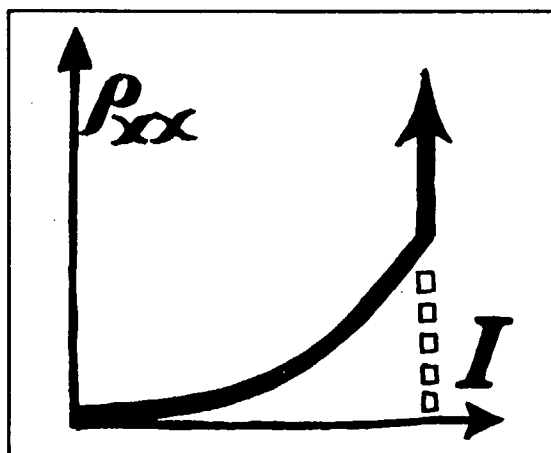


STRØMSSAMMENBRUD  
AF KVANTE HALL  
EFFEKTEN

Anja Boisen  
Peter Bøggild

Vejledere:  
Peder Voetmann Christiansen  
Erland Brun Hansen



TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER  
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES  
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postboks 260  
4000, Roskilde

#### STRØMSAMMENBRUD AF KVANTE HALL EFFEKTEN

En eksperimentel undersøgelse af kvante Hall effektens strømsammenbrud i metrologiske prøver, groet på GaAl-GaAlAs wafere med MBE. En analyse af den subkritiske resistivitet fører til en diskussion af årsagerne til dissipationen og strømsammenbrud i todimensionale elektrongasser.

se også "Introduktion til kvante Hall effekten" (236a)

af : Anja Boisen og Peter Bøggild.

IMFUFA tekst nr. 236b/93

107 sider

ISBN 0106-6242

**Abstract** Kvante Hall effekten indebærer, at strømmen i en todimensional leder, placeret i et stærkt magnetfelt, kan løbe dissipationsløst, samtidig med at Hall modstanden  $R_H(B)$  kvantiseres. Den grundlæggende kvantiseringsrelation er  $R_H = h/ie^2$ , hvor  $i$  er et positivt, helt tal. Reproducerbarhed af disse plateauer, har muliggjort definitionen af en ny modstandsstandard, med en nøjagtighed i størrelsesordenen  $10^{-7}$ . Det viser sig imidlertid, at kvante Hall effekten bryder pludseligt sammen ved strømme over en vis størrelse. Vi har undersøgt denne kritiske strøms afhængighed af Hall prøvens størrelse ved at måle på strukturer med 1) varierende skala og 2) varierende længde (fastholdt bredde). Hall-prøverne er alle fremstillet af en heterostruktur GaAs/GaAlAs med en ladningsbæretæthed på  $2 \cdot 10^{15} \frac{1}{m^2}$  og en mobilitet på cirka  $5 T^{-1}$ .

En teoretisk introduktion til Kvante Hall effekten findes i IMFUFA tekst nr. 236a-1993.

## Indledning

**Forord** Nærværende rapport er et resultat af et halvårs eksperimentelt projektarbejde, udført af to fysikstuderende fra Roskilde Universitet Center (RUC) i foråret 1992. Dette arbejde har til formål at lave et systematisk studium af den kritiske strøms geometri- og dimensionsafhængighed for kvante Hall prøver. Geometriaafhængighed er en betegnelse for den kritiske strøms afhængighed af prøvebredde eller længde, mens ordet dimensionsafhængighed benyttes om prøve-skalaens indvirkning på strømsammenbrudet.

Det eksperimentelle arbejde er foregået på H.C.Ørstedes instituttet i København, og rapporten er blevet til gennem et samarbejde med vejledere og teknisk personale fra de to institutter.

Dette samarbejde kunne aldrig have kommet istand uden H.C.Ø samfundets imødekommenhed. At det overhovedet har kunne ladet sig gøre, vil forhåbentlig inspirere andre til at stikke næsen uden for fugeburet og prøve noget andet - dette gælder såvel for RUC'ere som KU'ere. Kvant Hall fysik og metrologi er nærmest ukendt blandt studerende på RUC's fysikinstitut, og overraskende nok heller ikke særlig søgt af fysikstuderende på KU, på trods af det forskningsarbejde der her udføres indenfor området. Vi har derfor brugt en del kræfter på at skrive en bred introduktion (tekst 236a) til kvante Hall effekten.

Mange mennesker har en aktie i dette arbejde, og vi vil gerne nævne nogle af dem: Peder Voetmann (RUC) og Erland Brun Hansen (H.C.Ø) har været vores "teoretiske" vejledere og har været en stor hjælp under udarbejdelsen af rapporten. Anders Kristensen (H.C.Ø) og Poul Erik Lindelof (H.C.Ø) har fungeret som "eksperimentelle" vejledere, samt inspireret og vejledt i fortolkning af måleresultater. Mette Bøgelund fra den tekniske afdeling har trukket os gennem prøvefremstillingen på rekordtid. Ole Per Hansen (H.C.Ø) gav os en introduktion til ledningsevne målinger i forskellige prøvegeometrier. Også tak til Makropoulos fra tegnestuen (H.C.Ø) og Klaus Sørensen fra M.B.E rummet (H.C.Ø), som har hjulpet os med praktiske problemer.

Prøverne blev udskåret af en GaAlAs-GaAs heterostruktur wafer groet på H.C.Ørsted-instituttets eget M.B.E. anlæg (Molekylær Beam Epitaxi), samt designet, nedfotograferet, forarbejdet og kontaktet ved brug af instituttets faciliteter.

**Historisk oversigt** I 1879 opdages Hall-effekten af E.H.Hall. Når en strøm sendes igennem en leder, der opholder sig i et magnetfelt vinkelret på lederen, afbøjes ladningsbærerne til siden af Lorentz kraften  $F = q\vec{v} \times \vec{B}$ . Herved opbygges på grund af ladningsforskydningerne et elektrisk felt, der efterhånden udbalancerer det magnetiske felt. Feltets retning afhænger af ladningsbærernes fortegn, idet det i nogle materialer ikke er elektroner, men positive "huller" i elektrontæppet, der leder strømmen.

Strømmen løber herefter gennem prøven parallelt med siderne, idet den resulterende kraft er nul. Den sædvanlige longitudinale modstand er givet ved  $R_{xx} = V_{xx}/I$ , mens en transversale modstand  $R_{xy}$  defineres som spændingsfaldet på tværs af prøven delt med strømmen:  $R_{xy} = V_{xy}/I$  (Hall modstanden). Det kan let vises udfra den klassiske Drude teori for ledningsevne, at den transversale modstand er lineært afhængig af magnetfeltstyrken  $R_{xy} = B/en$ , hvor  $n$  er elektrontætheden pr. flade.

I midten af halvfjerdserne opdages klare afvigelser fra den klassiske Hall effekt i to-dimensionale elektrongasser. Efterhånden som prøvernes kvalitet forbedres kan Klitzing og Ebert i 1978 rapportere den longitudinale modstands ( $R_{xx}$ ) fald til 0, sammenfaldende med en plateaudannelse i Hall resistansen ( $R_{xy}$ ), som for en 2DEG har samme dimension som resistiviteten  $\rho_{xy}$ . I 1980 opdager Klitzing (Klitzing, Dorda, Pepper) ved præcisionsmålinger af Hall-plateauerne, at kvante Hall resistiviteten er kvantiseret i overensstemmelse med:

$$R_H = \frac{1}{i} \frac{h}{e^2} \quad (0.2)$$

hvor  $i$  er et helt, positivt tal. Opdagelsen giver Klitzing Nobelprisen i fysik i 1985. Da plateauerne givet ved ovenstående formel kan reproduceres med stor nøjagtighed, har man siden 1990 benyttet kvante Hall effekten (QHE) som reference standarden for modstand.

**Kritisk strøm** En sidegren i kvante Hall forskningen, er spørgsmålet om strømafhængighed og -sammenbrud for QHE, samt strømlinieforløbet i prøverne. I 1983 fandt Ebert (Ebert et. al, 1983), at kvante Hall effekten bryder sammen ved strømme i størrelsesordenen hundreder af mikroampere. Magnetomodstanden kan ved strømændringer på under 1 %, pludseligt stige mange størrelsesordener.

Den kritiske strømtæthed ved hvilken dette sammenbrud finder sted anslås at være  $0.6 - 0.9 A/m$  (Ebert et al, 1983).

For metrologerne betyder den øvre grænse på strømmen, der kan sendes gennem prøverne, også en grænse på den præcision hvormed de kan måle  $\rho_{xy}$ . Derfor er det vigtigt og interessant at studere hvilke parametre, der har betydning for den kritiske strøm, herunder den kritiske strøms afhængighed af materiale, prøveudformning, renhed og ladningsbærer-homogenitet, idet disse faktorer sædvanligvis har betydning for dissipation i ledere.

### **Den kritiske strøms dimensions- og geometriafhængighed**

Med udgangspunkt i standard Hall prøvens geometri (Bruus,1990) undersøger vi, hvorledes den kritiske strøm ( $I_c$ ) afhænger af ændringer af Hall prøvens skalerede størrelse, samt længde med fastholdt bredde. Først og fremmest håber vi på, at få et fingerpeg om hvorvidt geometri og dimension har en betydning, og i så fald hvilke prøvedesign der er gunstige til metrologiske formål. Måleresultaterne kan også medvirke til at forklare årsagerne til strømsammenbruddet, og måske afklare strøm-linieforløbet i prøverne, hvilket kan have fundamental teoretisk betydning. Vi studerer også resistivitetsens opførsel i det subkritiske område for at lære hvilke mekanismer, der fremkalder den kritiske strøm.

**Læsevejledning** Vores arbejde er opdelt i to dele: en introduktion til kvante Hall effektens teoretiske status (tekst 236a) samt en gennemgang af vores eksperimentelle arbejde fra de indledende designovervejelser til præsentation og fortolkning af måledata (tekst 236b). Denne tekst indeholder følgende kapitler:

*I kapitel 1* gennemgås modeller for kvante Hall strømsammenbruddet. Strømliniebilledet tages også med i betragtning.

*I kapitel 2* viser vi, hvordan vi har tilrettelagt eksperimentet, og hvilke overvejelser af praktisk, teoretisk og metodisk art, der er indgået i dette arbejde.

*I kapitel 3 og 4* gennemgås prøvedesign og -fremstilling, samt måleopstilling.

*I kapitel 5* præsenteres og kommenteres de væsentligeste måledata og grafer.

*I kapitel 6* opsummeres resultaterne fra kapitel 5. Vi søger gennem en fortolkning i forhold til de ideer, der blev opridset i kapitel 1, at drage de nødvendige konklusioner. Derudover ser vi på, hvilke perspektiver disse og lignende eksperimenter har, og hvilke forslag til nye projekter og målinger der er ønskværdige.

*I appendiks A er måleresultaterne placeret.*

Et kort overblik over vores eksperimentelle arbejde kan fås ved at læse kapitel 2, kapitel 5 og appendiks A, der tilsammen beskriver, hvordan vi har planlagt og udført eksperimentet, samt de resultater vi har fået.

For andre, der skal til at lave kvante Hall målinger, er kapitel 1 (tekst 236a), kapitel 2-5 samt eventuelt appendiks A (tekst 236a) relevante.

# Indhold

<b>1</b>	<b>Kritisk strøm</b>	<b>3</b>
1.1	Strøm og dissipation . . . . .	4
1.2	Teorier for strømsammenbrud . . . . .	18
1.3	Opsummering . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Tilrettelæggelse af eksperiment</b>	<b>29</b>
2.1	Metodiske overvejelser . . . . .	29
2.2	Oversigt over eksperimentet . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Prøvedesign og fremstilling</b>	<b>35</b>
3.1	Design af masker . . . . .	35
3.2	Prøvefremstilling . . . . .	38
3.3	Test af prøverne . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Måleopstilling</b>	<b>43</b>
4.1	Kryostaten . . . . .	43
4.2	Magneten . . . . .	46
4.3	Dataopsamling . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Måleserier og databehandling</b>	<b>49</b>
5.1	Målinger . . . . .	49
5.2	Målegrafer og data . . . . .	53

<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>67</b>
6.1	Opsummering af resultater . . . . .	67
6.2	Modeller og fortolkning af data . . . . .	71
6.3	Fortolkning af måleresultater . . . . .	75
6.4	Ideer til videre arbejde . . . . .	83
6.5	Afrunding . . . . .	85
<b>A</b>	<b>Grafer</b>	<b>89</b>

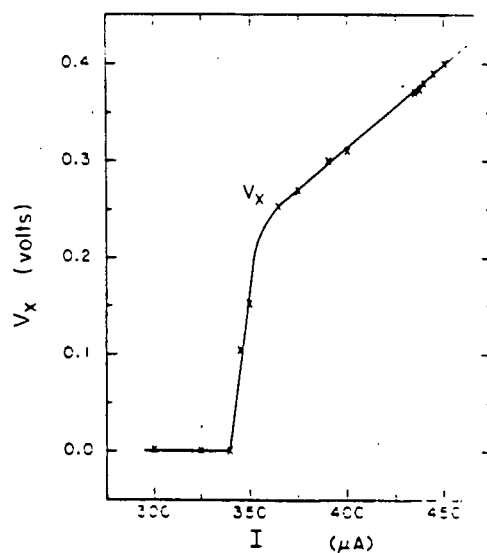


# Kapitel 1

## Kritisk strøm

Den kritiske strøm  $I_c$  skal i det følgende diskuteres med udgangspunkt i forskellige modeller og teorier. Kritisk strøm er blevet studeret en del i det super-kritiske område, det vil sige i det område, hvor prøven udviser ohmsk opførsel. Et eksempel på et sådan eksperiment er gengivet i figur 1.1.

Disse målinger er typisk foretaget med en lav følsomhed, idet interessen her gælder  $V_{xx}$  efter den kritiske strøm er indtrådt. Dette gør det svært at observere eventuelle ændringer af  $\rho_{xx}$  i det subkritiske område, det vil sige i området inden sammenbrudet. Vil vil blandt andet undersøge,



**Figur 1.1:** Måling af kritisk strøm i en GaAs heterostruktur ved 1.2 K. Den kritiske strøm er cirka  $340 \mu A$  (Cage et.al, 1983)

om prøvens opførsel i det subkritiske område, kan give indblik i de mekanismer, der forårsager den pludseligt forekommende dissipation i Hall prøven.

Vi interesserer os mest for modeller, der kan føre til en beskrivelse af  $\rho_{xx}$  opførsel for subkritiske strømme. Teorierne vil desuden blive undersøgt for deres forudsigtelse af sammenhængen mellem prøvestørrelse og kritisk strøm.

Man kan tale om to 'sammenbrud': det første sker, når resistiviteten (dissipationen) bliver forskellig fra nul, uden at det endnu kan siges, om dette sammenbrud er et *kritisk* fænomen (om dissipationen starter ved en bestemt strøm), eller om resistiviteten stiger gradvist, mens strømmen øges fra nul. Det andet sammenbrud er det "sædvanlige" kritiske sammenbrud, hvor resistiviteten stiger mange størrelsesordener indenfor en minimal strømindring, som vist på figur 1.1.

## 1.1 Strøm og dissipation

Både det første og det andet strømsammenbrud er dissipative fænomener. For at kvalificere diskussionen om årsagerne til den kritiske strøms opståen og dens afhængighed af prøvens størrelse, synes vi, at en behandling af strømlinebillede og dissipationen i Hall-regimet er på sin plads.

Vi vil indledningsvis præsentere det traditionelle strømlinebillede, hvorefter elektrisk ledning i en-dimensionale kanaler beskrives ved brug af fysikeren M.Büttikers kanalstrømsbillede. Med baggrund i de gennemgåede modeller overvejes prøvestørrelsens indvirkning på strømlinebilledet.

### 1.1.1 Det traditionelle strømlinebillede

Hvis vi antager, at vi har en ideel, isotrop Hall prøve, kan vi slutte os til strømlinebilledet ud fra nogle simple forudsætninger.

Kontakterne er uordnede metaller, med stor spredning og dermed meget lille spredningslængde. I Hall prøven spredes elektronerne meget lidt, hvilket giver en lang spredningslængde. I bulk vil elektronerne derfor ikke vekselvirke med elektrongitteret, hvorved elektronernes energi er

konstant. Dette giver, at elektronerne nødvendigvis må følge ækvipotentiaallinierne. Med andre ord; på grund af den lille modstand følges strømmlinierne og ækvipotentiaallinierne ad, i modsætning til kontakterne hvor de er vinkelrette på hinanden. En mere fysisk forklaring er, at elektronerne bevæger sig med en sådan hastighed ( $\vec{v} = -\frac{E}{B}$ ), at kraftpåvirkningen fra det elektriske felt og det magnetiske felt udbalancerer hinanden i bulk, således at elektronerne ikke påvirkes af nogen resulterende kraft.

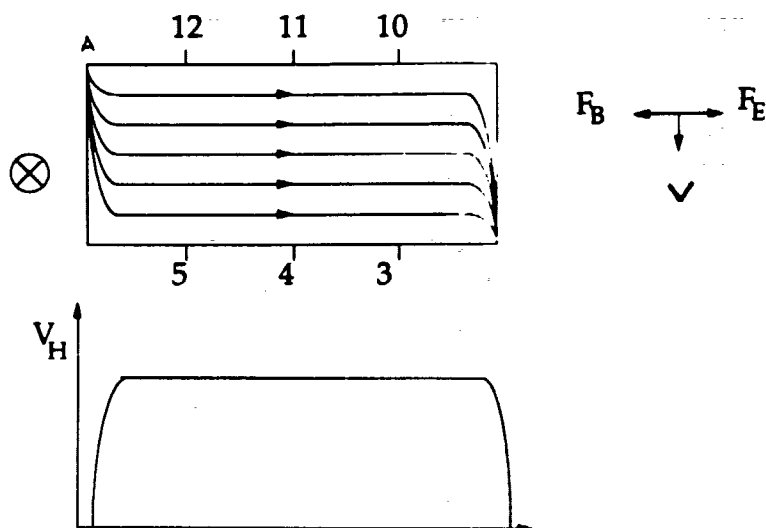
Feltets retning er i metaller i strømmens retning. I Hall prøven giver den lille modstand i  $x$ -retningen og det store Hall felt  $V_H$  i  $y$ -retningen et netto elektrisk felt, der er lig Hall feltet. Man siger så, at Hall vinklen er  $90^\circ$  i prøven og  $0^\circ$  i kontakterne.

Da det elektriske felt er parallelt med den overordnede strømretning (se figur 1.2 i kontakten, men vinkelret herpå i Hall prøven, og da feltet er kontinuert henover overgangen ( $\text{rot } \vec{E} = 0$ ), sker der en forvrængning af potentiaallinierne i nærheden af kontakterne, så de ved overgangen bliver parallelle med potentiaallinierne i kontakterne. Man kan tænke på det, som at Hall-feltet svækkes nær kontakterne, således at elektronen af magnetfeltet bøjes mod en af siderne, for til sidst at bevæge sig parallelt med kontakten. Dette giver strømlinebilledet skitseret på figur 1.2.

I en stationær situation må elektronerne trænge ind i prøven vinkelret på det ydre elektriske felt. Dette kan kun lade sig gøre, hvis elektronerne sendes ind i prøvens hjørner. For situationen skitseret på figur 1.2 er det hjørnet A. Efterhånden som Hall feltet tager til i styrke vil elektronerne afbøjes mere og mere og til sidst beskrive den for Hall effekten så essentielle, karakteristiske bevægelse. Strømmlinierne er nu parallelle med  $x$ -aksen. Ved næste strømkontakt, vil elektronbevægelsen endnu engang afbøjes, hvorved elektronen forlader prøven i modsatte hjørne, C.

Vendes strømmen fås samme strømline-billede, hvorimod strømmen ledes gennem punkterne B og D, hvis  $B$ -feltet ændres.

I lyset af dette må det forventes, at en ændring af prøvens bredde, ikke kvalitativt har nogen indflydelse på strømlinebilledet. Derimod må det formodes, at strømmlinierne i en *meget* kort prøve kun er parallel med  $x$ -aksen på et lille interval. Er en spændingsprobe placeret uden for dette interval, hvor Hall vinklen ikke er  $90^\circ$  vil eksempelvis det målte transversale felt ikke være et udtryk for Hall-feltet.



**Figur 1.2:** Strømliniebilledet i en homogen Hall-prøve. Elektronerne trænger ind i prøven i punktet A, og forlader prøven i punktet C. Til højre ses et diagram over kræfterne virkende i kontaktområdet. Nedenunder ses en skitse af Hall feltets størrelse som funktion af  $x$ . Bemærk, at området nær kontakterne, hvor Hall feltet er svækket, er urealistisk stort for en prøve af makroskopiske dimensioner.

### 1.1.2 Dissipation i det klassiske billede

Man skulle forvente, at der intet spændingsfald forekommer over prøvens to strømkontakter, da modstanden i Hall prøven er nul, eller i det mindste forsvindende. Der er dog et spændingsfald ved de to hjørner, idet elektronerne, for at trænge ind i kontakt-hjørnerne, må krydse de tætliggende ækvipotentiallinier. Dette kan kun ske ved elastisk spredning (f.eks. ved udsendelse af en fonon), idet elektronerne ellers ikke kan ændre deres energi. Man kan ved at inspicere figur 1.2 se at en elektron, der bevæger sig fra kontakt til kontakt, på et eller andet tidspunkt må krydse alle ækvipotentiallinierne, uanset hvilken bane den følger undervejs. Følgelig måles Hall spændingen over strømkontakterne, såvel som over spændingskontakterne, idet hele dette betydelige spændingsfald finder sted i hjørnerne. Eksperimenter viser dog en lille forskel i spændinger, målt ved brug af strømkontakterne og ved brug af modsatstående spændingsprober. Denne uoverensstemmelse skyldes en modstand i strømkontakterne (kontakterne er ikke ideelle), der dermed kan bestemmes som den målte forskel.

Det må derfor forventes, at effektafsætningen er stor i hjørnerne. Uden

at vi har taget udgangspunkt i andet end det klassiske strømlinebillede (ideel Hall prøve) kan vi nu se, at Hall effekten må være brudt sammen i hjørnerne, selvom den ikke er det i bulk.

Spørgsmålet er, om der overhovedet afsættes effekt i bulk. Man siger som regel, at den longitudinale modstand går mod nul for lave temperaturer, når vi er på et midtplateau ved tilstrækkelig lav fyldningsgrad - men det er ikke helt rigtigt. Man kan måle en lille, men dog endelig  $\rho_{xx}$ , som både stiger som funktion af temperaturen af krystalgitteret  $T_L$  og den strøm, der sendes igennem prøven.

Det er vigtigt at bemærke, at målinger af  $\rho_{xx}$  og  $\sigma_{xx}$  er ækvivalente, når magnetfeltet svarer til et plateau, idet det så vil gælde, at  $\rho_{xy} \gg \rho_{xx}$  og dermed :

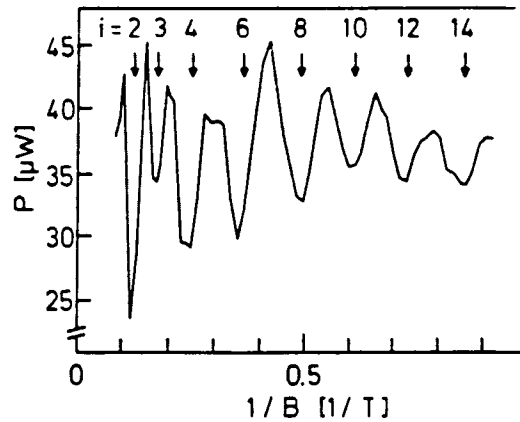
$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \propto \rho_{xx}; \quad (1.1)$$

Der er flere muligheder for dissipation: for det første er der altid en endelig sandsynlighed for inter-Landau niveau spredning, det vil sige spredning fra et besat til et ubesat Landauniveau. Selv ved lave temperaturer, er der en svag kobling mellem elektrongassen og krystalgitteret, således at spredning på fononer mm. kan finde sted. Dette er en længere diskussion, som vi vender tilbage til senere i kapitlet.

Nu vil vi kort diskutere et meget elegant eksperiment udført af Klitzing m.fl. i 1990 (Klass et al, 1991), hvor de dissipative områder i Hall prøve detekteres optisk. En GaAlAs-GaAs Hall prøve dækkes af en superflydende heliumfilm af omkring 50 nm tykkelse. Når der sendes strøm igennem 2DEG'en, vil områder, hvor der afsættes energi, varme heliumvæsken op, således at der optræder væskerulninger. Dette bryder lyset, og kan ses som mørke områder under mikroskop. Billederne optages af et kamera og digitaliseres, hvorefter en egentlig udmåling af de dissipative områder kan foretages. Den effekt, der afsættes i områderne, kan bestemmes ved at varme en tilsvarende testprøve op med et lille varmelegeme (en resistor) og se, hvor stor effekt der skal til for at danne pletter af samme størrelse som på Hall prøven.

Eksperimentets vigtigste resultater er følgende :

- Langt det meste af energien afsættes i diagonale hjørner, det vil sige de hjørner, hvor vi ud fra det traditionelle strømlinebillede forventer, strømmen går ind og ud. Ved vending af magnetfeltet, skifter hjørnerne også.



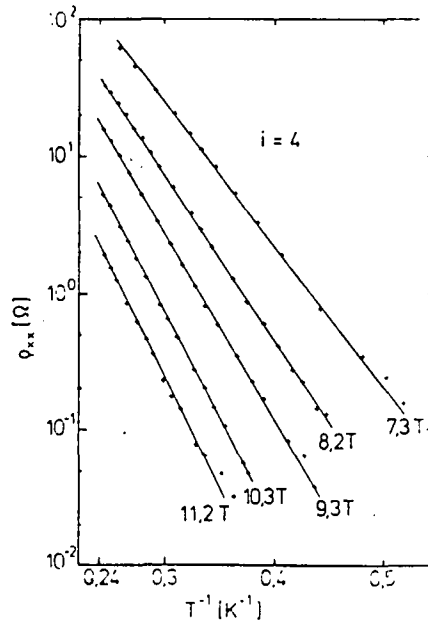
**Figur 1.3:** Elektrisk effekt nødvendig for at danne dissipative pletter med  $100\mu\text{m}$  plet. (Klass et al, 1991)

- Pletternes størrelse vokser lineært indtil en vis strømstyrke, hvorefter pletten i (-) hjørnet vokser uden af (+) hjørnet gør det. Dette sker vel at mærke et stykke *under* den kritiske strøm.
- Dissipationen starter tilsyneladende ved, at en  $30\mu\text{m}$  plet kommer til syne, ved et Hall potentiale på  $0.39\text{ V}$ , svarende til et Hall felt på  $13\text{ kV/m}$ .
- Den effekt, der skal til for at frembringe pletter på  $100\mu\text{m}$ , er målt som funktion af magnetfeltet og udviser klare Shubnikov deHaas lignende oscillationer (se figur 1.3). Det ses, at der kræves mindst effekt for at danne  $100\mu\text{m}$  pletten, når magnetfeltet svarer til et Hall plateau, hvilket indikerer, at ekstra energi afsættes i prøven, når prøven *ikke* er på et Hall plateau.

Disse iagttagelser er vigtige, idet et realistisk alternativ til det klassiske strømlinebillede, er nødt til at give en eller anden forklaring på at der er en dissipation i prøven, at den finder sted i hjørnerne og at denne dissipation indeholder en strømvendings asymmetri.

### 1.1.3 Minimumresistivitetsens strøm- og temperaturafhængighed

Man kan danne sig et indtryk af dissipationen i Hall prøven, ved at måle  $\rho_{xx}$  som funktion af strøm og temperatur, idet effektafsætningen går som  $W = RI^2$ . Temperaturafhængigheden af denne er rimeligt velundersøgt, og de væsentligste karakteristika kan hurtigt rides



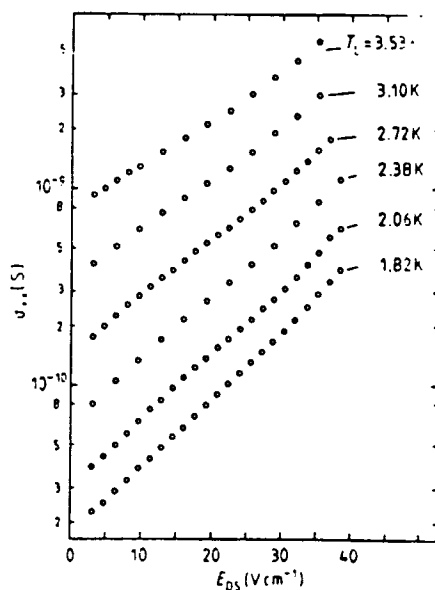
**Figur 1.4:** Temperaturafhængighed af  $\rho_{xx}$  for fyldningsgrad  $\nu = 4$  for en Si-MOSFET ved forskellige magnetfelter (Ebert, 1984).

op: For minimum værdien af  $\rho_{xx}$  ved et B-felt svarende til en heltallig fyldningsgrad, er dissipationen for høje temperaturer termisk aktiveret, idet resistiviteten og dermed dissipationen  $W$ , stiger eksponentielt med temperaturen ( $W \propto \exp(-E_g/2k_B T)$ ). Størrelsen  $E_g$  betegner energigabet mellem Landauniveauerne  $\hbar\omega_c$ , og  $k_B$  er Boltzmanns konstant. Se figur 1.4.

Denne termisk aktiverede resistivitet fryser ud ved lave temperaturer. Her er det en anden mekanisme, der dominerer ledningen: *variable range hopping*. Denne proces er teknisk kompliceret at forstå i detaljer, men det handler groft set om tunnelering mellem elektroner i lokaliserede tilstande, ved hjælp af fonon vekselvirkninger. Elektronerne kan ved at skubbe af på krystalgitteret, hoppe fra en lokaliseret tilstand til en anden, og på den måde lede en strøm. Dette betyder en temperaturafhængighed, der går som  $\exp(-T_0/T)^\gamma$ , hvor  $\gamma$  er  $1/3$  uden magnetfelt og nærmere  $1/2$  med magnetfelt (Ono, 1982).

Udfrysningen af den termiske aktivering sker gradvist under 2 K (Ebert et al, 1983), mens *variable range hopping* modellen fungerer godt i området 10 mK til 4 K.

Ved meget lave strømstyrker, bliver  $\rho_{xx}$  meget svært at måle. Tsui, Stormer og Gossard (Tsui et al, 1982) har i stedet målt  $\sigma_{xx}$  ved lav strøm-



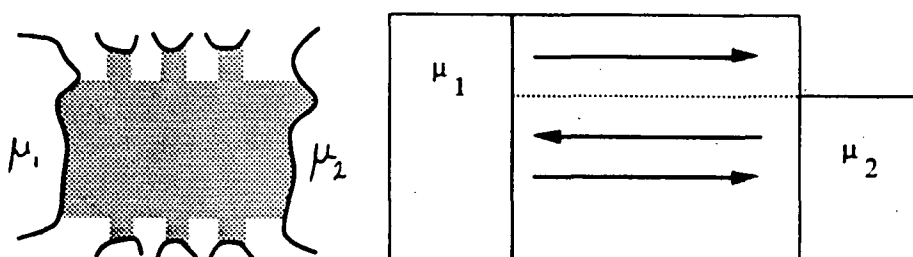
**Figur 1.5:** Konduktiviteten  $\sigma_{xx}$  af en GaAl-GaAlAs Corbino prøve, målt ved forskellige temperaturer, ved en fyldningsgrad  $\nu = 2$  (Ebert et al, 1983).

styrke for en Corbino disk lavet af GaAs-GaAlAs heterostrukturer, for lav strømstyrke og en temperatur på 1.3 K, og bestemmer ved invertering af konduktivitetstensoren  $\rho_{xx}$  til at være mindre end  $10^{-7}$ . Dette svarer til en tredimensional resistivitet på mindre end  $5 \times 10^{-11} \Omega m$ . Andre målinger ved endnu lavere temperaturer viser, at  $\rho_{xx}$  virkelig går mod nul for  $T \rightarrow 0$ .

Endeligt viser det sig, at konduktiviteten, og dermed resistiviteten (dissipationen), også stiger eksponentielt som funktion af strømmen. Disse resultater er fundet eksperimentelt af (Ebert et al, 1983) for en Corbino prøve. Her ses det også, at det kritiske felt ( $E_c = \frac{R_H I_c}{W}$ ), hvor  $W$  er prøve-bredden, ikke afhænger af temperaturen (se figur 1.5).

Vi har gennem litteraturstudier og samtaler, ikke stødt på nogen forsøg på at parametrisere konduktiviteten eller resistiviteten som funktion af strømmen, og det er derfor noget vi selv må prøve at gøre eksperimentelt. I Eberts målinger ser  $\rho_{xx}$  ud til at være givet ved en eksponentialfunktion af det elektriske felt, og dermed af strømmen  $I$ . Dette giver relationen  $\sigma_{xx} \propto \rho_{xx} = \beta \exp(\alpha \cdot I_{xx})$ , hvor  $\alpha$  og  $\beta$  er konstanter.





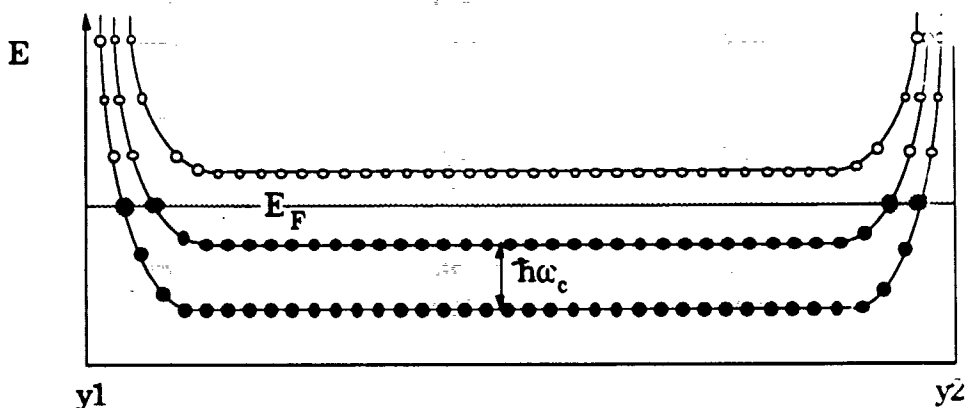
**Figur 1.6:** En perfekt leder forbundet til to ideelle reservoirer med de kemiske potentialer  $\mu_1$  og  $\mu_2$ . Til venstre ses en skitse af kontaktens energimæssige placering i forhold til hinanden.

#### 1.1.4 Büttikers Kanal-billede

I stedet for, som i den foregående model, at opfatte strømlinebilledet som en konsekvens af det indre elektriske felt, vælger Büttiker at betragte strømmen som den styrende mekanisme. Ved at betragte ladningstransporten og den deraf følgende ladningsfordeling, kan det opståede indre felt siden beregnes. En fremgangsmåde, der virker mere nærliggende, idet det i eksperimenter med Hall-geometri (i modsætning til Corbino geometri) netop er strømmen og ikke spændingen der kontrolleres.

Som udgangspunkt har vi følgelig ikke en prøve med et indre, elektrisk felt, men derimod en prøve forbundet til to elektron-reservoirer; en kilde og et dræn. Büttiker beskæftiger sig med både ideelle og defekte kontakter, men vi vil i det følgende nøjes med at betragte ideal-tilfældet. Et ideelt reservoir befolker alle strømbærende tilstande ligeligt og absorberer samtidig alle indkomne ladningsbærere.

De to kontakter er kendetegnet ved deres kemiske potentialer  $\mu_1$  og  $\mu_2$ , hvor det antages, at  $\mu_1 > \mu_2$  (jævnfør figur 1.6). Når man vælger at betragte kontakter med forskellige kemiske potentialer, skyldes det, at man ønsker at give et simpelt billede af en strømstyret situation, hvor det ydre felt ikke inddrages. Dog ville situationen kvalitativt være den samme, hvis en prøve med to kontakter med samme kemiske potential blev placeret i et ydre felt. Det ydre felt vil netop forskyde kontaktens kemiske potential i forhold til hinanden.



**Figur 1.7:** Energispektret for en ideal, rektangulær prøve med siderne  $y_1$  og  $y_2$ . Ved prøvens sider stiger Landaubåndenes energi som funktion af afvigelsen fra bulkområdets oscillator-nulpunkt.

Bølgefunktionen for en ideel leder i et magnetfelt, kan som vist i kapitel 2 skrives som bølgefunktionen for en harmonisk oscillator, med nulpunktet  $y_0 = -\frac{\hbar k}{eB}$ . De tilhørende energi-egenværdier er givet ved  $E_\nu = \hbar\omega_c(\nu + \frac{1}{2})$ . Som nævnt tidligere vil disse Landau-niveauer blive bøjet opad langs prøvens sider. Årsagen er, at elektronernes cyklotronbevægelse perturberes ved kanterne. Dette forskyder bølgefunktionens midtpunkt, hvilket igen fører til en øget Landau-energi - se iøvrigt (Halperin, 1982). Ved prøvens rand har Landauniveauerne altså ikke længere samme konstante værdi som i bulk, men afhænger af  $y_0$ . Dette er skitseret på figur 1.7.

Ifølge Blochs teorem (Ashcroft og Mermin, 1988) kan den longitudinale hastighed i den  $\nu$ 'te tilstand beregnes som:

$$v_\nu = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_\nu}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_\nu}{dy_0} \frac{dy_0}{dk}$$

Udtrykket er proportionalt med hældningen af Landau-niveauerne,  $\frac{dE_\nu}{dy_0}$ , der kan aflæses af figur 1.7. Da hældningen er negativ ved siden  $y_1$  og positiv ved siden  $y_2$ , og da  $\frac{dy_0}{dk}$  i det betragtede tilfælde samtidig er negativ, må det konkluderes, at hastigheden ved  $y_1$  er positiv, mens den ved  $y_2$  er negativ. Af beregningerne følger desuden, at ingen strøm kan løbe i bulk-zonen - her er hældningen af Landauniveauerne nul.

I en ideel prøve vil ledningen altså forgå i en-dimensionale kanttilstande. Kanalerne er en-dimensionale, idet Landauniveauerne ingen udstrækning har. For hvert Landau-niveau findes to kanaler: en med

positiv hastighed og en med negativ hastighed. Antallet af ledende kanaler afhænger af, hvor mange energitilstande, Fermi-niveauet skærer. Er Fermi-niveauet eksempelvis placeret mellem bulk-områdets  $\nu = 3$  og  $\nu = 4$  tilstande vil ialt 6 kant-tilstande være ledende. Øges magnetfeltet, vil afstanden mellem energiniveauerne stige, samtidigt med at udartningen falder, hvorved  $\nu = 3$  tilstanden efterhånden vil passere Fermi-niveauet. Herved vil antallet af strømførende tilstande brat falde fra 6 til 4.

Før strømmen i de enkelte kanttilstande kan beregnes, må tilstandstætheden  $\frac{dn}{dE_\nu}$  bestemmes:

$$\frac{dn}{dE_\nu} = \frac{dn}{dk} \frac{dk}{dE_\nu} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\hbar v_\nu}$$

Det er her blevet benyttet, at  $\frac{dn}{dk} = \frac{1}{2\pi}$  i en dimension. I Büttikers billede er det kontakternes kemiske potentialer, der driver strømmen. Den endelige ladningsfordeling og det deraf følgende indre elektriske felt diskuteres ikke. For tilstande med en energi under  $\mu_2$  vil de positive og negative strømme udbalancere hinanden, hvorimod man for energi-intervallet  $\mu_1 - \mu_2$  udelukkende vil få en elektronbevægelse fra  $\mu_1$  til  $\mu_2$ . Netto-strømmen er følgelig positiv og er som skitseret på figur 1.6 bestemt af reservoirenes forskel i kemisk potential. Normalt betragter man strømmen  $I$  som en strømtæthed gange areal, iflg.  $I/A = nev$ , hvor  $A$  er arealet,  $n$  er ladningsbæretætheden,  $e$  er elektronladningen og  $v$  er driftshastigheden. I denne sammenhæng beregnes strømmen ud fra en lignende sammenhæng. Blot opereres der med en tilstandstæthed  $\frac{dn}{dE_\nu}$  og et energi "areal"  $\Delta\mu$ , som er forskellen i kemisk potential. Strømmen i en enkelt kant-tilstand bestemmes ved følgende sammenhæng:

$$I_\nu = ev_\nu(\mu_1 - \mu_2) \frac{dn}{dE_\nu} = ev_\nu \frac{1}{2\pi\hbar v_\nu} \Delta\mu = \frac{e}{h} \Delta\mu \quad (1.2)$$

Strømmen afhænger følgelig ikke af hvilken kant-tilstand vi betragter, hvorfor den samlede strøm kan findes som:  $I = \frac{Ne\Delta\mu}{h}$ , hvor  $N$  betegner det samlede antal kant-tilstande med positiv hastighed. Da spændingsfaldet over hele prøven ( $U$ ) samtidig kan bestemmes af sammenhængen:  $\Delta\mu = eU$ , fås modstanden:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\Delta\mu h}{e^2 N \Delta\mu} = \frac{h}{e^2 N} \quad (1.3)$$

Denne modstand er i realiteten et resultat af en to-punkts måling. Spændingen  $U$  er potentialet over strømkontakterne, hvorved ovenstående ikke er et udtryk for den fundamentale Hall-modstand. I det ikke idealiserede tilfælde vil en kontaktmodstand som i forrige afsnit være indeholdt i udtrykket.

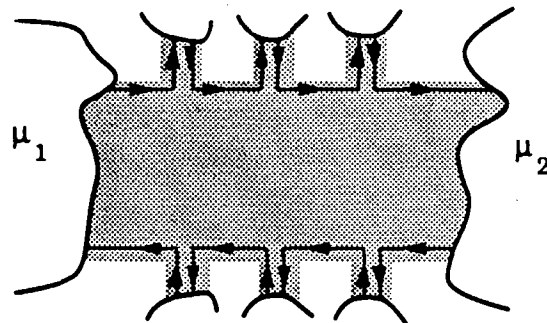
Sammenhængen angivet i formel(1.3) kan ikke her forklares ved et strømforløb fra hjørne til hjørne. I stedet argumenterer Büttiker for, at prøvens øvre side har samme konstante kemiske potential som venstre kontakt, mens den nedre side har samme kemiske potential som kontakten til højre.

I en stationær tilstand må feltet på langs af prøven være konstant, hvorfor siderne i en ideel prøve er ækvipotentiallinier. Derudover vil en ideel kontakt blive ved med at forsyne kanalerne med ladningsbærere, indtil disse har samme kemiske potential som kontakten. Heraf følger det, at prøvens øvre kant har samme kemiske potential som det reservoir, der fodrer de øvre kant-tilstande, mens den nedre kants kemiske potential afhænger af reservoiret, der fylder de negative kant-tilstande.

Dog er det ikke helt korrekt, at potentialet er konstant på en hel prøve-side. Da der eksisterer en forskel i det kemiske potential  $\Delta\mu$ , må der nødvendigvis være et spændingsfald over prøven. Midt på et Hall-plateau, giver målinger af spændingsfaldet på langs af hele prøven, næsten samme resultat som en måling af Hall feltet. Samtidig vil spændingen målt over to prober på samme side af prøven være nul. Skal disse observationer indpasses i Büttikers model, må spændingsfaldet i den øvre del af prøven nødvendigvis forekomme ved elektron-drænet, mens potentialet langs den resterende del af prøvens øverste kant er konstant. For den nedre kant er situationen den samme, dog vil det største spændingsfald her opstå ved elektronkilden. Da der i prøven er en positiv netto-strøm, må det forventes, at det største spændingsfald og dermed det største energitab foregår ved prøvens elektron-dræn.

Det bemærkes, at Büttikers model indebærer et diskontinuert  $E$ -felt i overgangen mellem prøve (Hall vinkel  $90^\circ$  overalt) og kontakt (Hallvinkel  $0^\circ$ ), idet strømlinierne *ethvert sted* i prøven er helt parallelle med kanterne. Strømmen af elektroner, drejer pludseligt  $90^\circ$  i hjørnerne, og må i yderste konsekvens være udsat for en uendelig acceleration.

Er kontakterne ikke ideelle, kan et væsentligt spændingsfald også forekomme ved elektron-kilden. En ikke ideel kontakt fordeler ikke elektroner ligeligt imellem kanttilstandene. For at skabe en ligevægt, vil elektronerne nu i et område omkring kontakten spredes elastisk mellem de enkelte kant-tilstande. Over hvor stor afstand denne spredningsproces



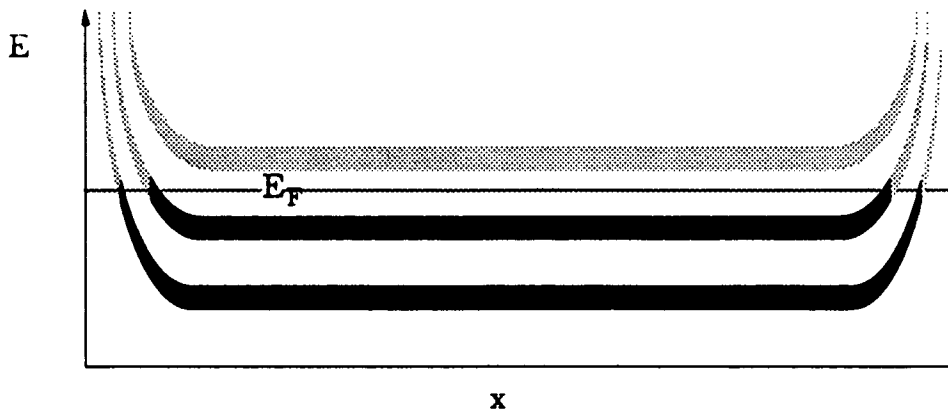
**Figur 1.8:** Ækvipotentiallinier i en Hall prøve med spændingsprober på siderne.

vil foregå - det vil sige, hvornår en ligevægt indtræder, afhænger af kontaktens kvalitet og af mulighederne for spredning mellem tilstandene (se også Sacks og Wheeler, 1990). Spredningsprocesserne vil forårsage en vis energidissipation. Samtidig kan ikke-ligevægts området, hvis det strækker sig ind til en af spændingsproberne, få betydning for målingerne af Hall-feltet.

Om Hall-feltet konstituerer ækvipotentiallinierne, eller ækvipotentiallinierne i kraft af sammenfaldet med strømliinerne, kræver tilstedeværelsen af et elektrisk felt, kan man diskutere. Men tilstedeværelsen af ækvipotentiallinier er nødvendig at redegøre for, under alle omstændigheder. Büttiker må derfor forklare, hvorledes disse ækvipotentiallinier kan forblive uforandrede trods urenheder i prøven og trods placeringen af flere spændingsprober på prøvens sider. Büttiker beregner, at potential-liniernes form ændres ved proberne, hvorimod potentialet forbliver det samme på hver side af disse - jævnfør figur 1.8. Vi vil ikke behandle dette nærmere men blot bemærke, at spændingsproberne i så fald kan opfattes som dissipationssløse - at kontaktmodstanden er nul.

Findes der urenheder i prøven vil Landau-niveauerne ikke være diskrete, men have en vis udstrækning. Da kanalerne energimæssigt er placeret noget højere end bulk-området Landau-niveauer, vil energifluktuationen i kanalerne være minimal. Følgelig kan kanalerne stadig opfattes som en-dimensionale. Dette er søgt illustreret på figur 1.9.

En elektron i en kant-tilstand vil på grund af defekter, kunne spredes til alle andre tilstande med såvel positiv som negativ hastighed. Spredes elektronen til andre kanaler på samme side af prøven, har dette ingen betydning for Hall effekten. For ideelle kontakter vil de forskel-

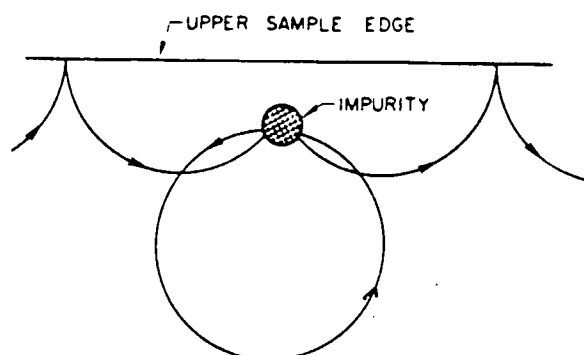


**Figur 1.9:** Energispektret for en Hall-prøve med urenheder. Landauniveauerne vil i bulk blive til brede bånd, hvorimod energi-fluktuationen bliver ubetydelig ved prøvens kanter.

lige kanaler være fyldt op til samme energi-niveau,  $\mu_1$ . Elektronerne i kanalerne med positiv hastighed har følgelig samme energi. Derimod har elektronerne ikke samme impuls, idet kanalerne hidrører fra forskellige Landau-niveauer. Elektronerne kan dermed ikke tunnelere fra en ledningskanal til en anden, men kan under afgivelse af impuls, det vil sige ved afgivelse af en fonon (kvantiseret gittersvingning), føres over i en af 'nabo-kanalerne'. Spredning mellem kanaler med samme bevægelsesretning bevarer elektronernes energi,  $\mu_1$  eller  $\mu_2$ , og har følgelig ingen indflydelse på Hall effekten.

Spredes elektronerne derimod fra den ene prøvekant til den anden, også kaldet back-scattering, vil strømmen ikke længere være bestemt af differensen  $\mu_1 - \mu_2$ , hvilket igen vil give afvigelser fra den longitudinale modstand formel (1.3). Ydermere vil ækvipotentiaallinierne ikke være bevaret:

I et højt magnetfelt vil elektroner aldrig kunne spredes mere end en cyklotron-radius. Se figur 1.10. Er urenhederne placeret i en afstand større end cyklotronradius  $\omega_c$ , vil man ved at betragte en bræmme af kanttilstande med en bredde større end cyklotronradius, kunne opfatte elektronernes bevægelse som retlinet. Elektronerne vil måske lokalt foretage et enkelt baglæns loop eller to. Udefra set virker blokken af tilstande blot som en bred kanal med enten positiv eller negativ nettohastighed, alt efter hvilken kant man betragter. Ændrer elektronerne ikke bevægelsesretning over afstande meget større end cyklotron-radius,



**Figur 1.10:** En elektron i en kanttilstand spredes mod en urenhed, men vil efter en eller flere cirkelbevægelser falde tilbage i sin bevægelse langs kanten (Büttiker, 1988).

vil ækvipotentialelinierne fortsat eksistere. Dette følger intuitivt af det foregående, og er samtidig blevet formelt bevist af Büttiker.

Lokale spredningsprocesser har følgelig ingen indvirkning på Hall-effekten. Først når spredning på tværs af prøven er mulig, vil et sammenbrud opstå. Sandsynligheden for back-scattering, afhænger af tætheden af urenheder og af magnetfeltets størrelse - jo større magnetfelt desto mindre cyklotron-radius. Derudover må det formodes, at prøvestørrelsen ingen reel indflydelse har på denne spredningsmekanisme. En ekstremt smal prøve, kan dog give problemer, idet betingelsen om at spredningsafstande er meget større end cyklotronradius, så ikke længere er overholdt. For nylig har (Srivastava, 1992) i en smal Hall prøve (100nm) ved meget lave temperaturer ( $T \approx 0K$ ) og lave felter (under 1 Tesla) kunnet iagttage en "udslukning" (Quenching) af QHE, idet cyklotronradius under disse specielle omstændigheder overstiger prøvens bredde. Dette manifesterer sig som en pludselig forsvinden af Hall-feltet, idet den før omtalte back-scattering nu kan finde sted. Eller som Srivastava selv formulerer det : elektronerne kolliderer ustandseligt med kanterne, så der ikke kan hobes nogen ladninger op herpå.

Med meget små prøver, lave temperaturer og magnetfelter, vil det på grund af backscattering, kunne give problemer, hvis spændingsproberne placeres for tæt på strømkontakterne.

## 1.2 Teorier for strømsammenbrud

Efter opdagelsen af kvante-Hall effektens strømsammenbrud, har mange forskellige teorier været fremsat. Der er på ingen måde enighed om hvilken mekanisme der er mest rigtig. Situationen gøres vanskeligere fordi flere og flere aspekter af strømsammenbruddet dukker op, og modellerne sjældent tager udgangspunkt i de samme teorier. Generaliteten af modellerne er almindeligvis ikke så stor.

En oversigt over en række teorier for strømsammenbruddet er givet i (Prange,1987). Vi beskæftiger os i denne sammenhæng med følgende tre:

**Strømsammenbrud i den udvidede Büttikermodel** Ved at inddrage et elektrisk felt i Büttiker modellen, kan backscattering og dermed dissipation opstå ved et givent kritisk Hall-felt.

**Quills (Quasi Elastic Inter Landau Level Scattering)** Tunneling mellem Landauniveauer muliggør spredning ved et tilstrækkeligt stort, kritisk Hall felt  $E_y$ , i forbindelse med udsendelse af akustiske fononer.

**Elektron heating** Høj strømtæthed i hjørnerne opvarmer elektrongassen, der så kommer ud af termisk balance med krystallen. Denne ubalance kan ved tilstrækkelig stor strøm blive selvforstærkende, med det resultat, at elektrongassens temperatur og dermed dissipationen stiger drastisk.

I det følgende beskrives ovenstående teorier uden at gå for meget ind i de tekniske detaljer. Istedet lægges vægt på de egenskaber og forudsigelser, der er relevante i forhold til vores studier af den kritiske strøms afhængighed af dimension og geometri.

### 1.2.1 Strømsammenbrud i Büttiker modellen

I det følgende vil en udvidelse af Büttikermodellen blive diskuteret. I den oprindelige model, er der ikke taget højde for tilstedeværelsen af et stort elektrisk felt, som Hall feltet. Dette er gjort af (Klapwijk et al ,1990), hvor en fortolkning af Büttikerbilledet, der kan forklare et



fænomen som kritisk strøm, bliver præsenteret. Forudsigelse af sammenhængen mellem prøvestørrelse og strømforløb, som blev beskrevet i afsnit 1.1.4, følger også af den udvidede Büttiker model. Dog får man den yderligere konklusion, at strømmen både løber langs prøvens kanter og i bulk-området. Vi gennemgår her de tilføjelser til hovedteorien, der er relevante for os.

De to fysikere P. Van Son og T. Klapwijk påpeger, at Büttikers model kun er gyldig for spændinger mindre end  $\hbar\omega_c e$ . For større spændinger må det i prøven opbyggede felt inddrages i modellen. Da strømsammenbrud måles ved langt større spændinger end  $\hbar\omega_c$ , er en model-udvidelse relevant.

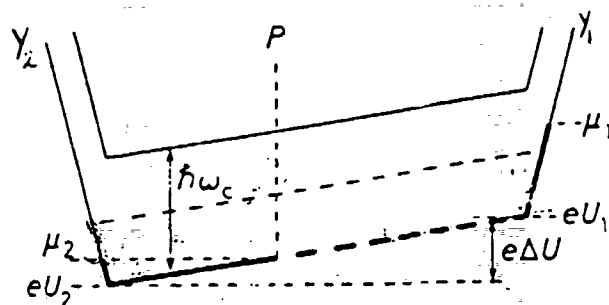
Når strømmen i en Hall prøve fremkalder det kraftige elektriske felt, vil Landau-niveauerne tippe som gengivet i figur 1.11. Herved bliver hældningen  $\frac{dy_0}{dE}$  forskellig fra nul i hele prøve-tværsnittet, hvilket giver, at elektron-hastigheden ikke længere er nul i bulk-zonen. I den betragtede situation, er hastigheden positiv i  $\mu_1$ -kanalerne samt i hele bulk-området, mens  $\mu_2$ -kanalerne har negativ hastighed. Heraf må det følge, at en ladningstransport nu også er mulig i prøvens midte. I modellen argumenteres der kvalitativt for, at strømlinebilledet i bulk må være af samme art, som det klassiske billede af elektronernes bevægelse fra hjørne til hjørne.

Derudover påpeger modellen, at Hall feltets størrelse har stor betydning for sandsynligheden for back-scattering. Back-scattering kan nu ikke blot forekomme mellem prøvens sider men også mellem bulk-tilstande med positiv hastighed og  $\mu_2$ -kanten med negativ hastighed. På figur 1.11 vil en sådan spredningsproces være energetisk mulig for bulk-elektroner til højre for punktet  $P$ . For små felter vil spredningen være negligeabel, men vil vokse med Hall-feltets styrke, idet punktet  $p$  da vil rykke nærmere på  $\mu_2$ -kanten.

En lignende felt-afhængig back-scattering vil desuden forekomme, hvis en  $\mu_1$ -kanttilstand har så høj energi, at en elektron kan spredes ind i bulk-delen af næste Landau-niveau. Elektronen i bulk vil nemlig vandre langs det tippede Landau-niveau, til en  $\mu_2$ -kanttilstand.

### 1.2.2 QUILLS - kvasi-inelastisk spredning mellem Landau niveauer

I 1986 foreslog Eaves og Sheard en model, der forklarer strømsammenbruddet udfra elektronspredning mellem Landau-niveauerne. Når



**Figur 1.11:** Energiniveauerne i et tværsnit af Hall prøven. Hall-feltet  $U$  bevirker, at Landau-niveauerne forrykkes med størrelsen  $e\Delta U$

strømmen gennem prøven øges, mens magnetoresistansen er på et Hall-plateau, stiger Hall-feltet lineært med strømmen. Dette betyder, at hele potentialbilledet tiltes (se fig. 1.12), på samme måde som i det udvidede Büttiker-billede, der lige er gennemgået.

De mobile tilstande er, som nævnt i kapitel 2 (tekst 236a), strimmelformede bølgefunktioner med tyngdepunkterne

$$y_0 = k_x l^2 + \frac{\mathcal{E}}{\omega_c B} \quad (1.4)$$

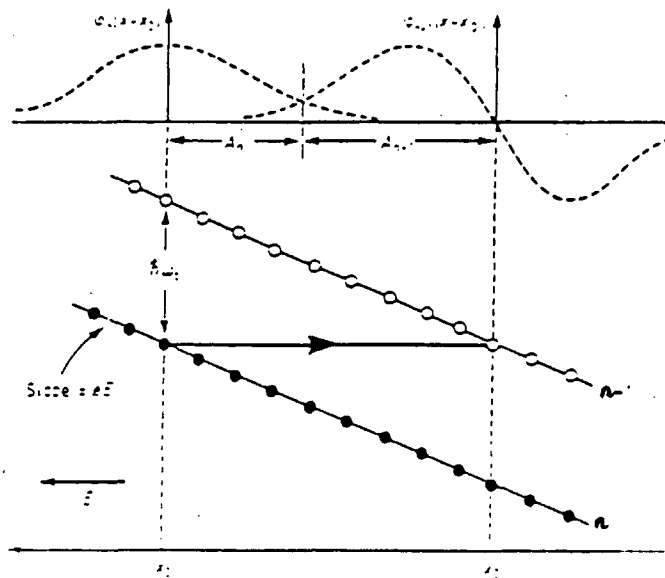
og energierne

$$E_n = (n + 1/2)h\omega_c - \mathcal{E}ey_0 + \frac{1}{2}m(\mathcal{E}/B)^2 \quad (1.5)$$

hvilket giver et energidiagram som på figur 1.12. Der er en endelig overgangssandsynlighed for, at en elektron i tilstanden  $n$ , med nulpunkt  $y_0$  tunnellerer til en tilstand  $n + 1$ , med nulpunkt  $y_{0+1}$ , hvis overlappet mellem bølgefunktionerne er tilstrækkeligt stort. Hældningen af kurven er  $-\mathcal{E}_y e$ , og det ses, at et stort felt  $\mathcal{E}_y$  betyder, at tilstandene rykkes tættere på hinanden, så overgangssandsynligheden for tunnelering øges.

Modellen udsprang af en række kritisk strøm målinger Bliok udførte på en lille prøve ( $10\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ ) (Eaves og Sheard, 1986). Målingerne gav interessante resultater, her i præsentert i kort form:

1. Strømtæthederne var meget større ( $\approx 30\text{A/m}$ ) end rapporteret i tidligere arbejder (typisk  $0.3\text{A/m} - 2\text{A/m}$ ) med geometrier af størrelsesorden mm.



**Figur 1.12:** Her ses Landautilstandene på tværs i prøven ved stort Hall felt. Øverst er et overlap mellem to bølgefunktioner indtegnet (Eaves og Sheard, 1986).

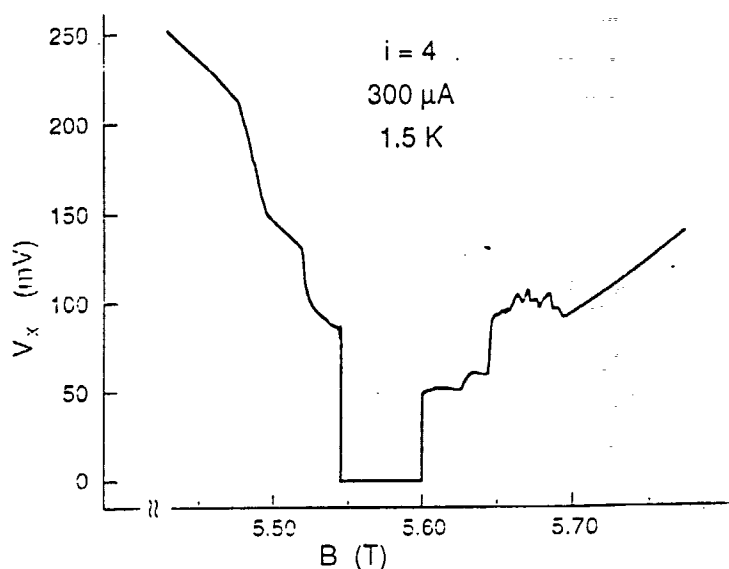
2. Ved strømme i nærheden af den kritiske strøm, øges magnetomodstanden på en trappelignende måde.
3. Magnetomodstanden er kvantiseret i overensstemmelse med følgende udtryk

$$R = \frac{n_R n_L}{n_0} \frac{h}{2e^2} \quad (1.6)$$

hvor  $n_0$  er antallet af flux-kanter gennem prøven. Størrelserne  $n_R$  og  $n_L$  er karakteristiske kvantetal for processen.

Afstanden mellem tilstandene er  $\Delta x_0 = \frac{2\pi l^2}{L_y}$ , hvilket giver  $\Delta x_0 \approx 10^{-12}m$  for makroskopiske prøver, men for Bliks meget smalle prøve  $\Delta x_0 \approx 7 \times 10^{-11}m$ . Dette forklarer, at den smalle prøve kan holde en større strømtæthed end de makroskopiske prøver uden at bryde sammen. I den smalle prøve ligger tilstandene med større afstand, hvilket betyder, at det kritiske felt  $\mathcal{E}_y$ , der er nødvendigt for at bringe tunnelingsafstanden  $x'_0 - x_0$  langt nok ned, også bliver større.

Et udtryk for det kritiske elektriske felt findes ved et simpelt argument (Eaves og Sheard, 1986). Betingelsen for sammenbruddet er opfyldt, når bølgefunktionerne "rører" hinanden, idet bølgefunktionernes



**Figur 1.13:** Her ses den trappelignende magnetomodstanden  $V_{xx}$ , der gav anledning til QUILLS modellen. (Bliek, 1988).

størrelse antages at være givet ved den klassiske bevægelsesamplitude  $A_n = (2n + 1)^{1/2} \cdot l$ . Ved det kritiske felt er  $A_n + A_{n+1} = x'_0 - x_0$ . Betingelsen for at tilstandene har samme energi er  $e\mathcal{E}_c(x'_0 - x_0) = \hbar\omega_c$ , hvilket ses ved inspektion af figur 1.12.

Quills forudsiger dermed det kritiske felt  $\mathcal{E}_c$  og den kritisk strømthæthed:

$$\mathcal{E}_c = \frac{\hbar\omega_c}{e \cdot l_B \left[ (2n + 1)^{1/2} + (2n + 3)^{1/2} \right]} \quad (1.7)$$

$$J_c = \frac{\mathcal{E}_c}{h/\nu e^2} \quad (1.8)$$

hvor  $n = 0$  for  $\nu = 2$  plateauet, og  $l_B$  er den magnetiske længde. Dette giver strømthætheder, der passer fint overens med de af Bliek eksperimentelt bestemte resultater for den mesoskopiske prøve ( $1\mu\text{m}$ ), men mindre godt for almindelige prøver, der i reglen har strømthætheder omkring  $0.3\text{A/m} - 2\text{A/m}$ . Til eksempel vil strømthætheden for  $\nu = 2$  plateauet, ved et magnetfelt på 5 Tesla, give en strømthæthed på omkring  $36\text{ A/m}$  (vi måler en kritisk strømthæthed på  $0.46\text{ A/m}$ , se kap. 5).

Cage et al. (1990a) giver en forklaring på dette, i "Observation and explanation of breakdown of the quantum Hall Effect". Her gentages Blieks eksperiment for en stor prøve ( $400\mu\text{m}$  bred), hvor de samme

kvantiserings fænomener af magnetoresistansen og de tilhørende magnetfeltstyrker som i Blieks eksperiment observeres, samtidigt med at den kritiske strømtæthed er den sædvanlige størrelse ( $\approx 1 \text{ A/m}$ ) - det vil sige en faktor 20 for lille.

Grunden til de meget lavere strømtætheder begrundes i et inhomogent strømlinebillede, idet strømkanalerne tænkes at sno sig gennem områder med urenheder og uregelmæssigheder. Når strømtætheden øges, stiger driftshastigheden og impulsen af elektronerne også, og strømkanalerne må løbe i større afstand fra urenhedspotentialerne for ikke at blive spredt. Dette giver smallere kanaler og dermed en øget strømtæthed. Tæt ved sammenbruddet af kvante Hall effekten, løber strømmen i tynde kanaler med høj strømtæthed, så strømtætheden i den makroskopiske prøve effektivt bliver som i Blieks forsøg, nemlig i størrelsesordenen  $40 \text{ A/m}$ .

Et vigtigt aspekt af QUILLS er, at når en elektron spredes fra tilstanden  $(n, n_k)$  til en tilstand  $(n', n'_k)$  med lavere total energi, hvor  $n$  er Landauniveaueet, og  $n_k$  er kvantetallet for den enkelte tilstand, må der ifølge  $k_x = \frac{2\pi n_k}{L_x}$  udsendes en akustisk fonon (langbølget gittersvingning) for at opfylde energi- og impulsbevarelse. Denne fonon har energien  $E_{\text{fonon}} = \hbar\omega_s = \hbar v_s K_x$  og bølgevektoren

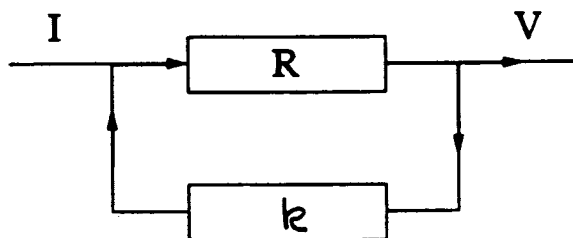
$$K_x = \frac{2\pi}{L_x} (n_k - n'_k) = \frac{\omega_c}{v_x - v_s} (n' - n) \quad (1.9)$$

Dette kan forklare den bemærkelsesværdige kvantisering af den dissipative resistans, angivet i (3).

Ligeledes kan det udfra (2) vises, at *alle* elektroner, der bevæger sig fra den ene ende af prøven til den anden ved et superkritisk Hall felt, skifter tilstand under udsendelse af koherente fononer, på en måde der ligner en "akustisk" laser. Dissipationen optræder så, når de efterhånden exciteres tilbage igen (Eaves og Sheard, 1986).

### 1.2.3 Elektron Heating modellen

Ebert og Klitzing (Ebert et al, 1983) har foreslået, at elektrongassen på grund af dissipative områder (f.eks. de varme hjørner) kommer ud af termisk balance med stoftemperaturen. Resistiviteten  $\rho_{xx}$  er da givet ved elektrongastemperaturen, der så igen afhænger af strømtætheden.



**Figur 1.14:** En simpel tilbagekoblingsmodel for dissipation i elektronsystemet.

Sammenbruddet sker følgelig, når energibalancen ved en given forskel i elektrongastemperatur og stoftemperatur bliver instabil - hvis det bliver energimæssigt fordelagtigt for elektrongassen at øge temperaturen. Når elektrongassens effektgevinst kan gøres større end effekttabet, ved at øge temperaturen, betyder det, at en lille fluktuation i elektrongassens energi vil virke selvforstærkende. Dette vil resultere i, at elektrontemperaturen og dermed resistiviteten løber løbsk. En ny ligevægt indtræffer ved en meget højere elektrongastemperatur, når andre energitabsprocesser har overtaget, f.eks. inter Landau niveau spredning ved  $V_H \approx \hbar\omega_c$ .

En mekanisme, der kan anskueliggøre dette, er en feedback proces, hvor den pludselige stigning i dissipationen skyldes strømkontrollen - den kunstigt fastholdte strøm. En sådan mekanisme er skematisk gengivet på figur 1.14.

Sendes en fast strøm  $I$  gennem en prøve med modstanden  $R$ , vil dette resultere i et spændingsfald  $V$  og en deraf følgende varmeafgivelse til systemet. Er elektron-systemet svagt koblet til gitteret, med koblingen  $k$ , vil primært elektrongassen blive opvarmet. Dette vil igen øge systemets modstand, temperatur og så fremdeles. Kan varmen derimod afgives til det omgivende system (gitteret), vil den beskrevne tilbagekobling ikke opstå. Da vil varmen kunne ledes væk hurtigere end den afsættes. Hvornår forholdet mellem elektronernes effekttab og effektgevinst bliver kritisk, det vil sige, hvornår den bratte stigning i  $V_{xx}$  observeres, kan anskueliggøres ved at betragte figur 1.14.

Benævnes koblingen til elektronsystemet  $k$ , kan følgende, simple tilbagekoblingsmodel opstilles:

$$V = (Vk + I)R \Leftrightarrow V = \frac{IR}{1 - kR}$$

Hvor  $V$  er systemets respons på den fastholdte strøm. Spændingen  $V$  ses at blive kritisk, når  $kR = 1$ , dvs. når modstanden/dissipationen når en vis størrelse. Hvilke mikroskopiske processer, der kobler elektrongassen til gitteret, er ikke indbygget i modellen. Heating tankegangen er en kvalitativ model, der udfra effektbalancer forklarer sammenbruddet. Hvordan og hvor effekten afsættes, er selvfølgelig også relevant, men her er der mere end en mulighed. Vi vil nøjes med at diskutere ovenstående sammenhæng rent kvalitativt. I de fleste fortolkninger af kritisk strøm negligeres gitterkoblingen.

Regnes forbindelsen til elektrongassen som en konstant faktor - dvs. en indre egenskab ved systemet, kan sammenbruddet forklares ved at modstanden i systemet vokser gradvist, indtil betingelsen  $kR = 1$  er opfyldt. Da må resistiviteten pludselig stige brat.

Hvor stor en effekt der afsættes i systemet som funktion af strømstyrken følger ikke umiddelbart af denne simple model, men i (Weisbuch, vol.24) opstilles et generelt udtryk for relationen mellem elektronens energitab og energigevinst i en ligevægtssituation. I en stationær situation må de to størrelser netop udbalancere hinanden, hvilket giver:

$$P = \left( \frac{dE}{dt} \right)_{T_e} = e\tau E^2$$

hvor  $T_e$  er elektrontemperaturen,  $\tau$  relaxationstiden og  $E$  det elektriske felt. Venstresiden udtrykker energiafsætningen til gitteret, mens højresiden udtrykker det elektriske felts effekttilførsel per elektron. Bliver energitilvæksten større end energitabet  $\left( \frac{dE}{dt} \right)_{T_e} \leq e\tau E^2$ , fås som tidligere nævnt en ustabil situation. Før ikke-ligevægtstilstanden indtræder vil den afsatte effekt i elektrongassen følgelig kunne skrives som:

$$P = e\tau E^2 = \frac{e\tau}{W^2} RI^2$$

hvis  $E$  regnes for konstant i prøven, og  $W$  betegner prøvens bredde.

En af de ting, der ikke er helt klart i Heating modellen, er om den medfører en isotrop opvarmning af hele elektrongassen, eller om der optræder en temperaturgradient gennem prøven - dette afhænger af, i

hvor høj grad det er muligt for elektrongassen at slippe af med varmen i bulk.

Man kan nemt forestille sig, at elektrontemperaturen er størst nær dissipative områder, såsom de varme hjørner. Dette kunne undersøges ved at måle den kritiske strøm i forskellige afstande fra strømhjørnerne. I forlængelse af samme, er det nærliggende at tro, at det hjørne hvor elektronerne kommer *ind* i prøven, er det "varmeste", idet elektronerne her kommer med størst energi. Det vil blot sige, at det er lettere for varmen at sprede sig i den retning elektronerne bevæger sig.

### 1.3 Opsummering

I vores sammenhæng er det nok vigtigt at bide mærke i, at vi på et midtplateau har, at langt det meste af strømmen dissiperes i hjørnerne (ikke i bulk), samt at det ser ud til, at dissipationen først "tændes" ved en bestemt strømstyrke, som typisk er meget lavere end den kritiske strømstyrke. Dette "onset of dissipation" svarer i Klitzings eksperiment til et elektrisk felt på  $13kV/m$ .

#### 1.3.1 Forudsigelser i Büttiker billedet

I den udvidede Büttiker model vil prøvens størrelse som nævnt i forrige afsnit ingen betydning have for størrelsen af den kritiske strøm. Dissipation vil forekomme i de diagonale hjørner, primært ved strøm-drænet. Dette hænger ikke så godt sammen med Klitzings heliumfilm-eksperiment, der netop påviser en asymmetri i dissipationen, hvor den største del af dissipationen foregår i strømkilden.

Bliver Hall-feltet tilstrækkeligt stort vil back-scattering være mulig, hvorved der vil forekomme yderligere dissipation i bulk-området. Størrelsen af dette kritiske Hall-felt afhænger af magnetfeltets styrke og af antallet af urenheder, men burde ikke afhænge af prøvens størrelse.

Büttikermodellen kan ikke i sig selv redegøre for den eksponentielle vækst i  $\rho_{xx}$ , men der er i princippet intet i vejen for at kombinere Büttikerbilledet med f.eks. almindelig termisk aktivering. Men da ville der ikke være nogen grund til at forvente en sammenhæng mellem den kritiske strøm og resistivitetsens opførsel i det subkritiske område, eller om man vil, det første og det andet strømsammenbrud.



### 1.3.2 Forudsigelser i QUILLS billedet

I QUILLS er det *elektriske felt* kritisk : den kritiske strøm skulle derfor ikke afhænge af prøvens dimensioner. Den reelle leder, det vil sige den del af prøven, hvor en mobil (ikke lokaliseret, ikke dissipativ) elektrongas kan lede strømmen, har et tværsnit, der ikke som for den klassiske leder, er proportional med bredden af prøven, men nærmere konstant. Dette tyder på, at den kritiske strøm, for prøver af makroskopiske dimensioner (*mm*) skulle være dimensionsuafhængig. Det er ikke helt klart, hvordan strømlinebilledet ændres som funktion af strømstyrken, og en forventet konstant sammenbrudsstrøm er måske en overfortolkning af QUILLS billedet.

Man kunne måske forestille sig at en bestemt procentdel af et givet prøve- materiale, var mobilt - f.eks. 10 % i gennemsnit. Hvis denne værdi var nogen lunde konstant, ville man ved at gøre prøven dobbelt så bred, få dobbelt så mange strømførende kanaler, og dermed den halve strømtæthed, og gennemsnitligt det halve felt.

Det kan ikke forventes, at sammenbruddet sker nogle steder før andre i prøven, i det mindste ikke ud fra geometriske betragtninger - dermed ingen asymmetri. Udover at Hall-effekten i princippet altid er brudt sammen i hjørnerne, vil sammenbruddet ifølge Quills gennemsnitligt ske overalt i prøven ved den kritiske strøm. Med "gennemsnitligt" menes, at lokale defekter i krystalstrukturen eller inhomogeniteter i ladbærertætheden, kan forårsage makroskopiske ændringer af strømlinebilledet. Dette kan en generel teori ikke tage højde for.

### 1.3.3 Forudsigelser i Heating billedet

For at underbygge Heating hypotesen, skal der være 1) en klar sammenhæng mellem prøvens dimension og den kritiske strøm (idet det antages at elektrongassen opvarmes nogenlunde homogent), eller 2) en klar geometrisk asymmetri af den kritiske strøm, målt forskellige steder på prøven (i tilfælde af en temperaturgradient).

Endvidere skal det helst udfra målingerne kunne sandsynliggøres, at sammenbruddet sker ved en elektrontemperatur  $T_E$ , hvor energitilførselsraten overstiger dissipationen, så instabiliteten optræder.

ad 1) Hvis elektrongassen opvarmes isotropt, vil den kritiske strøm, hvor sammenbruddet sker, afhænge af elektrongassens varmekapacitet og dermed volumen. Med volumen forstås udstrækningen af den flade

eller kanal-strømmen løber i. Et stort volumen kræver i almindelighed en større energitilførsel for at holde en bestemt temperatur. For at opnå en kritiske temperatur skal en stor prøve have tilført mere energi end en lille.

En kvadratisk sammenhæng mellem dimension (skala) og kritisk strøm tyder på, at det er arealet af prøven der er afgørende, og at det klassiske strømlinebillede hvor strømmen flyder (mere eller mindre) homogent, er mest rigtigt.

En lineær sammenhæng vil tilsvarende pege på, at enten bredden eller længden er afgørende. Målinger af den kritiske strøm for en af disse parametre med den anden fastholdt, er derfor nødvendigt for entydigt at afgøre hvilken.

ad 2) I det tilfælde at vi har en temperaturgradient i prøven, må det udmøntes i en geometrisk asymmetri af den kritiske strøm. Hjørnerne, hvor strømmen passerer ind og ud af prøven i singulære punkter, er varme områder. Elektronerne kommer her ud af termisk ligevægt med stoftemperaturen. Elektrongassen kan tænkes at miste sin ekstra varme, efterhånden som elektronerne bevæger sig i prøven. Den ovenfor beskrevne instabilitet vil i så fald optræde senere og senere, jo længere væk fra de varme hjørner vi måler. I særdeleshed må det forventes, at afstanden fra den negative strømkontakt, hvor elektronerne kommer ind i prøven, er afgørende.

Dette kan undersøges ved at måle den kritiske strøm forskellige steder langs prøven og iagttage om det kritiske strømbillede ændres, når der skiftes strømretning. Ganske vist er de "varme" hjørners placering uafhængig af strømretningen, men det er nærliggende at forestille sig, at de områder, der er tættest på ladningsbærernes indgangs hjørne (negativ strømkontakt), hurtigst destabiliseres, idet elektronernes energi (temperatur) er størst her. Hvis denne fordeling vender, når strømmen vendes, er det mere end en indikation - det er derfor værd at kigge efter.

## Kapitel 2

# Tilrettelæggelse af eksperiment

Dette kapitel beskriver de overvejelser, der har ligget til grund for det eksperimentelle arbejde og skitserer, hvorledes udfaldet blev. Kapitellet indeholder en oversigt over vores eksperimentelle arbejde, inklusiv designovervejelser, måleprocedure og forsøgsopstilling.

Alt i alt er der følgende ting, vi gerne vil kigge efter:

- den kritiske strøms dimensionsafhængighed (skala).
- den kritiske strøms geometriafhængighed (bredde og længde).
- asymmetri af  $I_c$ -målinger for symmetrisk placerede kontaktpar.
- resistiviteten  $\rho_{xx}$  i det subkritiske område.

### 2.1 Metodiske overvejelser

I det følgende gennemgås vores måle- og arbejdsmetoder, samt baggrunden for disse.

### 2.1.1 Formål - prioriteret

- Først og fremmest at studere den kritiske strøms dimensions- og geometri afhængighed. Vi har lagt vægten på at få afklaret spørgsmålet om dimensionsafhængigheden af den kritiske strøm, da vi syntes dette var det mest lovende ud fra et praktisk (metrologisk) synspunkt, og samtidigt overkommeligt at gøre ordentligt.
- At kunne forstå mekanismen bag strømsammenbruddet. Dette indebærer studie af ledningsevnen af elektrongassen før strømsammenbruddet, og eventuelle asymmetrier af den kritiske strøm.

### 2.1.2 Generelt

Vi designer eksperimentet, så det kan give så mange andre informationer som muligt, uden at det går ud over det primære sigte med eksperimentet.

At fremstille alle mulige prøvegeometrier, er en meget fristende indgangsvinkel, der er almindelig i andre eksperimentelle arbejder vi har studeret. Se eksempelvis (Cage et al, 1990). Dette går desværre let ud over systematikken og dermed generaliteten af resultaterne. Det er essentielt at have god kontrol med parametrene i eksperimentet. Vi har hovedsagligt holdt os tæt op af den velafprøvede standard prøvegeometri, der er beskrevet i (Bruus, 1990), og har ikke brugt tid på at udforske mange andre geometrier. Vi har tilstræbt ikke at ændre mere end en parameter af gangen, og har derfor udformet to måleserier, for uafhængigt at kunne variere to forskellige parameters indvirkning på  $I_c$ : skala og længde (fastholdt bredde). Når vi taler om dimension af prøven, mener vi skala, mens der med begrebet geometri refereres til forholdet mellem længde og bredde. I de to måleserier undersøges dermed den kritiske strøms afhængighed af dimension og geometri.

Det er nødvendigt at udføre målingerne så ens som muligt, og vi bruge en del tid på at udføre dem omhyggeligt. Dette forekommer at være et almindeligt og ganske trivielt krav, som ethvert eksperiment bør opfylde. Vi har dog forsøgt at vægte dette aspekt højt, idet vi har med en målestandard at gøre.

Da der ikke foreligger nogen standardiseret måde at udføre kritisk strøm målinger på, og da vi kun har adgang til apparaturet i ni dage, kan vi ikke tillade os at lave ret meget om i måleproceduren undervejs, uden at risikere at ændre på noget, vi ikke har kontrol over. Den første

måling bliver derfor brugt til at justere vores måleprocedure, hvorefter de følgende målinger så vidt muligt udføres på samme vis.

## 2.2 Oversigt over eksperimentet

Det følgende er en kort oversigt over eksperimentet, og dermed de tre næste kapitler om samme. I den eksperimentelle del af projektet indgår prøvedesign og -fremstilling (kapitel 3), måleopstilling (kapitel 4) og måleserier (kapitel 5).

For overblikkets skyld kommer her et resume af disse tre kapitler.

### 2.2.1 Prøvedesign

Vi designer to prøveserier: en hvor standardgeometrien varieres i længden ( $L$ ), og en hvor skalaen varieres ( $dim$ ).

De designkrav vi ville opfylde var:

- at vi så vidt muligt skulle holde os til Henrik Bruus standard geometri.
- at vi begrænser os til makroskopiske prøvedimensioner, hvor prøverne er i størrelsesordenen millimeter
- at vi skulle kunne placere prøverne fra de to serie på hver sin chip, for at minimere forskelle i ladningsbærertæthed indenfor hver serie (dette sætter en øvre grænse for prøvestørrelsen på omkring  $3 \times 10$  mm).
- at vi skulle bevare de fire kvadrater, der på standardprøven er mellem spændingskontakt parrene. Det vides ikke, hvilken betydning dette har for målingerne, men vi blev rådet til ikke at ændre antallet af kvadrater mellem spændingsproberne.

De to måleserier blev udformet således:

(S) Standardgeometrien ( $3.8 \text{ mm} \times 0.2 \text{ mm}$ ) med skalering:

0.5, 1, 1.5, 2

(L) Standardgeometri med fastholdt bredde 0.2 mm, og skalerede længder:

0.5, 1, 1.5, 2

Begge prøveserier blev desuden udformet i en formindsket udgave ved at nedfotografere prøverne en faktor 2. Dette gav yderligere to prøver i hver serie, med henholdsvis skala og længde: 0.25, 0.75 i forhold til standardgeometrien.

## 2.2.2 Forsøgsopstilling

Måleopstillingen udgøres af følgende hovedbestanddele :

**Prøveholder.** Prøven forbindes ohmsk til benene på en 14 bens chip-carrier, der monteres i en prøveholder. Denne kan nedsænkes og afkøles i en kryostat.

**Kryostat og magnet.** En superledende 13 Tesla magnet, kan via en 120A strømforsyning sweepes op/ned med variabel hastighed. Strømforsyningen kan afkobles, så strømmen og dermed magnetfeltstyrken holder sig konstant. Magneten holdes på arbejdstemperatur af et Heliumbad. Kryostaten, der holder magneten på 4.2 K, kan bruges til at køle prøven til tre fastsatte temperaturer 4.2 K, 1.2 K og 0.3 K.

**Spændingsmåling.** En digital netdrevet strømforsyning leverer strøm til prøvens ben 6-2. Der er mulighed for at programmere en sekvens af strømme fra en PC, så et diskret strømsweep kan udføres (f.eks. til måling af IV karakteristik). Et analogt batteridrevet nanovoltmeter i et skærmet rum (afskærmning mod elektromagnetisk induceret støj), måler spændingsfald over to af prøvens spændingskontakter. Ved hjælp af et millivoltmeter bestemmes strømmen i og dermed magnetfeltstyrken af den superledende magnet.

**dataopsamling** Nanovoltmetets udslag og magnetstrømforsyningens strømstyrke, omsættes og udlæses til digitale værdier af  $V$  og  $B$  og gemmes på datalagringsmedie. Opstillingen (kørsel og dataopsamling) styres fra en PC af en række programmer, skrevet i programmeringssproget C.

### 2.2.3 Måleserier

I det væsentlige benytter vi opstillingen til at foretage målinger af spændingsfald  $V_{xx}$  med konstant strøm og varierende  $B$ -felt (SdH sweep  $V_{xx} - B$  og Hall sweep  $V_{xy} - B$ ). Desuden måles  $V_{xx}$  ved konstant  $B$ -felt og varierende strøm ( $IV$  karakteristik og kritisk strøm).

Måleproceduren forløber i tre dele :

1. Først kontrolleres prøvens beskaffenhed ved stuetemperatur og ved lav temperatur (1.3K). Her undersøges, om vi har en homogen ladningsfordeling og ohmsk kontakt overalt.
2. Dernæst bestemmes midtpunktet  $B_0$  af  $\nu = 2$  niveauet.
3. Ved præcisionsmålinger af resistiviteten  $\rho_{xx}$  som funktion af strømmen  $I_{62}$ , bestemmes den kritiske strøm for alle longitudinale kontaktpar.

Denne måleprocedure er gennemgået i detaljer i kapitel 8.

### 2.2.4 Målemetoder

**Firpunktsmålinger.** Det longitudinale spændingsfald  $V_{xx}$  måles ved en firpunktsmåling, hvilket betyder, at strømmen sendes ind gennem to kontakter, mens spændingen måles over to andre kontakter, der sidder vinkelret på strømningerne i prøven. Der løber derfor ikke nogen strøm ind og ud af spændingskontakterne, hvilket bevirker, at vi i praksis kan se bort fra kontaktmodstanden (Bruus, 1990).

**Lige-ulige analyse.** Ved lige-ulige analyser af modstands måleserier for samme kontaktpar men med modsat strømretning bortkalibreres termospændinger, og andre DC-bidrag. I praksis svarer det til at addere/subtrahere et fast beløb til begge måleserier (begge fortegn) således at :

$$V(+) = -V(-)$$

**Strømkontrol.** I målinger på rektangulære Hall-prøver er det strømmen og ikke spændingen, der kontrolleres. Ved måling af systemets respons er det derfor resistivitetstensoren og ikke ledningsevnetensoren, der bestemmes. Dog er der som beskrevet i kapitel 1 en simpel sammenhæng mellem komponenterne i de to tensorer, således at eksempelvis  $\sigma_{xx}$  kan bestemmes udfra målinger af  $\rho_{xx}$  og  $\rho_{xy}$ .



## Kapitel 3

# Prøvedesign og fremstilling

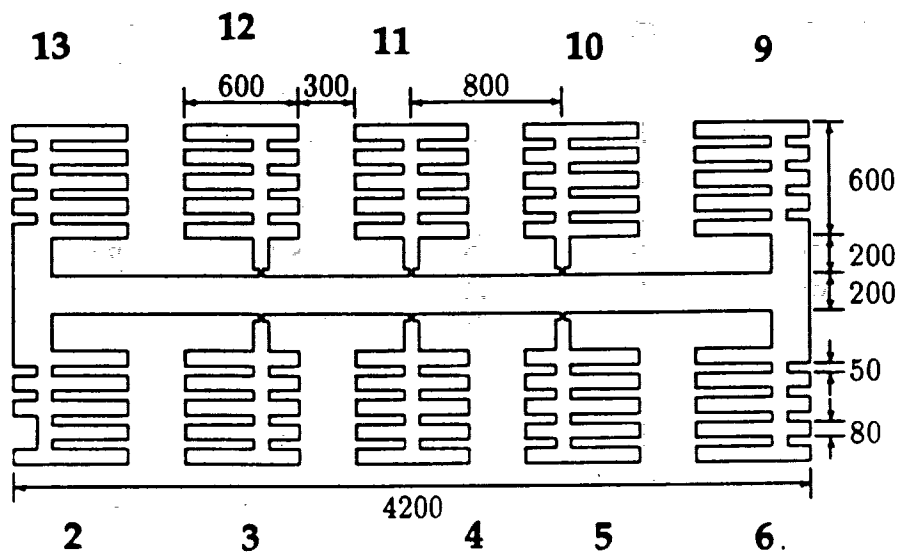
I det følgende gennemgås design og fremstilling af prøverne i de valgte måleserier. Prøvefremstillingen foregår på HCØ og følger en nøje fastlagt procedure, udviklet af III-V gruppen (HCØ). Vi har selv deltaget i processen, under vejledning af driftstekniker Mette Bøgelund Jensen.

### 3.1 Design af masker

Den Hall prøve standard, som er designet af H. Bruus, udgøres af en rektangulær prøve med 10 kontakter; 2 strømkontakter og 6 spændingsprober. Mellem to spændingsprober er der 4 kvadrater ( $\frac{W}{L} = 4$ ), og Hall prøven er så ialt 19 kvadrater (se også figur 3.1).

Det er vores mening, at prøverne kun ændrer længde eller skaleres i forhold til denne standardprøve. Forandres flere parametre, eksempelvis kontakternes udseende eller relative placering, kan det blive vanskeligt at forklare afvigelser fra standardens egenskaber entydigt. For at indføre så få fejkilder som muligt, i forhold til det vi vidste var velafprøvet, tegnede vi derfor prøverne på præcis samme vis som standarddesignet. Vi bibeholdt det oprindelige design af kontakterne og sørgede for, at der mellem to spændingsprober var nøjagtig 4 kvadrater.

Mønsteret angivet på figur 3.1, også kaldet mesa-masken, ætzes direkte ned i en MBE-groet GaAs/GaAlAs-heterostruktur, i form af en skive (*wafers*) med en diameter på 7 cm. For at kontakte prøven, pådampes dernæst et AuGe/Ni/Au-lag på de fingerformede kontaktområder. Under kontaktingen benyttes en maske af samme type, som vist på figur 3.1.

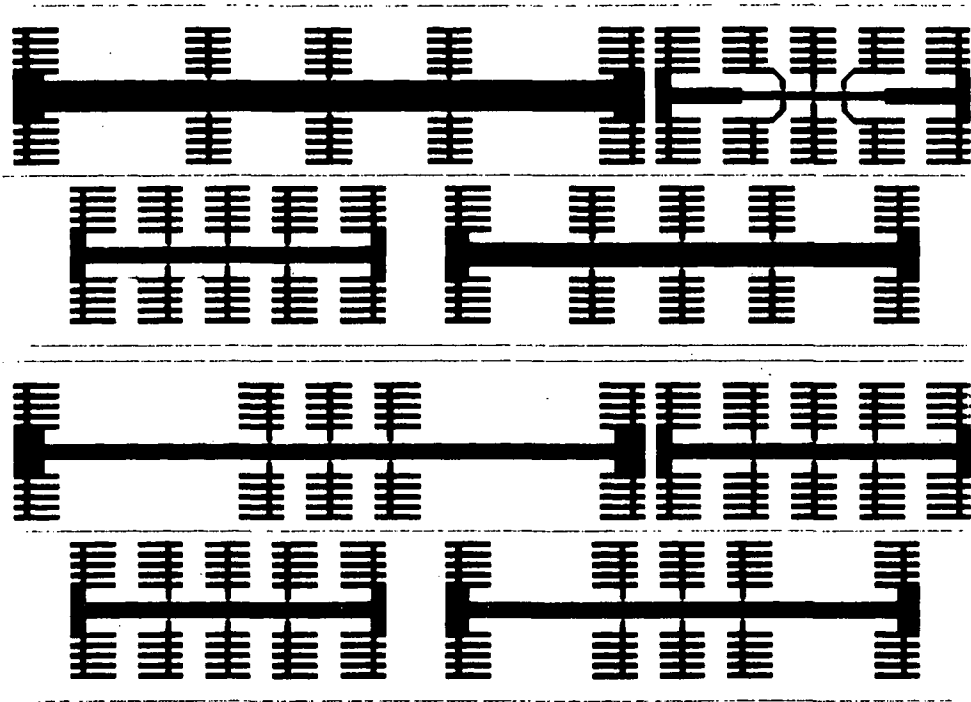


**Figur 3.1:** Mesamaske for standard Hall-prøven. Kontakterne er nummereret i forhold til en chip carrier (herom senere). Alle mål er angivet i  $\mu\text{m}$ . (Bruus, 1990).

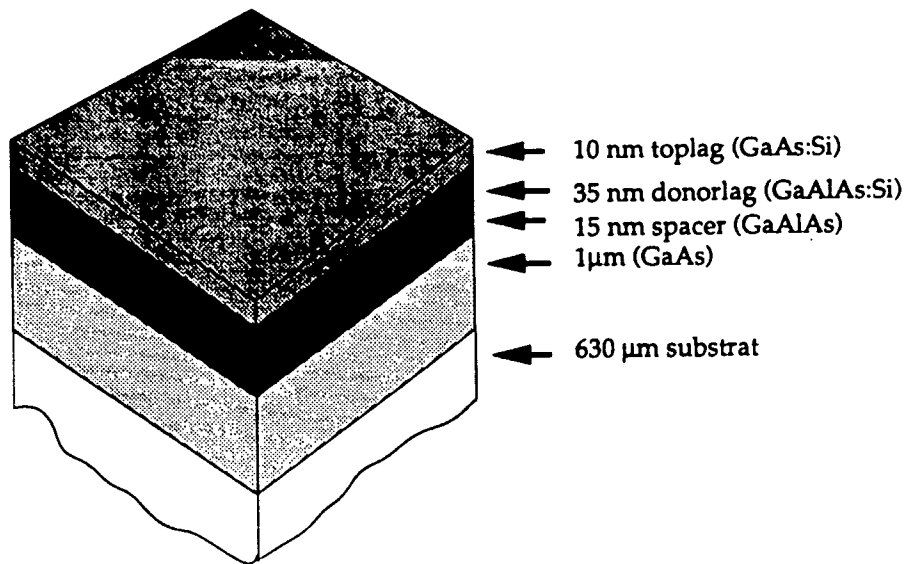
Kontaktområdernes fingerformede facon skal sikre, at punktkontakterne efter en legering har mulighed for at opfange elektronerne i Hall baren. Hvis hver kontakt blot består af en klat metal, kan man på grund af Lorentzkraften risikere, at elektronerne aldrig opfanges i kontakten, men i stedet cirkulerer rundt om den. Fingrene skal forhindre denne form for uønsket Corbino geometri.

Både mesa- og kontakt-masker er tegnet i Macintosh grafikprogrammet MacDraw. For at lette prøvefremstillingen og for at spare på GaAs-GaAlAs waferen, pakker vi prøverne så tæt som muligt. Herved bliver der plads til en prøveserie (4 prøver) på en chip carrier. Ved at placere prøverne tæt, kan vi samtidig forvente, at eventuelle makroskopiske afvigelser i waferens ladningsbærerdensitet kommer til at betyde mindst muligt. Mesamaskerne for prøveserierne BS og BL er vist på figur 3.2. Vi tegnede maskerne for B-serien i størrelsesforholdet 25:1. Serierne A og B fremkommer så ved at nedfotografere den endelige tegning henholdsvis 50 og 25 gange.

Prøvedesignet blev afleveret på HCØ's tegnestue, hvor en teknisk tegning blev udfærdiget på et CAD-system. For at sikre en stor kantskarphehed af de endelige masker, blev tegningerne sendt til firmaet Artwork.



**Figur 3.2:** Mesa-maskerne for serie B. Øverst den skalerede serie og nederst prøverne med varierende længde. På begge tegninger er prøven nederst til venstre identisk med standardprøven.



Figur 3.3: Et tværsnit af en GaAs/GaAlAs-wafer.

der udskrev tegningerne i de angivne mål. De endelige tegninger blev på HCØ nedfotograferet 50 ( $5 \times 10$ ) og 25 ( $5 \times 5$ ) gange.

## 3.2 Prøvefremstilling

Første led i prøvefremstillingen er at producere en heterostruktur. Siden 1990 har dette forgået på HCØ i det såkaldte rene rum. Heterostrukturen dannes ved hjælp af Molecular Beam Epitaxy (MBE), der er en ultra høj vacuum fordampningsteknik, med hvilken det er muligt at gro et atomlag ad gangen.

På et  $630 \mu\text{m}$  tykt, roterende substrat (en GaAs-skive med diameter  $7 \text{ cm}$ ) pådampes først  $1 \mu\text{m}$  GaAs - også kaldet bufferlaget. Siden pådampes  $15 \text{ nm}$  udoperet GaAlAs og dernæst  $35 \text{ nm}$  Si-doperet GaAlAs. Sluttelig pådampes et  $10 \text{ nm}$  tykt toplag bestående af Si-doperet GaAs (se figur 3.3). Som omtalt i kapitel 2 vil en 2DEG dannes i GaAs-delen - det vil sige i bufferlaget. Det øverste lag GaAs har ingen betydning for elektrongassen, men skal blot sikre, at GaAlAs ikke oxiderer. Ved at placere et udoperet lag GaAlAs mellem GaAs og GaAlAs:Si, fås samtidig en større mobilitet af elektronerne i trekantbrønden. Doperings-atomerne er blevet bragt i en vis afstand fra 2DEG området, og forstyrrer derved i mindre grad ladningstransporten. Denne teknik kaldes også modulationsdopning.

Da de anvendte materialer har næsten samme gitterkonstant, og da pådampningen forgår meget langsomt ( $1 \mu\text{m}$  i timen), kan man indenfor et atomlag skifte fra eksempelvis GaAs til GaAlAs. Strukturerne gror så pænt, at den færdige heterostruktur næsten kan opfattes som en perfekt enkeltkrystal.

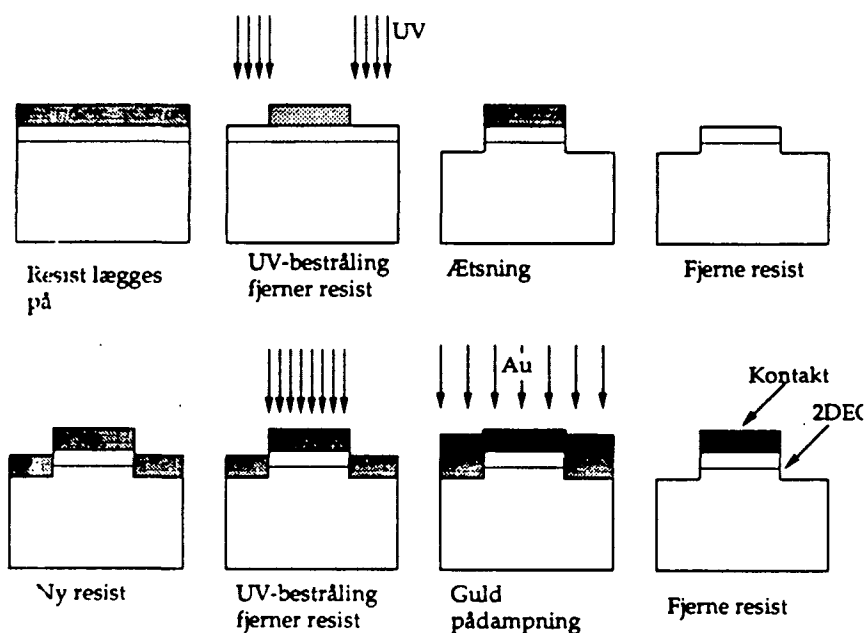
Krystalgroningen har vi ikke deltaget i, men fik udleveret en tidligere testet wafer, HCØ-91-38. Waferen udskæres ved brug af en lille diamant i små rektangulære stykker ( $5 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ ). Stykkerne renses i acetone og blæses tørre med filtreret kvælstof. Dernæst placeres et enkelt wafer-stykke i en anordning, der ved hjælp af undertryk holder stykket fast, mens det hurtigt roteres. Waferstykket dækkes med den positive fotoresist AZ-4511. Efter 30 sekunders spin er fotoresisten jævnt fordelt, og stykket bages nu ved  $100^\circ\text{C}$  i 45 sekunder. Herved fordamper opløsningsmidlet PMGEA fra fotoresisten.

Gennem mesamasken belyses prøven dernæst i 10 sekunder med UV-lys. For at fremkalde billedet af masken, benyttes den til fotoresisten hørende fremkaldervæske, AZ-400, der er en svag base. Da fotoresisten er *positiv* vil fremkalderen opløse de *belyste* dele. Tilbage er mønsteret af Hall-prøverne.

For at forme 2DEG-laget på samme vis som mesa-masken, ætzes der i området uden fotoresist. Hertil benyttes ætseren  $\text{H}_3\text{PO}_4 : \text{H}_2\text{O}_2 : \text{H}_2\text{O}$  i forholdet 1:1:3, der på 30 sekunder ætser  $1 \mu\text{m}$ . Denne dybde er tilstrækkelig for kontakt med 2DEG-laget - jævnfør figur 3.3. Ved denne ætning hæver prøvemønstret sig over resten af fladen - heraf navnet 'mesa', som betyder stejlt, fladt bjerg.

Det resterende resistlag fjernes med acetone. Prøven dækkes endnu en gang med fotoresist, belyses gennem kontakmasken og fremkaldes. Fotoresisten på de belyste områder fjernes, hvorefter prøverne med undtagelse af kontaktfladerne er dækket af fotoresist.

Før kontaktmaterialet pådampes fjernes Galiumoxid-laget på waferstykkets top. Dette gøres ved i 15 sekunder at nedsænke prøven i følgende blanding: 25%  $\text{NH}_3 : \text{H}_2\text{O}$  i forholdet 1:15. For at undgå at prøverne oxideres igen, placeres prøverne straks efter rensning i et vacuumkammer gjort parat til pådampning af kontakter. Materialerne, der ønskes pådampet (AuGe, Ni og Au), lægges i digler i kammeret, og prøverne sættes med metalklemmer fast på indersiden af vacuumkammerets låg. Kammeret lukkes og pumpes ved hjælp af kapsel- og diffusions-pumpe ud til  $5 \cdot 10^{-6}$  torr. Skålen med AuGe opvarmes, og materialet fordampes. Efter  $1000 \text{ \AA}$  AuGe pådampes  $100 \text{ \AA}$  Ni og til sidst



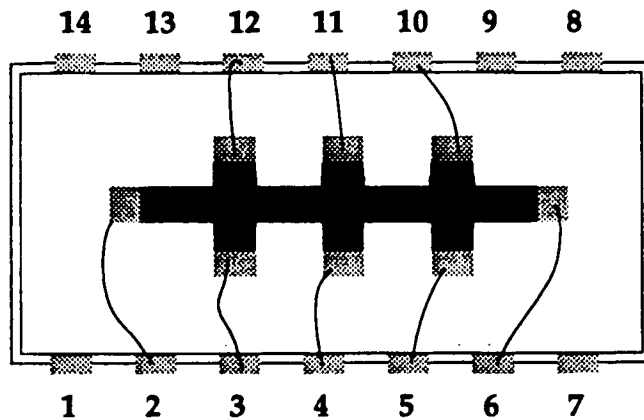
**Figur 3.4:** De enkelte trin i prøvfremstillingen. Serie 1 beskriver mesalagets dannelse, hvorefter kontakterne pådampes i serie 2.

2000 Å Au. Kontaktmaterialet dækker nu wafer-stykkerne fuldstændig, men kan fjernes fra de områder, der før var dækket af fotoresist.

Anvendelsen af AuGe, Ni og Au i det nævnte forhold skyldes eksperimentelle erfaringer. Den beskrevne materialesammensætning har vist sig ved legering at give en god kontakt med 2DEG-laget. Tykkelsen af Ni-laget er dog ikke afgørende. Derimod skal det øverste guldlag helst være så tykt som muligt. Jo tykkere dette lag er desto nemmere er det siden at forbinde kontakterne med en chip carrier. Dog må den samlede kontaktflade ikke være tykkere end 3000 Å, da det ellers ville være besværligt at løfte kontaktlaget af de steder der findes fotoresist. Fotoresisten fjernes ved at lægge prøverne i et acetonefyldt skål nedsænket i et ultralydsbad. AuGe/Ni/Au-blandingen rystes nu af i flager. Kun kontaktfladerne bliver tilbage. De enkelte trin i prøvfremstillingen er skitseret på figur 3.4.

Kontaktmaterialet ligger nu på toppen af Hall prøverne. For at få direkte kontakt med 2DEG-laget hærdes prøven til sidst i ca. 2 minutter ved 430°C. Herved vil AuGe, Ni og Au-ioner delvist diffundere ned i mesaen og skabe ohmsk kontakt med elektrongassen.

Før der kan måles på en prøve, må den fæstnes på en *chip carrier*, der passer til måleopstillingen. Der anvendes en såkaldt *Dual in Line*



Figur 3.5: Hall prøven placeret på en chip carrier.

chip carrier med 14 ben. Med ARALDIT limes prøven fast, hvorefter prøvens kontakter og chip carrierens ben forbindes med tynd guldtråd. Dette kaldes også bonding og udføres under mikroskop ved brug af en såkaldt *guldkugle bonder*. En færdigbondet prøve er vist på figur 3.5.

### 3.3 Test af prøverne

Inden prøverne nedkøles til 1.2 K testes prøvernes elektriske egenskaber ved stuetemperatur. Ved en IV-karakteristik kontrolleres ohmsk kontakt, og samtidig undersøges den enkelte prøves symmetriforhold.

For at vurdere prøvens symmetri, måles følgende størrelser ved  $\pm 10 \mu A$ :  $V_{43}$ ,  $V_{54}$  og  $V_{53}$  samt  $V_{1011}$ ,  $V_{1112}$  og  $V_{1012}$ . Er spændingsfaldene på prøvens to sider tilnærmelsesvis ens, og er  $V_{1012}$  og  $V_{53}$  summen af de enkelte spændingsfald, har prøven formodentlig en homogen ladningsfordeling, og er godkendt af testen. Eksperimentelt har det vist sig, at 95 % af de prøver, der passerer stuetemperatur-testen, også opfører sig pænt ved lav temperatur og højt magnetfelt (Bruus, 1990). Resultaterne af disse kontrolmålinger er for en enkelt prøve gengivet i tabel 3.1.

Da målingerne foretages ved både positiv og negativ strømretning, kan termospændinger  $V_{termo}$  elimineres. Dette ses ved at betragte eksempelvis spændingsfaldet  $V_{43}$  for strømmene  $I_{62}$  og  $I_{26}$ . Benævnes disse spændingsfald  $V_{43,26}$  og  $V_{43,62}$  fås:

$$V_{43,62} = V_{termo} + V_{43}$$

$I_{62}$	$10\mu A$	$-10\mu A$	$I_{62}$	$10\mu A$	$-10\mu A$
$V_{54}$	$101.56mV$	$100.99mV$	$V_{1011}$	$101.73$	$101.11mV$
$V_{43}$	$105.67mV$	$107.04mV$	$V_{1112}$	$105.98mV$	$107.26mV$
Sum	$207.32 mV$	$208.03mV$	Sum	$207.71mV$	$208.37mV$
$V_{53}$	$207.30mV$	$208.08mV$	$V_{1012}$	$207.66mV$	$208.45mV$

**Tabel 3.1:** Symmetrimåling af prøven BS4.0 ved stuetemperatur

Skaleret serie (S)	$R_{\square}$	Lineær serie (L)	$R_{\square}$
AS0.5	2508 $\Omega$	BL1.0	2436 $\Omega$
AS1.5	2421 $\Omega$	BL3.0	2476 $\Omega$
AS2.0	2467 $\Omega$	AL2.0	2418 $\Omega$
BS2.0	2441 $\Omega$		
BS3.0	2426 $\Omega$		
BS4.0	2598 $\Omega$		

**Tabel 3.2:** Kvadratmodstanden for de enkelte prøver, bestemt ud fra symmetrimålinger ved stuetemperatur.

$$V_{43,26} = V_{termo} - V_{43}$$

Heraf kan et udtryk for den 'rene' spænding  $V_{43}$  opskrives:

$$V_{43} = \frac{V_{43,62} - V_{43,26}}{2} \quad (3.1)$$

Af symmetrimålingerne kan flademodstanden samtidig beregnes. Efter at have fjernet termospændinger som ovenfor beskrevet, summeres de målte spændingsfald  $V_{ij}$ . Divideres denne sum med den anvendte strømstyrke og det samlede antal kvadrater, der er blevet målt over, fås

$$R_{\square} = \frac{\sum V_{ij}}{I_{62} \cdot \text{antal}\square} \quad (3.2)$$

Da der mellem to nabokontakter er 4 kvadrater, har vi ialt målt over 32 kvadrater, hvilket giver

$$R_{\square} = \frac{\sum V_{ij}}{10 \cdot 10^{-6} \cdot 32} \quad (3.3)$$

Prøvernes kvadratmodstand ved stuetemperatur er gengivet på figur 3.2.



## Kapitel 4

# Måleopstilling

Vores målinger er foretaget på Fysisk Laboratorium, HCØ. Måleopstillingen og computerprogrammerne til dataopsamling er udførligt beskrevet i (Bruus, 1990). I det følgende vil de for os relevante dele af opstillingen blive beskrevet nærmere.

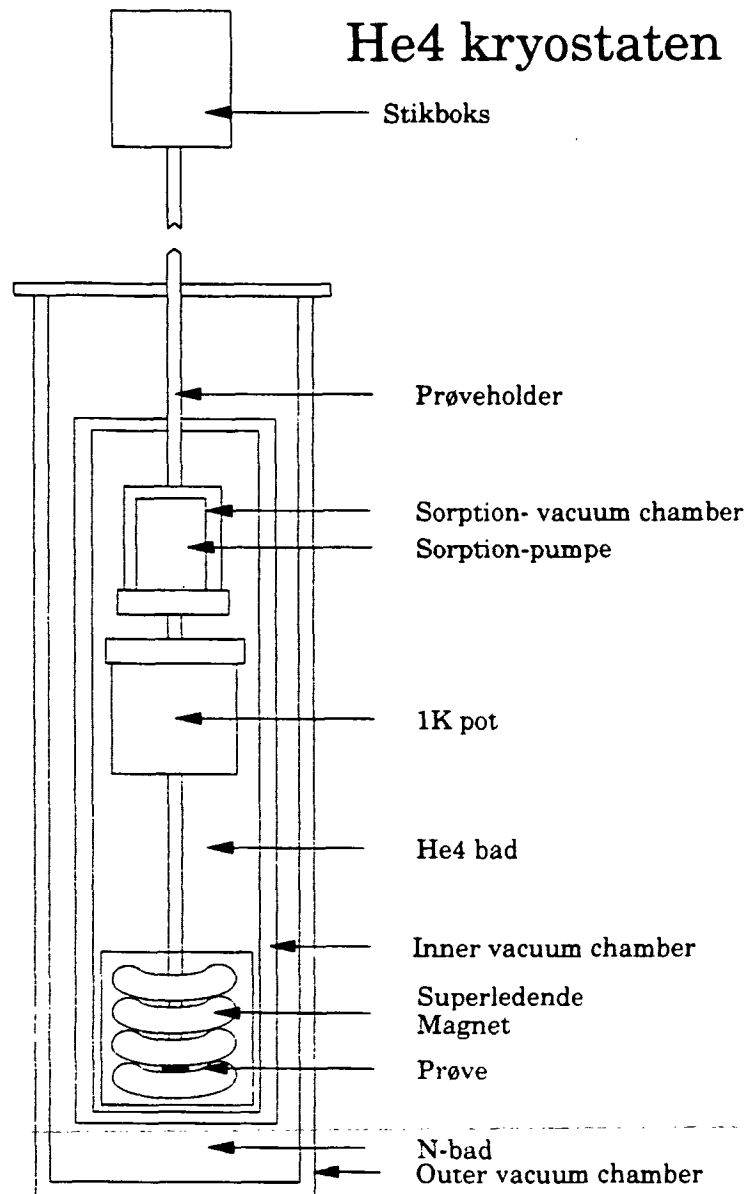
### 4.1 Kryostaten

Den benyttede kryostat er en  $^3\text{He}$ -kryostat. Kryostaten kan køle prøven til 0.3K, hvilket dog ikke er nødvendigt for vores målinger. Da vi er interesserede i den kritiske strøm ved metrologiske målinger, benyttes den metrologiske temperatur 1.2K. (Metrologiske målinger foretages i Danmark på DFM, ved 1.2 K og 50  $\mu\text{A}$ ).

Kryostaten er skitseret på figur 4.1 og består i realiteten af tre fra hinanden isolerede kar. En  $^3\text{He}$ -kryostaten er nedsænket i en  $^4\text{He}$ -kryostat, også kaldet  $^4\text{He}$ -badet, der igen er omgivet af en kvælstofkryostat. For termisk at isolere de enkelte kar fra hinanden er der vacuum ( $\approx 10^{-2}$  torr) mellem  $^3\text{He}$ - og  $^4\text{He}$ -kryostaten og mellem  $^4\text{He}$ -kryostaten og kvælstofkammeret. De to vacuumkamre benævnes henholdsvis det indre (IVC) og det ydre (OVC) kammer. Prøven skal placeres i kryosystemets midte det vil sige i  $^3\text{He}$ -kryostaten.

Først en gennemgang af opstillingens faciliteter.

$^3\text{He}$ -gassen er kostelig, og opbevares derfor i et lukket system. Uden for kryosystemet findes et 12 liter gas reservoir, der via en slange er tilsluttet  $^3\text{He}$ -kryostaten. Kryostatens indhold af  $^3\text{He}$  reguleres ved brug af en såkaldt *sorption-pumpe*. Sorptionpumpen indeholder aktivt



Figur 4.1: Skitse af den anvendte kryostat.

kul, der ved lave temperaturer absorberer  $^3\text{He}$ , og dermed kan fungere som pumpe, når den afkøles. Ved 4.2 K har sorptionpumpen absorberet al  $^3\text{He}$  i systemet. Dette ses ved at trykket i gasreservoiret falder til 0 mbar. Opvarmes pumpen til 25 K begynder  $^3\text{He}$  at frigives, og ved 40 K er intet gas tilbage i pumpen. Trykket er da cirka 150 mbar i reservoiret.

Da sorptionpumpen skal kunne opvarmes, er den forsynet med et varmelegeme, hvis temperatur kan kontrolleres fra laboratoriet. Da vi samtidig ikke er interesseret i at opvarme det omgivende  $^4\text{He}$ -bad, er pumpen isoleret udadtil ved hjælp af et vacuum-kammer, kaldet SVC. Skal sorptionpumpen afkøles hurtigt, kan SVC fyldes med  $^4\text{He}$ , hvorved pumpen i løbet af 10 minutter er bragt ned på 4.2 K.

Temperaturen i  $^3\text{He}$ -karet kan sænkes fra 4.2 K til 1.2 K ved at frigive al  $^3\text{He}$ . Dernæst fyldes et lille kar omsluttende  $^3\text{He}$ -kryostaten og beliggende under sorptionpumpen med flydende  $^4\text{He}$  fra  $^4\text{He}$ -badet. Dette gøres ved at åbne en nåleventil mellem  $^4\text{He}$ -kryostaten og karet. Når det lille kar, også kaldet 1.2 K potten, er fyldt, lukkes ventilen. Da der pumpes konstant (med en kapselpumpe) på 1.2 K-potten, vil den flydende  $^4\text{He}$  blive underafkølet, hvorved temperaturen falder til 1.2 K. Det lille kar er i direkte kontakt med  $^3\text{He}$ -kryostaten, hvorfor  $^3\text{He}$ -gassen vil kondensere og lægge sig på bunden af kryostaten.

På bunden af den inderste kryostat er der hermed 1.2 K. Denne temperatur kan sænkes yderligere ved, med sorptionpumpen, at pumpe på  $^3\text{He}$ -væsken.  $^3\text{He}$ -væsken underafkøles, og en ny termisk ligevægt vil da indtræde ved 0.3 K.

Det samlede kryosystem er næsten 2 m højt, og er placeret under laboratoriets gulv. For at få prøven i kontakt med den flydende  $^3\text{He}$  placeres den derfor i en 2 m lang prøveholder. Prøveholderen vil i slutpositionen befinde sig et par mm fra  $^3\text{He}$ -kryostatens bund, og prøven vil da være fuldstændig dækket af flydende  $^3\text{He}$ .

Når prøven er sat fast i prøveholderen kontrolleres endnu en gang for ohmsk kontakt og symmetri. Derefter spændes prøveholderen fast på kryostatens top, der er lukket med en pladeventil. Prøveholderen pumpes ud med henholdsvis kapsel- og diffusionspumpe. Når trykket er cirka  $5 \cdot 10^{-6}$  torr, åbnes for pladeventilen, og prøven kan nu gradvist nedsænkes i kryostaten. For at sikre tilnærmelsesvis termisk ligevægt i systemet, skal dette gøres langsomt, og nedsænkningen tager derfor mindst 20 minutter.

Mens prøven sænkes, pumpes på kammeret omkring sorptionpumpen, og samtidig sættes sorptionpumpens temperatur ( $T_{sorp}$ ) til 25 K. Herved vil en del  $^3\text{He}$ -gas frigives, hvilket forbedrer den termiske kontakt med  $^4\text{He}$ -badet. Prøven vil derfor, når den nærmer sig kryostatbunden have en temperatur på 4.2 K. Når prøven er i bund, hæves  $T_{sorp}$  til 40 K og 1.2 K-potten fyldes. Herved opnås som ovenfor beskrevet den ønskede temperatur på 1.2 K. Skal prøven skiftes, køles sorptionpumpen til 4.2 K, prøven trækkes langsomt op, og pladeventilen lukkes. Herefter kan prøveholderen beluftes og prøven tages ud.

For at kontrollere prøvens temperatur er der på prøveholderen monteret en temperatur-sensor, i form af en Germanium resistor, hvis modstand via en kalibreringstabel omsættes til et mål for prøvens temperatur. Da Germanium er en halvleder, vil modstanden stige, når temperaturen falder.

## 4.2 Magneten

Magneten, der består af de superledende materialer  $\text{Nb}_3\text{Sn}$  og  $\text{Nb}_3\text{Ti}$  er placeret i bunden af  $^4\text{He}$ -badet, således at prøven i slutpositionen befinder sig midt i det magnetiske felt. Ved 4.2 K kan magneten bære en strøm på 104 A, hvilket ved brug af kalibreringsfaktoren 0.1154 T/A svarer til cirka 12 T. Så store magnetiske felter har vi dog ikke opereret med. I målingerne tager vi udgangspunkt i plateauet for  $\nu = 2$ , hvilket for (91-38)-waferen ligger omkring 5.2 T. Mere herom i kapitel 8. Til vores formål er det derfor tilstrækkeligt at kunne gå op til 7 T, idet det da er muligt at måle på begge sider af midtplateauet  $\nu = 2$

Magneten er konstrueret på en sådan måde, at den kan fungere i både strøm-mode og 'persistent-mode'. Magnetens strømtilledninger er kortsluttet af et stykke superledende kabel med indbygget varmelegeme. Dette stykke benævnes *kontakten*. Opvarmes kontakten over dens kritiske temperatur, kan ingen strøm løbe i det superledende materiale. Følgelig er magneten ikke længere kortsluttet, men kan styres ved en ydre stømkilde.

Skal mange målinger udføres ved et konstant magnetfelt, er det fordelagtigt at bringe magneten i 'persistent' mode: Mens magneten er i strøm mode, det vil sige mens varmelegemet er tilsluttet, indstilles magneten på den ønskede feltstyrke. Dernæst slukkes varmelegemet, hvorved kontakten bliver superledende. Den allerede eksisterende

# Kapitel 5

## Måleserier og databehandling

Dette kapitel beskriver vores måleprocedure, og de resultater vi har fået ud af vores eksperimentelle undersøgelser af QHE strømssammenbruddet.

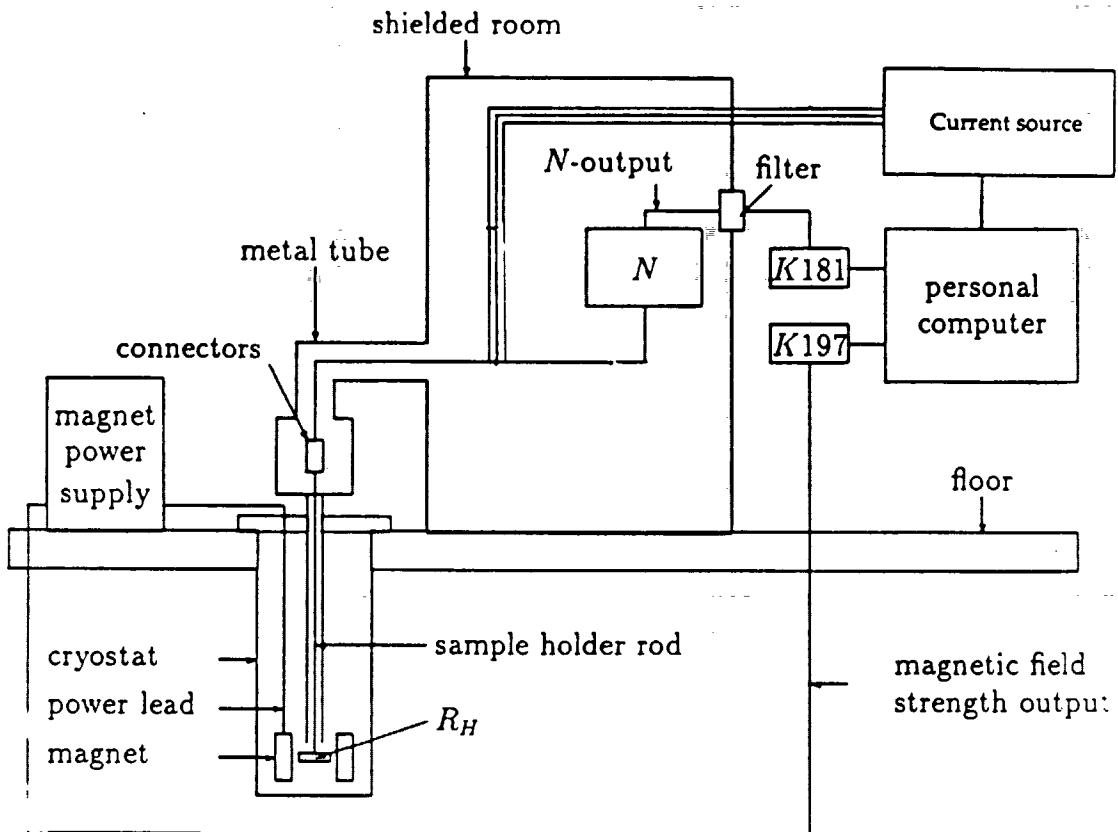
### 5.1 Målinger

#### 5.1.1 Prøvernes beskaffenhed

Ved stuetemperatur testes, at strømkontakterne er ohmske. Dette gøres ved at tage en IV karakteristisk på kontaktpar 6-2 og kontrollere lineariteten. Dernæst kontrolleres at prøvens elektrisk set er symmetrisk. En konstant strøm sendes gennem strømkontakterne 6-2, og det undersøges, som gennemgået i kapitel 3, om der er geometrisk symmetri ( $V_{5-4} \simeq V_{10-11}$ ,  $V_{5-4} \simeq V_{4-3}$  etc.), og om der er strømretningssymmetri ( $V_{4-3}(I) = -V_{4-3}(-I)$ ) etc.

$I_{62}$	$10\mu A$	$-10\mu A$	$I_{62}$	$10\mu A$	$-10\mu A$
$V_{54}$	$101.56mV$	$100.99mV$	$V_{1011}$	$101.73$	$101.11mV$
$V_{43}$	$105.67mV$	$107.04mV$	$V_{1112}$	$105.98mV$	$107.26mV$
Sum	$207.32 mV$	$208.03mV$	Sum	$207.71mV$	$208.37mV$
$V_{53}$	$207.30mV$	$208.08mV$	$V_{1012}$	$207.66mV$	$208.45mV$

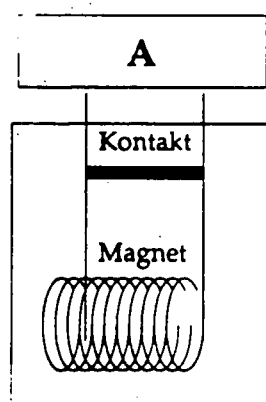
Tabel 5.1: Symmetritest prøven BS4.0 ved 1.3K



**Figur 4.3:** Skema over den aktuelle måleopstilling (Bruus, 1990).

$N_1$ -voltmeteret har 6 lavpas filtre og dets skala kan sættes fra  $0.1 \mu\text{V}$  til  $3\text{V}$ .

Strømmen gennem prøven,  $I_{62}$ , styres ved hjælp af en Keithley 220 strømforsyning (K220). Fra K220 føres ledningerne gennem et filter ind i det skærmede rum, hvor de forbindes med prøveholderens tilledninger. Apparaterne K181, K197 og K220 er alle i forbindelse med en PC'er, hvor data opsamles og analyseres. På figur 4.3 er den samlede prøveopstilling skitseret.



**Figur 4.2:** Skitse af den benyttede superledende magnet. Magnetens to strømtilledninger er kortslettet af en superledende kontakt.

strøm kan nu løbe i årevis i et kredsløb bestående af magneten og den superledende kontakt. Se figur 4.2.

Er magneten i persistent mode slukkes for strømforsyningen, og de ønskede målinger foretages. Når magnetfeltstyrken igen skal ændres, skal vi genetablere strømkildens styring af magneten. Strømstyrken indstilles først på den værdi for hvilken magneten blev efterladt i persistent mode. Varmelegemet tændes, og magneten er tilbage i den strømstyrkede tilstand.

Feltstyrken registreres ved et spændings-signal fra strømkilden. Sammenhængen mellem spændingssignal, strøm og feltstyrke er blevet kalibreret til  $1 \text{ mV} = 1 \text{ A} = 0.1154 \text{ T}$ . Spændingen måles på et Keithley 197 voltmeter (K197).

### 4.3 Dataopsamling

Måleudstyret til præcisionsmålinger af  $\rho_{xx}$  er meget følsomt over for støj og er derfor placeret i et skærmet rum. Rummet er indvendigt beklædt med kobber-folie og ledningerne fra prøveholderens top (en kobbercylinder) og ind til det skærmede rum er indkapslet i et eftergiveligt metalrør. For en skematisk oversigt se figur 4.3.

Af apparaterne i det skærmede rum benyttede vi udelukkende det batteridrevne DC nanovoltmeter N1a. N1a-voltmeteret forstærker det indkomne signal, der da kan aflæses på et Keithley 181 nanovoltmeter (K181), placeret uden for det skærmede rum. Det forstærkede signal ligger i området  $0 - \pm 1 \text{ V}$ , hvor fuld skala på N1a svarer til  $\pm 1 \text{ V}$ .

### 5.1.2 Prøvernes egenskaber ved 1.3K

Efter nedkøling til 1.3 K gentages IV-karakteristikken og symmetrimålingerne, men denne gang udelukkende ved hjælp af spændingskontakterne (se figur 5.1). Dette gøres til dels for at se, om der ved nedkølingen er sket ændringer i ladningsfordelingen. Går nedkølingen for hurtigt kan ladningerne let blive frosset fast i en inhomogen tilstand, hvilket betyder, at prøven må varmes op til stuetemperatur og køles ned igen (termocykles).

Kvadratmodstanden  $R_{\square}$ , kan bestemmes ved at udføre lineær regression på  $V(I)$ , og dividere med antallet af kvadrater mellem de anvendte spændingskontakter. Vi har istedet midlet over kvotienterne  $\frac{U}{I}$  fra symmetrimålingerne, idet den beregnede resistivitet herved bliver et gennemsnit af resistiviter mellem alle fire kontaktpar. Det nøjagtige antal kvadrater  $L/W$  mellem kontaktparrene findes ved optisk afmåling af prøvens bredde  $W$  og afstanden  $L$  mellem kontakterne under mikroskop, og er i alle tilfælde meget tæt på 4.

Nu sweepes magneten fra 0 til 7 Tesla, hvorunder målinger af  $V_{xx}$  over kontakterne 5 – 3 aftegnes som funktion af magnetfeltet  $B$  i et såkaldt Shubnikov-deHaas (SdH) plot (se figur 5.1).

Der gælder følgende relation mellem nulpunkterne  $B_0$  og fyldningsgraden  $\nu$  :

$$\frac{1}{B_0} = \frac{\epsilon}{nh} \cdot \nu \quad (5.1)$$

hvor  $\epsilon$  er elektronens ladning,  $n$  er ladningsbærertætheden og  $h$  er Plancks konstant.

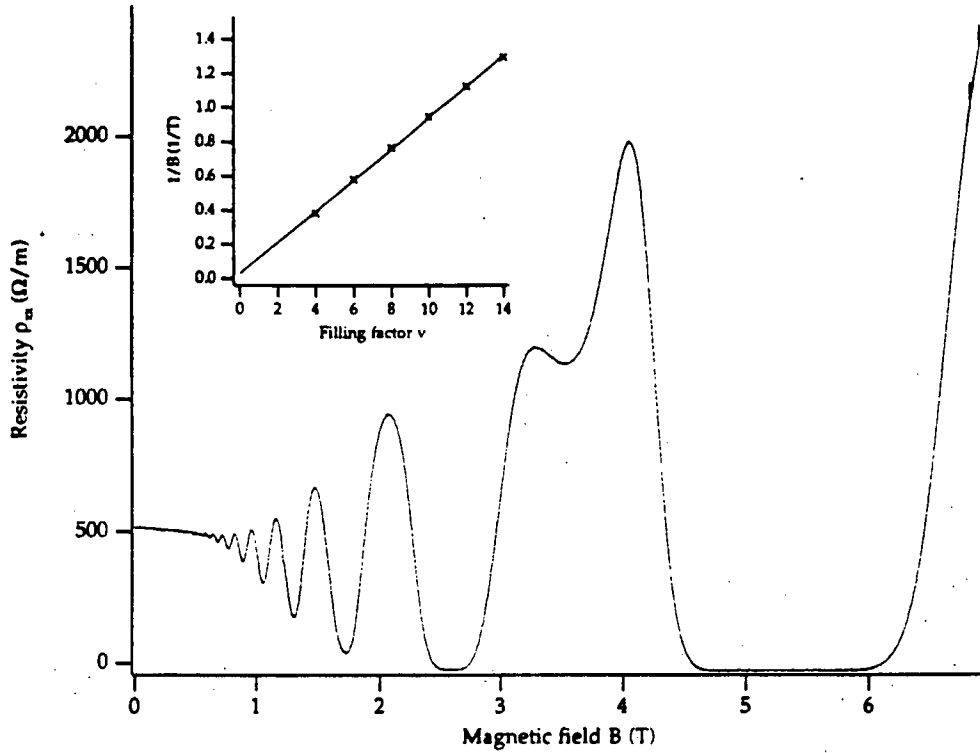
Ved at bestemme nulpunkterne  $B_0$  ud fra de målte SdH data og derefter finde hældningen af linien i et  $\frac{1}{B_0}$ - $\nu$  diagram, kan ladningsbærertætheden  $n$  bestemmes som  $n = \frac{\epsilon}{\sigma h}$  (se figur 5.1).

Mobiliteten  $\mu$  kan ifølge Drude-Lorenz teorien (se appendix A) findes ved

$$\mu = \frac{\sigma}{n\epsilon} = \frac{1}{\rho n\epsilon} \quad (5.2)$$

Vi beregner nu 1.3 K mobiliteten ved hjælp af  $\rho_{xx}$ , den før bestemte ladningsbærertæthed  $n$  og elektronladningen  $e$ . Disse værdier ses i tabel (5.2).





**Figur 5.1:** SdH plot for BS4.0 ved 1.3K og strømmen  $I_{62} = 10\mu A$ . Indsat i SdH plottet viser  $\frac{1}{B_0}$  som funktion af fyldningsgrad  $\nu$  for prøven BS4.0. Ladningsbæretætheden  $n$  findes ved hældningskoefficienten  $\frac{e}{nh}$

Prøve	Dimens. $\mu m$	$R_{\square}$ $\Omega$	$n$ $m^{-2}$	$\mu$ $m^2V^{-1}s^{-1}$
AS0.5	$50 \times 950$	465.7	$2.68 \cdot 10^{15}$	5.00
AS1.5	$150 \times 2850$	504.0	$2.76 \cdot 10^{15}$	4.49
AS2.0	$200 \times 3800$	439.4	$2.87 \cdot 10^{15}$	4.94
BS2.0	$200 \times 3800$	530.6	$2.62 \cdot 10^{15}$	4.47
BS3.0	$300 \times 5700$	517.9	$2.56 \cdot 10^{15}$	4.71
BS4.0	$400 \times 7600$	542.0	$2.53 \cdot 10^{15}$	4.55
BL1.0	$200 \times 1900$	809	$2.56 \cdot 10^{15}$	3.01
BL3.0	$200 \times 5700$	543	$2.66 \cdot 10^{15}$	4.32
AL2.0	$100 \times 3800$	458.0	$2.47 \cdot 10^{15}$	5.52

**Tabel 5.2:** Prøvernes karakteristika ved 1.3 K

### 5.1.3 Midtpunktet $B_0$ af $\nu = 2$ plateauet

Først findes  $\nu = 2$  plateauet som det plateau, hvor Hall modstanden samtidigt har værdien  $R_H = \frac{h}{2e^2} = 12906.4\Omega$ . Midten anslås ud fra grafen (se figur 5.1) eller beregnes ud fra formel 5.1.

Nu sweepes magneten meget langsomt henover den anslåede værdi af  $B_0$ , mens potentialet  $V_{xx}$  over et vilkårligt longitudinalt kontaktpar måles med stor følsomhed ( $\pm 1\mu m$ ) på nanovoltmeteret Keithley N1a. Dette gentages for negativ strømretning. Grunden til det langsomme sweep, er dels at få en større opløsning, dels at magneten ikke helt kan følge med, når strømmen gennem den ændres for hurtigt. Dette skyldes selvinduktion. Det stigende magnetfelt inducerer en elektrisk strøm i magnetens vindinger, der går modsat strømforsyningens strøm, med det resultat, at det resulterende magnetiske felt mindskes. Kender man sweephastigheden - den spænding der er over magneten, mens feltet sweeper op, er det ikke noget problem at kalibrere.

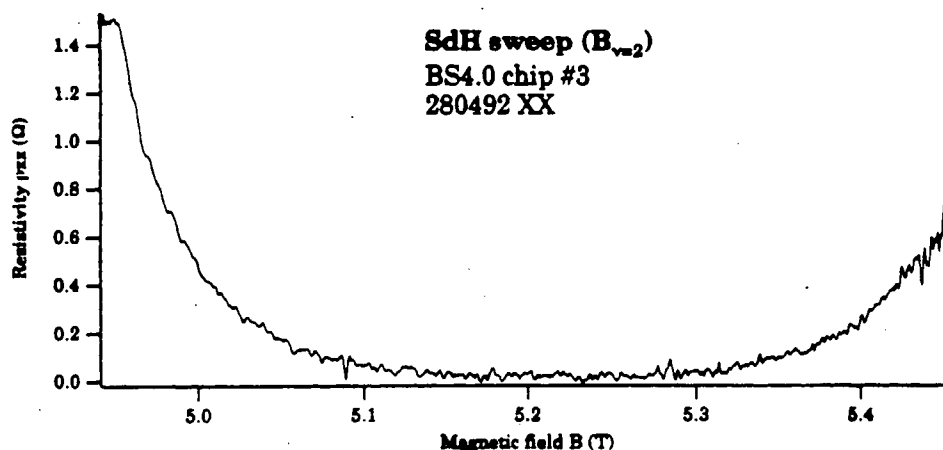
En præcis værdi af  $B_0$  kan bestemmes ud fra graferne, som det sted hvor afstanden (residuallet) mellem spændingskurverne og dermed  $\rho_{xx}$  for de to strømretninger er mindst (se figur 5.2). Som det senere vil vise sig, er spændingen  $V_{xx}$  i kvante Hall regimet ikke proportional med strømmen. Der er derfor ingen mening i at sammenligne størrelserne af residualerne i de forskellige prøver, idet  $B_0$  af praktiske årsager ikke er målt ved samme strøm for alle prøverne.

### 5.1.4 Kritisk strøm

Nu måles spændingsfaldet  $V_{xx}$  som funktion af strømmen  $I_{62}$  for fire kontaktpar (5-4),(4-3),(10-11) og (11-12) med det batteridrevne nanovoltmeter N11a. Dette gøres med så stor følsomhed som støjniveauet tillader (typisk fuldt skalaudslag er  $1\mu V$ ).

Først kalibreres nanovoltmeteret, så eventuelle termospændinger er justeret væk. Termospændinger ytrer sig i reglen som et konstant DC bidrag til spændingen. Dernæst øges strømmen trinvist fra 0 til vi observerer den pludselig stigning i den målte spænding, der karakteriserer strømsammenbruddet af Hall effekten.

Nanovoltmeterets analoge målinger digitaliseres og udlæses af Keithley 187, og opsamles derefter af PC'eren. Dette gentages for negativ strømretning. For prøver med højt kritisk potentiale ( $> 1\mu V$ ), som f.eks. BS4.0, gøres dette af to omgange: et strømsweep med lav strøm



**Figur 5.2:** Bestemmelse af midtpunktet  $B_0$ . Resistiviteten  $\rho_{xx}$  målt i Ohm ved langsomt magnetsweep for prøven BS4.0, med konstant strøm

og høj følsomhed ( $1\mu V$ ) og et med høj strøm og lavere følsomhed (typisk  $3 - 10\mu V$ ). Et eksempel på en sådan måling ses på figur 5.3.

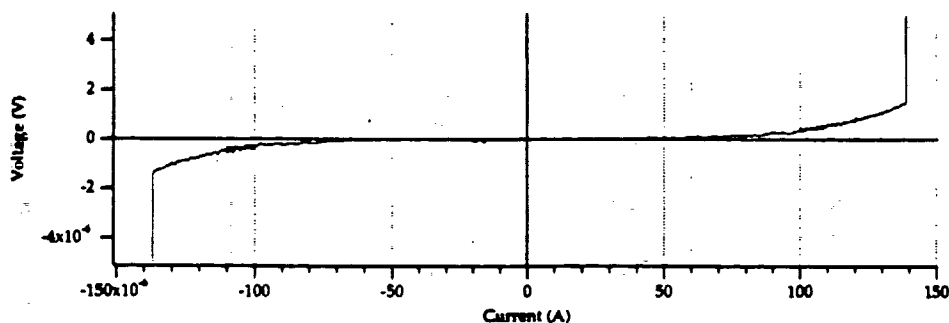
Måleproceduren er illustreret ved et standardskema vi har udarbejdet og benyttet undervejs. Et sådant skema er vist på figur 5.4.

Tekniske detaljer vedrørende prøv fremstilling og måleopstilling forefindes i to foregående kapitler.

## 5.2 Målegrafer og data

Vi har udført to måleserier, udfra hvilke sammenbruds-strømmen undersøges, som funktion af både prøve-dimension og prøve-geometri. Desuden er den kritiske strøm for de fleste prøver blevet målt for alle kontaktpar, hvilket gør det muligt at observere, om den af heating-modellen forudsagte asymmetri forekommer. Endelig vil vi ved at sammenholde vore egne målinger med de gennemgæede teorier forsøge at danne os et billede af hvilken mekanisme, der forårsager kritisk strøm.

Vi har valgt at bringe en oversigt over de målinger, vi har udført i et appendix B. Denne oversigt indeholder for hver prøve:



**Figur 5.3:** Et plot af den kritiske strøm ved plateauet  $B_0 \approx \nu = 2$  i begge strømretninger for prøven BS3.0. Der måles over kontakterne 5-4. Bemærk at hver kurve er en sammenlægning af to kurver : en for høj og en for lav følsomhed.

- et SdH sweep, fra 0 til omkring 7 T. Heri er indsat et  $\frac{1}{B_\nu} - \nu$  diagram, hvor  $B_\nu$  midtpunktet af plateauet svarende til fyldningsgraden  $\nu$ . Ladningsbærerdensiteten bestemmes ud fra hældningen.
- Et langsomt SdH sweep, hvor der sweepes langsomt henover det formodede nulpunkt, med henblik på en præcis bestemmelse.
- 4  $V_{xx} - I$  grafer, hvorudfra den kritiske strøm for alle kontakter og i begge strømretninger, er bestemt.
- 4  $\log(V_{xx}) - I$  grafer, hvor man danne sig et overblik over resistivitetsens opførsel i det subkritiske område.

På baggrund af de i appendix B præsenterede måleresultater, vil vi i det følgende først undersøge den kritiske strøms afhængighed af prøvens størrelse.

### 5.2.1 Dimensionsafhængighed

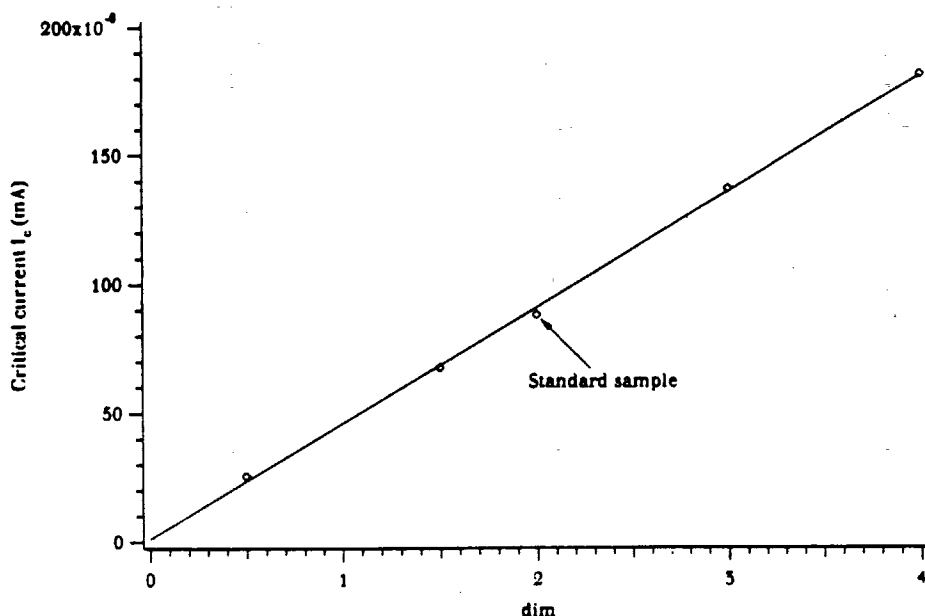
Når den kritiske strøms dimensions-afhængighed skal undersøges, benyttes den skalerede måleserie. For hvert kontaktpar afbildes den kritiske strøm  $I_c$  som funktion af dimensions-parameteren  $dim$ , hvilket er gengivet på figur 5.5. For alle kontaktpar (både positiv og negativ

## MÅLING AF KRITISK STRØM

Dato 290492 Prøve AS 0.5(S) Chip # 5 Starttid 14 <sup>00</sup> Sluttid 6 <sup>50</sup>	V62	+ 10 $\mu$ A	- 10 $\mu$ A	V62	+ 10 $\mu$ A	- 10 $\mu$ A
	V54	18.34 mV	-18.41 mV	V101	18.35 mV	-18.32 mV
	V43	18.37 mV	-18.39 mV	V111	18.88 mV	-18.9 mV
	SUM	36.71 mV	-36.80 mV	SUM	37.23 mV	-37.22 mV
	V53	37.36 mV	-37.45 mV	V102	37.7 mV	-37.58 mV
Kommentarer $R_D = 465.7 \Omega$ Motte termocouples!						

MÅLING	Datafil	Kontakt	Kommentarer	
a. IV Karakteristik	07	5-3	linear	0 <sup>15</sup>
b. SdH sweep	08	4-3	FLOT! (0.3V & 0.2)	
c. Minimum op (+)	10		$I_{62} = 10 \mu$ A	
Minimum op (-)	11			
d1. Kritisk strøm				
Lav strøm (+)	19	5-4	0 $\rightarrow$ 30	4 <sup>40</sup>
Lav strøm (-)	20		0 $\rightarrow$ -30	4 <sup>30</sup>
Høj strøm (+)				
Høj strøm (-)				
d2. Kritisk strøm				
Lav strøm (+)	17	4-3	0 $\rightarrow$ 30	4 <sup>10</sup>
Lav strøm (-)	16		0 $\rightarrow$ -30	4 <sup>20</sup>
Høj strøm (+)				
Høj strøm (-)				
d3. Kritisk strøm				
Lav strøm (+)		5-3		
Lav strøm (-)				
Høj strøm (+)				
Høj strøm (-)				
d4. Kritisk strøm				
Lav strøm (+)		10-12		
Lav strøm (-)				
Høj strøm (+)				
Høj strøm (-)				
d5. Kritisk strøm				
Lav strøm (+)	21	10-11	0 $\rightarrow$ 30	4 <sup>50</sup>
Lav strøm (-)	23		0 $\rightarrow$ -30	5 <sup>00</sup>
Høj strøm (+)				
Høj strøm (-)				
d6. Kritisk strøm				
Lav strøm (+)	24	11-12	0 $\rightarrow$ +30 (1 $\mu$ V)	5 <sup>32</sup>
Lav strøm (-)	25		0 $\rightarrow$ -30 (1 $\mu$ V)	5 <sup>49</sup>
Høj strøm (+)				
Høj strøm (-)				
e. Kritisk strøm nærbillede	26	11-12		
a. Hall Sweep (ned)	27	11-4	$I_{62} = 10 \mu$ A	

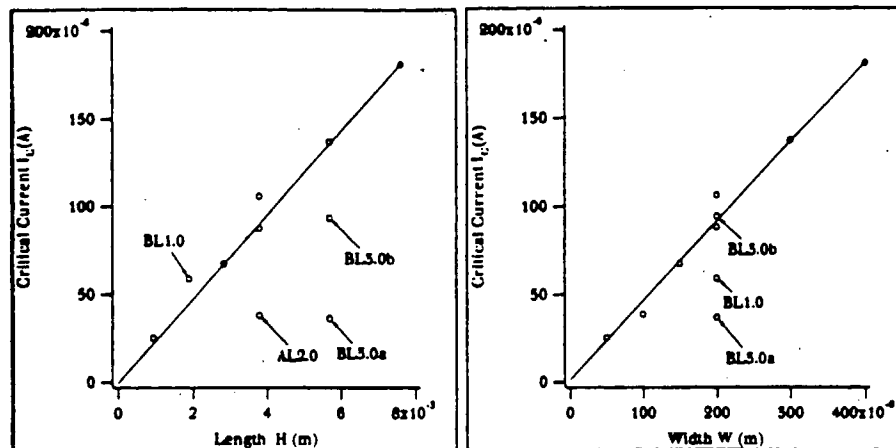
Figur 5.4: Måleskema for prøve BS0.5



**Figur 5.5:** Den kritiske strøm  $I_c$  som funktion af prøvedimension  $dim$ . Værdierne af den kritiske strøm er fremkommet som gennemsnittet af den kritiske strøm i begge retninger for alle kontaktpar.

strømretning) ligger målepunkterne på en pæn ret linie, hvis ligning bestemmes ved lineær regression.

Den kritiske strøm viser ingen tegn på mætning for voksende dimensioner, hvilket ud fra vores målinger giver den umiddelbare konklusion; *stort er godt*. Desto større prøve desto større kritisk strøm. Da der endvidere er en lineær sammenhæng mellem prøvedimension og  $I_c$ , må det formodes, at  $I_c$  i realiteten afhænger af enten prøvens bredde eller prøvens længde. Disse er de  *eneste størrelser*, der ændres lineært, når prøven skaleres. Afhang den kritiske strøm eksempelvis af prøvens areal, havde dette resulteret i en kvadratisk sammenhæng mellem  $I_c$  og  $dim$ . Om den iagttagede lineære sammenhæng skyldes prøve-bredde eller længde søges afklaret i det følgende.



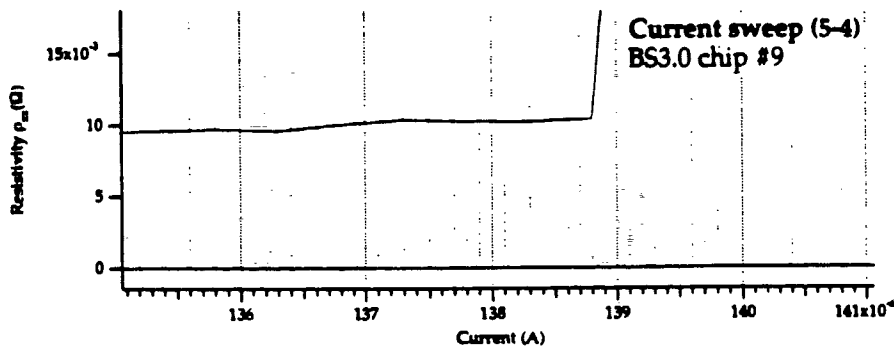
**Figur 5.6:** Den kritiske strøm  $I_c$  som funktion af henholdsvis prøvens længde og bredde. Værdierne af den kritiske strøm er fremkommet ved at midle  $I_c$  for hvert kontaktpar.

### 5.2.2 Geometriaafhængighed

Ved undersøgelse af den kritiske strøms afhængighed af henholdsvis bredde og længde, skal både den lineære og den skalerede måleserie anvendes. Afhænger  $I_c$  af prøve-længden, må det forventes, at de målte  $I_c$ -værdier for begge prøveserier giver en ret linie, når de afbildes som funktion af prøvens længde ( $L$ ), og tilsvarende for bredden  $W$ 's vedkommende (se fig. 5.6).

I den lineære serie har vi tre målinger (BL1.0, BL3.0, AL2.0) til rådighed, hvilket umiddelbart synes tilstrækkeligt til at afgøre sagen. Vi skal blot se om de kritiske strømme for disse prøver, med andre længde-bredde forhold end den skalerede serie, er proportional med længden eller bredden. Desværre er de lineære prøver plaget af inhomogene ladningsfordelinger, hvilket giver sig udslag i at :

- BL1.0 har en kvadratmodstand på  $809 \Omega$  i forhold til de normale  $530 \Omega$ .
- BL3.0 har forskellig kritisk strøm i hver ende af prøven ( $36.7 \Omega$  og  $94.0 \Omega$ ) og BL3.0 udviser atypiske mobiliteter og kvadratmodstande.



Figur 5.7: Aflæsning af den kritiske strøm.

Heldigvis viser det sig at den ene "ende" af BL3.0, opfører sig normalt. Det vil sige at mobilitet, kvadratmodstand etc. for modstående kontaktpar 5-4 og 10-11 er som for de andre prøver, mens den anden ende (4-3 / 11-12) har en langt lavere sammenbrudsstrøm.

Derfor kan vi indsætte den raske del af BL3.0, som vi kalder BL3.0b, sammen med BL1.0 og AL3.0 i et ( $I_c - W$ ) og et ( $I_c - L$ ) diagram og se hvad der passer bedst. Dette har vi gjort i fig. 5.6, hvor det fremgår, at måledata passer bedst med at  $I_c$  er proportional med bredden.

Prøven BL1.0 ændrede iøvrigt elektriske egenskaber i løbet af gennemmålingen. Den passede symmetri-testen både før og efter måling af kritisk strøm, men alle spændingsfald var ændret fra cirka 19 mV til cirka 15 mV. Alt i alt tyder dette på, at prøverne har en inhomogen ladningbærer-densitet, der for prøve BL1.0 desuden ændredes under målingerne. Det ses også på målingerne af  $V_{xx}$  residualerne, at netop disse to prøver opfører sig uforklarligt under det langsomme SdH sweep (se appendix B), idet den forventede "pæne" skålformede kurve er perturbet med en anden funktion af magnetfeltet, vi ikke kender eller kan forklare.

### 5.2.3 Symmetri

For alle prøver og for alle kontaktpar er den kritiske strøm aflæst som den strøm, hvor det stejleste stykke af den superkritiske kurve, krydser den subkritiske (eksponentielle) kurve.



Det er her karakteristisk, at den kritiske strøm for *alle* kontaktpar er en smule mindre for negativ strømretning end for positiv strømretning. Dette resultat kan ikke forklares ud fra de hypoteser, vi har overvejet, og det er i det hele taget svært at forestille sig en forklaring af den kritiske strøm, der giver at  $I_c$  i *almindelighed* afhænger af strømretningen. En forklaring på systematiske forskelle i  $I - V$  karakteristikken ved strøm vending, for nogle men ikke alle prøverne, kan være termospændinger. Det vil sige stationære spændinger over prøven som følge af temperaturforskelle.

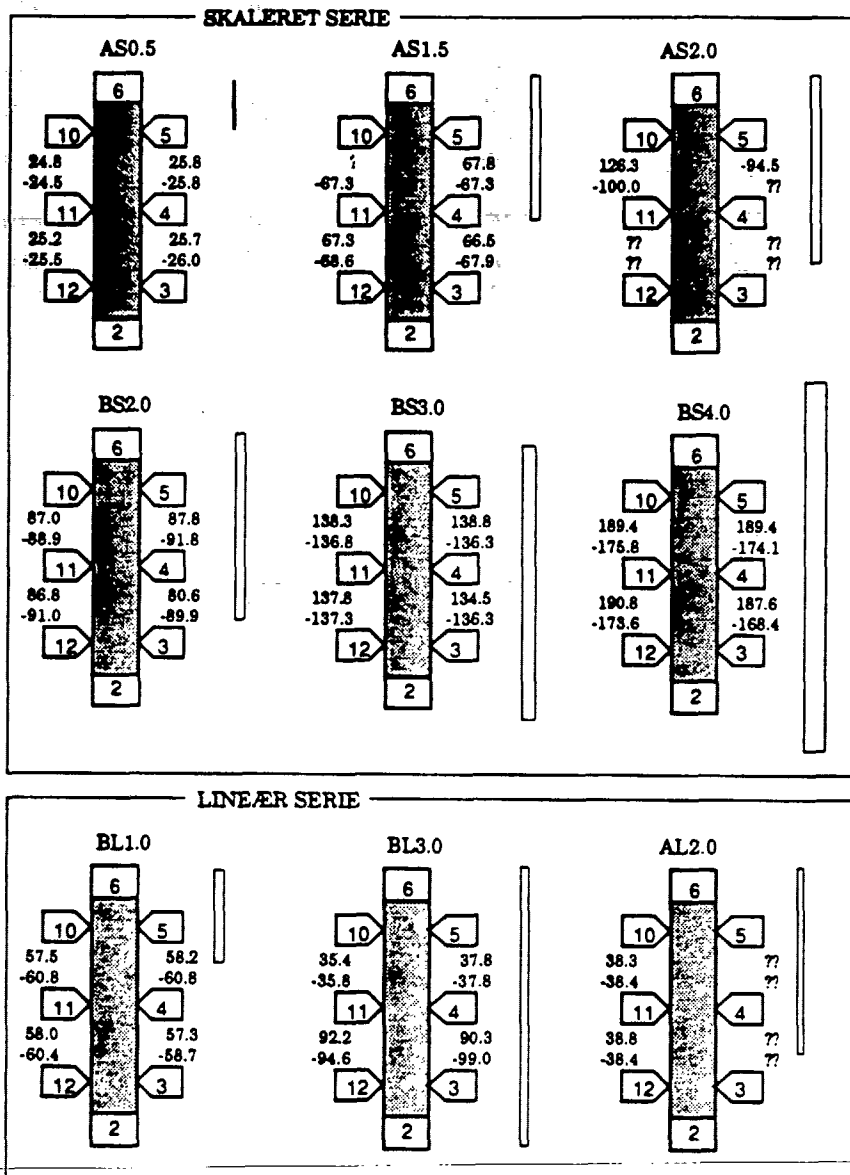
Dog kan det ses af figur 5.8, at forskellen især er udpræget for BS4.0 og AS2.0, mens strømretningen for de andre prøvers vedkommende, betyder væsentligt mindre. Ved at skrive de målte værdier af den kritiske strøm på en tegning af prøven ud for de kontaktpar, de er målt for, kan vi danne os et overblik over den kritiske strøms eventuelle afhængighed af geometrien - f.eks. i forhold til de varme hjørners placering (se figur 5.9).

Med antagelsen om tilstedeværelsen af en temperaturgradient på langs i prøven (fra de 'varme' hjørner og ind i prøven), eller i det mindste fra det hjørne hvor elektronerne kommer ind (-), kan det ifølge heatingmodellen forventes, at den kritiske strøm er mindst tæt ved 11-12 for positiv strøm, og tæt ved 4-3 for negativ strøm (se figur 5.9), idet magnetfeltet  $B$  går ind i planen.

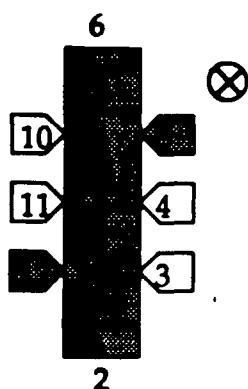
Som det ses ved sammenligning mellem 'varmt hjørne' forudsigelsen af asymmetri (figur 5.9), og de faktiske symmetrimålinger af den kritiske strøm i 5.8, er der dårlig overensstemmelse. Vi har dermed ikke kunnet måle nogen geometrisk asymmetri, og det har ej heller været muligt at iagttage anden form for geometrisk systematik i kritisk strøm målingerne.

For en typisk prøve varierer  $I_c$  et par procent fra kontakt til kontakt, hvorfor det kan være svært at vurdere om den målte afvigelse skyldes en reel fysisk mekanisme, eller om det blot er et resultat af diverse måleusikkerheder.

Hvilken mekanisme, der dominerer den subkritiske strøm, undersøges i det følgende afsnit, med udgangspunkt i højfølsomheds målinger af  $V_{xx}$ .



**Figur 5.8:** De kritiske strømme er for hvert kontaktsæt indtegnet på en skitse af prøvedesignet. Figuren til højre for de enkelte prøver angiver prøvens dimensioner.



**Figur 5.9:** Opvarmning af elektronerne i hjørnerne, kan bevirke en temperaturgradient i prøven. Figuren viser hvor vi i så fald kan forvente en særlig lav kritisk strøm - tættest på elektronernes indgang i prøven - afhængigt af strømretningen.

#### 5.2.4 Resistiviteten i det subkritiske område

Når den longitudinale spænding  $V_{xx}$  måles med høj følsomhed for strømme op til den kritiske værdi, bemærker man, at grafen her beskriver en voksende kurve, indtil den pludselig ved en given kritisk værdi stiger stejlt (jævnfør figur 5.3).

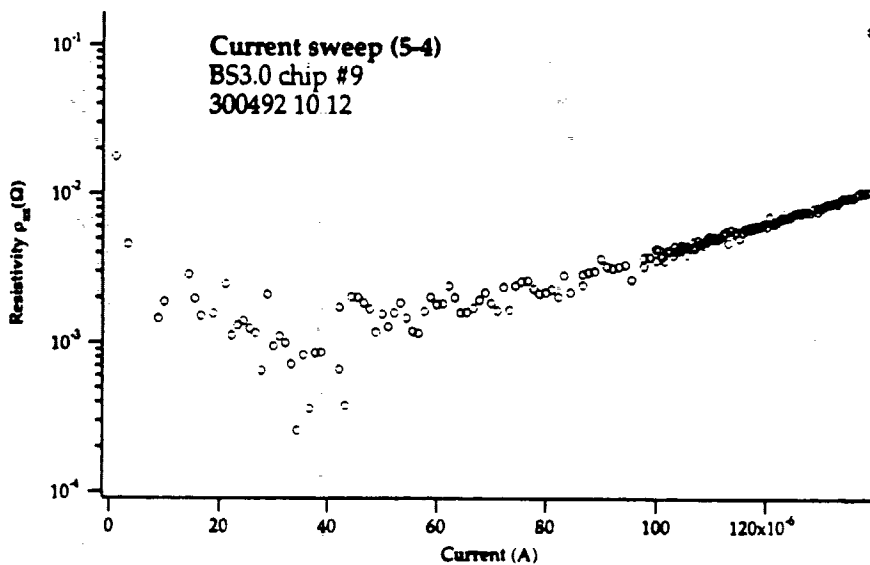
Modstanden findes af spændingsmålingerne ved  $R_{xx} = \frac{V_{xx}}{I}$ . For todimensionale ledere har vi resistiviteten  $\rho_{xx} = \frac{1}{4} \cdot R$ , idet der måles over 4 kvadrater mellem spændingskontakterne.

Afbildes resistiviteten  $\rho_{xx}$  som funktion af strømmen i et  $(\log(\rho_{xx}) - I)$  diagram, fordeler målepunkterne sig omkring rette linier (se figur 5.10). Grunden til de store afvigelser tæt på  $I = 0$  er at signalet er meget lille i forhold til støjen som er konstant. Dette viser sig ekstra tydeligt i et logaritmisk plot. Når spændingen så ovenikøbet deles med de små strømme tæt på  $I \rightarrow 0$ , bliver afvigelserne fra den eksponentielle sammenhæng meget store.

Vi kan parameterisere resistiviteten med

$$\rho_{xx} = \beta \exp(\alpha I).$$

Her repræsenterer  $\alpha$  og  $\beta$  hhv. hældningen af kurven og skæringspunktet med 2.aksen.



Figur 5.10:  $\log(\rho_{xx}) - I$  kurve for BS3.0.

Problemet med forstærkningen af støjen viser sig især for de små prøver. Nede i området under  $50 \mu A$ , hvor støjen udgør en stor del af signalet, forstærkes denne op, når der divideres med de små strømme. Dette gør det vanskeligt at parametrisere  $\rho_{xx}$  - især for de små prøver, der netop har kritisk strøm i dette område. Derfor har det vist sig fordelagtigt at bestemme  $\alpha$  udfra spændingskurverne istedet for resistivitetskurverne, med en ekstra vægt på målepunkterne for de høje strømme. Dette kan lade sig gøre på grund af relationen

$$\ln(V_{xx}) = \ln(I \cdot \beta \exp(\alpha I)) = \ln(I) + \ln(\beta) + \alpha I$$

hvor det fremgår at spændingskurven har samme "hældning"  $\alpha$  som resistivitetskurven for store strømme, hvor  $\alpha I$  bliver det dominerende led.  $\alpha$  kan bestemmes udfra  $V_x - I$  grafen, såvel som udfra  $\rho_{xx} - I$  grafen. Herved får vi betydeligt bedre bestemmelser af  $\alpha$ . Vi har bestemt  $\alpha$  på begge måder for alle kontakter, på alle kontakter, for begge strømretninger, og ser en mindre spredning af værdierne indenfor de enkelte prøver, når  $\alpha$  bestemmes udfra spændingskurverne (se tabel 5.3). Denne forskel er som forventet størst for de små prøver.

Prøve	$\alpha_{5-4}$ $A^{-1}$	$\alpha_{4-3}$ $A^{-1}$	$\alpha_{10-11}$ $A^{-1}$	$\alpha_{11-12}$ $A^{-1}$	$\alpha_{ave}$ $A^{-1}$
AS0.5	207269	242965	204440	253276	226987
AS1.5	77020	75825	72664	74913	75105
AS2.0	49732		47078		48405
BS2.0	62856	56857	66138	65233	62711
BS3.0	35346	37034	37589	35067	36259
BS4.0	27018	30454	26336	25315	27280
BL1.0	77908	80255	83836	79136	80283
BL3.0a	158884		125784		142334
BL3.0b		58390		66328	62314
AL2.0	172134	146145			159140

**Tabel 5.3:** Koefficient  $\alpha$  er vist for alle prøver, og alle kontakter. Kun koefficienterne for positiv strømretning er medtaget.

Koefficienten  $\alpha$  har specielt interesse, da denne kan tolkes som udtryk for en tunnelerings sandsynlighed (Büttiker- eller QUILLS- billedet ), eller en slags varmekapacitet for elektrongassen (heatingbilledet).

### 5.2.5 Kritisk resistivitet og strømtæthed

Den kritiske resistivitet ( $\rho_c$ ) er defineret som spændingsfaldets størrelse delt med den kritiske strøm, samt de 4 kvadrater:

$$\rho_c = \frac{1}{4} \cdot \frac{V_c}{I_c}$$

Den kritiske strømtæthed  $j_c$ , det vil sige værdien af strømtætheden ved sammenbrud, findes ved at dividere den kritiske strøm med prøvens bredde  $W$ . Den fundne strømtæthed er hermed ikke nødvendigvis den effektive strømtæthed, idet man i kanalbilledet vil hævde, at det strømførende område i realiteten er langt mindre end prøvens bredde. I dette billede og for den sags skyld QUILLS, ville den effektive strømtæthed derfor blive langt større. I tabel 5.4 er de beregnede værdier af  $j_c$  og  $\rho_c$  opgivet for kontaktparret 5-4.

Det bemærkes, at den kritiske resistivitet for den skalerede serie er tilnærmelsesvis konstant - af størrelsesorden  $10^{-2}\Omega$ . For de lineære prøver varierer resistiviteten derimod en faktor 10. Samme opførsel gør sig i mindre grad gældende for den kritiske strømtæthed: For de

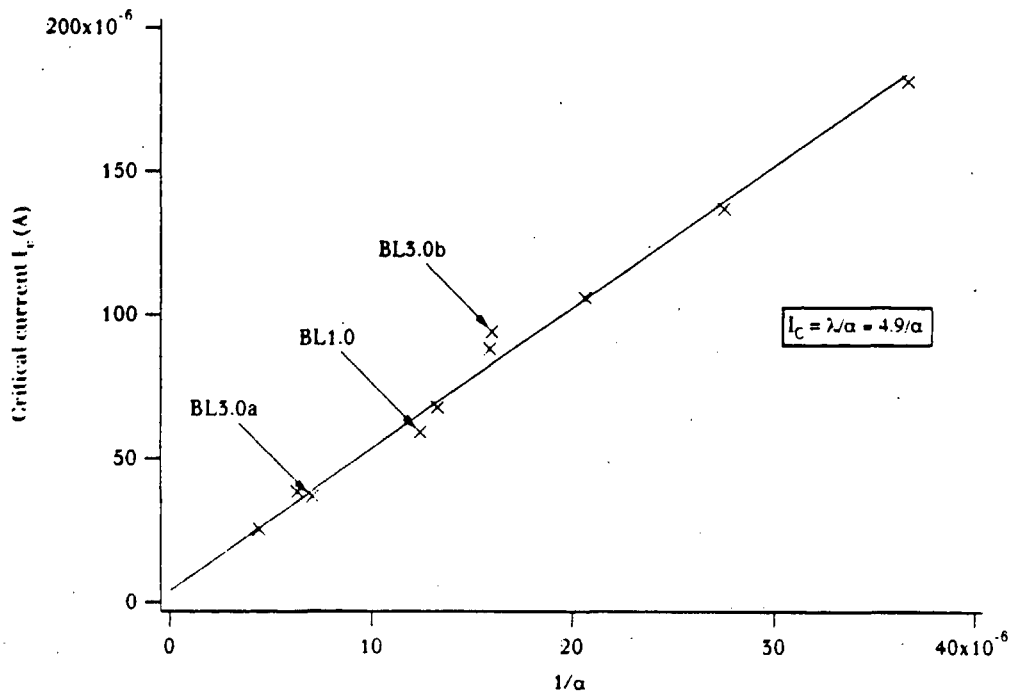
Prøve	$I_c$ $10^{-6} A$	$j_c$ $A/m$	$\rho_c$ $m\Omega$
AS0.5	25.4	0.51	9.2
AS1.5	67.5	0.45	6.1
AS2.0	106.2(-)	0.53(-)	9.2(-)
BS2.0	87.9	0.44	10.4
BS3.0	139.5	0.46	10.5
BS4.0	184.0	0.45	13.5
BL1.0	58.2	0.29	203
BL3.0a	36.7	0.18	14.48
BL3.0b	94.0	0.47	13.0
AL2.0	38.5	0.38	138

**Tabel 5.4:** Den kritiske strøm  $I_c$ , den kritiske strømtæthed  $j_c$  og den kritiske resistivitet  $\rho_c$  for kontaktpar 5-4, positiv strømretning. Prøve BL3.0 er opgivet i to omgange, idet prøven i den ene og den anden ende, opfører sig som to forskellige prøver. BL3.0a er altså 5-4 / 10-11 enden, og BL3.0b er så 3-4/11-12 enden. For prøve AS2.0 eksisterer der kun målinger for negativ strømretning.

skalerede prøver, afviger strømtætheden maksimalt ca. 10% fra den gennemsnitlige værdi  $\langle j_c \rangle = 0.46 \frac{A}{m}$ , hvorimod de beregnede værdier for den lineære serie ligger mere spredt spredt. Den store spredning på måleresultaterne fra den lineære serie, kan som tidligere nævnt skyldes, at disse målinger er behæftet med en langt større unøjagtighed (se afsnit 5.2.2). Følgelig har vi i bestemmelsen af ovennævnte, kritiske værdier valgt at koncentrere os om den skalerede serie.

### 5.2.6 Korrelationen mellem kritisk strøm og $\alpha$ .

Vi har opdaget en lineær sammenhæng mellem denne koefficient  $\alpha$  og den kritiske strøm, som viser sig at være særdeles robust overfor variationer i prøvens karakteristiske egenskaber, som kvadratmodstand, mobilitet og laddingsbærerfordeling. Når vi for alle prøverne plotter den kritiske strøm  $I_c$  som funktion af den inverse "hælningskoefficient" ( $\frac{1}{\alpha}$ ), fås rette linier. Det vil med andre ord sige, at den hastighed, hvormed resistiviteten stiger som funktion af strømmen, hænger nøje sammen med den strøm, hvor sammenbruddet indtræffer. Det overraskende er, at denne relation gælder for alle prøverne, også de beskadigede. Det tyder på at det enten er den samme mekanisme der skaber



**Figur 5.11:** Den kritiske strøm  $I_c$  afbildet som funktion af  $1/a$ . Bemærk at alle prøverne - også de beskadigede - ligger på linien.

de to effekter (den eksponentielle vækst og det kritiske sammenbrud), eller den ene mekanisme trigger den anden. Man kunne forestille sig en mekanisme (tunnelering, heating) øger dissipationen/resistiviteten, indtil feltet/strømtætheden/effekttilførslen når en sådan størrelse, at systemet bliver instabilt.

Dette er, for alle sæt af kontakter, illustreret på figur 5.11. For alle prøver, uanset hvad de måtte have af skavanker, er der en ligefrem proportional sammenhæng mellem  $\frac{1}{a}$  og  $I_c$ , hvilket giver  $I_c = \gamma \cdot \frac{1}{a} + \sigma$  ( $\sigma \rightarrow 0$ ), og dermed et udtryk for resistiviteten:

$$\rho_{xx}(I) = \exp\left(\frac{1}{a} \cdot I\right) = \exp\left(\gamma \frac{I}{I_c}\right) \quad (5.3)$$

idet der her, og i det følgende, ses bort fra  $\sigma$ , der i denne model ikke kan tillægges nogen betydning.

Koefficienten  $\gamma$  bestemmes af de fittede linier i figur 5.11. For de forskellige kontaktpar afviger de fundne koefficienter med cirka 8%, og den

gennemsnitlige værdi af  $\gamma$  er bestemt til

$$\gamma = 4.9 \pm 0.4.$$

Sammenhængen mellem den kritiske strøm og  $\frac{1}{\alpha}$  synes som nævnt at være uafhængig af prøvens beskaffenhed (f.eks. om ladningsbærerfordelingen er homogen). I modsætning til afbildningerne af den kritiske strøm som funktion af prøve-geometri, stemmer *alle* data overens med relationen 5.3. Dette underbygger, at der er en sammenhæng mellem kritisk strøm og resistivitets opførsel i det subkritiske område, og at denne er af mere fundamental karakter end breddeafhængigheden. Vi tror at en forståelse af denne sammenhæng, er vigtig for forståelsen af sammenbrudsmekanismen.

Blandt meget andet, vil vi gerne diskutere mulighederne for en fortolkning af denne relation i næste kapitel.



# Kapitel 6

## Diskussion

### 6.1 Opsummering af resultater

Vi har bestemt kritisk strøm  $I_c$  og målt subkritisk resistivitet  $\rho_{xx}$  i kvante Hall regimet, for forskellige kontaktpar på ni GaAl-GaAlAs Hall prøver. En skaleret og en lineær prøveserie blev undersøgt og gav følgende overordnede resultater:

- Den kritiske strøm afhænger lineært prøvens skala. Meget taler for at det er bredden, og ikke længden af prøven der er den afgørende parameter.

$$I_c \sim W$$

- Resistiviteten stiger eksponentielt som funktion af strømmen:

$$\rho_{xx} = \beta \exp(\alpha \cdot I)$$

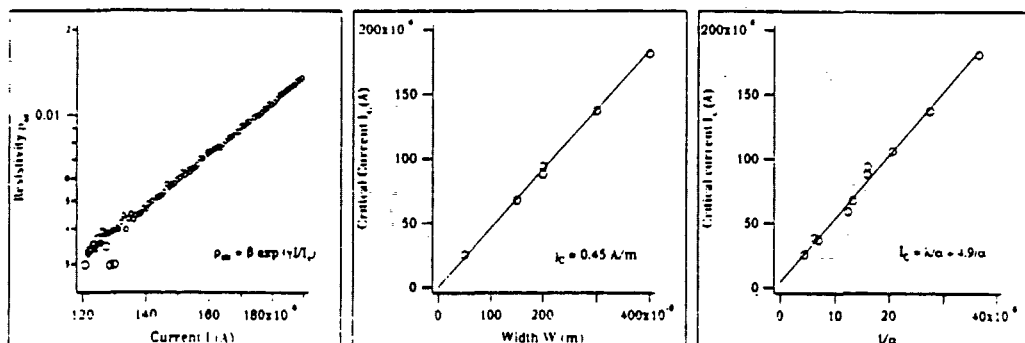
- Koefficienten  $\alpha$  er givet ved den kritiske strøm som

$$I_c = \gamma \frac{1}{\alpha}$$

Hvilket munder ud i et empirisk udtryk for resistiviten,

$$\rho_{xx} = \beta \exp\left(\gamma \frac{I}{I_c}\right) \quad (6.1)$$

hvor  $\gamma$  for vores prøver er bestemt til :



**Figur 6.1:** Essensen af vores resultater, kopt ned til tre grafer. Vi har her den eksponentielle vækst af  $\rho_{xx}(I)$  til venstre, lineariteten mellem  $I_c$  og skala i midten, og  $I_c$ 's omvendte proportionalitet af  $a$  til højre.

$$\gamma = 4.9 \pm 0.4$$

Udover dette bestemte vi ved at se bort fra prøverne BL3.0b og BL1.0 en kritisk strømtæthed

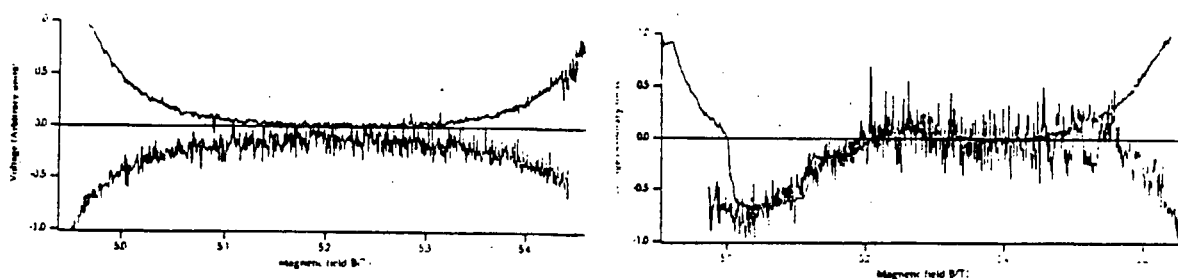
$$j_c = 0.456 \pm 0.037 \text{ A/m}$$

og en kritisk resistivitet

$$\rho_c = 1.027 \cdot 10^{-2} \pm 0.25 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Dette afsnit har til formål at vurdere fejlkilder, der har indgået i målingerne. Dels af hensyn til ovenstående resultater, og dels for at gøre status over mulige forbedringer af måleproceduren.

**Manglende temperaturkontrol.** Under målingerne af kritisk strøm, var det ikke muligt at kontrollere prøve-temperaturen. Germanium resistoren, hvis modstand er et mål for temperaturen, påvirkes af magnetfeltet. For at kunne lægge låg på prøveholderens kobbercylinder (af hensyn til støj) måtte vi desuden koble ledningen til temperaturføleren af. Dette betyder, at vi ikke kunne holde øje med temperaturen i de ofte mange timer, målingerne tog at udføre. Da vi ikke noterede temperaturen efter målingerne, kan temperaturen godt have drevet lidt

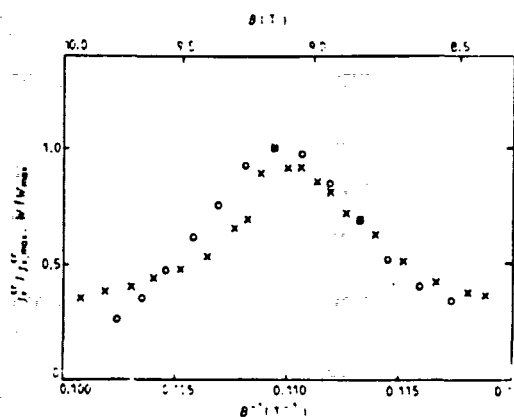


**Figur 6.2:** På figuren ses to SdH sweep, for BS4.0 og BL1.0. Det er langt lettere at bestemme midtpunktet (hvor residualet er mindst), for en kurve som den til venstre.

fra starttemperaturen, især hvis kryostat/prøveholder ikke var i perfekt termisk ligevægt, da målingerne blev påbegyndt. Selvom temperaturen i kryostaten erfaringsmæssigt holder sig konstant over et langt tidsrum, må dette betragtes som en mulig fejlkilde, da resistiviteten afhænger eksponentielt af temperaturen:  $\rho_{xx} \sim \exp(\frac{\hbar\omega_c}{2k_B T})$ .

**Støj på SdH sweep** Vi havde betydelige problemer med højfølsomheds målinger af minimumsresistiviteten. Når magnetfeltsværdien  $B_0$  for midtplateauet  $\nu = 2$  skulle bestemmes, var  $\rho_{xx}$  kraftigt forstyrret af støj. Dette bevirkede, at midtpunktet i nogle målinger (se figur 6.2) ikke kunne findes som stedet, hvor  $\rho_{xx}$  residualet var mindst, men måtte anslås som midtpunktet mellem kanterne af dalene. Denne metode er ikke så dårlig, da minimum for resistiviteten er meget tæt på det geometriske midtpunkt af minimumskurven. Ud fra graferne har vi vurderet, at den "værst tænkelig" bestemmelse af  $B_0$  svarer til en relativ usikkerhed på op til 1 % på bestemmelse af  $B_0$ . Dette vil igen give en relativ afvigelse i den kritiske strømtæthed på cirka 5% - jævnfør figur 6.3.

**Før lav strømstyrke ved midtplateaubestemmelse.** Dette er en lidt speciel konsekvens, af det relativt lille antal ladningsbærere i prøverne ( $n \approx 2 \cdot 10^{15}$ ). På grund af dette forhold, skal der ikke meget til midlertidigt at ødelægge den homogene fordeling af ladningsbærere.



**Figur 6.3:** Ebert et al. har målt den kritiske strøm-tætheds variation som funktion af det magnetiske felt tæt på feltstyrker svarende til fyldningsgraden  $\nu = 2$  for Hall prøver af GaAl-GaAlAs heterostrukturer. Temperaturen er 1.5 K. Det ses af kurven, at afvigelser i  $B$  af størrelsesordenen 1 % giver sig udslag i afvigelser i den kritiske strøm-tæthed på omkring 5 %

Vi var derfor meget forsigtige med at sende for stor strøm igennem prøven i begyndelsen af målingen. Residualet af  $V_{xx}$  har derfor for flere af prøverne ikke noget veldefineret minimum, idet spændingskurverne for positiv og negativ strømretning blot flyder sammen. Var en større strøm blevet sendt igennem prøven, ville resistiviteten have hævet sig over støjen, hvorved midtpunktet havde været lettere at bestemme præcist.

**Lokale og globale variationer i  $n$  og  $\mu$ .** For det første kan der være variationer i ladningsfordelingen henover waferen. Dette kan man minimere ved at anbringe prøverne så tæt som muligt, hvilket vi også har forsøgt. Men også defekter i krystalstrukturen, urenheder o.l. kan påvirke ladningsbærertætheden  $n$  eller mobiliteten  $\mu$ . Alene afvigelserne i disse to størrelser, samt kvadratmodstanden  $R_{\square}$ , indikerer at dette kan være tilfældet, idet de indbyrdes afvigelser (typisk 8 %) ikke kan forklares ved beregnings-usikkerhed. Lokale afvigelser kan skyldes fejl under prøvefremstillingen, som f.eks. småridser eller urenheder på prøven. Pådampningen af kontakterne er desuden en temmelig voldsom proces, der godt kan påvirke ladningsfordelingen, og introducere fejl i 2DEG'en.

**Termospændinger og statisk elektricitet.** Når man anvender følsomt elektronik, er man uværgeligt plaget af mange slags støj. Ændrin-

ger i lufttemperatur- og fugtighed, luftbevægelser m.m. fik det følsomme nanovoltmeter N1a til at skabe sig. Specielt i dagtimerne hvor luften var varm og fuld af bevægelse havde vi forholdsvis kraftig, oscillerende støj på  $\rho_{xx}$  målingerne. På trods af omhyggelige jordforbindelser af apparaturet, var voltmeteret påvirkeligt overfor statisk elektricitet. Vi kunne ofte først måle med høj præcision, når det isolerede rum havde stået med lukket dør i et stykke tid, og fik generelt de bedste målinger om natten, når luften var rolig.

På grund af Peltier-effekten, skaber temperaturgradienter iøvrigt et elektrisk felt i en halvleder, afhængigt af halvlederens art ( $n$  eller  $p$ ) - se (Kittel 1986, s.112). Disse felter fører i tilfælde af termisk uligevægte, til termospændinger, der måles som strømretningsinvariante bidrag - de vender ikke fortegn når strømmen vendes.

## 6.2 Modeller og fortolkning af data

Dette har overraskende vist sig at være langt den vanskeligste del af projektarbejdet. På grund af de knap så vellykkede målinger i den lineære serie, blev arbejdet med at se klart igennem de store datamængder betydeligt sværere. Til gengæld blev den skalerede serie meget vellykket, samtidigt med at uforudsete sammenhænge blev opdaget.

### 6.2.1 Om teorier og modeller

Teorier og modeller er ikke det samme, selvom de to begreber undertiden bruges i flæng - også i denne rapport. En teori er en sammenstilling, og undertiden et hieraki, af abstrakte lovmæssigheder, der bygger på en række fundamentale (men mere eller mindre skjulte) antagelser, angående den type systemer man beskriver. Teorien har i kraft af sin abstrakte karakter, en vis generalitet, der gør det muligt at anvende den på mange forskellige systemer, ved at tilpasse de fundamentale fysiske størrelser i teorien, til det konkrete problem. Mekanik er for eksempel en teori der beskriver relationerne mellem impuls, masse og kinetisk energi for stive legemer, udfra antagelser om energibevarelse, entropibevarelse etc. Et andet, ikke nær så godt, eksempel er Büttikers randstrømsbillede, der har en vis generel udsigelseskraft, og som kan bruges til at beskrive en mindre klasse af systemer. Teorien anvendes næsten altid på problemet, i kraft af en model: enten en konkret model, en teoretisk model (som dem vi beskæftiger os med) eller en numerisk

model (som f.eks. en-computersimulering), der kan være lidt af begge dele.

En model bliver konstrueret, så den simulerer en række egenskaber ved et system, man gerne vil beskrive. Enten fordi man håber på, at en analyse af modellen, kan føre til en bedre forståelse af virkeligheden, eller fordi man har brug for at betragte nogle eksperimenter, som man ikke har mulighed for at udføre i virkeligheden.

Vi beskæftiger os med modeller af den første årsag: vi har brug for modellerne til at forstå resultaterne. Med en model, der udviser de samme egenskaber (instabilitet,  $\rho_{xx} \sim \exp(I)$ ), som vores system (kvante Hall prøven), kan vi måske forstå den mekanisme, der genererer egenskaberne. Vi starter baglæns i denne procedure, idet vi prøver at forstå modellerne, før der tages fat på resultaterne.

### 6.2.2 Model som middel eller mål?

Situationen er, at vi ikke som håbet, klart kan pege på den ene eller anden (eller slet ingen) af de modeller, vi har behandlet i kapitel 1.

Vi havde fra begyndelsen *Heating* modellen som favorit til en almen forklaring af dissipation/strømsammenbrud i kvante Hall regimet, og så først senere mulighederne for en Landau tunnelerings mekanisme (Udvidet Büttiker og QUILLS). Vi blev mere og mere opmærksomme på den information, der ligger gemt i resistiviteten i det subkritiske område. Da målingerne var foretaget, begyndte vi at lede efter forklaringer på den eksponentielle vækst af  $\rho_{xx}$  i vores modeller, idet vi begyndte at indse hvilken betydning den subkritiske resistivitet havde. Dette viste sig at være sværere end man skulle tro.

Vi er endt et andet sted end vi startede. Det er fint at teste en række modeller mod data, for at se hvor godt de hver især klarer sig. Men målet er først og fremmest at finde en god forklaring på de fænomener vi har iagttaget, fremfor at stemme for og imod de officielle løsningsforslag.

Måske er løsningen en kombination af flere "standard" forklaringer, måske er det noget helt andet. Det er udmærket at have et konkret teoretisk udgangspunkt for et eksperimentelt arbejde - nogle hypoteser, men det går efter vores erfaring hurtigt hen og bliver en ramme for ens arbejde, som alting nødvendigvis skal sættes i forhold til. De forskellige breakdown teorier skal altså forblive udgangspunkter og midler, men ikke mål i sig selv. De må ikke blokere for opdagelsen af sammenhænge, man i forhold til teorierne ikke forventede at se.

I den følgende vil vi igen tage *udgangspunkt* i teorierne, men ellers forsøge ikke at blive låst fast i en bestemt forklaringsmåde.

### 6.2.3 Karakteristik af modellerne

Vi vil kort diskutere de modeller, vi har benyttet, deres status og forklaringskraft.

Büttiker billedet udmærker sig i sin oprindelige formulering, ved at være en enkel, idealiseret forklaring af Hall effekten, med nogle konkrete bud på strømlinebilledet. Modellen beskæftiger sig primært med en ny opfattelse af *strømlinebilledet*, og er ikke som sådan skabt til at forklare *strømsammenbruddet*. Der er nogle problemer i Buttikermodellen, som ikke viser sig ved forklaring af kvante Hall effekten, men som blev mere alvorlige, når dissipative fænomener skal forstås. For eksempel er der i Büttikerbilledet ingen forskel på strømtætheden i hjørnerne og i bulk, og derfor ingen grund til at forvente dissipation i de "varme" hjørner af prøven, selvom dette fænomen er et almindeligt kendt. Endvidere indgår der i det originale Büttiker billede en linearisering, som gør modellen gyldig for kun ganske små strømme (størrelsesorden  $I \simeq 100nA$ ).

Senere er der gjort forsøg på at tilpasse modellen de eksperimentelle omstændigheder (Hall felt og stærkere strøm), samt at forklare Hall effektens specielle karakteristika, så som kritisk strøm, ud fra randstrøms billede. Den såkaldte udvidede Buttikermodel, er et sådant forsøg. Son og Klapwijk (Son et al. 1990) har med denne forsøgt at udbedre de mangler, det ideale kantstrømsbillede har. Et stærkt elektrisk felt, der tipper energiniveauerne på tværs i prøven inddrages. Dette muliggør en elektrisk felt afhængig spredning mellem elektrontilstandene, og giver elektroner lov til at løbe i bulk.

Man kan forestille sig resistiviteten, som et udtryk for en spredningsandsynlighed, der øges, når afstanden mellem Landauniveauerne mindskes, og det er her en eksponentiel vækst kan komme ind i billedet.

QUILLS modellen udspringer i modsætning til Buttikerbilledet af en række konkrete eksperimentelle resultater, hvor en trinvis opvoksning af den superkritiske magnetomodstand, samt en ekstraordinær stor strømtæthed observeres i små Hall prøver (Bliek, 1986). Senere observeres trin i magnetomodstanden også for større prøver (Cage et al, 1990). Modellen ligner Büttikermodellen på flere punkter, for eksempel i det at tipning af energiniveauerne er den effekt, der fremkalder dissipationen i Hall lederen.

Men QUILLS bygger på et lidt mere "traditionelt" strømlinebillede, idet strømmen ikke nødvendigvis skal løbe i kanttilstandene, men lige så godt kan løbe i bulk. Dog er der den finesse, at det for makroskopiske prøver, kun kan være en lille del af prøven, der er strømførende - nemlig der hvor modstanden er lavest. I en stor prøve, vil der være forskelle i ladningstætheder og graden af forurening, således at strømmen løber i kanaler, uden om de dissipative eller defekte områder.

Faktisk er bredden af det strømførende område, beregnet til størrelsesordenen  $1\mu\text{m}$ , med ekstremt høje strømtætheder ( $j \approx 40\text{A/m}$ ) til følge. Ikke desto mindre er *denne* leder, hvor smal den end er, at betragte som en normal leder.

QUILLS forholder sig overhovedet ikke til randstrømsbegrebet, men støtter sig mere op af det ideale strømlinebillede, dog i en leder med reduceret bredde  $W^*$  hvor det så gælder at  $W^* \simeq W/100$  i almindelighed.

En anden mulighed er at den dissipationsmekanisme QUILLS bygger på, i princippet giver anledning til resistivitet i det subkritiske område, uden at den i sig selv forårsager sammenbruddet. Den dissipation som resistiviteten er et udtryk for kunne så forårsage det kritiske sammenbrud - f.eks. heating.

Heating ideen - at elektrongassen kan være ude af termisk ligevægt med fononbadet - er en gammel ide, der har været brugt til forskellige formål, endog før kvante Hall effekten blev opdaget. Se oversigt i (Weisbuch). Electron heating er en generel mekanisme, der bygger på en effektbalance mellem den elektriske energi, ladningsbærerne får af det elektriske felt, og den effekt de afsætter til omgivelserne (krystalgitteret).

Der findes et utal af indfaldsvinkler til problemet, baseret på tolkningen af forskellige aspekter ved kvante Hall effekten, i termer af en elektron temperatur: dæmpningen af SdH svingninger, analyse af fotoluminiscens, eller sammenligninger af konduktivitet under ohmske og ikke-ohmske betingelser. Det er derfor lidt i overkanten at tale om en heating-teori. Der er snarere tale om en heating-ide.

For at få *heating* til at forklare kvante Hall effektens *andet* sammenbrud, er det nødvendigt at påvise muligheden af en instabilitet, som det er gjort i (Ebert et al, 1983). Det er i nødvendigt at sandsynliggøre en mekanisme, der får effektgevinsten  $eE^2\tau$  fra det elektriske felt per ladningsbærer, til at overstige effekttabet til gitteret, når elektrontemperaturen forøges - eller noget tilsvarende.



En stor del af heating "ideens" svaghed ligger i fortolkningen af elektrontemperaturen. Elektrontemperaturen er den kinetiske temperatur af elektrongassen, som så kan være lig eller større end krystalstrukturen. Problemet er at der ikke er nogen veldefineret måde at måle eller beregne elektrontemperaturen, hvis man i det hele taget kan regne med at det er fornuftigt at tale om en sådan. Nogle beregner elektrontemperaturen ud fra dæmpningen af SdH svingningerne (Weisbuch), andre igen ud fra bredden af resonanstoppe ved infrarød fotospektroskopi.

Endelig er der hvirvelteorien, der slet ikke er blevet nævnt i projektets del 2. Hvirvelteorien, eller vortexbilledet, er en generel teori for QHE, der hverken diskuterer dissipation, strømlinebillede eller kritisk strøm, men primært sigter på en enhedsbeskrivelse af den heltallige og den fraktionelle kvante Hall effekt. Denne teori tror vi selv er den helt rigtige til netop dette formål, mens vi er knap så sikre på at den kan formuleres, evt. udvides, så den forklarer de dissipative aspekter af QHE. Dette stykke teoretiske fodarbejde, ligger dog uden for ideen med dette projekt, selvom det ville være en rimelig ting at gå i gang med.

Desto mere *generel* en teori er, desto større arbejde behøves der, for at få den til at forklare *specielle* fænomener. Desto mere *speciel* (ad hoc) en teori er, desto længere skal man strække sine antagelser og forudsætninger, for at få udvidet den til en generel teori. Vi prøver at forstå et specielt fænomen; kritisk sammenbrud af QHE, med en vifte af generelle, abstrakte teorier, og med specielle, eksperimentelt funderede modeller som støtte. Resultatet af disse overvejelser vil blive gennemgået i det følgende.

### 6.3 Fortolkning af måleresultater

Dette afsnit samler de forskellige overvejelser om fortolkningen af måleresultaterne, vi har gjort os før, under og efter, eksperimentet blev gennemført. Vi har indset at vores resultaters omfang og karakter, ikke udgør et tilstrækkeligt fundament, til at bygge en egentlig kvantitativ analyse. Til gengæld har vi nogle interessante resultater angående de dissipative strømafhængige effekter, vi har studeret, så vi har mulighed for en *kvalitativ* analyse.

### 6.3.1 Lineær dimensions- og geometriafhængighed af kritisk strøm

Det er en kendsgerning, at den kritiske strøm vokser lineært og ikke kvadratisk, som funktion af prøvens skalerede størrelse. Det fører som nævnt før, til en linearitet af  $I_c$ , enten med bredden eller længden.

Hvis den kritiske strøm er proportional med bredden  $W$ , betyder det at en dobbelt så stor prøve, kan bære dobbelt så stor en kritisk strøm. Dette tyder på, at sammenbruddet fremkaldes af en kritisk strømtæthed  $j_c = \frac{I_c}{W}$ , eller et kritisk elektrisk felt  $E_c = \frac{R_H I_c}{W}$ . Man kan så tage fat i det klassiske strømlinebillede, for en ideal prøve uden urenheder, som indebærer at strømmen flyder jævnt i prøven, dvs. en homogen strømtæthed. Disse processer bliver først vigtige, når vi har strømtætheder i størrelsesordenen 40 A/m. Dette er en faktor 100 højere end vi måler.

Alternativt kan man forestille sig, at prøven er inhomogen og fuld af lokale variationer i resistiviteten, således at strømmen kun løber i ca. 1 % af prøvens bredde, nemlig i lederens 'reelle' bredde  $W^*$ . Dette ville give de nødvendige strømtætheder og elektriske felter over strømkanalerne, som ikke skal forveksles med randstrømmene i Büttikerbilledet. Dette kan kun give lineariteten  $I_c \propto W$  hvis vi antager, at  $W^*$  er proportional med  $W$ . Det vil sige, at en dobbelt så bred prøve, får dobbelt så mange kanaler, således at den kritiske strøm tilsvarende bliver dobbelt så stor.

Grunden til at sammenbruddet sker så pludseligt, kan man danne sig et kvalitativt billede af: kanalerne er nødvendigvis ikke lige brede, og har ikke nødvendigvis den samme strømtæthed. Når elektronerne pludseligt begynder at tunnelere i en af dem (den med den højeste strømtæthed), svarer det til at en tynd kanal bliver "klippet over", idet der nu pludselig sker spredning i den. Dette øger modstanden i kanalen, så strømmen vil forsøge at løbe andre veje - til de andre kanaler. Nu er der færre strømkanaler, og der må følgelig opstå en større strømtæthed i disse, på grund af den kanal der brød sammen. Samtidigt aflastes den afbrudte kanal, idet strømtætheden og dermed det elektriske felt er faldet igen, og strømmen kan nu igen vælge denne vej.

Der er altså to mekanismer, der trækker i hver sin vej. I det øjeblik, strømmen bliver så stor, at ingen kanaler forbinder strømkontakterne, vinder dissipationsmekanismen, hvorefter kvante Hall effekten bryder endeligt sammen.

QUILLS er ikke den eneste model, der opererer med et kritisk felt. Den udvidede Büttikermodel bruger også denne størrelse som styrende for dissipationen.

Den eneste fornuftige vej ud her lader til at være QUILLS, med antagelsen om konstant værdi af 'reel' prøvebredde  $W^*$ .

### 6.3.2 Eksponentiel spændingskarakteristik

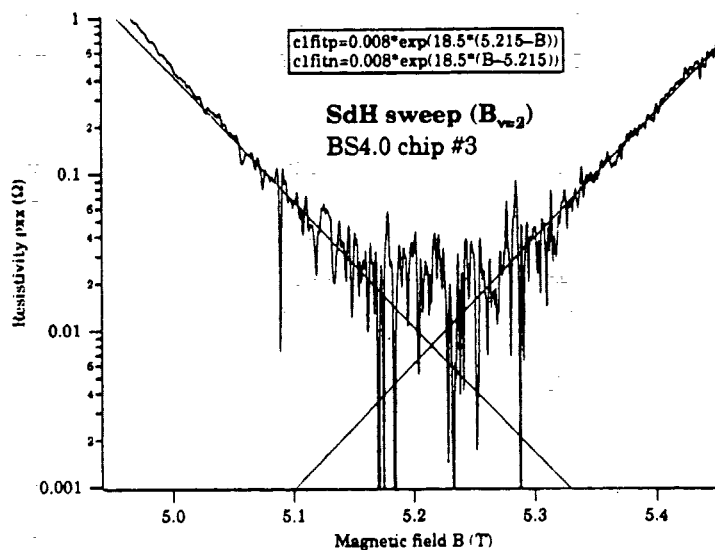
Det er vanskeligt at forklare resistivitetsens eksponentielle afhængighed af strømmen  $I$ . Den sædvanlige Boltzmann fordeling, hvor forholdet mellem et energigab  $E_g/2 = \hbar\omega_c$  og en faktor  $k_B T$ , angiver sandsynligheden for at elektronerne springer til næste energiniveau. Denne fordeling sættes tit i forbindelse med dissipation, idet sandsynligheden for spredning er ækvivalent med graden af spredning.

En direkte sammenligning med en Boltzmann fordeling, med elektron-temperaturen  $T_E$  istedet for  $T$ , forekommer rimelig idet dissipationen  $W = RI^2$ . Men dette giver os  $\exp(\alpha I) = \exp(-\frac{\hbar\omega_c}{k_B T})$ , med det resultat at strømmen går som  $I \propto -\frac{1}{T_E}$ .

Vi har forsøgt med andre betragtninger. Man kan tænke sig et QUILLS-lignende billede, hvor energiniveauerne tipper, når strømmen øges. Her vil elektrontilstandene efterhånden komme tættere på hinanden, således at det effektive energigab reduceres. Vi antager at dissipationen  $RI^2$  er proportional med temperaturforskellen  $T - T_E$ , og energigabet reduceres med en faktor  $kI$ , der er proportional med strømstyrken. Herved fås en relation, der knytter resistiviteten og strømmen sammen, på en måde der giver en eksponentiel vækst, indtil det kvadratiske dissipationsled  $RI^2$  bliver stort nok i forhold til  $T_E$ .

$$\rho_{xx} = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c - kI}{k_B(T_E + RI^2)}\right)$$

Modellen er meget grov, men viser en mulig fortolkning af den subkritiske resistivitet. Som tidligere nævnt, står spørgsmålet stadig åbent, hvilken proces der forårsager dette fænomen.



**Figur 6.4:** Resistiviteten i plateauet  $\nu = 2$  for BS4.0 i et  $(\log \rho_{xx} - B)$  diagram. Resistiviteten vokser eksponentielt fra  $B = B_0$  med samme vækstrate for alle prøver.

### 6.3.3 Lineær sammenhæng mellem kritisk strøm og $1/\alpha$

Den fine korrelation mellem den kritiske strøm og den inverse koefficient  $\alpha$  til  $\log(\rho_{xx})$  kurven, tyder som tidligere nævnt, på at de to fænomener har samme årsag. Desto hurtigere resistivitetskurven stiger, desto tidligere bryder kvante Hall effekten sammen. En enhedsforklaring, der understøtter begge effekter, vil derfor være at foretrække, selvom denne forklaring involverer flere forskellige fysiske mekanismer på en gang, f.eks. tunnelling og heating. Der er selvfølgelig også den mulighed, at det er den samme 'skjulte' variabel (energigabet), der styrer to fysisk set forskellige mekanismer.

QUILLS er som tidligere nævnt velegnet til at forudsige magnetoresistansens sammenbrud. Det vil sige resistivitetsens opførsel, når magnetfeltet fjernes fra midtplateauet. Men højfølsomhedsmålinger af resistiviteten i midtplateauet, viser at magnetoresistansen ganske vist er eksponentielt voksende, men også at vækstraten er ens for alle prøver - uanset størrelsen (se 6.4).

Dette er netop *ikke* tilfældet for resistiviteten som funktion af strømmen. Det tyder på at det er to forskellige mekanismer, der giver de

to sammenbrud (magnetoresistansens sammenbrud og strømsammenbruddet).

#### 6.3.4 Asymmetri

Vi har *ikke* observeret nogen geometrisk asymmetri af den kritiske strøm, og der kan derfor heller ikke være nogen elektrontemperaturgradient af betydning - det ville afspejle sig i de kritiske strømme (se figur 5.8).

En mulighed er at elektrontemperatur gradienten er for lille til at afspejle sig i prøver af vores størrelse - den vil måske kunne ses i langt større prøver. Da det ifølge Klitzings heliumfilm eksperiment (kapitel 1) er svært for elektrongassen at komme af med varmen, når Hall modstanden er på et midtplateau, kan dette forklare en sådan lille temperaturgradient i 2DEG lederen.

At en påvisning af den forudsagte asymmetri ville underbygge heating-teorien, er ikke ensbetydende med, at vi må forkaste heatingmodellen, fordi vi *ikke* ser en asymmetri. Der er stadig muligheden for at elektrongassen, som helhed er ude af termisk ligevægt med krystaltemperaturen. Den kan blot ikke slippe af med nogen nævneværdig del af varmen, i de dele af prøven hvor der er QHE, og der kommer derfor ingen temperaturgradient i bulk. Dette hænger udmærket sammen med den lave dissipation i QHE prøven på midtplateauet, der antyder en dårlig termisk kobling til krystalgitteret.

#### 6.3.5 Opsamling af modelovervejelser

Efter at have overvejet hvorledes disse modeller ser ud til at kunne forklare vore data, står to ting klart. For det første kan vi se, at ingen model giver en oplagt forklaring på det vi ser, men også at vi skal vide mere om prøverne og modellerne for at komme tæt på en forklaring under alle omstændigheder. De modeller vi har betragtet, og som repræsenterer de fremherskende ideer om kvante Hall effektens sammenbrud, har hver især deres mangler :

- det udvidede Buttikerbillede forsøger at udstrække en model, der angår meget små strømme ( $I < 100nA$ ), til et område hvor QHE effekten bryder sammen - ved en 1000 gange større strøm.

- QUILLS modellen har haft stort held med at forklare QHE sammenbruddet ved ændringen af magnetfeltet - det vil sige magnetomodstandens sammenbrud ved  $B \ll B_0$ . Det holder lidt hårdere med at forklare strømsammenbruddet af resistiviteten, idet der her kræves langt større strømtætheder end de vi har observeret - nu er modellen en faktor 100 på vildspor. Man er nødt til at antage, at strømmen kun løber i 1% af prøvens bredde, således at strømtætheden i den reducerede leder kommer tilstrækkeligt højt op. Det underlige er så, at næsten alle måler strømtætheder omkring 0.5 A/m - 1.0 A/m. Dette er 1-2% af de 40 A/m QUILLS forudsiger. Kritiske strømme omkring denne værdi, er så vidt vi kan se i litteraturen, almindelige for makroskopiske GaAl-GaAlAs prøver.

Hvorfor skulle det lige være 1% af prøven der var den effektive leder, uanset mobilitet og ladningsbæretæthed? Der er endnu mange ubesvarede spørgsmål, hvis man vil have QUILLS til at forklare sammenbruddet af QHE ved voksende strømme.

For modellen taler en del præcise eksperimentelle forudsigelser, imod modellen at den ikke byder på nogen plausibel forklaring af strømsammenbruddet. Som vores målinger af magnetoresistansens uafhængighed af prøvestørrelsen omkring midtpunktet (se 1.4) viser, kunne der være tale om to forskellige sammenbrudsmekanismer - QUILLS kan dermed godt være delvist rigtig.

- Heating teorien, som vi tidligere bestemte os til at kalde Heating-ideen, har det store problem, at der ikke er nogen enighed om hvordan elektrontemperaturen skal fortolkes. Heller ikke om det er et bulk fænomen der giver den termiske uligevægt eller det er de varme hjørner, hvor strømmen kommer ind i prøven.

### 6.3.6 Bemærkninger før red. lukning, dec. 92

**Nye målinger af resistiviteten for QHE prøver** I august 1992 har en gruppe tyske forskere (C. Breitlow et al, 1992) publiceret et interessant preprint, der beskriver observationer af den kritiske strøms afhængighed af forskellige parametre, deriblandt mobilitet og fyldningsgrad, som vi ikke har undersøgt. Pudsigt nok får denne gruppe en eksponentiel afhængighed af den reciprokke strøm, dvs. et udtryk af formen :

$$\rho_{xx} = \exp(-\beta/I_{SD})$$

En sådan opførsel, der som før nævnt passer meget dårligt med vores observationer, forklarer tyskerne ud fra en Zener tunnelerings model. Dette er ganske interessant, idet denne model ikke har været fremme i en del år. Resistiviteten i dette billede er et resultat af en tunnelleringsstrøm mellem Landaubåndene gennem et trekantpotential. Artiklen tager udgangspunkt i det ideale strømlinebillede, og tager derfor ikke randstrømme i betragtning. En lovende opdagelse i denne forbindelse er sammenhængen mellem kritisk strøm og fyldningsgrad, idet det ud fra tyskernes resultater ser ud til at den kritiske strøm bliver lavere for højere fyldningsgrad. Dette svarer så til at Zener barrieren for  $\nu = 2$  er halvt så stor som for  $\nu = 1$ .

Vi håber på at der kommer flere og mere uddybende bidrag fra den tyske gruppe i nær fremtid.

**Japanere ser linearitet i  $\rho_{xx}(I)$**  En japansk artikel fra efteråret 92 (S. Kawaji et al.) ser også at den kritiske strøm er lineært proportional med bredden, og konkluderer at randsstrømsbilledet er utilstrækkeligt til at forklare dette. Buttikerbilledet forudsiger at den kritiske strøm skulle være uafhængig af bredden. Den kritiske strøm bliver ikke målt direkte, som i vores forsøg, men bliver ekstrapoleret ud fra indsnævringen af plateaubredden ved stadig stærkere strømme. Dette er formodentlig en noget mere upræcis metode, end én direkte måling. Den kritiske strøm bliver bestemt til  $j_c = 1.6$ , ved  $\nu = 2$  plateauet, ved ladningsbæretæthed  $n = 5 \cdot 10^{15} m^{-2}$  og mobilitet  $\mu = 21 m^2 V^{-1} s^{-1}$ .

**Heating model med eksponentiel resistivitet** Poul Erik Lindelof (H.C.Ø) har foreslået en kvantitativ model, der ud fra et simpelt effektbalance argument, giver den eksponentielt stigende resistivitet (i et interval) og det bratte sammenbrud. Vi skriver nu en artikel, med udgangspunkt i denne model, forsøger at forklare vores data. Denne forventes publiceret i foråret 1993.

**En empirisk feedback model** Til sidst vil vi for en ordens skyld, udvikle ideen om en feedback model lidt, med udgangspunkt fra kapitel 1. Igen tages fat i udtrykket :

$$V = \frac{RI}{1 - kR} \quad (6.2)$$

**Figur 6.5:** Her ses funktionen  $\log(10^{-6} \exp(0.5 \cdot I)/(5 - 0.3 \cdot \exp(I)))$  som funktion af  $I$ .

hvor  $k$  udtrykker tilbagekoblingen - hvor stor en del af effekten, der returneres til elektronsystemet. En høj værdi af  $k$  udtrykker en stor kobling til omgivelserne. Det vi har gjort er at indsætte vores empirisk bestemte eksponentialfunktion  $\rho_{xx} = \beta \exp(\alpha I)$  i udtryk (1.2), hvilket giver følgende udtryk for spændingen:

$$V_{xx} = \frac{\beta \exp(\alpha I) I}{1 - k \beta \exp(\alpha I)}$$

Denne funktion vokser eksponentielt op til tilbagekoblings betingelsen er opfyldt, hvorefter den stiger stejlt mod uendeligt. Vi har ikke haft tid til at undersøge modellens muligheder for en kvantitativ beskrivelse af strømsammenbruddet. En kurve som den, der er vist på figur 1.5 ligner strømsammenbrudskurven tilstrækkeligt, til at det er værd at forfølge.

## 6.4 Ideer til videre arbejde

Vi har overvejet, hvilke ting man kan arbejde videre med, med udgangspunkt i de resultater vi har opnået og ikke opnået i projektarbejdet. Denne liste kan opfattes som en refleksion over de ting vi ikke nåede,



og ikke fik gjort ordentligt, eller mere positivt : hvilke ting man kunne tage fat på fremover.

### Nye eksperimenter ønskes

- Vi vil først og fremmest gerne finde en forklaring på den eksponentielle vækst. Der er desværre ikke nogen tvivl om at der virkelig er tale om en eksponentiel vækst der går som  $\rho_{xx} \sim \exp(I)$ , og ikke som de fleste teorier giver  $\rho_{xx} \sim \exp(-\frac{1}{I})$ . Det er en stor udfordring at give en ordentlig forklaring på det kritiske sammenbrud, men bestemt en ligeså stor udfordring at forklare det subkritiske.
- Vi har opdaget en relation mellem resistiviteten  $\rho_{xx}$  (i form af koefficienten  $\alpha$ ) og den kritiske strøm, som er karakteriseret ved et dimensionsløst tal  $\gamma$ . Det er den eneste størrelse der er fælles for alle målingerne, og tyder derfor på at have en mere fundamental karakter. Det er ønskværdigt at opklare, hvad  $\gamma$  afhænger af, hvis dette tal da afhænger af noget. Vi gætter på en afhængighed af temperaturen (via mobiliteten), men flere muligheder er åbne.
- Udarbejdelsen af et fasediagram over den kritiske strøm, f.eks. i parametrene  $T$ ,  $W$  og  $\Delta B$  (afstand fra midtplateau), ville sammenholde en mængde information af største betydning for forståelsen af sammenbrudsmekanismen. Det vil sige at udføre systematiske målinger, der fastlægger den kritiske strøm som funktion af 2 af ovennævnte variable. Ud fra et fasediagram, som det før nævnte, kunne man sikkert også lære noget om mulighederne for at optimere prøverne - det vil sige finde det område i den retning på fasekortet, hvor den kritiske strøm er størst.
- En analyse af strømsammenbruddet ud fra generelle instabilitetsbetragtninger, f.eks. med hjælp fra kaosteoriens terminologi. Specielt kunne man forestille sig analyser af støj i systemet (se f.eks. Cage, 1983), omhyggelige studier af overgangen fra det subkritiske til det superkritiske område og analyser af energirelaxationen i systemet (måden, hvorpå systemet finder tilbage til en ligevægt).
- Et tilsvarende eksperiment med Corbinogeometrier i forskellige størrelser. Dette ville fortælle os om betydningen af strømstyring i forhold til spændingsstyring, som Corbinogeometrien lægger op til.

- Man kunne undersøge, hvor langt op og ned i prøve-størrelse de observerede sammenhæng strækker sig. Først og fremmest skal den lineære sammenhæng mellem kritisk strøm og prøvebredde testes, men også om  $\gamma$  faktoren stadig opfører sig så bemærkelsesværdigt. For eksempel kan prøver så lange som 13-14 mm monteres på en standard chip carrier, og man kunne alternativt fremstille en selv. Mere interessant er det at måle på meget små prøver ( $W \simeq \mu\text{m}$ ), da det er for disse mesoskopiske prøver, QUILLIS af de fleste regnes for en holdbar teori. Forsøg med meget små prøver er gjort før, men ikke med bredden som variabel.
- Eksperimenterne bør udføres med nøje temperaturkontrol, da det er vigtigt, at denne parameter er konstant under målingerne. Både før og efter hver måling af kritisk strøm, bør temperaturen aflæses, og der bør tages en symmetrimåling for at se, om ladningsfordelingen og ledningsegenskaberne har ændret sig.
- En bedre analyse af en eventuel asymmetri af den kritiske strøm, kan laves ved at udforme en enkelt prøve, med kontakter siddende hele vejen langs kanterne. Ved at måle hele vejen rundt på kanten, og vende både magnetfelt og strøm, ville man have mulighed for en mere nøjagtig bedømmelse af eksistensen af en asymmetri.

## 6.5 Afrunding

Vi har i perioden januar-april 1992, tilrettelagt og udført et antal målinger på GaAlAs-GaAs heterostrukturer, med henblik på at afklare dimensions-afhængigheden af den kritiske strøm. Vi har kunnet konkludere at den kritiske strøm er lineært afhængig af prøvens skala, og har med en rimelig sikkerhed kunnet fastslå at det i virkeligheden er prøvebredden som  $I_c$  er afhængig af.

Under dette arbejde har vi også forsøgt at forstå mekanismerne bag det kritiske strømsammenbrud, i det omfang det har været muligt. Vi har da også fundet nogle spændende egenskaber ved strømsammenbruddet, som der kan arbejdes videre med, især resistivitets bemærkelsesværdige eksponentielle vækst i det subkritiske område og sammenhængen mellem denne vækstrate og den kritiske strøm. En oversigt over disse resultater kan findes i starten af dette kapitel.

Hvis vi skal give en oversigt over vores nuværende status :

- Vi tror ikke nødvendigvis, at en mekanisme skal forklare enhver form for sammenbrud af kvante Hall effekten.
- QUILLS forklarer sammenbruddet af magnetoresistansen.
- En eller anden dissipativ mekanisme giver den eksponentielle vækst af resistiviteten. Det kan være tunnelling mellem Landau-niveauer, enten som i QUILLS eller som i den udvidede Büttikermodel. Det kan også være almindelig elektron-phonon spredning som følge af at elektrongassen er ude af termisk balance med krystaltemperaturen. (lige nu udforsker vi denne mulighed, i samarbejde med H.C.Ø).
- En instabilitet af termodynamisk natur, giver det endelige, kritiske sammenbrud - vi tvivler efterhånden på at QUILLS er skyld i dette.
- Det er et krav til en kvantitativ teori for QHE strømsammenbruddet, at redegøre for lineariteten  $I_c \propto W$ , den eksponentielle vækst af resistiviteten  $\rho_{xx} = \rho_0 \exp(\gamma \frac{I}{I_c})$ , samt  $\gamma$ 's afhængighed af system parametre ( $\mu$ ,  $n$  etc.).

I øjeblikket arbejdes der på at publicere en artikel om vores resultater, idet vi undersøger hvorvidt den heatingmodel, Poul Erik Lindelof (H.C.Ø) har foreslået, kan forklare vore data. Omkring årsskiftet 92/93 skal en lille, ekstra måleserie føje lidt flere informationer til vores viden om den mystiske vækstfaktor  $\gamma$ , idet vi undersøger dens afhængighed af mobilitet, placering på plateauet, fyldningsgrad (valg af plateau) og temperatur.

Udover dette, har vi som et led i processen med at forstå de teoretiske aspekter af QHE og kritisk strøm, brugt en del ressourcer på rapportering, ud fra et ønske om at formidle en generel introduktion til QHE, samt at redegøre grundigt for vores arbejdsproces, vores resultater og vores overvejelser desangående.

Det har været fire meget spændende og interessante, men også hårde måneder, og vi er glade for at have fået mulighed for at gå en tur i den virkelige hvirvel verden.



# Litteraturliste

1. N.W.Ashcroft og N.D.Mermin, *Solid State Physics*, CBS Publishing, 1988
2. L.Bliek, *Metrologia*, **25** 67 1988
3. C.Breitlow et al., *Modelling the breakdown of the quantum Hall effect in silicon-MOSFETs and GaAs/GaAlAs-heterostructures.*, Preprint, (1992)
4. H.Bruus et al, *J. Phys. C*, **21** 375 (1988)
5. H.Bruus, *Gamma*, nr.75, 1989
6. H.Bruus, *Ph.D-afhandling*, HCØ Tryk, 1990
7. M.Büttiker, *Phys. Rev. B*, **38** 9375 (1988)
8. M.E.Cage, *Phys. Rev. B*, **51** 1374 (1983)
9. M.E.Cage, *Phys. Rev. B*, **30** 2286 (1984)
10. M.E.Cage, *Observation and an explanation of the QHE*, Preprint, 1990a
11. M.E.Cage, *Quantized Dissipative States at Breakdown of the QHE*, Preprint.,1990b
12. F.Delahaye, *Metrologia*, **25** 73 (1988)
13. L.Eaves og F.W.Sheard, *Semicond. Sci. Technol*, **1** 346 (1986)
14. G.Ebert, *J. Phys. C*, **16** 5441 (1983)
15. G.Ebert, s.178 i *Localization, Interaction and Transport phenomena*, Springer Verlag (Berlin), 1984
16. S.M.Girvin, *Phys. Rev. B*, **30** 3016 (1984)
17. S.M.Girvin, *Phys. Rev B*, **51** 1374 (1983)
18. S.M.Girvin, *Phys. Rev. B*, **30** 3016 (1984)

19. R.Johnston og L.Schweitzer, *Z.Phys. B*, **72** 217 (1988)
20. B.I.Halperin, *Phys. Rev. B*, **25** 2185 1982
21. E.B.Hansen, *Physica B*, **123** 183 (1984a)
22. E.B.Hansen, *Pair ordering in the FQHE*, HCØ Tryk, 1984b
23. J.K.Jain, *Phys. Rev. B*, **41** 7653 (1990)
24. C.Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, John Wiley & Sons inc, 1986
25. U.Klass et al, *Z. Phys. B*, **82** 351 (1991)
26. Jean-Marc Lévy-Leblond og Françoise Balibar, *Quantics II*, HCØ Tryk, 1992
27. A.J.Kent et al, *Helvetica Acta*, **65** 331 (1992)
28. A.Kristensen og O.P.Hansen, *Speciale fra HCØ*, HCØ Tryk, 1991
29. H.P.Meyers, *Introduction to Solid State Physics*, Taylor & Francis, 1990
30. R.E.Prange og M.Girvin, *The Quantum Hall Effect*, Springer Verlag (New York), 1987
31. J.R.Reitz, *Foundation of Electromagnetic Theory*, Addison Wesley, 1979
32. R.N.Sacks, *Phys Rev. Lett*, **64** 677 (1990)
33. H.Smith, *Indledning til Kvantemekanik*, HCØ Tryk, 1990
34. P.C.Van Son og T.M.Klapwijk, *Europhys. Lett*, **12** 429 (1990)  
item V.Srivastava, *Helvetica Acta*, **65** 327 (1992)
35. P.Streda og K.Klitzing, *J.Phys. C*, **17** 483 (1984)
36. C.Weisbuch, *Semiconductors and semimetals (vol.24)*, Academic Press INC, San Diego

# Appendiks A

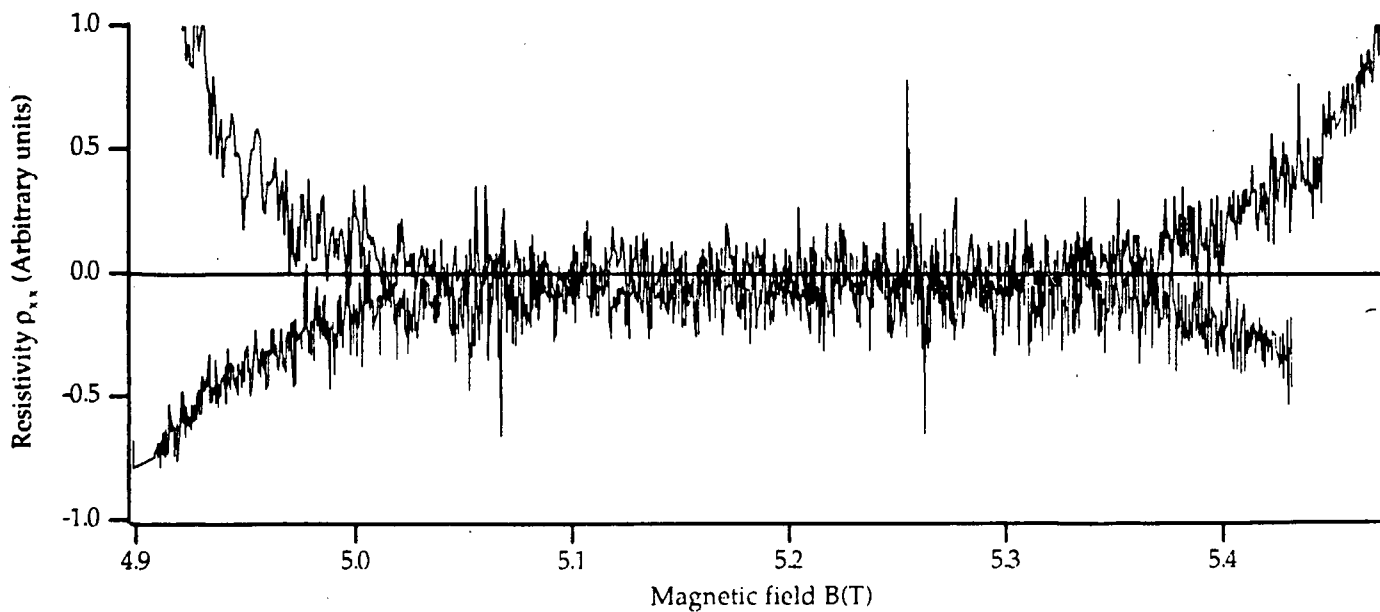
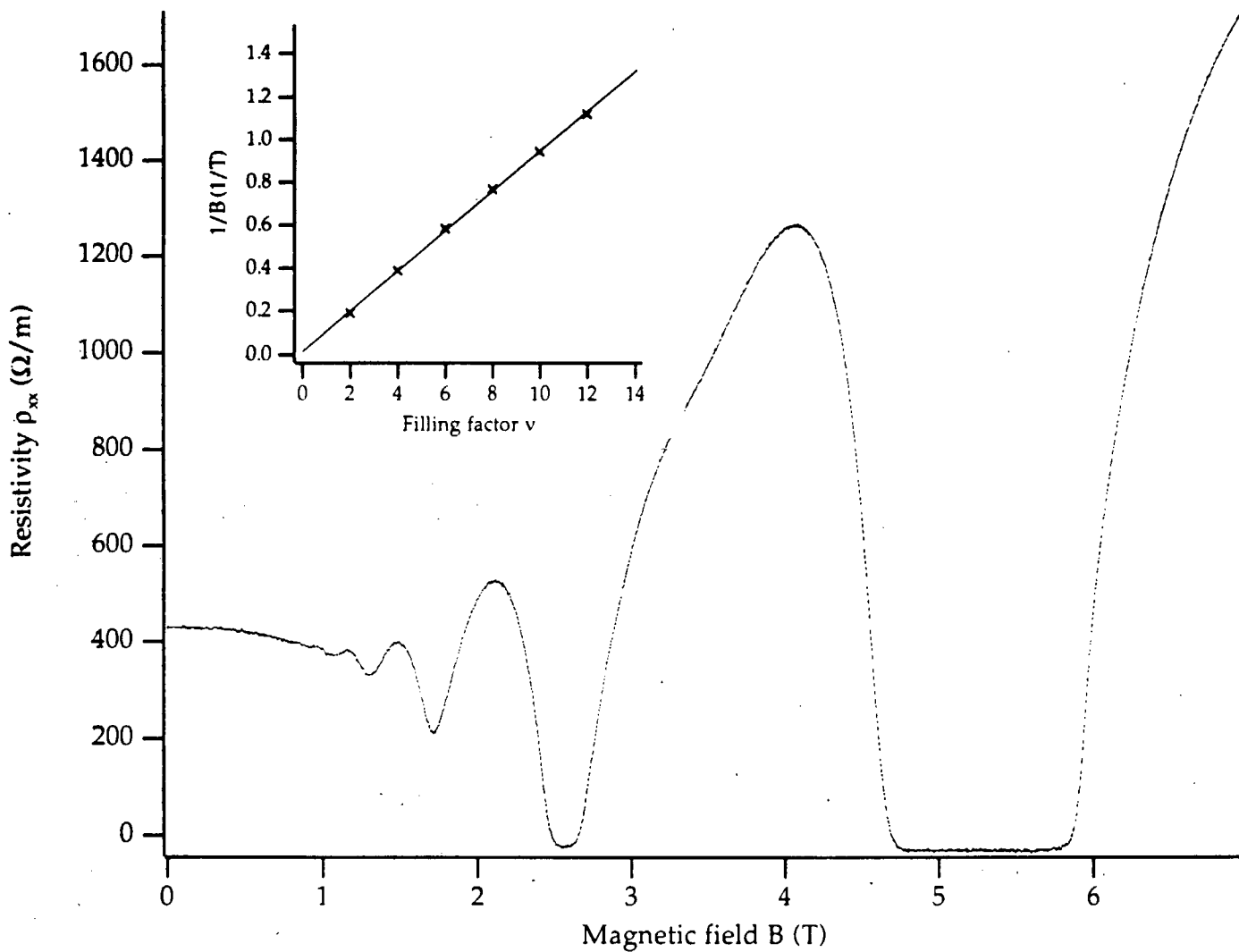
## Grafer

På de følgende sider vises de karakteristiske grafer for prøverne:

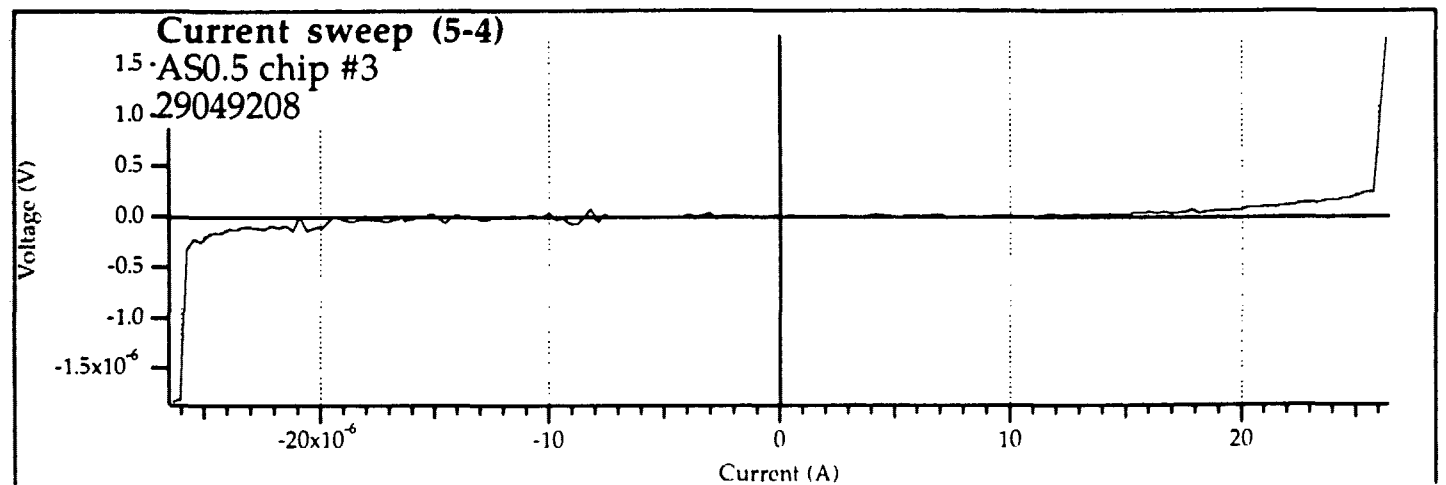
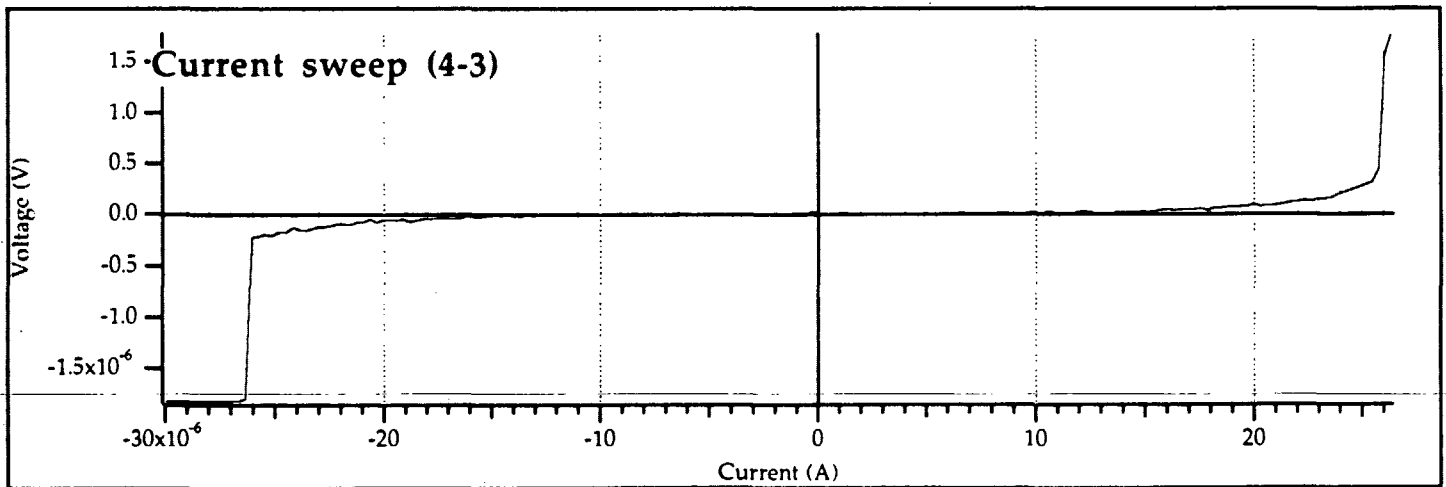
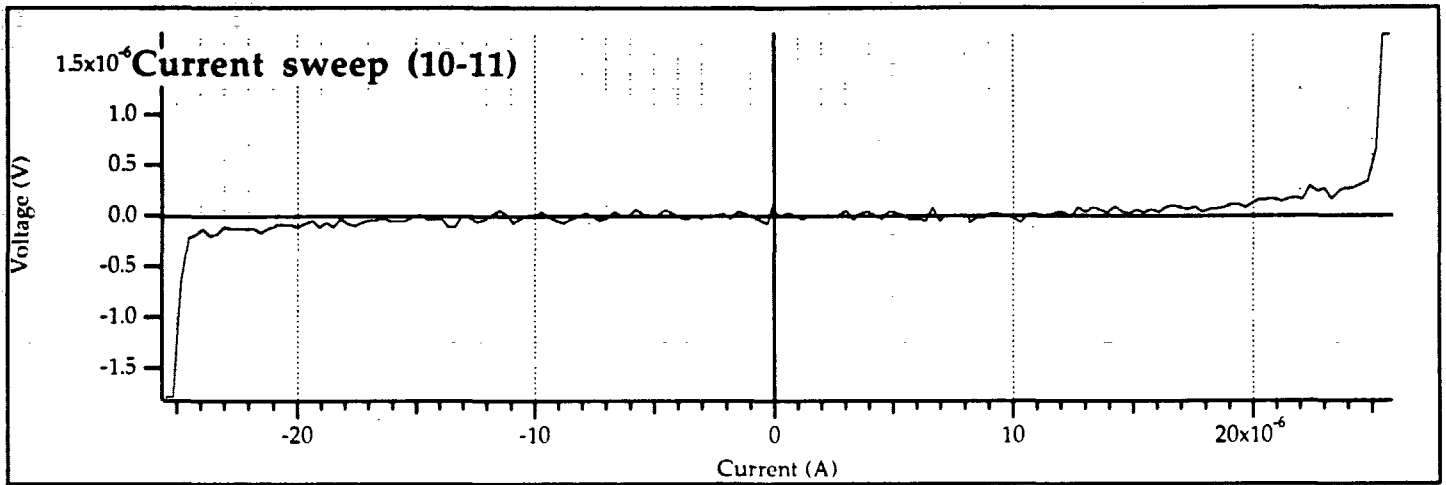
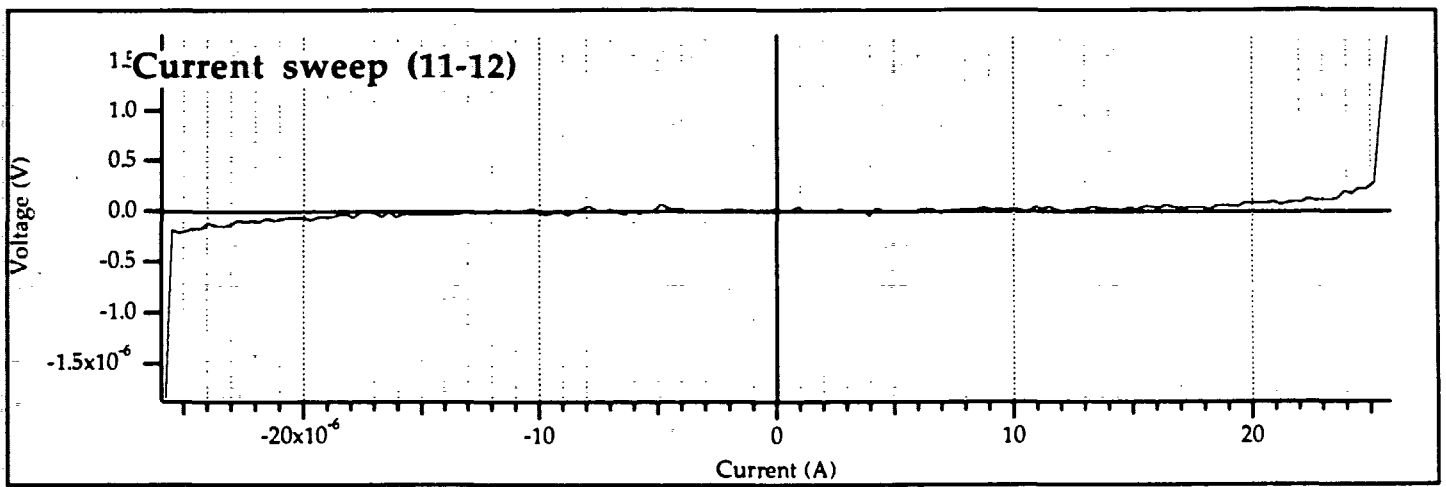
AS0.5, AS1.5, AS2.0, BS2.0, BS3.0, BS4.0, AL2.0, BL1.0 og BL3.0

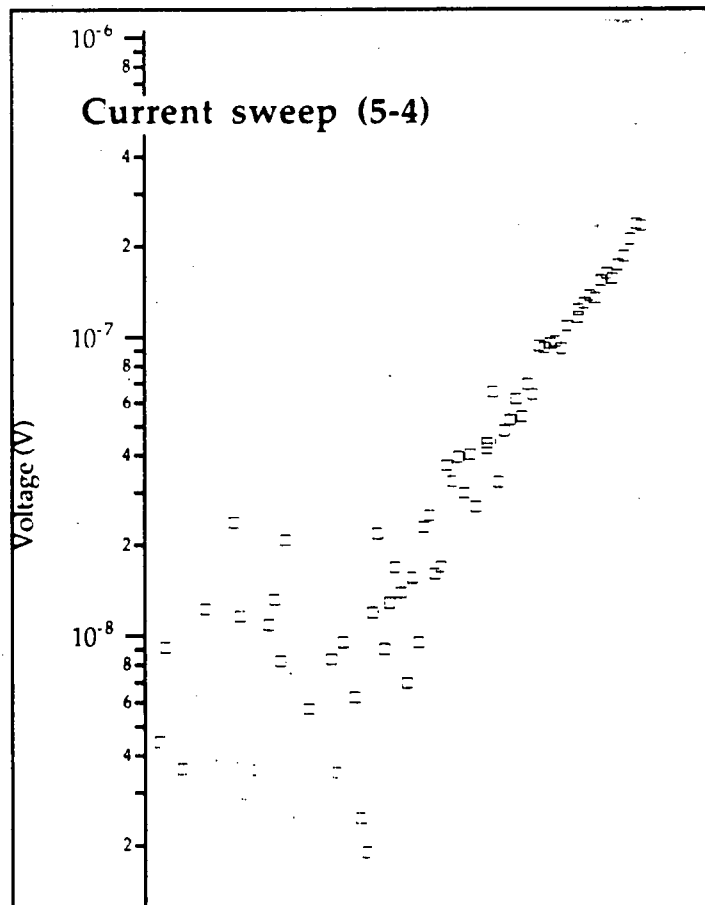
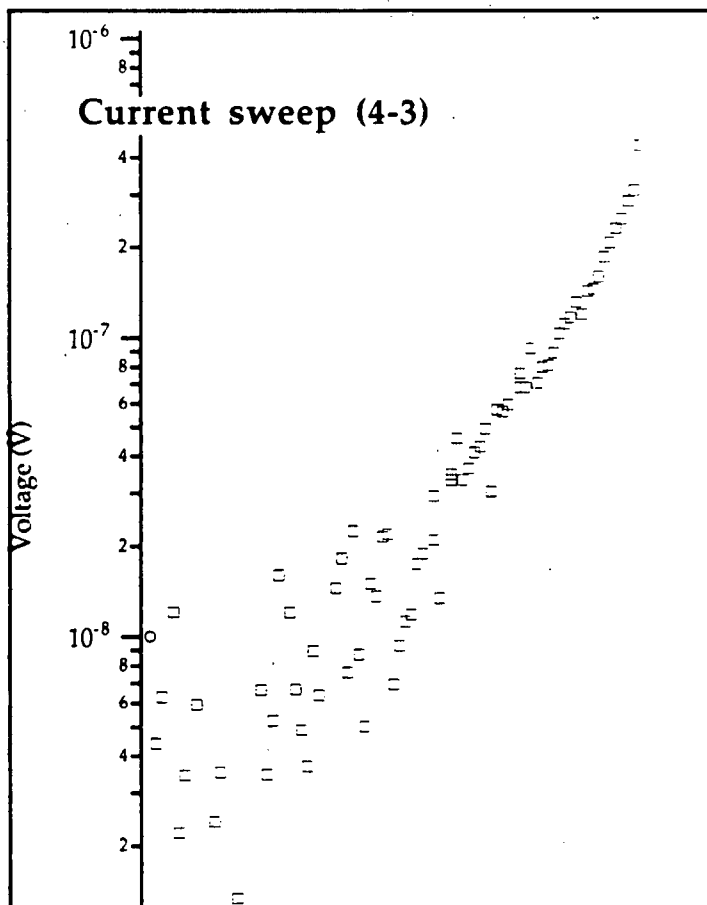
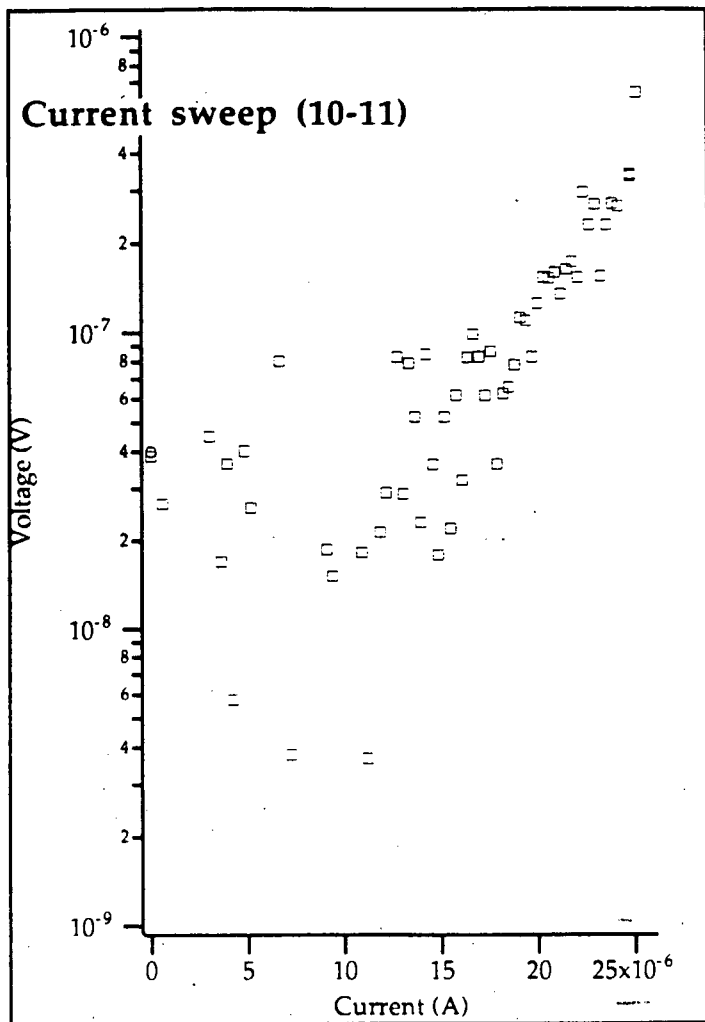
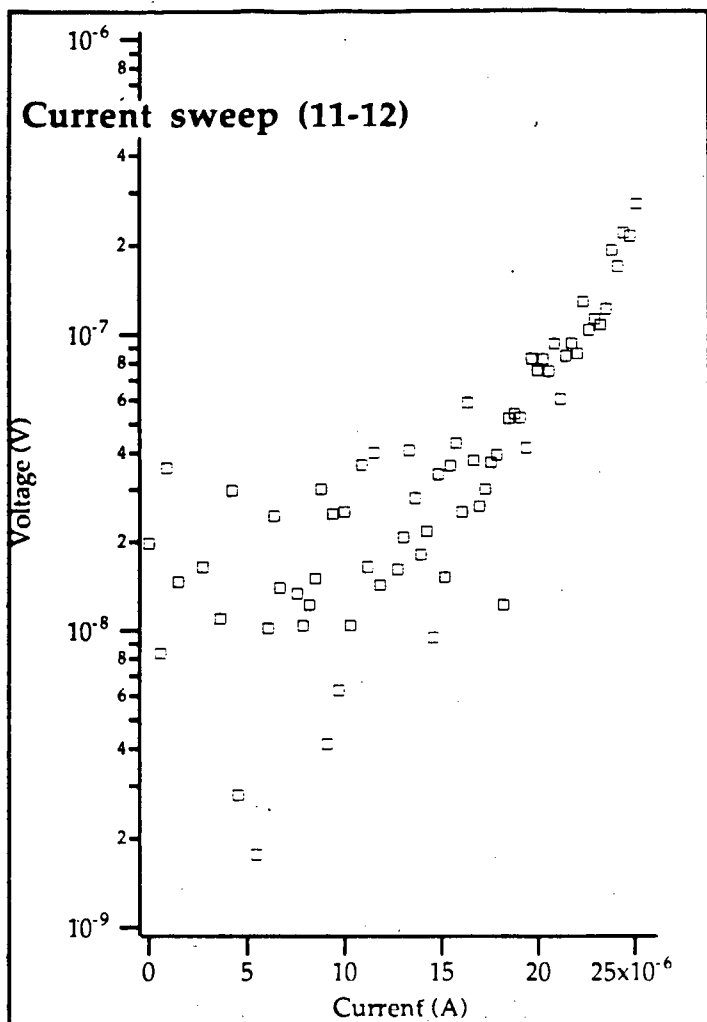
En diskussion af graferne findes i kapitel 5 og 6.

# AS0.5

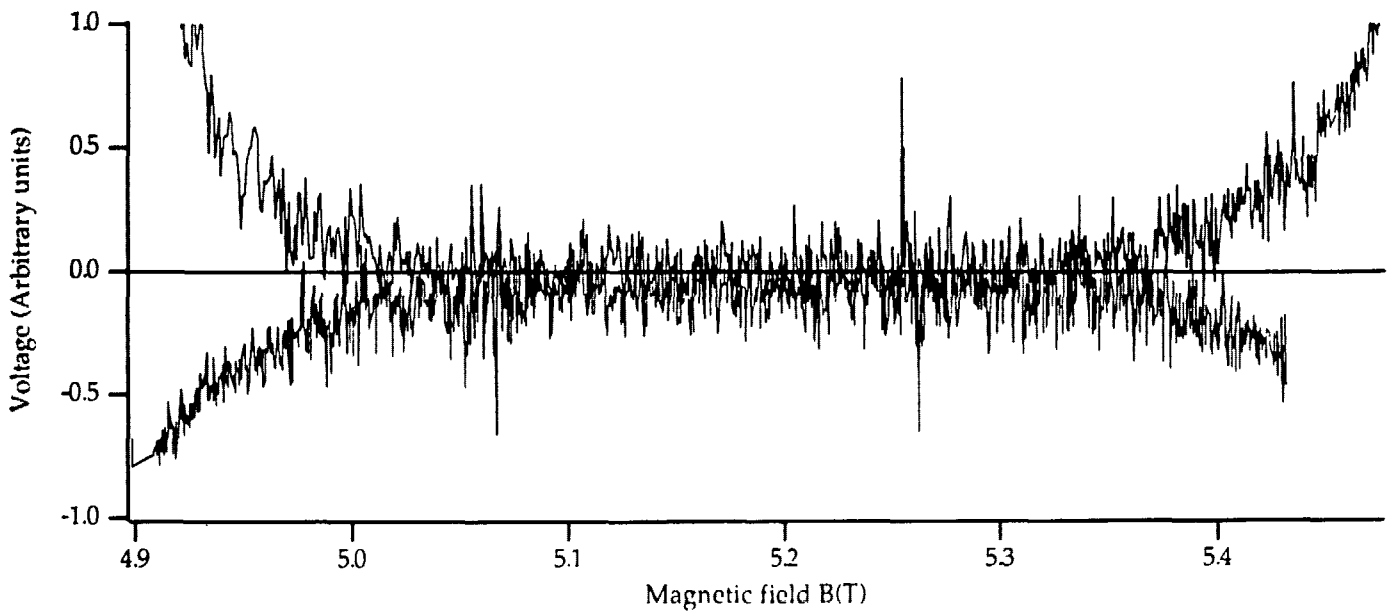
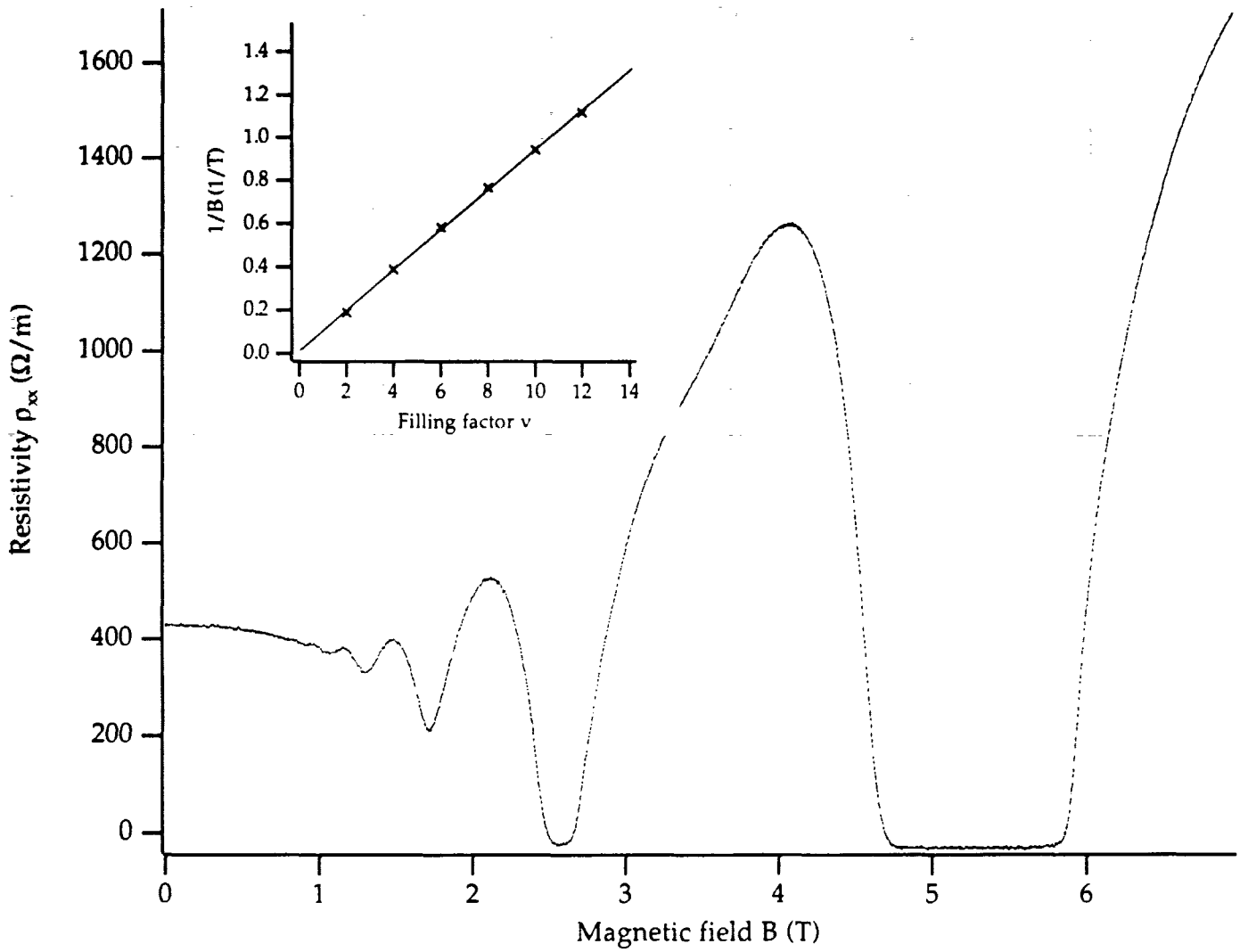


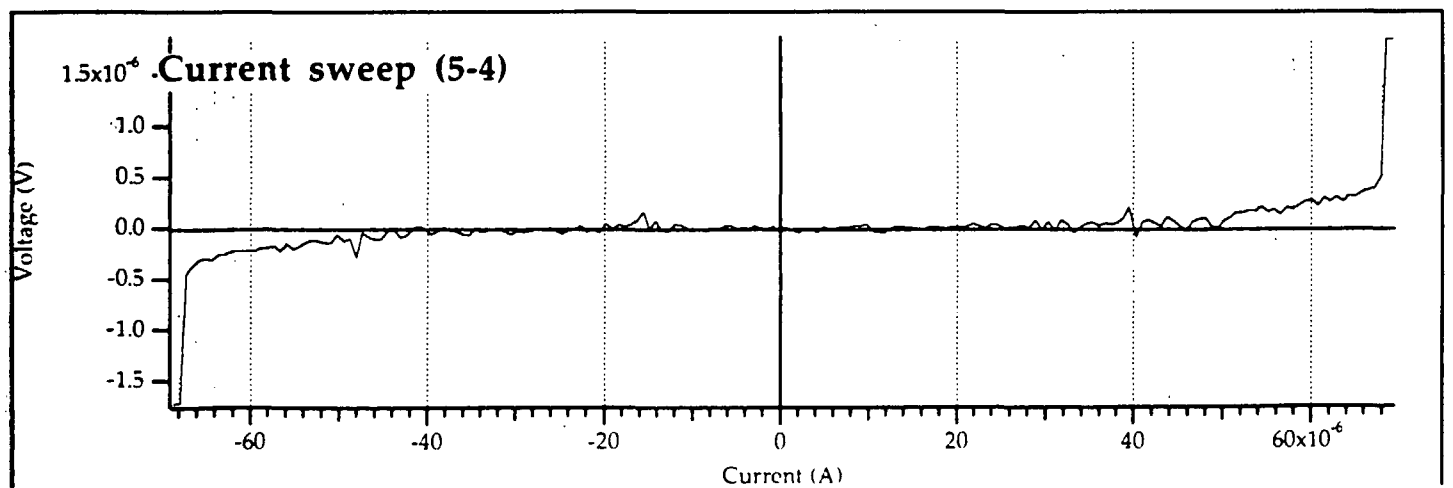
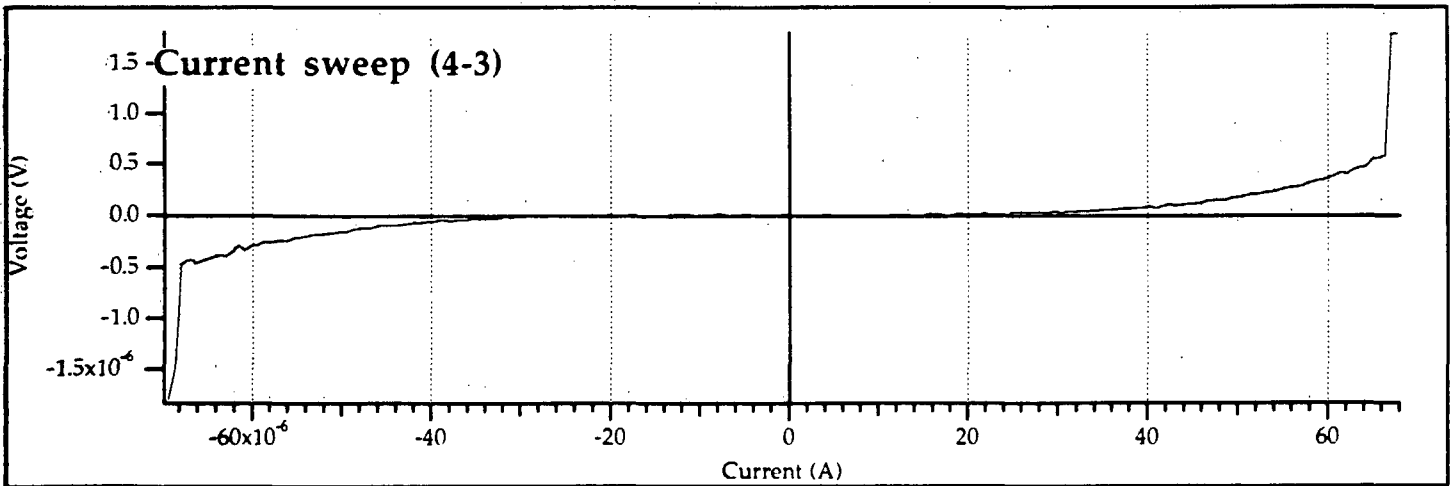
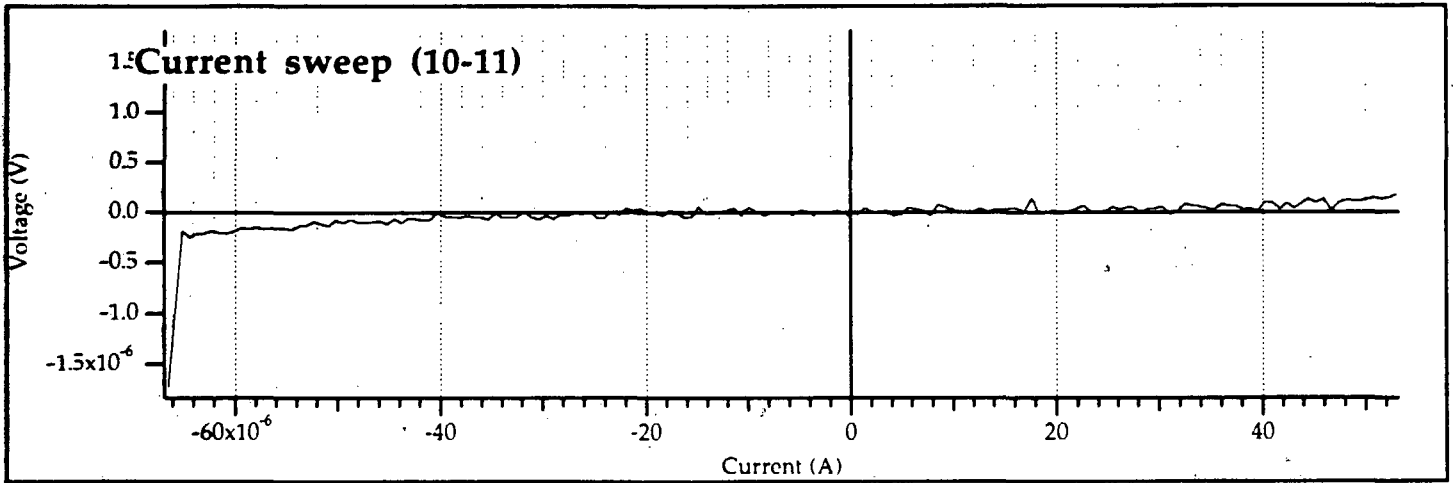
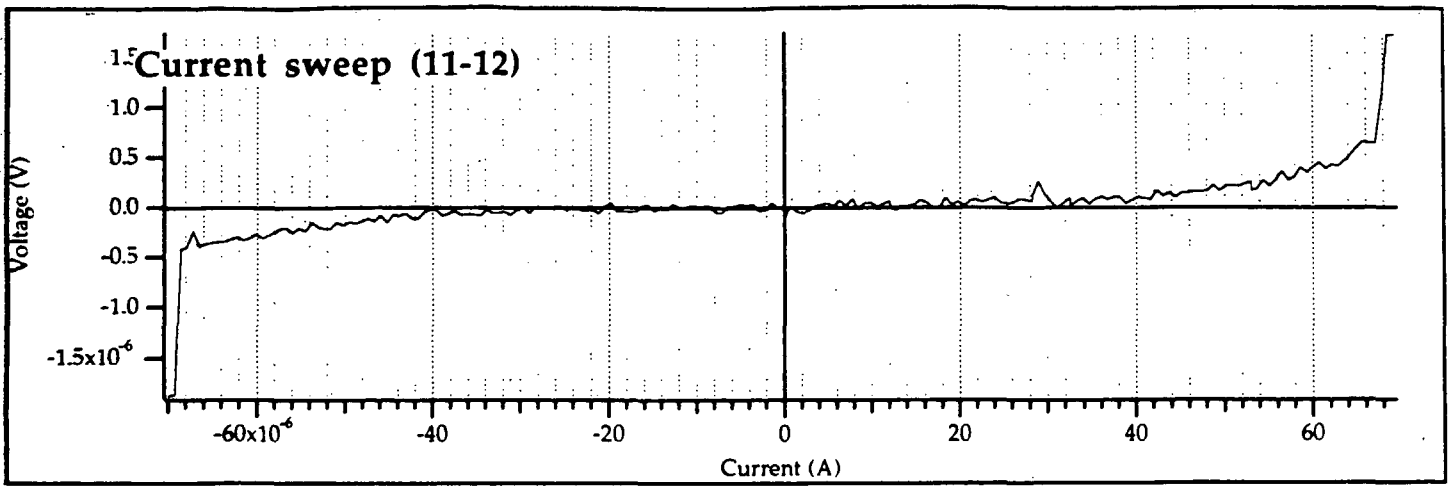


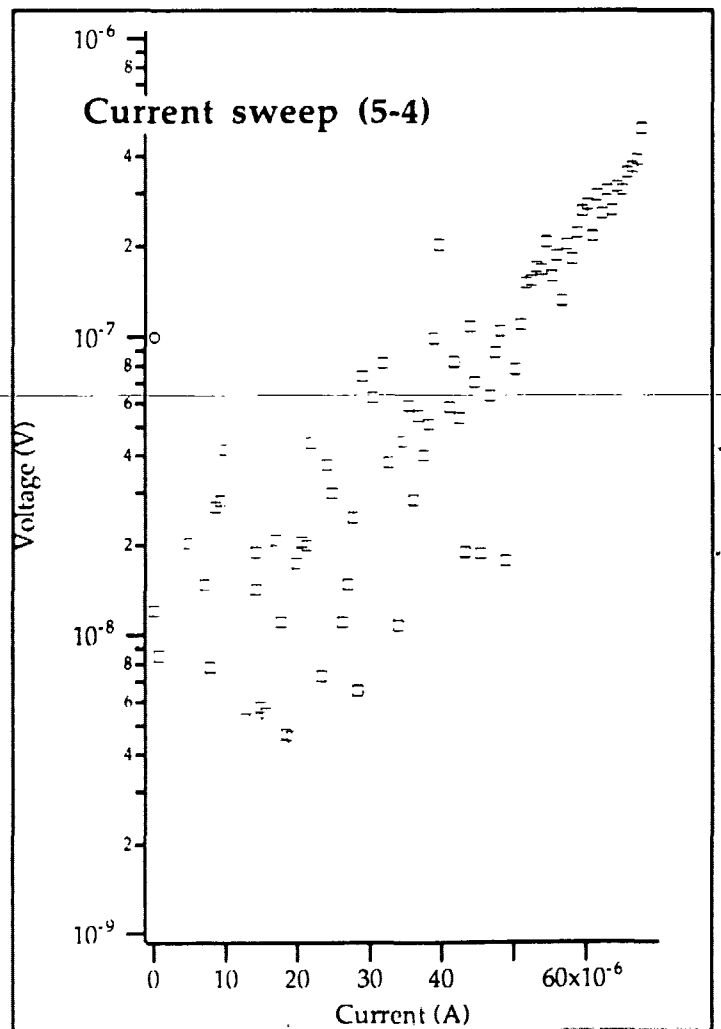
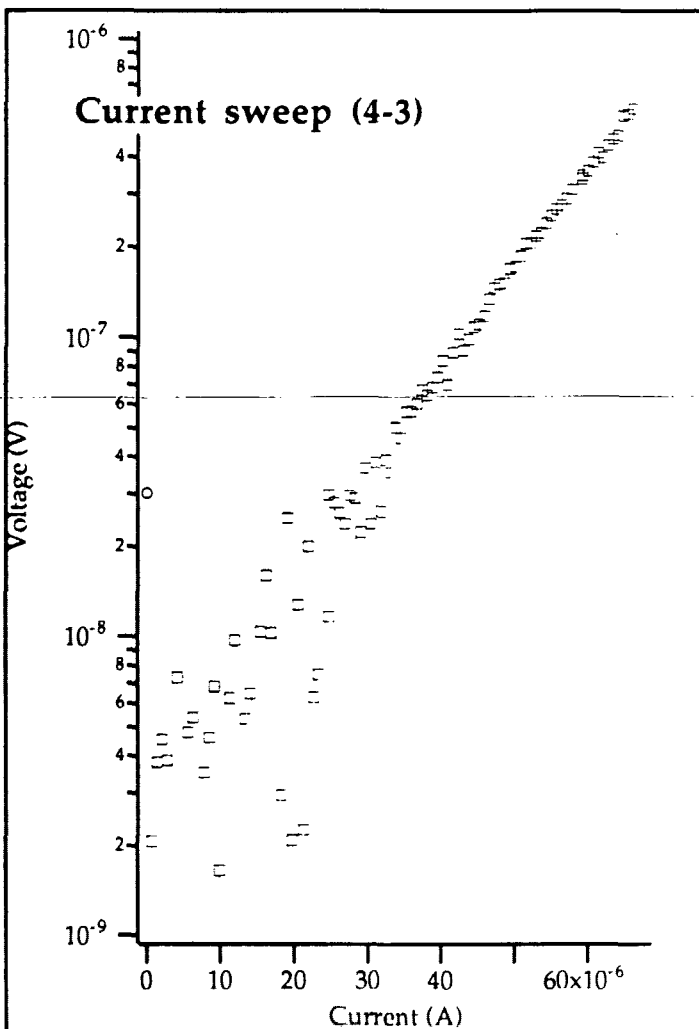
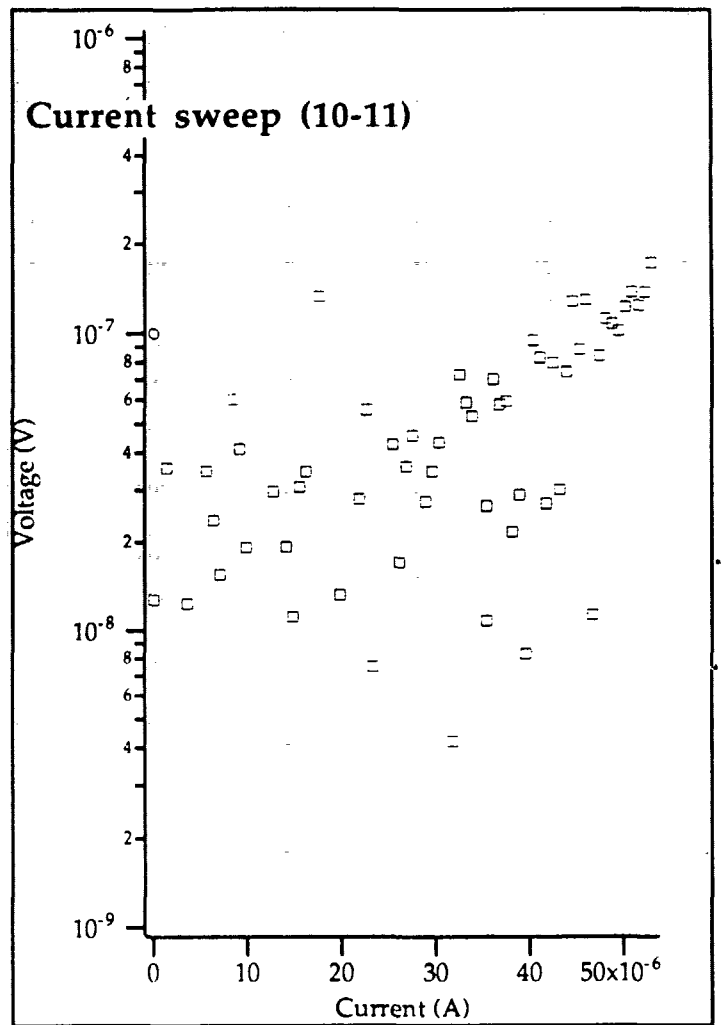
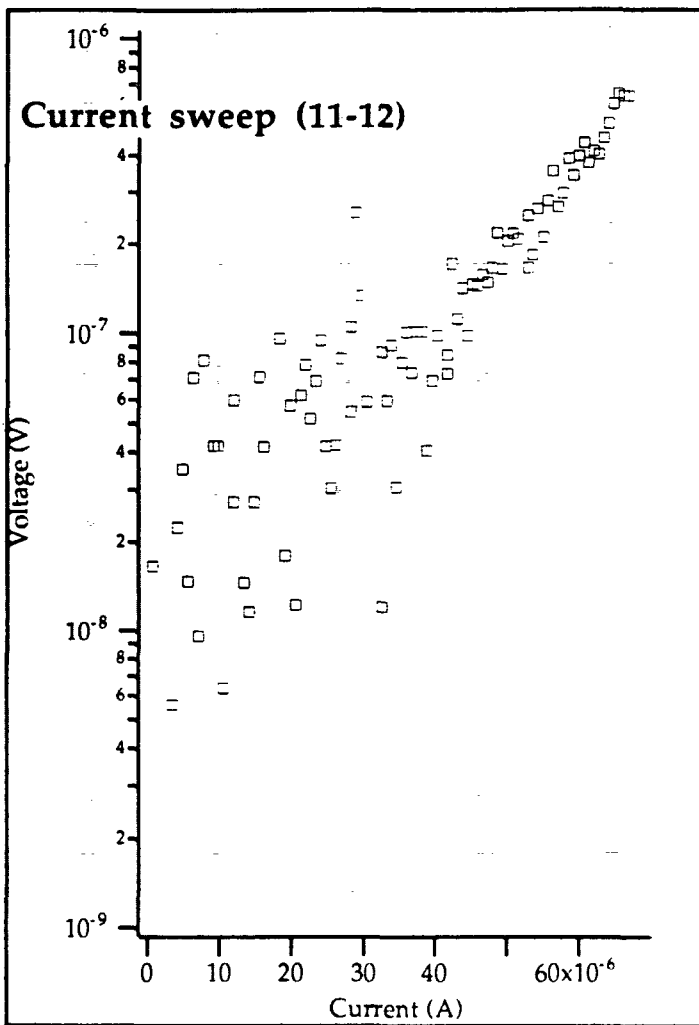




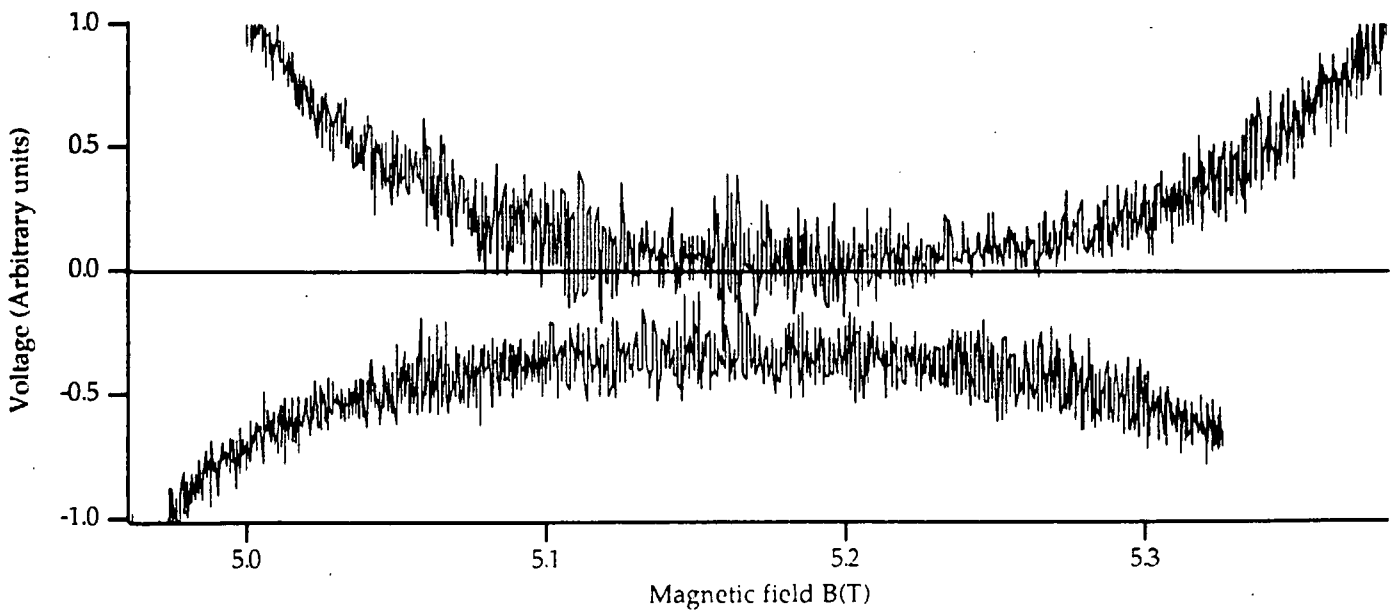
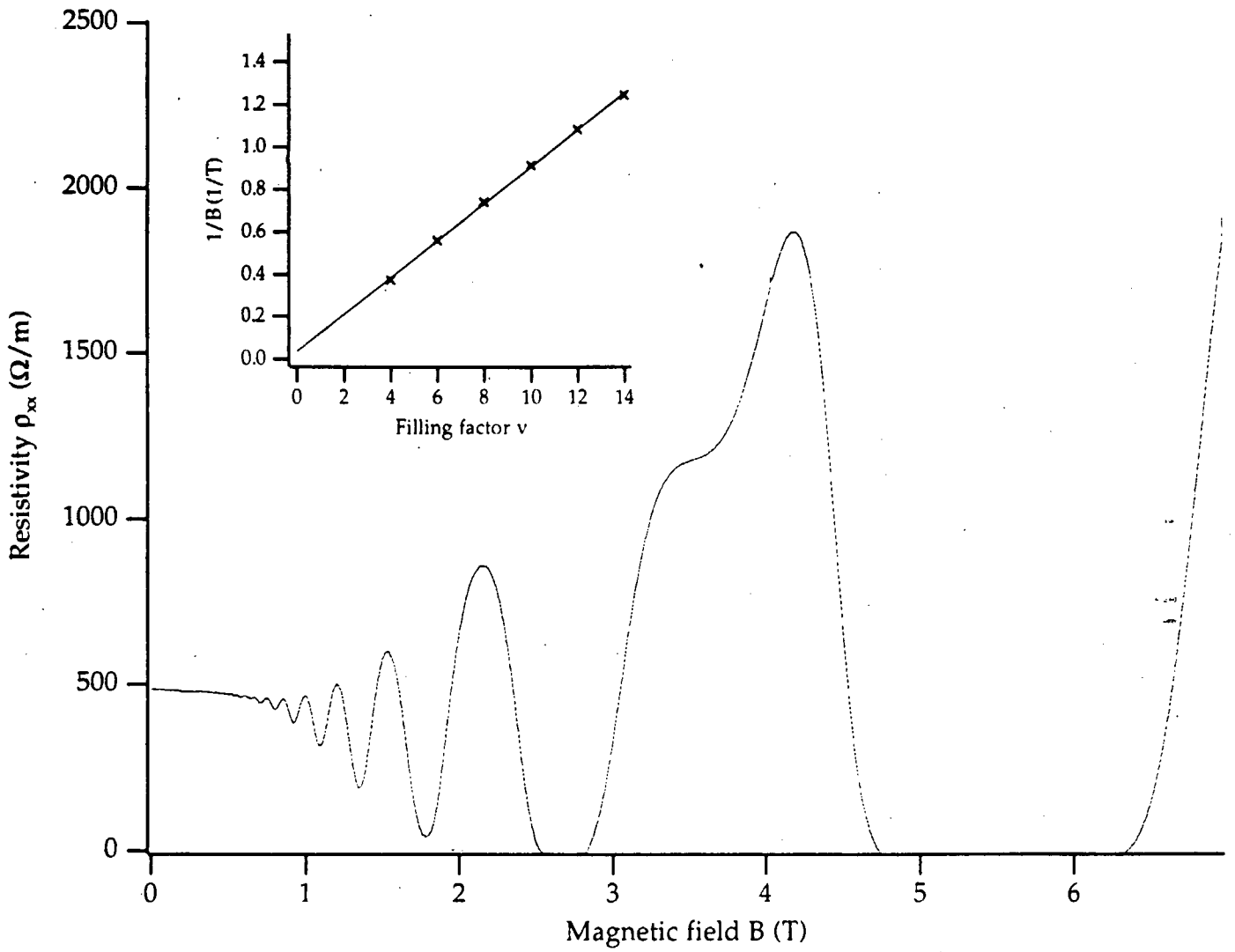
# AS1.5

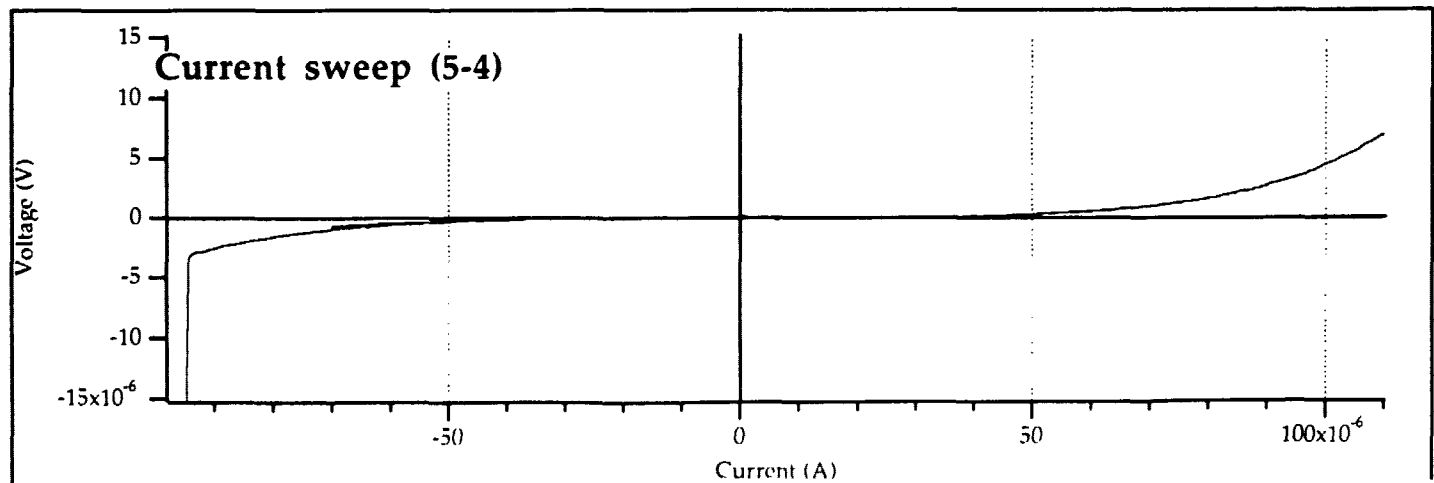
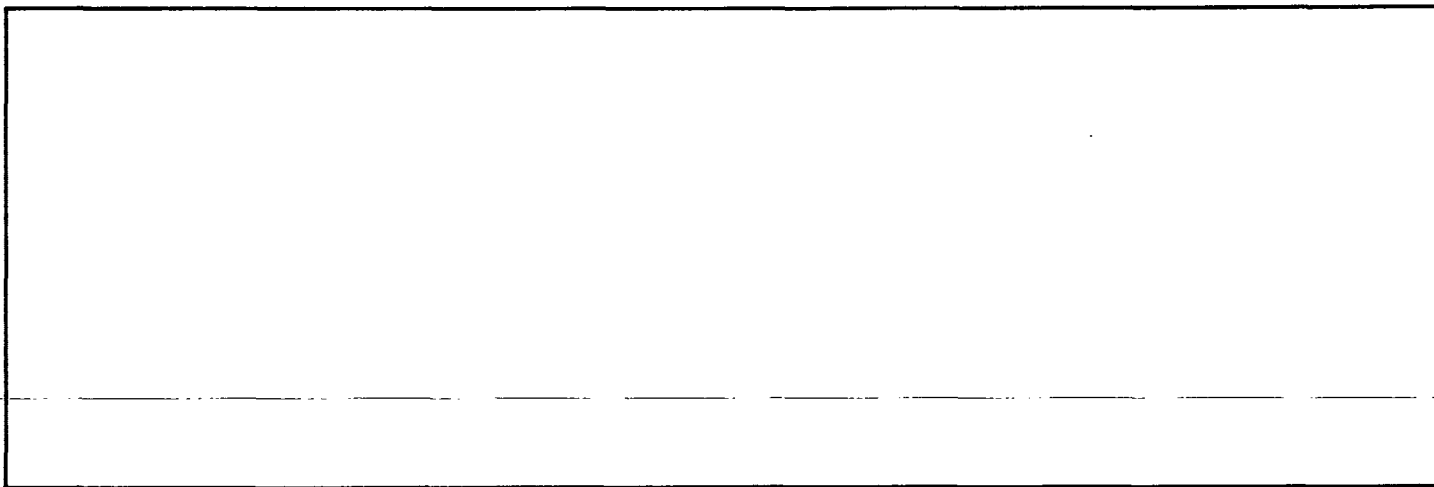
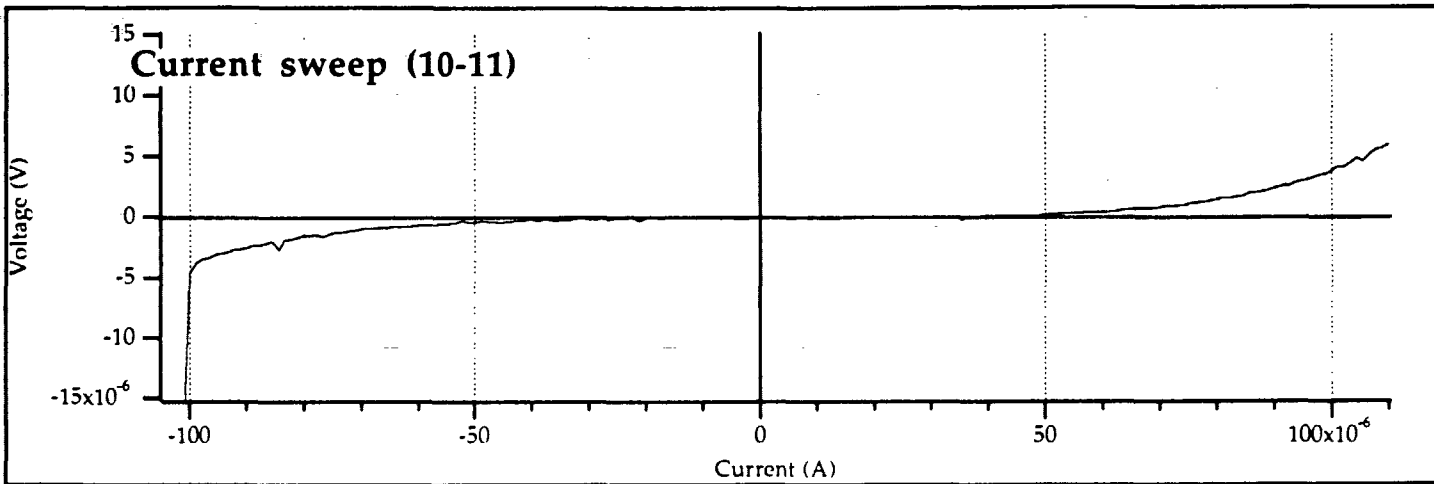
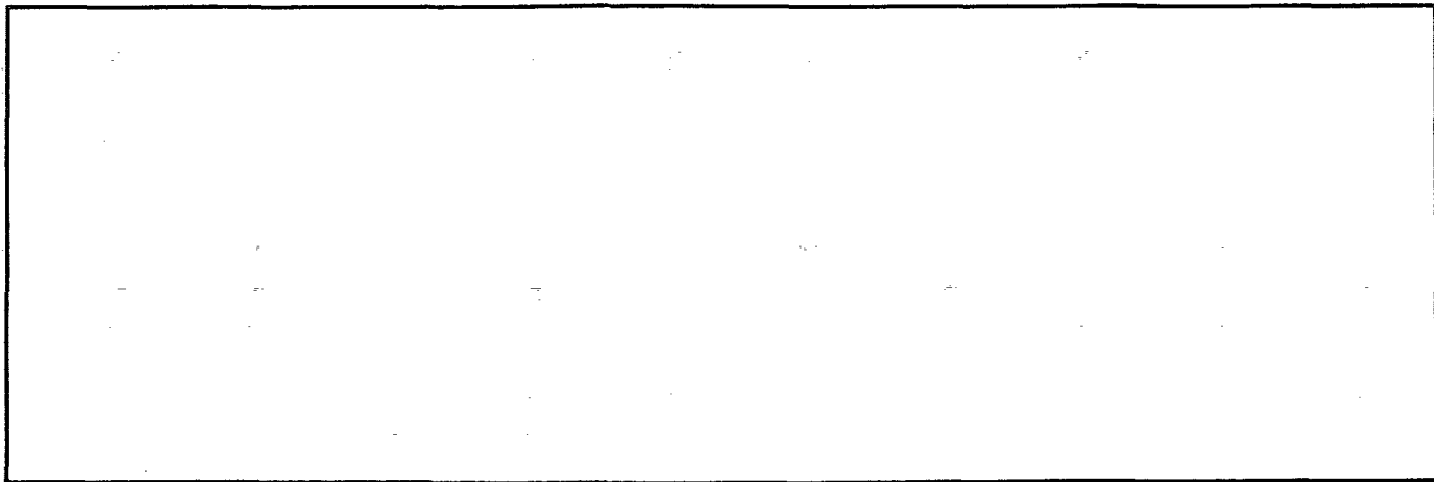


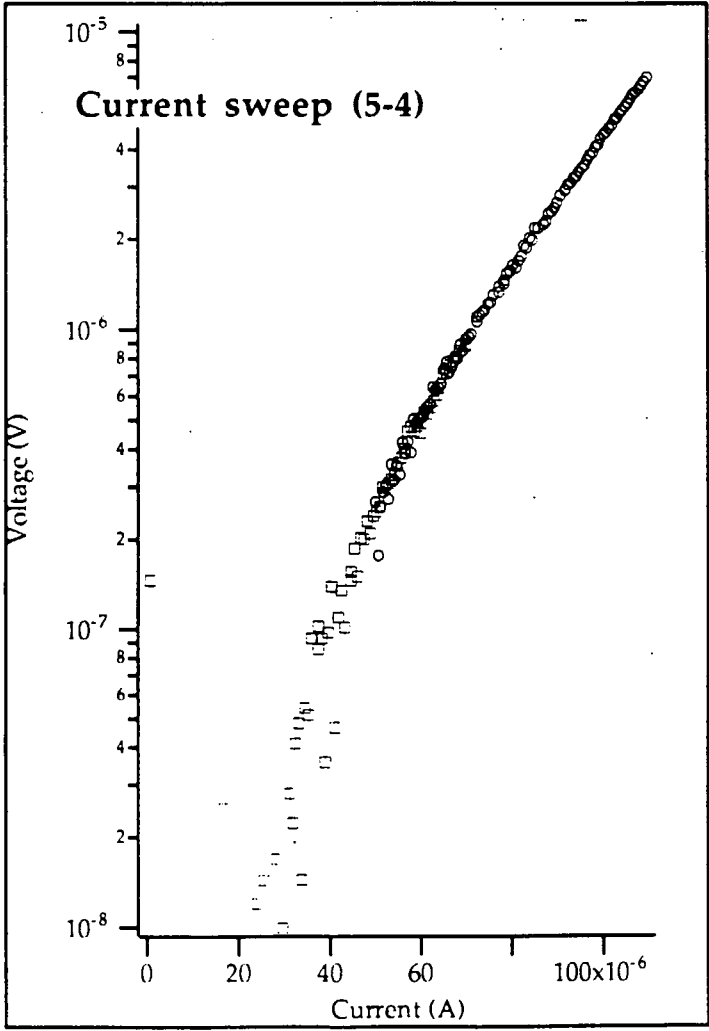
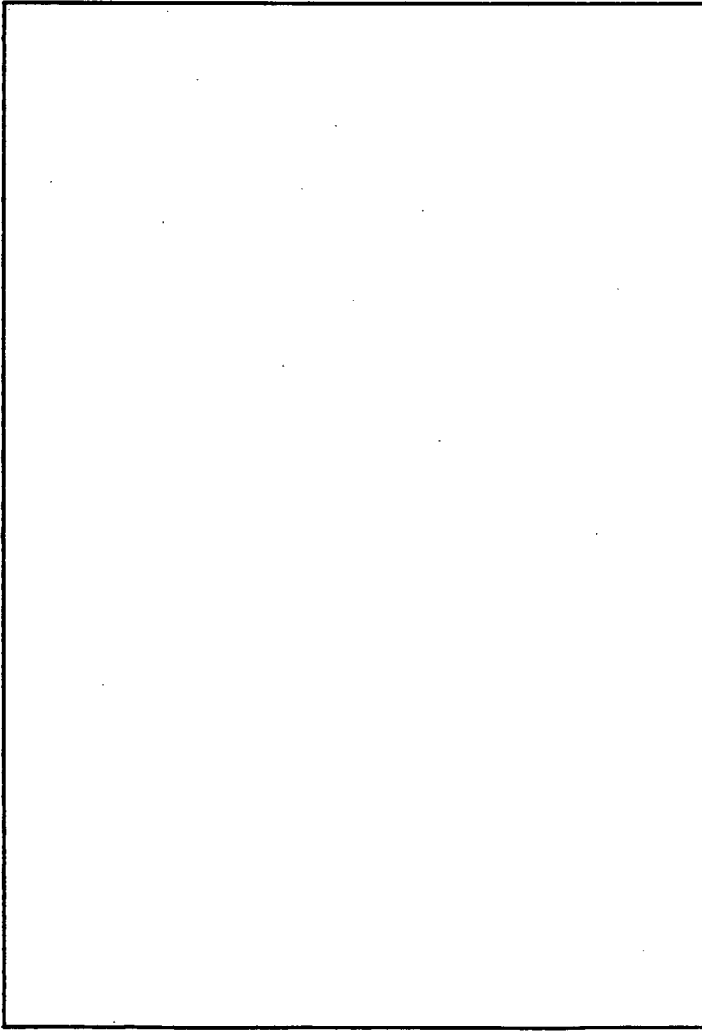
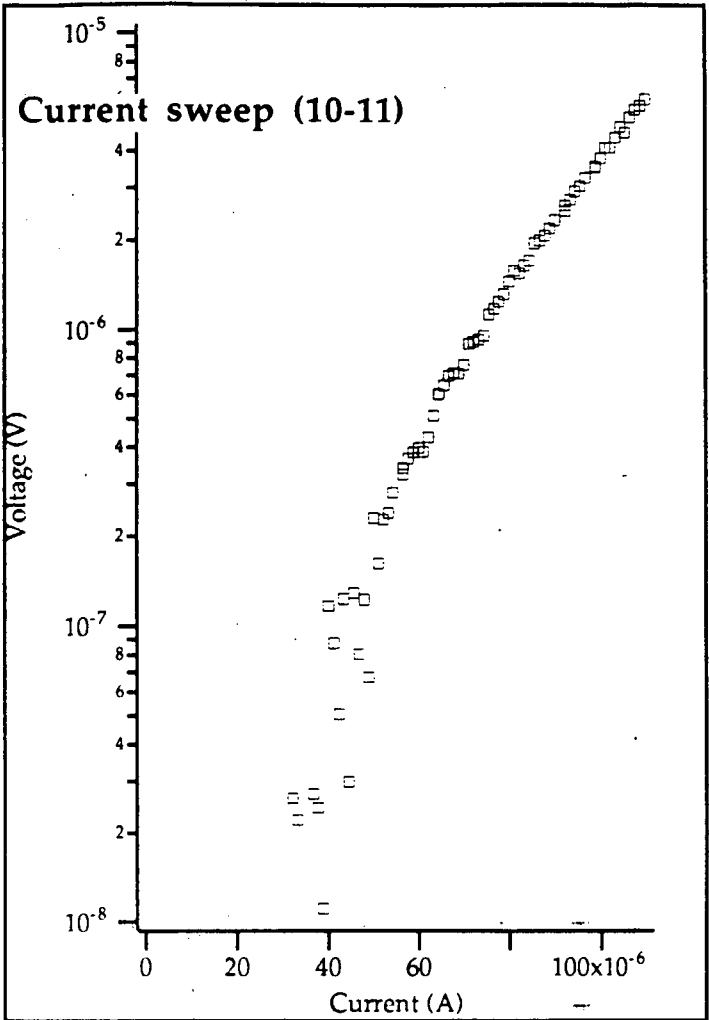
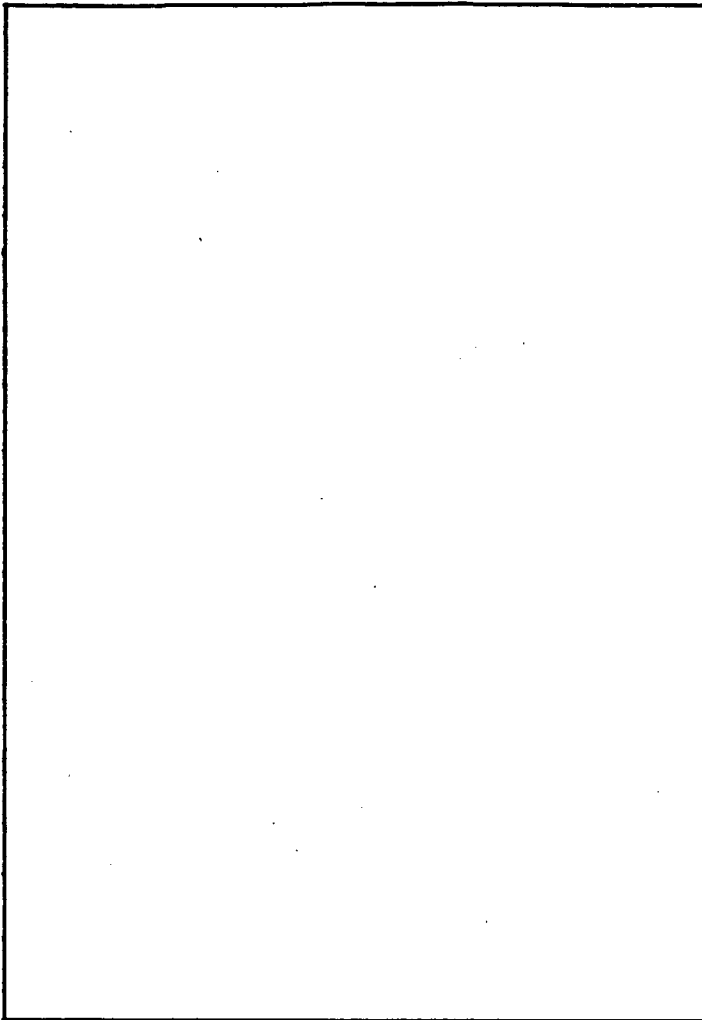




# AS2.0

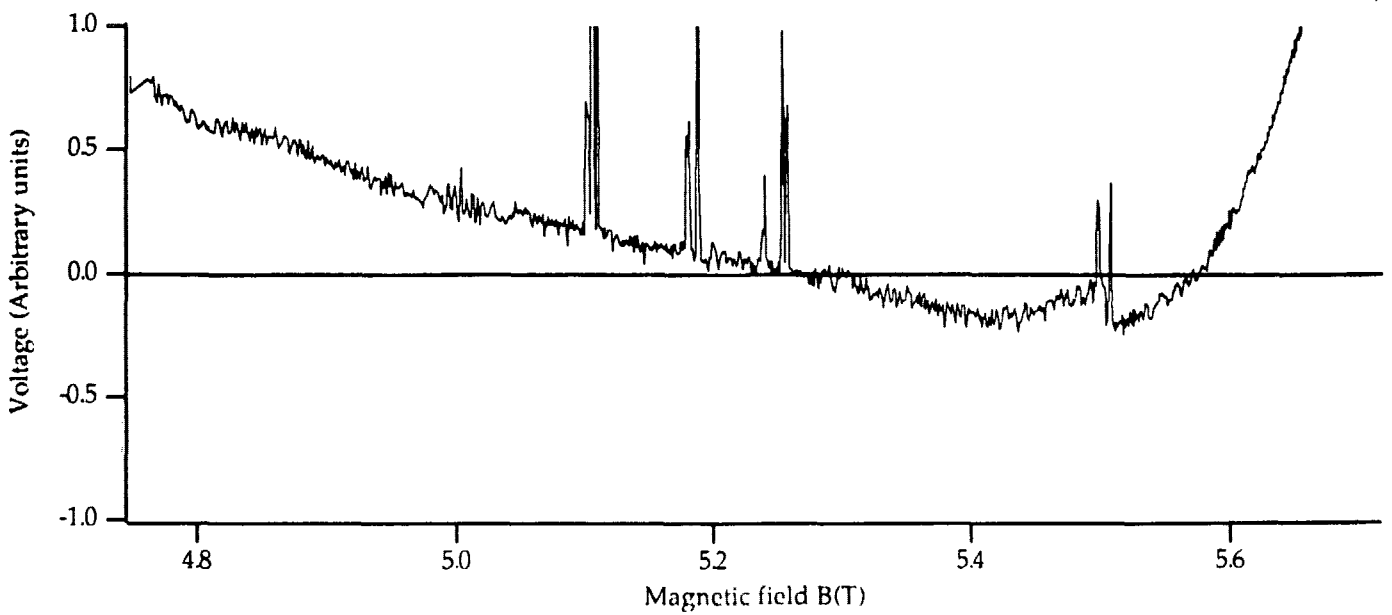
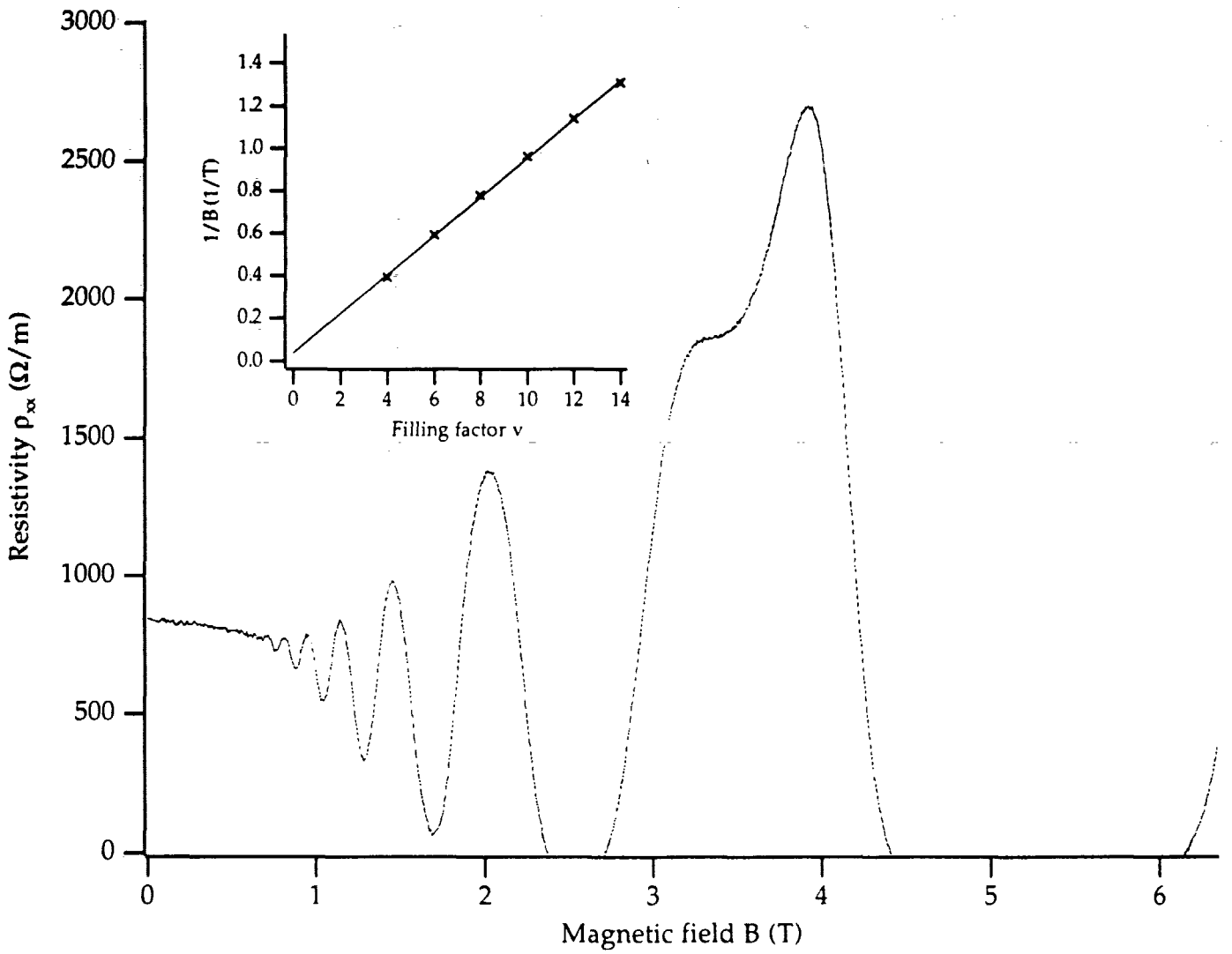


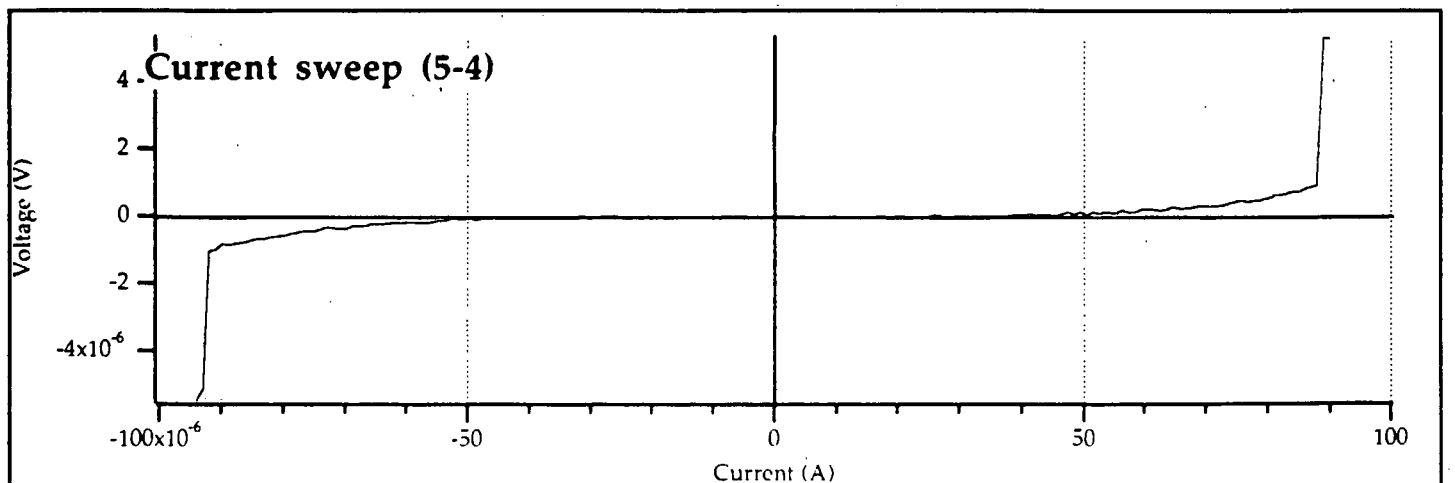
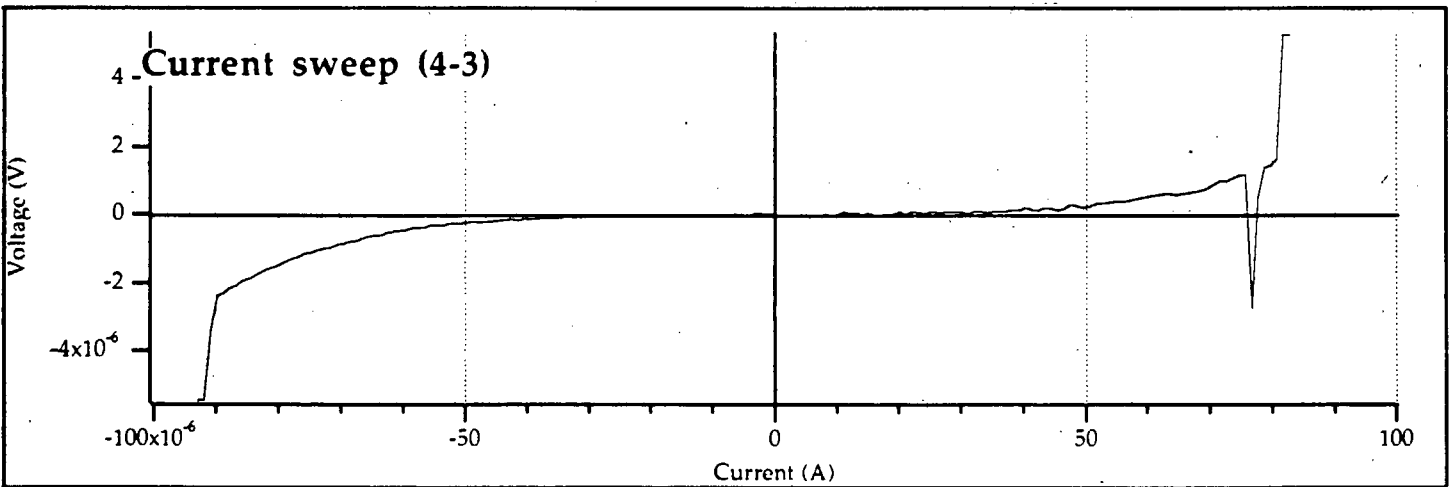
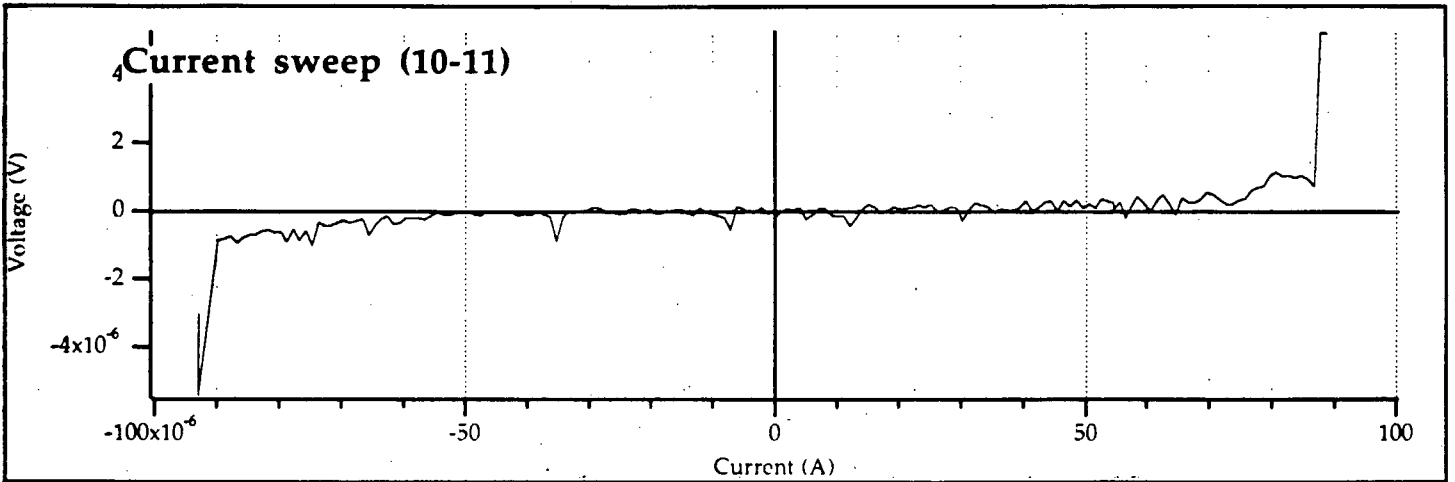
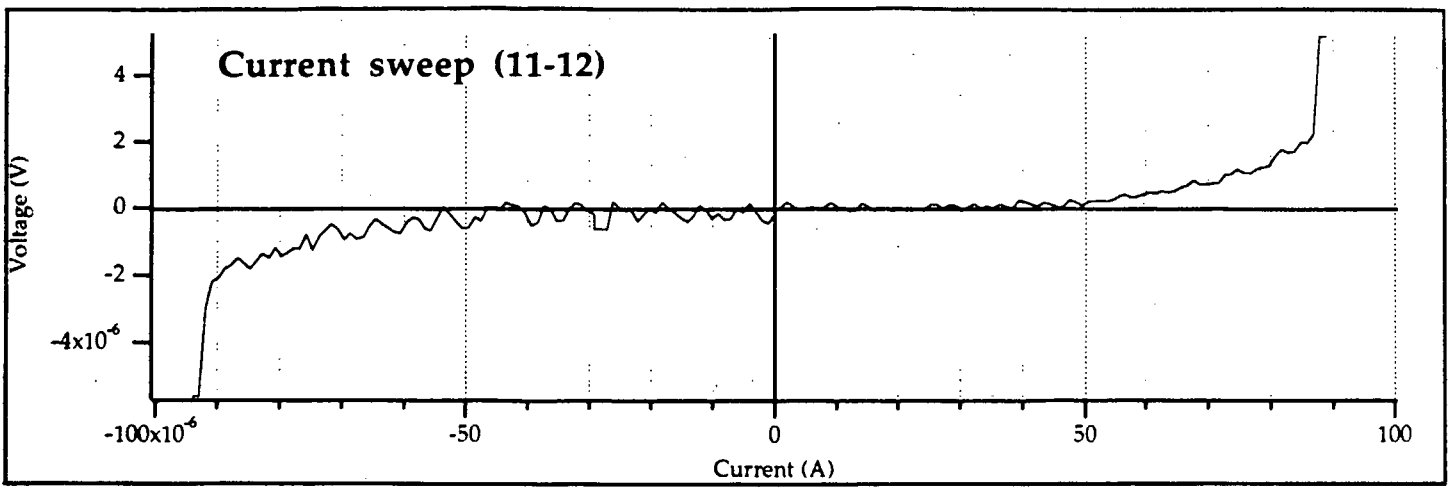


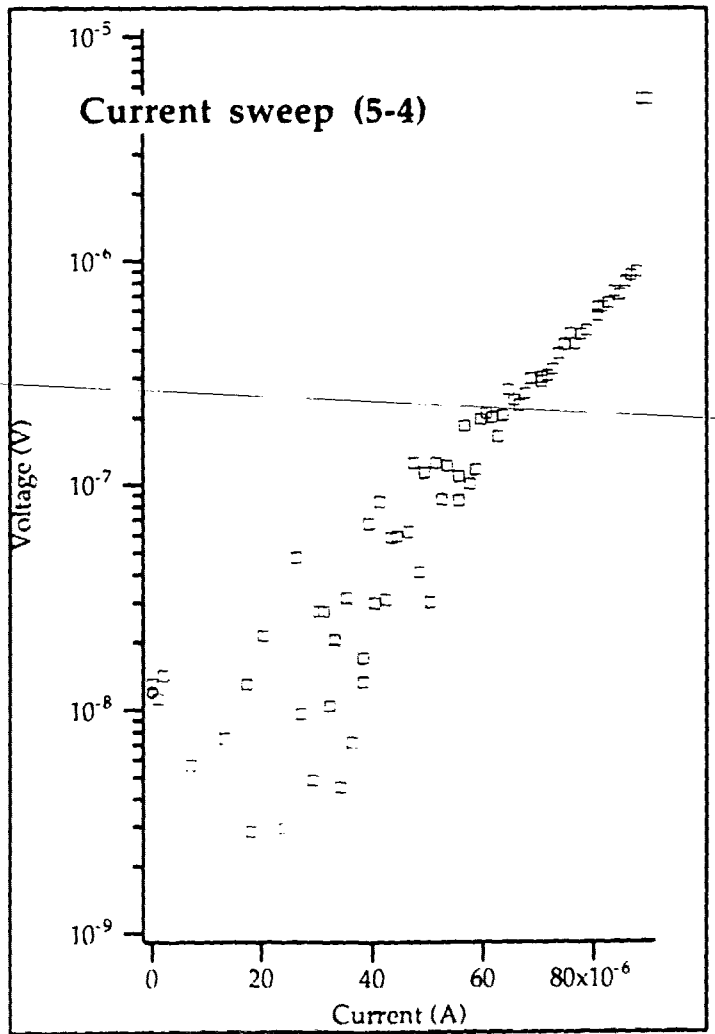
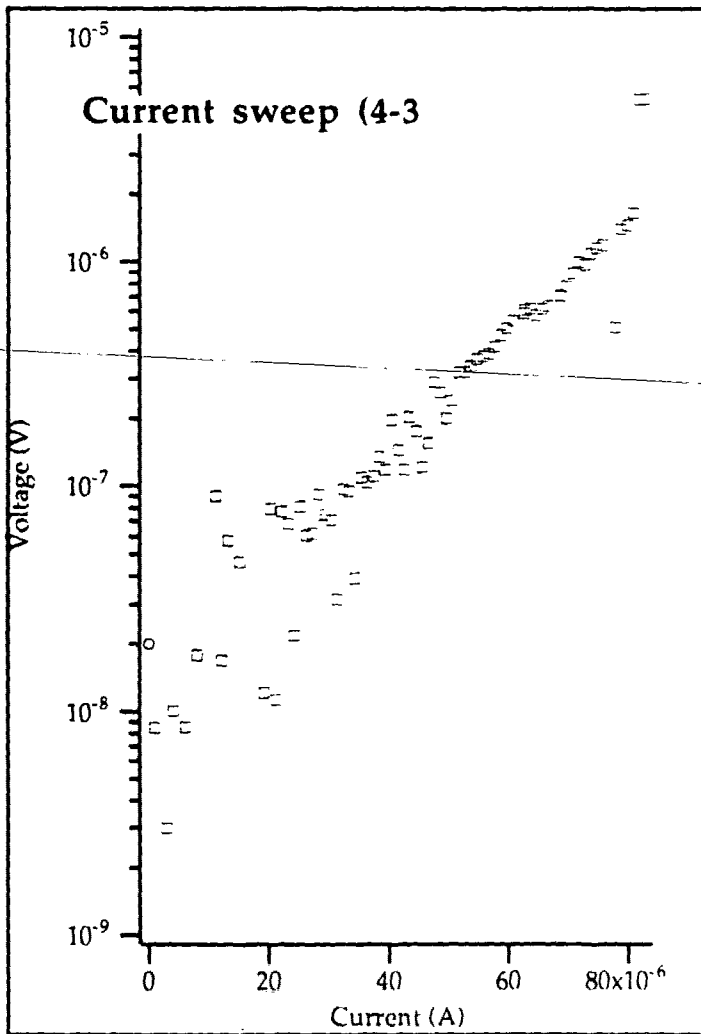
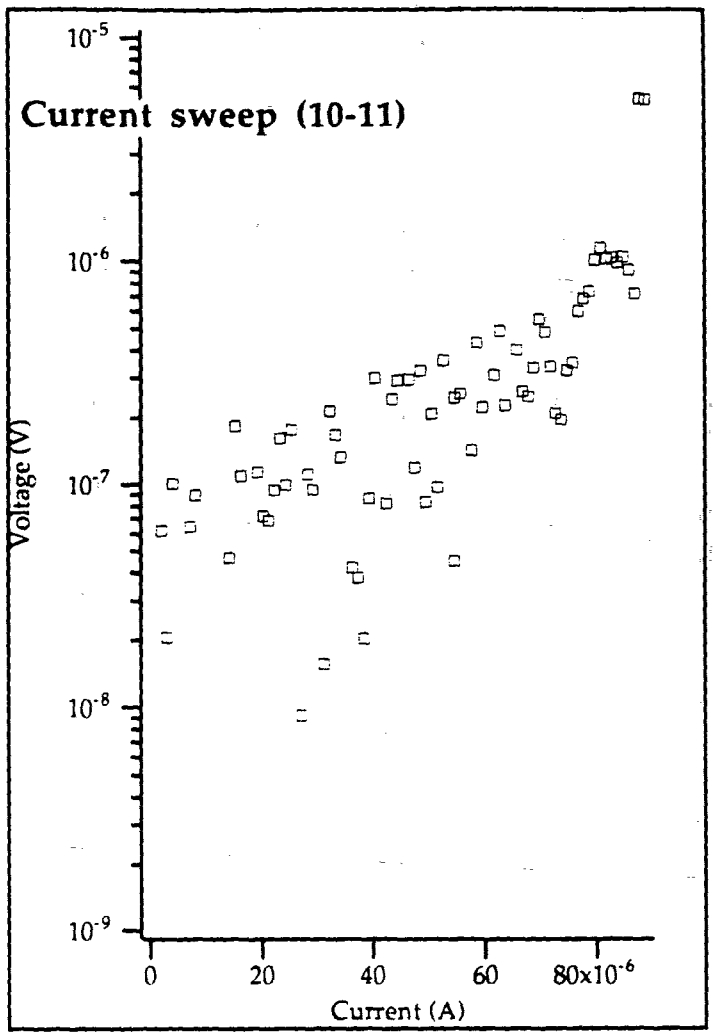
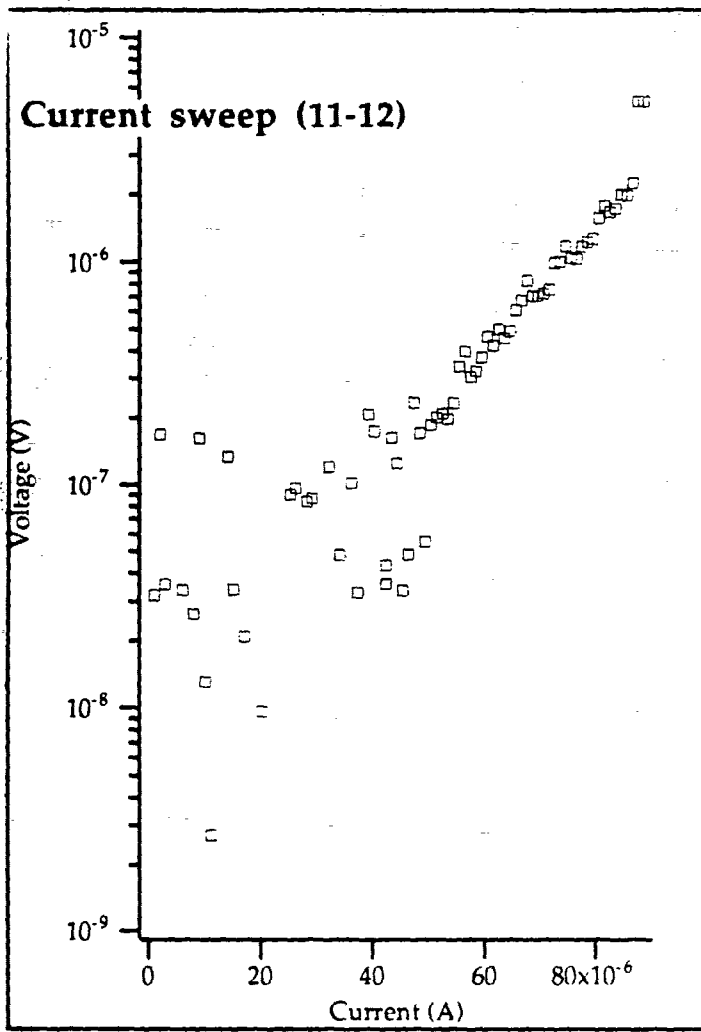




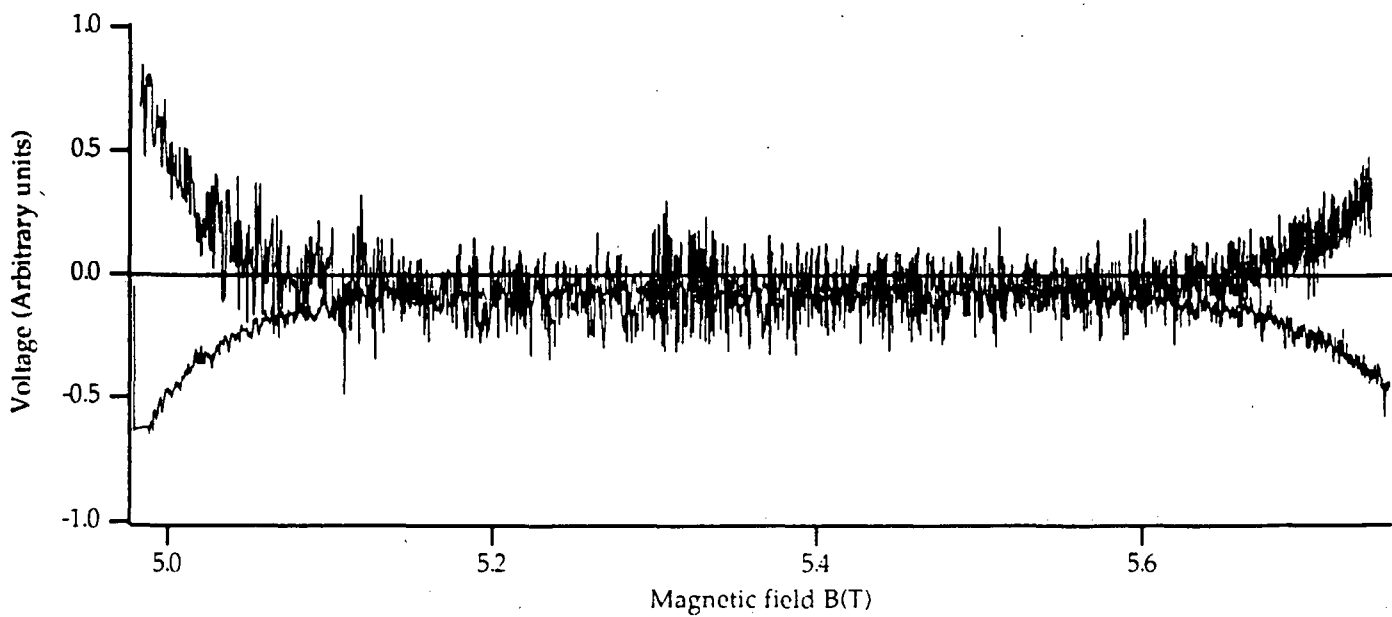
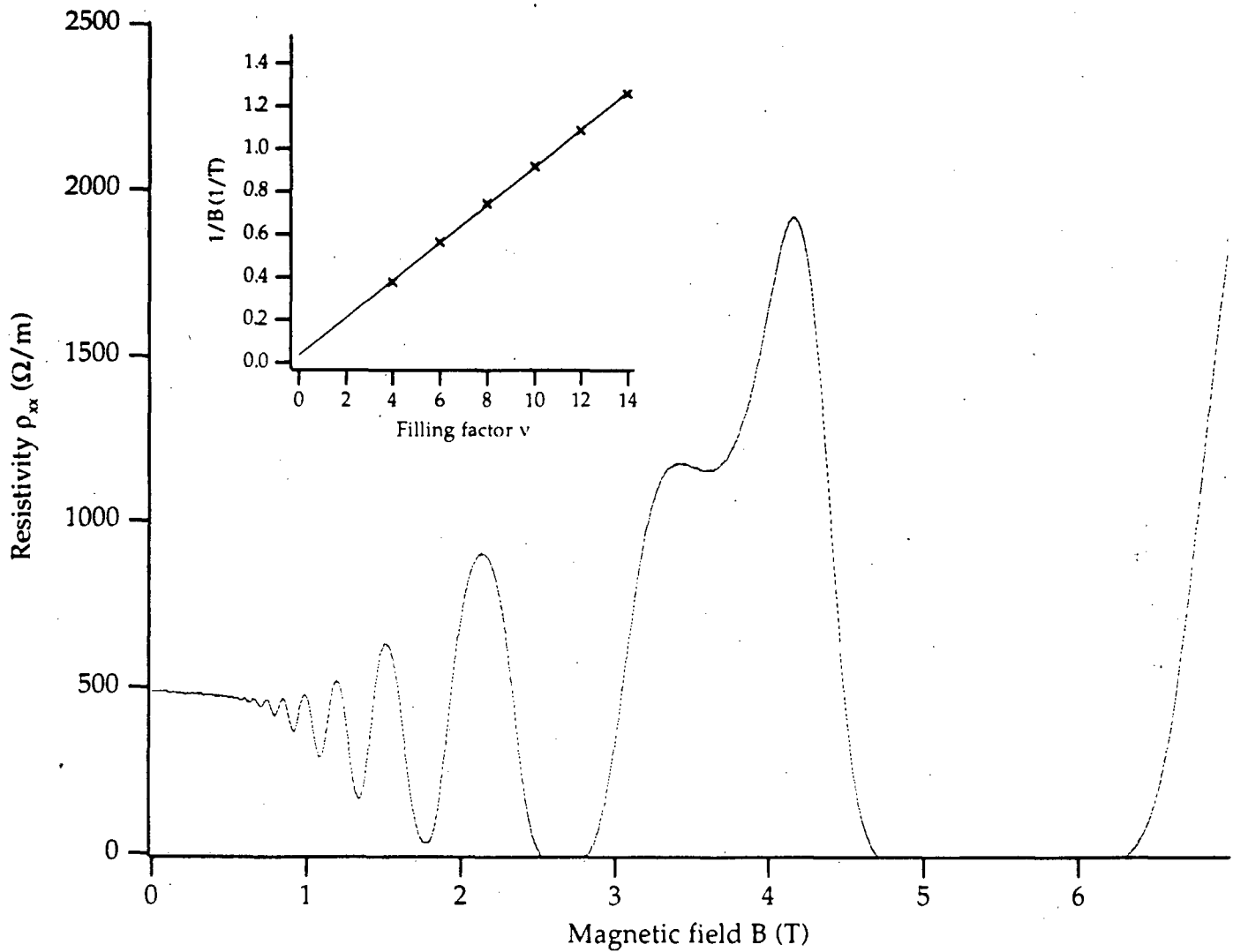
# BS2.0

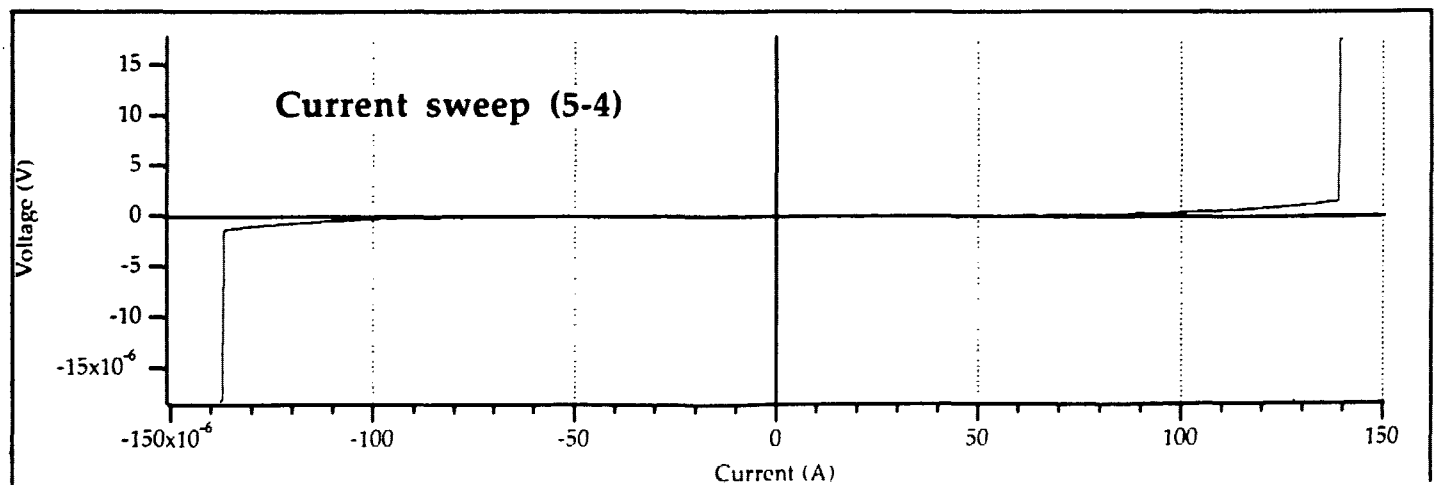
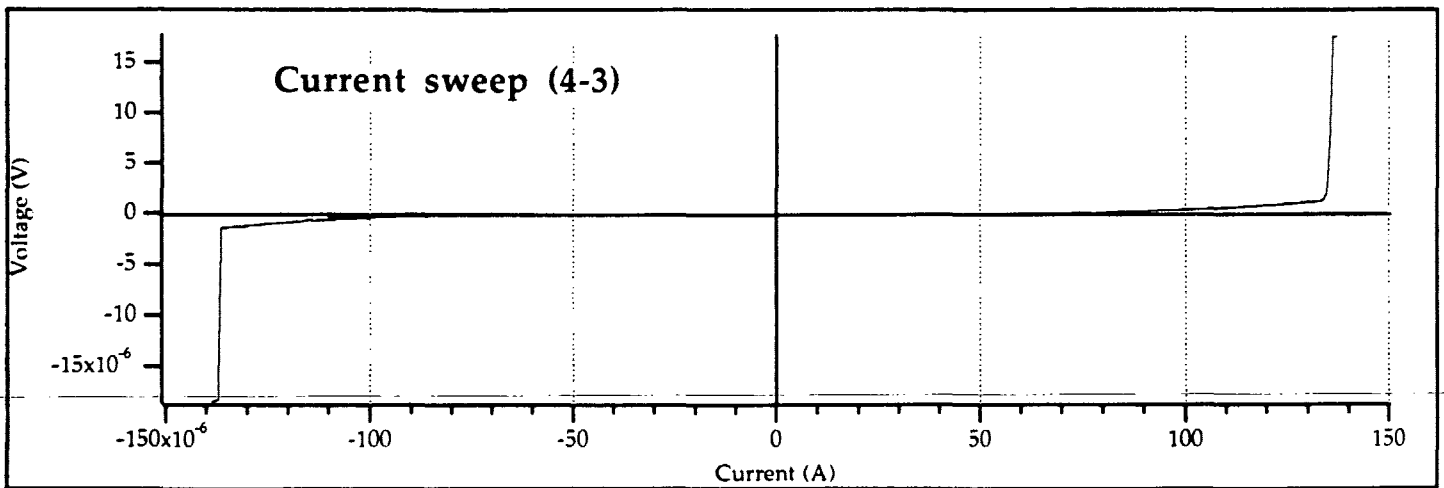
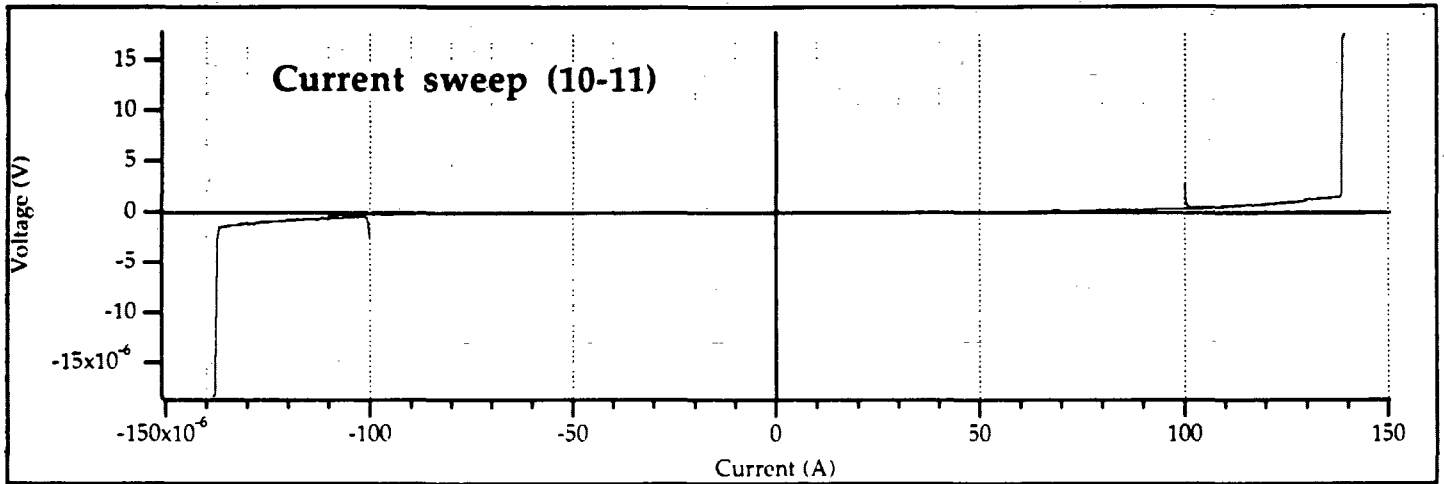
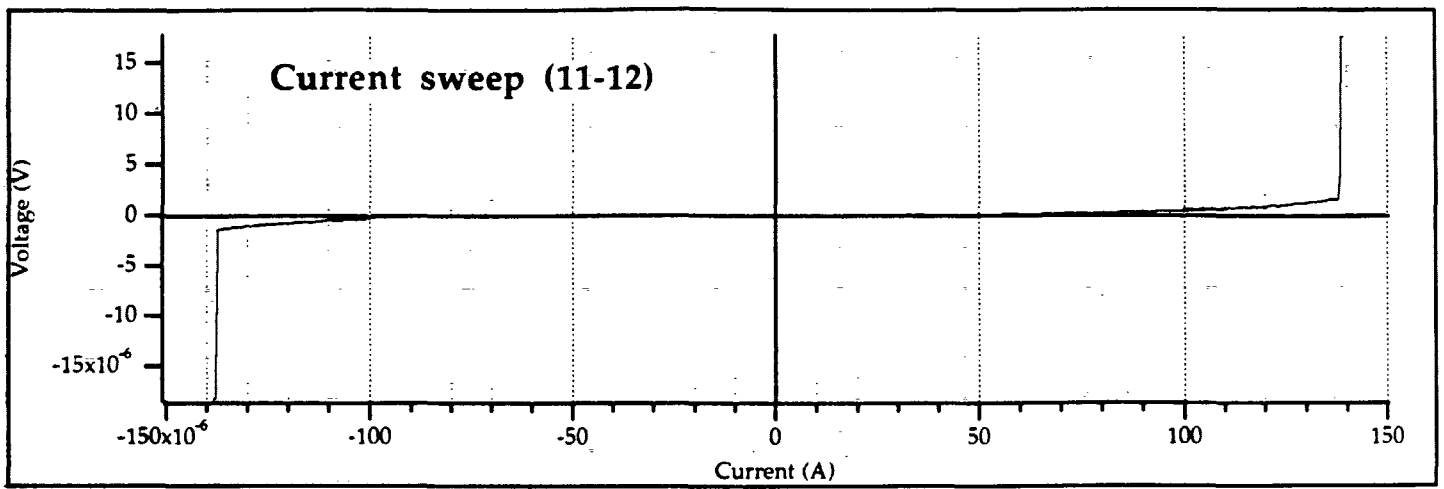


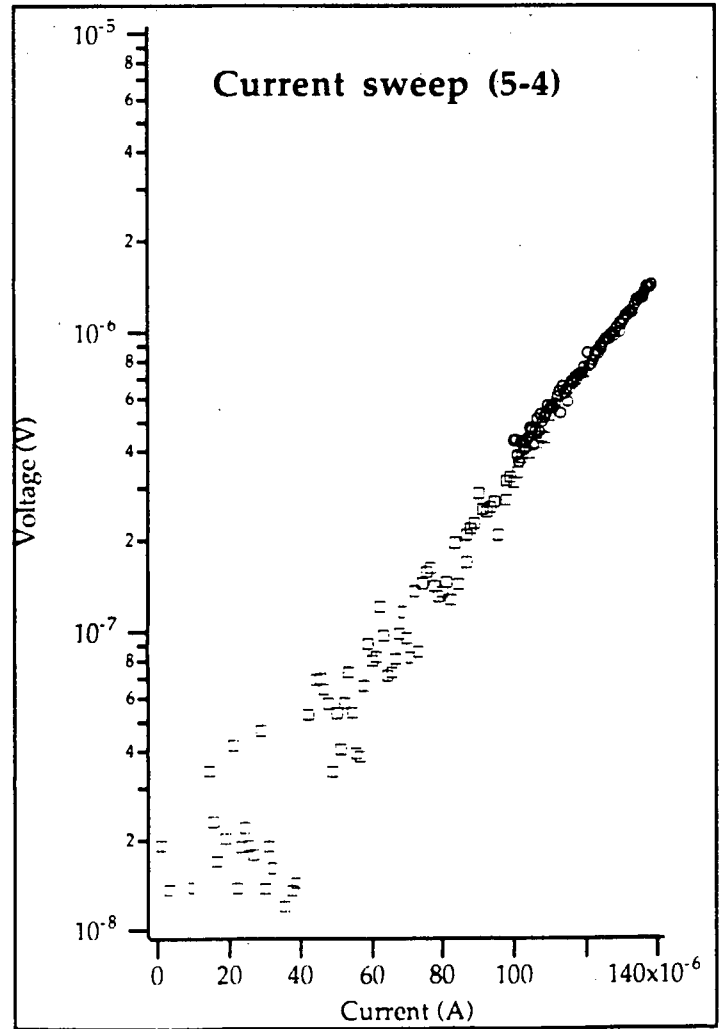
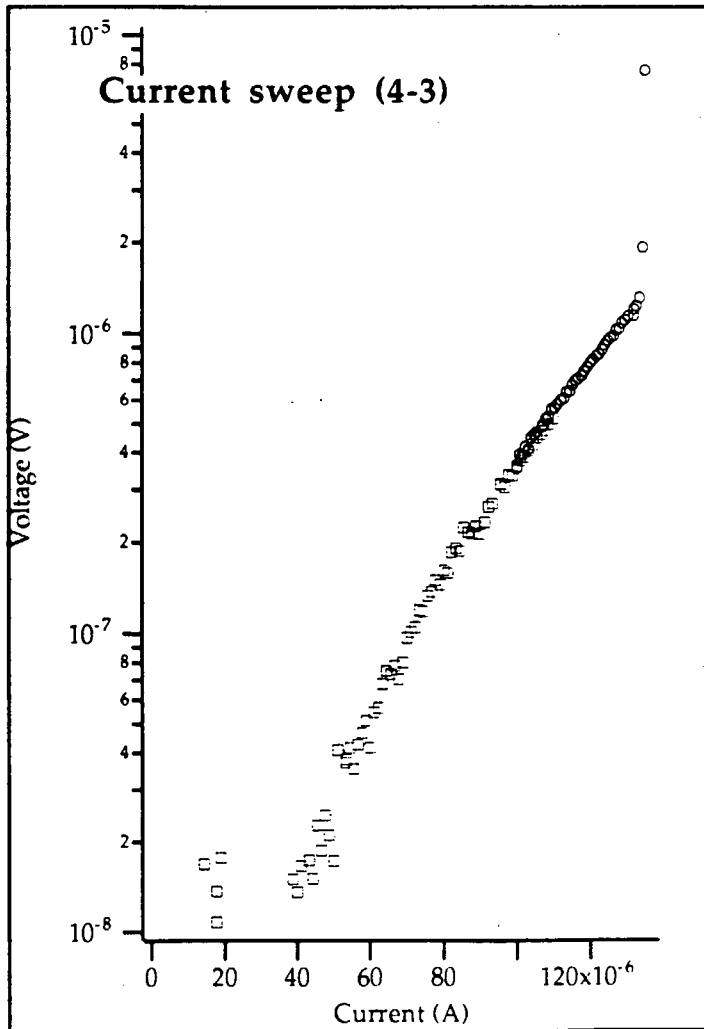
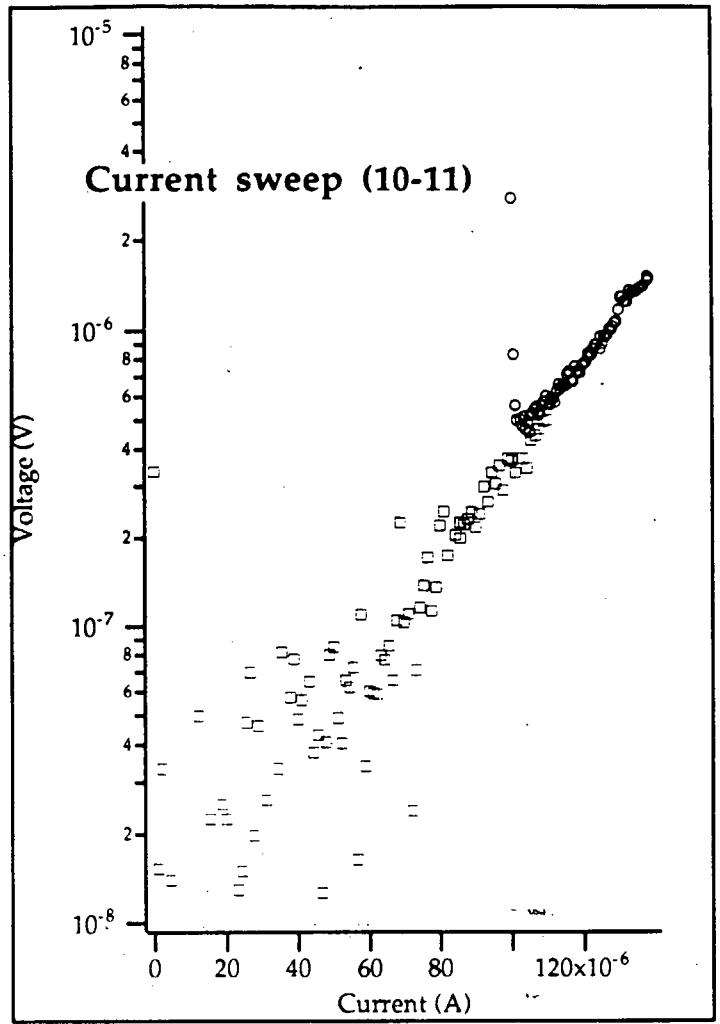
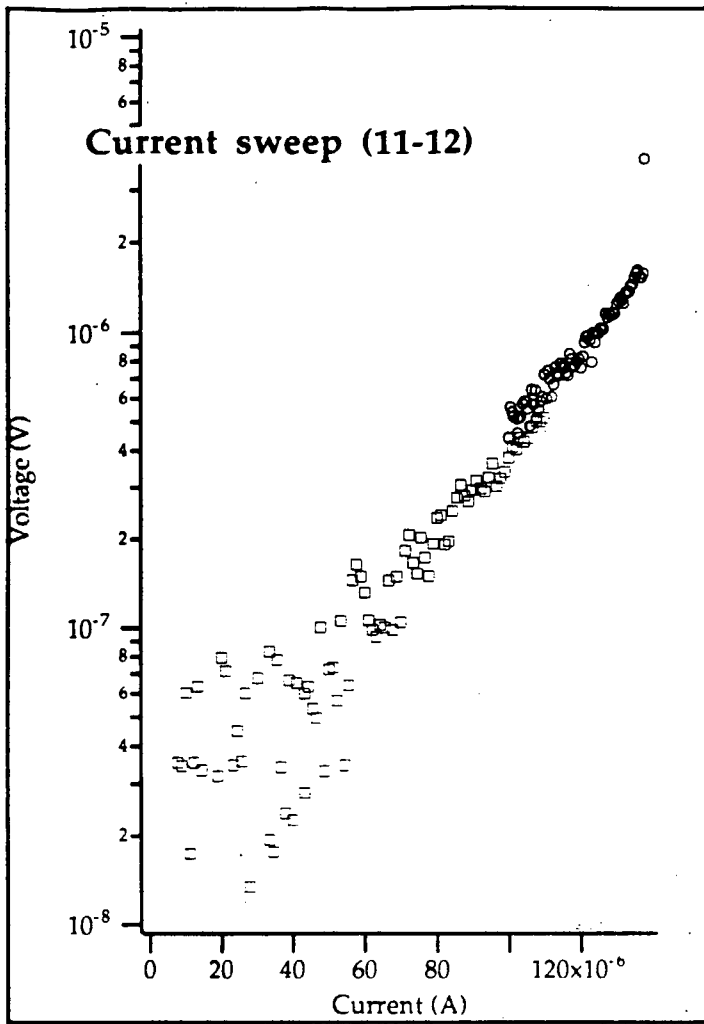




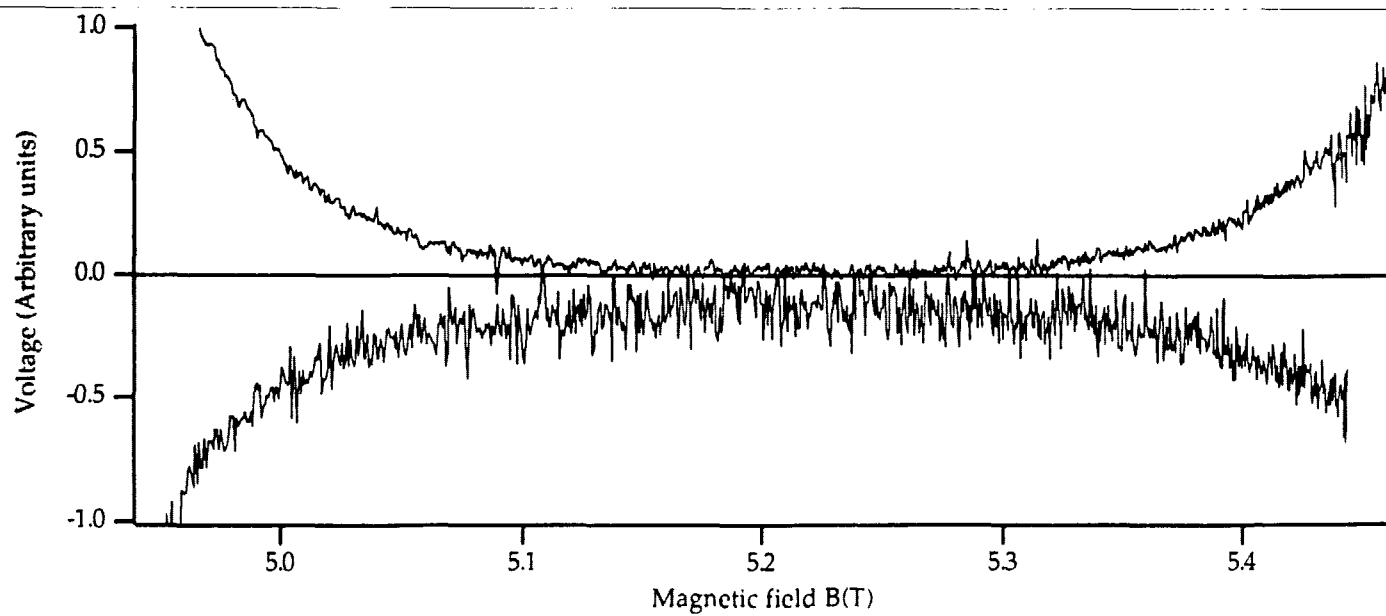
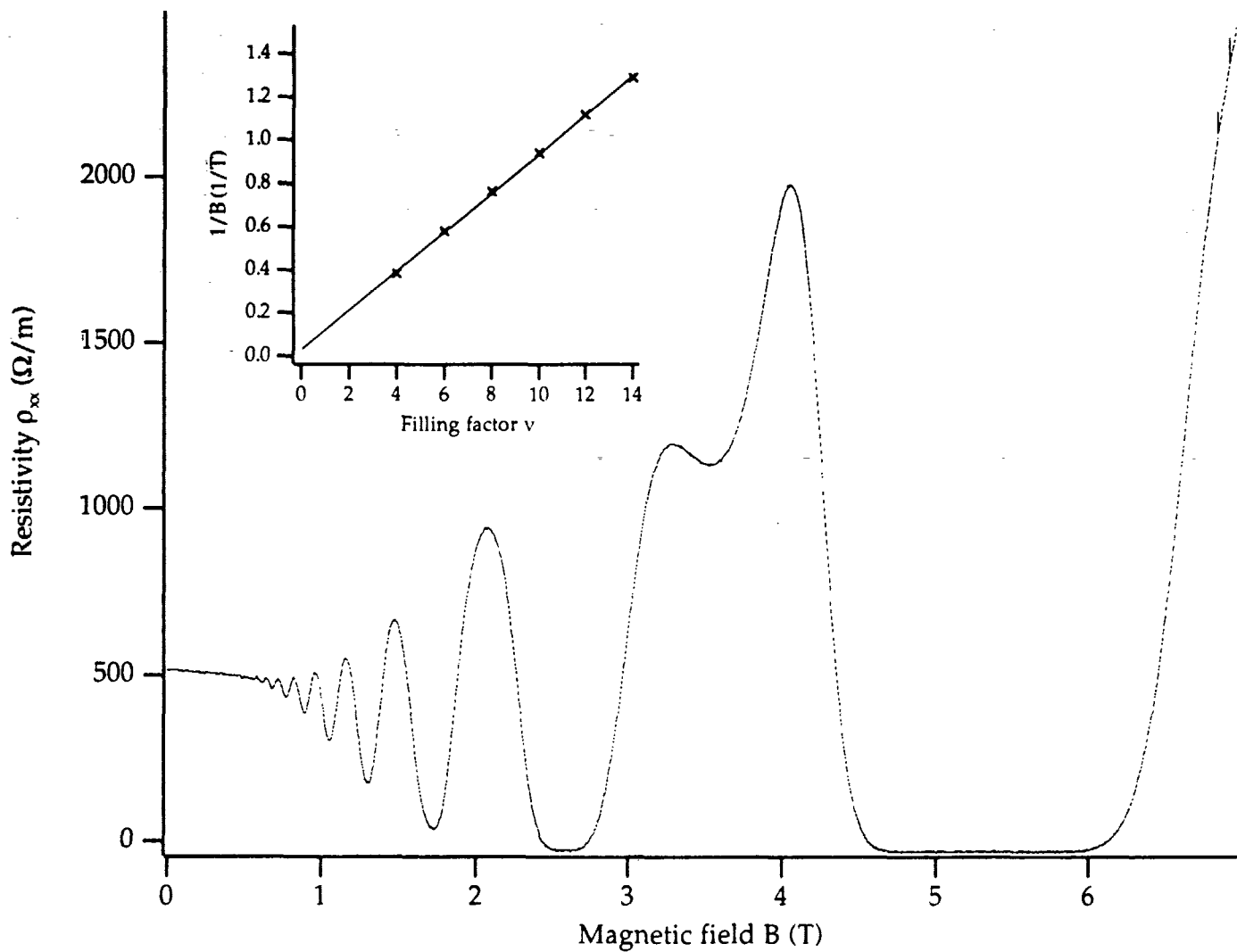
# BS3.0

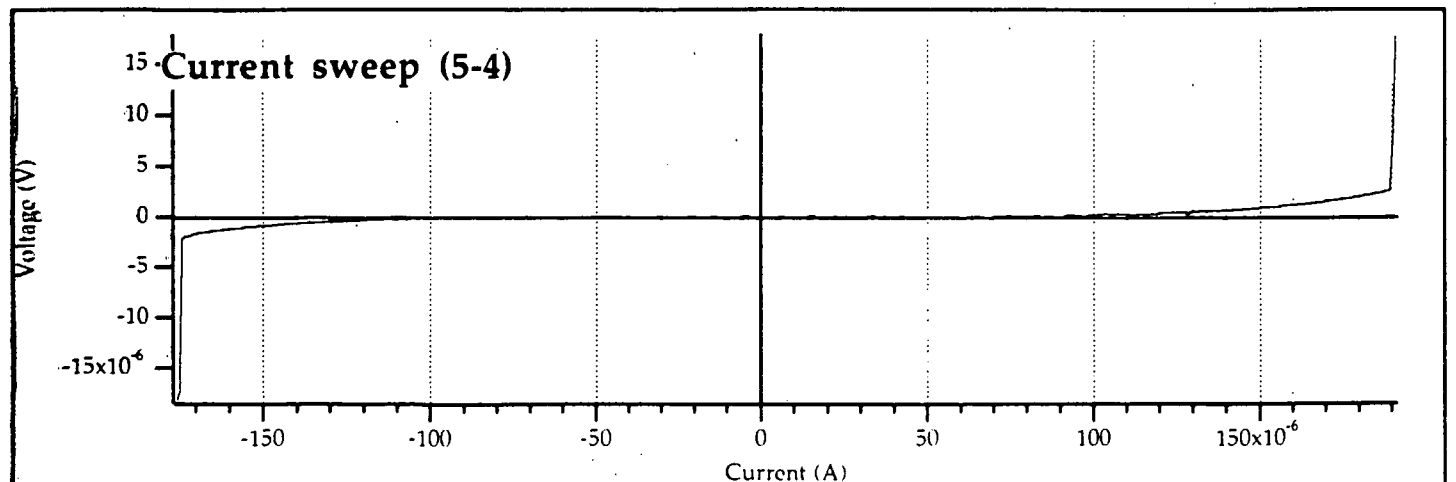
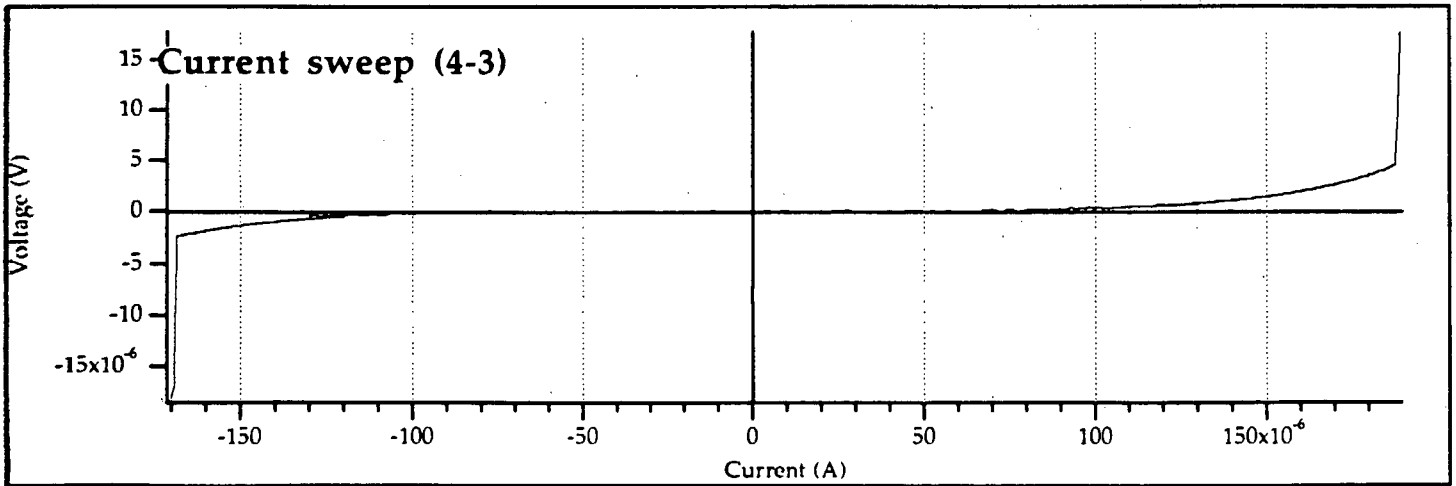
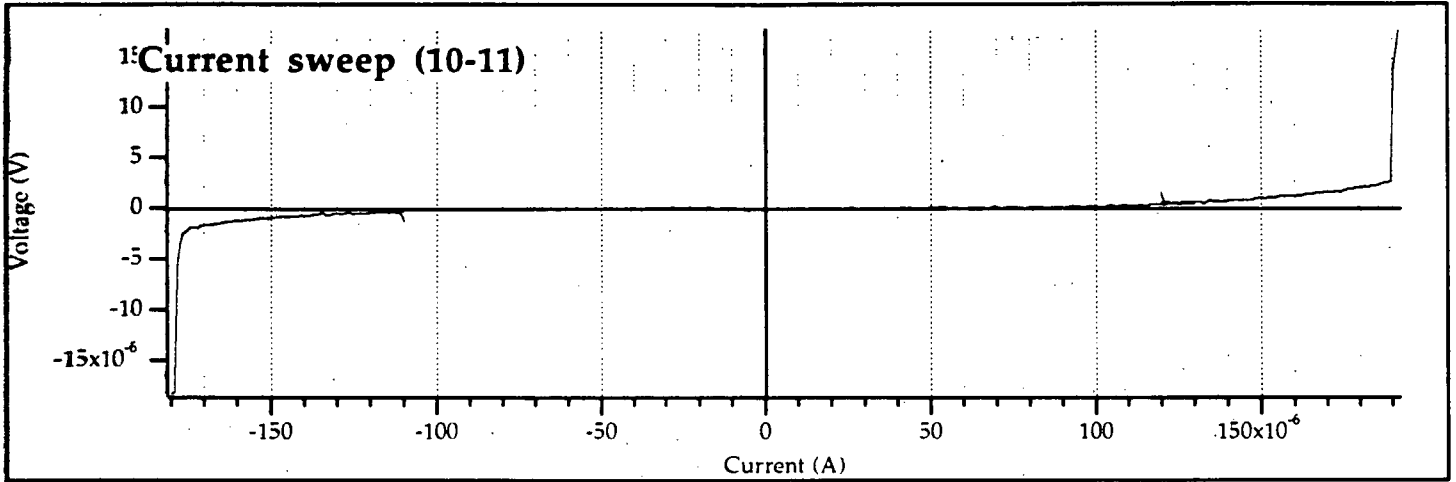
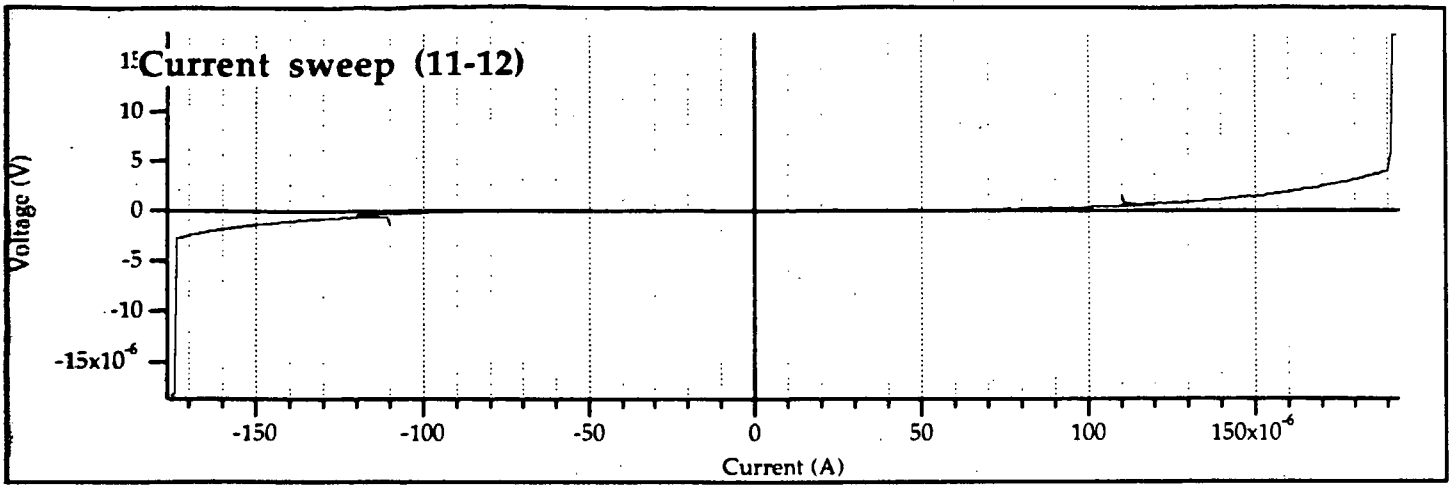




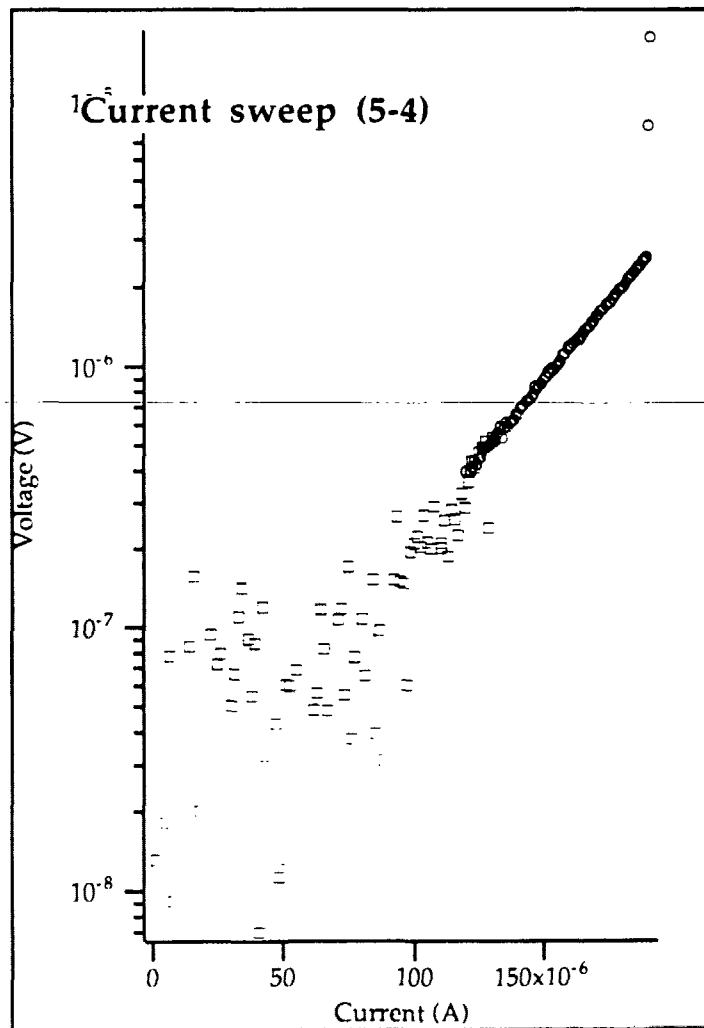
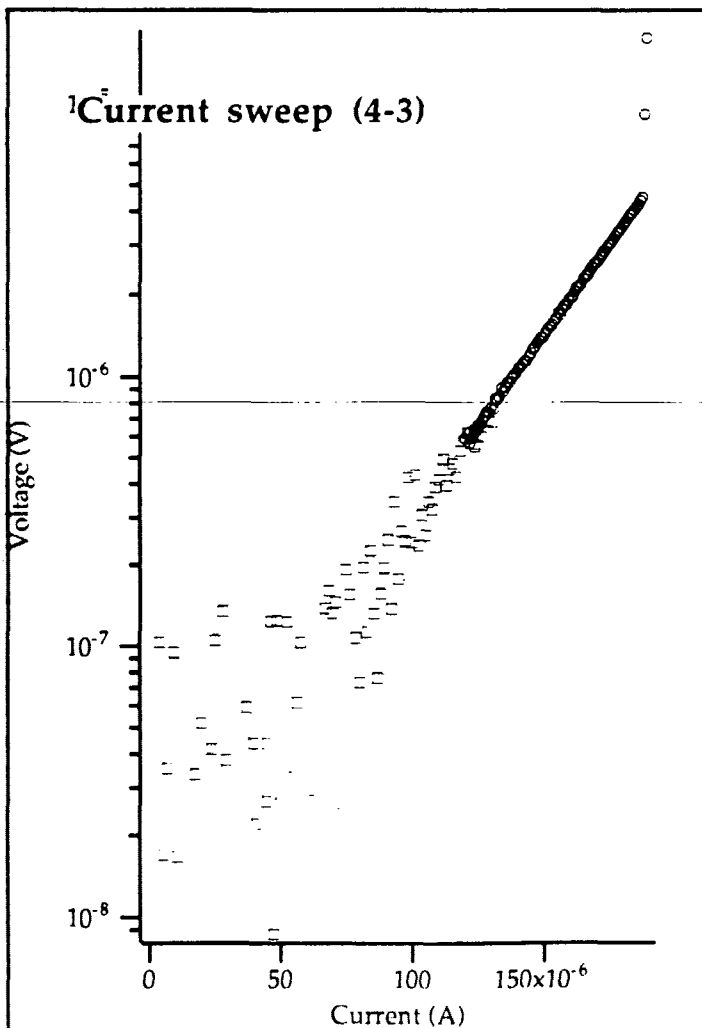
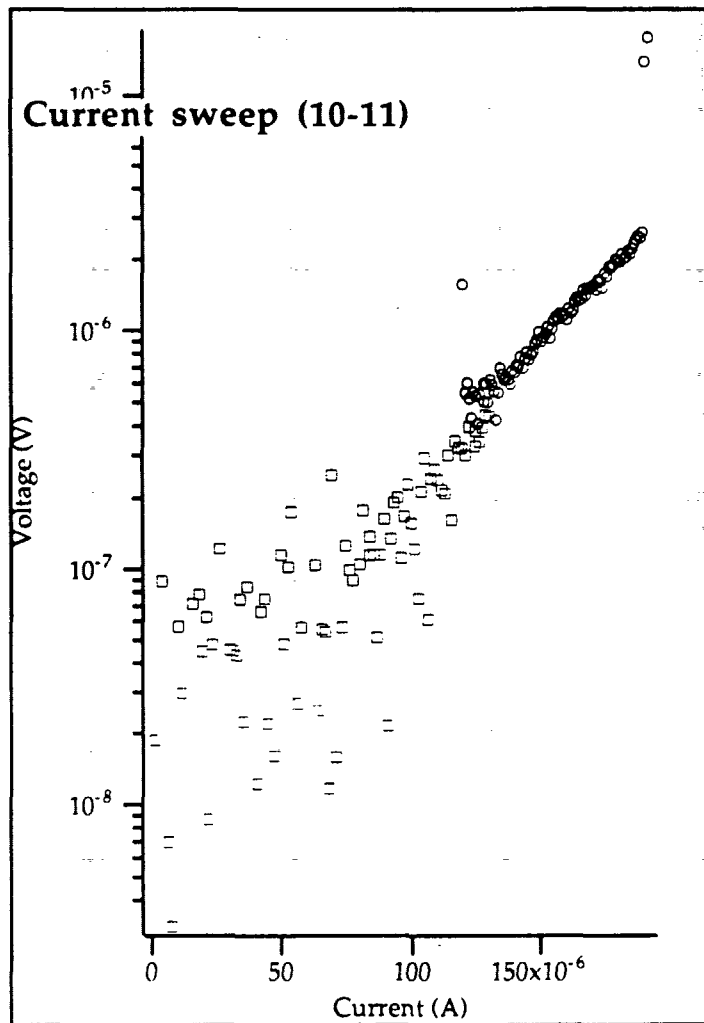
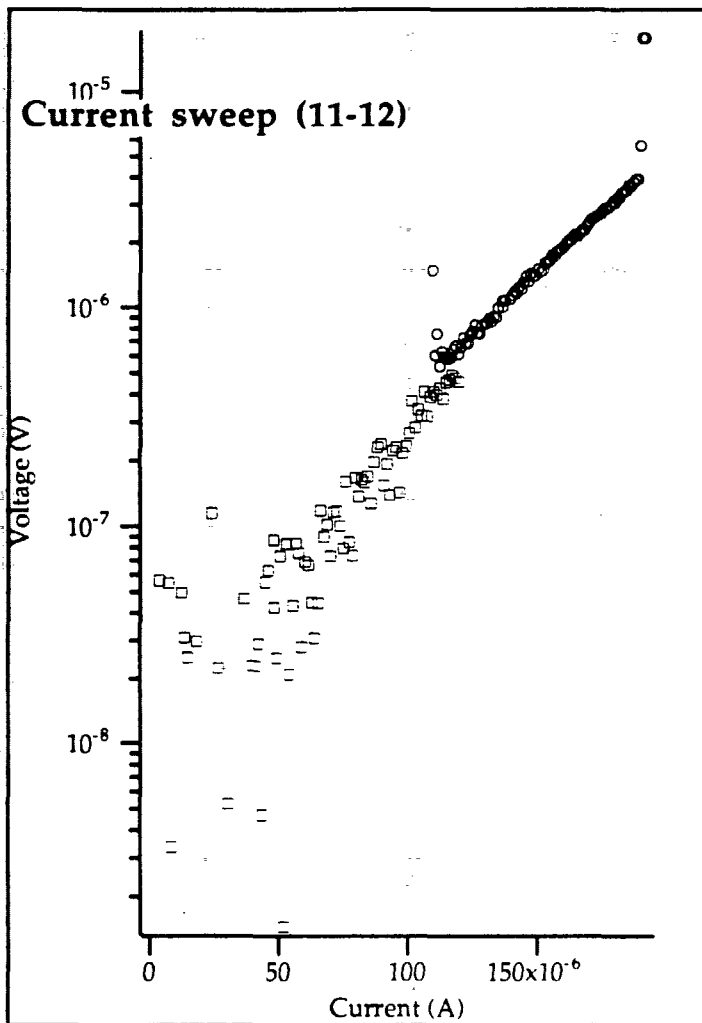


# BS4.0

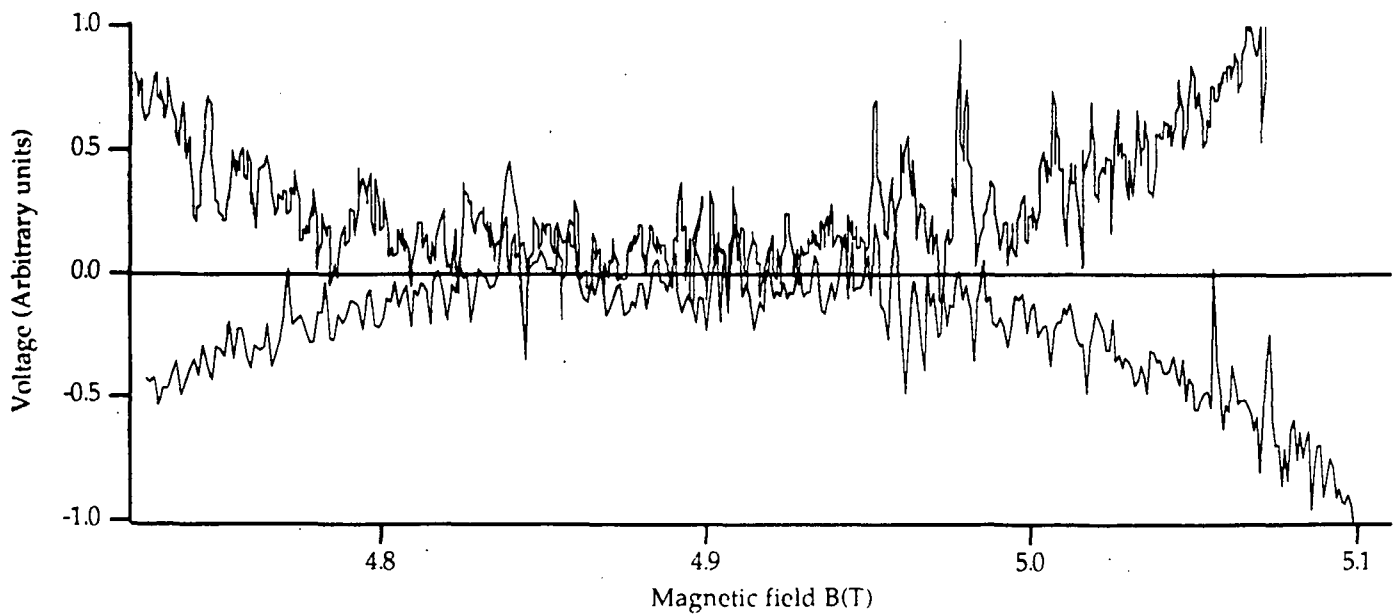
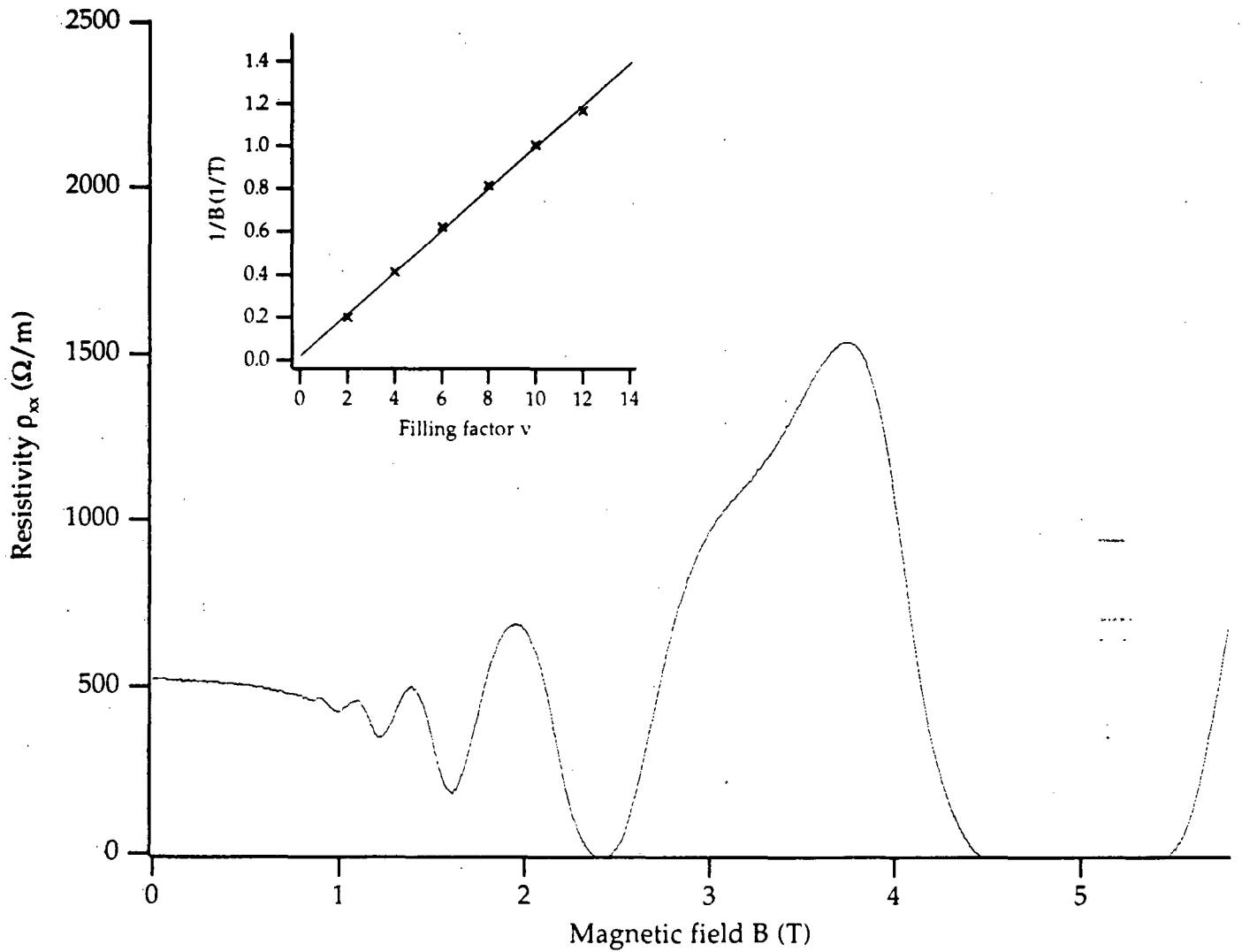


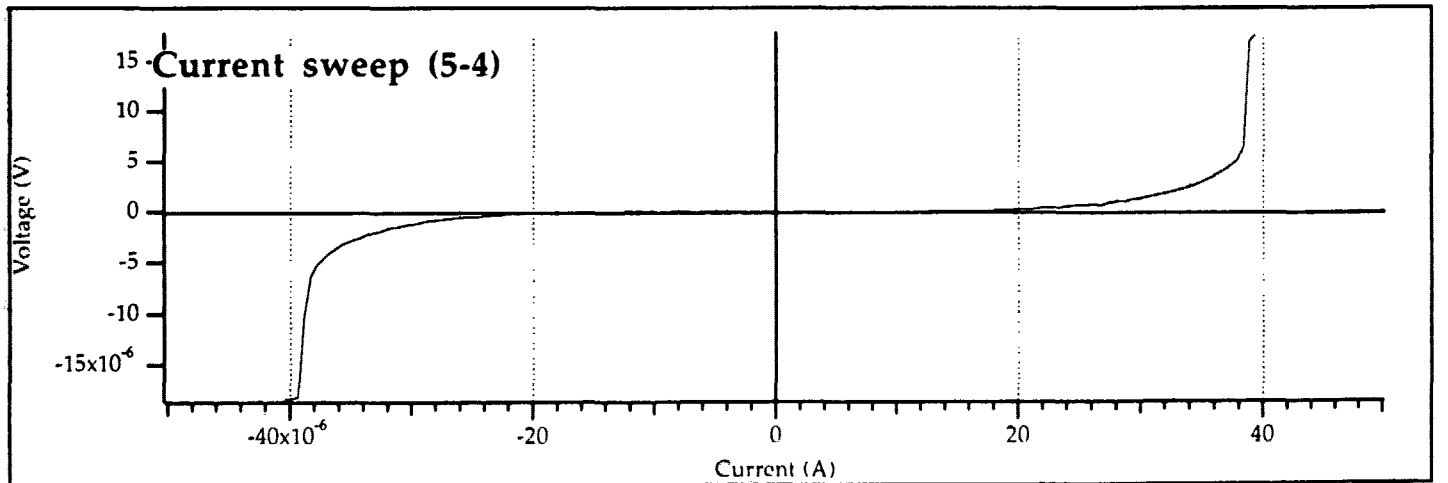
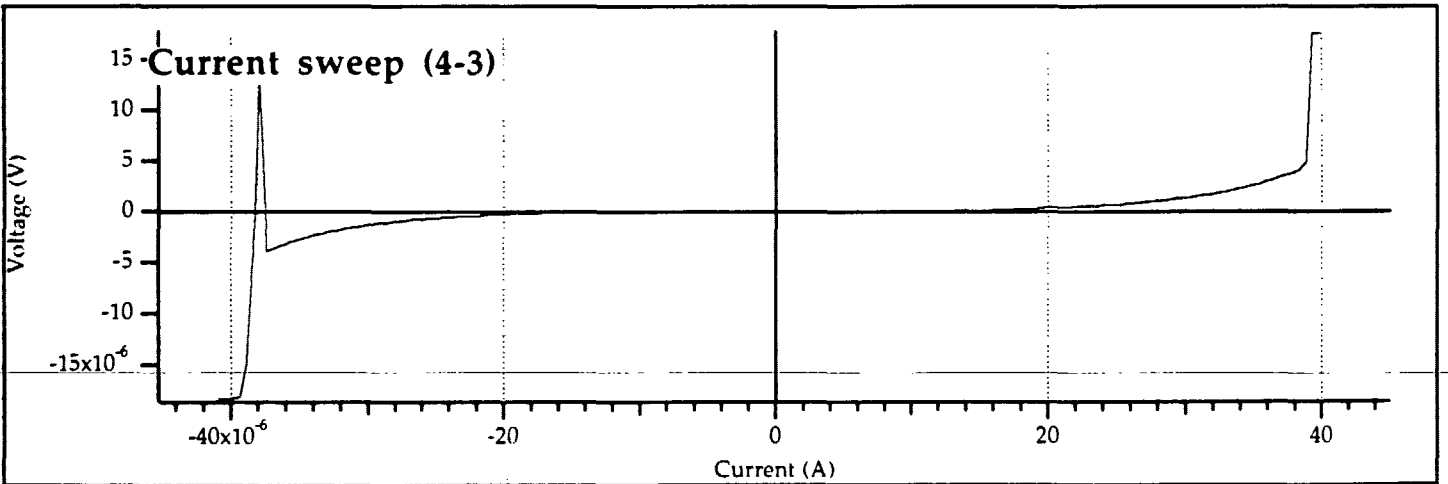
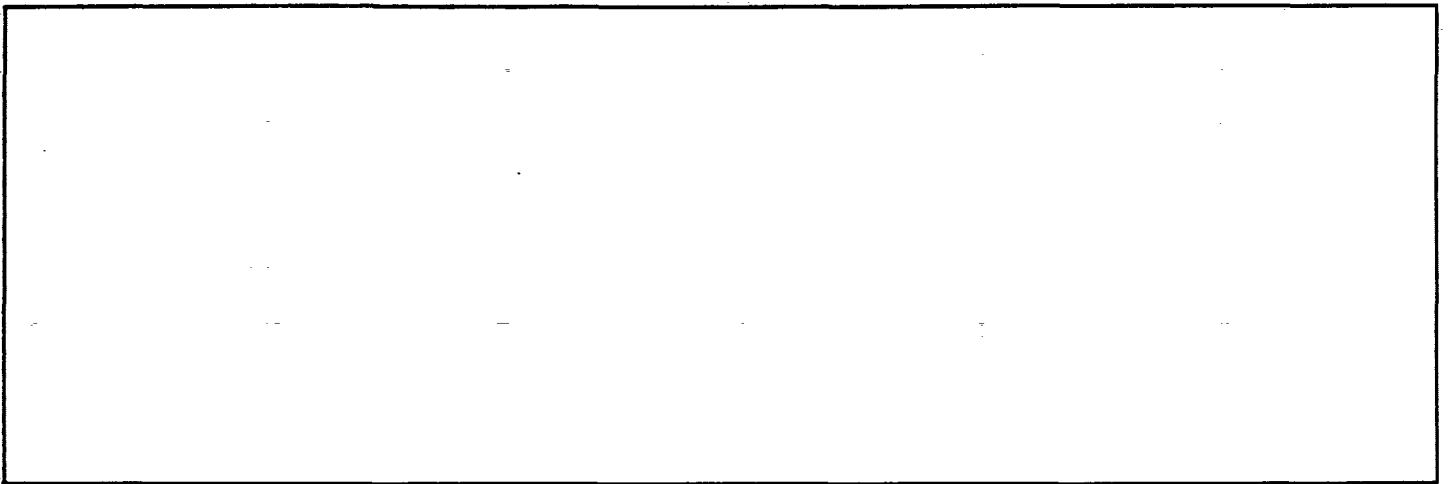
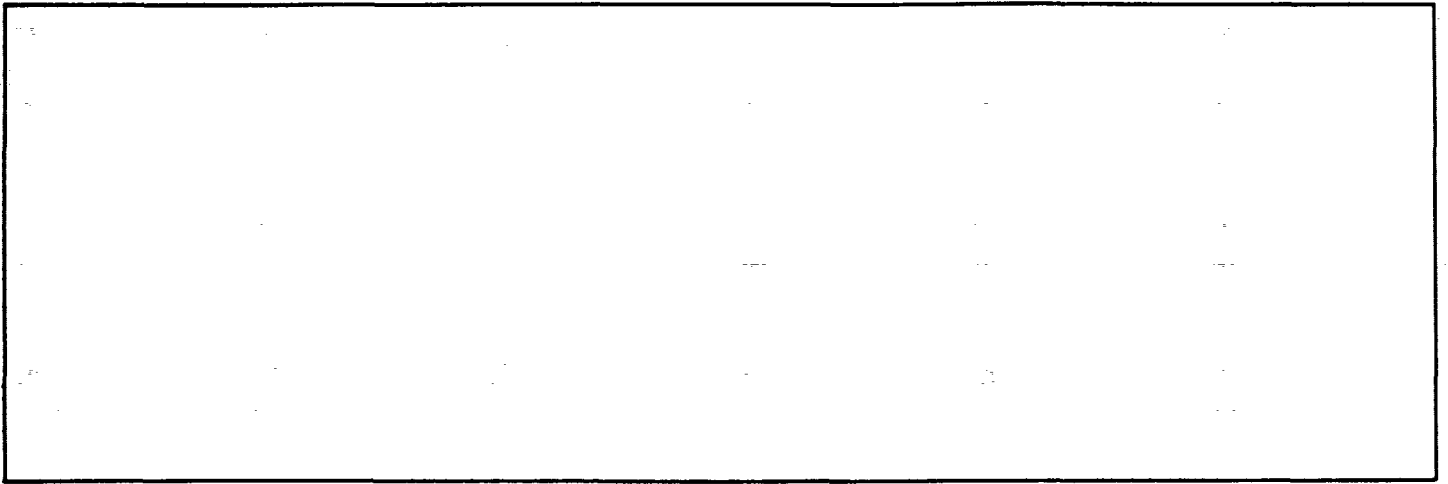


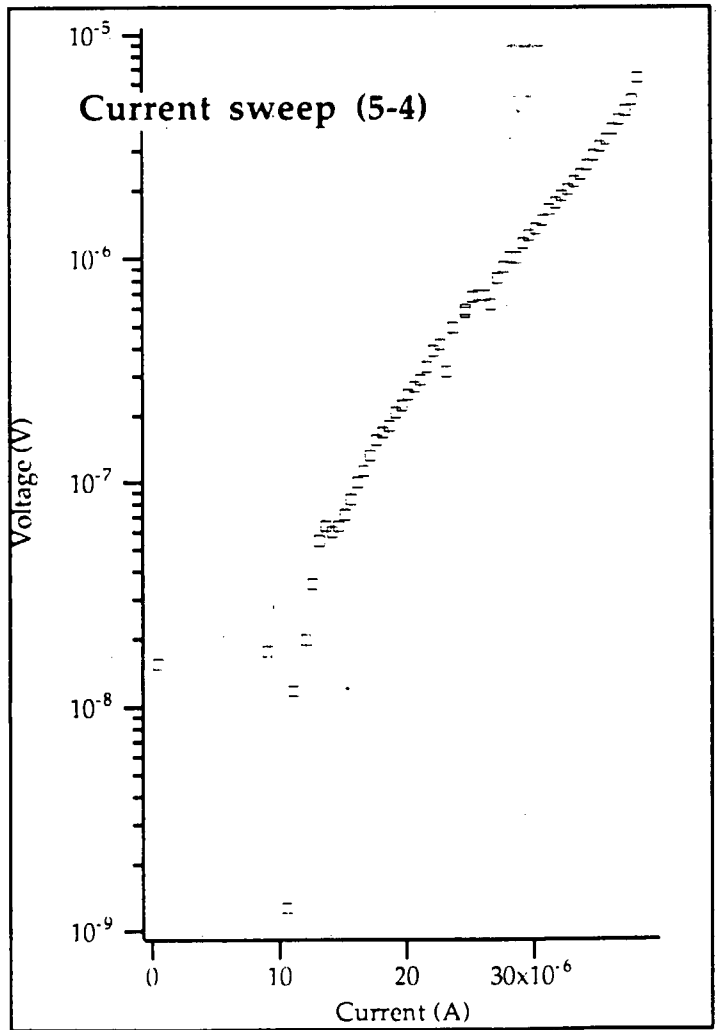
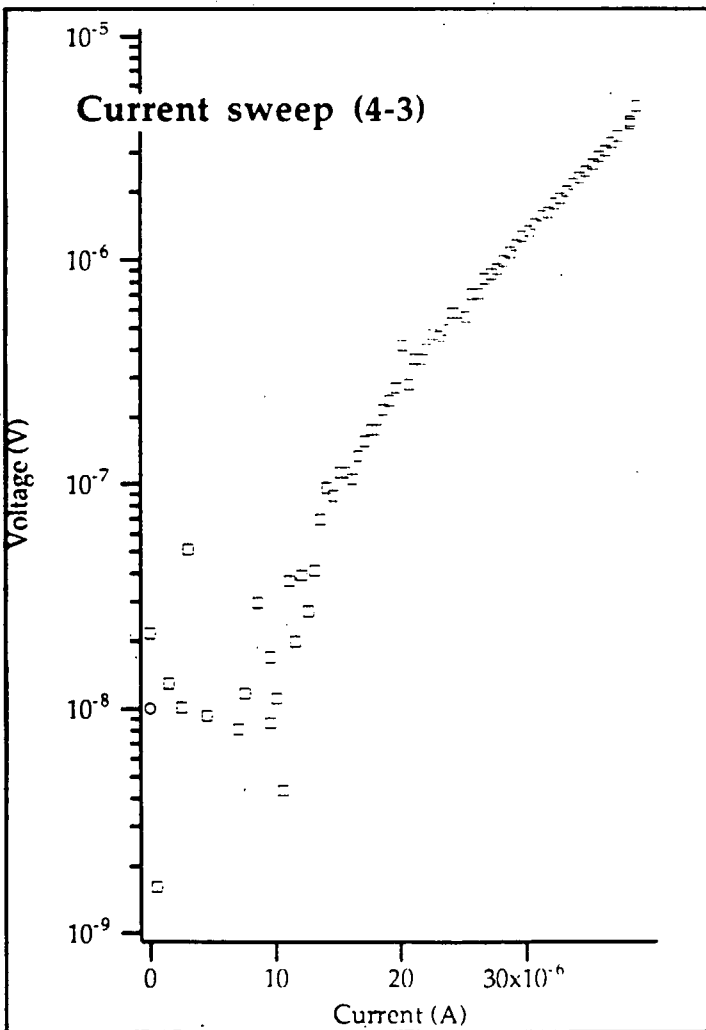
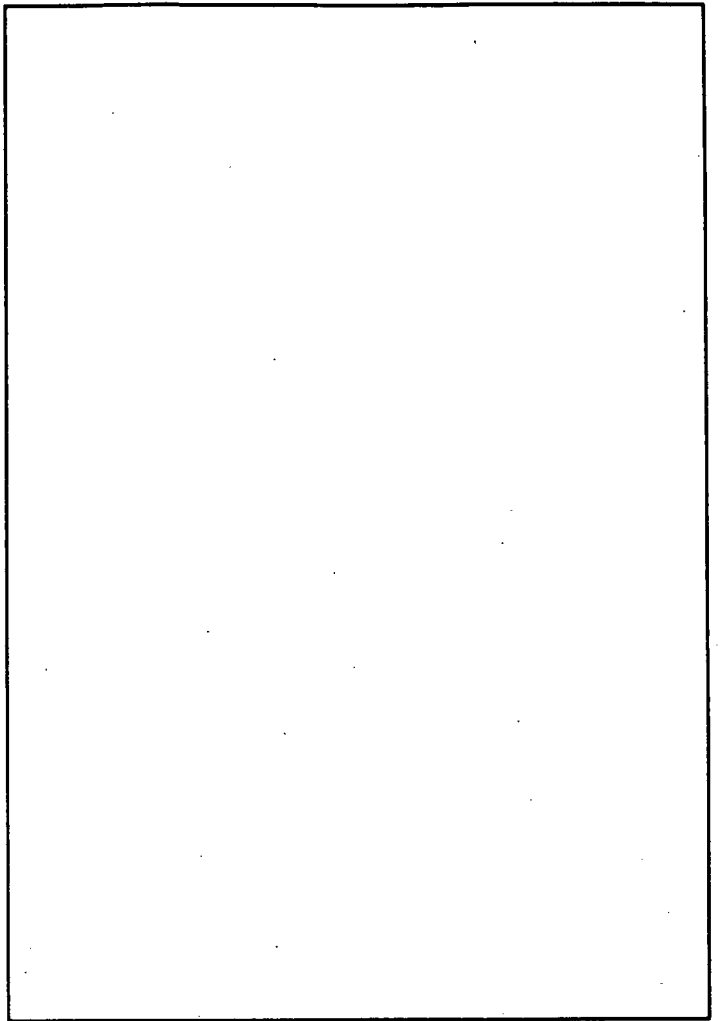
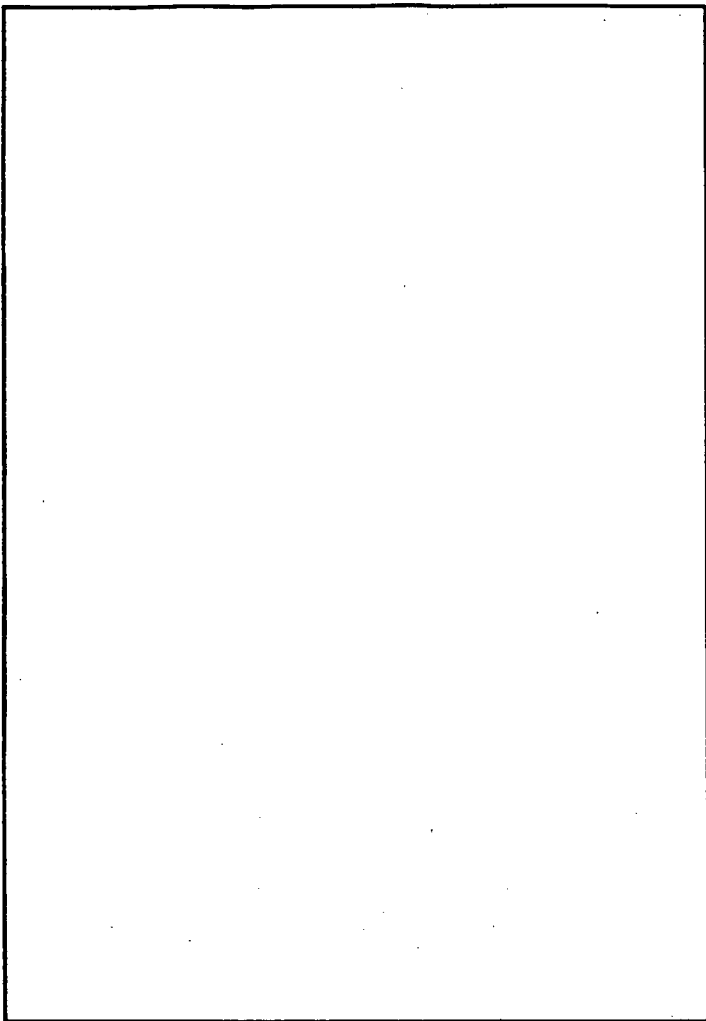




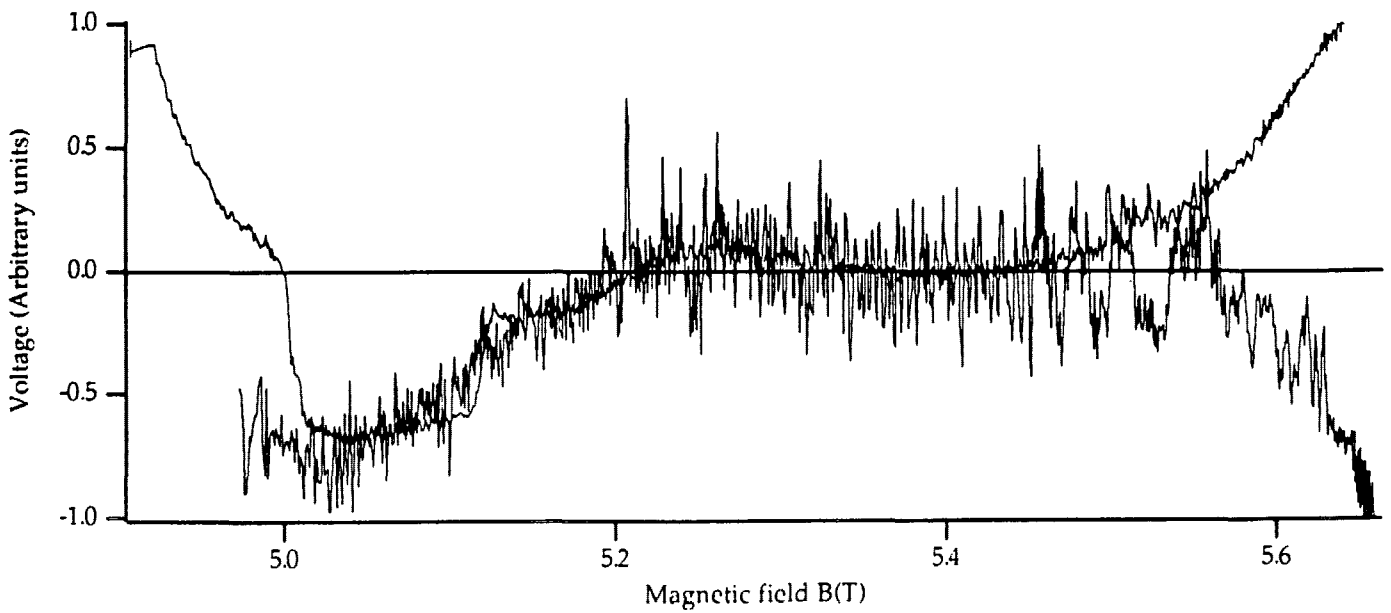
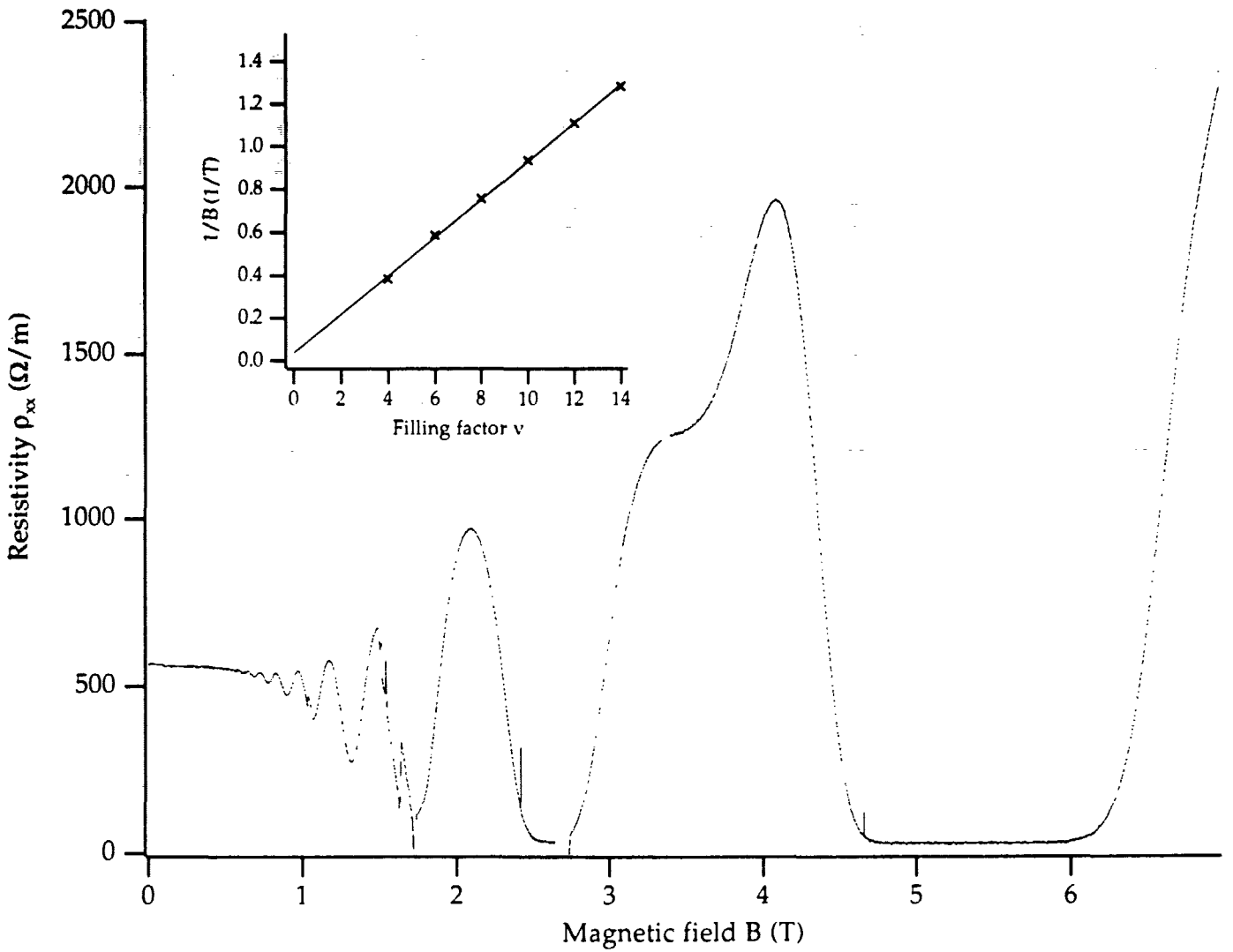
# AL2.0

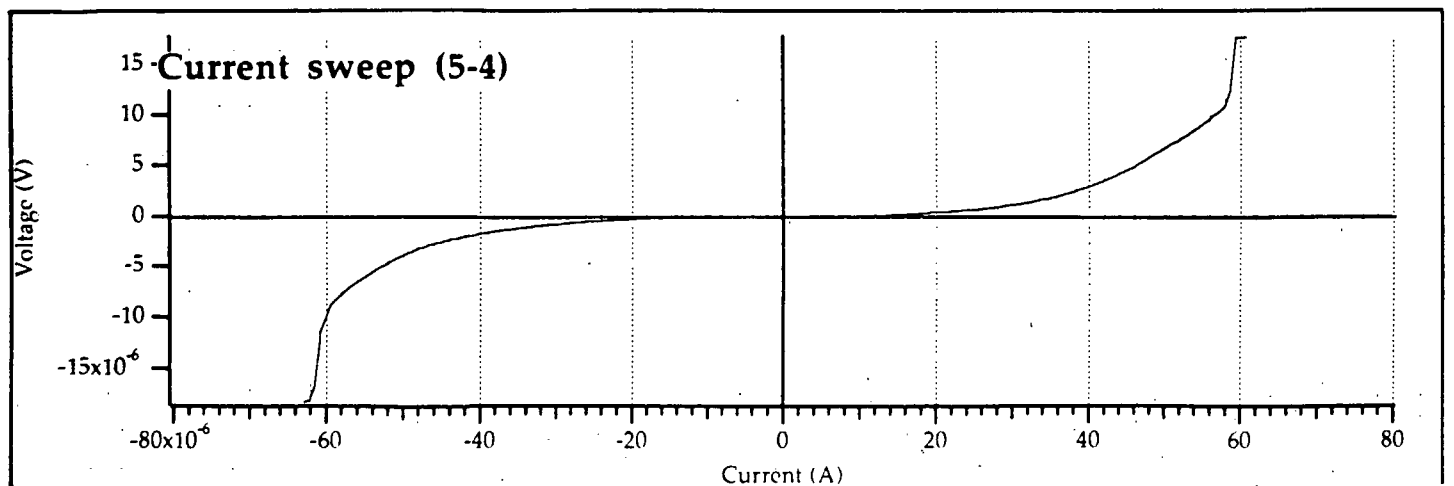
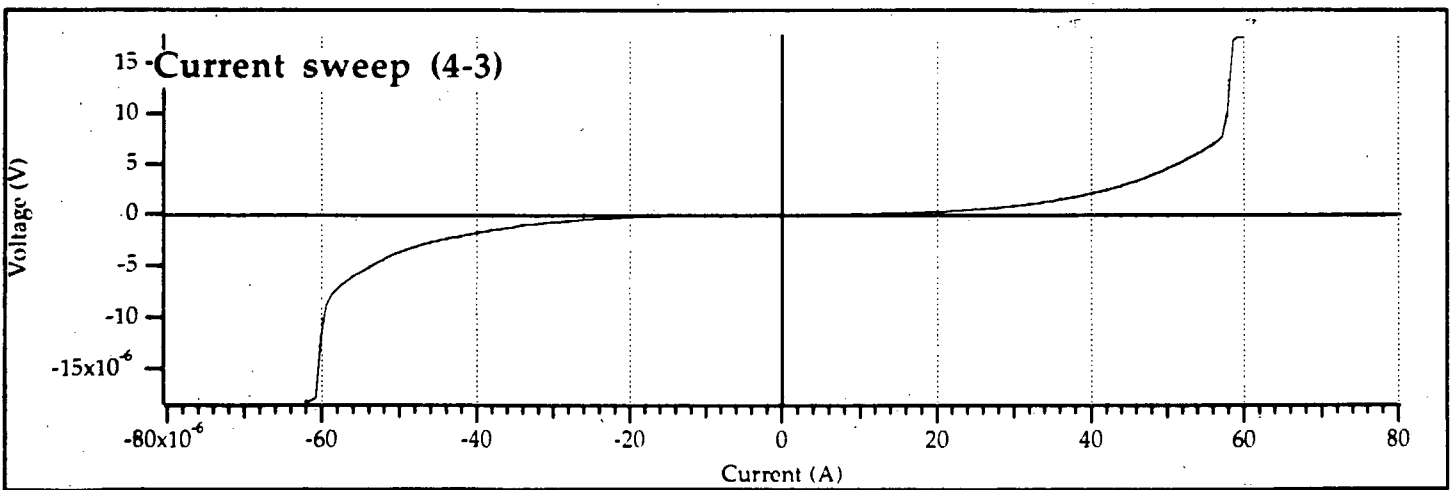
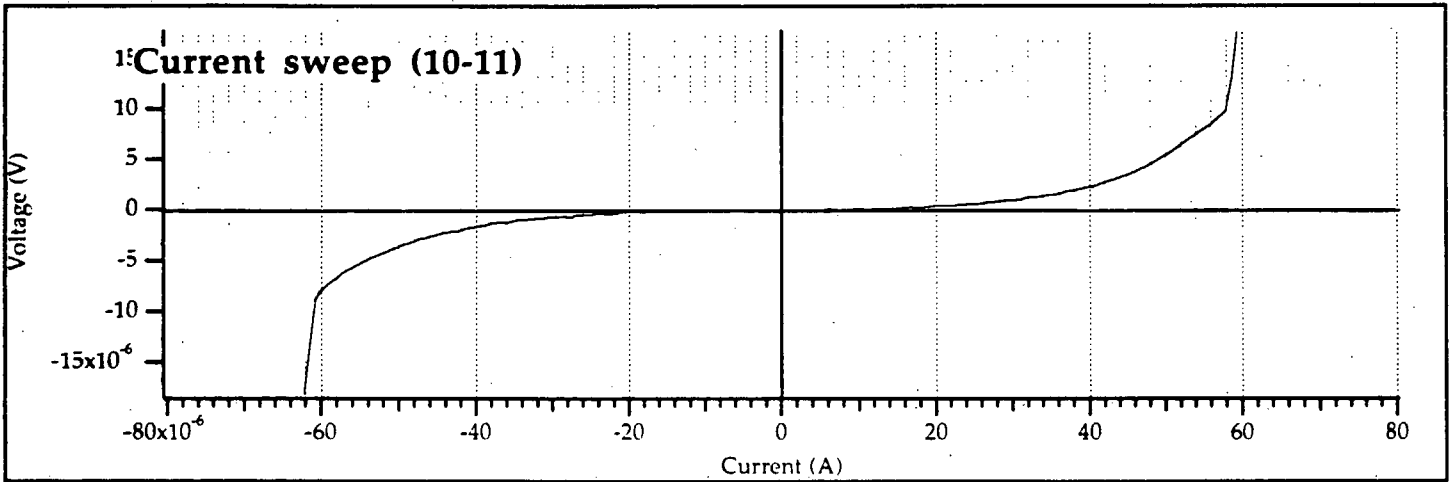
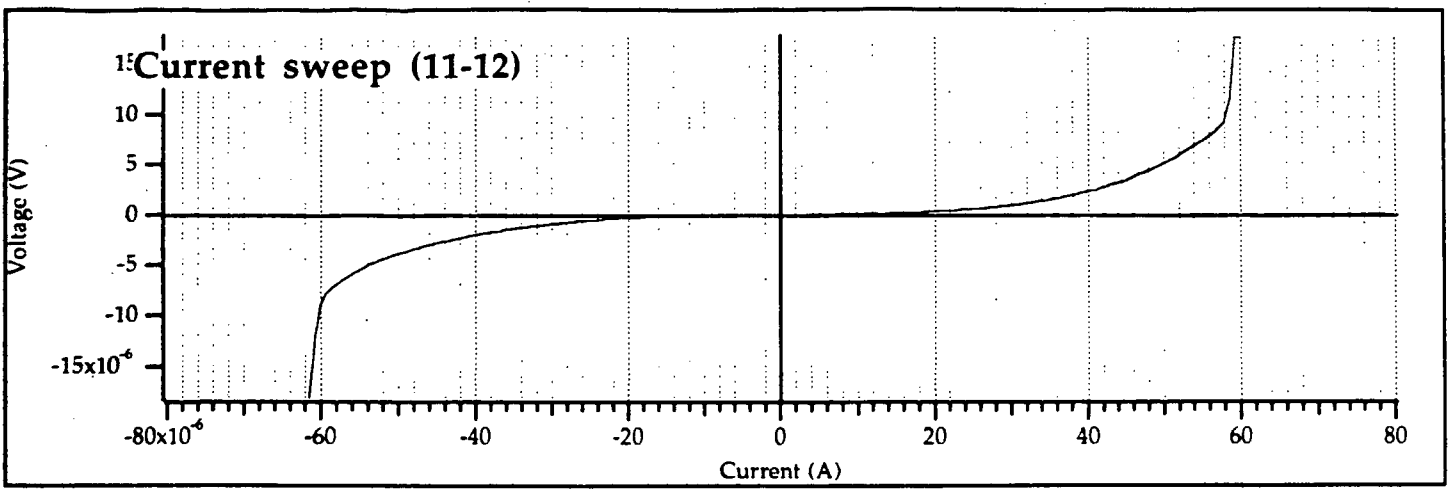


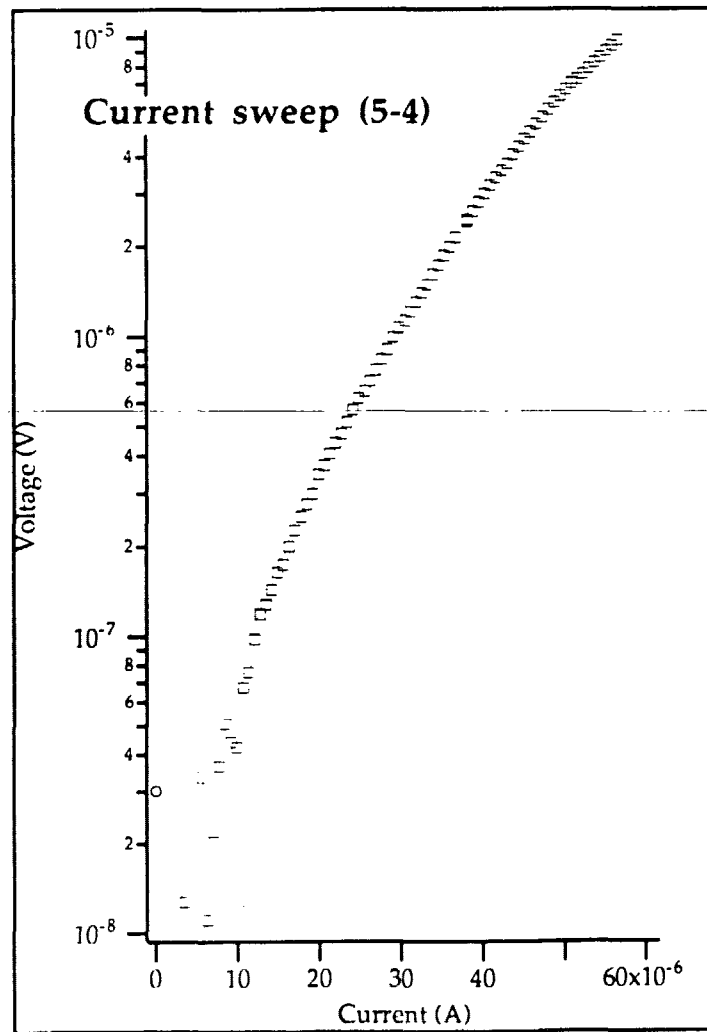
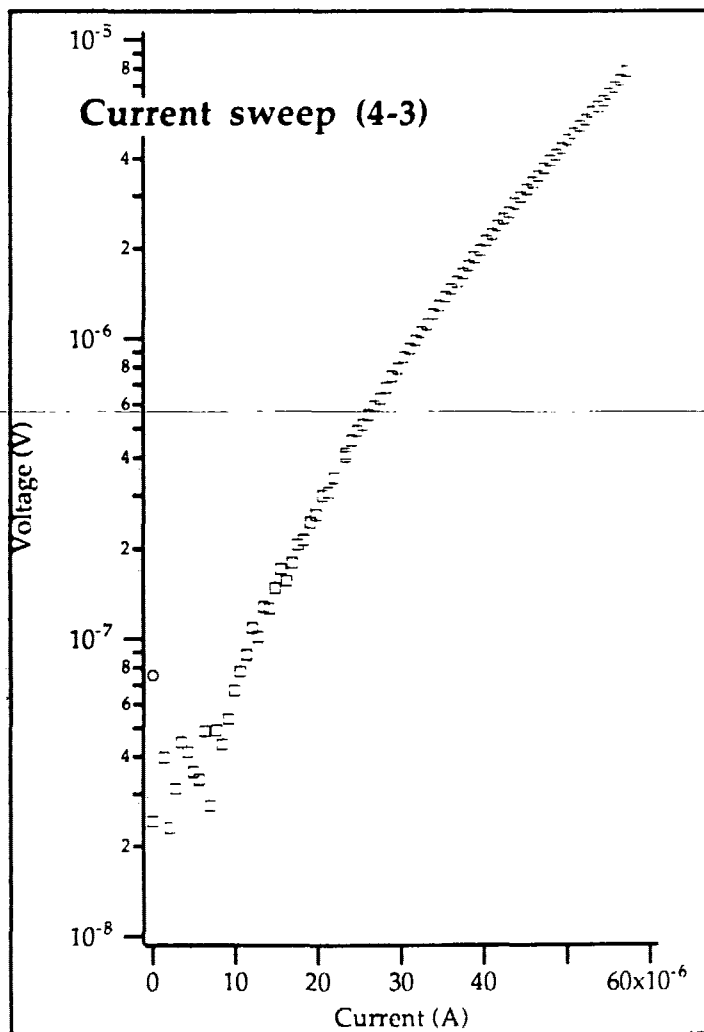
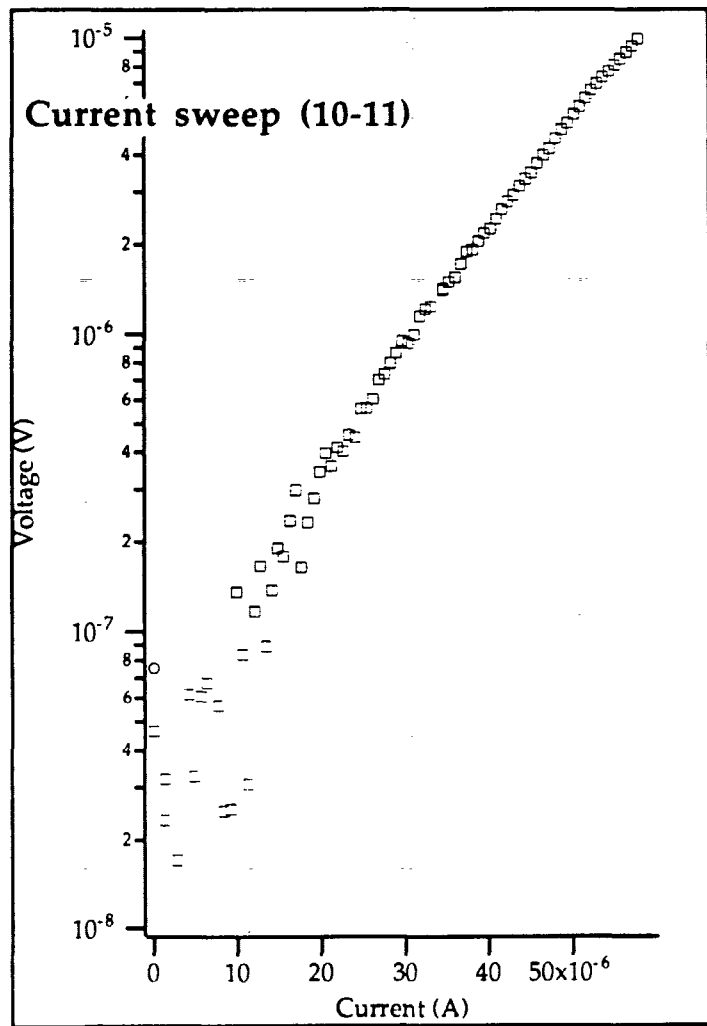
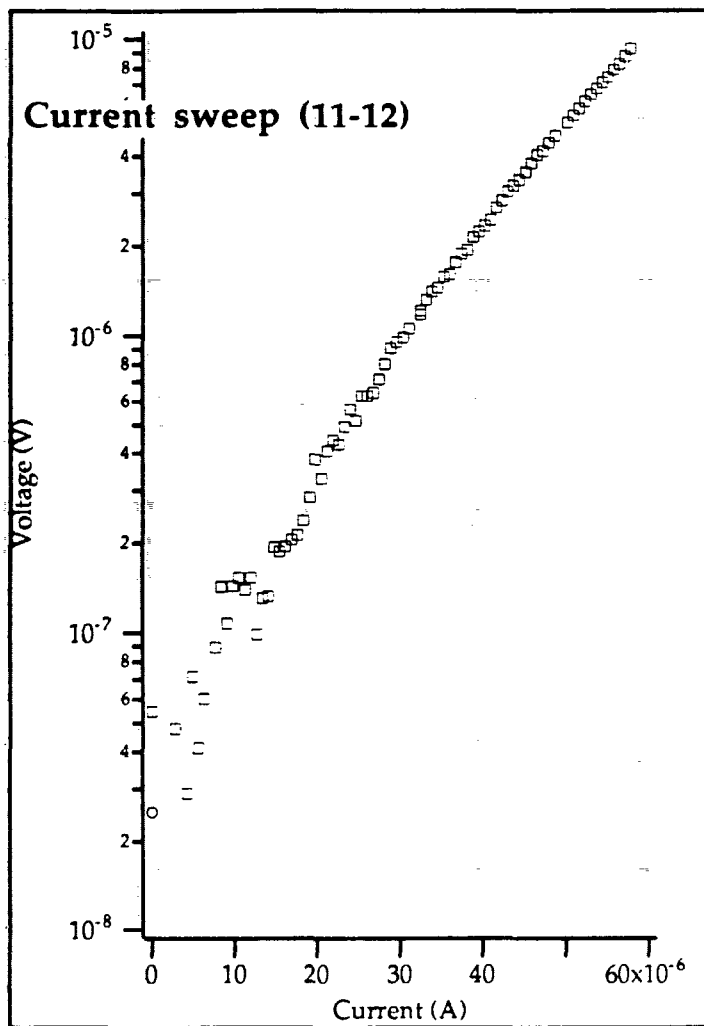




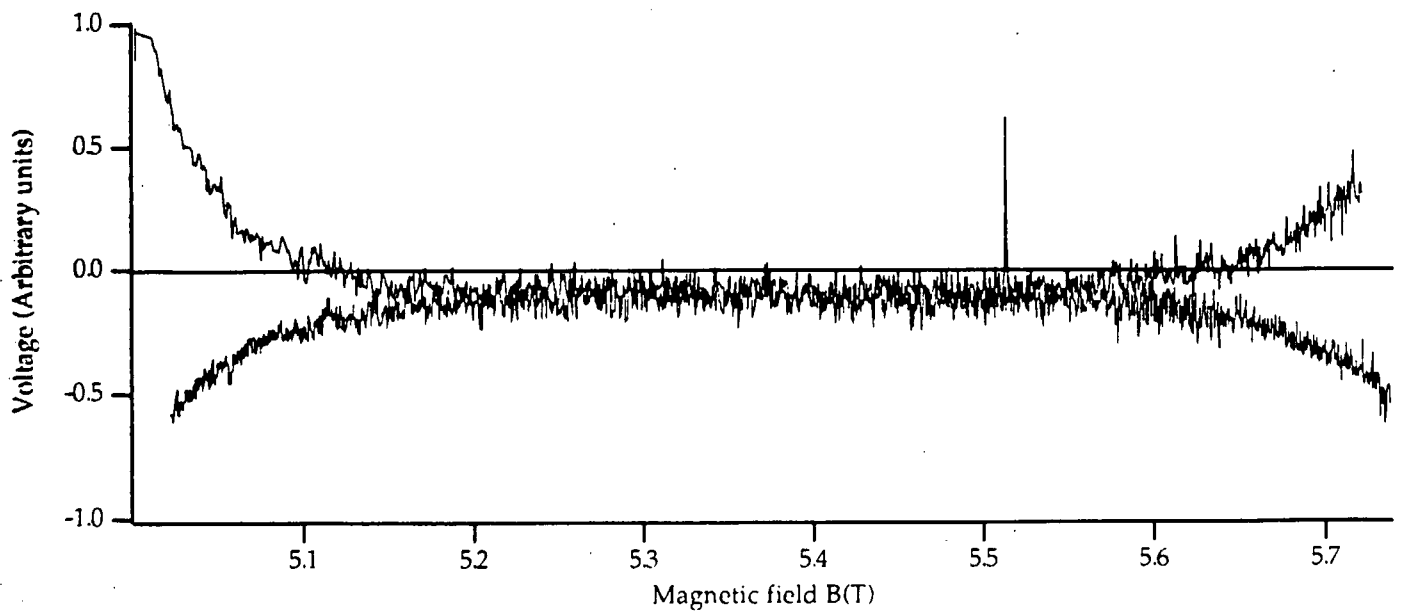
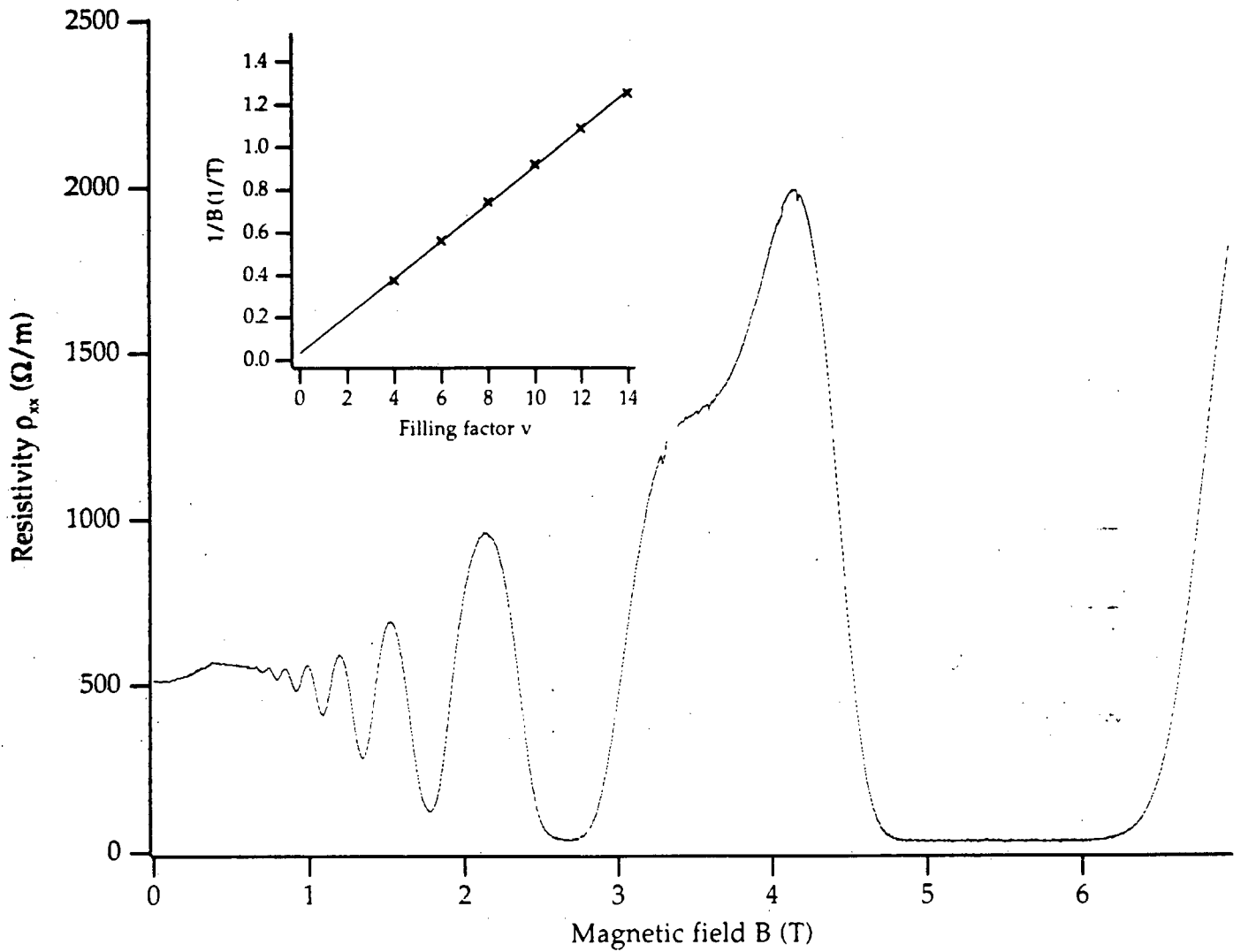
# BL1.0



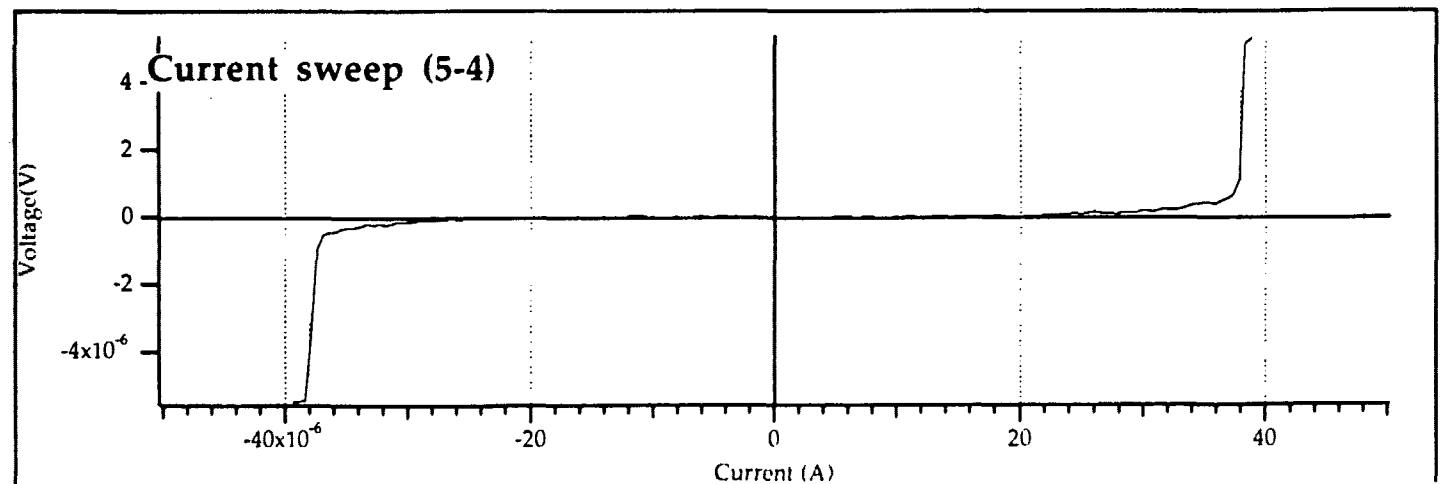
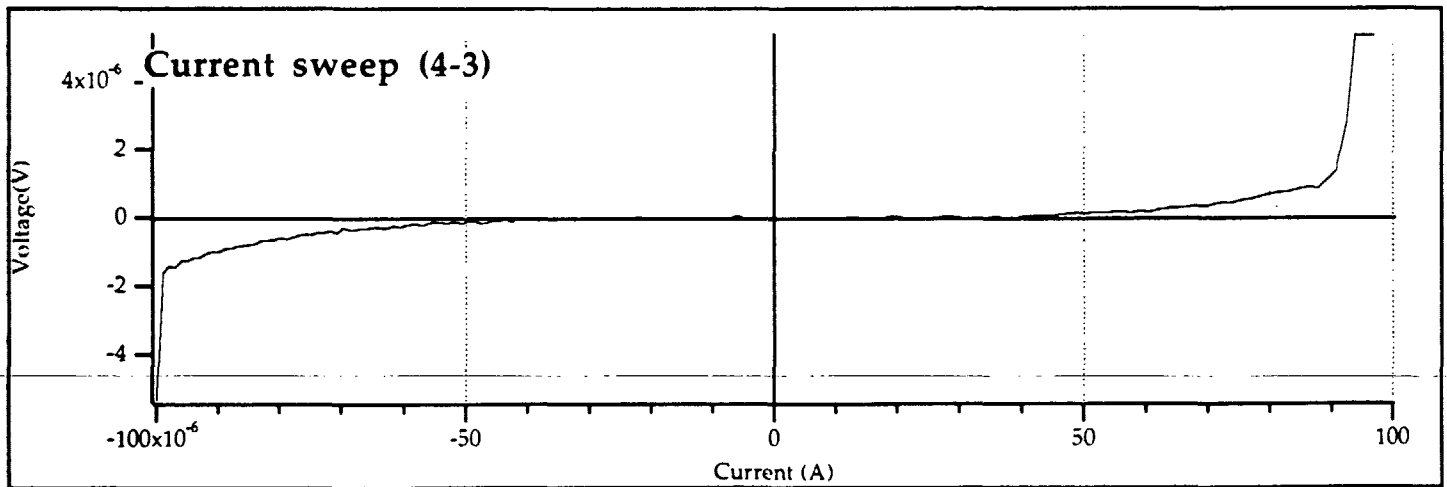
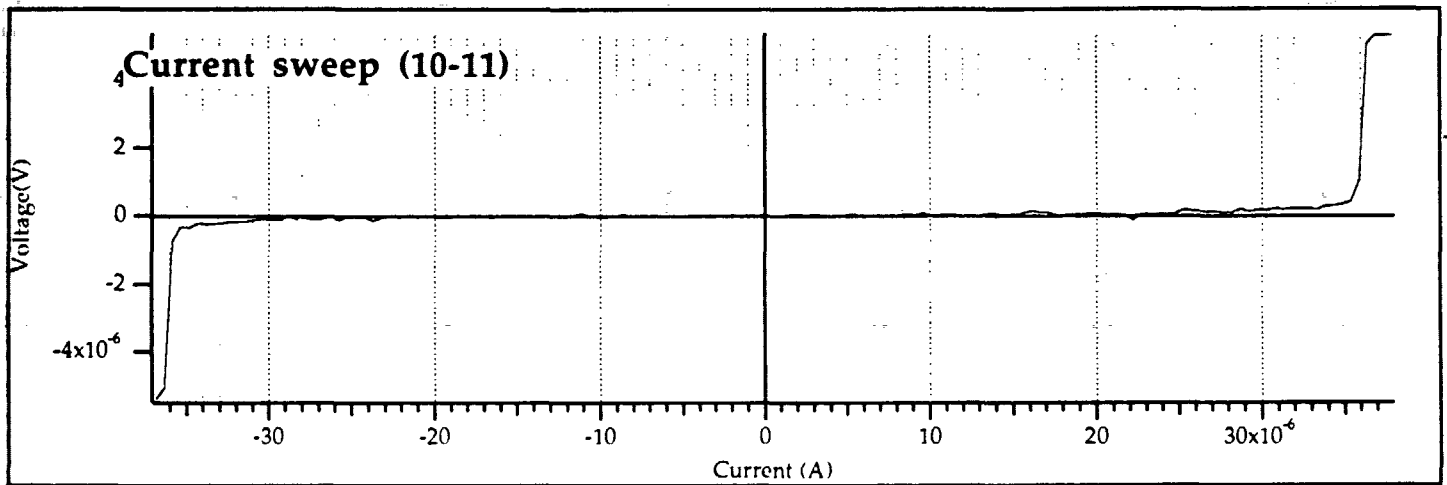
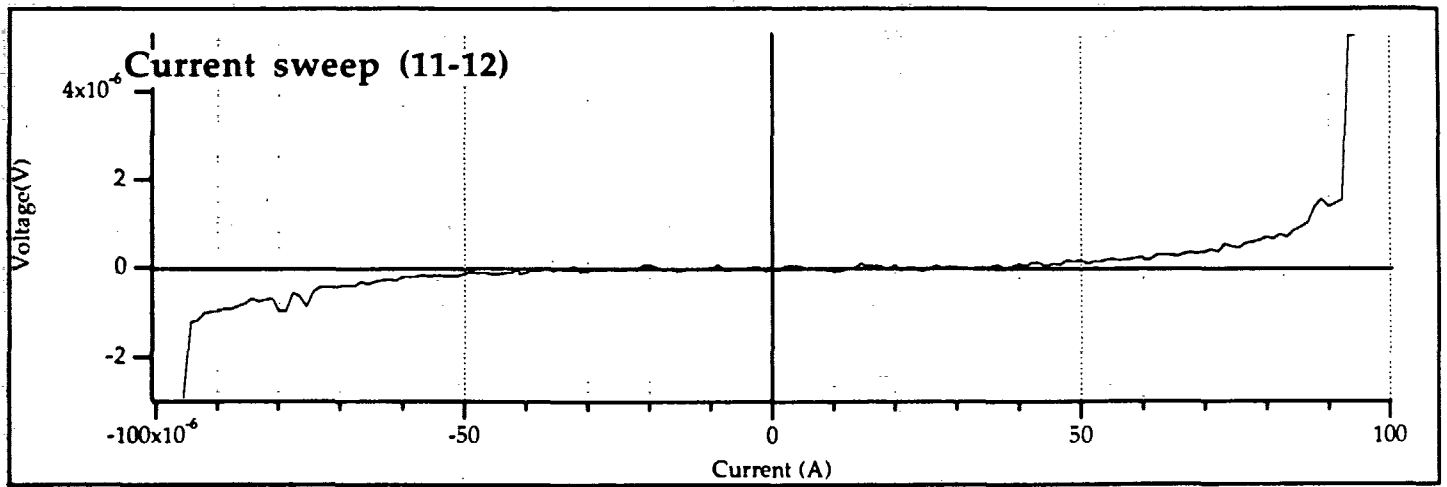


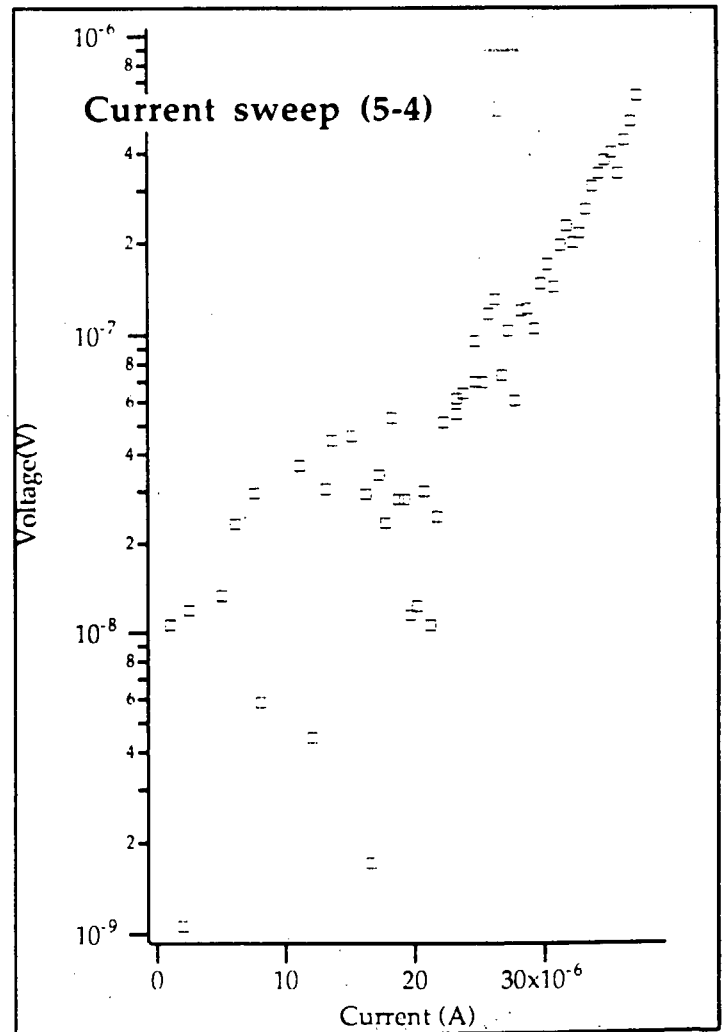
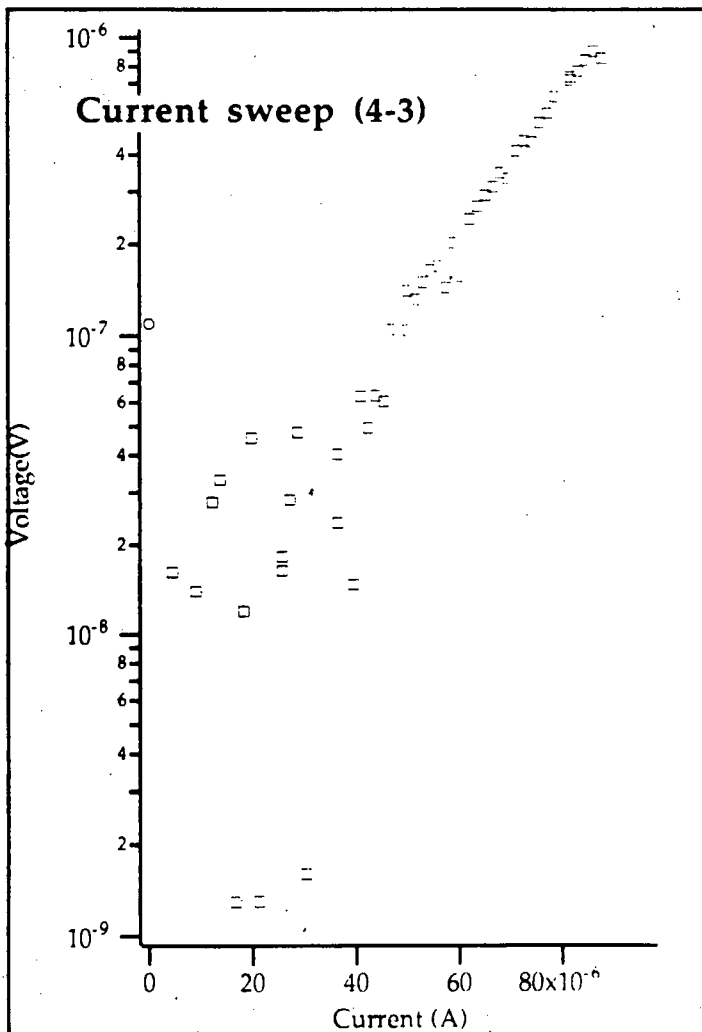
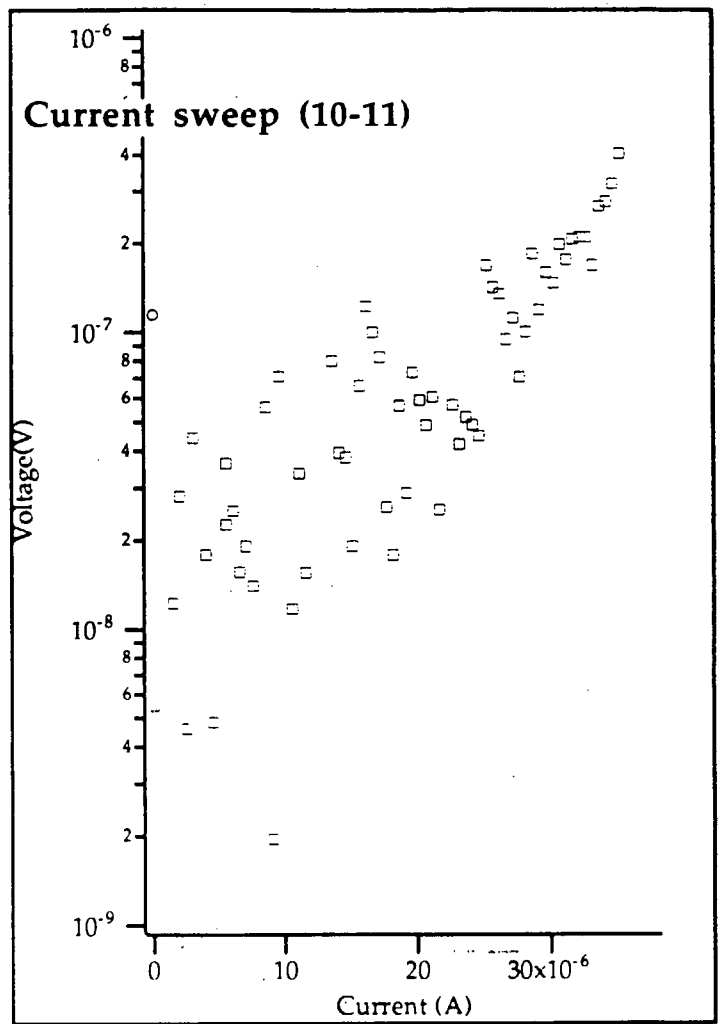
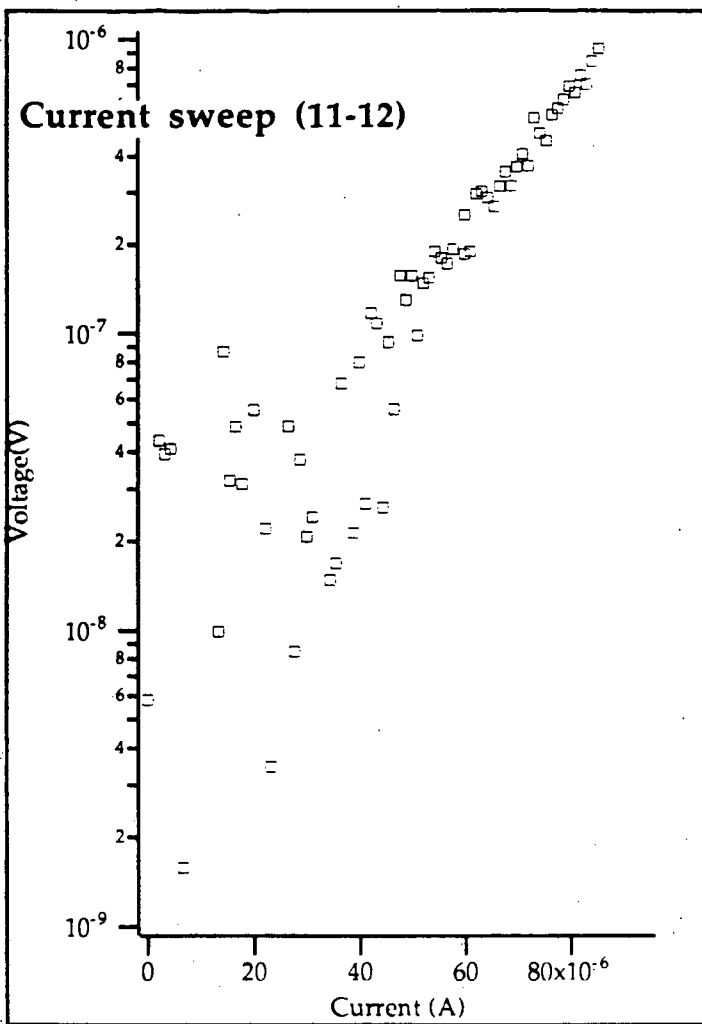


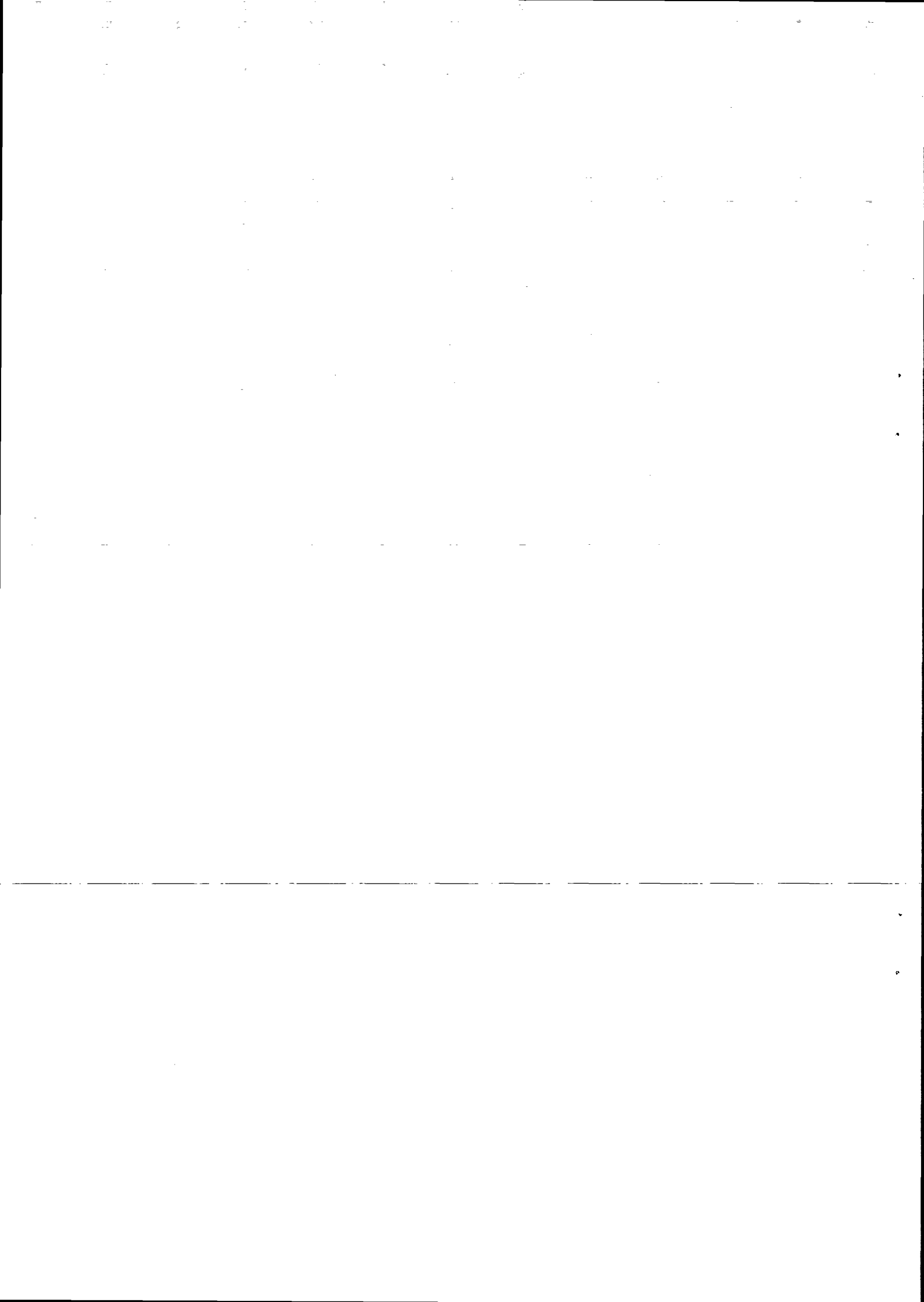
# BL3.0











- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.  
Projektrapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.  
Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.  
Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen  
Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik.  
Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen.  
Af: Mogens Niss  
Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE".  
Af: Helge Kragh.  
Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".  
Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN".  
Af: B.V. Gnedenko.  
Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen.  
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinarium".  
Projektrapport af: Lasse Rasmussen.  
Vejleder: Anders Madsen.
- 
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".  
Projektrapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen.  
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER".  
Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER".  
Af: Mogens Brun Heefelt.  
Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".  
Projektrapport af: Gert Kreinøe.  
Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of".  
Af: Else Høyrup.  
Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".  
Specialeopgave af: Leif S. Striegler.  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".  
Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".  
Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978.  
Preprint.  
Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".  
Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".  
Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.  
Vejleder: Jørgen Larsen
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER".  
Projektrapport af: Crilles Bacher, Per S.Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".  
1-port lineært response og støj i fysikken.  
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality".  
Af: Helge Kragh.
- 
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.C'ERE".  
a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale.  
Projektrapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".  
En projektrapport og to artikler.  
Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS".  
Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DILEMTRISK RELAXATION" - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".  
Projektrapport af: Gert Kreinøe.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller".  
Projektrapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.  
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".  
Af: Oluf Danielsen.  
Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MØNGDELERE".  
Projektrapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.  
Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER - GER MOSSBAUEREFFEKTMAJLINGER".  
Projektrapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen.  
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITTUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".  
Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".  
ENERGY SERIES NO. I.  
Af: Bent Sørensen  
Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".  
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".  
Fire artikler.  
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".  
ENERGY SERIES NO. 2.  
Af: Bent Sørensen.
- 
- 38/81 "TIL EN HISTORIE TEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".  
Projekt rapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.  
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.  
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VEKSTØKONOMIEN".  
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".  
Projekt rapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.  
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".  
ENERGY SERIES NO. 3.  
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".  
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".  
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".  
ENERGY SERIES NO. 4.  
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".  
Projekt rapport af: Niels Thor Nielsen.  
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - 1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".  
Projekt rapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.  
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".  
ENERGY SERIES NO. 5.  
Af: Bent Sørensen.
- 
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".  
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".  
Projekt rapport af: Preben Nørregaard.  
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".  
ENERGY SERIES NO. 6.  
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.  
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".  
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".  
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".  
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.  
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.  
En biografi.  
Af: Else Høyrup.  
Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - NINNE" -  
En undersøgelse af matematisk økologi.  
Projekt rapport af: Troels Lange.  
Vejleder: Anders Madsen.
- 
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET" -  
Skjulte variable i kvantemekanikken?  
Projekt rapport af: Tom Junil Andersen.  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.  
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.  
Projekt rapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".  
ENERGY SERIES NO. 7.  
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE" - et eksempel.  
Projekt rapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.  
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".  
Projekt rapport af: Annette Post Nielsen.  
Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.  
En biografi 2. rev. udgave.  
Af: Else Høyrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".  
ENERGY SERIES No. 8.  
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".  
Af: Bernhelm Booss og Jens Høyrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".  
Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.  
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".  
Projekt rapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.  
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEAR PROGRAMMERING?".  
Projekt rapport af: Lone Biilmann og Lars Boye.  
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.  
Projekt rapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hvid og Frank Mølgård Olsen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"  
- en test i l.g med kommentarer.  
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".  
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glestrup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Yagn Rasmussen.  
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"  
- et problem og en udfordring for skolen?  
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFVLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.  
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"  
- økologisk contra traditionelt.  
ENERGY SERIES NO. 9  
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.  
Vejleder: Bent Sørensen.
- 
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.  
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.  
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"  
- Case: Lineær programmering.  
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.  
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.  
ENERGY SERIES No. 10  
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"  
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.  
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.  
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".  
Specialrapport af: Hans Heddal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".  
Projektrapport af: Henrik Ooster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.  
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".  
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".  
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTO-MATISEREDE SAMFUND".  
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.  
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":  
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1  
Af: Bent Sørensen  
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".  
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".  
Specialrapport af: Per Høeggård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".  
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2  
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".  
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".  
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".  
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".  
Af: Albert Chr. Paulsen.
- 
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".  
1. Lærervejledning  
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.  
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".  
2. Materiale  
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.  
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".  
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".  
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".  
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3  
Af: Bent Sørensen
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".  
Af: Bjarne Lillethorup.  
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".  
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDEREN".  
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".  
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSISTEMETS OPBYGNING".  
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".  
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 "OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".  
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.  
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".  
 Projektrapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.  
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".  
 Af: Jens Jæger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS REANSTITIO".  
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY".  
 Af: Jeppe C. Dyre.  
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".  
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MÅG GØR INGEN EPIDEMI".  
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.  
 Projektrapport af: Per Heidegård Andersen, Lars Boye, Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.  
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM" - state and trends -  
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.  
 Projektrapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Kattler og Torben J. Andreasen.  
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".  
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".  
 Projektrapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.  
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".  
 Projektrapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.  
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".  
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONTIGENSTABELLER".  
 Projektrapport af: Lone Biilmann, Ole R. Jensen og Arne-Lise von Moos.  
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".  
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".  
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING".  
 Af: Jacob Mørch Pedersen.  
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".  
 Af: Peder Voetmann Christiansen
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".  
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".  
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".  
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".  
 Fysiklærerforeningen, IMFUA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".  
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBY, B - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-klassifikation af B-, A- og F-stjerner".  
 Projektrapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".  
 Projektrapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen.  
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".  
 Projektrapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.  
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅKRYB" - om ikke-standard analyse.  
 Projektrapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klinton.  
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"  
 Lecture Notes 1983 (1986)  
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"  
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-projekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.  
 Projektrapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.  
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"  
 Projektrapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.  
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA. ENERGY SERIES NO. 15.  
 AF: Bent Sørensen.
- 
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM".  
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen,  
 Petr. Visćor
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER"  
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen  
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi"  
 Projektrapport af Frank Colding Ludvigsen  
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen  
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling  
 Af: Jeppe Dyre  
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".  
 Af: Iben Maja Christiansen  
 Vejleder: Mogens Niss.

- 138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."  
Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.  
By: Peder Voetmann Christiansen
- 139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"  
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek  
Martin Bohle-Carbonell
- 140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"  
By: Jens Gravesen
- 141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"  
Projektrapport af Finn C. Physant  
Vejleder: Ib Thiersen
- 142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"  
by: Bernhelm Booss-Bavnbek og  
Krzysztof P. Wojciechowski
- 143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"  
af: Mogens Brun Heefelt
- 144/87 "Context and Non-Locality - A Peircean Approach  
Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.  
By: Peder Voetmann Christiansen
- 145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"  
Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987  
By: Mogens Niss
- 146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"  
- en ny frekvensbaseret målemetode.  
Fysikspeciale af Jan Vedde  
Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Višćor
- 147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"  
redigeret af: Mogens Brun Heefelt
- 148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"  
af: Peter Colding-Jørgensen DLH  
Albert Chr. Paulsen
- 149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"  
by: Petr Višćor
- 150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"  
by: Petr Višćor
- 151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"  
Matematikprojekt af:  
Birgit Andresen, Keld Nielsen og Jimmy Staal  
Vejleder: Mogens Niss
- 152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"  
by: Bernhelm Booss-Bavnbek  
Krzysztof P. Wojciechowski
- 153/87 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KREFTER"  
Et eksempel på humanistisk teknologihistorie  
Historiespeciale  
Af: Hans Hedal  
Vejleder: Ib Thiersen
- 154/87 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"  
By: Jeppe Dyre
- 155/87 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"  
by: Michael Pedersen
- 156/87 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"  
by: Jeppe C. Dyre
- 157/87 "STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."  
by: Michael Pedersen
- 158/87 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"  
by: Jeppe Dyre
- 159/87 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"  
by: Bent Sørensen
- 160/87 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"  
by: Jens Gravesen
- 161/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: Dirichlet feedback control problems"  
by: Michael Pedersen
- 162/87 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"  
AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich, Mette Vedelsby
- 163/87 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"  
Af: Finn Langberg, Michael Jarden, Lars Frellesen  
Vejleder: Jesper Larsen
- 164/87 "Vurdering af matematisk teknologi  
Technology Assessment  
Technikfolgenabschätzung"  
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med  
Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen
- 165/87 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"  
by: Jens Gravesen



- 166/88 "Grundbegreber i Sandsynlighedsregningen"  
Af: Jørgen Larsen
- 167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"  
Af: Jørgen Larsen
- 167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte modeller"  
Af: Jørgen Larsen
- 168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"  
Laboratorie-simulering og MARS-analoger undersøgt ved Mössbauerspektroskopi.  
Fysikspeciale af:  
Birger Lundgren  
Vejleder: Jens Martin Knudsen  
Fys.Lab./HCØ
- 169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL TIL EN METAFYSIK."  
Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist" 1891-93.  
Introduktion og oversættelse:  
Peder Voetmann Christiansen
- 170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"  
Samtlige opgaver stillet i tiden 1974 - juni 1988
- 171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"  
af: Johnny Tom Ottesen
- 172/88 "FYSIK OG VIRKELIGHED"  
Kvantemekanikkens grundlagsproblemer i gymnasiet.  
Fysikprojekt af:  
Erik Lund og Kurt Jensen  
Vejledere: Albert Chr. Paulsen og Peder Voetmann Christiansen
- 
- 173/89 "NUMERISKE ALGORITMER"  
af: Mogens Brun Heefelt
- 
- 174/89 "GRAFISK FREMSTILLING AF FRAKTALER OG KAOS"  
af: Peder Voetmann Christiansen
- 175/89 "AN ELEMENTARY ANALYSIS OF THE TIME DEPENDENT SPECTRUM OF THE NON-STATIONARY SOLUTION TO THE OPERATOR RICCATI EQUATION"  
af: Michael Pedersen
- 176/89 "A MAXIMUM ENTROPY ANSATZ FOR NONLINEAR RESPONSE THEORY"  
af: Jeppe Dyre
- 177/89 "HVAD SKAL ADAM STÅ MODEL TIL"  
af: Morten Andersen, Ulla Engström, Thomas Gravesen, Nanna Lund, Pia Madsen, Dina Rawat, Peter Torstensen  
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 178/89 "BIOSYNTESEN AF PENICILLIN - en matematisk model"  
af: Ulla Eghave Rasmussen, Hans Oxvang Mortensen, Michael Jarden  
vejleder i matematik: Jesper Larsen  
biologi: Erling Lauridsen
- 179a/89 "LÆRERVEJLEDNING M.M. til et eksperimentelt forløb om kaos"  
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal  
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen  
Karin Beyer
- 179b/89 "ELEVHÆFTE: Noter til et eksperimentelt kursus om kaos"  
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal  
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen  
Karin Beyer
- 180/89 "KAOS I FYSISKE SYSTEMER eksemplificeret ved torsions- og dobbeltpendul".  
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 181/89 "A ZERO-PARAMETER CONSTITUTIVE RELATION FOR PURE SHEAR VISCOELASTICITY"  
by: Jeppe Dyre
- 183/89 "MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, MODELLING. APPLICATIONS AND LINKS TO OTHER SUBJECTS - State. trends and issues in mathematics instruction  
by: WERNER BLUM, Kassel (FRG) og  
MOGENS NISS, Roskilde (Denmark)
- 184/89 "En metode til bestemmelse af den frekvensafhængige varmfylde af en underafkølet væske ved glasovergange"  
af: Tage Emil Christensen
- 
- 185/90 "EN NÆSTEN PERIODISK HISTORIE"  
Et matematisk projekt  
af: Steen Grode og Thomas Jessen  
Vejleder: Jacob Jacobsen
- 
- 186/90 "RITUAL OG RATIONALITET i videnskabers udvikling"  
redigeret af Arne Jakobsen og Stig Andur Pedersen
- 187/90 "RSA - et kryptografisk system"  
af: Annemette Sofie Olufsen, Lars Frellesen og Ole Møller Nielsen  
Vejledere: Michael Pedersen og Finn Munk
- 188/90 "FERMICONDENSATION - AN ALMOST IDEAL GLASS TRANSITION"  
by: Jeppe Dyre
- 189/90 "DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER  
af: Finn Langberg

- 190/90 "FIVE REQUIREMENTS FOR AN APPROXIMATE NONLINEAR RESPONSE THEORY"  
by: Jeppe Dyre
- 191/90 "MOORE COHOMOLOGY, PRINCIPAL BUNDLES AND ACTIONS OF GROUPS ON  $C^*$ -ALGEBRAS"  
by: Iain Raeburn and Dana P. Williams
- 192/90 "Age-dependent host mortality in the dynamics of endemic infectious diseases and SIR-models of the epidemiology and natural selection of co-circulating influenza virus with partial cross-immunity"  
by: Viggo Andreassen
- 193/90 "Causal and Diagnostic Reasoning"  
by: Stig Andur Pedersen
- 194a/90 "DETERMINISTISK KAOS"  
Projektrapport af: Frank Olsen
- 194b/90 "DETERMINISTISK KAOS"  
Kørselsrapport  
Projektrapport af: Frank Olsen
- 195/90 "STADIER PÅ PARADIGMETS VEJ"  
Et projekt om den videnskabelige udvikling der førte til dannelse af kvantemekanikken.  
Projektrapport for 1. modul på fysikuddannelsen, skrevet af:  
Anja Boisen, Thomas Hougaard, Anders Gorm Larsen, Nicolai Ryge.  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 196/90 "ER KAOS NØDVENDIGT?"  
- en projektrapport om kaos' paradigmatiske status i fysikken.  
af: Johannes K. Nielsen, Jimmy Staal og Peter Bøggild  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 197/90 "Kontrafaktiske konditionaler i HOL"  
af: Jesper Voetmann, Hans Oxvang Mortensen og Aleksander Høst-Madsen  
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 198/90 "Metal-Isolator-Metal systemer"  
Speciale  
af: Frank Olsen
- 199/90 "SPREDT FÆGTNING" Artikelsamling  
af: Jens Højgaard Jensen
- 200/90 "LINEAR ALGEBRA OG ANALYSE"  
Noter til den naturvidenskabelige basisuddannelse.  
af: Mogens Niss
- 201/90 "Undersøgelse af atomare korrelationer i amorf stoffer ved røntgendiffraction"  
af: Karen Birkelund og Klaus Dahl Jensen  
Vejledere: Petr Višcor, Ole Bakander
- 202/90 "TEGN OG KVANTER"  
Foredrag og artikler, 1971-90.  
af: Peder Voetmann Christiansen
- 203/90 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK" 1974-1990  
af: Peder Voetmann Christiansen  
afleser tekst 170/88
- 204/91 "ERKENDELSE OG KVANTEMEKANIK"  
et Breddemodul Fysik Projekt  
af: Thomas Jessen  
Vejleder: Petr Višcor
- 205/91 "PEIRCE'S LOGIC OF VAGUENESS"  
by: Claudine Engel-Tiercelin  
Department of Philosophy  
Université de Paris-1  
(Panthéon-Sorbonne)
- 206a+b/91 "GERMANIUMBEAMANALYSE SAMT A - GE TYNDFILMS ELEKTRISKE EGENSKABER"  
Eksperimentelt Fysikspeciale  
af: Jeanne Linda Mortensen og Annette Post Nielsen  
Vejleder: Petr Višcor
- 207/91 "SOME REMARKS ON AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"  
by: Jeppe C. Dyre
- 208/91 "LANGEVIN MODELS FOR SHEAR STRESS FLUCTUATIONS IN FLOWS OF VISCO-ELASTIC LIQUIDS"  
by: Jeppe C. Dyre
- 209/91 "LORENZ GUIDE" Kompendium til den danske fysiker Ludvig Lorenz, 1829-91.  
af: Helge Kragh
- 210/91 "Global Dimension, Tower of Algebras, and Jones Index of Split Separable Subalgebras with Unitality Condition."  
by: Lars Kadison
- 211/91 "I SANDHEDENS TJENESTE"  
- historien bag teorien for de komplekse tal.  
af: Lise Arleth, Charlotte Gjennild, Jane Hansen, Linda Kyndlev, Anne Charlotte Nilsson, Kamma Tullinius.  
Vejledere: Jesper Larsen og Bernhard Eriksen-Baunbek
- 212/91 "Cyclic Homology of Triangular Matrix Algebras"  
by: Lars Kadison
- 213/91 "Disease-induced natural selection in a diploid host"  
by: Viggo Andreassen and Freddy E. Christensen

- 214|91 "Hallej i æteren" - om elektromagnetisme. Oplæg til undervisningsmateriale i gymnasiet.  
Af: Nils Kruse, Peter Gastrup, Kristian Hoppe, Jeppe Guldager  
Vejledere: Petr Viscor, Hans Hedal
- 215|91 "Physics and Technology of Metal-Insulator-Metal thin film structures used as planar electron emitters  
by: A. Delong, M. Drasticka, K. Hladil, V. Kolarik, F. Olsen, P. Pavelka and Petr Viscor.
- 216|91 "Kvantemekanik på PC'eren"  
af: Thomas Jessen
- 
- 217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"  
by: Mogens Niss
- 218/92 "A Three-Square Theorem"  
by: Lars Kadison
- 219/92 "RUPNOK - stationær strømning i elastiske rør"  
af: Anja Boisen, Karen Birkelund, Mette Olufsen  
Vejleder: Jesper Larsen
- 220/92 "Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb"  
af: Bjørn Christensen, Ole Møller Nielsen  
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 221/92 "A BUNDLE VALUED RADON TRANSFORM, WITH APPLICATIONS TO INVARIANT WAVE EQUATIONS"  
by: Thomas P. Branson, Gestur Olafsson and Henrik Schlichtkrull
- 222/92 On the Representations of some Infinite Dimensional Groups and Algebras Related to Quantum Physics  
by: Johnny T. Ottesen
- 223/92 THE FUNCTIONAL DETERMINANT  
by: Thomas P. Branson
- 224/92 UNIVERSAL AC CONDUCTIVITY OF NON-METALLIC SOLIDS AT LOW TEMPERATURES  
by: Jeppe C. Dyre
- 225/92 "HATMODELLEN" Impedansspektroskopi i ultrarent en-krystallinsk silicium  
af: Anja Boisen, Anders Gorm Larsen, Jesper Varmer, Johannes K. Nielsen, Kit R. Hansen, Peter Bøggild og Thomas Hougaard  
Vejleder: Petr Viscor
- 226/92 "METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING THE GLOBAL CIRCULATION OF SELECTED EMISSIONS FROM ENERGY CONVERSION"  
by: Bent Sørensen
- 227/92 "Computersimulering og fysik"  
af: Per M. Hansen, Steffen Holm, Peter Maibom, Mads K. Dall Petersen, Pernille Postgaard, Thomas B. Schrøder, Ivar P. Zeck  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 228/92 "Teknologi og historie"  
Fire artikler af:  
Mogens Niss, Jens Høyrup, Ib Thiersen, Hans Hedal
- 229/92 "Masser af information uden betydning"  
En diskussion af informationsteorien i Tor Nørretranders' "Mærk Verden" og en skitse til et alternativ baseret på andenordens kybernetik og semiotik.  
af: Søren Brier
- 230/92 "Vinklens tredeling - et klassisk problem"  
et matematisk projekt af  
Karen Birkelund, Bjørn Christensen  
Vejleder: Johnny Ottesen
- 231A/92 "Elektrondiffusion i silicium - en matematisk model"  
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund, Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen  
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B. Hansen
- 231B/92 "Elektrondiffusion i silicium - en matematisk model" Kildetekster  
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund, Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen  
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B. Hansen
- 232/92 "Undersøgelse om den simultane opdagelse af energiens bevarelse og isærdeles om de af Mayer, Colding, Joule og Helmholtz udførte arbejder"  
af: L. Arleth, G.I. Dybkjær, M.T. Østergård  
Vejleder: Dorthe Posselt
- 233/92 "The effect of age-dependent host mortality on the dynamics of an endemic disease and Instability in an SIR-model with age-dependent susceptibility  
by: Viggo Andreasen
- 234/92 "THE FUNCTIONAL DETERMINANT OF A FOUR-DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEM"  
by: Thomas P. Branson and Peter B. Gilkey
- 235/92 OVERFLADESTRUKTUR OG POREUDVIKLING AF KOKS - Modul 3 fysik projekt -  
af: Thomas Jessen
-