E. O. G.

TEKST NR 24A 1980

MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2. G'ERE

1

EN ANALYSE

Projektrapport:

Jan Christensen

Knud Lindhardt Rasmussen

Vejleder: Mogens Niss

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

TEKSTER fra IMFUFA Roskilde universitetscenter.

1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt
Anne Jensen, Marianne Kesselhahn, Lena Lindenskov og Nicolai Lomholt.
Vejleder: Anders Madsen.

2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinøe og
Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Booss

3/78 "Opgavesamling", breddekursus i fysik.
Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.

4/78 "Tre essays" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og
videnskabsrindalismen.
Mogens Niss.

5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE"
Helge Kragh.

6/78 "Nogle artikler og debatindlæg om - læreruddannelse og undervisning i fysik,
og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret"
Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen.

7/78 "Matematikkens forhold til samfundsøkonomien"
B.V. Gnedenko.

8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen.
Peder Voetmann Christiansen.

9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING"
Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinarioum"
Projektrapport af Lasse Rasmussen.
Vejleder: Anders Madsen.

10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET"
Projektrapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.

11/79 "STATISTISKE MATERIALER"
red. Jørgen Larsen.

12/79 "Lineære differentialligninger og differentialligningssystemer"
Mogens Brun Heefelt.

13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projektrapport af Gert Kreinøe.
Vejleder: Albert Chr. Paulsen.

14/79 "Books <u>about</u> Mathematics: History, Philosophy, Education, Models, System
Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography".
Else Høyrup.

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor
termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af Leif S. Striegler.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

INDHOLDSFORTEGNELSE.

0.0 Indledning og problemformulering

Denne rapport er udført inden for rammerne af de studiemæssige bindinger for breddemodulet på RUC's gymnasielæreruddannelse i matematik.

Vores baggrund for at beskæftige os med rapportens emne er ret forskellige. Den ene af os har en fortid som matematiklærer på realkursus, men har iøvrigt ikke tidligere lavet matematikprojekter. Den anden har, hvad projekter angår, beskæftiget sig med matematik i forbindelse med et fysikprojekt (13), hvori bl.a. indgik generelle overvejelser om matematik- og fysikundervisningens mål og midler.

Vores begrundelser for at beskæftige os med rapportens emne er, at indblik i gymnasieelevers matematikopfattelse forekommer os at være yderst relevant for kommende gymnasielærere i matematik og interessen for emnet er yderligere blevet styrket ved det forhold, at gymnasieelevers matematikopfattelse, så vidt vi har erfaret, ikke tidligere har været gjort til genstand for mere direkte undersøgelse. I flere tidligere rapporter, både på RUC og andre steder, har emnet dog været behandlet i form af analyser af hvilken fagopfattelse gymnasielærerbøger i matematik formidler.

Vores hensigt med undersøgelsen har været at få grundig og autentisk information om gymnasieelevers matematikopfattelse på en række områder, som vi anser for at være væsentlige. Det gælder elevernes opfattelse af: matematikundervisningens indhold og udformning, matematikkens historiske udvikling, matematikkens anvendelse og samfundsmæssige placering og matematikkens interne struktur. Vores hensigt har desuden været at afdække de retningslinier og lignende, som fra officiel side (bekendtgørelse m.m) foreligger m.h.t. ovennævnte områder for at sammenholde de deri indeholdte opfattelser med gymnasieelevernes. Den problemformulering vi i den forbindelse har brugt lyder:

1. Hvilke fællestræk og hvilke særtræk gør sig især gældende m.h.t. elevernes matematikopfattelser på de enkelte grene ?

2. På hvilke punkter m.h.t. de stillede spørgsmål (se nærmere i afsnittet "Metode og begrundelser") er der overenstemmelse h.h.v. uoverenstemmelse mellem elevernes oplevelser og opfattelser i forbindelse med matematik og de "officielle" hensigter og opfattelser ?

Rapporten henvender sig især til matematikstuderende og gymnasielærere, men vi håber at også gymnasieelever vil kunne få udbytte af at læse den.

Vi vil takke studiekammeraterne,der som praktikanter har medvirket til at skabe kontakt med klasserne på deres skoler,samt takke alle de 8 skolers elever og lærere,som på trods af arbejdpresset har afgivet tid og lagt ryg til vores projekt og for elevernes interesse og oplagthed,hvormed de så modigt har svaret på vores spørgsmål.
Endvidere vil vi takke fagkonsulenterne Lise Høj og Viggo Petersen for at have stillet sig til rådighed for projektet.
Endeligt vil vi takke Jeanne Mortensen og Johnnie Funder,samt Tannie og Leif Grunert for deres medvirken ved skrivemaskinerne de sidste hektiske dage af projektets færdiggørelse.

RUC, januar 1980.

Jan Christensen
Knud Lindhardt Rasmussen.

I.o Læsevejledning

I rapportens næstfølgende afsnit, afsnit II, redegør vi for de fremgangsmåder vi har benyttet for at besvare problemformuleringen. I afsnit III giver vi vores svar på nogle af de spørgsmål, som vi har stillet eleverne i forbindelse med bestemmelsen af deres matematikopfattelse. Dette afsnit angår ikke problemformuleringen, men er begrundet i, at vi har fundet det væsentligt selv at blive mere afklaret m.h.t. de omtalte spørgsmål.

Afsnit IV er baseret på de elevsvar, der fremkom, da vi ved en række interview forsøgte at få et indtryk af elevernes forhold til matematikundervisningen og af deres opfattelser angående matematik. En næsten ordret gengivelse af elevernes svar findes i rapportens anden del. I afsnit IV placeres elevernes svar i forskellige sammenhænge, bl.a. sammenligning af enkeltspørgsmåls besvarelser for hver enkelt gren, sammenligning af de samlede besvarelser for de enkelte grene. I afsnittet forekommer en hel del gentagelser af de samme elevsvar, og man kan uden at miste tråden overspringe afsnit IV 1,2 og 3. Når disse afsnit alligevel er medtaget, er det begrundet i, at vi har ønsket at redegøre grundigt for "mellemregningerne" for vores konklusion angående problemformuleringens første spørgsmål, som findes i afsnit IV.4.

I afsnit V forsøger vi at bestemme "den officielle" opfattelse m.h.t. de spørgsmål vi har stillet eleverne. I afsnittet findes dels en analyse af betænkning, bekendtgørelse og vejledende retningslinier og dels et resume af et interview med fagkonsulenterne Lise Høj og Viggo Petersen. Dette interview findes ordret gengivet i rapportens anden del.

I afsnit VI foretager vi en sammenligning mellem elevernes matematikopfattelser (baseret på afsnit IV) og den officielle opfattelse (baseret på afsnit V) På grundlag heraf konkluderes i afsnit VII m.h.t. problemformuleringens andet spørgsmål.

god læselyst

II.o Metode og begrundelser

I det følgende vil vi beskrive og begrunde de fremgangsmåder, som vi har benyttet i forbindelse med bestemmelsen af henholdsvis elevernes og "den officielle" fagopfattelse. Sidst i afsnittet vil vi opsummere de vigtigste begrænsninger og forbehold, som den metode vi har benyttet giver anledning til.

II.1 Om spørgsmålene

I forbindelse med bestemmelsen af elevernes fagopfattelse stillede vi eleverne følgende spørgsmål:

Matematikundervisningen

1. Hvorfor tror I, at der undervises i matematik i gymnasiet ?
2. Synes I, at der bør undervises i matematik på jeres gren ?
3. Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?
4. Har matematikundervisningen umiddelbar interesse for jer ?
5. Skal det der undervises i have umiddelbar interesse for eleverne ?
6. På hvilke punkter vil I have matematikundervisningen ændret ?

Matematikkens rolle og anvendelse i samfundet

7. Tror I, at matematikken har større eller mindre betydning i dag end for loo år siden ?
8. Kender I nogle eksempler på at matematikken anvendes i samfundet ? Hvor ?
9. Hvad kan I bruge matematikken til ?

Matematikkens historiske udvikling og drivkræfterne bag den

10. Hvordan forestiller I jer, at den matematik, der står i lærebog er blevet skabt ?
11. Hvornår tror I den er blevet skabt ?
12. Er matematik noget man opdager eller noget man opfinder ?
13. Hvad tror I professionelle matematikere (på universiteter o.l.) foretager sig nu om dage ?

Matematikkens indre struktur

14. Hvis I skulle forklare en helt udenforstående hvad matema-

tik er, hvad ville I så sige ?

15. Kan I give en kort beskrivelse af, hvordan man opbygger et område af matematikken ?

16. Hvorfor beviser man matematiske sætninger ?

Øvrige

17. Er matematik en videnskab ? Hvis ja, om hvad ?

18. Kunne I finde på at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemer udenfor matematikken ?

19. Vil det, I skal beskæftige jer med efter gymnasiet være valgt i forhold til, om det indeholder matematik eller ej ?

Eleverne blev interviewet om disse spørgsmål i grupper på 4-6 elever og fik altså ikke spørgsmålene stillet i form af spørgeskemaer.

Vi var fra starten af projektet ret enige om hovedgrupperingen af spørgsmålene om h.h.v. "matematikundervisningen", "matematikkens rolle og anvendelse i samfundet", "matematikkens historiske udvikling" og "matematikkens indre struktur"

Vi syntes det var umiddelbart ønskværdigt at få belyst, hvordan gymnasieelever bedømmer den måde, hvorpå matematikundervisningen foregår, og hvad de anser for at være begrundelserne for, at de overhovedet skal lære matematik.

M.h.t. hovedgrupperne "matematikkens rolle og anvendelse i samfundet" og "matematikkens historie" , anser vi disse perspektiver af matematikken for at være underprioriteret i den nuværende matematikundervisning og samtidig anser vi disse perspektiver for at være så vigtige, at vi mener de burde høre med til de hovedperspektiver for matematikken som skal belyses i matematikundervisningen. En undervisning, der kun i meget lille omfang, eventuelt slet ikke, belyser matematikkens anvendelse, historiske udvikling og rolle i samfundet vil alligevel under alle omstændigheder efterlade eleverne med en, eventuelt ubevidst, opfattelse af disse perspektiver. Med vore spørgsmål om disse forhold ville vi forsøge at få et indtryk af hvad denne opfattelse nærmere går ud på.

Med spørgsmålene under overskriften "matematikkens indre struktur" ville vi undersøge hvilken forståelse den nuværende undervisning giver eleverne af, hvad man i store træk gør når man arbejder med matematiske problemer og hvilke træk i matematikken, der gør at matematisk problemløsning "fungerer".

De enkelte spørgsmål under de fire hovedgrupper blev udformet gennem en proces, der startede med en brainstorm.Herefter blev de enkelte forslag til spørgsmål diskuteret og vurderet især udfra følgende hovedsynspunkter: kan spørgsmålet belyse noget vi anser for væsentligt i forhold til hovedoverskrifterne ? er det rimeligt at forvente at gymnasieelever overhovedet kan reagere på spørgsmålet? angår spørgsmålet en passende mellemting mellem det alt for almene og det alt for detaljerede?De spørgsmål vi på denne måde nåede frem til , blev justeret i formuleringen og rækkefølgen blev fastlagt, begge dele udfra hovedsynspunktet: spørgsmålene må ikke virke som eksamensspørgsmål, som eleverne føler, at de skulle kunne svare på.Som resultat af dette synspunkt blev spørgsmålene typisk formuleret: tror du.., synes du..,mener du..Vi formulerede bevidst spørgsmålene relativt upræcist for at få mulighed for at "komme i snak" med eleverne.Svarene på spørgsmålene skal derfor ses som et udtryk for elevernes fortolkning af, hvad spørgsmålene betyder.

M.h.t. spørgsmålenes rækkefølge spillede synspunktet "mindst muligt eksamenspræg" ind bl.a. ved at spørgsmålene om matematikundervisningen blev placeret først, mens spørgsmålene om matematikkens struktur blev placeret til sidst.I øvrigt tilstræbte vi også en vis naturlig rækkefølge af spørgsmålene indenfor hovedgrupperne.

De 18 spørgsmål vi fandt frem til på ovennævnte måde blev i forbindelse med et pilotforsøg i to klasser afprøvet, dels m.h.t. om spørgsmålenes antal var passende til et 45 minutters interview og dels m.h.t om spørgsmålene virkede efter hensigten, d.v.s om eleverne kunne/ville svare på hvad vi spurgte om og om nogle af spørgsmålene eventuelt gav anledning til intetsigende svar.

Udfra dette pilotforsøg fandt vi, at antallet af spørgsmål var ret passende (vi forøgede antallet af spørgsmål fra 18 til 19).M.h.t. spørgsmålenes udformning blev der efter pilotforsøget foretaget en række ændringer.Således udgik følgende spørgsmål:"Er der områder af matematikken, der bliver brugt mere end andre ? Hvilke ?"(eleverne forstod ikke helt spørgsmålet og vi fandt spørgsmålet mindre vigtigt), "Tror I matematikken er færdigudviklet eller arbejder man stadig på at opnå nye resultater?"

(spørgsmålet blev besvaret i forbindelse med spørgsmålet:"Hvad tror I professionelle matematikere foretager sig nutildags") Følgende spørgsmål blev i stedet tilføjet: "Har den matematikundervisning I modtager umiddelbar interesse ?","Hvornår tror I den matematik I lærer er blevet skabt ?","Kunne I finde på at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger udenfor matematikken".Derudover blev der ændret på en del af formuleringerne de steder, hvor eleverne havde haft vanskeligt ved at forstå spørgsmålene.

II.2 Om eleverne

Vi har i forbindelse med bestemmelsen af gymnasieelevers fagopfattelse udelukkende interviewet 2. g'ere.Vi ønskede at få alle gymnasiets grene repræsenteret og vi ønskede samtidig at få mulighed for at kunne sammenligne elevernes svar på et rimeligt grundlag.Desuden spillede tidspresset og det forhold at vi kun var tre (to studerende plus eñ vejleder) til at interviewe ind. Valget af netop 2.g'ere blev foretaget ved udelukkelsesmetoden: Vi forventede at 3.g'erne p.g.a. eksamensforberedelser ville være mindre velvilligt indstillede overfor afbræk i den normale undervisning.1. g'erne udelukkede vi fordi vi mente, at deres matematikopfattelse p.g.a. den korte tid de har gået i gymnasiet ville være relativt atypisk for gymnasieelever, og fordi de ikke ville kunne belyse forholdene på de forskellige grene.

Ialt har vi interviewet ca. 250 2.g'ere, heraf 4 matematik-fysik-klasser (ca.65 elever), 5 naturfaglige klasser (ca.8o elever), 4 matematik-samfundsfaglige-klasser (ca.60 elever) og 3 sproglige klasser (ca.45 elever).Eleverne kommer fra følgende 8 gymnasier:

Christianshavns Gymnasium
Herlev Statsskole
Nørre Gymnasium
Vallensbæk Statsskole
Næstved Gymnasium
Roskilde Katedralskole
Køge Amtsgymnasium
Marselisborg Gymnasium

Eleverne er ikke udvalgt med henblik på at de skulle være repræsentative for gymnasieelever i Danmark. Vort mål har ikke været at lave en landsdækkende undersøgelse, men at få grundig førstehåndsinformation -også hvad angår stemningen- om gymnasieelevers matematiske fagopfattelse. Imidlertid er mange af elevsvarene stort set ens for alle delgrupper. Dette forhold antyder at elevernes svar, i det mindste i et vist omfang, giver udtryk for mere udbredte opfattelser blandt gymnasieelever i Danmark.

Kontakten til de forskellige klasser blev formidlet dels gennem matematikstuderende fra RUC, der på tidspunktet for interviewene var ude i praktik, dels gennem vores vejleder, der i kraft af sin profession har kontakt med gymnasielærere på mange forskellige gymnasier.

II.3 Om interviewteknik

Interviewene blev foretaget i holdstørrelser på typisk 4-6 elever. Læreren var ikke tilstede under interviewene. Vi valgte at foretage interviewene i undervisningstiden, fordi vi af praktikanterne havde fået at vide, at mange af eleverne havde erhvervsarbejde efter skoletid. Interviewene varede 45 minnutter og blev optaget på bånd. Der var tre fungerende interviewere (to studerende plus en vejleder) og interviewere(n) er forskellig fra delgruppe til delgruppe.

Eleverne kendte ikke på forhånd spørgsmålene, som ved interviewets start blev introduceret med en standardiseret indledning. I denne indledning præsenterede vi os selv som matematikstuderende på RUC´s gymnasielæreruddannelse, vi fortalte kort om projektet og om hvordan elevernes svar ville komme til at indgå i projektet. Vi understregede overfor eleverne at der til næsten ingen af de spørgsmål vi ville stille dem, fandtes rigtige eller forkerte svar, men at flere af spørgsmålene også i videnskabelige kredse gav anledning til diskussion og uenighed. Desuden nævnte vi, at vi selv havde forsøgt at besvare spørgsmålene uden hverken at have let ved det eller at være enige om svarene. Vi opfordrede derefter eleverne til i forbindelse med spørgsmålene at give deres meninger og formodninger til kende og til eventuelt at gætte. Vi understregede endelig, at vi ikke havde bestemte forventninger m.h.t. elevernes besvarelse af spørgsmålene og at svarene i rapporten ville komme til at optræde anonymt.

Efter denne introduktion stillede vi så de 19 spørgsmål suppleret med improviserede bispørgsmål, som ofte var forskellige fra gruppe til gruppe, men som efterhånden som vi blev mere rutinerede til at interviewe fik et vist standardiseret præg. Det skal nævnes at når vi i bilaget (elevsvarene) bemærker, at der er enighed om et givet svar, så er denne "enighed" udtryk for at spørgsmålet: "er I enige om dette svar ?" har været stillet og at mange har svaret ja, mens ingen har svaret nej til dette spørgsmål.

Den skitserede interviewform blev især valgt under hensyntagen til spørgsmålenes karakter, der i vid udstrækning nødvendiggjorde, at vi fik mulighed for at stille uddybende og supplerende spørgsmål. Desuden ønskede vi som tidligere nævnt at undgå at interviewene fik eksamenspræg, hvilket f.eks. kunne få eleverne til at give os de svar, som de mente vi ønskede. Dette er en af grundene til at vi har ladet eleverne besvare spørgsmålene gruppevis og uden lærerens tilstedeværelse. Den standardiserede introduktion til spørgsmålene har ligeledes haft til opgave at gøre atmosfæren nogenlunde afslappet.

II.4 Om nedskrivning af svar

Rapportens bilag indeholder en gengivelse af de svar, som eleverne kom med på vore 19 spørgsmål. Disse svar er afskrevet efter de bånd, der blev optaget under interviewene. Svarene er ikke en fuldstændig gengivelse af alt hvad der blev sagt i løbet af interviewene. Ved nedskrivningen af svarene har vi frasorteret "løs snak" d.v.s. bemærkninger, der ikke vedrørte matematik eller matematikundervisningen, halve sætninger og bemærkninger, som vi vurderede var uden information. Desuden er enkelte udeladelser begrundet i tekniske forhold som f.eks. dårlig optagelse, snakken i munden på hinanden, flyver/gadestøj. Iøvrigt er svarene i vid udstrækning ordret gengivet. Vi har dog forbedret på de mest knudrede formuleringer.

I afsnit IV har vi givet referater af de svar, som findes i bilaget. Vi har her bestræbt os på at give den bredest mulige opsummering af svarenes kvalitative træk. Vi har desuden, ved de spørgsmål, hvor svarene fordeler sig i relativt få hovedgrupper, forsøgt at give et kvantitativt billede af svarenes fordeling i forhold til disse hovedgrupper. Vi har i den forbindelse anvendt en række kvantitative ord, hvis indbyrdes relation vi vil præcisere som følger:

få<enkelte<nogle<mange<en overvejende del<en langt overvejende del

Vi vil understrege at den kvalitative og måske især den kvantitative sammenfatning af elevsvarene skal tages dels med de forbehold, der er begrundet i det forhold, at vi har refereret ca. 2oo sider ned til ca. 2o sider, og dels med de forbehold overfor de kvantitative vurderinger der er begrundet i det forhold, at det i forbindelse med elevsvarene i bilaget ikke er muligt at afgøre hvor mange og hvor mange gange elever i en given gruppe har udtalt sig.Desuden har tiden ikke tilladt, at alle elever er kommet til orde.

II.5 Om metode til bestemmelse af den officielle matematikopfattelse

Den officielle opfattelse af hensigterne med matematikundervisningen har vi undersøgt dels ved at interviewe fagkonsulenterne Lise Høj og Viggo Petersen og dels ved at gennemgå de officielle retningslinier (Betænkninger, bekendtgørelse m.m).I begge tilfælde har følgende lo spørgsmål været styrende:

1. Hvilke begrundelser har (for jer at se) især ligget bag, at der undervises i matematik på de enkelte grene i gymnasiet ?

2. Kunne de enkelte formål og hensigter med matematikundervisningen tilgodeses af en matematikundervisning, der udelukkende foregik i tilknytning til andre fag ?

3. Hvordan afvejes på de enkelte grene følgende hensyn i de eksisterende rammer for matematikundervisningen?
   a. Den enkelte elevs umiddelbare interesse, behov og motivation
   b. Den enkelte elevs fremtidige behov og interesser (fremtidig: efter skolens afslutning)
   c. Behov hos aftagere (erhvervsliv, videreuddannelses-institutioner m.m) for matematisk erfaring hos studenterne
   d. Behov for matematiske hjælpemidler i andre af gymnasiets fag

4. Hvilken opfattelse af hvordan og til hvad matematikken kan bruges, lægges der op til i rammerne for matematikundervisningen ?

5. Hvilken opfattelse af matematikkens historiske og samfundsmæssige placering og udvikling samt drivkræfterne heri lægges der op til med de givne rammer for matematikundervisningen ?

6. Formidles matematikken i gymnasieundervisningen fortrinsvis som noget man opfinder eller fortrinsvis som noget man opdager ?

7. Formidles matematik fortrinsvis som en videnskab, eller et sæt af redskaber, eller som et "sprog", eller andet ?

8. Er det hensigten, at elever efter studentereksamen skal kunne gribe til matematiske redskaber, som alene er udviklet i gymnasiet, ved behandling af problemer udenfor matematikken ?

9. Hvad testes ved den skriftlige og mundtlige eksamen, og hvordan virker det der testes tilbage på undervisningen ?

lo.I hvilken retning går overvejelserne om ændringer af matematikundervisningens rammer ?

Disse spørgsmål er formuleret med henblik på at få belyst hvilke hensigter man fra officiel side har haft m.h.t. de spørgsmål vi har stillet gymnasieeleverne.En del af de spørgsmål vi stillede gymnasieeleverne har dog ingen parallel i ovennævnte spørgsmål, hvilket beror på, at spørgsmålene til gymnasieeleverne i nogle tilfælde angår forhold, som vi ikke har fundet det rimeligt at undersøge den officielle holdning til.Dette gælder således f.eks. spørgsmålene:"Hvorfor beviser man matematiske sætninger","Hvad tror I professionelle matematikere foretager sig nutildags", "Hvornår tror I den matematik I lærer er blevet skabt".

De lo ovennævnte spørgsmål blev sendt til fagkonsulenterne en uge før interviewet fandt sted, så de havde tid til at forberede svarene.Interviewet med fagkonsulenterne blev optaget på bånd og derefter nedskrevet i sin fulde ordlyd.Denne afskrift findes i bilaget. I afsnit V er givet referater af fagkonsulenternes svar på de lo spørgsmål.

II.6 Opsummering af forbehold og svagheder ved undersøgelsesmetoden

Som de væsentligste begrænsninger og svagheder ved den fremgangsmåde vi har valgt vil vi pege på følgende:

De 19 spørgsmål vi har stillet gymnasieeleverne belyser naturligvis ikke alle sider af gymnasieelevers fagopfattelse.Derimod belyser spørgsmålene større og mindre detaljer af elevernes fagopfattelse m.h.t. de perspektiver af matematikundervisningen, som vi finder er de vigtigste, nemlig matematikundervisningens udformning,matematikkens rolle og anvendelse i samfundet, matematikkens historiske udvikling og matematikkens indre struktur.

Undersøgelsen er ikke nødvendigvis representativ for gymnasieelever i Danmark, idet kun 2. g'ere fra 8 forskellige gymnasier er med i undersøgelsen.

Den interviewform vi har valgt, har naturligt medført at de mest aktive elever har snakket mest og at svarene indenfor de enkelte interviewgrupper ikke er afgivet indbyrdes uafhængige. Endvidere er bispørgsmålene ofte forskellige fra gruppe til gruppe, de forskellige delgrupper er interviewet af forskellige interviewere og det er som tidligere nævnt ikke muligt indenfor en enkelt gruppe at afgøre, hvor mange svar på et spørgsmål der er afgivet af samme elev.Endelig har ikke alle elever p.g.a tiden haft mulighed for at komme til orde.

M.h.t. sammenligningen af elevernes fagopfattelse med den officielle fagopfattelse vil det naturligvis ikke altid være muligt at afgøre entydigt ved hvert spørgsmål om der er overensstemmelse/uoverensstemmelse.Vi vil derfor i afsnit V precisere på hvilket grundlag vi afgør denne overensstemmelse/uoverensstemmelse.

III.o Vores fagopfattelse

I det følgende afsnit vil vi besvare nogle af de spørgsmål, som vi har stillet eleverne. Vi har besvaret dem i en lidt anden rækkefølge end eleverne fik dem stillet og ikke alle spørgsmål er lige dybtgående behandlet.

Dette afsnit vedrører som tidligere nævnt ikke problemformuleringen, men er et forsøg på at bidrage til vores egen afklaring.

Hvorfor tror vi, at der undervises i matematik i gymnasiet ?

Det hensyn,der efter vores mening i dag har den største vægt m.h.t. tilstedeværelsen af faget matematik i gymnasiet, er hensynet til videre uddannelsesinstitutioners og erhvervsgrenes behov for studerende med matematiske kundskaber.Dette hensyn har også historisk set været den vigtigste grund til, at der har været undervist i matematik i gymnasiet.I forhold til tidligere er behovene hos aftagere af studenter dog i dag langt bredere og mere varierende som følge af den øgede matematisering af flere videnskabsfag, hvor matematik tidligere stort set ingen rolle spillede, og som følge af den øgede anvendelse af matematiske redskaber i offentlige og erhvervsmæssige sammenhænge.

I forhold til tidligere, navnlig i de sidste 15-2o år, har også elevsammensætningen ,mængden af elever der går i gymnasiet og elevernes indstilling til undervisningen ændret sig, således at der i dag er langt flere elever, der får en gymnasieuddannelse, således at eleverne kommer fra bredere lag af befolkningen,og således at eleverne har en mere kritisk og autoritetsfjendsk holdning til undervisningen.

Disse forhold har, da mange elever ikke har til hensigt at læse videre, betydet at også hensyn til elevernes almene orientering om matematikkens samfundsmæssige placering i det mindste i de sidste par år har fået øget betydning i den praktiske gymnasieundervisning uden at dette hensyn dog er blevet videre fremtrædende.

Ud over ovennævnte begrundelser har traditionelle begrundelser, som hensyn til elevernes almene dannelse og matematikkens formaldannende effekt og matematikken som et gode i sig selv også i dag en vis vægt.

De nævnte forhold har den nuværende matematikundervisning ikke været i stand til fuldt ud at tage højde for, og matematikundervisningen befinder sig i dag i en krisesituation.Denne krises fremtrædelsesformer betegnes i (18) som 1. en relevanskrise. Denne relevanskrise kommer (j.v.f. elevsvar) til udtryk ved at mange elever finder matematikundervisningen alt for teoretisk og virkelighedsfjern.2.en anvendelighedskrise,hvilket i elevsvarene bl.a. kommer til udtryk ved, at mange elever efterlyser øget praksisrettethed og flere anvendelser i matematikundervisningen.3. som en sværhedskrise. Denne fremtrædelsesform kommer kun i mindre omfang til udtryk i elevsvarene, men vi har ikke stillet spørgsmål angående dette forhold.

De i (18) nævnte fremtrædelsesformer for matematikundervisningens krise kan altså i vid udstrækning genfindes i elevsvarene. I det følgende spørgsmål vil vi give vore bud på hvilke ændringer af matematikundervisningen , vi som følge af denne krise finder påkrævet.

Hvilke ændringer af matematikundervisningen kunne vi tænke os ?

Vores hovedbegrundelse for at der skal undervises i matematik i gymnasiet er, at matematik spiller en væsentlig og stadig større rolle i samfundet.Vi mener at dennne hovedbegrundelse bør få følgende konsekvenser:

For det første,at eleverne orienteres om hvilken rolle matematik har i samfundet d.v.s. til hvad matematik anvendes,hvordan det foregår og hvilke konsekvenser det har.Eleverne skal i den forbindelse indføres i de nødvendige teoretiske redskaber.

For det andet,at eleverne orienteres om hvorfor matematik har en væsentlig og stadig større rolle i samfundet.I forbindelse med denne orientering finder vi det væsentligt at belyse følgende forhold:

1.matematikkens interne struktur og historiske udviklingsproces set i relation til samfundsudviklingen

2. matematikkens forhold til virkeligheden set i relation til andre videnskabsfag som f.eks. biologi, geografi og samfundsvidenskab

3.hvad videnskabelig erkendelse er til forskel fra dagligdags erkendelse og ideologi

For det tredie,at eleverne sættes i stand til at matematisere på egen hånd og til at følge matematisering foretaget af en anden part.Vores begrundelse herfor er, at eleverne i et samfund, hvor matematik spiller en væsentlig og stadig større rolle dels vil få brug for at kunne følge, og tage stilling til, f.eks. forskellige mediers matematisk baserede fremstillinger, og dels i deres dagligdag vil komme ud for problemer, hvorpå matematik med fordel kan anvendes.Vi vil præcisere at vi med matematisering tænker på følgene problemløsningstrin:

a. formulering af problem, formål og præcisering af disse

b. afgrænsning af elementer, der har relevans i forhold til problemløsningens formål samt valg af de væsentlige elementer, der ønskes medtaget ved problemets løsning.

c. afgrænsning af relevante relationer mellem de medtagne elementer samt valg af væsentlige og tilstrækkelige relationer

d. oversættelse af elementer og relationer til matematisk sprog med angivelse af korrespondenceregler.

e. manipulation med matematiske udtryk samt matematisk angivelse af problemets løsning

f. oversættelse af matematisk sprog til dagligdags sprog via brug af korrespondenceregler

g. afprøvning af den fremkomne løsning på det problem, der var udgangspunkt for proceduren

Med det her skitserede matematikprogram lægger vi altså i modsætning til den nuværende matematikundervisnings faste pensum op til en eksemplarisk belysning af perspektiver, som kan anlægges på matematikken.

Det nævnte matematikprogram er mere uddybet behandlet i (13)

Bør der undervises i matematik på alle grene i gymnasiet ?

I det matematikprogram vi har skitseret ovenfor lægger vi størst vægt på at give eleverne kundskaber, som vi finder er nødvendige af hensyn til elevernes nuværende og fremtidige rolle som samfundsborgere, uanset om de skal læse videre eller ej.Vi mener derfor at der skal undervises i dette matematikprogram på alle grene i gymnasiet.Derimod mener vi ikke at det nuværende matematikprogram for gymnasiet kan begrunde at alle elever skal lære matematik, fordi den nuværende matematikundervisning næsten udelukkende giver eleverne matematiske kundskaber, som har relevans i forhold til videre uddannelsers og matematisk betonede erhvervs behov.

Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?

En af de overvejelser, der ligger til grund for vores matematikprogram, er at vi finder den nuværende fagopdeling i gymnasiet hæmmende m.h.t. at give eleverne en helhedsopfattelse af det samfund de lever i.I vort matematikprogram har vi derfor peget på nogle perspektiver, der i højere grad end det nuværende matematikprogram lægger op til et fagsamarbejde.Det gælder således perspektiverne: matematikkens anvendelse i samfundet (herunder matematikkens anvendelse i andre videnskaber og i forbindelse med produktionsforhold, økonomi m.m.), matematikkens forhold til virkeligheden set i relation til andre videnskabsfag, matematikkens historiske udviklingsproces set i relation til samfundsudviklingen og videnskabelig erkendelsesmåde.Disse perspektiver er dog ikke konstrueret specielt med henblik på at begunstige et fagsamarbejde.Derimod anser vi disse perspektiver for vigtige m.h.t. at belyse matematikkens væsentlige og stadig større rolle i samfundet og det er i forhold til dette hovedmål vi anser et fagsamarbejde m.h.t. de nævnte perspektiver for vigtigt.

Vi mener imidlertid ikke at matematik kan undværes som et selvstændigt fag.For det første fordi eleverne i forbindelse med perspektivet "matematikkens anvendelse i samfundet" skal indføres i de nødvendige matematiske redskaber, således at de forstår hvordan og hvorfor de teoretiske redskaber fungerer.For det andet fordi eleverne foruden de allerede nævnte perspektiver også skal have kendskab til matematikkens interne struktur,og for det tredie fordi eleverne skal lære at matematisere på egen hånd samt at følge matematisering foretaget af en anden part. En grundig belysning af disse forhold kan således efter vores mening ikke finde sted, med mindre matematik er et selvstændigt fag i gymnasiet.

Benyttet litteratur: (19)

Skal matematikundervisningen have umiddelbar interesse ?

Vi vil i det følgende diskutere konsekvenserne af de to yderligtgående svarmuligheder på dette spørgsmål: 1.matematikundervisningen skal først og fremmest have umiddelbar interesse,2. matematikundervisningen skal ikke have umiddelbar interesse.På baggrund af denne diskussion vil vi give vores svar på ovennævnte spørgsmål.

Ved umiddelbar interesse vil vi i denne forbindelse forstå tilfredsstillelse af kortsigtede elevmotiver som f.eks. behov for hyggeligt socialt samvær, behov for underholdning, behov for at lave noget, der er sjovt/spændende i sig selv, behov for beskæftigelse, der udelukkende inddrager allerede indlærte færdigheder, behov for at dyrke "kæpheste", behandling af emner, der er relevante set ud fra elevernes øjeblikkelige verdensopfattelse, behov for behandling af emner, der ud fra elevernes synspunkt forekommer at være umiddelbart nyttige med henblik på andre fag.

En undervisning, der først og fremmest skal have umiddelbar interesse kan karakteriseres som en undervisning, hvor det udelukkende er eleverne, der tager stilling til undervisningens mål og indhold ud fra ovennævnte eller lignende behov.I en sådan undervisning er det lærerens opgave at anvende sin pædagoiske og faglige viden til efter formåen at udforme de mål og tilgodese det indhold, som eleverne eller flertallet af eleverne ønsker.

Den for os at se væsentligste konsekvens for matematikundervisningen, m.h.t. kravet om at undervisningen først og fremmest skal have umiddelbar interesse, er at matematik højest skal tilbydes som et valgfrit fag.Der vil således være andre fag f.eks. fodbold,tegning,discodans og musik, som m.h.t. ressourcer formodentlig skulle prioriteres væsentligt højere end matematik.

Kravet om at undervisningen først og fremmest skal have umiddelbar interesse vil altså ikke veje særlig tungt m.h.t. at matematik skal være et fag som alle elever skal lære.Der findes imidlertid tungtvejende grunde til at lære alle elever matematik, nemlig at eleverne skal sættes i stand til at orientere sig og fungere i et samfund, hvor matematik spiller en væsentlig og stadig større rolle.

Dette krav vil vi betegne som langt mere demokratisk end kravet om at undervisningens væsentligste hensigt skal være at tilfredsstille elevernes umiddelbare interesse.En ensidig satsning på elevernes umiddelbare interesse vil nemlig medføre at eleverne bliver ude af stand til at sætte sig ud over deres "uvidenhedstærskel".F.eks. vil elevernes umiddelbare interesser være bestemt af bl.a. forskellige mediers konjukturbestemte påvirkninger.

Kravet om at undervisningen ikke skal have umiddelbar interesse vil vi sidestille med kravet om at det udelukkende er hensyn til videre uddannelser og senere erhverv som skal styre undervisningens indhold og udformning.En sådan undervisning vil næppe kunne formå ret mange elever til at deltage aktivt i undervisningen.Der findes imidlertid metoder, som erfaringsmæssigt delvist kan løse dette problem f.eks. karakterer, lærerros,frygt for ikke at bestå eksamen, trusler om udsmidning p.g.a. åndeligt fravær, lussinger og spanskrør.

Kravet om at undervisningen ikke skal have umiddelbar interesse, men at udelukkende hensyn til senere erhverv eller videre uddannelser skal bestemme undervisningens indhold og udformning kan imidlertid ikke begrunde at alle elever skal lære matematik, fordi kun nogle elever vælger erhverv, hvor matematik er en nødvendig forudsætning, og kun nogle elever vælger at læse videre. Desuden vil én undervisning, der udelukkende tilrettelægges ud fra sådanne hensyn være nødt til overfor eleverne at benytte pseudomotiveringer, som karakterer, ros m.m. udover henvisning til at det lærte kan bruges senere.Sådanne pseudomotiveringer har ifølge (15) den virkning at eleverne får et instrumentelt forhold til det faglige arbejde, hvilket m.h.t. matematik vil sige, at eleverne ikke lærer matematik for at få matematiske kundskaber, men for at få gode karakterer, ros m.m.Sådanne virkninger tager vi naturligvis afstand fra og vi kan ud fra en mere kynisk synsvinkel tilføje, at de nævnte metoder kun har ret begrænset virkning.Når eksamen er overstået glemmes det indlærte hurtigt igen.Vi anser det derfor for vigtigt, at elevernes motiv til at følge matematikundervisningen er at få viden og kundskaber, som de anser for at være nyttige.

Vi skal ud fra ovenstående overvejelser give vores svar på spørgsmålet: skal undervisningen have umiddelbar interesse ?

1. Matematikundervisningen skal ikke først og fremmest have umiddelbar interesse for eleverne, men dette hensyn skal være underordnet begrundelsen: eleverne skal lære matematik fordi matematik spiller en væsentlig og stadig større rolle i samfundet.Hensynet til elevernes umiddelbare interesser får derfor ikke konsekvenser for de mål vi har sat for matematikundervisningen (j.v.f. vores svar på spørgsmålet: hvilke ændringer af matematikundervisningen kunne vi tænke os ?)

2. Matematikundervisningen skal have umiddelbar interesse i et sådant omfang at eleverne ikke får et instrumentelt forhold til det faglige arbejde.Vi mener derfor, at eleverne skal have lejlighed til at diskutere de delmål, som læreren formulerer for en undervisningsperiode (f..eks. 14 dage, een måned) og at eleverne skal have mulighed for indflydelse på delmålene i et sådant omfang at hovedmålene med matematikundervisningen bibeholdes.

   Iøvrigt skal hensynet til elevernes umiddelbare interesse have indflydelse på undervisningens indhold og metode i et sådant omfang at elevønsker tilgodeses, men underordnes de delmål, som elever og lærer er blevet enige om ved en undervisningsperiodes start.

Benyttet litteratur: (15), (16)

Har matematikken større eller mindre betydning idag end for loo år siden ?

Eftersom vi i det foregående flere gange i forskellige sammenhænge har henvist til matematikkens væsentlige og stadig større rolle i samfundet er vores svar på ovennævnte spørgsmål på forhånd givet.Vi vil i det følgende kort nævne i hvilken forstand vi anser matematikken for at have større betydning end tidligere.

I forhold til for loo år siden, hvor matematik i det store og hele kun havde væsentlige opgaver inden for fysik og i nogen grad inden for astronomi, har matematik i dag en væsentlig rolle inden for fag som biologi, medicin, geografi, kemi og økonomi.

Mens matematik (undtagen regning) for loo år siden stort set kun spillede en rolle i forbindelse med udvikling af produktionsudstyr har matematik i dag væsentlig betydning inden for mange Forskellige sektorer i samfundet(18).Det gælder bl.a.inden for offentlige og private planlægning (f.eks. planlægning af den fremtidige energiforsyning, økonomiske "helhedsplaner",virksomhedsrationaliseringer,optimeringsproblemer og prognoser)

I forskellige medier fremkommer hver dag påstande, som er baseret på matematik (f.eks. vælgeranalyser, risikoberegninger for atomkraftuheld,faren ved indtagelse af forskellige levnedsmidler)

Som følge af ovennævnte forhold er flere mennesker i dag end nogensinde tidligere udsat for påvirkninger og beslutninger der er baseret på matematik

Den skitserede udvikling har m.h.t. omfanget af matematikken medført en næsten eksplosionsagtig udvikling.Således er der inden for de sidste 2o-3o år skabt langt mere matematik end i hele den forudgående periode tilsammen.

Hvordan og hvornår er den matematik som gymnasieelever lærer blevet skabt ?

Vi vil i det følgende give en beskrivelse af hvilken matematik, der på forskellige tidspunkter i historien har foreligget samt hvilke forhold, der i forskellige perioder har indvirket på skabelsen af matematik.Vi vil navnlig koncentrere os om den matematik, som gymnasieelever stifter bekendtskab med, men i det omfang hvor matematik i en periode har haft væsentlig indflydelse på skabelse af "gymnasiematematik" i en senere periode vil vi også omtale matematik som gymnasieelever ikke stifter bekendtskab med.Dette gælder navnlig m.h.t. den græske matematik.Iøvrigt må beskrivelsen p.g.a. den overvældende stofmængde nødvendigvis blive ret summarisk.

De ældste skriftlige vidnesbyrd om matematiske resultater findes i ægyptiske og babyloniske skrifter fra perioden 2100-1650 f.K.Der er her især tale om resultater inden for algebra (bl.a. kendskab til løsning af første- og andengradsligninger med en og to ubekendte), geometri (især elementære areal-og rumfangsberegninger) og regnekunst (regning med positive rationale tal ved brug af de fire regningsarter.)

Disse resultater er opnået i nær tilknytning til løsning af praktiske problemer i forbindelse med det ægyptiske og det babyloniske samfunds produktion og administration f.eks. planlægning af vandingskanalgravning, registrering af tempelskatter, fordeling af overskud mellem handelspartnere, beregning af renter, beregning af kornmagasiners rumfang, beregning af murstensforbrug ved byggeri, beregning af fødevareforbrug for arbejdshold og hære.Ægyptiske og babyloniske matematikskabere har især været skrivere og præsteskab, som har haft til opgave at lede arbejdet og fordele produktionens resultat.

Matematik som axiomatisk deduktiv videnskab er opstået i oldtidens Grækenland i perioden 600 f.K til 300 e.K.Blandt de første vigtige resultater er pythagoræernes (ca.500 f.K) bevis for eksistensen af irrationale tal.Dette resultat førte til krise for pythagoræernes matematik,idet denne filosofiske skoles filosofi var at alt i denne verden kan beskrives v.h.a. positive rationale tal.Da de ikke var i stand til at karakterisere irrationale tal v.h.a. positive rationale tal (dette blev først gjort i slutningen af det 19. århundrede) valgte pythagoræerne og den senere græske matematik som udvej at opbygge matematikken på et geometrisk grundlag i stedet for et aritmetisk.For at opbygge matematikken på et geometrisk grundlag var det for det første nødvendigt at fastlægge regler for konstruktion af geometriske størrelser.Her blev konstruktion udelukkende v.h.a. passer og linial anderkendt.For det andet var det nødvendigt at udarbejde en geometrisk ækvivalent til algebraiske operationer og løsningsmetoder for v.h.a. disse at klassifisere algebraiske irrationelle størrelser.Hos Euklid (3oo f.K)er denne opgave fuldført m.h.t. andengradsligninger.Euklid angiver således nødvendige og tilstrækkelige betingelser for,at andengradsligninger giver positive rationale løsninger.For det tredie var det nødvendigt at udarbejde et grundlag for læren om geometriske legemers flade/rumindhold.I den forbindelse udvikledes en geometrisk ækvivalent til teorien om positive reelle tal (propertionslæren) og en teori for grænseværdier.

I Euklids "Elementer" er ovennævnte program i det store og hele fuldført, hvilket naturligvis skal ses som et resultat af mange græske matematikeres fælles anstrengelser.

I forbindelse med ovennævnte teori for grænseværdier skal specielt nævnes at Arkimedes (25o f.K) ved rumfangs-og arealbestemmelser benytter sig af metoder, der minder meget om moderne integration, bl.a. bruger han følgende "ε-δ -argument" (citeret efter (7))

> For to uens størrelser gælder at "the greather exceeds the less by such magnitude as, when added to itself, can be made to exceed any assigned magnitude among those which are comparable with it and with one and another".

Vi skal i det følgende kort beskæftige os med de ikke-matematiske forhold, der har indflydelse på den græske matematiks generelle karakteristika: axiomatik, deduktion og beviser.

Årsagerne til at man i den græske matematik begynder at bevise sætninger skal vi belyse med følgende cital:

> "For første gang i historien trådte demokrati i stedet for en despotisk styreform, selvom det kun var et begrænset demokrati for frie, men ikke for slaver.Men demokrati krævede begrundelser af meninger og ikke uimodsagt udførelse af,

hvad eneherskeren, despoten, befalede. Denne ændring af tankegangen førte utvivlsomt også i matematikken til en omfattende ændring af fremstillingsformen, - matematiske regler skulle ikke blot læres udenad, men man skulle vise at de var rigtige, bevise dem" (14)

Den græske matematiks axiomatiske og deduktive karakter har tæt forbindelse med naturfilosofiske retninger, som stræber efter at finde de evige ideer, som virkeligheden er styret af. Disse filosofiske retninger skal bl.a. ses i lyset af det forhold, at det græske samfund, trods dets delvis demokratiske karakter, er et klassesamfund med en overklasse (de fleste matematikere tilhører denne klasse), der foragter praktisk arbejde og som bl.a ved hjælp af ovennævnte filosofier kan retfærdiggøre sin position i det sociale hieraki.

Perioden 3oo e.K til 11oo er for Europas vedkommende karakteriseret ved relativ stilstand m.h.t. skabelsen af ny matematik, især som følge af samfundsforholdene (opløsning af det vestromerske rige, plyndringstogter, ændring af magtforholdene m.m.). I det 12. og 13. århunrede sker der i hele Europa en økonomisk og kulturel opblomstring. Flere forhold har i denne periode en gunstig virkning m.h.t. skabelse af matematik, bl.a. kontakten med araberne via handelen. Araberne leverede bl.a. en veludviklet algebra og det nuværende titalssystem, som de havde overtaget fra hinduerne. I Italien udvikledes i forbindelse med handelsregning multiplikations- og divisions-algoritmerne inden for det ny talsystem og inden for regnskabsføringen udvikledes det dobbelte bogholderi. I forbindelse med handelsregning og under påvirkning af arabisk matematik optræder i denne periode for første gang negative tal i europæisk matematik.

I perioden 13oo-16oo udbredes den praktisk anvendelige matematik (algebra og regning) til bredere befolkningslag bl.a murere, tømrere, snedkere og landmålere, desuden fører en hel del nyskabelser i produktionen (bl.a. kemisk industri, taljeværk, tandhjulsmekanismer, vind-vand-og savmøller) til forståelse af mange nye enkeltfænomener og via fysikken får denne forståelse indflydelse på skabelsen af matematik i det 17. århundrede. Et andet forhold der får betydning for skabelsen af matematik er borgerskabets åndelige bevægelse, humanismen, og dens interesse for oldtidens litteratur, hvilket også fører til interesse for den græske matematik.Af matematik, som gymnasieelever stifter bekendtskab med, skabes i denne periode logaritmerne (Napier(155o-1617)) for at tilfredsstille astronomiens behov for lettelser i regneteknikken.

I løbet af det 17. og 18. århundrede udvikledes store dele af den matematik, som gymnasieelever lærer i dag.Det gælder bl.a den analytiske geometri,infinitesimalregning og sandsynligheds-regningen (kombinatorik).

Den analytiske geometri udvikledes bl.a. på baggrund af den græske matematik og specielt havde Decartes[1] (1596-165o) opfindelse af koordinatsystemet en græsk forløber, idet Apollonius i forbindelse med beskrivelse af keglesnitskurver havde benyttet sig af en form for koordinater.Decartes og andre matematikere i det 17. århundrede systematiserede med den analytiske geometri forbindelsen mellem algebra og geometri, hvorved det blev muligt at fremsætte kvantitative udsagn om plangeometriens indhold og at betragte geometrien af løsningsmængder (kurver) til forskellige algebraiske ligninger.Fermat (16o1-1665) bidrog til den analytiske geometri ved bl.a. at opfinde en metode til bestemmelse af maximum og minimum for algebraiske kurver.Denne metode bestod i at lade variablen i simple algebraiske ligninger foretage små ændringer og derefter lade ændringerne forsvinde.Kurveundersøgelse v.h.a. deres ligninger forekommer dog først i større omfang i Eulers "Introductio" fra 1748.

Infinitesimalregningen blev grundlagt omkring 167o af Newton og Leibniz.Foruden den begyndende analytiske geometri var også den græske geometris metoder en væsentlig inspirationskilde for udviklingen af infinitesimalregningen.Desuden havde regning med uendeligt små størrelser været behandlet af tidligere matematikere bl.a. Leonardo da Vinci (1452-1519),Galilei (1564-1642) Kepler (1571-163o) og, som nævnt ovenfor,Fermat.Newton og Leibniz' fortjeneste bestod især i at de formulerede en præcis teori for infinitesimalestørrelser og viste dens anvendelsesmuligheder i forbindelse med fysikken.Væsentlige bidrag til udviklingen af infinitesimalregning kom fra bl.a. Weierstrass (1815-1897), der indførte ε-δ -definitionen for grænseværdier,Cauchy (1789-1857), der definerede integral v.h.a. over-og undersummer,Riemann (1826-1866), der indførte begrebet stamfunktion og som studerede integration over intervaller.

Sandsynlighedsregning/kombinatorik blev grundlagt af Fermat og Pascal(1623-1662). I modsætning til den analytiske geometri og infinitesimalregningen var sandsynlighedsregningen/kombinatorik en helt ny gren af matematikken. Interessen for sandsynligheder havde nær tilknytning til forsikringsbranchens udvikling, men det var et spørgsmål om hasardspild med kort og terninger, der primært stimulerede Fermats og Pascals interesse for sandsynlighedsregning. Yderligere bidrag til sandsynlighedsregningen kom fra bl.a. Leibniz(bl.a. permutationer og kombinationer), Jacob Bernoulli(bl.a. binomialfordelingen) og de Moivre(bl.a. normalfordelingen)
Ud over analytisk geometri og sandsynlighedsregning/kombinatorik fremkom i det 17. og 18. århundrede en mængde resultater. Af dem gymnasieelever stifter bekendtskab med, skal nævnes induktionsprincippet(Pascal), udarbejdelsen af den nuværende trigonometri(Euler) og en mere klar forståelse af funktionsbegrebet.
Gruppeteorien og lineær algebra grundlægges i begyndelsen af det 19. århundrede og færdigudvikles i slutningen af samme århundrede.

Med udgangspunkt i sandsynlighedsregning/kombinatorik udvikles statistikken i løbet af det 19. og 2o. århundrede. Af faktorer, der indvirker på denne udvikling kan nævnes studiet af målefejl inden for bl.a. fysik og astronomi (især perioden 18oo-185o), undersøgelser af arvelighedslæren og andre biologiske fænomener (især perioden 185o-19oo), anvendelsen af statistiske metoder inden for produktionen bl.a. i landbruget og i den kemiske produktion. Blandt bidragyderne til udviklingen af statistikken er bl.a. K. Pearson (bl.a. χ^2-test), Gosset (bl.a. t-test), Fischer (bl.a. stikprøveteori, estimation og hypotesetest) og Kolmogoroy (bl.a. axiomatisering af sandsynlighedsregning

Mængdelæren blev grundlagt i sidste halvdel ad det 19. hundrede. Baggrunden herfor var især et internt matematisk behov for en systematisering af de mange matematiske resultater der blev skabt i løbet af det 17-18 og19 århundrede. Tilfredsstillelsen af dette behov var dog påvirket af både indre og ydre faktorer, f.eks. kan nævnes at Cantors arbejder (se nedenfor) udsprang af hans studier af trignometriske rækker. Disse studier havde et teknisk sigte. Blandt de første bidrag til mængdelæren var Booles "The laws of thoughts" (1854) hvori de formelle logiske love blev gjort til genstand for beregninger. I årene 1873-97 publiserede Cantor en række arbejder, der vakte stor opsigt i matematiske kredse især p.g.a. den hyppige brug af begrebet uendelige mængder d.v.s. en "lukket klump" bestående af uendelig mange elementer. Dette begreb havde hidtil ikke været anerkendt og Cantors teori blev derfor i første omgang afvist af de fleste af datidens matematikere. Men Cantors teori gav løfter om en samling af hele det matematiske område under én gren og Dedekind viste i "Was sind und was sollen die Zahlen" (1888) at de naturlige tal kan udledes af de fundamentale principper i mængdelæren. Cantors teori blev som følge heraf hurtigt accepteret.

I årene 1895-191o opdagedes imidlertid en række paradoxer, som i det væsentlige var af to typer: 1. logiske paradoxer knyttet til brugen af uendelige mængder og 2. semantiske paradoxer knyttet til tvetydigheder i det matematiske sprog. De semantiske paradoxer løstes af Zermelo, Skolem og Fraenkel ved simpelthen at forbyde udsagn, der ikke kunne formuleres udelukkende v.h.a. matematiske symboler. De logiske paradoxer førte derimod til en opsplitning af det matematiske samfund i skoler, som hver havde deres bud på løsningen af de logiske paradoxer. Blandt disse skoler var bl.a. Intuitonisterne, der forsøgte at opbygge matematikken på et intuitivt mere direkte og konstruktivt grundlag, og den axiomatiske skole, der valgte at betragte matematiske sætninger som deducerede konsekvenser af axiomer, hvis gyldighed antages. Selvom begge skoler eksisterer i dag (og iøvrigt også andre skoler) bekender langt de fleste matematikere sig til den axiomatiske skole. Det lykkedes begge skoler at løse de paradoxer, der var årsag til krisen i det matematiske samfund, men nye paradoxer har siden vist sig inden for begge skolers matematik, flere af disse paradoxer er heller ikke løst i dag. Matematikudviklingen har dog siden grundlæggelsen af den axiomatiske skole været "normalvidenskabelig" og store dele af matematikken er blevet bragt på mængdelæreform. Hertil har især den franske Bourbaki-skole bidraget.

Benyttet litteratur: (1), (2), (3), (4), (7), (14), (17) Er matematik noget man opfinder eller noget man opdager ?

Vi vil i det følgende ved "man" forstå matematikere.Vi vil desuden ved en opfindelse forstå : menneskeskabte genstande eller teoretiske redskaber, hvis struktur og egenskaber ikke kan genfindes i den naturgivne virkelighed.Endelig vil vi ved opdagelse forstå: menneskelig erkendelse af naturgivne eller menneskeskabte forhold.

I følge disse definitioner på opfindelse/opdagelse er forskellen altså at opdagelse har karakter af "indblik i" mens opfindelse har karakter af "udnyttelse af indblik".Umiddelbart vil vi derfor betegne matematiske redskabers skabelsesproces, som en stadig vekselvirkning mellem opdagelse og opfindelse.
Sagen forekommer os dog ved nærmere eftertanke mere speget end som så.Hvis f.eks.axiomer og grundlæggende elementer for et matematisk område fremkommer ud fra en række observerede og spredte enkelttilfælde(inden-og uden for matematikken),hvis væsentlige egenskaber uddrages ved abstraktion, kan der ud fra vores definition af opdagelse/opfindelse m.h.t. axiomer og grundlæggende elementer på en gang være tale om opdagelse og opfindelse.Således vil vi betegne uddragelsen af væsentlige egenskaber (bl.a axiomer og grundelementer) ved de spredte enkelttilfælde, som erkendelse af naturgivne eller menneskeskabte forhold, altså som en opdagelse.Imidlertid kan de teoretiske redskaber, axiomer og grundelementer siges at fastlægge strukturer, som, forekommer det os, ikke nødvendigvis alle kan genfindes i den naturgivne virkelighed.Axiomer og grundelementer kan derfor også, i det mindste i nogle tilfælde, kaldes en opfindelse.Endvidere kan der være tale om at strukturer inden for et matematisk område på ét tidspunkt ikke har haft nogen kendt fortolkning i relation til den naturgivne virkelighed og så senere har vist sig at være sammenfaldende med strukturer et eller andet sted i den naturgivne virkelighed.I sådanne tilfælde vil man kunne tale om at matematik på et tidspunkt har karakter af opfindelse og at man på et senere tidspunkt har opdaget at denne opfindelse faktisk var en opdagelse.

Ud fra disse overvejelser vil vi svare at matematik har karakter af både opfindelse og opdagelse, i den betydning som vi har tillagt disse begreber, og at matematik ikke kan siges at være overvejende en opfindelse eller en opdagelse.

Hvordan opbygges et område af matematikken ?

Vi vil i det følgende skelne mellem den formelle form, hvori et område at matematikken fremtræder og den måde hvorpå et matematisk område historisk set er blevet opbygget.

Den formelle fremstilling

Ideelt set opbygges et område af matematikken ud fra en formel teori.En sådan teori tager udgangspunkt i et sæt axiomer og et sæt udefinerede grundelementer.Om de udefinerede grundelementer antages kun, hvad der udtrykkes i axiomerne.Matematiske sætninger og teoremer udledes, bevises, ud fra axiomerne.Nye elementer defineres ud fra grundelementerne eller tidligere definerede elementer.

Et matematisk område fremkommer (stadig ideelt set) ved dannelsen af en model af en formel teori d.v.s. man vælger som grundelementer nogle størrelser, der vedrører et bestemt domæne (f.eks. mængden af punkter i planen, mængden af reelle tal) og som opfylder axiomerne i den formelle teori.De sætninger og teoremer, der er bevist i den formelle teori kan ved denne fremgangsmåde overføres til samtlige af de matematiske områder, som er modeller af den formelle teori.Formelle teorier kan betragtes som det sidste led i opbygningen af matematiske områder og det er de færreste matematiske områder der har en korresponderende formel teori.

Normalt opbygges et område af matematikken langt mindre formelt.Således vil f.eks. nogle elementer i ét område ofte være hentet fra et andet, visse led i den formelle opbygning erstattes af mere intuitivt prægede ræsonnementer og store dele af det helt formelle sprog erstattes af mere dagligdags præget sprog.

Den historiske opbygning

Set i forhold til et matematisk områdes historiske tilblivelsesproces har den formelle fremstilling af et område karakter af efterrationalisering.De elementer, der historisk set har dannet udgangspunkt for opbygningen af området er en række ofte praktisk erfarede specialtilfælde af de sætninger, som senere kommer til at indgå i den formelle fremstilling af området.Ud fra sådanne specialtilfælde søger matematikere at generalisere maximalt d.v.s. de søger at finde nødvendige og tilstrækkelige betingelser, hvorunder det specielle altid gælder.Ved denne fremgangsmåde fremkommer en række sætninger, som tilsammen dækker alle de kendte specialtilfælde (plus evt.en hel række andre tilfælde) Disse sætninger forsøger matematikere herefter at knytte sammen d.v.s. de søger efter de præmisser (ofte færrest mulige) ud fra hvilke samtlige sætninger logisk kan udledes.Herved fremkommer axiomer og grundelementer for området.Ved opbygning af de formelle teorier søger man i store træk at afdække de præmisser ud fra hvilke strukturelt set ens områder kan udledes.

Er matematik en videnskab ? Hvis ja, om hvad ?

Vi vil i det følgende besvare dette spørgsmål ud fra følgende kriterier for videnskab:

1. Videnskab fremsætter påstande om et bestemt genstandsområde og præciserer gyldighedsområdet for påstandene

2. Videnskab fremsætter påstande, som principielt kan falsificeres

3. Videnskab opererer med et kriterium for sandheden af en given påstand

4. Videnskab klassificerer beslægtede fænomener i konsistente systemer

Kriterium 2 stammer fra Karl Popper(5).De øvrige kriterier er inspireret af (6), hvori Thomas Kuhn giver en karakteristik af videnskabelig arbejdsmåde og af (9), hvori Nagel giver en karakteristik af forskellen på videnskabelig og dagligdags erkendelse.

Vi vil ikke påstå at de 4 kriterier giver en fuldstændig karakteristik af videnskab, især fordi de ikke vedrører det sociale miljø, hvori videnskab udvikles og dette miljøs samspil med det omgivende samfund.Vi anser imidlertid de 4 kriterier for at være anvendelige til at afgrænse videnskab fra bl.a. dagligdags erkendelse, ideologi, spil, kunst og religion.

Kriterium 1 anses for at være opfyldt for matematiks vedkommende, idet vi her vil pege på, at matematiske sætninger er formuleret: hvis det og det gælder (svarende til gyldighedsområdet) så gælder det og det (svarende til påstanden)Vi vil dog understrege at præcisering af gyldighedsområdet og iøvrigt alle de nævnte kriterier i matematik har en væsentlig anden betydning end i andre videnskaber f.eks. fysik, kemi, biologi, samfundsvidenskab og historie.Denne forskel beror på matematikkens specielle genstandsområde, som vi vil vende tilbage til i forbindelse med spørgsmålet:"hvad er matematik en videnskab om?"

Kriterium 2(videnskab fremsætter påstande,som principielt kan falsificeres) betyder,at det vil være principielt muligt at angive omstændigheder,der ville kunne afkræfte påstanden.F.eks. er påstanden "alle svaner er hvide" videnskabelig efter dette kriterium,idet påstanden ville kunne afkræftes,ved at man fandt en sort svane.Derimod er følgende påstande ikke videnskabelige efter dette kriterium:"Gud eksisterer","Profitraten har en faldende tendens".For disse påstande kan ikke angives omstændigheder, der ville kunne afkræfte påstandene.

Vi vil understrege at kriteriet ikke udtaler sig om hvorvidt en given påstand er sand eller falsk, men snarere om påstanden er frugtbar m.h.t. at inspirere til videnskabelig forskning.

Kriteriet er altid opfyldt i matematik, fordi matematiske påstande generelt kan afkræftes ved at man giver et modeksempel.

Kriterium 3(videnskab opererer med et kriterium for sandheden af en given påstand) er ligeledes opfyldt m.h.t. matematik.Det Sandhedskriterium,der her opereres med er"beviset".Et matematisk bevis består i at argumentere logisk for, at en given matematisk sætnings påstand er opfyldt hvis (og eventuelt kun hvis) sætningens præmisser er opfyldt.Et matematisk bevis ligner sandhedskriteriet i andre videnskaber, konfrontationen mellem påstand og virkelighed v.h.a. eksperimenter, i den forstand at et matematisk bevis i praksis fremkommer som resultat af en konfrontation mellem den matematisk påstand og det matematiske genstandsområde.En matematisk sætning fremkommer normalt ved at en matematiker i en række eksempler har opdaget at et bestemt fællestræk optræder.Han vil derefter, ved at opstille hypoteser om dette fællestræk, forsøge at afdække de nødvendige og tilstrækkelige betingelser for at dette fællestræk optræder.Den endelige sætning og beviset for den fremkommer som slutproduktet af denne arbejdsprocedure.Konfrontationen mellem påstand og og det matematiske genstandsområde er altså ikke i matematik noget kriterium,der afgør om påstanden er sand,men snarere en arbejdsmåde,der er forudsætningen for at man eventuelt kan opfylde det matematiske sandhedskriterium,nemlig at give et bevis for påstanden.

Kriterium 4 (videnskab klassificerer beslægtede fænomener i konsistente systemer) kan m.h.t. matematik siges at være opfyldt i den forstand, at matematikken består af forskellige mere eller mindre axiomatiserede områder, inden for hvilke de matematiske påstande ikke indbyrdes er i strid med hinanden. For visse matematiske områder findes der bevis for, at området er konsistent.

De beslægtede fænomener inden for matematiske områder kan m.h.t. matematikkens interne genstande f.eks. være størrelser og relationer, der vedrører et bestemt domæne (f.eks. mængden af reelle tal, mængden af punkter i planen) eller kvalitativt beslægtede fænomener som i f.eks. topologi. M.h.t. et matematisk områdes eksterne genstande kan de beslægtede fænomener siges at være objekter og relationer mellem objekter, hvis struktur kan repræsenteres ved samme struktur som det matematiske områdes.

Vi vil ud fra de fire nævnte kriterier for videnskab konkludere at matematik er en videnskab.

Hvad er matematik en videnskab om ?

Vi vil i det følgende kort uddybe ovennævnte bemærkninger om matematikkens interne og eksterne genstande.

Matematikkens interne genstandsområde

Som nævnt udgøres en del af matematikkens interne genstandsområde af størrelser, relationer og strukturer, som har en bestemt fortolkning i forhold til et bestemt domæne. Hermed fastlægges hvad man kunne kalde grundstrukturer for matematikkens interne genstandsområde (f.eks. talteori, geometri og infinitesimalregning). Disse grundstrukturer gøres i matematikken til genstand for yderligere generaliseringer i de formelle teorier og herved fastlægges hvad man kunne kalde hovedstrukturer for matematikkens interne genstandsområde. Samlet kan matematikkens interne genstandsområde siges at være fastlagt ved de axiomer, som matematikken opererer med, og en mere detaljeret undersøgelse af matematikkens interne (og eksterne) genstandsområde vil derfor kræve en nøjere analyse af disse axiomers karakter. En sådan analyse vil det dog føre for vidt at begive sig ud i i denne sammenhæng. Vi vil dog nævne at axiomerne for en stor dels vedkommende er fastlagt så des, at de kan repræsentere størrelser og strukturer, der eksisterer et eller andet sted i virkeligheden.

Matematikkens eksterne genstandsområde

Genstandsområdet for de fleste vide[illegible] kan groft opdel[illegible] i følgende kategorier:

1. objekter, fænomener og lovmæssigheder i naturen. De[illegible] er genstandsområdet for naturvidenskaber som f.eks. [illegible]sik, kemi, biologi og astronomi

2. fænomener og lovmæssigheder i [illegible] menneskelige sam[illegible] Dette er genstandsområdet for [illegible] samfundsvidens[illegible] historie og økonomi

3. fænomener og lovmæssigheder i den menneskelige [illegible] delse. Dette er genstandsområdet for f.eks. filosofi, psykologi og logik

De nævnte videnskaber kan siges at fo[illegible] på hver deres [illegible]cielle delområde af virkeligheden og at studere kvalitati[illegible] kvantitative forhold inden for disse delområder. Til forskel disse andre videnskaber beskæftiger matematik sig især, me[illegible] udelukkende, med den kvantitative side af virkeligheden [illegible] strukturer inden for alle de nævnte genstandsområder. Man kan således ikke placere matematikkens eksterne genstandsområde [illegible] den for en bestemt af ovennævnte kategorier, fordi det går [illegible] tværs af disse kategorier, hvilket også kan illustreres ve[illegible] matematik anvendes til beskrivelse af forhold inden for alle tre kategorier f.eks. fysik, økonomi og psykologi.

Vores bud på hvilke forhold i [illegible]heden matematikken vedrører er, at det især drejer sig [illegible] fænomeners udvikling i tid og rum.

<u>Hvis vi skulle forklare en udenforstående hvad matematik er, hvad ville vi så svare ?</u>

Det svar vi i en given situation ville give på dette spørgsmål ville naturligvis afhænge meget af hvem der spurgte.Det følgende skal opfattes som et bud på, hvad vi ville svare en "gennemsnitsdansker" med 7 års skolegang som baggrund.
Matematik er(bl.a)et nyttigt redskab,som bruges til problemløsning.Når matematik bruges til at løse problemer(f.eks.at besvare spørgsmålet "hvor stort er Danmarks betalingsbalanceunderskud i 1985?")antages visse størrelser(f.eks.det nuværende betalingsbalanceunderskud og bruttonationalprodukt) at være væsentlige i forhold til problemet og visse relationer antages at gælde mellem disse størrelser.V.h.a. matematik er man derefter i stand til at drage konklusioner ud fra de antagelser man har gjort om problemet, og man kan således give et svar på det problem man ønskede løst.De problemer matematik oftest bruges på vedrører tal og størrelser, men matematik kan også bruges på andre problemtyper.

Når man bruger matematik til problemløsning er det første skridt altid at tage stilling til, hvad man anser for væsentligt m.h.t problemet.Det man mener er uvæsentligt ser man helt bort fra.Det man anser for væsentligt i forhold til problemet, præmisserne for problemløsningen, oversætter man derefter til det sprog som matematik benytter sig af.Til forskel fra almindeligt talesprog kræver man i det sprog som matematikken bruger, at præmisserne for en problemløsning er udtrykkeligt formuleret.Desuden er "ordene" bl.a tal, størrelser og relationer entydigt defineret i forhold til de sammenhænge som problemet vedrører.Endelig kræver man i det sprog, som matematikken benytter, at argumentationen (beviser) er strengt logisk.En fordel ved det sprog, som matematik benytter er at man er i stand til at holde styr på de antagelser man har gjort om det problem man ønsker at løse.Man er f.eks. sikret imod at slutte i ring.Problemstillingen bliver på denne måde mere gennemskuelig (for dem, der kan matematik).En anden fordel ved det sprog,som matematikken benytter er, at matematikere i dette sprog har formuleret hvilke standardkonklusioner man altid kan drage når bestemte typer præmisser foreligger.Normalt vil de præmisser, som man har antaget er væsentlige for et problems løsning, svare til nogle af de præmisser, som matematikere har lavet standardkonklusioner til.Disse konklusioner kan man derfor direkte bruge til problemets løsning.Det sidste skridt i matematisk problemløsning består i at oversætte problemløsningen fra det sprog, som matematikken benytter til dagligdagssprog og at afprøve (hvis man kan) om løsningen fungerer i praksis.Gør den ikke det er det næsten altid fordi man i præmisserne for problemløsningen har set bort fra forhold som er væsentlige i forhold til problemet.Man vil derfor i en sådan situation forsøge at antage nye præmisser, som man tror er bedre end de forrige.

Alt ialt er matematik et redskab, som bruges til problemløsning.Når man bruger matematik støvsuger man først problemstillingen for uvæsentlige detaljer og koncentrerer sig om det væsentlige i problemstillingen.Derefter bringer man problemstillingen på en mere gennemskuelig form ved at oversætte de vigtige elementer i problemstillingen til det sprog, som matematikken benytter. Endelig løser man problemet ved at benytte de standardkonklusioner, som matematik har at tilbyde og oversætter disse konklusioner tilbage til dagligdags sprog .

IV.o 2. G´ernes matematikopfattelse

I det følgende afsnit følger et resumé og en analyse af de elevsvar som er gengivet i rapportens anden del.

IV. 1 Resumé af elevernes svar på vore spørgsmål

Spørgsmål 1: "Hvorfor tror I der undervises i matematik i gymnasiet ?"

Sproglig gren

De fleste elever mener, at der undervises i matematik for at give eleverne almen dannelse og/eller at det foregår af hensyn til videreuddannelser. Enkelte elever mener matematikundervisningen foregår af hensyn til andre fag og for at træne eleverne i logisk tankegang. Flere elever har svært ved at finde begrundelser for at sproglige skal lære matematik.

Samfundsfaglig gren

Der er bred enighed om at man lærer matematik af hensyn til videre uddannelser, nogle nævner her at det er et krav fra erhvervslivet og uddannelsesinstitutioner. Mange elever nævner desuden begrundelserne: opøvelse af logisk tankegang og almendannelse. Enkelte elever nævner at man lærer matematik af hensyn til andre fag.

Naturfaglig gren

Der er bred enighed om at man lærer matematik af hensyn til videre uddannelser og af hensyn til andre fag (her nævnes fysik, biologi og kemi). Mange elever nævner desuden at matematikundervisningen skal bidrage til opøvelse af logisk tankegang og/eller at matematik skal bidrage til elevernes almene dannelse.

Matematisk-fysisk gren

Der er bred enighed om at man lærer matematik af hensyn til videre uddannelser og af hensyn til andre fag (her nævnes især fysik). Mange elever nævner desuden, at matematik skal bidrage til at opøve logisk tankegang/udvikle fantasi. Enkelte elever mener, at matematikundervisningen skal bidrage til elevernes almene dannelse

Spørgsmål 2: "Synes I at der bør undervises i matematik på jeres gren ?"

Sproglig gren

Langt hovedparten synes ikke at der bør undervises i matematik på denne gren, eller at det i det mindste burde være valgfrit. Begrundelserne er især, at man ikke kan se hvad det skal bruges til, og at man ikke kan finde ud af det.Enkelte elever finder, at der bør undervises i matematik for sproglige, fordi man kunne få brug for det senere, men der peges ofte på, at det så burde foregå på en anden måde end nu, bl.a. foreslås matematik integreret i andre fag.

Samfundsfaglig gren

Praktisk taget alle (men altså med enkelte undtagelser) finder, at der bør undervises i matematik på denne gren, mange med det argument, at den hører under matematiklinien.De fleste elever finder begrundelserne i at matematik kan/skal bruges til noget i andre fag, fortrinsvis samfundsfag, men adskillige synes at brugbarheden udebliver.Mange elever anfører at matematik fylder for meget og godt kunne skæres ned.

Naturfaglig gren

Alle uden undtagelse svarer ja, adskillige med det argument, at grenen hører under matematiklinien.Der er udbredt tilslutning til at matematik er et nødvendigt redskab i andre fag, hvor især biologi og fysik nævnes.Enkelte elever efterlyser mere relevans og mindre omfang, men hovedindstillingen er positiv.

Matematisk-fysisk gren

Alle svarer prompte ja til spørgsmålet og langt de fleste begrunder det med nødvendigheden for de naturvidenskablige fag, først og fremmest fysik, dernæst kemi.Desuden lægges vægt på det studieforberedende samt på selvfølgeligheden af at have matematik på en matematisk-fysisk gren.

Spørgsmål 3: "Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?"

Sproglig gren

Meningerne er delte. Nogle finder, at det vil blive for rodet at gennemføre en undervisning i matematiske emner alene inden for andre fag, og at det vil blive for besværligt at finde en naturlig plads til det, især for nysproglige. Andre så gerne, at matematikundervisningen blev givet som en del af andre fag, og peger her på samfundsfag. Der henvises her især til, at det ville lette forståelsen og at anvendeligheden ville komme i centrum.

Samfundsfaglig gren

En overvejende del afviser idéen om at gennemføre matematikundervisningen alene inden for andre fag; det vil gøre matematikken uoverskuelig og springende. Et stort mindretal er stemt for idéen. Flere anfører, at tværfagligt samarbejde er en brugbar løsning på problemet.

Naturfaglig gren

Ideén vinder kun genklang hos et lille mindretal. De fleste tror at det vil gå ud over sammenhængen og omfanget og skabe problemer for de fag, hvori matematikundervisningen i givet fald skulle foregå, og at det ville give koordinationsvanskeligheder. Det mindretal, der går ind for ideén, lægger vægt på at matematikkens anvendelighed kom i centrum.

Matematisk-fysisk gren

Ideén vinder kun genklang hos et lille mindretal, der især lægger vægt på matematikkens relationer til fysik. Flertallet afviser ordningen med den begrundelse, at det ville gå ud over matematikkens opbygning og sammenhæng, og at det ville skabe huller i baggrunden.

Spørgsmål 4: "Har den undervisning I modtager umiddelbar interesse ?"

Sproglig gren

Langt de fleste svarer klart nej til spørgsmålet, først og fremmest med henvisning til den manglende synlige anvendelighed af det der læres.Enkelte finder undervisningen i timerne underholdende, men ønsker ikke at investere noget videre hjemmearbejde i faget.

Samfundsfaglig gren

Meningerne er delte.Mange synes, at noget af matematikken er interessant på grund af dens tilknytning til andre fag, først og fremmest samfundsfag, for nogle er den også spændende i sig selv (sandsynlighedsregning nævnes et par gange).Andre synes at faget rummer mange helt irrelevante elementer.

Naturfaglig gren

En overvejende del finder, at i det omfang matematikken udviser betydning for arbejdet med andre fag, har den interesse, men at der er en del irrelevant stof.Et par stykker karakteriserer undervisningen som spændende.Et lille mindretal finder hovedparten af undervisningen irrelevant.

Matematisk-fysisk gren

Den langt overvejende del finder, at matematikundervisningen kun sjældent har umiddelbar interesse, og når det endelig sker er det især, når den kan bruges i andre fag.Undervisningen karakteriseres af mange som alt for teoretisk, og praktiske anvendelser og begrundelser efterlyses.Enkelte synes, at undervisningen nu og da kan være spændende (oplevelser med opgaveregning nævnes).

Spørgsmål 5: "Skal det der undervises i have umiddelbar interesse for eleverne ?"

Sproglig gren

Meningerne er delte.Nogle mener, at det er nødvendigt, eller i hvert fald ønskeligt, at det der undervises i har umiddelbar interesse.Andre stiller ikke dette krav, men anskuer f.eks. matematikken på linje med oldtidskundskab, eller henviser til fagets evne til at træne den logiske sans.

Samfundsfaglig gren

Den langt overvejende del finder det nødvendigt, eller i hvert fald ønskeligt, at det der undervises i har umiddelbar interesse, eller at der bliver givet begrundelser for, hvorfor man skal lære det.Som argument herfor henviser mange til indlæringshensyn.Et lille mindretal vil ikke kræve, at det der undervises i har elevernes umiddelbare interesse.

Naturfaglig gren

Den langt overvejende del finder det nødvendigt, eller i hvert fald ønskeligt, at det der undervises i har umiddelbar interesse. Som argument herfor henviser mange til indlæringshensyn.Et lille mindretal vil ikke kræve, at det der undervises i har elevernes umiddelbare interesse, bl.a. med henvisning til forskelligheden i elevernes interesser.

Matematisk-fysisk gren

En overvejende del finder det nødvendigt, eller i hvert fald ønskeligt, at det der undervises i har elevernes umiddelbare interesse, eller at det bliver begrundet, hvorfor man skal lære det.Som argument herfor henviser mange til indlæringshensyn.Et mindretal vil ikke kræve, at det der undervises i har elevernes umiddelbare interesse.Nogle henviser her til at det godt kan være relevant at lære noget, man ikke umiddelbart finder interessant, andre til at ikke alle elever har samme interesser.

Spørgsmål 6: "På hvilke punkter vil I have undervisningen ændret ?"

Sproglig gren

Mange ønsker at matematikundervisningen var mere praksisrettet og mindre teoretisk.Hvad angår undervisningsformer er der ikke klare forslag, men jævn tilfredshed med de nuværende tilstande. Ellers fremsættes et par enkeltstående forslag til detaljer.

Samfundsfaglig gren

Mange ønsker praksisrettethed og anvendelser styrket i undervisningen.Andre efterlyser færre centralt fastsatte pensumbindinger, så man kan forfølge interessante ting, der dukker op.Nogle ønsker mindre eksamensrettethed.Bortset fra ønsker om mere gruppearbejde fremsættes ingen klare forslag angående undervisningsformer, der er stort set tilfredshed med de nuværende tilstande. Ellers fremsættes et par enkeltstående forslag til detaljer.

Naturfaglig gren

Meget spredte reaktioner uden ret mange klare tendenser.Mange er dog meget negativt stemt over for beviser i undervisningen.Andre efterlyser koordination mellem matematik og andre fag.Ellers fremsættes en del forslag angående detaljer.

Matematisk-fysisk gren

Mange efterlyser eksempler, anvendelser og begrundelser i forbindelse med stoffet.Andre synes,at der lægges for megen vægt på beviser.Adskillige finder undervisningen kedelig og for lærer-/tavlecentreret, og ønsker mere gruppearbejde.Pensum forekommer mange for stort i forhold til timetallet.Nogle er i det store hele tilfredse med undervisningen, men ellers fornemmes en udbredt mistrøstighed.Et par enkeltstående forslag til detaljer fremsættes.

Spørgsmål 7: "Tror I, at matematik har større eller mindre betydning i dag end for loo år siden ?"

Sproglig gren

Praktisk taget alle mener, at matematikken har større betydning i dag end for loo år siden, og peger især på den tekniske udvikling og udviklingen i samfundet. Enkelte tror, at betydningen er stort set uændret, men at matematikken bruges af flere mennesker i dag og på et højere niveau end før.

Samfundsfaglig gren

Langt den overvejende del mener, at matematikken har større betydning i dag end for loo år siden og henviser dels til den tekniske udvikling og dels til at langt bredere og andre befolkningsgrupper i dag lærer og arbejder med matematik, fordi den spiller en rolle i mange sider af samfundslivet. Enkelte peger på at matematikkens større betydning i dag rummer en fare for manipulation med befolkningen. Nogle tror at matematikkens betydning er uændret, men at den bruges anderledes i dag end for loo år siden. En enkelt tror at matematikkens betydning er blevet mindsket.

Naturfaglig gren

Fuld enighed (på nær hos én) om at matematikken i dag har større betydning end for loo år siden, og om at matematikken er tilgængelig for og benyttes af en langt bredere befolkningsgruppe og i flere funktioner end før. Der henvises især til den tekniske og økonomiske udvikling af samfundet.

Matematisk-fysisk gren

Praktisk taget fuld enighed om at matematikken har større betydning i dag end for loo år siden, og om at matematikken er tilgængelig for og benyttes af en langt bredere befolkningsgruppe og i flere funktioner end før. Der henvises især til videre uddannelser og til ingeniørvidenskablige forhold (især bygningsteknologi, maskinkonstruktion og edb). Et par stykker tror, at matematikkens betydning er stort set uændret.

Spørgsmål 8: "Kender I nogle eksempler på at matematikken anvendes i samfundet ? Hvor ?"

Sproglig gren

Teknik og ingeniørvidenskab nævnes ofte og herunder:

byggeri, flykonstruktion, tømrere, murere, tekniske tegnere

Økonomi og offentlig statistik nævnes ofte og herunder:

prognoser, planlægning

I øvrigt nævnes:

lægevidenskab, landmåling . i landbruget, i virksomheder, psykologer, C-14-metoden, programmering

Samfundsfaglig gren

Teknik og ingeniørvidenskab nævnes ofte og herunder:

byggeri, værktøjsmagere, flykonstruktion, brobygning, elektronik

Økonomi, offentlig statistik og handel nævnes ofte og herunder:

banker, ministerier, prognoser, skatter

Iøvrigt nævnes:

i virksomheder (herunder: varekontrol,våbenudvikling) landmåling , biologi, fiskeri, havbiologi, edb, kemi, laboratoriearbejde, overalt

Naturfaglig gren

Teknik og ingeniørvidenskab nævnes ofte og herunder:

byggeri, arkitekter, elektronik, elektrikere, konstruktion, brobygning, atomkraftværker, murere, tømrere, laborenter

Økonomi og offentlig statistik nævnes ofte og herunder:

selvangivelser, banker, prognoser, revisorer

Iøvrigt nævnes:

i virksomheder (herunder: kvalitetskontrol), inden for al forskning, fysik, genetik, edb, landmåling, meningsmåling.

Matematisk-fysisk gren

Teknik og ingeniørvidenskab nævnes ofte og herunder:

bil-og flykonstruktion, elektronik, byggeri, arkitekter, møllebygning, brobygning, tømrere, laboranter

Økonomi, offentlig statistik og samfundsproblemer nævnes ofte og herunder:

prognoser, befolkningsudvikling, salg, handel, skat banker

Edb nævnes ofte

Iøvrigt nævnes:

i virksomheder (og herunder: placering af fabrikker), apotekere, landmåling lægevidenskab, forsikring, meteorologi, økologi

Spørgsmål 9: "Hvad kan I bruge matematikken til ?"

Sproglig gren

En overvejende del kan ikke i deres nuværende situation bruge matematik til noget, heller ikke inden for andre fag.Kun én har nogensinde brugt matematik i dagligdagen.En del giver udtryk for, at det til senere brug kan være godt at kunne lidt matematik, bl.a. af hensyn til videre uddannelse og "for at kunne følge med"

Samfundsfaglig gren

Nogle nævner at de bruger matematik i andre fag og peger her især på fysik.Andre mener at det kan bruges i visse videre uddannelser.Der er fuld enighed om at matematik ikke bruges i dagligdagen uden for skolen, selv om nogle peger på muligheden af at det sker ubevidst.Ingen angav at have brugt matematik uden for skolen.En enkelt finder, at matematik udvikler den logiske sans.Den gennemgående fornemmelse er vanskelighed ved at udpege steder, hvor matematikken bruges af de pågældende.

Naturfaglig gren

Fire grupper fik ikke stillet spørgsmålet.

Svarene falder meget spredt og er præget af besvær med at angive steder, hvor de pågældende anvender matematikken.Praktisk taget ingen angav at have brugt matematik (bortset fra regning) i dagligdagen uden for skolen, selv om nogle nævner muligheden for at det sker ubevidst.Nogle nævner at de har brugt matematik i andre fag (biologi).Et par stykker peger på brugen i videre uddannelser.

Matematisk-fysisk gren

Fire grupper fik ikke stillet spørgsmålet.

De fleste havde stort besvær med at pege på områder, hvor de bruger matematik.Mange svarer at de ikke bruger det til noget.Nogle anfører at bruge det i andre fag (fysik og geografi).Nogle forventer at få brug for matematik ved videre uddannelser og jobs. Kun én har brugt matematik i dagligdagen uden for skolen.

Spørgsmål lo: "Hvordan forestiller I jer, at den matematik der står i jeres lærebog er blevet skabt ?"

Sproglig gren
Forestillingerne og svarene angående dette spørgsmål er meget diffuse.De fleste synes at finde, at matematikken er blevet skabt som svar på problemer uden for matematikken selv; byggeri, navigation og naturforståelse nævnes.Andre tror, at en del af matematikken er blevet skabt ved tilfældigheder.Et par stykker angiver nysgerrighed som drivkraft bag skabelsen af matematik. Nogle fremhæver matematikken som et middel til forenkling og sammenfatning af spredte og adskilte iagttagelser.

Samfundsfaglig gren
Forestillingerne og svarene angående dette spørgsmål er meget diffuse.De fleste tror, at matematikken er skabt som svar på problemer uden for matematikken selv; praktiske problemer fra dagligdagen og fra fysik og astronomi nævnes især.Flere angiver i den forbindelse matematikkens rolle som værende at tage stilling til hypoteser om lovmæssigheder.Et par stykker tror at dele af matematikken er blevet skabt ved tilfældigheder.Nogle tror at der foregår en vekselvirkning mellem ydre behov og indre teoriudvikling, med de ydre behov som igangsættende.Ud over ydre behov anføres nysgerrighed og undren som de vigtigste drivkræfter for skabelsen af matematikken.Enkelte anfører at matematikken stadig forbedrer svarene på gamle problemer.

Naturfaglig gren
Forestillingerne og svarene angående dette spørgsmål er meget diffuse.Langt de fleste tror, at matematikken er skabt som svar på problemer uden for matematikken selv; praktiske problemer fra dagligdagen og fra fysikken nævnes.Et par stykker tror, at dele af matematikken er blevet skabt ved tilfældigheder.Nogle angiver nysgerrighed og lyst som drivkraft for skabelsen af matematik.Et par stykker fremhæver matematikkens skabelse som en lang fortsat udvikling.

Matematisk-fysisk gren
Forestillingerne og svarene angående dette spørgsmål er yderst diffuse.Et flertal synes at tro at matematikken hovedsagelig er

skabt som svar på problemer uden for matematikken selv, først og fremmest inden for fysikken.Flere tror at dele af matematikken er blevet skabt ved tilfældigheder og puslen med størrelser og formler.Flere angiver nysgerrighed og interesse for at forklare observerede fænomener som en vigtig drivkraft for skabelsen af matematik.Adskillige henviser til grækerne.En enkelt anfører at matematik er et tankespind, som har vist sig at have en vis forbindelse med og brugbarhed overfor omverdenen.

Spørgsmål 11: "Hvornår tror I den matematik I lærer, er blevet skabt ?"

Sproglig gren
Der hersker stor tvivlrådighed og uklarhed angående spørgsmålet, og der er store variationer i forslagene til svar, fra at hovedparten af stoffet er 1ooo-2ooo år gammelt til at det er skabt inden for de sidste 25 år.Der dog en tendens til at tro, at en stor del af stoffet er mellem 5o og 2oo år gammelt.Et par stykker tror, at infinitesimalregningen er 25-50 år gammel mens nogle tror, at den er et par tusinde år gammel.

Samfundsfaglig gren
Der hersker stor tvivlrådighed og uklarhed angående spørgsmålet, og der er store variationer i forslagene til svar, fra at hovedparten af stoffet er 4ooo-5ooo år gammelt til at det er skabt inden for de sidste 2o-3o år.De fleste synes at være af den opfattelse, at noget af stoffet er fra antikken, mens andet er 1oo-3oo år gammelt.En har indtryk af at differentialregningen er mindre end 5o år gammel.

Naturfaglig gren
Der hersker en vis tvivlrådighed og uklarhed angående spørgsmålet og der er variationer i forslagene til svar.Der er dog en tendens til at tro, at hovedparten af stoffet er 1oo-3oo år gammelt, og at noget er meget ældre, mens andet er meget yngre. F.eks. tror én, at integration stammer fra det 2o. århundrede, én at differentialregning er 5o år gammel og én at infinitesimalregning er fra 15-16oo-tallet.

Matematisk-fysisk gren
Der hersker en vis tvivlrådighed og uklarhed angående spørgsmålet, og der er variationer i forslagene til svar, fra at hovedparten af stoffet er omkring 5oo år gammelt, til at hovedparten er fra dette århundrede.Der er dog en tendens til at anse tyngdepunktet for at ligge i perioden 15/16oo-19oo.Mange peger på, at noget stof går tilbage til grækerne, mens andet er fra vort århundrede.Mange ved at infinitesimalregningen stammer fra 16oo-17oo-tallet og nævner her Newton, men nogle tror at integralregning er fra omkring 2.verdenskrig, andre at differentialregningen går tilbage til grækerne.

Spørgsmål 12: "Er matematik noget man opdager, eller noget man opfinder ?"

Sproglig gren
Langt de fleste mener, at matematik er noget der opdages, mange med henvisning til at tingene findes i naturen.Nogle mener, at matematikken, eller i hvert fald dele af den, opfindes og peger her især på "de teoretiske sider" af den.

Samfundsfaglig gren
Spørgsmålet giver anledning til diskussion og uenighed.Mange mener, at matematikken er noget der opdages, ofte med henvisning til at tingene findes, før de opdages, lidt færre mener, at matematikken er noget der opfindes.Nogle mener, at begge elementer forekommer og flere angiver, at først kommer opdagelse og derefter opfindelse.

Naturfaglig gren
Spørgsmålet giver anledning til diskussion og uenighed.Mange mener, at matematik er noget der opdages, ofte med henvisning til at tingene findes i naturen før de opdages, lidt færre mener, at matematikken er noget der opfindes.Adskillige mener, at begge elementer forekommer.Flere angiver, at fysikkens love opdages, mens matematikken opfindes.Nogle nævner, at først kom opdagelse og derefter opfindelse.

Matematisk-fysisk gren
Spørgsmålet giver anledning til diskussion og uenighed.Mange mener at matematik er noget der opdages, ofte med henvisning til at tingene findes i naturen før de opdages, lidt færre mener, at matematikken er noget der opfindes.Adskillige mener, at begge elementer forekommer.Flere angiver, at fysikkens love opdages, mens matematikken opfindes.Nogle nævner, at først kom opdagelse og derefter opfindelse.

Spørgsmål 13: "Hvad tror I, at professionelle matematikere (på universiteter o.l.) foretager sig nu om dage ?"

Sproglig gren

Praktisk taget alle tror, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærebøger, beskæftiger sig med at forske i eller videreudvikle matematik, men der er stor usikkerhed over for hvad det vil sige.Nogle tror nærmest, at forskning i matematik består i at effektivisere, forenkle og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden, andre at det består i at behandle matematiske aspekter af problemer uden for matematikken selv (astronomi og fysik nævnes).Ingen kommer med forslag til hvad det vil sige at producere ny matematik.Et par stykker stiller sig tvivlende over for om noget sådant overhovedet kan foregå.

Samfundsfaglig gren

Langt de fleste tror, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærerbøger, beskæftiger sig med at forske i eller videreudvikle matematik, men der er stor usikkerhed over for hvad det vil sige.Mange tror dog, at forskning i matematik består i at forenkle, effektivisere og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden.Iden forbindelse er der flere der har svært ved at tro at der foregår produktion af egentlig ny matematik.Nogle antager, at matematikere, bl.a. på bestilling, foretager matematisk behandling af problemer uden for matematikken selv; problemer fra fysik, teknik og industri nævnes.Næsten ingen kommer med bud på hvad det vil sige at producere ny matematik.Et par stykker nævner at matematikere producerer nye formler og beviser.

Naturfaglig gren

Et flertal tror, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærerbøger, beskæftiger sig med at forske i eller videreudvikle matematik, men der er stor usikkerhed over for hvad det vil sige.Adskillige tror dog, at der især er tale om at effektivisere, forenkle og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden, og nye metoder til at behandle gamle problemer.I den forbindelse er der mange,der har svært ved at tro,at der foregår produktion af egentlig ny matematik.Nogle antager, at matematikere, bl.a. på bestilling, behandler problemstillinger uden for matematikken selv; problemer fra fysik og industri nævnes. Fra dem der tror, at matematikere producerer ny matematik foreligger næsten ingen konkrete bud på hvad det vil sige. Et par stykker nævner at matematikere producerer nye formler og beviser.

Matematisk-fysisk gren

Et flertal tror, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærerbøger, beskæftiger sig med at forske i eller videreudvikle matematik, men der er stor usikkerhed over for hvad det vil sige. Adskillige tror dog, at der især er tale om at forenkle, effektivisere og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden. I den forbindelse er der mange der finder det svært at tro, at der foregår produktion af egentlig ny matematik. Et par stykker antager, at noget ny matematik udvikles i tilknytning samarbejde med fysikere. Fra dem der tror, at matematikere producerer ny matematik, foreligger der næsten ingen konkrete bud på hvad det vil sige. Et par stykker nævner at matematikere producerer nye beviser og formler.

Spørgsmål 14: "Hvis I skulle forklare en udenforstående, hvad matematik er, hvad ville I så sige ?"

Sproglig gren

Spørgsmålet fremkalder betydelig rådvildhed, og kun få svar er konkrete.Flere hæfter sig ved, at matematik er regning med bogstaver i stedet for tal og " noget med ubekendte" og med formler.Nogle svarer at matematik er et middel til at beskrive virkeligheden ved hjælp af modeller.I den forbindelse har et par stykker hæftet sig ved at matematikken tilbyder generelle beskrivelsesmuligheder, til forskel fra beskrivelse ved eksempler.

Samfundsfaglig gren

Spørgsmålet fremkalder betydelig rådvildhed og ikke mange svar er konkrete.Flere ville forklare hvad matematik er, ved at give eksempler på hvad det kan bruges til (jordopmåling, fiskeri og aflæsning af tabeller og skemaer samt rentesregning nævnes).Andre svarer, at matematik er en form for udvidet regning, regning med bogstaver og ubekendte.Nogle ville sige, at matematik er logik.Et par stykker antyder, at det er umuligt at forklare hvad matematik er, det skal prøves.En enkelt vil sige at matematik er en arbejdsmetode.

Naturfaglig gren

Spørgsmålet fremkalder betydelig rådvildhed og ikke mange svar er konkrete.Mange svarer, at matematik er en form for udvidet regning, regning med bogstaver, ubekendte og ligninger.Andre ville svare, at matematik er et redskab og en metode til at foretage beskrivelser og beregninger vedrørende fænomener fra omverdenen.Et par stykker ville sige, at matematik er "logik med tal".Et par andre anser det for umuligt at forklare hvad matematik er.

Matematisk-fysisk gren

Spørgsmålet fremkalder stærk rådvildhed og kun meget få svar er konkrete.Mange svarer, at matematik er noget med tal og bogstaver og formler.Andre hæfter sig ved at matematik har med logik og orden at gøre.Nogle ville give eksempler (koordinatsystem, ligninger og integraler nævnes) for at forklare hvad matematik er.Enkelte ville fremhæve de spille-og legemæssige sider af ma- [illegible] Flere mener ikke at kunne forklare hvad matematik er.

Spørgsmål 15: "Kan I give en kort beskrivelse af, hvordan man opbygger et område af matematikken ?"

Sproglig gren

Tre grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
Spørgsmålet mødes med lang tavshed og stærk rådvildhed, og svarene er gennemgående meget upræcise.De fleste svar udtrykker, at man starter med noget simpelt, eventuelt eksempler, hvorefter man bygger videre på det.

Samfundsfaglig gren

To grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
Spørgsmålet mødes med lang tavshed og stærk rådvildhed, og svarene er gennemgående meget upræcise.I visse grupper kommer næsten ingen svar.De fleste svar udtrykker, at man starter med noget simpelt, hvorefter man bygger videre på det.Nogle er inde på at man prøver sig frem ved at fremsætte hypoteser.Andre nævner bevisets rolle i opbygningen.

Naturfaglig gren

Fire grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
Spørgsmålet mødes med stærk rådvildhed, og svarene er gennemgående meget upræcise.De fleste svarer, at man tager udgangspunkt i noget i forvejen kendt, hvorefter man bygger videre på det.Et par stykker nævner, at man starter med definitioner, hvorefter man fremsætter og beviser sætninger.

Matematisk-fysisk gren

Tre grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
Spørgsmålet mødes med stærk rådvildhed, og svarene er gennemgående upræcise.Næsten alle nævner, at man starter med noget simpelt, hvorefter man bygger videre på det.Mange nævner, at man starter med definitioner, hvorefter man går videre med sætninger som bevises, og eksempler.Flere er inde på at man fremsætter hypoteser om visse sammenhænge, og derefter søger at bevise disse hypoteser.

Spørgsmål 16: "Hvorfor beviser man matematiske sætninger ?"

Sproglig gren

Det svar som de fleste umiddelbart giver er, at hvis ikke sætningerne blev bevist, ville de bare være påstande, hvis rigtighed ikke var givet.På det uddybende spørgsmål om hvorfor der i matematik til forskel fra i andre fag kræves beviser for påstandene, svarer nogle, at matematik er noget uhångribeligt, hvor man ikke rigtig har noget at holde sig til.Andre hæfter sig ved, at i matematik er det muligt at gennemføre beviser mens dette ikke er muligt i andre fag, fordi der ofte kan være flere mulige standpunkter til samme sag.

Samfundsfaglig gren

Der er variation i svarene, som ikke alle er særlig klare.Nogle mener,at beviser tjener til at fremme forståelsen af,hvad der foregår.Andre mener at beviser har til opgave at overbevise om rigtigheden af fremsatte påstande.Et par stykker tror at beviser skal træne den logiske tankegang.På det uddybende spørgsmål om hvorfor der i matematik, til forskel fra i andre fag, kræves beviser for påstandene, svarer nogle, at i visse andre fag, f.eks. biologi, foregår eftervisningen ved hjælp af eksperimenter. Andre hæfter sig ved, at matematikken er entydig, til forskel fra andre fag, og at dette gør det muligt at gennemføre beviser.

Naturfaglig gren

Det svar de fleste umiddelbart giver, er at beviser for sætninger skal tjene til at skabe sikkerhed og begrundelser for de påstande, der fremsættes.Hvis sætningerne ikke blev bevist kunne man ikke være sikker på med rette at kunne bruge dem.Nogle mener, at beviser også har til formål at indøve logisk tankegang og matematisk metode.Der er delte meninger om, hvorvidt beviser kunne undværes i undervisningen.Nogle lægger vægt på at få begrundelser for påstandene, andre ville være tilfredse med at få resultaterne udleveret uden beviser.Flere tager afstand fra kravet om, at beviser skal kunnes til eksamen.

Matematisk-fysisk gren

Der er vidtgående enighed om, at beviser for sætninger tjener til at skabe sikkerhed og begrundelser for de påstande,der fremsættes.Hvis sætningerne ikke blev bevist kunne man ikke være sikker på med rette at kunne bruge dem.Mange fremhæver beviser som et middel til at styrke forståelsen.Nogle mener at beviser også har til formål at indøve logisk tankegang.På det uddybende spørgsmål om hvorfor der i matematik til forskel fra i andre fag kræves beviser for påstandene, svarer nogle, at i andre fag, f.eks. biologi, kan man se hvad der sker, det kan man ikke i matematik.Andre ser begrundelsen i, at matematik er et objektivt, entydigt fag, hvor der ikke er plads til flere standpunkter på samme sag.Et par stykker hæfter sig ved, at det er umuligt at gennemføre beviser i de fleste andre fag, f.eks. historie.

Alle på nær et par stykker er enige om nødvendigheden af beviser i undervisningen.Flere begrunder det med et behov for selv at kunne tage stilling til forelagte påstande.Flere tager afstand fra kravet om at beviser skal kunnes til eksamen.

Spørgsmål 17: "Er matematik en videnskab ? Om hvad ?"

Sproglig gren

Selv om spørgsmålet fremkalder tvivlrådighed, vil langt de fleste kalde matematik for en videnskab, nogle med det argument at når man forsker i matematik, må det være en videnskab.Et par stykker er usikre på, om matematik snarere end en videnskab bør kaldes et redskab.På det uddybende spørgsmål om hvad matematik i givet fald er en videnskab om, svares meget forskelligt. Der svares: "relationer mellem tal og størrelser","matematikken er en slags videnskab for de andre videnskaber".I flere grupper opnås ingen svar på det uddybende spørgsmål.

Samfundsfaglig gren

Selv om spørgsmålet fremkalder tvivlrådighed, vil langt de fleste kalde matematik for en videnskab, nogle med det argument. at når man forsker i matematik, må det være en videnskab.Nogle vil ikke kalde matematik for en videnskab, men snarere for et redskab.Et par stykker omtaler matematikken som noget alment, der står uden for de øvrige videnskaber.Flere er inde på, at matematikken ikke kan betragtes som en selvstændig videnskab, men kun i tilknytning til andre videnskaber.På det uddybende spørgsmål om hvad matematik i givet fald er en videnskab om, svares meget forskelligt.Der svares: "om tal","om længder og bredder", "om begreber","om størrelser og deres sammenhæng", "om den teoretiske baggrund for fysik, kemi, biologi o.s.v."

Naturfaglig gren

Selv om spørgsmålet fremkalder megen tvivlrådighed og en del diskussion, når de fleste frem til at ville kalde matematik for en videnskab.Nogle med det argument, at når nogen forsker i det,må det være en videnskab.Et par stykker nævner,at når fysikken, som matematikken knytter sig til, er en videnskab, må matematik også være det.Mange er inde på, at hvis matematikken er en videnskab, er den det på en anden måde end andre videnskaber, f.eks. fysik, kemi, biologi.I den forbindelse nævner et par stykker fraværet af beskrivende elementer i matematikken.Andre mener, at matematik ikke er en selvstændig videnskab, men kun i tilknytning til andre videnskaber.Flere vil ikke kalde matematik for en videnskab, men snarere et redskab eller et sprog.En enkelt ser nærmere matematik som et spil, på linje med skak.På det uddybende spørgsmål, om hvad matematik i givet fald er en videnskab om, svares meget forskelligt, især "om tal og relationer", "om sammenhænge mellem ting","om love i naturen".

Matematisk-fysisk gren

Selv om spørgsmålet fremkalder rådvildhed, vil langt de fleste kalde matematik for en videnskab, nogle med det argument, at når man forsker i den, og den udvikler sig, må den være en videnskab.Et par stykker mener, at når fysikken, som matematikken knytter sig til, er en videnskab, må matematikken også være det. Mange er inde på, at hvis matematik er en videnskab er den det på en anden måde end andre videnskaber, f.eks. astronomi, fysik og kemi.Nogle vil ikke kalde matematik for en videnskab, men snarere for et redskab, bl.a. for andre videnskaber.Et par stykker mener ikke, at matematik er en videnskab, i den udstrækning den er noget der opfindes, dertil skulle kræves at den opdages.På det uddybende spørgsmål om hvad matematik i givet fald er en videnskab om, svares meget forskelligt:"Cirkler, trekanter og deres sammenhænge","om matematiklovene","om tal og deres sammenhænge","om tal og formler","om proportioner".

Spørgsmål 18: "Kunne I finde på at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken ?"

Sproglig gren
De fleste svarer med forskellige grader af styrke, at de ikke ville gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken.Et par andre svarer, at de godt kunne forestille sig at gribe til matematiske hjælpemidler i dagligdagen eller i andre fag.Nogle tror at de ville bruge matematik til beregning af løn, skat m.v.

Samfundsfaglig gren
De fleste kan godt forestille sig at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken, også til dagligdags gøremål.Nogle giver dette svar uden forbehold, fra andre kommer det mere tøvende.Nogle tror ikke, at de ville gribe til matematiske hjælpemidler ved behandlingen af praktiske problemer.

Naturfaglig gren
Fem grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
Langt de fleste kan godt forestille sig at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken, også til dagligdags gøremål.Mange er inde på, at den matematik der så er tale om, nærmest er regning, og at brugen af den ofte sker ubevidst.Et par stykker tror ikke, at de ville gribe til matematiske hjælpemidler ved behandlingen af praktiske problemer.

Matematisk-fysisk gren
Syv grupper fik ikke stillet spørgsmålet.
Nogle kan godt forestille sig at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken, i hvert fald hvis det drejer sig om enkle problemer.Andre tror ikke, at de ville gribe til matematiske hjælpemidler ved behandlingen af praktiske problemer, mange med henvisning til, at det der læres ikke så nemt kan bruges.

Spørgsmål 19: "Vil det, I skal beskæftige jer med efter gymnasiet være valgt i forhold til, om det indeholder matematik eller ej ?"

Sproglig gren

Holdningerne er varierende.Mange erklærer at ville være afskrækket hvis en videre uddannelse eller profession indeholdt (for megen) matematik.Nogle anfører, at tilstedeværelsen af matematik i en videre uddannelse eller lignende ikke ville være afskrækkende; andre hensyn ville være afgørende.Et par stykker nævner i den forbindelse, at i så fald kunne man forbinde matematikken med noget konkret.Ingen tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik.

Samfundsfaglig gren

Flere holdninger forekommer, men langt de fleste tilkendegiver neutralitet over for tilstedeværelsen af matematik i en videre uddannelse eller lignende; andre hensyn ville være afgørende. Nogle erklærer sig afskrækket af en uddannelse med (for megen) matematik.Nogle tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik.Et par stykker ville ikke undvære matematik i en fremtidig uddannelse eller profession.

Naturfaglig gren

Flere holdninger forekommer, men langt de fleste tilkendegiver at være neutrale eller forsigtigt positive over for tilstedeværelsen af matematik i en videre uddannelse eller lignende; andre hensyn er vigtigere.Mange tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik.En del ville ikke undvære matematik i en fremtidig uddannelse eller profession, flere med henvisning til at det ville være mærkeligt efter så mange års beskæftigelse med faget.Et par stykker erklærer at ville være afskrækket af en fremtid med (for megen) matematik.

Matematisk-fysisk gren

Flere holdninger forekommer, men langt de fleste tilkendegiver at være neutrale over for tilstedeværelsen af matematik i en videre uddannelse eller lignende, andre hensyn er afgørende.Nogle erklærer sig afskrækket af en fremtid med (for megen) matematik.Et par stykker tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik.

IV.2 Spørgsmålsprofiler

I dette afsnit vil vi opsummere de vigtigste fællestræk i de fire grenes besvarelse af de enkelte spørgsmål. Vi vil desuden under overskriften særtræk nævne de svar, som er specielle for enkelte grene.

Spørgsmål 1: "Hvorfor tror I at der undervises i matematik i gymnasiet ?

Fællestræk: På alle grene nævnes begrundelserne: hensyn til videreuddannelser, hensyn til almendannelse, opøvelse af logisk tankegang og hensyn til brugen af matematik i andre fag.

Særtræk: Flere elever på den sproglige gren har svært ved at finde begrundelser for at sproglige skal lære matematik.

Spørgsmål 2: "Synes I at der bør undervises i matematik på jeres gren ?

Fællestræk: På de matematiske grene er der så godt som fuld enighed om at der bør undervises i matematik. Hovedbegrundelserne er her dels at det er en matematisk gren og dels at matematik er nødvendigt af hensyn til andre fag.

Særtræk: Langt hovedparten af eleverne på den sproglige gren mener ikke at der bør undervises i matematik på deres gren eller at matematik i det mindste burde være valgfrit.
Eleverne på den matematisk-fysiske gren nævner til forskel fra eleverne på de øvrige grene, at matematik er nødvendigt af hensyn til videreuddannelser.

Spørgsmål 3: "Kunne matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag ?

Fællestræk: Et flertal på hver af de tre matematiske grene afviser ideen Et fælles argument er, at det vil gå ud over matematikkens sammenhæng.Et mindretal på hver af de matematiske grene går ind for ideen især med henvisning til, at matematikkens anvendelse bl.a. i forbindelse med andre fag så ville komme i centrum.

Særtræk: På den sproglige gren er meningerne angående forslaget nogenlunde ligeligt fordelt mellem for og imod.

I modsætning til hvad der er tilfældet på de øvrige matematiske grene går et stort mindretal af eleverne på den samfundsfaglige gren ind for forslaget.

Spørgsmål 4: "Har den matematikundervisning I modtager umiddelbar interesse ?

Fællestræk: På de matematiske grene finder eleverne at matematikken især har interesse når den knyttes til andre fag. Mange elever kritiserer matematikundervisningen for at være alt for teoretisk og/eller for at mangle relevans.

Særtræk: Langt de fleste elever på den sproglige gren mener ikke at matematikken har umiddelbar interesse, og en overvejende del af eleverne på den matematisk-fysiske gren finder at matematikundervisningen kun sjældent har umiddelbar interesse.

Spørgsmål 5: "Skal det der undervises i have umiddelbar interesse for eleverne ?

Fællestræk: Et flertal på de matematiske grene finder det nødvendigt/ønskeligt at matematikundervisningen har umiddelbar interesse eller at der gives begrundelser for, hvorfor man skal lære det.Som argument herfor henviser mange elever på de matematiske grene til indlæringshensyn.Et mindretal på de matematiske grene vil ikke kræve, at undervisningen har umiddelbar interesse bl.a. med henvisning til forskelle i elevernes interesser.

Særtræk: På den sproglige gren er meningerne m.h.t. om undervisningen skal have umiddelbar interesse delte.

<u>Spørgsmål 6: "På hvilke punkter vil I have matematikundervisningen ændret ?</u>

Fællestræk: På den sproglige, samfundsfaglige og matematisk-fysiske gren ønsker mange elever anvendelser og praksisrettethed styrket i undervisningen.På disse grene efterlyser flere elever desuden mere gruppearbejde.

Særtræk: Mange naturfaglige elever er negativt stemt overfor beviser, men ellers er der på denne gren ingen klar tendens i svarene.

Specielt eleverne på den matematisk-fysiske gren forekommer at være modløse og utilfredse med den nuværende matematikundervisning.

<u>Spørgsmål 7: "Tror I matematik har større eller mindre betydning i dag end for loo år siden ?"</u>

Fællestræk: På alle grene er der næsten fuld enighed om at matematik har større betydning i dag end for loo år siden.Der henvises især til den teknisk/økonomiske udvikling i samfundet og til at flere mennesker i dag end for loo år siden lærer/bruger matematik.

Særtræk: Enkelte elever på den sproglige gren og nogle elever på den samfundsfaglige gren tror at matematikkens betydning er stort set uændret, men at matematik bruges anderledes i dag end for loo år siden.

<u>Spørgsmål 8: "Kender I nogle eksempler på, at matematik anvendes i samfundet ? Hvor ?"</u>

Fællestræk: På alle grene nævnes ofte eksempler vedrørende teknik, ingeniørvidenskab, økonomi og offentlig statestik.De erhverv der i den forbindelse oftest fremhæves som specielt matematisk betonede er ingeniører, arkitekter, tekniske tegnere, laborenter og forskellige håndværkere især murere og tømrere. Udover ovennævnte eksempler nævnes især at matematik bruges i forskellige videnskaber, i virksomheder, i forbindelse med EDB/programmering og i forbindelse med landmåling.

Særtræk: Ingen grene skiller sig nævneværdigt ud m.h.t. besvarelsen af dette spørgsmål

Spørgsmål 9: "Hvad kan I bruge matematikken til ?"

Fællestræk: På alle grene har eleverne svært ved at pege på områder, hvor de bruger matematik.På de matematiske grene angiver nogle elever, at de bruger matematik i forbindelse med andre fag (samfundsfaglige: især fysik, naturfaglige: især biologi, matematisk-fysisk: især fysik og geografi).På alle grene forventer nogle elever at få brug for matematik i forbindelse med videreuddannelser.Blandt alle elever er der ialt to elever, der angiver at have brugt matematik i dagligdagen udenfor skolen.

Særtræk: Mange elever på den matematisk-fysiske gren svarer at de ikke bruger matematik til noget og den overvejende del af eleverne på den sproglige gren mener ikke de kan bruge matematik til noget, heller ikke i andre fag.

Spørgsmål lo: "Hvordan forestiller I jer at den matematik, der står i jeres lærebog, er blevet skabt ?"

Fællestræk: På alle grene er forestillinger og svar angående spørgsmålet meget diffuse.De fleste elever tror, at matematik er blevet skabt som svar på problemer udenfor matematikken, her nævnes især problemer fra dagligdagen og fra fysikken.Ud over ydre behov nævner nogle elever nysgerrighed og interesse som drivkraft for skabelsen af matematik.

Særtræk: Der er ikke store variationer i svarene fra gren til gren, men det virker som om eleverne på den matematisk-fysiske gren har et endnu mere diffust forhold til problemstillingen end det ses på de øvrige grene.

Spørgsmål 11: "Hvornår tror I den matematik I lærer er blevet skabt ?"

Fællestræk: På alle grene hersker tvivlrådighed og uklarhed m.h.t spørgsmålet og der er store variationer i svarene. Nogle mener at hovedparten af stoffet er 4ooo-5000 år gammelt, andre at det meste er skabt indenfor de sidste 2o-3o år. Der er dog en tendens til at tro, at en stor del af stoffet er 5o-4oo år gammelt mens andet er meget ældre.

Særtræk: Til forskel fra eleverne på de øvrige grene ved mange elever på den matematisk-fysiske gren, at infinitesmalregning stammer fra 16oo-17oo-tallet og nævner i den forbindelse Newton. Der er på denne gren en tendens til at placere hovedparten af stoffet i perioden 15/1600-19oo.

Spørgsmål 12: "Er matematik noget man opdager eller opfinder ?"

Fællestræk: På de matematiske grene giver spørgsmålet anledning til diskussion og uenighed. Svarene på disse grene fordeler sig nogenlunde jævnt på de tre svarmuligheder: opdager, opfinder, begge dele.

Særtræk: Langt de fleste elever på den sproglige gren mener at matematik er noget der opdages.

Spørgsmål 13: "Hvad tror I professionelle matematikere (på universiteter o.l) foretager sig nu om dage ?"

Fællestræk: Flertallet af eleverne tror at matematikere foruden at undervise og skrive lærebøger beskæftiger sig med at forske i eller videreudvikle matematik, men der er på alle grene stor usikkerhed overfor hvad det vil sige.Mange elever tror at forskning i matematik består i at forenkle, effektivisere og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden, og mange elever finder det svært at tro, at der foregår produktion af egentlig ny matematik.De elever, der mener at matematikere producerer ny matematik, giver kun få bud på hvad det vil sige.

Særtræk: Ingen grene skiller sig nævneværdigt ud m.h.t. besvarelsen af dette spørgsmål.

Spørgsmål 14: "Hvis I skulle forklare en udenforstående hvad matematik er, hvad ville I så sige ?"

Fællestræk: Spørgsmålet fremkalder betydelig rådvildhed på alle grene og ikke ret mange svar er konkrete.Mange elever svarer at matematik er en form for udvidet regning, regning med ubekendte, bogstaver, ligninger og formler.Andre elever svarer at matematik er et middel/redskab til at beskrive fænomener fra omverdenen. Nogle elever vil give eksempler på matematiske redskaber eller på hvad matematik kan bruges til.

Særtræk: Vanskelighederne ved at forklare hvad matematik er forekommer at være størst på den matematisk-fysiske gren.Bl.a. finder flere elever på denne gren det umuligt at forklare hvad matematik er.

Spørgsmål 15: "Kan I give en kort beskrivelse af hvordan man opbygger et område af matematikken ?"

(12 ud af 40 delgrupper fik ikke stillet dette spørgsmål)

Fællestræk: Spørgsmålet mødes med stærk rådvildhed og ofte med lang tavshed.Svarene er gennemgående meget upræcise. De fleste elever svarer/udtrykker at man starter med noget simpelt eller i forvejen kendt hvorefter man bygger videre på det.

Særtræk: Eleverne på den matematisk-fysiske gren svarer gennemgående lidt mindre upræcist end eleverne på de øvrige grene. Mange elever på denne gren nævner således at man starter med definitioner, hvorefter man går videre med sætninger, som bevises.

Spørgsmål 16: "Hvorfor beviser man matematiske sætninger ?"

Fællestræk: De fleste elever svarer at beviser for sætninger skal skabe sikkerhed og begrundelser for de påstande, der fremsættes. Desuden nævnes at beviser er et middel til at styrke forståelsen af hvad det er der foregår og at beviser har til formål at indøve logisk tankegang.

På det uddybende spørgsmål om hvorfor der i matematik til forskel fra andre fag kræves beviser for påstande svares især, at matematik er mere entydigt end andre fag og at det i matematik er muligt at bevise påstande, mens dette ikke er tilfældet i andre fag.

Særtræk: Flere elever på den naturfaglige gren og den matematisk-fysiske gren mener, at hvis sætningerne ikke blev bevist kunne man ikke være sikker på med rette at kunne bruge dem.

Spørgsmål 17: "Er matematik en videnskab ? Om hvad ?"

Fællestræk: Spørgsmålet fremkalder på alle grene tvivlrådighed men langt de fleste elever vil kalde matematik for en videnskab. Argumentet herfor er især, at når matematik er noget man forsker i så må det være en videnskab. Flere elever vil ikke kalde matematik for en videnskab, men snarere for et redskab og mange elever er inde på, at hvis matematik er en videnskab er den det på en anden måde end andre videnskaber som f.eks. fysik og kemi.

På spørgsmålet om hvad matematik i givet fald er en videnskab om svares meget forskelligt. Bl.a. svares "om tal og formler", "om sammenhænge mellem ting", "om love i naturen", "om relationer mellem tal og størrelser"

Særtræk: På den sproglige gren opnås i flere delgrupper næsten ingen svar på spørgsmålet: hvad er matematik en videnskab om ?

<u>Spørgsmål 18: "Kunne I finde på at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger udenfor matematikken ?"</u>

Fællestræk: De fleste elever på de matematiske grene kan godt forestille sig at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger udenfor matematikken også til dagligdags gøremål.Nogle elever giver dog dette svar tøvende eller med forskellige forbehold. Andre elever tror ikke de vil gribe til matematiske redskaber ved behandling af praktiske problemer.

Særtræk: De fleste elever på den sproglige gren og mange elever på den matematisk-fysiske gren svarer at de ikke vil gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger udenfor matematikken.Eleverne på den naturfaglige gren forekommer at være de mest optimistiske i så henseende.

<u>Spørgsmål 19: "Vil det I skal beskæftige jer med efter gymnasiet være valgt i forhold til, om det indeholder matematik eller ej ?"</u>

Fællestræk: Langt de fleste elever på de matematiske grene tilkendegiver neutralitet m.h.t. tilstedeværelsen af matematik i videreuddannelser eller lignende.Nogle elever på disse grene tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme til at beskæftige sig med matematik mens andre elever erklærer at de vil være afskrækket af en fremtid med (for megen) matematik.Kun få elever på de matematiske grene erklærer at de ikke vil undvære matematik i en fremtidig uddannelse/profession.

Særtræk Mange elever på den sproglige gren erklærer sig afskrækket, hvis en fremtidig uddannelse/profession deholder (for megen) matematik.De øvrige elever på den sproglige gren erklærer at være neutrale i så henseende.

Kun få elever på den matematisk-fysiske gren viser interesse for i fremtiden at komme til at beskæftige sig med matematik.De naturfaglige elever er i den henseende de mest positive.

IV.3 Profil af de fire grene

I dette afsnit har vi for hver enkelt gren samlet grenens besvarelser af samtlige spørgsmål, men på en sådan måde at kun de oftest forekommende svar er kommet med.

Profil af den sproglige gren.

Eleverne på den sproglige gren lægger lige stor vægt på matematikkens almendannende og studieforberedende karakter og mener, at det er hovedbegrundelserne for, at der undervises i matematik i gymnasiet.
Hovedparten synes ikke, at der bør undervises i matematik på deres gren, eller at det i det mindste bør være valgfrit. De kan ikke se, hvad de skal bruge matematik til.
Der er delte meninger om at lade matematikundervisningen finde sted alene i tilknytning til andre fag. Nogle mener, at det ville blive for rodet, medens andre gerne så, at matematikundervisningen blev givet som en del af andre fag.
De allerfleste mener ikke, at undervisningen i matematik har deres umiddelbare interesse. Nogle mener heller ikke, at det behøver at være sådan og sammenligner matematik med faget oldtidskundskab.
Eleverne ønsker undervisningen mere praksisrettet, men er iøvrigt jævnt tilfredse med de nuværende tilstande, hvad undervisningsformen angår.
De fleste elever mener ikke på nuværende tidspunkt at kunne bruge matematik til noget, heller ikke inden for andre fag, men en del mener dog, at det til senere brug kan være meget godt at kunne lidt matematik, f.eks. af hensyn til deres videre uddannelse.
De sproglige elever har meget vage forestillinger om, hvordan matematikken er blevet skabt, og der hersker også stor tvivlrådighed angående hvornår de enkelte matematiske emner er blevet til. Der er dog en tendens til at tro, at en del af stoffet er mellem 50-200 år gammelt, men ellers rækker forslagene til svar fra 1000 til 2000 år og til inden for de sidste 25 år.
Der er almindelig enighed om, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærebøger, forsker, men der er stor usikkerhed over, hvad det vil sige.
Eleverne har betydelige vanskeligheder ved at forklare, hvad

matematik er,og kun få svar er konkrete. På lignende måde forholder det sig,når det gælder om at beskrive,hvordan et matematisk område bygges op. Spørgsmålet mødes med lang tavshed.
De fleste mener, at det er nødvendigt at bevise matematiske sætninger,ellers ville det bare være påstande,hvis rigtighed stod hen.
Kun meget få sproglige elever vil anvende matematiske redskaber ved behandling af problemer uden for matematikken, og ingen tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik, men holdningen er iøvrigt varierende. Nogle vil dog ikke lade sig afskrække af "nogen matematik" i en videre uddannelse, i så fald, siger de, kunne man forbinde matematik med noget konkret.

Profil af den samfundsfaglige gren.

Eleverne på den samfundsfaglige gren mener, at den vigtigste begrundelse, for at der undervises i matematik i gymnasiet, er hensynet til videre uddannelse, men mange mener også, at opøvelse i logisk tankegang og almen dannelse er vigtige begrundelser.

Stort set er alle eleverne på den gren enige om, at der bør undervises i matematik på deres gren, men mange mener, at pensum godt kunne skæres ned.

De fleste afviser idéen om at gennemføre matematikundervisningen alene i tilknytning til andre fag. Det ville blive for uoverskueligt,mener de,men en del er dog positivt stemt over for tanken.

Der er delte meninger om,hvorvidt den matematikundervisning,de modtager,har deres umiddelbare interesse.

Langt de fleste finder dog den umiddelbare interesse nødvendig, eller ønskelig.

De samfundsfaglige elever ønsker praksisrettethed og anvendelser styrket i undervisningen, men har iøvrigt få konkrete forslag til eventuelle ændringer i undervisningsstoffet. Der er jævnt hen tilfredshed med de nuværende undervisningsformer, men der er også fuld enighed om, at den matematik, de lærer, ikke kan bruges uden for skolen.

Der hersker meget diffuse forestillinger om,hvordan den matematik, de lærer, er blevet skabt. De fleste tror, at matematikken er skabt som svar på problemer uden for matematikken selv, og der hersker ligeledes stor tvivlrådighed om, hvornår de enkelte dele af matematikken er blevet til. Svarene rækker lige fra 4000-5000 år gammelt til inden for de sidste 20 år, men de fleste synes dog at være af den opfattelse, at noget af stoffet er fra antikken, mens andet er 100 til 300 år gammelt.

Langt de fleste tror, at professionelle matematikere, ud over at skrive lærebøger og undervise, forsker i eller videreudvikler matematik, og mange tror, at det betyder at forenkle, effekti-

visere og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden.
Flere har i den forbindelse svært ved at tro, at der foregår produktion af egentlig ny matematik.
Der er betydelig rådvildhed,når det gælder om at forklare,hvad matematik er,men flere ville benytte sig af eksempler.
Spørgsmålet om,hvordan et matematisk område bygges op, mødes med lang tavshed, og svarene er gennemgående meget upræcise.
Heller ikke svarene på, hvorfor man beviser matematiske sætninger, er særlig klare, men nogle peger dog på bevisets rolle i matematikken som værende den samme som eksperimentets i f.eks. biologien.
De fleste samfundsfaglige elever kan godt forestille sig at gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken, også i deres dagligdag, og selvom nogle erklærer sig afskrækket af en senere uddannelse med for meget matematik, og andre tilkendegiver positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik, vil langt de fleste dog være neutrale over for tilstedeværelsen af matematik i en videre uddannelse. Det er andre hensyn, som er afgørende.

Profil af den naturfaglige gren

Som begrundelse for, at der undervises i matematik i gymnasiet, er der blandt de naturfaglige elever bred enighed om, at det er af hensyn til videre uddannelse og af hensynet til de naturvidenskabelige fag, men mange nævner også, at opøvelse af logisk tankegang er en vigtig begrundelse.
Eleverne svarer alle uden undtagelse ja til, at der bør undervises i matematik på deres gren, og der er bred enighed om, at matematik er et nødvendigt redskab i f.eks. biologi og fysik.
Kun få mener, at undervisningen i matematik kunne foregå som en del af andre fag. De fleste tror, at det ville gå ud over fagets sammenhæng, og at det samlede pensum ville blive mindre. De mener også , at det ville give koordinationsvanskeligheder.
En overvejende del finder, at den matematik, der undervises i, i det omfang den viser betydning for og anvendelse i andre fag, har deres umiddelbare interesse. De mener imidlertid også, at matematikken bør have deres interesse, f.eks. af indlæringshensyn, og mener i den forbindelse, at der er for meget irrelevant stof.
Mange elever er negativt stemt over for beviser i undervisningen, og andre efterlyser et endnu bedre sammenspil mellem matematik og andre fag.
Der er blandt de naturfaglige elever almindelighed enighed om, at de ikke bruger matematikken uden for skolen.
Til spørgsmålet om, hvordan de tror, at den matematik,de undervises i, er blevet skabt, har eleverne meget diffuse svar og forestillinger. Langt de fleste tror, at matematikken er skabt som Svar på problemer uden for matematikken selv. Der hersker endvidere stor tvivlrådighed om,hvornår den er blevet skabt. Der er dog en tendens til at tro, at hovedparten af stoffet er 100-300 år gammelt, at noget er meget ældre, medens andet er meget yngre.
Et flertal tror, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærebøger, beskæftiger sig med at forske i og videreudvikle matematik, og adskillige tror, at der især er tale om at effektivisere, forenkle og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden. I den forbindelse har mange svært ved at tro, at der foregår produktion af egentlig ny matematik.

Der hersker betydelig rådvildhed, når de naturfaglige elever rimeligt kortfattet og sammenhængende skal forklare, hvad matematik er; mange svarer, at matematik er en form for udvidet regning, regning med bogstaver, ubekendte og ligninger.
Også spørgsmålet,om hvordan et matematisk område bliver opbygget, bliver mødt med stor rådvildhed, og svarene er gennemgående meget upræcise. De fleste svarer, at man tager udgangspunkt i noget bekendt, hvorefter man bygger videre på det.
Angående beviser, svarer de fleste, at de skal tjene til at skabe sikkerhed og begrundelser for de påstande, som fremsættes. Der er delte meninger om, hvorvidt de kunne undværes i undervisningen, og flere tager afstand fra kravet om, at beviser skal med til eksamen.
Langt de fleste naturfaglige elever kan godt forestille sig at anvende matematiske redskaber ved behandling af problemer uden for matematikken, og den almindelige tendens peger nærmest i retning af en positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik i en eventuel videre uddannelse.

Profil af den matematisk-fysiskfaglige gren

Som begrundelse for at der undervises i matematik i gymnasiet, er der blandt eleverne på den matematisk-fysikfaglige gren bred enighed om, at det er af hensyn til videre uddannelse og af hensyn til andre fag, især fysik. Mange nævner desuden "opøvelse af matematisk tankegang" som vigtig begrundelse.
Til spørgsmålet, om der skal være matematik på deres gren, svarer eleverne promte "ja", og de begrunder det alle med, at matematikken er et nødvendigt redskab for de naturvidenskabelige fag, først og fremmest fysik. Der lægges også vægt på det studieforberedende.
Flertallet afviser at ophæve matematik som enkeltfag med den begrundelse, at det ville gå ud over matematikkens opbygning og sammenhæng, men langt den overvejende del af eleverne på denne gren finder, at matematikundervisningen kun sjældent har umiddelbar interesse, og når det endelig sker, er det især, når den bruges i andre fag. Undervisningen karakteriseres iøvrigt af mange elever som alt for teoretisk, og praktiske anvendelser og begrundelser efterlyses.
Eleverne finder det også nødvendigt, bl.a. af indlæringshensyn, at det der undervises i, har deres umiddelbare interesse. Nogle henviser imidlertid til, at det godt kan være relevant at lære noget, man ikke umiddelbart finder interessant, men alt i alt fornemmes en udbredt mistrøstighed.
På spørgsmålet om ændringer i undervisningen eller undervisningsstoffet efterlyser mange elever eksempler, anvendelser og begrundelser, og adskillige elever finder undervisningen kedelig og for lære/tavle-centreret og ønsker mere gruppearbejde. Pensum forekommer mange for omfattende i forhold til timetallet. Ellers er der ikke mange konkrete forslag.
Eleverne på den matematisk-fysikfaglige gren har meget svært ved at pege på områder, hvor de bruger matematik, og mange svarer, at de ikke bruger det til noget.
Forestillingerne og svarene,angående hvordan den matematik de lærer er blevet skabt, er yderst diffuse. Et flertal synes at tro,

at matematikken hovedsagelig er skabt som svar på problemer uden for matematikken selv, først og fremmest inden for fysikken. Flere tror, at dele af matematikken er skabt ved tilfældigheder, eller at nysgerrighed har været en vigtig drivkraft. Mange fysikfaglige elever ved, at infinitesimalregningen stammer fra 1600-1700-tallet og nævner her Newton, og der er tendens til at anse, at de fleste områder af den matematik de lærer er blevet skabt i perioden 15/1600-1900.

Et flertal tror, at professionelle matematikere, ud over at undervise og skrive lærebøger, forsker i eller videreudvikler matematik. Adskillige tror, at der især er tale om at forenkle, effektivisere og finde nye sammenhænge i etableret viden, og mange finder det i den forbindelse svært at tro, at der bliver produceret egentlig ny matematik i dag.

Der hersker stærk rådvildhed, når eleverne skal forklare, hvad matematik er, og kun meget få svar er konkrete. Mange svarer, at matematik er noget med tal og bogstaver, og flere mener slet ikke at kunne forklare det.

Rådvildheden er også stor, når det gælder om at beskrive, hvordan et matematisk område bygges op. Næsten alle nævner, at man begynder med noget simpelt, hvorefter man bygger videre på det. Mange nævner, at man starter med definitioner, hvorefter man går videre med sætninger, som bevises.

Hvad matematiske beviser angår, er der vidtgående enighed om, at de tjener til at skabe sikkerhed og begrundelser for de påstande, der fremsættes, og mange fremhæver beviser som et middel til at styrke forståelsen.

Næsten alle er enige om nødvendigheden af beviser i undervisningen, men flere elever tager afstand fra kravet om, at beviser skal kunnes til eksamen.

Eleverne på den matematisk-fysikfaglige gren er meget desillusionerede hvad angår, at anvende matematiske hjælpemidler ved behandling af praktiske problemer, men nogle kunne dog godt forestille sig det.

Langt de fleste tilkendegiver at være neutrale over for tilstedeværelsen af matematik i en videre uddannelse, men nogle erklærer sig afskrækket af en fremtid med (for meget) matematik.

IV.4 Sammenfatning og konklusion om elevernes matematikopfattelse

Vi vil i det følgende besvare problemformuleringens første del: "Hvilke forskelle og ligheder er der i elevernes matematikopfattelse på gymnasiets fire grene".

M.h.t. lighederne i elevernes matematikopfattelse på de fire grene vil vi ud fra dels grenprofilerne og dels spørgsmålsprofilerne opsummere de svar som er gennemgående for enten alle grene eller for de tre matematiske grene.

M.h.t. forskellene i elevernes matematikopfattelse vil vi ud fra grenprofilerne og spørgsmåsprofilerne opsummere de særtræk, som er karakteristiske for hver enkelt gren.Ud fra denne sammenfatning vil vi så konkludere m.h.t. problemformuleringen.

Sammenfatning af de vigtigste fællestræk i de fire grenes matematikopfattelse.

Eleverne på alle grene er enige om at nævne hensyn til videre uddannelser, hensyn til andre fag, opøvelse af logisk tankegang og hensyn til almendannelse som de vigtigste begrundelser for at der undervises i matematik i gymnasiet.På de matematiske grene er der næsten fuld enighed om at der bør undervises i matematik,især af hensyn til andre fag,og fordi der er tale om matematiske grene,og på disse grene mener flertallet af eleverne at matematiundervisningen ikke kunne foregå udelukkende som en del af andre fag,fordi det ville gå ud over matematikkens sammenhæng.Eleverne på de matematiske grene finder at matematikundervisningen især har interesse når den knyttes til andre fag, men mange elever kritiserer undervisningen for at være alt for teoretisk og for at mangle relevans,og finder det nødvendigt/ønskeligt at undervisningen har elevernes umiddelbare interesse især med henvisning til indlæringshensyn.

På alle grene,undtagen den naturfaglige gren,efterlyser mange elever flere anvendelser og ønsker undervisningen mere praksisrettet; desuden efterlyses mere gruppearbejde.

Der er på alle grene næsten fuld enighed om at matematik i dag har større betydning end for loo år siden.Som eksempler på områder i samfundet, hvor matematik anvendes, nævner eleverne på alle grene oftest eksempler vedrørende teknik, ingeniørvidenskab, økonomi og offentlig statistik.På alle grene har eleverne svært ved at pege på områder,hvor de selv bruger matematik.Nogle elever forventer dog at få brug for matematik i forbindelse med videre uddannelser og på de matematiske grene nævner nogle elever at de bruger matematik i forbindelse med andre fag.

På spørgsmålene om hvordan og hvornår den matematik, der står i deres lærebog er blevet skabt er svarene på alle grene præget af megen usikkerhed og tvivlrådighed.De fleste elever tror at matematik er skabt som svar på problemer uden for matematikken selv, især problemer fra fysikken og fra dagligdagen.Der er store variationer i svarene på hvornår den matematik de lærer er blevet skabt, hovedtendensen er at en del af stoffet er 5o-400 år gammelt mens andet er meget ældre.

På de matematiske grene fordeler svarene m.h.t. om matematik er noget man opdager eller noget man opfinder sig nogenlunde jævnt mellem opdage,opfinde,begge dele.

Flertallet af eleverne på alle grene nævner at professionelle matematiske forsker i matematik, men der er stor usikkerhed over for hvad det vil sige.Mange elever finder det svært at tro at der produceres egentlig ny matematik, men antager at forskning i matematik består i at forenkle, effektivisere og finde nye sammenhænge i allerede etableret viden.

Spørgsmålet om at forklare en udenforstående hvad matematik er mødes af betydelig rådvildhed på alle grene.Der svares især at matematik er en form for udvidet regning, regning med bogstaver, ligninger og formler eller at matematik er et middel/redskab til at beskrive fænomener fra omverdenen.Eleverne på alle grene har ligeledes svært ved at forklare, hvordan man opbygger et område af matematikken og spørgsmålet mødes ofte med lang tavshed.De fleste elevers svar udtrykker,at man starter med noget simpelt eller i forvejen kendt, hvorefter man bygger videre på det.Bevisets rolle angives af de fleste elever som værende at skabe sikkerhed og begrundelser for de påstande. der fremsættes.Desuden nævnes at matematiske beviser er et middel til at styrke forståelsen af hvad det er der foregår.

Spørgsmålet om,hvorvidt matematik er en videnskab,fremkalder på alle grene tvivlrådighed,men langt de fleste elever vil kalde matematik for en videnskab, især med den begrundelse, at matematik er noget man forsker i.

På de matematisk grene kan de fleste elever godt forestille sig at gribe til matematiske redskaber ved behandlingen af problemstillinger uden for matematikken, også til dagligdags gøremål. Nogle elever tager dog forskellige forbehold.

Langt de fleste elever på de matematiske grene tilkendegiver neutralitet m.h.t. tilstedeværelsen af matematik i videre uddannelser eller lignende og relativt få elever viser positiv interesse for i fremtiden at komme i berøring med matematik.

Sammenfatning af de vigtigste særtræk i de fire grenes matematikopfattelse.

Sproglig gren

Flere sproglige elever har svært ved at finde begrundelser for at de skal lære matematik og langt hovedparten af de sproglige elever mener ikke at der bør undervises i matematik på deres gren eller at det i det mindste burde være valgfrit.Meningerne m.h.t. om matematikundervisningen kunne foregå udelukkende som en del af andre fag er nogenlunde ligelig fordelt mellem for og imod.Langt de fleste mener ikke at matematik har umiddelbar interesse, men meningerne er delte m.h.t. om undervisningen skal have umiddelbar interesse.Den overvejende del af de sproglige elever mener ikke de kan bruge matematik til noget, heller ikke i andre fag og de fleste svarer at de ikke ville gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken.Mange elever erklærer sig afskrækket hvis en fremtidig uddannelse eller profession indeholder (for megen) matematik.Langt de fleste sproglige elever mener at matematik er noget der opdages.

Samfundsfaglig gren

Nogle elever på denne gren tror,at matematik i dag har stort set samme betydning som for loo år siden, men at matematik bruges anderledes i dag.

I forhold til hvad der er tilfældet på de øvrige matematiske grene,er nogle elever på den samfundsfaglige gren meget positive overfor forslaget om,at lade matematikundervisningen foregå udelukkende som en del af andre fag.

Ud over ovennævnte adskiller svarene på den samfundsfaglige gren sig ikke væsentligt fra de besvarelser,der er nævnt under sammenfatningen af fællestrækkene i de fire grenes matematikopfattelse.

Naturfaglig gren

På spørgsmålet om,hvilke ændringer af matematikundervisningen de kunne tænke sig,adskiller de naturfaglige elever sig fra de øvrige grene ved ikke i nær så høj grad at efterlyse yderligere anvendelser og praksisrettethed;derimod er mange elever på denne gren meget negativt stemt over for beviser.Eleverne på den naturfaglige gren forekommer at være de mest optimistiske m.h.t. at anvende matematisk redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken,og eleverne på denne gren er de mest positive m.h.t. i en fremtidig uddannelse eller lignende at komme i berøring med matematik.Helhedsindtrykket af de naturfaglige elever er,at de i forhold til eleverne på de øvrige grene har det relativt godt med den nuværende matematikundervisning.

Matematisk-fysisk gren

En overvejende del af eleverne på denne gren finder,at matematikundervisningen kun sjældent har umiddelbar interesse,og eleverne forekommer gennemgående at være modløse og utilfredse med den nuværende matematikundervisning.Mange elever på den matematisk-fysiske gren svarer,at de ikke bruger matematik til noget, og mange svarer desuden,at de ikke ville gribe til matematiske redskaber ved behandling af problemstillinger uden for matematikken.Det virker som om eleverne på denne gren i forhold til de øvrige grene har et endnu mere diffust forhold til spørgsmålet om,hvordan den matematik,de lærer,er blevet skabt.Derimod ved eleverne på den matematisk-fysiske gren noget mere om hvornår den matematik de lærer, er blevet skabt end tilfældet er på de øvrige grene.

Eleverne på alle grene har svært ved at forklare, hvad matematik er, men vanskelighederne ved at give en forklaring forekommer at være størst på den matematisk-fysiske gren. På spørgsmålet om, hvordan man opbygger et område af matematikken, er eleverne på denne gren noget mere precise i deres svar end eleverne på de øvrige grene.

Der er påfaldende få elever på den matematisk-fysiske gren der viser positiv interesse for i fremtiden at komme til at beskæftige sig med matematik.

Konklusion vedrørende elevsvarene

De mest iøjenfaldende forskelle på de fire grenes besvarelse af de stillede spørgsmål forekommer i besvarelsen af spørgsmålene vedrørende matematikundervisningens tilstedeværelse, indhold og udformning og om elevernes syn på hvad de nu og senere kan/vil bruge matematikken til.Derimod er forskellene ikke store hvad angår elevernes besvarelse af spørgsmålene om matematikkens anvendelse og samfundsmæssige placering, matematikkens historiske udvikling og drivkræfterne bag og matematikkens indre struktur, idet dog tendenser i svarene på de sidstnævnte spørgsmål forekommer at være tydeligst hos den sproglige grens elever.

De sproglige elevers syn på matematikundervisningens tilstedeværelse, indhold og udformning er gennemgående at matematik som gymnasiefag accepteres som en af skæbnens mange luner, men at det enten burde fjernes fra grenens undervisning eller gøres frivilligt.På de matematiske grene går alle ind for , at der undervises i matematik under en eller anden form.

Eleverne på den matematisk-fysiske gren forekommer gennemgående at have et temmeligt modløst og frustreret forhold til matematikundervisningen og er tilsyneladende dem af eleverne på de matematiske grene der trives dårligst med matematikken. Eleverne på den naturfaglige gren forekommer derimod at finde sig relativt godt til rette med matematikundervisningen, mens eleverne på den samfundsfaglige gren synes at være jævnt tilfredse med de nuværende forhold.

Generelt forekommer elevernes kendskab til matematikkens anvendelse og samfundsmæssige placering ikke at være videre dybtgående, men præget af løse formodninger og gæt.I mange tilfælde reagerer eleverne som om de aldrig havde haft anledning til at tænke over spørgsmålet før.Således nævner f.eks. næsten ingen elever konkrete eksempler på matematikanvendelser i forbindelse med mere vidtrækkende samfundsmæssig beslutningstagen, og stort set ingen elever nævner at de selv ved at lære matematik kan få baggrund for stillingtagen til matematisk baserede påstande og beslutninger.I øvrigt er det påfaldende få elever, der overhovedet giver eksempler på, hvad de kan eller eventuelt ville kunne bruge matematik til uden for en uddannelsessammenhæng.

M.h.t. matematikkens historiske udvikling og drivkræfterne bag er det generelle indtryk at eleverne har meget lidt konkret viden, både m.h.t. hvordan og hvornår den matematik de lærer er blevet skabt.Svarene på disse spørgsmål forekommer gennemgående at være udtryk for elevernes umiddelbare formodninger og gæt.Eleverne fokuserer især på externt matematiske problemer som drivkraft for skabelsen af matematik og relativt få elever nævner internt matematiske problemer som drivkræfter.Stort set ingen elever giver klart udtryk for den opfattelse at der foregår en vekselvirkning mellem eksterne og internt matematiske problemer.Det er påfaldende at ingen elever har kendskab til den eksplosionsagtige udvikling af matematikken, som er foregået inden for de sidste 5o år og at mange elever tror at matematikere nutildags stort set ikke producerer ny matematik.

Det er måske ikke så overraskende at eleverne har vanskeligt ved at give en forklaring på hvad matematik er, i betragtning af spørgsmålets vanskelighed og den korte betænkningstid eleverne har haft, men det forekommer påfaldende at eleverne stort set ikke nævner fagets strukturegenskaber.Det er ligeledes påfaldende, om end næppe overraskende, at ingen nævner axiomers rolle i opbygningen af et matematisk område.

Endelig forekommer det overraskende at så relativt få elever på de matematiske grene, og specielt på den matematisk-fysiske gren, giver udtryk for positiv interesse for i fremtiden at beskæftige sig med matematik.

V.o Den officielle matematikopfattelse.

De officielle tilkendegivelser,som ligger til grund for den del af vores analyse,der har til formål at få skabt et billede af den officielle matematikopfattelse,er følgende:

1. Betænkning (Nr.269) afgivet af det af undervisningsministeriet under 27.februar 1959 nedsatte læseplansudvalg for gymnasiet.
   (i det følgende kaldet betænkningen/"Det nye gymnasium")

Læseplansudvalget fik i kommisorium:"på grundlag af skoleloven af 7. juni 1958 at tage gymnasieskolens (herunder studenterkursernes) linie-og fagfordeling,indholdet og omfanget af undervisningen samt eksamensordningen op til kritisk gennemgang, for derefter til undervisningsministeren at afgive en betænkning,som indeholder forslag om sådanne ændringer i liniedeling,fagenes fordeling og timetal,undervisningens indhold og form og eksamensordning,som udvalget måtte anse for formålstjenlig,for at gøre gymnasieundervisningen og studentereksamen tidssvarende,uden at dens kvalitet som grundlag for videregående studier forringes".

2. Bekendtgørelse (Nr.322) om undervisningen i gymnasiet og om fordringerne ved og eksamensopgivelserne til studentereksamen. Undervisningsministeriet den 16 juni 1971.
   (i det følgende kaldet bekendtgørelsen)

Bekendtgørelsen er kommet i stand i medfør af lov nr.165 af 7.juni 1958 om gymnasieskoler,og er den der fastsætter bestemmelserne om gymnasiets nærmere opbygning og bestemmelserne om de enkelte fag.

3. Vejledning og retningslinier for undervisningen i gymnasiet. Direktoratet for gymnasieskolerne og HF , juli 1971.
   (i det følgende kaldet undervisningsvejledningen)

Vejledningen er kommet i stand i medfør af paragraf 30,stk.2 i bekendtgørelse nr.322.

I den samlede sum af de officielle tilkendegivelser vejer de tre ovennævnte dokumenter juridisk forskelligt.

Man skelner mellem primære-og sekundære retskilder,hvoraf de primære retskilder har karakter af påbud,og de sekundære retskilder er de steder,der tilkendegiver uddybende hensigter i forbindelse med affattelsen af de primære retskilder,og hvor eventuelle fortolkningsspørgsmål i de primære retskilder søges afgjort.

Bekendtgørelsen er en primær retskilde,hvilket altså betyder,at det er ulovligt at lade være med at følge den.
Betænkningen (og kommisorium til betænkningen) og undervisningsvejledningen er sekundære retskilder,hvoraf dog undervisningsvejledningen i praksis indtager en stærkere status end betænkningen,idet fortolkningen af den generelt formulerede bekendtgørelse hentes i undervisningsvejledningen.

De tre officielle dokumenter,som vores analyse bygger på,har deres oprindelse og tilblivelse i perioden 1958-1971 og har relevans på den måde,at ingen nye er kommet til senere,således at det er retningslinierne i disse,som gælder i dag.
Imidlertid er det synligt for enhver,at der siden deres ikrafttrædelse er sket en kraftig udvikling inden for gymnasiet,og vi har fundet det ikke alene ønskeligt men også nødvendigt at konsultere de fagkonsulenter (Lise Høj og Viggo Petersen),som på det tidspunkt,nærværende projekt tog sin begyndelse,var med til at administrere de officielle tilkendegivelser,for derved at få et mere realistisk billede af den aktuelle officielle matematikopfattelse.
De svar,vi kan forvente at finde i de officielle tilkendegivelser,må derfor ses i relation til denne udvikling.
Iøvrigt er vi opmærksomme på,at det kan forekomme som lidt af en tilsnigelse at stille vores spørgsmål til de officielle tilkendegivelser,for derefter at dykke ned i dem for at hente svar,fordi vi ikke kan forvente,at skaberne af gymnasiet og matematikundervisningens indhold og tilrettelæggelse overhovedet har tænk på den måde.Med ovenstående in mente og de forbehold,som ligger heri,må det færdige produkt ses og vurderes.
Vi har ikke inddraget de vejledende eksamensopgaver i vores analyse,eller i det hele taget undersøgt hvordan matematikundervisningen faktisk finder sted,idet vores ærinde alene har været at undersøge, om der findes en "officiel matematikopfattelse",og hvis der gør, hvordan den så ser ud.

Ved "den officielle matematikopfattelse" vil vi således forstå den matematikopfattelse,som kommer til udtryk dels i betænkning, bekendtgørelse og undervisningsvejledning dels gennem interviewet af fagkonsulenterne. Vi har derfor "stillet" de samme spørgsmål til de officielle tilkendegivelser som til fagkonsulenterne.

V.1 Analyse af de officielle tilkendegivelser

Spørgsmål 1.

"Hvilken begrundelse har især ligget bag, at der undervises i matematik på de enkelte grene i gymnasiet?"

Udviklingen inden for teknikken, erhvervslivet og de offentlige samfundsfunktioner, som har medført et stærkt specialiseret samfund, har også påvirket organiseringen af undervisningen og dens institutioner.
I "det nye gymnasium" står:

"For at de unge kan få en oplæring, der kan opfylde erhvervslivets, teknikken og videnskabernes stedse mere differentierede behov, må der etableres flere og flere former for uddannelser med forskel i indhold, varighed og krav til forudgående undervisning."

Det er på denne baggrund oprettelsen og videreførelsen af gymnasiets linie-og grendeling må ses.
Ifølge lov om gymnasieskolen skal undervisningen være almendannende og tillige give det nødvendige grundlag for videregående studier.
Det er betænkningens mening, at:

"Såvel den almene som den specielle dannelse skal tjene samme hensigt: at give eleverne det nødvendige overblik og de nødvendige kundskabsmæssige og intellektuelle forudsætninger for at påbegynde deres egentlige faguddannelse".

Man må regne med, at også faget matematik skal bidrage hertil.

Nogen udtrykkelig begrundelse for fagets rolle og indretning på den matematisk-fysiske gren findes ikke, men denne gren er en fortsættelse af den tidligere matematisk-naturvidenskabelige linie, hvorfra tidligere de elever kom, som traditionelt valgte matematisk-tekniske uddannelser.

Hvad den samfundsfaglige og naturfaglige gren angår, er matematikemnevalget ifølge de officielle retningslinier begrundet med et ønske om:

"at matematikundervisningen på disse grene skal omfatte et afsnit af matematikken, der fører frem til videregående resultater, og som samtidig spiller en fremtrædende rolle for anvendelser".

Det vil sige, at oprettelsen af disse to matematikgrene er et svar på det mere og mere differentierede samfund, men også på matematikkens voksende anvendelse i områder inden for erhvervsfunktioner, forskellige samfundsvidenskaber og andre naturvidenskabelige fag end fysik, som sammen med ingeniørvidenskab stort set var eneaftager af matematik.
Eksistensen af matematik på sproglig gren er i de officielle tilkendegivelser først og fremmest begrundet med:

> "at studenterne på denne linie kan undgå at aflægge tillægsprøve i dette fag, når de vil studere medicin eller statsvidenskab",

og at man:

> "samtidig tilgodeser et ønske om, at eleverne, der undervises i en humanistisk-lingvistisk atmosfære, kan få et indblik i matematisk-naturvidenskabelig tænkning og arbejdsmetode".

Spørgsmål 2.

"Kunne de enkelte formål og hensigter med matematikundervisningen tilgodeses af en matematikundervisning, der udelukkende foregik i tilknytning til andre fag"?

Der ligger en lang tradition for, at der undervises i matematik inden for et selvstændigt fag, og denne tradition har ikke været problematiseret. Et spørgsmål i den ovennævnte formulering har formentlig aldrig været alvorligt overvejet. Men havde det været det, havde svaret utvivlsomt have blevet "nej". Af de officielle tilkendegivelser fremgår det da også, at forslaget, hvad matematik angår, er udarbejdet på en sådan måde, at:

"Undervisningen (i matematik) kan tilrettelægges som en helhed".

Derimod kan man godt læse om en bekymring for, at den faglige opdeling af gymnasieundervisning kan medføre, at eleverne kommer til at savne forståelse af, at der er sammenhæng mellem fagene, og at dette kan true gymnasieundervisningens helhed.
Faren for dette har man forsøgt at modvirke, ved at opbygge læseplaner i de enkelte fag på en sådan måde, at de "mest muligt støtter hinanden". F.eks. anbefales en koordination mellem matematik-og fysikundervisningens læseplaner, infinitesimalregningen tages op senest ved begyndelsen af 2.gymnasieklasse og det forventes af læreren, at han tager hensyn til matematikfagets samarbejde med f.eks. fagene fysik, kemi, biologi og samfundsfag.

Spørgsmål 3.

"Hvordan afvejes på de enkelte grene følgende hensyn i de eksisterende rammer for matematikundervisningen:

a) Den enkelte elevs umiddelbare interesse,behov og motivation?

b) Den enkelte elevs fremtidige behov og interesser?
(fremtidig=efter skolens afslutning)

c) Behov hos aftagere for matematisk erfaring hos studenterne?
(aftagere=erhvervsliv,videreuddannelsesinstitutioner m.m.)

d) Behov for matematiske hjælpemidler i andre af gymnasiets fag?

For at få vort spørsmål besvaret har vi først undersøgt,om hensynene til de forskellige behov,som spørgsmålet handler om, i det hele taget kommer til udtryk i de officielle tilkendegivelser.
Derefter vil vi undersøge,om vi kan skimte en afvejning.

---

ad a.
Ved den enkelte elevs umiddelbare interesse og behov vil vi anvende den definition, vi har formuleret i vort svar på spørgsmålet.
Af undervisningsvejledningen fremgår det, at:

> "Såvel lærer som elever har pligt til at deltage i undervisningens tilrettelæggelse.
> Denne tilrettelæggelse omfatter såvel det faglige indhold som den form, hvori tilegnelsen af og indsigten i dette faglige indhold opnås",

og at:

> "Det er et fælles ansvar for elever og lærer, at undervisningen bliver tilrettelagt på en for alle parter tilfredsstillende måde, og i overensstemmelse med bekendtgørelsens krav".

Endvidere gør betænkningen opmærksom på,at den åndelige og intellektuelle udvikling hos de unge utvivlsomst sker stærkest, når de beskæftiger sig med arbejds-og studieopgaver, som appellerer til deres lyst og særlige anlæg, og at det på dette alderstrin næppe er synderligt udviklende at beskæftige sig med mange ting, som ingen interesse aftvinger.

Ved indførelsen af valgfrit emne gør betænkningen endvidere opmærksom på, at eleverne her har fået en mulighed for at dyrke deres særlige interesser og lægger vægt på, at det kan ske under former, der er ubesværet af hensynet til den skriftlige eksamen.

ad b:

Ved den enkelte elevs fremtidige behov og interesser vil vi dels forstå de interesser og behov eleven måtte have for efter gymnasiet at kunne orientere sig og fungere på demokratisk vis i et samfund, hvor matematik spiller en større og større rolle, og flere og flere beslutninger bliver truffet på matematisk grundlag, dels de behov og interesser eleven måtte have med henblik på videre uddannelse.

Betænkningen er lidt i tvivl om hvilken brøkdel af eleverne, der søger videre uddannelser ved universiteter, læreanstalter og tilsvarende uddannelsesinstitutioner, men stiller sig til sidst på det standpunkt, at det er ca. halvdelen, og at den anden halvdel af eleverne enten fortsætter ved skoler og kurser, der ikke stiller studentereksamen som adgangsbetingelse,eller betragter deres uddannelse som afsluttet med studentereksamen.
Ifølge betænkningen har udvalget søgt at tage lige hensyn til begge studentertyper,og det er undervisningens formål, at give eleverne konkrete matematiske kundskaber, som kan være dem til nytte i og uden for matematikken.

ad c:

Ifølge gymnasieskolelovens paragraf 2,stk.2 giver gymnasieafdelingen en fortsat almendannende undervisning, som tillige giver det nødvendige grundlag for videregående studier.
Ifølge betænkningen er det udvalgets opfattelse,at denne dobbelte målsætning, d.v.s. såvel den almene som den specielle dannelse skal tjene samme hensigt:

> "at give eleverne det nødvendige overblik og de nødvendige kundskabsmæssige og intellektuelle forudsætninger for at påbegynde deres egentlige fagstudier".

Man finder det indlysende, at hensynet til de efterfølgende uddannelser må spille en betydelig rolle ved planlægning af gymnasiets undervisning.
For at imødekomme uddannelsesinstitutionerne, som traditionelt forudsætter, at de studerende møder med et vist forråd af specielle faglige kundskaber, har man afvist tanken om et enhedsgymnasium, for at disse institutioner kunne undgå at udvide den ele-

mentære undervisning.
Hvad genindførelsen af matematik på sproglig linie angår, har man imødekommet universitetet, således at man her undgik , at studenterne skulle aflægge tillægsprøve i dette fag, for så vidt de ønskede at studere medicin eller statsvidenskab.

ad d:
Betænkningen fremhæver, at man stærkere , end det tidligere er sket, ønsker at betone nødvendigheden af et samarbejde mellem matematikundervisningen og undervisningen i andre fag, og nævner herefter fagene fysik og kemi, og man forventer at læreren i sit valg af emnernes rækkefølge tager hensyn til dette samarbejde, og nævner i den forbindelse fagene fysik, kemi og biologi.
Endvidere mener betænkningen, at der lejlighedsvis bør finde en behandling sted af opgaver fra andre fagområder og nævner her:fysik, kemi, samfundsfag,biologi med videre.
Endelig tillægges det en væsentlig betydning,og det nævnes,at det vil være til gavn for såvel matematikundervisningen som for fysikundervisningen,at der etableres en koordination mellem de to fags læseplaner.

Konklusion.

Det som bl.andet karakteriserer gymnasiets modernisering i 1960 (hvad angår matematik) er udvælgelsen af det stof,som skulle være genstand for gymnasiets matematikundervisning, f.eks. optagelsen af en række hjælpebegreber fra mængdelæren og algebraen.
Herved har skaberne af "Det nye gymnasium" vist sin interesse for matematikkens strukturelle sider og har ønsket at stimulere skabelsen af en egnet ramme for en udvikling hen imod en nærmere kontakt imellem den undervisning,der gives i gymnasiet og den form hvori matematikken fremtræder på højere niveau.
Et andet karakteristikon har været et udtalt ønske om at præsentere matematikken som en helhed,hvilket desuden lettere skulle bringe den i anvendelse inden for mange andre forskellige områder end de traditionelle.

Selv om skaberne af "Det nye gymnasium" ikke har tænkt i de baner,hvori vores spørgsmål er stillet,kan vi konkludere,at på den måde de officielle tilkendegivelser er formuleret i forhold til vores spørgsmål,er der (bevidst eller ubevidst) taget hensyn til og i forskelligt omfang givet plads for alle fire nævnte behov.

Nogen rimelig nøjagtig afvejning er derimod vanskelig at præstere,bortset fra at det kan konstateres,at aftagernes behov for matematisk erfaring hos studenterne stadig er det behov,som først og fremmest bliver tilgodeset,og at det efter betænkningens opfattelse ingen skade har lidt ved indførelse af ovennævnte nydannelser af matematikundervisningen.

Spørgsmål 4.

"Hvilken opfattelse af hvordan og til hvad matematikken kan bruges, lægges der op til i rammerne for matematikundervisningen"?

Ifølge "Det nye gymnasium" er det bl.a. matematikundervisningens formål, at eleverne på de tre matematikgrene skal udstyres med matematiske kundskaber og færdigheder, som de kan have nytte af både inden for og uden for matematikken.
Det er opfattelsen, at der findes mange forskellige muligheder for et praktisk anvendeligt udvalg af emner, som eleverne kan behandle og arbejde med på en sådan måde, at de får en forståelse af matematikkens betydning i samfundet, og som også udvikler elevernes evne til kritisk at kunne vurdere den måde, hvorpå matematikken anvendes.
Ifølge bekendtgørelsen af 1971 kan undervisningen på alle tre grene omfatte problemstillinger økonomi, biologi, fysik, sociologi, teknik, databehandling, informationsteori, psykologi, sprog, kemi m.m.
Undervisningsvejledningen fra samme år siger, at matematikkens faglige indhold skal formidles på en sådan måde, at behandlingen af emnerne

"kan give en forståelse af fagets deduktive natur,
kan opøve i induktiv arbejdsform,
kan bibringe øvelse i præcis formulering og fremstilling."

Ved "moderniseringen" af matematikundervisningen, hvormed menes en fremhævelse af matematikkens strukturelle sider og skabelsen af en "enhedsmatematik", er det som om udvalget har ønsket at fremhæve en formaldannende evne ved faget.

Hvad matematik på gymnasiets sproglige gren angår, er det ifølge de officielle retningslinier meningen, at faget indrettes som hjælpefag, men det anses for vigtigt, at eleverne får indtryk af matematisk metode, og at undervisningen derfor, som på de tre matematikgrene, bygger på logisk holdbare ræsonnementer.

Spørgsmål 5.

<u>"Hvilken opfattelse af matematikkens historiske og samfunds-mæssige placering og udvikling samt drivkræfterne heri læg-ges der op til med de givne rammer for matematikundervisning-en"?</u>

Bortset fra at der i "Det nye gymnasium" et enkelt sted nævnes, at:"Det vil både af faglige og mere alment kulturelle grun-

> de være af betydning, at man lejlighedsvis i tilknytning til indførelse af fundamentale begreber medtager træk af disse begrebers opståen og af den historiske udvikling de har givet anledning til, samt meddeler nogle korte bi-ografiske oplysninger om de matematikere, hvis indsats har tilknytning til de gennemgåede emner";

siges der ikke ret meget om vort spørgsmål.

Idéhistorie er indført som emne, hvorfra alle fag i gymnasiet kan hente inspiration , og for eleverne på matematisk-fysisk gren nævner undervisningsvejledningen af 1971 "Matematikkens historie" som ét ud af 13 eksempler på områder, hvorfra det valgfri emne kan hentes. De øvrige 12 eksempler er talteori, lineære lignings-systemer, logisk algebra osv, altså strengt matematiske områder. Det kan således konstateres, at matematikkens historie, samfunds-mæssige placering, udvikling samt drivkræfterne heri, savnes i de officielle tilkendegivelser,og at matematikken herved fremstår a-historisk og uden sammenhæng med det omgivende samfunds udvik-ling.

Spørgsmål 6.

"Formidles matematikken i gymnasieundervisningen fortrinsvis som noget man opfinder eller fortrinsvis noget man opdager"?

Der gives i de officielle tilkendegivelser ingen anvisning på om matematikundervisningen skal formidles på en sådan måde, at eleverne oplever matematikken som opfundet eller opdaget, heller ikke hvad matematikskaberne i den henseende har gjort. Det formål undervisningen bl.a. skal have,"at lade eleverne indleve sig i nogle karakteristiske sider af matematisk metode", og de punkter hvor elevernes oplevelse af opdage/opfinde først og fremmest kan komme til udtryk,overlades i de officielle tilkendegivelser til den enkelte lærer og lærebogsforfatter.
De officielle retningslinier må derfor opfattes neutrale med hensyn til spørgsmålet,men Kristensen og Rindungs lærebøger,som blev det dominerende lærebogssystem,lagde i udpræget grad vægt på det formelle,hvorved der lægges stærkt op til den opfattelse,at matematik opfindes.

Spørgsmål 7.

<u>"Formidles matematik fortrinsvis som en videnskab, et sæt redskaber, som et sprog eller andet"?</u>

For de sproglige elever skal matematikundervisningen ifølge de officielle retningslinier indrettes således, at faget bliver et hjælpefag, men der lægges i de officielle retningslinier også stærk vægt på, at undervisningen opøver eleverne i anvendelse af matematisk tankegang, metode og viden til formulering af problemer på forskellige områder, og at undervisningen derfor skal bygge på logisk holdbare ræsonnementer.

For eleverne på de tre matematikgrene har undervisningen ifølge bekendtgørelsen af 1971 til formål:

"At give eleverne kendskab til en række fundamentale begreber, tankegange og metoder,
at opøve eleverne i anvendelse af matematiske begreber, tankegange og metoder til formulering, analyse og løsning af problemer inden for forskellige fagområder,
at opøve klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform,
at udvikle fantasi og opfindsomhed,
at give en forståelse af og evne til kritisk at analysere den måde matematikken anvendes inden for forskellige fagområder."

Og undervisningsvejledningen af 1971 siger, at matematikkens faglige indhold skal formidles på en sådan måde, at behandlingen af emnerne:

"kan give en forståelse af fagets deduktive natur,
at opøve i induktiv arbejdsform,
at bibringe øvelse i præcis formulering og fremstilling."

De officielle retningslinier lægger således stærkt op til, at matematikken skal formidles som et videnskabsfag.
Hvordan det så opleves af eleverne afhænger helt af den enkelte lærer og lærebogsforfatter, idet de officielle retningslinier overlader denne del af opgaven til dem. Læreren og lærebogsforfatterens temperement,faglige holdning og smag vedrørende det formelle kommer her til at spille en afgørende rolle

Spørgsmål 8.

"Er det hensigten, at eleverne efter studentereksamen skal kunne gribe til matematiske redskaber, som alene er udviklet i gymnasiet uden for matematikken"?

Ifølge bekendtgørelsens formålsparagraf har undervisningen i matematik på de tre matematikgrene bl.a. til formål:

> "at opøve eleverne i anvendelse af matematiske begreber, tankegange og metoder til formulering, analyse og løsning af problemer inden for forskellige fagområder",

og for de sproglige har undervisningen i matematik bl.a. til formål:

> "at opøve eleverne i anvendelse af matematisk tankegang, metode og viden til formulering, analyse og løsning af problemer på forskellige områder",

og for alle:

> "at give en (for de sproglige elementær) forståelse af og evne til kritisk at analysere den måde, hvorpå matematikken anvendes inden for forskellige fagområder".

I betænkningen står, at undervisningen på samfundsfaglig og naturfaglig gren skal være koncentreret om funktionslæren og læren om tallene, og at netop disse emner er udpeget som de centrale, fordi de spiller en fremtrædende rolle for anvendelser.
I betænkningen udtrykkes endvidere den opfattelse, at kundskaber i forhold til de matematiske og naturvidenskabelige fag er af afgørende betydning for at forstå den verden, vi lever i, og mere generelt udtrykker betænkningen, at undervisningen i gymnasiet skal bibringe eleverne forudsætninger for at tage kritisk stilling til offentlige anliggender og til at modstå propagandaens og reklamens postulater ved at klargøre sig deres egentlige hensigter og sammenholde dem med de faktiske forhold, idet de bygger på spinkle og ofte urigtige præmisser.
Vi må regne med, at også undervisningen i matematik (f.eks. iflg. bekendtgørelsens formålsparagraf) skal bidrage til disse forudsætninger og give eleverne matematiske redskaber, som de kan anvende ved behandling af denne type problemer uden for matematikken.

Det 9. spørgsmål:

"Hvad testes ved den skriftlige og mundtlige eksamen og hvordan virker det der testes tilbage på undervisningen?"

og det 10.spørgsmål:

"I hvilken retning går overvejelserne om ændringer af matematikundervisningens rammer?"

har vi ikke "stillet" de officielle tilkendegivelser.

V.2 Resumé af interview med fagkonsulenterne

Svar og bemærkninger til det 1. spørgsmål:

"Hvilke begrundelser har for jer at se især ligget bag, at der undervises i matematik på de enkelte grene i gymnasiet?"

Den traditionelt vigtigste begrundelse har nok været at "tilgodese det studieforberedende".
Denne begrundelse gælder også de sproglige. I 1953 blev matematikken fjernet fra den sproglige linie,og da den senere kom ind igen,var der udtrykkelig i pensumvalget (differential-og integralregning i et relativt stort omfang på det niveau) nogle henvisninger til,hvad der skulle til for at blive optaget til at læse medicin uden særlig prøve i matematik. — Men det studieforberedende i sig selv kan, mener konsulenterne, ikke alene begrunde fagets stilling og omfang.— En anden vigtig begrundelse er derfor "det almen-og formaldannende", der ikke mindst spiller en rolle, når man tager hensyn til den voldsomme vækst i tilgangen af elever. Konsulenterne mener,at særlig matematikundervisningen har skullet bidraget til (og måske stadig kan),at eleverne lærer at tænke i klare baner og at udtrykke sig klart.
En særlig begrundelse for de sproglige var, at strukturmatematikken opfattet som en slags sprog måtte være velegnet i sammenhæng med en sproglig uddannelse.Som en tredie begrundelse nævner konsulenterne,at matematik (og her måske især opgaveløsning) for mange har kunnet være en kreativ beskæftigelse, uden at der iøvrigt er skelet til en eller anden form for nyttevirkning, og at sådanne æstetiske elementer vel også har haft, har og bør have en plads i en skole som gymnasiet.

Konsulenterne nævner, at hvor de sproglige,de naturfaglige og matfysserne hver har deres eget pensum, så gælder dette ikke for de samfundsfaglige. Da denne gren som den sidste blev koblet på,fik den det samme pensum som den naturfaglige.

Svar og bemærkninger til det 2. spørgsmål.

"Kunne de enkelte formål og hensigter med matematikundervisningen tilgodeses af en matematikundervisning, der udelukkende foregik i tilknytning til andre fag?"

Fagkonsulenterne mener,både på egne vegne og på bekendtgørelsens, at kunne svare klart nej på spørgsmålet. Ikke således at forstå at de mener,at det ville være umuligt at lære eleverne matematik på den måde,men fagets indre struktur, dets indhold af deduktiv forløb ville gå tabt,og et af målene med at undervise i faget er netop at vise dets strukturkarakter.
For de sproglige gælder endvidere, at de tanker,man har haft omkring et science-fag,hvor man kobler matematik,fysik og kemi,nok ikke kunne opfylde behovet for at se matematik bragt i spil i andre områder.
Den opfattelse man havde i begyndelsen af 60erne,at man ikke skulle bygge videre i den matematiske bygning,før fundamentet og de mellemliggende trin var i orden,mener konsulenterne ikke har den samme stilling i dag,men på et eller andet sted,og i et eller andet omfang,skal eleverne på matematisk linie dog i dag i deres pensum træffe en egentlig matematisk lærebygning. For de sproglige i et mindre omfang,men også de skal træffe det,mener konsulenterne.
Når vi peger på, at der hos de natur-og samfundsfaglige elever på visse skoler bliver undervist meget lidt teoriorienteret,at opbygningsaspektet i meget høj grad træder i baggrunden,gør konsulenterne opmærksom på,at det især gælder det pensum,som traditionelt er 2.G-stoffet,nemlig diffential-og integralregningen,hvor konsulenterne iøvrigt selv har anbefalet,at man går let hen over kontinuitet og grænseværdier.Alle elever har imidlertid gået i fælles 1.G, hvor man lægger meget mere vægt på opbygningsaspektet,og konsulenterne er trygge ved,at eleverne i hvert fald der har set,hvordan man kan tilrettelægge stoffet på en sammenhængende måde,således at de kan få et indtryk af,at man kunne gøre ligeså med det øvrige, hvis det skulle være.

Svar og bemærkninger til det 3. spørgsmål.

"Hvordan afvejes på de enkelte grene følgende hensyn i de eksisterende rammer for matematikundervisningen:

a) Den enkelte elevs umiddelbare interesse,behov og motivation?

b) Den enkelte elevs fremtidige behov og interesser? (fremtidig,i betydningen,efter skolens afslutning)

c) Behov hos aftagere for matematisk erfaring hos studenterne? (aftagere,i betydningen,erhvervsliv,videreuddannelses-institutioner)

d) Behov for matematiske hjælpemidler i andre af gymnasiets fag?

Det er konsulenternes bedømmelse,at hensynet til videre uddannelse, altså punkt c,på alle grene har haft og har størst betydning. Selvom der fra 1971 og op til i dag er sket og stadig sker en vægtforskydning i retning af den enkelte elevs umiddelbare interesse(a) og behov for matematiske hjælpemidler i andre af gymnasiets fag(d), så er det stadigvæk aftagerbehovet,der vejer mest.
Når man har lavet de store læseplansrevisioner,er aftagerne på universiteternes matematiske-og naturvidenskabelige fakulteter,Polyteknisk Læreanstalt,medicinstudiet osv blevet hørt.Dette har,mener konsulenterne,også været realistisk,fordi det ikke er mange år siden,at 70-80% af de matematiske studenter gik ind i uddannelser af denne art,og det var dermed ret klart defineret,hvad der skulle tilgodeses. Man behøvede ikke at anlægge særlige vinkler på valg og præsentation af stoffet,for at motivere eleverne. Folk som valgte at gå i matematisk gymnasium syntes det i sig selv var interessandt,og elevernes umiddelbare interesse(punkt a) og behov for matematiske hjælpemidler i andre fag (punkt d) var hermed næsten pr. definition tilgodeset,det sidste p.g.a. fagene fysik og kemi.
Endvidere var elevernes fremtidige behov og interesser,dvs punkt b, den gang stort set sammenfaldende med punkt c,dvs aftagerbehovet, idet man hvad faget matematik angår ikke havde gjort sig særlige tanker om, hvordan man udruster "en god samfundsborger".
Hvor man før i tiden fra centralt hold måske i et vist omfang har syntes, at man kunne designe,hvad der burde tegne en student, og sådan set stadig gør, så er det i 1978-79-80

vanskeligt at bestemme, hvad den enkelte skal lære, når den enkelte er én af 36-37% som går ud til en videre uddannelse eller erhverv, der ikke på forhånd er nærmere afgrænset.

Konsulenterne slår dog fast, at aftagerbehovet (punkt c) stadigvæk er det punkt, der har størst betydning. Imidlertid er punkterne b og især d med deres udvidede indhold begyndt at komme med i feltet. Udvidet i den forstand at b: elevens fremtidige behov, nu også indeholder tanker om, hvordan man udruster en "god samfundsborger", og d: behov for matematiske hjælpemidler i tværfaglig sammenhæng.
Når man f.eks. i dag beskæftiger sig med vækstproblematikken og lærer eleverne at bruge forskellige papirer, enkel-og dobbellogaritmisk papir, trekantsdiagrammer o.l., så hænger det netop sammen med ønsket om at udstyre dem med færdigheder, de kan have glæde af og brug for i en hverdag efter skolens afslutning, som ikke nødvendigvis har at gøre med videreuddannelse.
Dette er en udvikling man bevidst arbejder for, både blandt matematiklærerne via den faglige forening, men også f.eks. i de nye vejledende opgaver. Efteruddannelseskurser i f.eks. anvendelse af matematik i biologien og anvendelse i økonomien knytter an til det tværfaglige i punkt d og peger således på noget mere end matematik som matematik
Hvad hensynet til elevernes umiddelbare interesse angår (punkt a), mener konsulenterne, at man går en anden vej. Matematiklærerne ønsker større frihed indbygget i læseplanerne. Den opnåede frihed kan så anvendes i de frigjorte timer til primært at beskæftige sig med det, klassen har lyst til. En sådan frihed føler fagkonsulenterne sig tryg ved.
Hvad der er sagt indtil nu handler først og fremmest om de tre grene på matematisk linie.
Hvad de sproglige angår, mener konsulenterne, at det nok ser lidt mere speget ud. Fra 1971 og til nu har hovedformålet: at tilgodese det studieforberedende, været fælles med de andre grene. Men i øjeblikket er over 70% af skolerne med i en forsøgsordning på grundlag af en forsøgsbekendtgørelse, ifølge hvilken der især lægges vægt på at tilgodese dels den umiddelbare interesse og dels matematik som hjælpemiddel i andre af gymnasiets fag her og nu. Det første opnås ved en meget større frihed i læseplanerne. F.eks. må differentialregningen (45 timer) gerne skiftes ud med et andet emne af samme omfang og

sværhedsgrad,og der er afsat 25 timer,hvor man kan gøre,hvad man vil. Det andet (matematik som hjælpemiddel) er tilgodeset ved , at der er kommet 3-4 nye lærebøger til,hvor der i opgaver og eksempler er taget en hel del emner ind fra andre fag, f.eks. biologi,fysik,samfundsfag og kemi.
Hvad angår det studieforberedende,lægges der op til,at sproglige studenter skal kunne gå på suppleringskursus til et højere niveau sammen med HFerne.
Den udvikling,som her er beskrevet,er ikke enestående for faget matematik i gymnasiet. Konsulenterne mener enda,at matematik nok er det fag,som på disse punkter er længst bagefter.En vigtig årsag til dette er den tradition,at alt hvad der står i fagets pensumliste kan optræde i de skriftlige opgaver til eksamen,hvorved disse opgaver bliver voldsomt styrende. Man må derfor tage små skridt og en lille bid af gangen,men konsulenterne mener,at det hele bevæger sig i den rigtige retning.

Svar og bemærkninger til det 4. spørgsmål.

"Hvilken opfattelse af hvordan og til hvad matematikken kan bruges, lægges der op til i rammerne for matematikundervisningen?"

Konsulenterne mener, at som bekendtgørelsens formålsparagraf blev formuleret i 1971,var den langt forud for lærerne (og eleverne). I den blev der lagt op til, at matematikken skal bruges til en masse uden for faget.F.eks. skal eleverne lære at anvende matematikken i andre fagområder: sociologi,økonomi,biologi,psykologi osv,og på nær de sproglige skal alle elever opøves i kritisk analyse af den måde,hvorpå matematik bliver anvendt. Konsulenterne mener endvidere,at der var mere perspektiv i formålsparagraffen, end det kom til udtryk i pensumlisten. (En årsag hertil kan være rækkefølgen i først pensumlisten,derefter formålsparagraffen i hvilken formålsparagraf og pensumliste kom til veje). Forholdet mellem formål og pensum bevirker,at det er op til den enkelte lærer,om der kommer forbindelse mellem de to ting. Endvidere gælder det, at op til de allerseneste eksamenssæt testes anvendelsesaspektet overhovedet ikke. Og når man så ved,hvor styrende disse opgaver er i den daglige undervisning,finder konsulenterne det ikke særligt mærkværdigt,at det fremsynede i bekendtgørelsen for lærerne har spillet en relativ lille rolle i forhold til den tradition,som var fastlagt.
Også mangelen på matematiklærere i 6oerne har haft betydning i denne sammenhæng,mener de. Med et løntimetal på 4o-5o var der ikke overskud til at skrive lærebøger. Kristensen og Rindungs lærebog fik på denne måde en dominerende status. Det samme kan siges om "Oktetten",en matematikbog for sproglig gymnasium skrevet af 8 forfattere. Undervisningen var således ud over af bekendtgørelsen også karakteriseret ved de to lærebogssystemer.

I dag med 22 ugentlige timer er mulighederne større. De nye bøger,mener konsulenterne,repræsenterer et tilbud ,og omfanget af dels det lærerne selv skriver,dels det de finder i form af artikler fra forskellige tidsskrifter og aviser,vokser kraftigt. D.v.s. der sker en stigende tilgodeseelse af det anvendelsesrettede.

Svar og bemærkninger til det 5. spørgsmål.

"Hvilken opfattelse af matematikkens historiske og samfundsmæssige placering og udvikling samt drivkræfterne heri lægges der op til med de givne rammer for matematikundervisningen?"

Bortset fra at der i de officielle skrifter antydes,at nogle historiske perspektiver på matematikken bør inddrages,mener konsulenterne ikke,at der lægges op til ret meget vedrørende de nævnte anliggender. De mener dog,at tendenserne for de valgfri emner viser, at der er vækst i beskæftigelsen med historiske emner,og at matematikkens samfundsmæssige placering, i hvert fald hvad anvendelser angår,griber om sig i undervisningen.

Svar og bemærkninger til det 6. spørgsmål.

"Formidles matematikken i gymnasieundervisningen fortrinsvis som noget man opdager eller noget man opfinder?"

Konsulenterne mener,at bekendtgørelsen er neutral over for denne modstilling, og at undervisningsvejledningen også er det. Hvis undervisningen opleves som om matematikken formidles som noget matematikerne har opfundet,hænger det sammen med den normdannelse,der er sket med udbredelsen af de første lærebogssystemer,der vel må siges at lægge op til det synspunkt.Her er det noget matematikerne har hittet på,de kunne lige så godt have hittet på noget andet.
Derudover har der så været en række lærere,som har været meget optaget af matematikkens strukturelle sider,og som vel derfor naturligt har lagt disse til grund for deres undervisning.
I dag er der et vekselspil mellem de to opfattelser,mener konsulenterne,hvor man nok lægger mere vægt på at formidle matematik,som noget eleverne i hvert fald i starten opdager,godt nok en af læreren styret opdagelse,som så senere kan placeres i en formel ramme med et større præg af "opfindelse".

Svar og bemærkninger til det 7. spørgsmål.

"Formidles matematik fortrinsvis som en videnskab,et sæt redskaber,som et sprog eller andet?"

Konsulenterne mener,at matematikken på de højere niveauer først og fremmest formidles som et videnskabsfag. Om eleverne så opfatter det som et sprog,videnskab eller kunst,er 100% afhængig af læreren.
I de tidlige matematikbøger for sproglig linie forsøgte man også at formidle matematikken som en tankebygning eller et sprog, idet man lagde stor vægt på det formelle,bl.a. for at bygge bro til de egentlige sprogfag. Men i det sproglige gymnasium i dag, formidles matematikken mere som et redskabsfag,hvilket i stigende grad også gælder på de højere niveauer.

Svar og bemærkninger til det 8. spørgsmål.

"Er det hensigten,at eleverne efter studentereksamen skal kunne gribe til matematiske redskaber,som alene er udviklet i gymnasiet,ved behandling af problemer uden for matematikken?"

Efter den nye forsøgsordning i sproglig gymnasium,som ca.70% af skolerne deltager i,er det meningen,at eleverne skal have fornøgelse af den lærte matematik,når de i aviser og TV støder på matematiserede emner som kurver og lignende.
For de natur-og samfundsfaglige mener konsulenterne,at svaret også er ja. Det er jo netop definitionen på b-niveauet. Eleverne her skal kunne klare sig på fysik-kemi-og biologikurserne,d.v.s. bruge den matematik,de har lært,i de videregående uddannelser,som kræver et vist matematisk kendskab, uden at behøve at lære mere matematik.
Og dette gælder ikke mindre for matematik.-fysik.grenen, selvom de jo oftest i deres videre uddannelse skal lære mere matematik.

Svar og bemærkninger til det 9. spørgsmål.

"Hvad testes ved den skriftlige og mundtlige eksamen, og hvordan virker det der testes tilbage på undervisningen?"

For de tre grene på matematisk linie er den mundtlige eksamen en prøve i at reproducere beviser ved tavlen og undervejs at kunne gøre rede for "mellemregningerne".Det er med andre ord hele den deduktive opbygning,det handler om.
Det som så testes er en kombination af,om spillereglerne i et bevis er forstået,og om man kan udtrykke sig i en rimelig genkendelig form,og om muligt (men ikke krævet) kan gøre rede for, i hvilken større sammenhæng det aktuelle bevis indgår. – Efter at der ved mundtlig eksamen er blevet indført forberedelsestid,har en sådan redegørelse fået bedre realistiske muligheder. Målet er et færdiggjort bevis,som hænger sammen,og hvor der ikke er huller eller fejlræsonnementer.
Op til i dag passede ovenstående beskrivelse også i nogen grad på de sproglige elevers eksamen,men konsulenterne mener,at forsøgsordningens pensum nok vil føre til,at det mere vil blive testet,om eleverne kan gribe til det rigtige værktøj ved behandling af et forelagt problem med et eventuelt tilhørende talmateriale.
Endvider mener de,at man nok efterhånden vil søge at rette eksamensformen sådan ind,at den mere kommer til at ligne elevernes hverdag.Undervisningen på sproglig linie foregår nu om dage i højere grad som gruppe arbejde end som individuelt arbejde ofte koncentreret om opgaveregning, og det er et spørgsmål om den ønskede overenstemmelse ikke snarere ville opstå med skriftlig eksamen for de sproglige end ved den nuværende mundtlige.
Hvad skriftlig eksamen angår er det således,at de sproglige eelver jo ingen har,og på matematisk linie tester denne begrebsapparatet og færdigheder i og evner til over for en forelagt opgave at kunne mobilisere det rigtige værktøj.
Når man imidlertid tænker på bekendtgørelsens formålsparagraf, hvad angår det anvendelsesrettede og opøvelse i kritisk vurdering m.m.,mener konsulenterne,at det nok er mindre tilfredsstillende,at hverken den skriftlige eller den mundtlige eksamen tester disse ting.

For at teste bredere kunne de derfor godt tænke sig, at de rene matematiske opgaver blev suppleret dels med opgaver, der handler om andet end matematik, men hvor matematik skal anvendes, dels med nogle mere åbent formulerede opgaver,hvor eleverne på grundlag af et materiale selv formulerede det problem der behandles. Noget sådant kunne godt gøres uden en bekendtgørelsesændring. I opgavekommisionen er sådanne opgaver iøvrigt blevet drøftet, men man er veget tilbage for at stille dem,i hvert fald i de oprindelige former,fordi den daglige undervisning er blevet tilrettelagt bl.a. ud fra forventninger om den traditionelle type opgaver.Ændringer kan derfor ikke indføres i et for hurtigt tempo.
For mat-fyssernes vedkommende kunne konsulenterne så godt forestille sig,at det ene af de to sæt traditionelle opgaver,som eleverne på den gren i to omgange nu udsættes for,blev erstattet med åbne og/eller anvendelsesopgaver som ovenfor beskrevet.

Dette sidste ville dog nok kræve en bekendtgørelsesændring.

Svar og bemærkninger til det lo. spørgsmål.

"I hvilken retning går overvejelserne om ændringer af matematikundervisningens rammer?"

Konsulenterne er enige om,at der først og fremmest vil være tale om større frihed for alle parter,d.v.s. om at få nogle rammer,hvor en meget mindre del af tiden er beslaglagt ud fra overordnede bestemmelser.
Det obligatoriske stof,mener de,vil nok til forskel fra nu blive beskrevet mindre detaljeret,men mere ud fra nogle overordnede synspunkter.Et minimum på bekendtgørelsesniveau kunne f.eks.være "Noget om funktioner","Noget om geometri","Noget om statestik" og så måske omfanget af de enkelte emner angivet med en eller anden brøkdel af den samlede tid.En mere nøjagtig afvejning af hvad der så skulle være inden for det enkelte emne kunne være op til dels de vejledende retningslinier og dels til den enkelte lærers egen vurdering.Iøvrigt vil det nok være rimeligt at antage, at rumgeometrien vil blive genoptaget blandt det obligatoriske stof, mens algebraen måske nok vil blive overladt til frivilligheden.

Det er endvidere konsulenternes bedømmelse,at statistikken vil blive udvidet således,at der f.eks. inddrages χ^2-test og tests i normalfordelingen. Men en bekendtgørelsesændring,der som omtalt vil reducere det obligatoriske stof,vil måske ikke optage statistik blandt det kernestof,alle skal lære. Dertil er det nok for svært,men man må have frihed til at tage det ind i undervisningen i det omfang,man måtte have brug for det.
Over alt dette kunne man muligvis forestille sig nogle generelle politiske direktiver for at tilgodese eventuelle krav om udveksleligheid mellem forskellige nationale studentereksaminer.
Konsulenterne har nogle begrundede gæt på,at de omtalte ændringer kan tage sin begyndelse i 80erne,men det vil ikke overraske dem,om 71-bekendtgørelsen holder 80erne ud.
Hvad en gennemgribende ændring af de 16-19åriges uddannelsesområde angår,kunne man forestille sig,at der i visse politiske kredse vil være stemning for,at det gymnasium,som er fastlagt i 71-bekendtgørelsen,faktisk er et godt gymnasium,som man godt

vil satse på. Hvis det så ikke rigtig kan rumme helt så mange elever,så er det der problemet ligger,og ikke at gymnasiet skal laves om. Så skal der måske gives nogle andre tilbud til en anden procentdel af årgangen. Iøvrigt finder konsulenterne det vanskeligt at udtale sig om matematikundervisningen i et helt andet system for de 16-19åriges uddannelser, der jo kunne tage mange forskellige former.

V.3 Sammenfatning af den officielle fagopfattelse

Spørgsmål 1: Hvilke begrundelser har især ligget bag, at der undervises i matematik på de enkelte grene i gymnasiet ?

Som generelle begrundelser for alle grene nævner både fagkonsulenterne og de officielle dokumenter først of fremmest hensyn til videre uddannelser og i anden række hensyn til almendannelse og det formaldannende.Sidstnævnte begrundelse fremhæves af fagkonsulenterne som vigtig i betragtning af at "det studieforberedende", som følge af den voldsomme tilvækst i antallet af elever, ikke alene kan begrunde fagets omfang og stilling i gymnasiet.Fagkonsulenterne nævner desuden at matematikkens mulighed for at give kreativ beskæftigelse har været inddraget som begrundelse for fagets placering.

Som specielle begrundelser for matematik på den sproglige gren nævner de officielle dokumenter og fagkonsulenterne hensyn til medicin-og statsvidenskabsstudiet.Fagkonsulenterne nævner desuden at strukturmatematikken betragtet som en slags sprog, har været anset for at danne en velegnet forbindelse til de egentlige sprogfag.

I de officielle dokumenter angives begrundelserne for oprettelsen af de samfundsfaglige og naturfaglige grene at være hensyn til de mere differentierede aftagerbehov, mens matematisk-fysisk gren er en fortsættelse af den tidligere matematisk-naturfaglige linie.

Spørgsmål 2: Kunne de enkelte formål og hensigter med matematikundervisningen tilgodeses af en matematikundervisning, der udelukkende foregik i tilknytning til andre fag ?

I de officielle dokumenter har spørgsmålet øjensynligt ikke været alvorligt overvejet, men mellem linierne kan man klart fornemme at svaret på spørgsmålet ville blive et nej.

Fagkonsulenterne svarer klart nej til spørgsmålet både på egne og på bekendtgørelsens vejne.De henviser til at fagets strukturegenskaber, som det er et af målene at fremstille i undervisningen, ville gå tabt, hvis undervisningen i matematik foregik udelukkende som en del af andre fag.

Spørgsmål 3: Hvordan afvejes på de enkelte grene følgende hensyn i de eksisterende rammer for matematikundervisningen:

a) Den enkelte elevs umiddelbare interesse, behov og motivation ?
b) Den enkelte elevs fremtidige behov og interesser ?
(fremtidig, i betydningen, efter skolens afslutning)
c) Behov hos aftagere for matematisk erfaring hos studenterne ?
d) Behov for matematiske hjælpemidler i andre af gymnasiets fag ?

Både fagkonsulenterne og de officielle dokumenter nævner at hensynet til videre uddannelser har størst betydning.Hvad de øvrige hensyn angår, er det i de officielle dokumenter vanskeligt at foretage en yderligere afvejning.Fagkonsulenterne mener imidlertid, at den enkelte elevs umiddelbare og fremtidige behov samt behovet for matematiske hjælpemidler i andre fag efter 1971 i større og større omfang søges og bliver tilgodeset, bl.a. fordi indholdet af de omtalte behov p.g.a. den stærkt voksende tilgang af elever er blevet udvidet.Hvad angår elevens fremtidige behov,gælder det tankerne om hvordan man udruster "en god samfundsborger" og hvad angår behovet for matematiske hjælpemidler i andre fag, gælder det tværfagligt samarbejde .

Spørgsmål 4: Hvilken opfattelse af hvordan og til hvad matematikken kan bruges, lægges der op til i rammerne for matematikundervisningen ?

I de officielle dokumenter nævnes en række muligheder for at inddrage anvendelser af matematik (bl.a. anvendelser i økonomi, biologi, sociologi og teknik).Der lægges desuden op til at eleverne skal have en forståelse af matematikkens betydning i samfundet og til at eleverne (undtagen sproglige) kritisk skal kunne analysere den måde hvorpå matematik anvendes.

Fagkonsulenterne mener at bekendtgørelsens formålsparagraf, angående kritisk analyse, var mere perspektivrig end det kom til udtryk i pensumfastlæggelsen, og at denne uoverenstemmelse har bevirket, at det er blevet overladt til lærerne at skabe forbindelsen mellem pensum og formålsparagraf.Da imidlertid eksamensopgaverne indtil dato praktisk taget ikke har testet anvendelses perspektivet, har dette aspekt i praksis ikke i særlig høj grad været tilgodeset.Fagkonsulenterne mener dog at der i dag, bl.a.

som følge af lærernes interesse for spørgsmålet og som følge af fremkomsten af nye lærebøger, sker en stigende tilgodeseelse af anvendelsesperspektivet.

Spørgsmål 5: Hvilken opfattelse af matematikkens historiske og samfundsmæssige placering og udvikling samt drivkræfterne bag lægges der op til med de givne rammer for matematikundervisningen ?

I "Det ny gymnasium" nævnes at det vil være af faglig og kulturel betydning at medtage træk af matematiske begrebers opståen og korte biografiske oplysninger om store matematikere. I bekendtgørelsen indføres idéhistorie som emne (uden selvstændigt timetal) og på den matematisk-fysiske gren indføres valgfrit emne, hvorunder matematikkens historie nævnes som et eksempel på mulige områder. Bortset fra ovenstående siges ikke ret meget om spørgsmålet i de officielle dokumenter.

Fagkonsulenterne mener at der er en vis vækst i beskæftigelsen med matematikkens historie og at matematikkens anvendelser i stigende omfang indgår i undervisningen, mens der nok i mindre grad er tale om at se på matematikkens samlede placering i samfundet.

Det synes rimeligt at konkludere at de officielle dokumenter i det store og hele lægger op til en fremstilling af matematikken som ahistorisk og uden sammenhæng med udviklingen i det øvrige samfund, men at der i praksis i øget omfang inddrages anvendelser af matematik og historisk matematik i undervisningen.

Spørgsmål 6: Formidles matematikken fortrinsvis som noget man opdager eller som noget man opfinder ?

De officielle dokumenter giver ingen konkrete anvisninger på hvordan undervisningen skal formidles i forhold til dette spørgsmål, men overlader dette til lærerne og lærebogsforfatterne.

Fagkonsulenterne mener, at de officielle dokumenter forholder sig neutralt til spørgsmålet, men peger på, at der nok, i hvert fald før i tiden, hos mange, som har været optaget af matematikkens strukturelle sider og derfor gennem deres undervisning, støttet af et i gymnasiet dominerende lærebogssystem, har været lagt op til det synspunkt at matematik fortrinsvis opfindes. Det er imidlertid fagkonsulenternes mening at der i dag er et vekselspil mellem de to opfattelser, og måske nu med en tendens til at der lægges større vægt på at formidle matematikken, som noget der opdages, idet fasen, hvor eleverne selv på induktiv måde skal bearbejde og fremsætte hypoteser om sammenhænge inden for et område, i stigende grad inddrages.

Spørgsmål 7: Formidles matematik fortrinsvis som en videnskab, et sæt redskaber, som et sprog eller andet ?

De officielle dokumenter lægger stærkt op til, at matematikken skal formidles som et videnskabsfag. Dette var også tidligere gældende for sproglige, men fagkonsulenterne mener, at det for de sproglige i dag mere formidles som et redskabsfag, og at dette i stigende grad også gælder på de andre niveauer.

Spørgsmål 8: Er det hensigten, at eleverne efter studentereksamen skal kunne gribe til matematiske redskaber, som alene er udviklet i gymnasiet, ved behandling af problemer uden for matematikken ?

Ifølge de officielle dokumenter fremgår det, at eleverne efter studentereksamen skal kunne anvende den matematik de har lært i gymnasiet til forskellige formål inden for andre fagområder, men det fremgår ikke klart, om der her kun er tænkt i en videreuddannelsessituation eller om eleverne også skal kunne anvende den lærte matematik i deres dagligdag efter skoleafslutningen, uden hensyn til hvad de iøvrigt måtte komme til at beskæftige sig med. Fagkonsulenterne gør opmærksom på, at det er hensigten at de sproglige elever ifølge den nye forsøgsordning for deres linie skal kunne have glæde af den lærte matematik, når de i aviser og TV støder på matematiserede emner fra dagligdagen, og at svaret også er bekræftende hvad angår de tre matematikgrene, idet matematikken for disse elever netop er beregnet på også at blive brugt uden for matematikkurserne.

(Da spørgsmål 9 og lo kun er besvaret af fagkonsulenterne har vi ikke fundet en sammenfatning af svarene på disse spørgsmål nødvendig)

VI.o Sammenligning af elevsvar med den officielle fagopfattelse

Eleverne på alle grene har en fornemmelse af de vigtigste begrundelser for, at der undervises i matematik i gymna et, og der er på de matematiske grene fuld overenstemmelse med den officielle opfattelse hvad angår tilstedeværelsen af matematik som fag, selvom der på de matematiske grene bruges delvis andre begrundelser (hensyn til andre fag, selvfølgeligheden af at have matematik på matematiske grene) end de officielle.Der er endvidere vidtgående overenstemmelse mellem de matematiske grenes og den officielle opfattelse m.h.t. spørgsmålet om matematik kunne foregå udelukkende som en del af andre fag.Begge steder svares nej med henvisning til, at det ville gå ud over matematikkens sammenhæng/fagets strukturegenskaber.

Der er derimod vidtgående uoverenstemmelse mellem den sproglige grens og den officielle opfattelse hvad angår tilstedeværelsen af matematik som selvstændigt fag på denne gren, idet de sproglige elever gennemgående mener, at matematik enten burde fjernes helt eller gøres frivilligt.

I forhold til den officielle prioritering af hensynet til elevernes umiddelbare interesse prioriterer eleverne gennemgående dette hensyn væsentligt højere, idet flertallet af eleverne mener undervisningen bør have umiddelbar interesse, hvad de gennemgående mener den kun har i mindre omfang i øjeblikket.

Hvad angår matematikkens historiske udvikling og samfundsmæssige placering har eleverne i vid udstrækning den opfattelse af matematikken, som ahistorisk og uden sammenhæng med det øvrige samfund, som vi mener der lægges op til i de officielle tilkendegivelser (j.v.f. elevernes svar på spørgsmålene om hvornår og hvordan den matematik de lærer er blevet skabt, og om hvad de tror professionelle matematikere laver nutildags), idet eleverne dog tror, at matematikkens betydning er vokset inden for de sidste loo år, og har et vist kendskab til hvad matematikken bruges til i samfundet.

Fagkonsulenternes henvisning til, at der i dag foregår et vekselspil mellem de to opfattelser: matematik er noget der opdages, matematik er noget der opfindes, og at der måske er en tendens til at lægge større vægt på, at matematik formidles som noget der opdages, stemmer godt overens med elevsvarene, idet der er en tendens til at eleverne på de matematiske grene oftere svarer opdager end opfinder og eleverne på den sproglige gren overvejende svarer opdager.

I betragtning af den vægt der i den officielle opfattelse lægges på at vise matematikkens strukturegenskaber forekommer elevernes udbytte at være ret ringe i så henseende (j.v.f. elevernes svar på spørgsmålene: hvad er matematik ?, kan I give en kort beskrivelse af, hvordan man opbygger et område af matematikken ?, hvad er matematik en videnskab om ?). Eleverne opfatter dog gennemgående matematik som en videnskab, selvom de her stort set ikke henviser til fagets indre struktur og karakter, men oftest til at det er noget man forsker i.

M.h.t. elevernes brug af matematik uden for faget selv er der vidtgående uoverenstemmelse mellem elevernes angivelser af deres faktiske muligheder desangående, og de officielle hensigter. I betænkningens formålsparagraf står bl.a. at eleverne (undtagen sproglige) kritisk skal kunne analysere den måde hvorpå anvendelsen af matematik finder sted, men et gennemgående træk i elevsvarene er (undtagen på den naturfaglig gren), at anvendelser af matematik inddrages i undervisningen i et alt for lille omfang og at stort set ingen elever giver udtryk for, at de kan bruge matematik som baggrund for en kritisk analyse af matematikanvendelser. Selvom mange elever på de matematiske grene godt kunne forestille sig at bruge matematik til problemløsning uden for matematikken, angiver kun én at have gjort det uden for skolen. M.h.t. de sproglige elever er uoverenstemmelsen med de officielle hensigter angående brugen af matematik uden for matematikken endnu mere markant end på de matematiske grene, idet de sproglige elever gennemgående svarer, at de ikke bruger matematik til noget, heller ikke i andre fag, og at de desuden ikke ville finde på at bruge matematik til løsning af problemer uden for matematikken.

Set i forhold til at hensyn til videre uddannelser i den officielle opfattelse angives at have første prioritet som begrundelse for, at der undervises i matematik i gymnasiet, er der relativ ringe positiv interesse blandt eleverne for i fremtiden at beskæftige sig med matematik i virksomhed, hvori matematik indgår eller er en forudsætning, og det springer især i øjnene, at matematik-fysikgrenens elever er dem, der viser mindst interesse i så henseende.

VII.o Konklusion

Under hensyntagen til de forbehold og svagheder ved undersøgelsen som er nævnt i afsnittet "Metode og begrundelser" h.h.v. i indledningen til afsnittet "Profil af de officielle tilkendegivelser" finder vi det rimeligt at konkludere, at matematikundervisningen i gymnasiet i øjeblikket befinder sig i en slags krise, eller i hvert fald i en brudfase, der kommer til udtryk ved uoverenstemmelser mellem de officielle hensigter og elevernes udbytte/opfattelser m.h.t. matematikkens indre strukturegenskaber, anvendelsen af matematik uden for matematikken, prioriteringen af hensyn til aftagerbehov h.h.v. hensyn elevernes umiddelbare interesse og for den sproglige grens vedkommende m.h.t. tilstedeværelsen af matematik på denne gren.

Disse uoverenstemmelser forekommer at være mest markante for den sproglige grens og den matematisk-fysiske grens vedkommende, men findes også på den samfundsfaglige gren og til dels på den naturfaglige gren.

Vi mener at der i de officielle dokumenter lægges op til at matematikken skal formidles som et ahistorisk fag,hvis udvikling er uden sammenhæng med det øvrige samfund.Derfor finder vi det ikke overraskende, at eleverne i vid udstrækning har denne opfattelse af matematikken.

Den væsentligste overenstemmelse vi i denne undersøgelse har fundet mellem elevernes og den officielle opfattelse er, at både de matematiske grenes og den officielle opfattelse er, at der på disse grene skal undervises i matematik, og at matematik skal være et selvstændigt fag.

Det er vores indtryk, at den kriselignende tilstand, som gymnasiet befinder sig i i øjeblikket, er erkendt både af fagkonsulenterne og af mange gymnasielærere.Således foregår der for tiden bl.a. en omfattende eksperimenteren med nye undervisningsformer, og de overvejelser om en indskrænkning af det obligatoriske pensum som fagkonsulenterne omtaler, skal ligeledes ses i lyset af gymnasiets "krise".

Vi er fuldtud enige i, at det obligatoriske pensum bør indskrænkes, men vi mener, at det er ligeså nødvendigt at finde et alternativ til de meget styrende centralt stillede skriftlige eksamensopgaver.Et alternativ vi mener ville være brugbart er decentralt stillede opgaver, som er udformet af de enkelte gymnasiers matematiklærere eventuelt i samarbejde med lærere fra andre fag.Vi finder det desuden nødvendigt, at nedprioritere hensynet til aftagerbehovet til fordel for hensyn til elevernes nuværende og fremtidige rolle som samfundsborgere og som følge deraf at lægge øget vægt på belysning af perspektiverne: hvorfor har matematikken en væsentlig og stadig større rolle i samfundet ?,hvordan anvendes matematikken i samfundet og hvilke konsekvenser får det ?, hvordan løses et problem fra virkeligheden v.h.a. matematik ?

Litteratur

1. Matematikken i samfundet
Else og Jens Høyrup
Gyldendal

2. Studien zu Problemen der Mathematik
W.N. Molodschi
VEB Deutcher Verlag der Wissenschaften
Berlin 1977

3. History of Mathematics
Arthur Gittleman
California State University

4. Statistiske standardmetoder
RUC-rapport Dec. 1977

5. Positivism, marxism, kritisk teori
Johansson et al
Bogforlaget Pan/Norstedts

6. Videnskabens revolutioner
Thomas Kuhn
Fremad 1973

7. A Concise History af Mathematics
Dirk j. Struik
Dover Publications New York

8. Mathematiker uber die Mathematik
Michael Otte
Berlin 1977

9. The Structur of science.
Ernest Nagel
New York:Harcourt
Brace and World 1961

10. Betænkning nr.269 "Det nye gymnasium"
27.februar 1959.

11. Bekendtgørelse nr.322
Undervisningsministeriet den 16. juni 1971

12. Vejledning og retningslinier for undervisningen i gymnasiet.
Direktoratet for gymnasieskolerne og HF, juli 1971

13. Termodynamik i gymnasiet
IMFUFA - tekst nr. lo
RUC

14. Matematikkens forhold til samfundsøkonomien
IMFUFA - tekst nr. 7
B.V. Gnedenko

15. Den skjulte læreplan
skolen socialiserer, men hvordan ?
Mette Brauer og Karin Borg
Unge Pædagoer

16. Folkeskolens matematik: En overvejelse over veje og mål
Jens Høyrup (intern RUC-tekst)

17. Historisk matematik
Poul la Cour

18. Tre essays
Mogens Niss
IMFUFA - tekst nr. 4

19. Nogle perspektiver for matematikundervisningen i de gymnasiale uddannelser i 199o
Mogens Niss
Rapport fra Matematiklærerforeningens efteruddannelseskurser i Magleås og Ry, marts 1979

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen"
Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde university centre (Denmark), 1978. Preprint.
Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.
Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARSINOGENE STOFFER".
Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMÅL OG KONSEKVENSER".
Projektrapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken.
Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of relativity".
Helge Kragh.

24a/80 "MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2.G'ERE" 1. En analyse.
24b/80 "MATEMATIKOPFFATTELSE HOS 2.G'ERE" 2. Interviewmateriale.
Projektrapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.
Vejleder: Mogens Niss.