi antages at blive nyttiggjort under luftopvarmningen, og med de i 6) og 7) gjorte øvrige antagelser.
(luftens massefylde kan sættes til 1.25 kgm^{-3} ved atmosfærens tryk og temperatur. Luftens varmefylde afhænger af temperatur og tryk. Antag for de isobare afkølings- og opvarmningsprocesser betragtet her, at $c_p = 10^3$ J/kg/K).

Skriftlig eksamen i fysikstudiets dybdemodul
Mandag 7. juni 1982
Hjælpemidler er tilladt
88888888888888888888888888888888888888888888888888

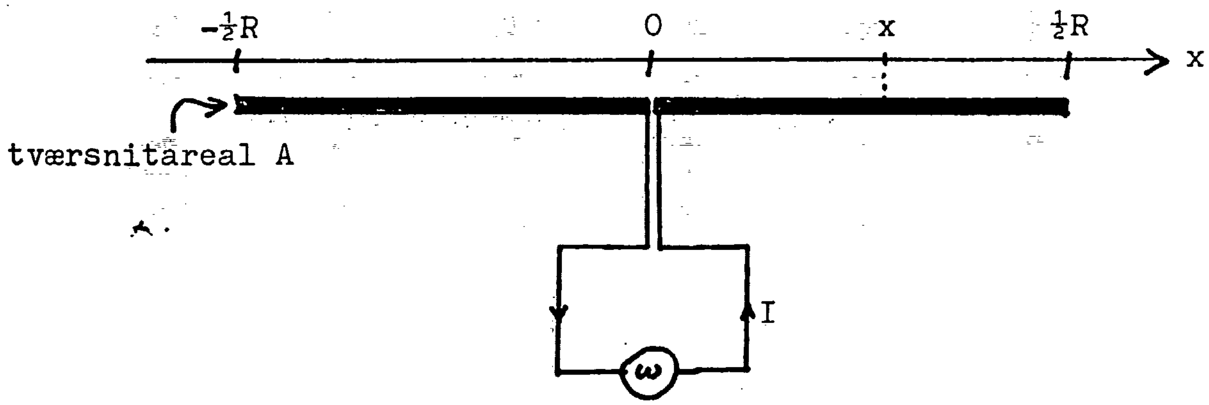


Fig. 1

Opgaven betragter en antenne bestående af to metalstænger med tværsnitareal A og længde ½R, hvorigennem der sendes en vekselstrøm $I = I_o \cos \omega t$. Den samlede ohmske modstand i antennen er R_o.

Spørgsmål 1 : Find den effekt $P_{Ohm, av.}$ som i middel tabes p.g.af Ohmsk modstand i antennen.

Strømmen kan beskrives ved bevægelsen af fri elektroner i antennen. Antag at elektronernes hastighed v kun afhænger af x-koordinaten og tiden t (der ses altså bort fra "skin-effect", at elektronerne fortrinsvist vil bevæge sig på o-verfladen).

Spørgsmål 2 : Idet elektronens ladning betegnes -e og der antages at være n fri elektroner pr. volumenenhed i antennen, skal det vises at strømmen I(x,t) et givent sted i antennen er proportional med elektronernes hastighed v(x,t), $I(x,t) = k\, v(x,t)$, og k skal bestemmes.

Spørgsmål 3 : Find den tidslige variation af stedkoordinaten af en elektron med middelpositionen x_m og angiv amplituden i elektronens svingninger.

Forholdene i antennen kan fortolkes som en svingende ophobning af ladninger Q og -Q i de to antennehalvdele, og til en given tid kan antennen betragtes som en elektrisk dipol med ladningerne $Q(t) = Q_o \sin\omega t$ og $-Q(t)$ i afstanden R.

Elektronernes accelererede bevægelse giver anledning til udsendelse af elektromagnetisk stråling, som kan karakteriseres ved angivelse af de elektriske og magnetiske feltstyrker i rummet omkring antennen, der antages at have egenskaber som vacuum.

Feltstyrken $\vec{E}$ er for en statisk dipol beregnet fx i Lorrain og Corson, Electromagnetism, exempel 2.5.1. I det tidsafhængige tilfælde tilkommer imidlertid nye led, som viser sig at dominere feltet langt fra dipolen. Her kan den elektriske feltstyrke med tilnærmelse skrives

$$E(\vec{r},t) = \frac{R\,\omega\, I_o}{4\pi\varepsilon_o c^2 r} \sin\theta \sin\omega\left(t - \frac{r}{c}\right), \qquad (1)$$

2

hvor c er udbredelseshastigheden af elektromagnetiske bølger $(= (\varepsilon_o\mu_o)^{-1})$ og θ polarvinklen (se Fig. 2). $\vec{E}$ er rettet vinkelret på $\vec{r}$ og ligger i den af $\vec{r}$ og antennen udspændte plan.

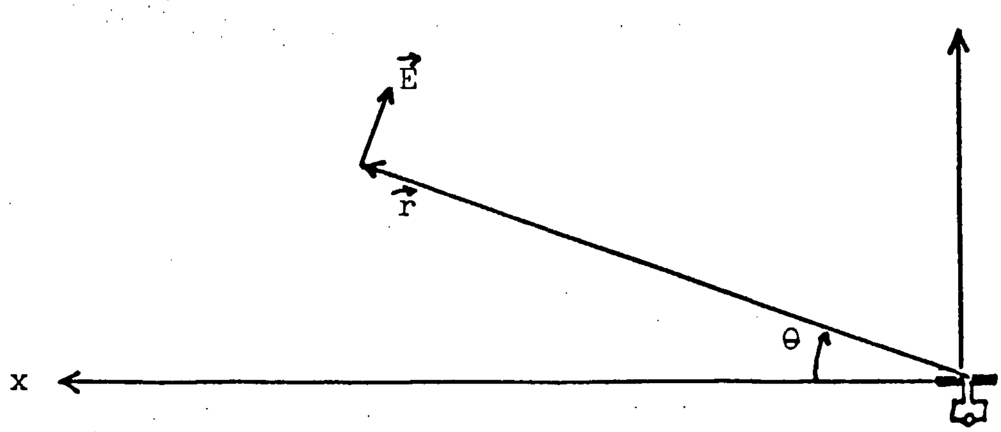


Fig. 2

Spørgsmål 4 : Angiv hvilken faktor i E som beskriver bølgebevægelsen og udtryk bølgelængden λ ved de opgivne størrelser.

Spørgsmål 5 : Giv en kort, kvalitativ forklaring på, at feltstyrken til tiden t afhænger af en funktion taget til en anden tid.

Spørgsmål 6 : Forklar kort, hvorfor det må antages at $R \ll \lambda$ for at komme til den simple tidsafhængighed af $(t - r/c)$ i (1).

Den magnetiske feltstyrke står med de gjorte antagelser vinkelret på både $\vec{r}$ og $\vec{E}$ og har størrelsen

$$H = \frac{R\omega I_o}{4\pi c r} \sin\theta \sin\omega(t - \frac{r}{c}).$$

Spørgsmål 7 : Opskriv Poyntings vektor i punktet $\vec{r}$.

Spørgsmål 8 : Find den effekt, integreret over alle retninger, som antennen udstråler.

Spørgsmål 9 : Find den effekt som i middel passerer ud gennem en kugleskal omkring antennen, og vis at den kan skrives på formen $P_{\text{stråling,av.}} = \frac{1}{2} R_s I_o^2$. Angiv strålingsmodstanden R_s.

Spørgsmål 10 : Udregn forholdet R_s/R_o mellem strålings- og Ohmsk modstand numerisk, idet det antages at $R = 25$m, $A = 2.5 \times 10^{-3} m^2$, $I_o = 50$ A, $\omega = 3.7 \times 10^6 s^{-1}$, og at den Ohmske modstand i antennen er givet ved metallets ledningsevne 6×10^7 A/V/m.

$c = 3 \times 10^8$ m/s
$\varepsilon_o = 8.9 \times 10^{-12}$ F/m

Opgave 2.

Man kan fremstille antiprotoner (en antiproton er protonens antipartikel) ved følgende reaktion, som er den energetisk set "billigste" reaktion til fremstilling af antiprotoner:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}$$

Her og i det følgende er p symbol for en proton og $\overline{p}$ symbol for en antiproton.
Hvilemassen for en proton såvel som for en antiproton er m_p, hvor $m_p \times c^2 = 940$ MeV. Elementarladningen er $1{,}6 \times 10^{-19}$C.
Lysets hastighed er $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Spm. 1. Find ovennævnte reaktions tærskelværdi, målt i MeV, idet den ene proton (kaldet targetprotonen) er i hvile i laboratoriesystemet før processen.

Spm. 2. Find γ ($\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$) og impulsen (i enheder af MeV/c), målt i laboratoriesystemet, dels for den indkommende proton før reaktionen og dels for de protoner og antiprotoner, som produceres ved ovennævnte reaktion ved den i spm. 1. fundne tærskelværdi.

Spm. 3. Vi tænker os nu, at ovennævnte reaktion til fremstilling af antiprotoner finder sted i et område med et homogent magnetfelt med feltstyrken 1,8 Tesla.
De indkommende protoners energi svarer til tærskelværdien for antiprotonproduktion, og deres bevægelsesretning er vinkelret på magnetfeltets retning.

Gør rede for udseendet og beliggenheden af banekurverne for de indkommende protoner og for de ved ovennævnte reaktion frembragte protoner og antiprotoner, så længe de bevæger sig i området med det homogene magnetfelt. Beregn herunder krumningsradierne for de nævnte partiklers banekurver. Hvorledes kan man skelne antiprotonerne fra protonerne udfra udseendet af banekurverne?
Det forudsættes ved besvarelsen af de stillede spørgsmål, at der kan ses bort fra opbremsning i stof i target mv.

(opgaven fortsættes)

Spm. 4. Den i spm. 1. fundne tærskelværdi er den tærskelværdi man vil observere, hvis man skyder en stråle af protoner ind i et target af flydende brint, således som det f.eks. sker ved anvendelse af brintboblekamre til undersøgelse af elementarpartikelprocesser ved p-p-stød.
Man kunne imidlertid også vælge at benytte et target af atomkerner med et noget større massetal. I sådanne atomkerner bevæger nukleonerne (protoner og neutroner) sig (i alle retninger) med kinetiske energier på op til af størrelsesordenen 20 MeV.

Beregn approksimativt den ændring af tærskelværdien for processen:

$$p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p}$$

som kan forventes i forhold til den i spm. 1. fundne tærskelværdi, såfremt der anvendes et target af tungere atomkerner.

Beregningerne udføres ved at erstatte den i spm. 1. anvendte hvilende targetproton med en proton, som bevæger sig med en kinetisk energi på 20 MeV i modsat retning af den indkommende protonstråle.

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul, den 14.6.1983.

Hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1

En rektangulær pladekondensator med siderne a = 100 cm, b = 20 cm og pladeafstand d = 1 cm er anbragt i atmosfærisk luft, hvor man antager, at dielektricitetskonstanten er ε_0. Den oplades, så at spændingsforskellen mellem pladerne er 1000 volt.

1) Find D og E samt ladningen Q på en af pladerne.

Imellem pladerne indskydes nu yderligere den ene gren af et U-rør. Grenen står lodret, parallelt med siden a, og den opfylder netop plademellemrummet. I U-røret er der en væske med dielektricitetskonstanten $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0$ og vægtfylde $\rho = 1.05\ g/cm^3$. Før U-røret føres ind, står væsken 50 cm under overkanten.

2) Idet Q holdes konstant, spørges der efter udtryk for D og E i væsken og i luften ovenover, samt for systemets elektrostatiske energi.

3) Find højdeforskellen mellem væskeoverfladerne i U-rørets grene.

$g = 9.81\ m/s^2$

$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m

Opgave 2

En elementarpartikel med hvilemasse M er ustabil og henfalder til tre partikler med hvilemasserne m_1, m_2 og m_3.

1) Opskriv et udtryk for den maksimale energi, som kan føres bort af en af henfaldspartiklerne, hvis partiklen med masse M er i hvile før henfaldet.

Opgavesættet fortsættes

Lad den henfaldende elementarpartikel være en eta-meson (η^o), som (bl.a.) kan henfalde efter følgende proces:

$$\eta^o \longrightarrow \pi^o + \pi^+ + \pi^-$$

Partiklernes hvilemasser er: $M_{\eta^o} = 550\ \mathrm{MeV}/c^2$

$M_{\pi^o} = 135$ -

$M_{\pi^\pm} = 140$ -

2) Hvis vi gør den antagelse, at η^o-mesonen er i hvile (i laboratoriesystemet), når den henfalder efter ovenstående proces, hvor stor er da den maksimale energi, hvormed en af de ladede π-mesoner vil kunne observeres?

Eta-mesonen (η^o) kan f.eks. produceres ved følgende reaktion:

$$\pi^- + p \longrightarrow n + \eta^o \quad (n = \text{neutron},\ p = \text{proton})$$

Processen kommer i stand ved at sende en stråle af højenergetiske π^--mesoner mod et target af flydende brint.

3) Hvor stor er tærskelværdien for denne reaktion? Det oplyses yderligere, at $M_p \simeq M_n \simeq 940\ \mathrm{MeV}/c^2$.

4) Hvor stor er η^o-mesonens kinetiske energi, målt i laboratoriesystemet, lige ved reaktionens tærskelværdi?

Vi antager nu, at en η^o-meson med den i 4) beregnede kinetiske energi slet ikke bremses (mister energi), inden henfald efter processen $\eta^o \longrightarrow \pi^o + \pi^+ + \pi^-$ finder sted.

5) Hvor stor er den maksimale energi, målt i laboratoriesystemet, hvormed en af de ladede π-mesoner kan udsendes?

Opgavesæt slut.

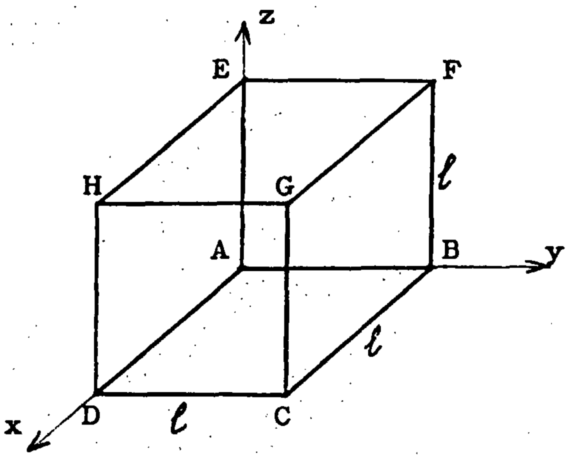
2

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul, 19.1.1984.

Hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1.

Tolv ens ledningsstykker med længden ℓ og modstanden R sammenloddes, så at de er anbragt som kanterne på en terning. Mellem to hjørner placeret diametralt modsat på en sideflade, påtrykkes potentialforskellen V. Lad os med nedenstående figurs betegnelser tænke os, at punktet H har potentialet +V i forhold til punktet A.



1) Beregn strømmene i de tolv ledninger. Gør først rede for systemets symmetriegenskaber og udnyt disse i beregningerne.

2) Beregn den samlede modstand mellem punkterne A og H.

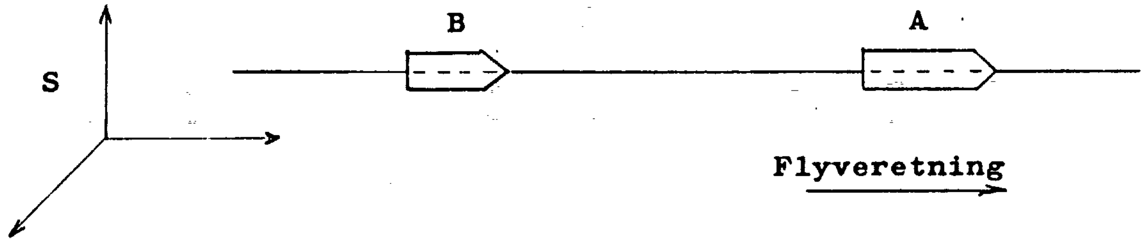
3) Idet der refereres til figurens betegnelser og anvendes det her viste koordinatsystem med begyndelsespunkt i A og akserne langs terningens kanter, ønskes beregnet komponenterne af den magnetiske feltstyrke, som strømmen i ledningsstykket AE giver anledning til i skæringspunktet mellem terningens diagonaler, dvs. i punktet $(x,y,z) = (\ell/2, \ell/2, \ell/2)$.

4) Vis, at det samlede magnetfelt hidrørende fra strømmene i de tolv ledningsstykker er nul i punktet $(\ell/2, \ell/2, \ell/2)$. Det er her underforstået, at der bortses fra magnetfelter fra strømme i tilledningerne til A og H.

Opgavesættet fortsættes næste side

Opgave 2.

To rumskibe, A og B, bevæger sig i rummet langs samme rette linie og i samme retning, men med hver sin konstante hastighed, v_A og v_B, i forhold til et inertialsystem S. Lad os antage, at B følger efter A. Rumskibene antages at kunne bevæge sig med meget store hastigheder.



På A råder man over et radaranlæg, som kan udsende radarsignaler, nemlig dels enkelte signaler og dels serier af signaler, hvor der er et veldefineret, konstant tidsinterval mellem to på hinanden følgende signaler i serien. Radarsignalerne er glimt af umådelig kort varighed. Endvidere har man på A en modtager, som kan opfange reflekterede signaler, samt et apparat som kan måle tidsintervaller, dels mellem udsendelsen af et enkeltsignal og modtagelsen af dets reflekterede signal, og dels mellem signalerne i serie reflekterede signaler.

1) Der afsendes fra A et enkelt radarsignal mod B, som reflekteres fra B's forende og atter modtages i A. Bestem afstanden fra A til B, målt i A's hvilesystem, når det opgives, at der målt på apparatet i A er forløbet t sekunder fra afsendelsen af radarsignalet til modtagelsen af det reflekterede signal. Da måleprocessen altså varer t sekunder, ønskes det præciseret, til hvilket tidspunkt indenfor de t sekunder afstanden har den fundne værdi.

2) Der afsendes nu en serie radarsignaler med tidsintervallet Δt sekunder mellem to på hinanden følgende signaler, fra A mod B. Lidt senere opfanges en serie fra B's forende reflekterede signaler, hvor tidsintervallet mellem to på hinanden følgende signaler har en ændret værdi, $\Delta' t$.
Udregn hastigheden af B i forhold til A, målt i det inertialsystem, hvori A er i hvile.

Opgavesættet fortsættes næste side

3) Det er så heldigt, at man ved anvendelse af et særligt kraftigt radarsignal er i stand til at opfange et reflekteret signal fra såvel B's forende som fra et udspring på B's bagende. Man kan bestemme tidsforskellen δt sekunder mellem modtagelsestidspunkterne for disse to ekkosignaler.
Vis, at man herved kan bestemme hvilelængden af B, når man i forvejen kender B's hastighed i forhold til A.

4) På A bliver man overbevist om, at B er et fjendtligt rumskib og beslutter at affyre en kraftig laserkanon mod B. Man sender en strålingsmængde med den samlede energi E bagud mod B. Hvor stor bliver hastigheden af A efter affyringen, målt i forhold til det inertialsystem, hvori A var i hvile før affyringen?

(Opgavesættet slut)

SOMMEREKSAMEN 1984.

Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul 19.6.84.

Hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1.

K^+-mesoner kan frembringes ved reaktionen

$$\gamma + p \rightarrow K^+ + \Lambda$$

d.v.s. ved at en foton rammer en proton.

Det antages nu, at protonen er i hvile i laboratoriesystemet før processen. Antag endvidere, at den producerede K^+-meson er i hvile i laboratoriesystemet efter processen.

1) Find energien af fotonen, målt i laboratoriesystemet.

K^+-mesonen(som også i det følgende antages at være i hvile) henfalder oftest til en myon og en neutrino:

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$$

2) Find myonens (μ^+) totalenergi.

3) Find myonens impuls.

Antag nu, at henfaldsprocessen af K^+-mesonen finder sted i et område af rummet med et homogent magnetfelt med feltstyrken 1T. Vi iagttager en myon (μ^+), som ved henfaldet udsendes med en hastighed, som danner vinklen 89° med magnetfeltets retning.

4) Beregn størrelsen af radius i projektionen af banekurven på en plan vinkelret på magnetfeltet.

5) Beregn, hvor stor afstand i feltets retning myonen (μ^+) vil tilbagelægge, hvis den i sit hvilesystem lever $\tau = 2.2 \times 10^{-6}$ sekunder (middellevetiden).

(opgavesættet fortsættes næste side)

(opgave 1 fortsat)

Partiklernes hvilemasser er:

$M_p = 938\ \text{MeV}/c^2$

$M_{K^+} = 494\ \text{MeV}/c^2$

$M_\Lambda = 1115\ \text{MeV}/c^2$

$M_{\mu^+} = 106\ \text{MeV}/c^2$

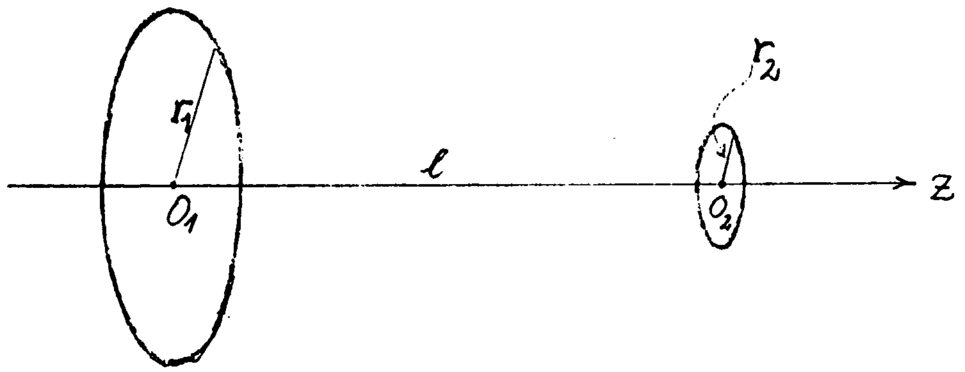
M_ν anses her for negligibel.

$c = 3 \times 10^8\ \text{m/s}$

(opgavesættet fortsættes næste side)

Opgave 2.

To cirkulære kredse, lavet af tynde ledninger, med radier r_1 og r_2, hvor $r_1 >> r_2$, er anbragt koaksialt og med indbyrdes afstand ℓ, hvor $\ell >> r_1$ (se figuren). I den store kreds (radius r_1) opretholdes en konstant strøm I_1.



1. Find approksimativt $\vec{B}$ hidrørende fra strømmen i den store kreds i det punkt O_2 (beliggende på den fælles akse) som er centrum for den lille kreds.

   Vi antager nu, at der løber en strøm I_2 i den lille kreds, med samme omløbsretning omkring den fælles akse som I_1.

2. Vis, at den lille kreds må påvirkes af magnetfeltet fra den store kreds med en resulterende kraft og bestem dens retning.

3. Vis, at kraften på den lille kreds approksimativt kan bestemmes ved $F = m_2 \cdot \frac{\partial B}{\partial z}$, hvor m_2 er den lille kreds' magnetiske dipolmoment, og B er den i spm. 1 beregnede feltstyrke.
   Beregn derefter F.

(opgavesættet fortsættes næste side)

(opgave 2 fortsat)

I stedet for den lille kreds anbringes nu en anden kreds med samme radius r_2 og ohmsk modstand nul. Den har selvinduktionskoefficienten L. Fra meget stor afstand føres den med jævn fart V hen mod den store kreds, idet de to kredses akser hele tiden falder sammen.

4. Beregn strømmen $I_2(z)$ i den lille kreds som funktion af afstanden z til den store kreds, idet vi antager, at strømmen i begyndelsespositionen $z = z_o$ er $I_2(z_o) = o$, og idet vi stedse regner med at $z >> r_1$.

(opgavesættet slut)

Skriftlig eksamen i dybdemodulet (relativitetsteori og kvantemekanik)
torsdag, den 10. januar 1985 kl. $10^{\underline{00}}$ - $14^{\underline{00}}$.

Brug af alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1.

En partikel med masse m bevæger sig i et én-dimensionalt harmonisk oscillatorpotential

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

a) Partiklen antages at befinde sig i grundtilstanden. Anfør energien og bølgefunktionen for grundtilstanden.

Pludselig til tiden t=o ændres potentialet til

$$V'(x) = m\omega^2 x^2$$

b) Sandsynligheden for, at partiklen befinder sig i grundtilstanden for det nye harmoniske potential V'(x), kaldes P_o. Beregn værdien af P_o umiddelbart efter t=o.

c) Ændrer sandsynligheden P_o sig, når tiden går? Begrund svaret.

d) Find tilsvarende sandsynligheden P_1 for at finde partiklen i den første anslåede tilstand af V'(x) umiddelbart efter t=o.

e) Vis, at middelværdien af energien, <E>, umiddelbart efter t=o er $\frac{3}{4}\hbar\omega$.

f) Angiv værdien af <E> før t=o og giv en forklaring på, at middelenergien ændrer sig ved t=o.

— o —

(opgavesættet fortsætter)

Opgave 2.

Udgangspunktet for denne opgave er følgende "paradoks". Et rumskib med hvilelængden L_0 accelereres fra hvile i forhold til inertialsystemet S, således at dets forende (F) i tidsrummet t_F tilbagelægger strækningen x_F og opnår en sådan hastighed, at rumskibets længde målt i S er kontraheret til $\frac{1}{2}L_0$. Rumskibets bagende (B) vil da i tidsrummet t_F have tilbagelagt strækningen $x_F + \frac{1}{2}L_0$, d.v.s. at bagendens middelhastighed i tidsrummet t_F har været $\bar{v}_B = (x_F + \frac{1}{2}L_0)/t_F$. Hvis L_0 er tilstrækkelig stor, vil $\bar{v}_B$ kunne blive større end lyshastigheden c. Men ifølge den specielle relativitetsteori kan materielle genstande kun bevæge sig med hastigheder mindre end c!

0

START PÅ OPGAVEN:

Lad os antage, at rumskibet bringes i bevægelse ved at give forenden (F) og bagenden (B) en række parvise puf, som giver de to ender en hastighedsforøgelse $d\beta$, hvor $\beta = \frac{v}{c}$, idet v er rumskibets hastighed langs x-aksen i S. Hvis rumskibets hvilelængde skal være bevaret (d.v.s. at rumskibet ikke deformeres), må puffene i et par være samtidige såvel som lige store målt i rumskibets øjeblikkelige hvilesystem S', d.v.s. det inertialsystem, som i forhold til S bevæger sig med en hastighed v lig med rumskibets hastighed i forhold til S på det pågældende tidspunkt.

1) Hvor stor er tidsforskellen Δt, målt i S, mellem to puf i henholdsvis F og B, som er samtidige i forhold til S', hvor S' er ovennævnte øjeblikkelige hvilesystem svarende til hastigheden β. I hvilken ende af rumskibet kommer puffet først, set fra S?

2) Vis, at udtrykket for den såkaldte Lorenz-forkortning kan udledes ved hjælp af resultatet fra 1).

(opgaven fortsættes næste side)

(opgave 2 fortsat)

3) Efterhånden som rumskibets hastighed øges, vil puffene i den ene ende indtræffe stadigt tidligere, målt i S, end de parvis tilsvarende puf i den anden ende. Udled et udtryk for denne vækst i forspring som funktion af β.

4) Som et grænsetilfælde af det i 4) beskrevne tidsforløb af puf, hvor puffene i den ene ende følges stadigt hurtigere efter hinanden, tænker vi os nu, at alle puffene i denne ende indtræffer samtidigt, målt i S, svarende til at denne endes acceleration går mod uendelig.

Vis, at der i denne grænse gælder følgende relation:

$(L_0/c^2)\gamma^3 \cdot a = 1$

hvor L_0 = rumskibets hvilelængde

a = accelerationen af den anden ende (d.v.s. den ende som ikke i grænsen får en uendelig stor acceleration) målt i S

$\gamma = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$

Vis dernæst, at der må gælde følgende ulighed for sammenhængen mellem L_0 (rumskibets hvilelængde) og a', hvor a' er accelerationen målt i forhold til det øjeblikkelige hvilesystem S':

$$L_0 \cdot a' \lesssim c^2$$

Transformationsligningen for acceleration i x-aksens retning mellem to inertialsystemer S og S' (betegnet a_x og a'_x) er ved den specielle beliggenhed:

$$a_x = (a'_x/\gamma^3) \cdot (1 + v \cdot u'_x/c^2)^3$$

hvor v er hastigheden af S' i forhold til S

u'_x er genstandens hastighed i forhold til S'

Diskutér det i indledningen omtalte paradoks på grundlag af disse resultater.

(opgaven fortsættes næste side)

(opgave 2 fortsat)

5) Illustrer ved et par taleksempler, at den i 4) udledte relation ikke vil have nogen praktisk betydning i den makroskopiske verden.

Betragt dernæst et mikroskopisk system, bestående af to elektroner, hver med ladning e, masse m_e og radius r_e, som anbringes i kontakt med hinanden (afstanden mellem deres centre er altså $2r_e$) og derefter slippes fri, hvorefter de begynder at accelerere på grund af den gensidige Coulomb-frastødning. Vis, at man ved indsættelse af begyndelsesaccelerationen for a' i grænserelationen i 4) får en L_0-værdi, som svarer til den såkaldte "klassiske elektron radius",

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \quad .$$

6) Afbild i et rumtidsdiagram svarende til inertialsystemet S verdenslinierne for henholdsvis forende, bagende og et mellemliggende punkt på et rumskib med hvilelængde L_0, idet rumskibet accelereres maksimalt svarende til den i 4) udledte grænse. (Det er bekvemt at benytte hvilelængden L_0 som enhed på x-aksen og L_0/c som enhed på tidsaksen).

7) Afbild i et rumtidsdiagram svarende til inertialsystemet S verdenslinierne for forende, bagende og et mellemliggende punkt på et rumskib med hvilelængde $L_1 < L_0$, hvis forende accelereres med <u>samme</u> acceleration som rumskibets forende i 6).

Skitsér hvorledes beliggenheden af det øjeblikkelige hvilesystem ændres under bevægelsesforløbet. Vis, hvorledes verdenslinierne for rumskibets forende og bagende forløber, hvis accelerationen på et vist tidspunkt ophører.

$c = 3 \times 10^8$ m/s

(opgavesættet slut)

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

Skriftlig eksamen i dybdemodulet (relativitetsteori og kvantemekanik), fysik modul 2.
fredag, den 7. juni 1985 kl. $10^{\underline{00}}$ - $14^{\underline{00}}$.

Brug af alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1.

En raket med hvilemassen m bevæger sig i en retlinet bevægelse i forhold til et inertialsystem S under påvirkning af en konstant kraft F i fremadgående retning. I forhold til S påbegyndtes bevægelsen fra hvile ($v_{raket} = 0$) til tiden $t = o$. Det antages i det følgende, at raketten i sin bevægelse efterhånden opnår relativistiske hastigheder.

1) Hvor lang tid forløber, målt i S, før raketten har opnået hastigheden $v_{raket} = \frac{1}{2}c$, hvor c er lyshastigheden ?

2) Hvor stor er rakettens øjeblikkelige acceleration, målt i S, på det i spørgsmål 1 beregnede tidspunkt ?

3) Et arbejde kan i relativitetsteorien på samme måde som i den newtonske mekanik udtrykkes ved produktet af kraft og vej. Udregn på denne måde, hvor stort arbejde der skal udføres for at give raketten hastigheden $\frac{1}{2}c$. Kontrollér, om resultatet stemmer overens med værdien af rakettens kinetiske energi.

4) En iagttager i S ønsker at kontrollere rakettens hastighed til det tidspunkt, hvor dens hastighed ifølge beregningerne skulle være $\frac{1}{2}c$. Iagttageren er anbragt således i S, at raketten bevæger sig direkte bort fra iagttageren.

Der afsendes derfor en serie radarsignaler med tidsintervallet Δt sekunder mellem to på hinanden følgende signaler. Radarsignalerne reflekteres fra rakettens bagende, og ekkosignalerne fra raketten registreres lidt senere hos iagttageren, som nu måler et ændret tidsinterval $\Delta' t$

./..

(opgave 1 fortsat)

sekunder mellem to på hinanden følgende ekkosignaler. Hvor stor skal intervalændringen ($\Delta't - \Delta t$) være, såfremt rakettens hastighed er $\frac{1}{2}c$?

5) Efter at raketten har opnået hastigheden $v_{raket} = \frac{1}{2}c$ i forhold til S, ophører kraftpåvirkningen, og raketten fortsætter i en jævn retlinet bevægelse med hastigheden $v_{raket} = \frac{1}{2}c$.

På raketten er anbragt en kanon. Med denne afskydes en masse af størrelsen $\alpha \cdot m$ $(0 < \alpha < 1)$, hvor m er rakettens samlede masse. Massedelen $\alpha \cdot m$ slynges bagud med hastigheden w i forhold til det inertialsystem S', hvori raketten var i hvile før kanonens affyring.
Find rakettens hastighed i forhold til S' efter affyringen af kanonen, udtrykt ved α, w og c, hvor c er lyshastigheden

6) Vis, at der for en given værdi af α er en øvre grænse for w, som betegnes $w_{max}(\alpha)$.
Beregn rakettens hastighed efter kanonaffyringen i forhold til henholdsvis S' og S, hvis $w = \frac{1}{2}w_{max}(\alpha)$.

(opgavesættet fortsætter)

Opgave 2.

Den normerede bølgefunktion ψ for en partikel i et central-felt er til en vis tid ($t=o$) givet i polære koordinater ved

$$\psi(r,\theta,\varphi,o) = f(r) \cdot N \cdot (1 + 3\cos\theta)$$

Den radiale bølgefunktion f opfylder

$$\int_o^\infty |f|^2 r^2 dr = 1$$

Partiklens baneimpulsmoment kaldes $\vec{L}$.

a) Bestem normeringskonstanten N for bølgefunktionens vinkeldel.

b) Angiv de mulige resultater ved en måling af henholdsvis $\vec{L}^2$, L_x, L_y og L_z.

c) Find middelværdien $\langle\vec{L}^2\rangle$ samt sandsynligheden for at observere hver af de mulige resultater af en måling af $\vec{L}^2$.

Der foretages nu en måling af $\vec{L}^2$. Resultatet blev den højeste af de mulige værdier.

d) Opskriv bølgefunktionen, der beskriver partiklen efter denne måling.

(opgavesættet slut)

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

Skriftlig eksamen i dybdemodulet (elektrodynamik og kvantemekanik), fysik modul 2.
fredag, den 7. juni 1985 kl. $10^{\underline{00}}$ - $14^{\underline{00}}$.

Brug af alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgave 1.

En solenoide med vandret akse har 1500 vindinger og er 80 cm lang. Strømstyrken gennem solenoidens vindinger betegnes I_1.
Midt inde i solenoiden er anbragt en enkelt, plan, cirkulær vinding med arealet $10 cm^2$, som kan dreje sig frit omkring en lodret akse gennem en diameter i vindingen. Strømstyrken i denne vinding betegnes med I_2.
Det antages, at solenoidens diameter kan regnes for forsvindende lille i forhold til dens længde, og at der kan ses bort fra jordens magnetfelt.

1) Solenoiden og vindingen forbindes begge til konstante spændingskilder, således at der løber strømmene $I_1 = 6.0A$ og $I_2 = 1.2A$.
Beregn det arbejde, man skal udføre, når man langsomt drejer vindingen 180^o udfra en begyndelsesstilling, hvor vindingens plan er vinkelret på solenoideaksen. Gør rede for det udførte arbejdes fortegn.

2) Solenoidens forbindelse til spændingskilden afbrydes. I stedet forbindes den gennem en modstand til et galvanometer. Den samlede modstand i dette kredsløb er 1200 ohm. Den cirkulære vinding i solenoidens midte er atter anbragt vinkelret på solenoideaksen og er stadig forbundet til sin spændingskilde, så at $I_2 = 1.2A$.
Beregn den ladning, som passerer gennem galvanometret, når strømmen I_2 afbrydes.

(opgaven fortsætter)

(opgave 1 fortsat)

3) En lille kompasnål anbringes midt for solenoidens ene endeflade. Nålen er frit drejelig om en lodret akse gennem tyngdepunktet, og dens magnetiske moment er $0.010\ A \cdot m^2$.
Idet strømmen i solenoiden er afbrudt ($I_1 = 0$) og strømmen i den cirkulære vinding, som er anbragt som i 2), er $I_2 = 1.2A$, skal man beregne den kraft, hvormed kompasnålen i sin ligevægtsstilling påvirker vindingen.

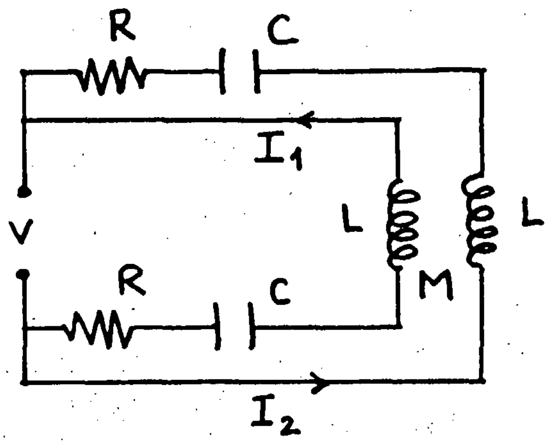
4) For $I_1 = 6.0 \cdot 10^{-3}$ A og $I_2 = 0$ findes kompasnålens svingningstid til 0.80 s. Beregn svingningstiden for $I_1 = 0$ og $I_2 = 1.2A$.
Udtrykket for svingstiden ved små harmoniske svingninger er $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{\tau}}$, hvor J er kompasnålens inertimoment og τ det drejningsmoment, hvormed nålen påvirkes, når den er anbragt vinkelret på magnetfeltet fra solenoide/vinding.

(opgavesættet fortsætter)

Skriftlig eksamen i dybdemodul (elektrodynamik og kvantemekanik), 13. januar 1986.

Hjælpemidler tilladt. Rigtig besvarelse af 80% af de stillede spørgsmål giver karakteren 11.

Opgave 1
(spørgsmål 7 kan besvares uafhængigt af de foregående).



$M \in [-L, L]$

1.1. Find impedanserne Z_1 og Z_2 af de to viste kredse der indeholder den harmoniske spændingskilde $V=V_0 \cos\omega t$, og tillige den samlede impedans Z set fra spændingskilden.

1.2. Bestem fasen af strømmen I_1 i kreds 1, relativt til fasen af V.

1.3. Find ladningen på kondensatoren i kreds 1 som funktion af tiden, samt ladningens fase relativt til V.

1.4. Bestem resonansfrekvensen ω_0 for M=0 og den tilsvarende ω_M for $M\neq 0$.

1.5. Antag nu at $\omega=\omega_M$. Hvad er Z i dette tilfælde, og hvad er den maksimale ladning Q_0 på kondensatoren i kreds 1.

1.6. Find for $CL/R^2 = 100$ farad^2 forholdet Q_0/V_0 (der er et mål for resonansens styrke), som funktion af M, og skitser forløbet.

1.7. Nu fjernes spændingskilden V, så der bliver én fælles kreds tilbage. Angiv en betingelse for, at en periodisk strøm gennem længere tid kan svinge i kredsen (f.eks. ved at begynde med ladning på en eller begge kondensatorer).

Opgave 2

(spørgsmål 5 kan besvares uafhængigt af de foregående)

Opgaven betragter en punktpartikel med massen m, der bevæger sig i det én-dimensionale potential V(x) givet ved

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 \left(4\beta - x^2 + \frac{1}{16\beta} x^4\right), \text{ hvor } \beta = \frac{\hbar}{m\omega}$$

2.1. Vis at med indførelsen af den ny variable $z = x/\sqrt{\beta}$ kan potentialet skrives som $V(x) = \frac{1}{2}\hbar\omega\, P(z)$ med

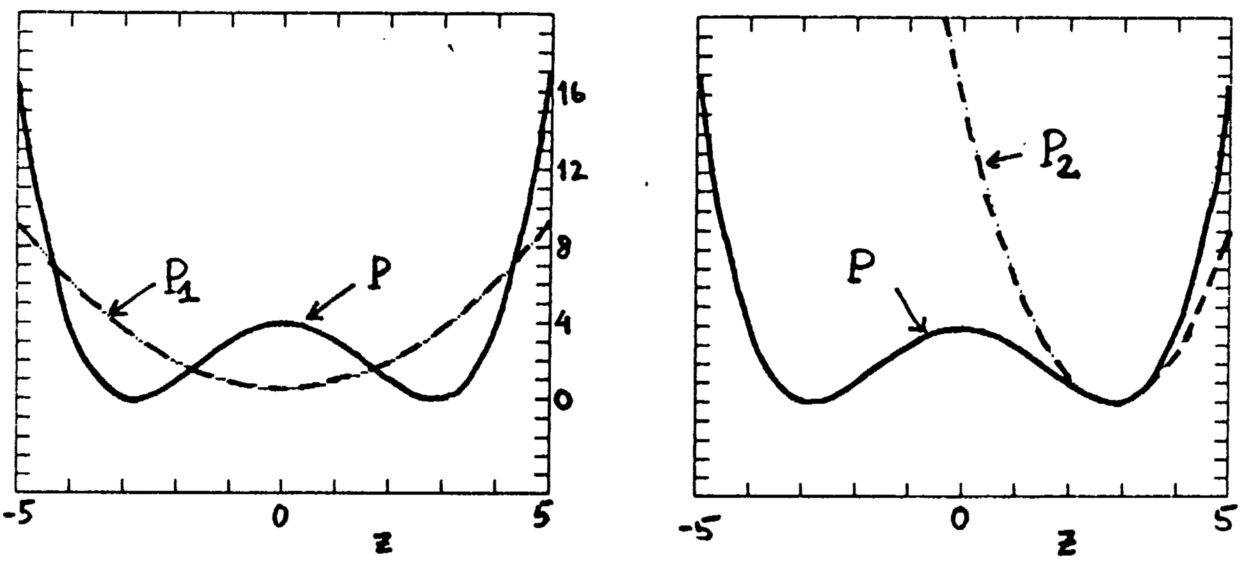
$$P(z) = 4 - z^2 + z^4/16.$$

De stationære tilstande kan nu findes ved perturbationsregning udfra løsningerne for et harmonisk oscillator potential $V_1(x) = \frac{1}{2}\hbar\omega\, P_1(z)$. Følgende to valg af $P_1(z)$ betragtes:

$$P_1(z) = 0.59 + 0.35\, z^2$$

$$P_2(z) = 2\,(z - z_0)^2 \quad \text{hvor } z_0 = \sqrt{8}$$

P og de to tilnærmede potentialer er vist på hosstående figurer. P_1 er den bedste 2. ordens tilnærmelse (fundet ved mindste kvadraters metode) til P i intervallet [-5,5], mens P_2 er en 2. ordens Taylor rækkeudvikling omkring P's positive minimums punkt $z_0 = \sqrt{8}$.



(opgaven fortsætter næste side)

2.2. Opskriv energispektret for de ~~tre~~ to basis hamiltonoperatorer $T+V_1$ og angiv i hvert tilfælde basisfrekvensen ω_1 udtrykt ved ω.

2.3. Idet $T+V_1$ tages som basis-hamiltonoperator og $V-V_1$ som perturbations hamiltonoperator, ønskes energispektret for $H=T+V$ bestemt ved første ordens perturbationsregning (altså uændrede bølgefunktioner. Nyttige integrationsformler er angivet sidst i opgaven).

2.4. Samme spørgsmål ønskes besvaret med V_1 erstattet af V_2. Basis bølgefunktionerne er harmonisk oscillator bølgefunktioner $u_n(x-x_0)$ taget relativt til V_2's minimum for

x-værdien $x_0=z_0\sqrt{\beta}=\sqrt{8\beta}$.

2.5. Som kandidater til en forbedret bølgefunktion for grundtilstanden vil det pga. potentialet V's symmetri være naturligt at se på

$$u_\pm(x) = N(u_0(x-x_0) \pm u_0(x+x_0)),$$

hvor $u_0(x\pm x_0) = \sqrt{\alpha/\sqrt{\pi}}\,\exp(-\alpha^2(x\pm\sqrt{8\beta})^2/2)$

med $\alpha=\sqrt{m\omega_2/\hbar} = \sqrt{m\omega\sqrt{2}/\hbar}$

er grundtilstands oscillator bølgefunktioner for henholdsvis V_2 med potential minimum for positiv x_0 og det tilsvarende potentiale med minimum for $-x_0$.

Vis at overlappet $\int u_0^*(x+x_0)u_0(x-x_0)dx$ er forsvindende.

Det kan tilsvarende vises at forventningsværdien af energien i de to tilstande $u_\pm$ praktisk taget er ens.

Følgende integrationsformler gælder for harmonisk oscillator bølgefunktioner $u_n(x)$ svarende til basis frekvensen ω_1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_n^*(x)\; x^2\; u_n(x)\; dx = \frac{\hbar}{m\omega_1}\left(n+\frac{1}{2}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_n^*(x)\; x^4\; u_n(x)\; dx = \frac{3}{4}\left(\frac{\hbar}{m\omega_1}\right)^2 (2n^2+2n+1)$$

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

Skriftlig eksamen i dybdemodulet (relativitetsteori og kvantemekanik)

mandag, den 13. januar 1986 kl. $10^{\underline{00}}$ - $14^{\underline{00}}$.

Hjælpemidler tilladt.

OPGAVE 1. I den specielle relativitetsteori vises, hvorledes relativitetsprincippet og et krav om opretholdelse af energibevarelsessætningen fører til følgende udtryk for et systems energi og impuls:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \quad \text{og} \quad \bar{p} = \frac{m\bar{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

hvor m er systemets masse (hvilemasse), $\bar{u}$ er systemets hastighed i forhold til det pågældende inertialsystem, $u = |\bar{u}|$ og c er lysets hastighed.

En eksperimentel verifikation af gyldigheden af bevarelsessætningerne for energi og impuls ved elastiske stød mellem partikler ved store hastigheder blev udført af F.C.Champion i 1932 ved tågekammerundersøgelse af stødprocesser, hvor en elektron med stor hastighed kolliderer med en hvilende elektron.

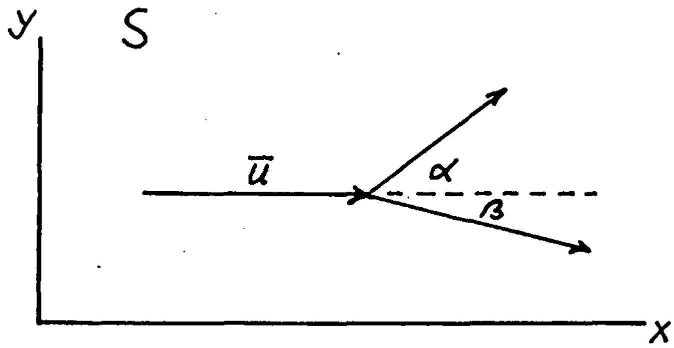
(opgavesættet fortsætter)

(opgavesættet fortsat)

Spm. 1. Betragt en elastisk stødproces mellem to partikler med lige store masser, hvor den ene partikel før stødet bevæger sig med hastigheden $\bar{u}$, og den anden partikel er i hvile i forhold til inertialsystemet S. Vis, at de to partiklers bevægelsesretninger efter stødet danner en vinkel på 90° med hinanden, hvis u er så lille, at den Newtonske mekanik er gyldig.

Spm. 2. Betragt den samme type stødproces som i spm.1., men det antages nu, at hastigheden $\bar{u}$ er så stor, at Newton's mekanik ikke længere er gyldig.

Vinklerne mellem den indkommende partikels bevægelsesretning før stødet og de to partiklers bevægelsesretninger efter stødet, målt i S, betegnes med henholdsvis α og β (se figuren)



Vis, at der gælder følgende relation:

$$\text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta = \frac{2}{\gamma+1}, \quad \text{hvor} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Vis, at denne relation i den ikke-relativistiske grænse stemmer overens med resultatet i spm.1.

(opgavesættet fortsætter)

(opgavesættet fortsat)

Spm. 3. Betragt en elastisk stødproces, hvor en elektron med en kinetisk energi på 1,0 MeV støder mod en hvilende elektron. Hvor stor bliver afvigelsen af $\alpha + \beta$, d.v.s. vinklen mellem de to partiklers bevægelsesretninger målt i S, fra 90°, hvis de to elektroner efter stødet har samme kinetiske energi ?

Spm. 4. Beregn krumningsradius af banen for en elektron med den kinetiske energi 1,0 MeV, som bevæger sig en plan vinkelret på kraftlinierne i et homogent magnetfelt med feltstyrken 0.05T. Hvilken værdi af krumningsradius ville man få ved en urelativistisk beregning ?

Lysets hastighed $c = 3 \times 10^8$ m/s

Elektronens hvilemasse $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg $\sim$ 511keV

Elektronens ladning $e = 1.60 \times 10^{-19}$C

$1\text{eV} = 1.60 \times 10^{-19}$J

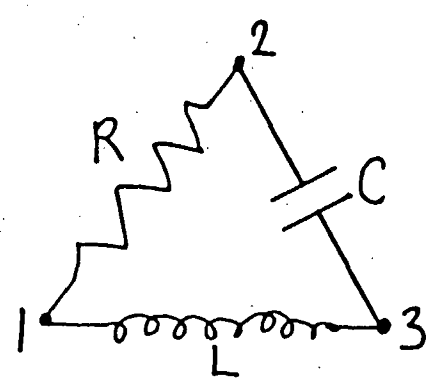
Skriftlig eksamen i fysikuddannelsens dybdemodul, den 4.6.1986

Hjælpemidler er tilladt.

(Ved bedømmelsen vil opgave 1,2 og 3 blive vægtet med 50% og opgave 4 med 50%)

Opgave 1

En modstand R, en kondensator med kapacitet C og en spole med induktans L er anbragt i en trekant som vist på figuren.



1) Beregn impedansen Z_{12} mellem hjørne 1 og hjørne 2 som funktion af vinkelfrekvensen ω.
2) Find den vinkelfrekvens ved hvilken $Z_{12}=0$ idet det oplyses at $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$, $C = 1\ \mathrm{nF}$ og $L = 1\ \mathrm{mH}$.
3) Findes der også en vinkelfrekvens ved hvilken impedansen mellem hjørne 2 og 3 er lig med nul?

Opgave 2

En sfærisk symmetrisk ladningsfordeling har ladningstætheden $\rho(r)$ hvor

$$\rho(r) = \begin{cases} Q\left(\frac{r}{R}\right)^2, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

1) Rummet bestemt ved $r > R$ er tomt. Beregn det elektrostatiske potential $\varphi(r)$ for alle r.

2) Vi tænker os nu i stedet rummet bestemt ved $r > R$ opfyldt af et dielektrikum med dielektricitetskonstanten ε. Find overflade polarisationsladningstætheden σ_p i grænselaget bestemt ved $r = R$.

Opgave 3

I et sædvanligt xyz koordinatsystem er halvplanen bestemt ved $x < 0$ tom, mens halvplanen bestemt ved $x > 0$ er opfyldt af et umagnetisk stof med dielektricitetskonstanten $\varepsilon = 3\,\varepsilon_0$.
En planpolariseret elektromagnetisk bølge falder fra vacuum ind mod grænseplanen bestemt ved $x=0$. Den indkommende del af bølgen har et $\bar{E}$-felt givet ved

$$\bar{E}(x,y,z) = (E_0, 0, E_0)\, e^{i(\bar{k}\cdot\bar{r} - \omega t)} \qquad (x < 0).$$

Det oplyses at y-komponenten af $\bar{k}$ er lig med nul. Hvor mange procent af den indkommende bølges energi reflekteres og hvor mange procent transmiteres?

Opgave 4

En partikel med massen m er indespærret i en kugle med radius R (dvs. sandsynligheden for at finde partiklen udenfor denne kugle er nul).

4.1. Opskriv den radiære Schrödinger ligning for partiklen.

4.2. Angiv partiklens (bane-)impulsmoment i grundtilstanden.

4.3. Find energien og den normerede bølgefunktion for partiklen i dens grundtilstand.

Nu udvides kuglen så dens radius fordobles. Udvidelsen antages at ske så hurtigt at partiklens bølgefunktion lige efter udvidelsen forbliver den i spørgsmål 4.3 fundne.

4.4. Find sandsynligheden for at partiklen befinder sig i grundtilstanden for det ny kuglepotential.

4.5. Find bølgefunktionerne for den laveste impulsmoment L =1 og L=2 tilstand i det ny kuglepotential, samt for den næstlaveste L=0 tilstand.

4.6 Find sandsynlighederne for at finde partiklen i hver af de tre i spørgsmål 4.5 nævnte tilstande.

$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$

1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.
Projektrapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.
Vejleder: Anders Madsen

2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen
Vejleder: Bernhelm Boss.

3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik.
Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.

4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen.
Af: Mogens Niss
Nr. 4 er p.t. udgået.

5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE".
Af: Helge Kragh.
Nr. 5 er p.t. udgået.

6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".
Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.

7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN".
Af: B.V. Gnedenko.
Nr. 7 er udgået.

8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen.
Af: Peder Voetmann Christiansen.

9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariom".
Projektrapport af: Lasse Rasmussen .
Vejleder: Anders Madsen.

10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".
Projektrapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen.
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.

11/79 "STATISTISKE MATERIALER".
Af: Jørgen Larsen.

12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER".
Af: Mogens Brun Heefelt.
Nr. 12 er udgået.

13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".
Projektrapport af: Gert Kreinøe.
Vejleder: Albert Chr. Paulsen.

14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of".
Af: Else Høyrup.
Nr. 14 er p.t. udgået.

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".
Specialeopgave af: Leif S. Striegler.
Vejleder: Peder Voetmann Ckristiansen.

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".
Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".
Af: Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings af an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978.
Preprint.
Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".
Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.
Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".
Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen

21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER".
Projektrapport af: Crilles Bacher, Per S.Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".
1-port lineært response og støj i fysikken.
Af: Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY AF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role af realitivity".
Af: Helge Kragh.

24/80 a+b "MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2.G'ERE".
1. En analyse. 2. Interviewmateriale.
Projektrapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.
Vejleder: Mogens Niss.

25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.

26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".
En projektrapport og to artikler.
Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.

27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY AF SCIENCE IN PAUL DIRAC's PHYSICS".
Af: Helge Kragh.

28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".
Projektrapport af: Gert Kreinøe.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentialligningsmodeller".
Projektrapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.

30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".
Af: Oluf Danielsen.
Nr. 30 er udgået.

31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE".
Projektrapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
Nr. 31 er p.t. udgået.

32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER MÖSSBAUEREFFEKTMÅLINGER".
Projektrapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen.
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".
Af: Arne Jakobsen.

34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT AF WIND ENERGY UTILIZATION".
ENERGY SERIES NO. I.
Af: Bent Sørensen
Nr. 34 er udgået.

35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.

36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.

37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.

38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.

39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.

40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.

41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1."COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2."ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.

45/82 Er aldrig udkommet.

46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDESE-
1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af: Torben O.Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.

48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedesen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.

49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.

50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.

51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK ?"
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.

52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.

53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.

54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.

55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Høyrup.

Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.

56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.

57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.

58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.

60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.

61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.

62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Høyrup.

63/83 "CREATING ENERGY FUTURES:A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.

64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Berhelm Booss og Jens Høyrup.

65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.

66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.

67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?"
Projektrapport af: Lone Biilmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.

68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK"
- til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i 1.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.

70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.

71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.

72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.

73/83 ""EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.

74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.

75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.

76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.

77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.

78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUT I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.

80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.

81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialerapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.

83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået

84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.

85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialerapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.

86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.

87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.

88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.

89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.

90/84 "ENERGI I 1.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.

91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.

92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.

93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.

94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.

95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen

96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lilletorup.
Vejleder: Bent Sørensen.

97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.

98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSALDEREN".
Af: Bent Sørensen.

99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.

100/85 "TALSYSTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.

101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.

102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØERS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
Projektrapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.

104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
Af: Jens Jæger.

105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT AF THE GLASS REANSITION".
Af: Tage Christensen.

"A SIMPLE MODEL AF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.

106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
Af: Bent Sørensen.

107/85 "ÉN MYG GØR INGEN EPIDEMI".
- flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, CarstenHolst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Jesper Larsen.

108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATEMATICS CURRICULUM" - state and trends -
Af: Mogens Niss.

109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
Projektrapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Katler og Torben J. Andreasen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
Af: Bent Sørensen

111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
Projektrapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
Vejleder: Mogens Niss.

112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
Projektrapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.
Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.

113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.

114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONTIGENSTABELLER".
Projektrapport af: Lone Biilmann, Ole R. Jensen og Arne-Lise von Moos.
Vejleder: Jørgen Larsen.

115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
Af: Mogens Niss.

116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
Af: Jeppe C. Dyre.

117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING"
Af: Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen

118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
Af: Peder Voetmann Christiansen

119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".
Af: Iben Maj Christiansen
Vejleder: Mogens Niss.

120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
Af: Jørgen Larsen

121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
Af: Peder Voetmann Christiansen.

122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.

123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
Fysiklærerforeningen, IMFUFA, RUC.

124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.

125/86 "UVBY,β - systemet - en effektiv fotometrisk spektralklassifikation af B-,A- og F-stjerner".
Projektrapport af: Birger Lundgren.

126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
Projektrapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.

127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
Projektrapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
Vejleder: Mogens Niss.

128/86 "SMÅKRYB" - om ikke-standard analyse.
Projektrapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
Vejleder: Jeppe Dyre.

129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
Lecture Notes 1983 (1986)
Af: Bent Sørensen