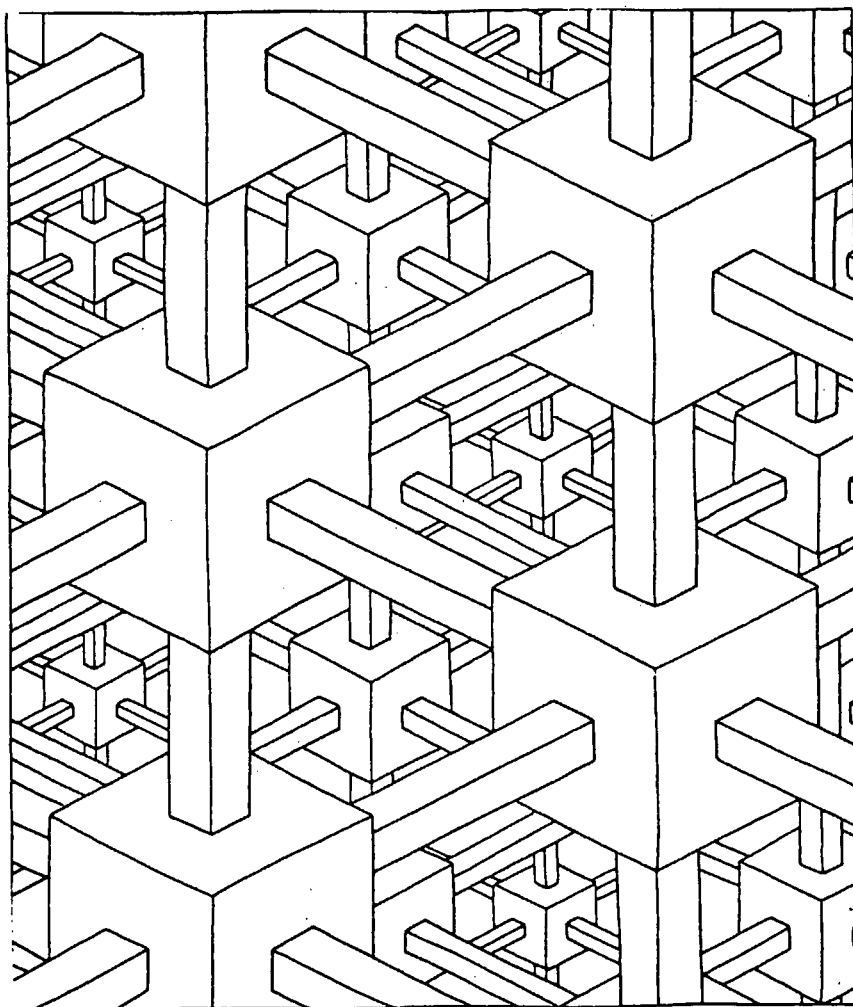


TEKST NR 220

1992

Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb



Bjørn Christensen
Ole Møller Nielsen

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, 4000 Roskilde

Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb.

af: Bjørn Christensen og Ole Møller Nielsen.

Vejleder: Stig Andur Pedersen.

IMFUFA tekst nr. 220/92, RUC.

83 sider.

ISSN 0106-6242

Abstract

I takt med den teknologiske udvikling er der gjort flere forskellige forsøg på at modellere fejlfinding i defekte systemer. En sådan model er beskrevet af Raymond Reiter i en artikel i Artificial Intelligence i 1987.

Med udgangspunkt i denne model gennemgår teksten en formalisme til beskrivelse af digitale kredsløb. Formalismen afspejler systemernes funktionalitet og benyttes til at udvikle et formelt diagnosebegreb, der er baseret på automatisk bevisførelse i 1 ordens logik.

"Life is not impossible,
but it is exponentially
difficult, and sometimes
worse" - Melvin Fitting.

Forord

Denne rapport er et resultat af projektarbejdet udført af Ole Møller Nielsen og Bjørn Christensen i efteråret 1991. Projektet er et modul 2 projekt ved matematik-overbygningen på Roskilde Universitetscenter.

Vi takker vores vejleder professor Stig Andur Pedersen for inspirerende og engageret støtte i projektarbejdet samt Morten Göransson for grundig gennemlæsning og kritik af rapportens første udgave.

Januar 1992, Ole Møller Nielsen og Bjørn Christensen.

Indhold

1	Indledning	1
1.1	Motivation	1
1.2	Problemformulering	2
1.3	Vort arbejde - processen	2
1.4	Læsevejledning	4
2	Systemer og komponenter	5
2.1	Beskrivelse af en komponent	5
2.2	Beskrivelsens sprog	9
2.3	Beskrivelse af et system	11
2.4	Observationer	13
3	Diagnosebegrebet	15
3.1	Definition	15
3.2	Konsekvenser	16
4	Beregning af diagnose	25
4.1	Konflikt og repræsentantmængder	25
4.2	Beregning af repræsentantmængder	28
4.3	En algoritme for diagnose	33

5	Generering af konfliktmængder	37
5.1	Metoder til automatisk bevisførelse	37
5.2	Udsagnslogiske tableauer	38
5.3	1. ordens tableauer	41
5.4	Implementering	46
5.5	Vurdering	49
6	Hierarkisk diagnose	51
6.1	Hierarkisk systembeskrivelse	52
6.2	Et hierarkisk system	55
6.3	Nedbrydning af komponenter	62
6.4	Algoritme for hierarkisk diagnose	64
7	Vurdering af diagnosemetoderne	67
7.1	Kompleksitet af DIAGNOSE	67
7.2	Kompleksitet af H-DIAGNOSE	68
7.3	Konklusion	70
A	To beskrivelser af en adder	73
A.1	<i>ADD</i> som system af komponenter	73
A.2	<i>ADD</i> som simpel komponent	76
	Litteratur	81
	Stikordsregister	83

Liste over figurer

2.1	En elektrisk komponent	5
2.2	Fire grundlæggende komponenter	7
2.3	Adder	13
4.1	Repræsentantmængde	27
4.2	Repræsentanttræ	30
4.3	Beskåret repræsentanttræ	32
4.4	Beregning af diagnoser for adderen	35
5.1	Komponenter i α og β formler	38
5.2	Et tableau for $(\neg p \vee p) \Rightarrow (q \wedge \neg q)$	39
5.3	Udsagnslogisk tableau	41
5.4	Instanser af γ og δ formler	41
5.5	1. ordens tableau	43
6.1	Kredsløb for en 1 bit ALU	52
6.2	ALU'ens 4 funktioner	53
6.3	Hierarkisk opfattelse af ALU	54
6.4	Simplificeret kredsløb for en 1 bit ALU	56
6.5	En decoder, subsystem <i>DEC</i>	57
6.6	En logisk enhed, subsystem <i>LU</i>	59
6.7	En adder, subsystem <i>ADD</i>	60

Kapitel 1

Indledning

1.1 Motivation

Diagnosticering er det første skridt på vejen til at reparere et fejlbehaftet system.

Diagnosticering finder i dag sted indenfor mange problemområder og på forskellige måder. Bedst kender vi vel diagnosebegrebet indenfor lægevidenskaben. Her stiller lægen en diagnose på baggrund af patientens symptomer og udtalelser, lægens egen erfaring og intuition. Altsammen subjektive vurderinger, der ikke nødvendigvis har noget at gøre med patienten. F.eks. kan lægen lægge vægt på, at der for tiden raser en bestemt epidemi, og derfor på forhånd være tilbøjelig til at mene, at patienten er ramt af netop denne epidemi.

I takt med den teknologiske udvikling af EDB-teknologi er der gjort flere forskellige forsøg på at udvikle værktøjer til at modellere lægens diagnosticering.

Imidlertid er lægevidenskabens problemområder uhyre vanskelige at modellere. Derfor er det en meget vanskelig opgave at formalisere principperne for lægevidenskabelig diagnosticering og derfor også at fremstille programmer, der automatisk kan udføre lægens ræsonnementer og stille en diagnose.

Systemer, der lader sig beskrive så præcist, at det er muligt at formulere et eksakt diagnosebegreb, er typisk menneskeskabte systemer, hvor det på forhånd er klarlagt til mindste detalje, hvorledes systemet bør opføre sig under normale omstændigheder.

Sådanne kunstige systemer er f.eks. computer software og hardware og såvel analoge som digitale elektroniske kredsløb i almindelighed.

I artiklen "A theory of Diagnosis from First Principles", har Raymond Reiter præsenteret en metode til automatisk diagnosticering af fejltilstande på sådanne veldefinerede systemer. Denne diagnosemetode hviler alene på kendskab til systemets formelle beskrivelse og ydre observationer af systemet. Det vil sige at der ses bort fra intuition og erfaringer med det.

Der er dermed tale om en diagnosemetode, der kræver eksakt viden om det aktuelle system, der undersøges, men til gengæld leverer en objektiv og præcis diagnose tilbage.

1.2 Problemformulering

Med udgangspunkt i Reiters model for diagnosticering, søger vi at opstille et teoretisk fundament for at implementere automatisk diagnosticering af digitale elektroniske kredsløb. Dette består i

- at uddybe det formelle grundlag for Reiter's automatiske diagnosemetode.
- at definere et systembeskrivelsessprog baseret på 1. ordens prædikat logik, og opstille en systembeskrivelse for et kompliceret system.
- at beskrive en overbygning til Reiter's diagnose metode, der tager sigte på at diagnosticere større og mere komplekse systemer.

1.3 Vort arbejde - processen

I projektforsøget har vi arbejdet med følgende:

1. Diagnose

I vores arbejde med Reiter's diagnose metode har vi

- præciseret beskrivelsesproget for systemerne, således at det er konsistent med prædikatlogikkens gængse sprog, sådan som det er defineret i f.eks [Van Dalen], [Davis] og [Smullyan].
- omskrevet og uddybet beviserne fra Reiter's artikel.
- ført beviser for sætninger, som Reiter angiver uden bevis.
- vurderet anvendeligheden og kompleksiteten af Reiter's diagnose metode.

2. Prædikatlogik

Da vi har valgt prædikatlogikken som systembeskrivelses sprog i diagnosemetoden, har vi

- sat os grundigt ind udsagnslogik og 1 ordens prædikatlogik.
- beskrevet hvorledes automatisk bevisførelse spiller ind i beregningen af diagnose. Vi har stiftet bekendtskab med Davis-Putnam proceduren, Resolution og Tableau-metoden.
- diskuteret begreberne uafgørlighed, fuldstændighed og kompakthed i forbindelse med diagnosemetoden.
- desuden snuset til højere ordens logik og modallogik.

3. Større systemer

I vort forsøg på at afprøve Reiter's diagnosemetode på et større system har vi

- udviklet en ny beskrivelsesform for et system baseret på en hierarkisk opfattelse af systemet.
- opstillet en systembeskrivelse af en 'Aritmetisk Logisk Unit' i denne beskrivelsesform.
- anvist en algoritme, der er en overbygning på Reiter's diagnose metode, som arbejder på systemer i den hierarkiske beskrivelsesform.
- vurderet fordele og ulemper ved de to diagnose algoritmer.

Desuden har vi eksperimenteret med en tableau bevismaskine og en 'brute force' diagnosemaskine - begge implementeret i programmerings sproget PROLOG.

1.4 Læsevejledning

Denne rapport henvender sig til læsere med interesser indenfor automatisk bevisførelse og automatisk diagnosticering. Vi forudsætter, at læseren har et grundlæggende kendskab til prædikatlogik. Der forudsættes dog intet kendskab til diagnosticering.

Rapporten er delt op i følgende kapitler:

- **kapitel 1.** Denne indledning.
- **kapitel 2.** definerer komponenter og systemer, og fastlægger et systembeskrivelsessprog baseret på prædikatlogik.
- **kapitel 3.** er en formel introduktion af diagnosebegrebet.
- **kapitel 4.** Her gennemgår vi, hvordan diagnoser kan beregnes automatisk ved hjælp af konfliktmængder og repræsentantmængder. Samtidig præsenterer vi Reiter's algoritme **DIAGNOSE**.
- **kapitel 5.** Automatisk bevisførelse er et redskab i diagnose algoritmen. I dette kapitel gennemgår vi Tableaumetoden til automatisk bevisførelse i prædikatlogik og diskuterer, hvordan den anvendes i automatisk diagnosticering.
- **kapitel 6.** Nu indfører vi vor egen hierarkisk baserede systembeskrivelse sammen med en algoritme **H-DIAGNOSE**, der er en overbygning på Reiter's diagnose algoritme og er beregnet til store komplekse systemer.
- **kapitel 7.** Endelig sammenligner vi de to diagnosticeringsalgoritmer med hensyn til kompleksiteten.

Bagest i rapporten er der en litteraturliste tillige med et stikordsregister, der henviser til de steder i rapporten, hvor vigtige begreber er defineret.

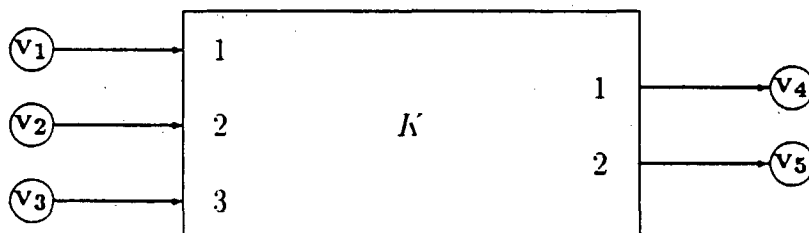
På omslagets inderside, der kan foldes ud, er gengivet figurer af de to systemer, der tjener som gennemgående eksempler i hele rapporten.

Kapitel 2

Systemer og komponenter

2.1 Beskrivelse af en komponent

En elektrisk komponent K (se figur 2.1), der optræder i et digitalt kredsløb, er kendetegnet ved at den udfører en eller anden logisk funktion. Den giver et output som funktion af dens input. Input og output tilknyttes omverdenen via komponentens inputben og outputben.



Figur 2.1: En elektrisk komponent

2.1.1 Komponentens struktur.

Til et ben er knyttet en bestemt værdi v_i , som afspejler den konkrete størrelse, der kan måles i dette punkt. Dette repræsenterer vi med

prædikaterne,

$$\text{in}(K, 3, v_3)$$

$$\text{out}(K, 1, v_4)$$

der betyder, at K 's inputben nr. 3 har værdien v_3 , og K 's outputben nr. 1 har værdien v_4 . Det samlede input til K beskrives af 3 in prædikater, og samlede output fra K beskrives af 2 out prædikater.

Helt generelt har in og out prædikaterne følgende format

$$\text{in}(\text{komponent}, \text{inputben}, \text{værdi})$$

$$\text{out}(\text{komponent}, \text{inputben}, \text{værdi})$$

og følgende betydning:

Definition 2.1 Lad K være en komponent, $i \in \mathbb{N}$ og v_i være en værdi, så gælder:

- $\text{in}(K, i, v_i)$ er sand, hvis og kun hvis komponent K 's inputben i har værdien v_i .
- $\text{out}(K, i, v_i)$ er sand, hvis og kun hvis komponent K 's outputben i har værdien v_i .

For digitale komponenter gælder der, at input og output værdier altid er 0 eller 1, dvs at $v_i \in \{0, 1\}$. Denne mængde af alle digitale komponenter betegner vi \mathcal{K} . For $K \in \mathcal{K}$ kan vi indføre følgende simplificerede notation for in og out prædikaterne

Definition 2.2 Lad $K \in \mathcal{K}$ og $i \in \mathbb{N}$, så gælder:

$$\text{in}(K, i) \stackrel{\text{DEF}}{\Leftrightarrow} \text{in}(K, i, 1)$$

og

$$\text{out}(K, i) \stackrel{\text{DEF}}{\Leftrightarrow} \text{out}(K, i, 1)$$

Af definition 2.2 følger umiddelbart at

$$\neg \text{in}(K, i) \Leftrightarrow \text{in}(K, i, 0)$$

og

$$\neg \text{out}(K, i) \Leftrightarrow \text{out}(K, i, 0)$$

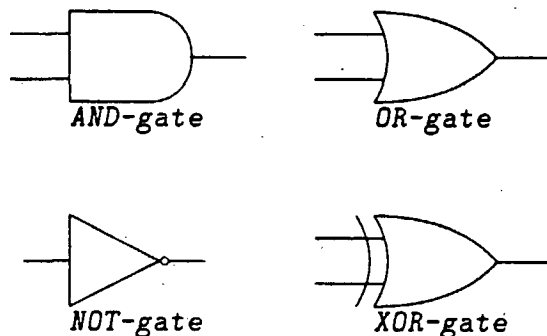
2.1.2 Komponentens funktionalitet.

Komponentens funktionalitet beskrives med et prædikat, der har følgende format:

$$\langle \text{TYPE} \rangle(x) \Rightarrow \left[\bigwedge_i (\text{out}(x, i) \Leftrightarrow \mathcal{F}_i(x)) \right] \quad (2.1)$$

Dette udtrykker, at hvis komponent x har typen $\langle \text{TYPE} \rangle$, så er dens logiske funktionalitet givet ved formelen på højre side af implikationen. Prædikatet $\mathcal{F}_i(x)$ udtrykker komponentens logiske funktionalitet for outputben i og er defineret ved sammensætning af in-prædikater.

Eksempel 2.1 Alle digitale kredsløb kan dannes ud fra følgende simple komponenter¹. Symboler for disse fire komponenter er vist på figur 2.2.



Figur 2.2: Fire grundlæggende komponenter

Logisk AND:

Lad os beskrive funktionaliteten af en AND-gate med to inputben og et outputben. Vi indfører da prædikatet ANDG, ved følgende formel:

$$\text{ANDG}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow (\text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2))]$$

Vi skal senere generalisere ANDG-prædikatet til tage flere end to inputværdier.

¹Faktisk kan man nøjes med 2 af disse komponenter, nemlig {AND, NOT} eller {OR, NOT}, idet de øvrige kan modelleres med disse.

Logisk OR:

Den logiske OR funktion defineres helt ækvivalent med AND funktionen.

$$\text{ORG}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow (\text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2))]$$

Denne kan ligesom AND-gaten generaliseres til mere end 2 inputs.

Logisk XOR:

Exclusive-OR, som er sand når dens inputs er forskellige, modelleres ved

$$\text{XORG}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]$$

Logisk NOT :

Logisk negation udføres af komponenttypen, som vi kalder NOTG. Denne kaldes undertiden en inverter.

$$\text{NOTG}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg \text{in}(x, 1)]$$

2.1.3 Komponentens tilstand - AB prædikatet.

Vi indfører endvidere prædikatet $\text{AB}(x)$, der udtrykker, at komponenten x ikke fungerer normalt, dvs at dens funktionalitet ikke nødvendigvis opfylder formel (2.1).

Ved hjælp af dette kan vi modellere den lidt præcisere funktionalitetsbeskrivelse.

$$\langle \text{TYPE} \rangle(x) \wedge \neg \text{AB}(x) \Rightarrow \left[\bigwedge_i (\text{out}(x, i) \Leftrightarrow \mathcal{F}_i(x)) \right] \quad (2.2)$$

Dette betyder at hvis x er en komponent af type $\langle \text{TYPE} \rangle$ og i øvrigt fungerer normalt, så vil dens outputben have værdierne givet ved formlen på højre side af implikationen.

Med AB prædikatet kan vi så at sige suspendere de bånd, som funktionalitetsbeskrivelsen lægger på en given komponent: Hvis $AB(x)$ er sand for et givet x , vil formlen 2.2 være sand uanset værdierne på komponent x 's in og outputben.

2.2 Beskrivelsens sprog

Lad os nu definere det sprog, som vi vil bruge til at beskrive de forskellige digitale kredsløb. Det vil være et 1. ordens prædikatlogisk sprog. Notationen er lånt fra [Van Dalen], som giver en grundig behandling af emnet.

2.2.1 Domæne

Domænet \mathcal{D} for beskrivelsessproget er to-sortet. Dels består det af mængden \mathcal{K} af alle digitale elektroniske komponenter og dels af de naturlige tal \mathbb{N} . Vi har at

$$\mathcal{D} = \mathcal{K} \cup \mathbb{N}$$

2.2.2 Alfabet

Alfabetet for beskrivelsessproget er følgende symboler:

Logiske konnektiver:

$$\wedge \vee \neg \Rightarrow \Leftrightarrow \exists \forall$$

Hjælpesymboler:

$()$,

Variabelsymboler:

x - fra \mathcal{K}

b - fra \mathbb{N}

Konstantsymboler:

Vi indfører konstantsymbolerne $0 \dots 9$ fra \mathbb{N} , samt et konstantsymbol fra \mathcal{K} for hver komponent i det system vi betragter.

Funktioner:

Da vi har valgt at modellere komponenternes funktionalitet rent relationelt, er der ingen funktioner i sproget.

Prædikater:

Vi benytter prædikater, der klassificerer komponenterne fra \mathcal{K} , efter hvilken type de har (f.eks $\text{ANDG}(x)$ er sand, hvis x er en AND Gate). Prædikatsymbolerne afhænger som konstanterne af det konkrete system. Der skal være et prædikatsymbol for hver komponenttype, der indgår i systemet. Metasymbolet $\langle \text{TYPE} \rangle(K)$ dækker således over alle de prædikater, der siger at komponenten K har den pågældende type.

Hvis komponenten x har en funktionalitet, som kan generaliseres til et variabelt antal inputben, skriver vi $\langle \text{TYPE} \rangle(x, b)$ og fastslår at x har b inputben. Dette vil vi benytte, når vi skal generalisere ANDG og ORG prædikaterne til flere inputs.

Derudover anvender vi prædikater, der udtrykker om komponenten fungerer:

$$\text{AB}(x)$$

Endelig har vi prædikater, der beskriver input- og outputværdier på en komponent x , ved ben nr i (se definition 2.2):

$$\text{in}(x, i)$$

$$\text{out}(x, i)$$

2.2.3 Syntaktiske kategorier**Termer:**

Da der ikke er nogle funktioner på domænet \mathcal{D} , udgøres sprogets termer blot af den endelige mængde af definerede variabel- og konstantsymboler.

Formler:

En formel, der kun består af et enkelt prædikat, kaldes en atomisk formel.

Hvis β og γ er formler, så er $\beta \square \gamma$ og $\neg \beta$ også formler, hvor \square er et af de dyadiske konnektiver $\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow$.

Sætninger:

En lukket formel, dvs en formel, hvor alle variable er bundet af kvantorer kaldes en sætning. En formel hvori der kun indgår konstanter, kaldes også en sætning eller en udsagnslogisk formel.

2.3 Beskrivelse af et system

Et system er en endelig mængde af komponenter, der er indbyrdes forbundet. Ligesom komponenten har systemet en antal inputben og et antal outputben, og systemet udfører en eller anden logisk funktion.

Definition 2.3 *Et system er et par (COMP, SD), hvor*

- *komponenterne $\text{COMP} \subset \mathcal{K}$ er en endelig mængde af konstantsymboler. et for hver komponent i systemet.*
- *systembeskrivelsen SD er en endelig mængde af sætninger.*

Komponenterne $\text{COMP} \subset \mathcal{K}$ rummer alle systemets komponenter og er således bestemmende for hvilke sætninger, der skal være i SD.

Systembeskrivelsen SD definerer hvilke komponenter systemet består af, komponenternes funktionalitetsbeskrivelse, og deres indbyrdes forbindelser.

Definition 2.4 *En systembeskrivelse SD for et sammensat system er følgende mængde af sætninger:*

$$\text{SD} = \text{DEF} \cup \text{FORB} \cup \text{FUNK}$$

hvor

- *DEF er en mængde, der for hver komponent $x \in \text{COMP}$ indeholder en sætning af formen $\langle \text{TYPE} \rangle(x)$.*

- **FORB** er en mængde af sætninger, der beskriver forbindelserne mellem systemets komponenter.
- **FUNK** er en mængde af sætninger på formen 2.2, der for hver komponenttype i systemet definerer typens funktionalitet.

FORB beskriver forbindelserne i et system S på følgende måde:

- hver forbindelse fra systemets inputben i til en komponent x inputben j beskrives med sætningen

$$\text{in}(S, i) \Leftrightarrow \text{in}(x, j)$$

- hver forbindelse fra komponent x outputben i til en komponent y inputben j beskrives med sætningen

$$\text{out}(x, i) \Leftrightarrow \text{in}(y, j)$$

- hver forbindelse fra komponent x outputben i til systemets outputben j beskrives med sætningen

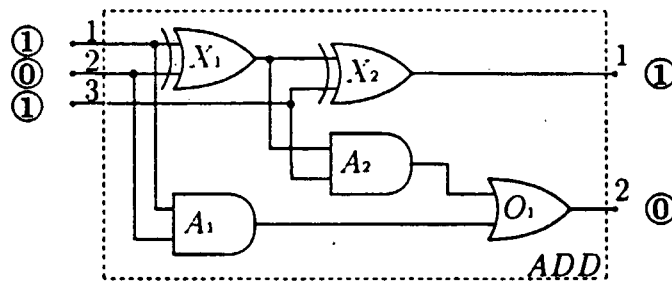
$$\text{out}(x, i) \Leftrightarrow \text{out}(S, j)$$

Eksempel 2.2 Lad os se på en adder som et eksempel på et system (se figur 2.3)². Adderen, der er en vital komponent i enhver datamaskine, er beskrevet i [Tannenbaum, s 79].

Vi vil betragte adderen ADD som et system $(COMP, SD)$, hvor

$$\text{COMP} = \{A_1, A_2, O_1, X_1, X_2\}$$

²Værdierne ved adderens input og outputben stemmer ikke overens med dens design, hvilket indikerer, at en eller flere af dens komponenter fungerer abnormt.



Figur 2.3: Adder

DEF = {
 ANDG(A_1), ANDG(A_2), ORG(O_1), XORG(X_1), XORG(X_2)}

FORB = {
 $\text{in}(ADD, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_1, 1)$,
 $\text{in}(ADD, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 1)$,
 $\text{in}(ADD, 2) \Leftrightarrow \text{in}(X_1, 2)$,
 $\text{in}(ADD, 2) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 2)$,
 $\text{in}(ADD, 3) \Leftrightarrow \text{in}(X_2, 2)$,
 $\text{in}(ADD, 3) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 2)$.
 $\text{out}(X_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_2, 1)$,
 $\text{out}(X_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 1)$,
 $\text{out}(A_2, 1) \Leftrightarrow \text{in}(O_1, 1)$,
 $\text{out}(A_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(O_1, 2)$.
 $\text{out}(X_2, 1) \Leftrightarrow \text{out}(ADD, 1)$,
 $\text{out}(O_1, 1) \Leftrightarrow \text{out}(ADD, 2)}$ }

FUNK = {
 $\forall x \in \mathcal{K} : \text{ANDG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow (\text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2))]$,
 $\forall x \in \mathcal{K} : \text{ORG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow (\text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2))]$,
 $\forall x \in \mathcal{K} : \text{XORG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]$ }

2.4 Observationer

Observationer er målinger ved systemets forbindelser til omverdenen.

Definition 2.5 En observation OBS af et system er en endelig mængde af atomiske sætninger. For hvert inputben i til systemet S indeholder OBS netop en af sætningerne

$$\text{in}(S, i) \text{ og } \neg \text{in}(S, i)$$

og tilsvarende for hvert outputben j netop en af sætningerne

$$\text{out}(S, j) \text{ og } \neg \text{out}(S, j)$$

Eksempel 2.3 Her er et eksempel på en observation af adderen:

$$\text{OBS} = \{ \text{in}(\text{ADD}, 1), \neg \text{in}(\text{ADD}, 2), \text{in}(\text{ADD}, 3), \\ \text{out}(\text{ADD}, 1), \neg \text{out}(\text{ADD}, 2) \}$$

Dette svarer til de input og output værdier, som er angivet på figur 2.3 på side 13.

Definition 2.6 Et system under en given observation er en triplet

$$(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$$

Kapitel 3

Diagnosebegrebet

3.1 Definition

Lad os betragte et system under en given observation (COMP, SD, OBS). Systemet består af komponenterne $COMP = \{c_1, \dots, c_n\}$. Hvis observationen OBS er i modstrid med, hvad vi ville forvente ud fra kendskab til systembeskrivelsen, slutter vi, at systemet ikke fungerer korrekt i forhold til denne. Vi forudsætter altså, at systembeskrivelsen er formuleret korrekt, og retter vores opmærksomhed mod det aktuelle system.

Inden for systemet vil vi søge årsagen til fejlsituationen i funktionaliteten af de enkelte komponenter og hævde, at en eller flere fejlbehæftede komponenter er årsag til fejlsituationen i hele systemet. Hvis antagelsen om at bestemte komponenter er fejlbehæftede, mens resten er OK kan redegøre for observationerne, kaldes denne en diagnose.

Vi skal nu formalisere diagnosebegrebet. Til dette har vi brug for begrebet **konsistens**. Vi siger at en mængde Γ af 1.ordens sætninger er konsistent, hvis det er umuligt at udlede en modstrid af disse sætninger, og vi skriver:

$$\Gamma \not\vdash \perp$$

Hvis det derimod er muligt at udlede en modstrid af sætningerne i Γ , siges Γ at være inkonsistent, og vi skriver:

$$\Gamma \vdash \perp$$

Antagelsen om at alle komponenter $c_i \in \text{COMP}$ fungerer normalt, formulerer vi ved hjælp af AB prædikatet med følgende mængde af sætninger: $\{\neg \text{AB}(c_1), \dots, \neg \text{AB}(c_n)\}$. Antagelsen om at systemet samt alle dets komponenter fungerer normalt under observationen OBS formulerer vi derfor som:

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c_1), \dots, \neg \text{AB}(c_n)\} \not\perp$$

I et fejlfungerende system vil dette imidlertid ikke være tilfældet, og vi definerer da en diagnose som en endelig mængde af komponenter $\Delta \subseteq \text{COMP}$ hvorom det gælder, at antagelsen om at disse komponenter fungerer abnormt sammen med observationer og systembeskrivelse er konsistent.

Definition 3.1 *En diagnose for (COMP, SD, OBS) er en minimal mængde $\Delta \subseteq \text{COMP}$ således at*

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{\text{AB}(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{COMP} \setminus \Delta\}$$

er konsistent.

Læg mærke til at man med AB-prædikatet kan sætte fokus en bestemt komponent, uden at måle direkte på den. Dette er afgørende, hvis systemet f.eks. er en integreret kreds, hvor målinger på en enkelt komponent ikke kan foretages og observationerne dermed kun vedrører kredsen som helhed.

3.2 Konsekvenser

Nu følger tre konsekvenser af definition 3.1.

Sætning 3.1 (Eksistens) *Der eksisterer en diagnose for (SD, COMP, OBS), hvis og kun hvis $\text{SD} \cup \text{OBS}$ er konsistent.*

Bevis:

\Rightarrow : da $\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{\text{AB}(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{COMP} \setminus \Delta\}$ er konsistent vil også delmængden $\text{SD} \cup \text{OBS}$ være det.

\Leftarrow : Lad $SD \cup OBS$ være konsistent. Vi viser da konstruktivt, at der altid eksisterer en diagnose, som opfylder definition 3.1. Kontraposition giver nu det ækvivalente udsagn:

Hvis der ikke findes en diagnose Δ , så gælder at $SD \cup OBS \vdash \perp$.

Antag at Δ ikke findes, dvs der eksisterer *ikke* Δ så

$$SD \cup OBS \cup \{AB(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \not\vdash \perp$$

Dette er ensbetydende med at for alle Δ

$$SD \cup OBS \cup \{AB(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \vdash \perp \quad (3.1)$$

Lad nu $\Gamma = SD \cup OBS$. Vi viser først at ligning (3.1) betyder, at alle kombinationer af $AB(c)$ og $\neg AB(c)$ prædikaterne kan udledes fra Γ . Derefter konjungerer vi disjunktionerne af disse og endelig viser vi, at denne konjunktion er utilfredsstillelig og dermed at Γ da er inkonsistent.

Ifølge slutningsreglen

$$\frac{\Gamma, A \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg A}$$

får vi for $\Delta = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$ og $COMP \setminus \Delta = \{c_{k+1}, c_{k+2}, \dots, c_n\}$ af (3.1)

$$\Gamma \cup \{AB(c_{i \in \{1, \dots, k\}})\} \cup \{\neg AB(c_{i \in \{k+1, \dots, n\}})\} \vdash \perp$$

$$\Gamma \cup \{AB(c_{i \in \{2, \dots, k\}})\} \cup \{\neg AB(c_{i \in \{k+1, \dots, n\}})\} \vdash \neg AB(c_1)$$

$$\Gamma \cup \{AB(c_{i \in \{3, \dots, k\}})\} \cup \{\neg AB(c_{i \in \{k+1, \dots, n\}})\} \vdash \neg AB(c_1) \vee \neg AB(c_2)$$

⋮

$$\Gamma \cup \{\neg AB(c_{i \in \{k+1, \dots, n\}})\} \vdash \neg AB(c_1) \vee \neg AB(c_2) \vee \dots \vee \neg AB(c_k)$$

og den tilsvarende regel

$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash \perp}{\Gamma \vdash A}$$

giver videre at

$$\begin{aligned}
 \Gamma \cup \{\neg AB(c_{i \in \{k+1, \dots, n\}})\} &\vdash \neg AB(c_1) \vee \dots \vee \neg AB(c_k) \\
 \Gamma \cup \{\neg AB(c_{i \in \{k+2, \dots, n\}})\} &\vdash \neg AB(c_1) \vee \dots \vee \neg AB(c_k) \vee AB(c_{k+1}) \\
 &\vdots \\
 \Gamma &\vdash \neg AB(c_1) \vee \dots \vee \neg AB(c_k) \\
 &\quad \vee AB(c_{k+1}) \vee \dots \vee AB(c_n) \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

Ifølge kontrapositionsantagelsen kan vi udlede disjunktioner af denne type for *alle* Δ , hvor det vil gælde at $\neg AB(c)$ for $c \in \Delta$ og $AB(c)$ for $c \in \text{COMP} \setminus \Delta$. For at kunne opskrive dette formelt, indfører vi notationerne

$$\begin{aligned}
 (\neg)^0 AB(c) &\stackrel{\text{DEF}}{\Leftrightarrow} AB(c) \\
 (\neg)^1 AB(c) &\stackrel{\text{DEF}}{\Leftrightarrow} \neg AB(c)
 \end{aligned}$$

og

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{, hvis } c_i \in \text{COMP} \setminus \Delta \\ 1 & \text{, hvis } c_i \in \Delta \end{cases}$$

Ligning (3.2) kan nu for ethvert Δ skrives på følgende kompakte form:

$$\Gamma \vdash \bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i)$$

De n elementer α_i udgør en (n) -dimensional vektor $\alpha_{(n)} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, der udpeger de c_i , som tilhører Δ . F.eks vil vektoren i ligning (3.2) være $\alpha_{(n)} = (\overbrace{1, \dots, 1}^k, \overbrace{0, \dots, 0}^{n-k})$ idet det netop er de k første komponenter, der tilhører Δ .

Nu benytter vi slutningsreglen

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B}$$

til at konjungere de 2^n disjunktioner, som vi har udledt. Dette giver

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma \vdash (\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i)) \text{ for } \alpha_{(n)} = (0, 0, \dots, 0, 0) \\ \wedge (\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i)) \text{ for } \alpha_{(n)} = (0, 0, \dots, 0, 1) \\ \wedge (\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i)) \text{ for } \alpha_{(n)} = (0, 0, \dots, 1, 0) \\ \wedge (\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i)) \text{ for } \alpha_{(n)} = (0, 0, \dots, 1, 1) \\ \vdots \\ \wedge (\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i)) \text{ for } \alpha_{(n)} = (1, 1, \dots, 1, 1) \end{array} \right\} 2^n$$

Dette kan ligeledes skrives i den kompakte notation:

$$\Gamma \vdash \bigwedge_{\alpha_{(n)}=\mathbf{0}}^{\mathbf{1}} \left(\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \right) \quad (3.3)$$

hvor $\mathbf{0} = (\overbrace{0, 0, \dots, 0}^n)$ og $\mathbf{1} = (\overbrace{1, 1, \dots, 1}^n)$

Opgaven består nu i at vise at udtrykket (3.3) er det samme som

$$\Gamma \vdash \perp$$

Vi skal altså vise, at højresiden i (3.3) er falsk for alle n . Dette viser vi ved induktion over antallet af komponenter.

Induktionsstart:

For $n = 1$ degenererer højresiden i (3.3) til

$$AB(c_1) \wedge \neg AB(c_1)$$

hvilket må siges at være falsk for alle variabeltilskrivninger.

Induktionstrin:

Vi antager at udtrykket er falsk for $n - 1$ og viser, at det også er det for n .

$$\begin{aligned}
& \bigwedge_{\alpha_{(n)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^n (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \right) \\
& \Leftrightarrow \bigwedge_{\alpha_{(n)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \vee (\neg)^{\alpha_n} AB(c_n) \right) \\
& \Leftrightarrow \bigwedge_{\alpha_{(n-1)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \vee AB(c_n) \right) \wedge \\
& \quad \bigwedge_{\alpha_{(n-1)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \vee \neg AB(c_n) \right) \\
& \Leftrightarrow \left[\bigwedge_{\alpha_{(n-1)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \right) \vee AB(c_n) \right] \wedge \\
& \quad \left[\bigwedge_{\alpha_{(n-1)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \right) \vee \neg AB(c_n) \right] \\
& \Leftrightarrow \bigwedge_{\alpha_{(n-1)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \right) \vee (AB(c_n) \wedge \neg AB(c_n)) \\
& \Leftrightarrow \bigwedge_{\alpha_{(n-1)}=0}^1 \left(\bigvee_{i=1}^{n-1} (\neg)^{\alpha_i} AB(c_i) \right) \\
& \Leftrightarrow \perp
\end{aligned}$$

ifølge induktionsantagelsen. Dermed har vi vist at $\Gamma \vdash \perp$ hvorved inkonsistensen må ligge i $SD \cup OBS$. \square

Sætning 3.2 $\{ \}$ er den eneste diagnose for $(COMP, SD, OBS)$ hvis og kun hvis

$$SD \cup OBS \cup \{ \neg AB(c) \mid c \in COMP \setminus \Delta \} \not\vdash \perp$$

Dette betyder at observationen ikke strider imod hvad systemet burde gøre, hvis alle komponenter fungerede efter hensigten.

Bevis:

\Rightarrow : Lad $\Delta = \{ \}$ være den eneste diagnose for $(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$. Så vil

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{AB(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMP} \setminus \Delta\}$$

pr definition være konsistent. Da $\{AB(c) | c \in \Delta\} = \emptyset$, vil mængden

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMP} \setminus \Delta\}$$

være konsistent.

\Leftarrow : Lad

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMP} \setminus \Delta\}$$

være konsistent. Så vil også

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{AB(c) | c \in \{ \}\} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMP} \setminus \{ \}\}$$

trivielt være det. $\{ \}$ vil altid være minimal og udelukker derfor eksistensen af andre diagnoser.

□

Af sætning 3.2 følger umiddelbart

Korollar 3.1 Hvis $\{ \}$ er en diagnose for $(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$, så fungerer systemet korrekt i forhold til observationen OBS.

Sætning 3.3 Hvis Δ er en diagnose for $(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$, så gælder for ethvert $c_i \in \Delta$

$$\text{SD} \cup \text{OBS} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMP} \setminus \Delta\} \cup \neg AB(c_i) \vdash \perp$$

Bevis:

Hvis Δ er den tomme mængde er der intet at vise.

Lad $\Delta = \{c_1, \dots, c_k\}$ være en diagnose for (COMP, SD, OBS). Antag nu at sætningen er falsk. Dette giver:

$$\exists c_i \in \Delta : SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \{\neg AB(c_i)\} \not\perp$$

dvs at mindst en af c_i 'erne virker, til trods for at den er med i diagnosen. Denne eksistenspåstand kan også formuleres som:

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \{\neg AB(c_1) \vee \dots \vee \neg AB(c_k)\} \not\perp$$

Nu omskrives

$$\neg AB(c_1) \vee \dots \vee \neg AB(c_k)$$

med de Morgans regel til:

$$\neg (AB(c_1) \wedge \dots \wedge AB(c_k))$$

Dette udtryk omskriver vi til en disjunktion over alle de mulige konjunktioner hvor en eller flere komponenter virker.

Til dette benytter vi notationen fra beviset for sætning 3.1 og får at udtrykket

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \left\{ \bigvee_{\alpha_{i_k} \neq 0} [(\neg)^{\alpha_1} AB(c_1) \wedge \dots \wedge (\neg)^{\alpha_k} AB(c_k)] \right\}$$

er konsistent. hvorved vi for et eller andet valg af $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in \{0, 1\}$, med mindst et $j \in \{1, \dots, k\}$ hvor $\alpha_j = 1$ får at

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \{(\neg)^{\alpha_1} AB(c_1) \wedge \dots \wedge (\neg)^{\alpha_k} AB(c_k)\}$$

og dermed

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \{(\neg)^{\alpha_1} AB(c_1), \dots, (\neg)^{\alpha_k} AB(c_k)\}$$

er konsistent. Men dette siger, at der findes en ægte delmængde $\Delta' \subset \Delta$ som opfylder at

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta'\} \cup \{AB(c) | c \in \Delta'\}$$

er konsistent. Dette er i modstrid med minimaliteten af Δ og modsiger dermed at Δ er en diagnose. Da antagelsen om at sætningen var falsk leder til kontradiktion, må sætningen være sand. \square

Dette giver anledning til følgende simplifikation af definition 3.1.

Sætning 3.4 $\Delta \subseteq COMP$ er en diagnose for $(COMP, SD, OBS)$ hvis og kun hvis Δ er en minimal mængde hvor

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\}$$

er konsistent.

Bevis:

\Rightarrow : Lad Δ være en diagnose for $(COMP, SD, OBS)$. Ifølge definition 3.1 vil

$$SD \cup OBS \cup \{AB(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \not\vdash \perp$$

og så vil også den mindre mængde $SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\}$ være konsistent.

Vi vil nu vise minimaliteten af Δ : Lad $\Delta' = \Delta \setminus \{c_i\}$ for et vilkårligt $c_i \in \Delta$. Ifølge sætning 3.3 vil

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \{\neg AB(c_i)\} \vdash \perp$$

Men det er det samme som at $SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta'\}$ er inkonsistent, hvorved det ses, at Δ er minimal.

\Leftarrow : Lad Δ være en minimal mængde så

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \not\vdash \perp$$

Vi har da for ethvert $c_i \in \Delta$.

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in COMP \setminus \Delta\} \cup \{\neg AB(c_i)\} \vdash \perp$$

hvilket ifølge sætning 3.3 medfører at Δ er en diagnose. \square

Sætning 3.4 giver en lidt simplere formulering af en diagnose, som vi vil nyde godt af i det følgende.

Kapitel 4

Beregning af diagnose

4.1 Konflikt og repræsentantmængder

Vi begynder med at introducere to redskaber - Konfliktmængder og Repræsentantmængder - der indgår i beregningen af en diagnose.

4.1.1 Konfliktmængder

Definition 4.1 En konfliktmængde for $(COMP, SD, OBS)$ er en mængde $\{c_1, \dots, c_n\} \subseteq COMP$. så

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c_1), \dots, \neg AB(c_n)\} \vdash \perp$$

En konfliktmængde for $(COMP, SD, OBS)$ er minimal, hvis ingen ægte delmængde af den er en konfliktmængde for $(COMP, SD, OBS)$.

Vi formulerer nu sætning 3.4 ved hjælp af konfliktmængder:

Sætning 4.1 $\Delta \subseteq COMP$ er en diagnose for $(COMP, SD, OBS)$ hvis og kun hvis Δ er en minimal mængde, således at $COMP \setminus \Delta$ ikke er en konfliktmængde for $(COMP, SD, OBS)$.

Bevis: Vi opskriver definition 4.1 for $COMP \setminus \Delta$

$$SD \cup OBS \cup \{\neg AB(c) \mid c \in COMP \setminus \Delta\} \not\vdash \perp$$

og ser, at dette ifølge sætning 3.4 siger, at Δ er en diagnose for $(COMP, SD, OBS)$. Minimaliteten følger af samme argument. \square

4.1.2 Repræsentantmængder

En repræsentantmængde R for en skare af mængder M_1, M_2, \dots, M_n , er en mængde, der indeholder mindst et element fra hver af mængderne M_1, M_2, \dots, M_n .

Definition 4.2 Lad S være en skare af mængder. En repræsentantmængde for S er en mængde $R \subseteq \bigcup_{M \in S} M$, således at $R \cap M \neq \{\}$ for alle $M \in S$.

En repræsentantmængde for S er minimal, hvis ingen ægte delmængde af den er en repræsentantmængde for S .

Eksempel 4.1 Betragt skaren S af mængder

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_l\}.$$

$$B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\},$$

$$C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}.$$

En minimal repræsentantmængde R for S har formen:

$$\{a_h, b_i, c_j\}, \text{ hvor } h \in \{1 \dots l\}, i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n\}$$

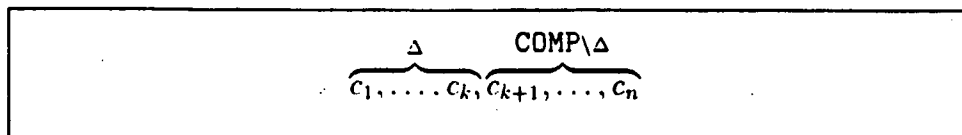
Dvs. at R indeholder netop et element fra hver af mængderne A , B og C .

Vi giver nu en fjerde karakterisering af en diagnose. Den er baseret på konflikt- og repræsentantmængder.

Sætning 4.2 (Diagnose) $\Delta \subseteq \text{COMP}$ er en diagnose for (SD, COMP, OBS), hvis og kun hvis Δ er en minimal repræsentantmængde for skaren af konfliktmængder for (COMP, SD, OBS).

Bevis:

\Rightarrow : Lad Δ være en diagnose for (COMP, SD, OBS). Da er $(\text{COMP} \setminus \Delta)$ ifølge sætning 4.1 ikke en konfliktmængde. Derfor må alle konfliktmængder indeholde mindst et element fra Δ , se figur 4.1.2. Δ er derfor en repræsentantmængde for skaren af konfliktmængder.



Figur 4.1: Elementerne i Δ optræder i alle konfliktmængder.

Minimaliteten ses af følgende argument: Ifølge sætning 4.1 er Δ en minimal mængde således at $\text{COMP} \setminus \Delta$ ikke er en konfliktmængde, dvs for alle $c \in \Delta$ vil $\{c\} \cup \text{COMP} \setminus \Delta$ være en konfliktmængde. Lad $\Delta' = \Delta \setminus \{c\}$, så vil $\{\text{COMP} \setminus \Delta'\} = \{c\} \cup \{\text{COMP} \setminus \Delta\}$ derfor være en konfliktmængde, hvorved Δ' ikke repræsenterer alle konfliktmængder og derfor ikke er en repræsentantmængde. Ergo er Δ en minimal repræsentantmængde.

⇐: Lad Δ være en minimal repræsentantmængde for skaren af konfliktmængder til $(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$. Vi skal da vise at Δ er en diagnose iflg. sætning 4.1, dvs at Δ er en minimal mængde således at $\text{COMP} \setminus \Delta$ ikke er en konfliktmængde.

Vi viser dette i to tempi:

1. $\text{COMP} \setminus \Delta$ er ikke en konfliktmængde for $(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$,
2. Δ er en minimal mængde med egenskab (1). Dette vises ved at vise at for ethvert $c \in \Delta$ vil $\{c\} \cup \text{COMP} \setminus \Delta$ være en konfliktmængde.

ad 1: Vi kontraponerer, dvs. vi vil vise at $\text{COMP} \setminus \Delta$ er en konfliktmængde $\Rightarrow \Delta$ ikke er en minimal repræsentantmængde: Δ vil aldrig kunne repræsentere $\text{COMP} \setminus \Delta$. Så hvis $\text{COMP} \setminus \Delta$ er en konfliktmængde, kan Δ ikke være en repræsentantmængde.

ad 2: Alle konfliktmængder har formen $\overbrace{\Delta'}^{\text{Konflikt del}} \cup \overbrace{K}^{\text{Resten}}$, hvor $\Delta' \subseteq \Delta$ og $K \subseteq \text{COMP} \setminus \Delta$. Hvad mere er, ethvert $c \in \Delta$ må tilhøre en konfliktmængde, ellers ville Δ ikke være en repræsentantmængde. Vi viser, at for alle $c \in \Delta$ findes der en konfliktmængde af formen $\{c\} \cup K$: For hvis ikke, ville alle konfliktmængder indeholdende c , have formen $\{c, c', \dots\} \cup K$, hvor $c' \in \Delta$ og $c \neq c'$, hvorved $\Delta \setminus \{c\}$ som er mindre end Δ ville repræsentere alle konfliktmængder - kontradiktion.

Deraf fås at for ethvert $c \in \Delta$, findes en konfliktmængde på formen $\{c\} \cup K = \{c\} \cup \text{COMP} \setminus \Delta$. Men dette er jo netop en konfliktmængde, hvilket var hvad vi skulle vise.

□

Sætning 4.2's formulering af en diagnose vil være vores arbejdsgrundlag ved beregning af en diagnose. Beregning af alle diagnoser for (COMP, SD, OBS) består altså i at beregne alle minimale repræsentantmængder for skaren af konfliktmængder for (COMP, SD, OBS).

4.2 Beregning af repræsentantmængder

4.2.1 Konstruktion af repræsentanttræ

Da sætning 4.2 baserer sig på minimale repræsentantmængder, er det nødvendigt at kunne beregne disse så effektivt som muligt. Vi viser her hvorledes det er muligt at generere minimale repræsentantmængder for en vilkårlig skare af mængder, ved hjælp af søgning i en træstruktur.

Definition 4.3 Lad S være en skare af mængder. Et **repræsentanttræ** T for S er et minimalt træ, der opfylder følgende:

- Knuderne i T er mængder fra S . Mængden ved en knude k kaldes M_k .
- Kanterne fra en knude k til dens sønner $k_1 \dots k_n$ er mærket med elementerne fra mængden M_k . En knude har netop en søn for hvert element i M_k .
- Bladene i T mærkes med \checkmark .
- Stien fra roden i T til en knude k er en mængde $R(k)$, der indeholder netop de elementer, der markerer kanterne i stien.

Repræsentanttræet bygges op på følgende måde:

1. Hvis $S = \emptyset$ markeres træets rod med \checkmark . Ellers lader vi roden være den første knude i træet.

2. For hver knude k i træet gøres følgende:
 Udtag en mængde M fra S således at $M \cap R(k) = \emptyset$.
 Er dette ikke muligt markeres k med \checkmark .
 Er det muligt, dannes for hvert element $e_i \in M$ en søn k_i , og en kant fra k til k_i . Kanten mærkes med e_i .

Eksempel 4.2 På figur 4.2 er gengivet et repræsentanttræ for mængden $S = \{\{2,4,5\}, \{1,2,3\}, \{1,3,5\}, \{2,4,6\}, \{2,4\}, \{2,3,5\}, \{1,6\}\}$.

Ideen med et repræsentanttræ er at stierne fra roden til de blade, der er afmærket med \checkmark , netop beskriver de minimale repræsentantmængder. Således gælder det at

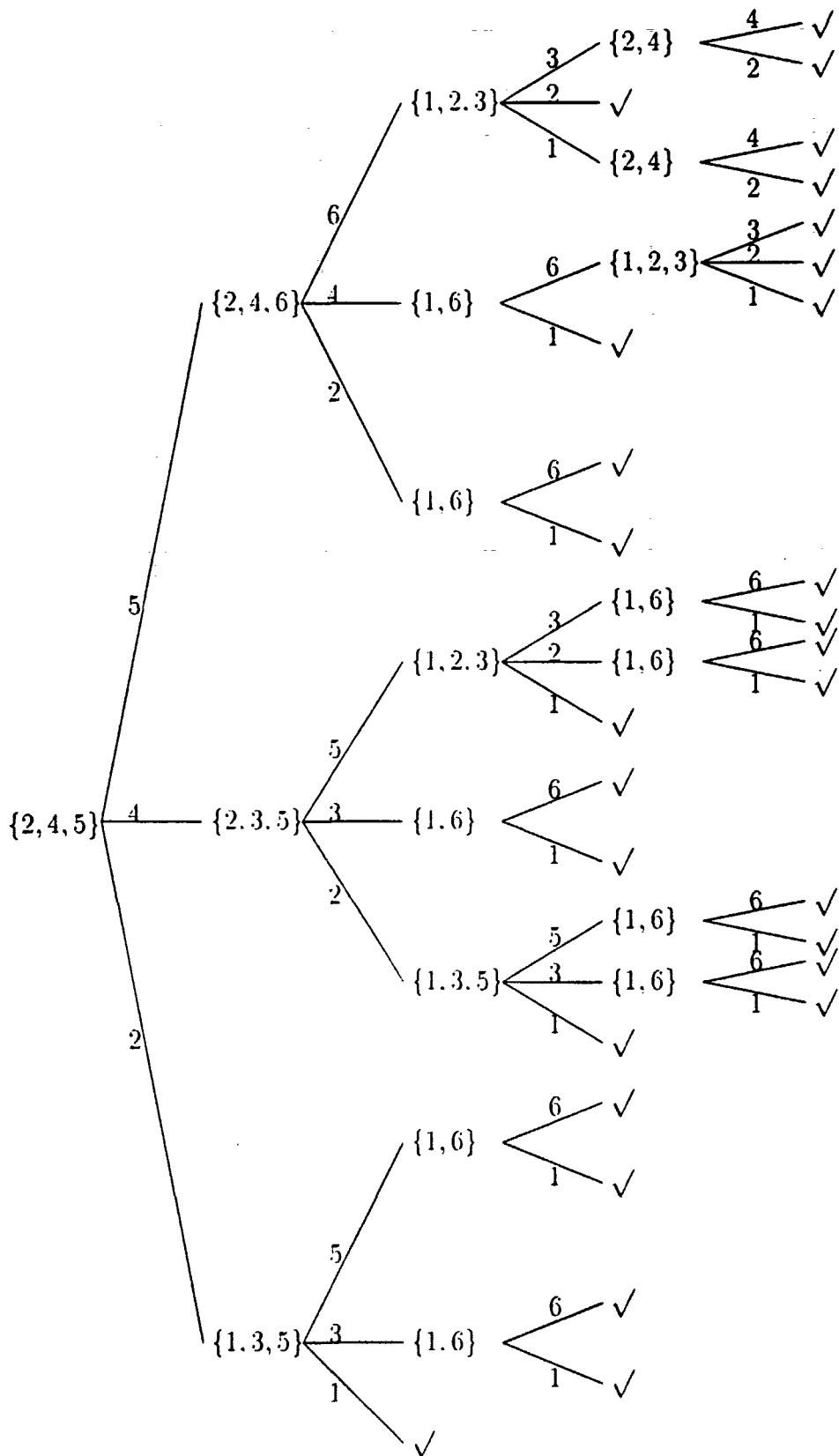
k er mærket \checkmark hvis og kun hvis $R(k)$ er en minimal repræsentantmængde for S .

Da S i denne sammenhæng består af konfliktmængder, skal mængderne M genereres, så de opfylder definition 4.1.

Den første indskydelse ville være at gå hårdt til værks, og generere samtlige konfliktmængder først, og dernæst danne repræsentanttræet. Dette er imidlertid beregningsmæssigt meget tungt og heldigvis unødvendigt. Vi vil nøjes med at generere konfliktmængderne løbende, samtidig med at træets knuder dannes. Vi får da kun brug for at generere en del af konfliktmængderne fra S .

4.2.2 Beskæring af træet

Den mest nærliggende måde at begrænse tilgangen til S er at genbruge allerede generede mængder M , hvis de kan anvendes til at afmærke andre knuder. I eksempel 4.2 kan mængden $\{1,3,5\}$ genbruges til at afmærke den midterste knude på andet niveau i stedet for mængden $\{2,3,5\}$. I figur 4.2 er mængden $\{1,6\}$ genbrugt 8 gange idet kun den første afmærkning med denne mængde kræver tilgang til S . For at kunne udnytte dette skal træet dannes bredde først.



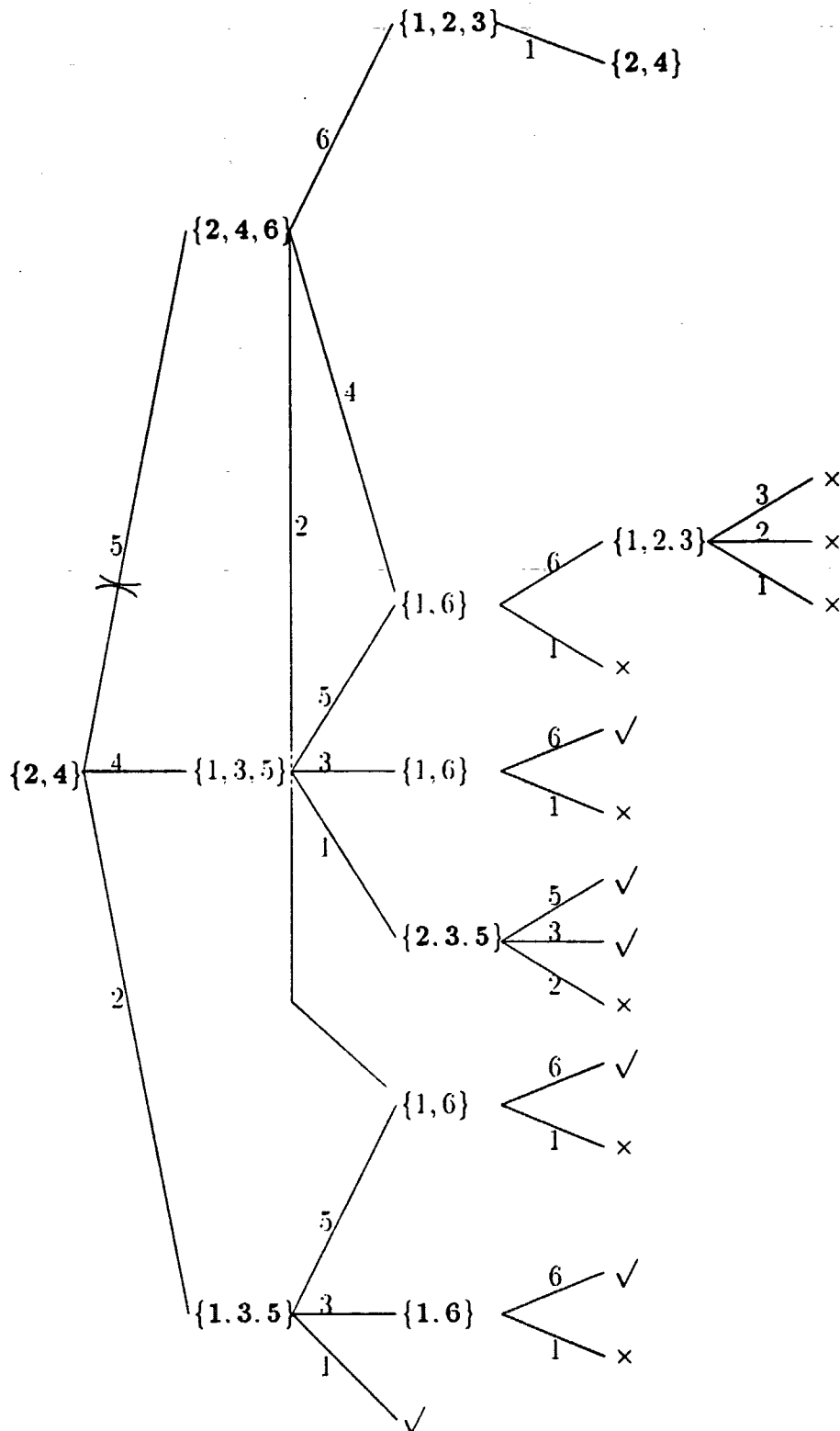
Figur 4.2: Et repræsentanttræ for mængden $S = \{\{2,4,5\}, \{1,2,3\}, \{1,3,5\}, \{2,4,6\}, \{2,4\}, \{2,3,5\}, \{1,6\}\}$.

Endvidere angiver Reiter tre metoder til beskæring af træet. Russel Greiner har imidlertid påvist at disse metoder under visse omstændigheder fjerner for meget af træet, således at ikke alle repræsentantmængder fremkommer (se [Greiner]). Vi gengiver derfor Greiners korrigerede udgave af beskæringsmetoderne:

1. **Sammenlægning af identiske undertræer:** Hvis det for to knudepunkter k_1 og k_2 gælder at $R(k_1) = R(k_2)$, så kan de ifølge definition 4.3 afmærkes med samme mængde fra S , hvorved deres undertræer vil blive identiske. Man kan derfor sammenlægge k_1 og k_2 , således at de repræsenteres som en enkelt knude med to fædre. På figur 4.2 gælder dette for knuderne med kantmærkestierne 4, 5 og 5, 4 samt kantmærkestierne 2, 5 og 5, 2.
2. **Identifikation af ikke minimale repræsentantmængder:** Hvis en kantmærkemængde $R(k)$ er blevet identificeret som repræsentantmængde, så vil enhver knude k_i , hvor $R(k) \subset R(k_i)$, også give anledning til en repræsentantmængde. En sådan knude k_i kan da lukkes uden at gennemsøge S , idet den aldrig vil kunne give anledning til nogen mindre repræsentantmængde. En knude lukket efter denne regel afmærkes vi med \times .
3. **Elimination af overmængder fra S :** Hvis $M, M' \in S$ og $M \subset M'$, så vil $S \setminus \{M'\}$ have de samme minimale repræsentantmængder som S . Dette kan benyttes til at eliminere alle overmængder fra S . Da S ikke er explicit givet, kan denne elimination ikke gøres inden træet opstilles men må vente til mængderne M og M' identificeres. På dette tidspunkt bortskæres de grene af træet, som er mærket med elementer i $M' \setminus M$, og alle knuder mærket med M' ommærkes med M . Knuder i det bortskårede træ med fædre i andre dele af træet bevares. På figur 4.2 er træets højre gren mærket med 5 som tilhører $\{2, 4, 5\} \setminus \{2, 4\}$. Dette implicerer, at undertræet under denne gren er overflødigt og derfor kan bortskæres, idet det beskårede træ stadig vil rumme alle minimale repræsentantmængder for hele S .

Figure 4.3 viser træet fra figur 4.2, hvor mængderne er genbrugt som mærker i så stor udstrækning som muligt. Desuden er træet beskåret efter ovenstående regler.

Skaren S er kun blevet benyttet 13 gange: De 7 har resulteret i mængderne, der på figur 4.3 er fremhævet med fed skrift. De resterende 6



Figur 4.3: Et beskåret repræsentanttræ for mængden $S = \{\{2, 4, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{1, 6\}\}$.

gange har det ikke været muligt at finde en mængde, hvis fællesmængde med kantmærkemængden er tom. Disse er mærket med \checkmark . De øvrige mængder i træet er genbrugte. Blade afmærket med \times er lukkede, fordi de er redundante.

Endelig er højre undertræ bortskåret, ifølge regel 3. At undertræet er overflødig viser sig først, når man fra S udtager mængden $\{2, 4\}$, som er en ægte delmængde af mængden ved træets rod. Der har altså været to tilgange til S , som på dette tidspunkt viser sig at være overflødige. Desværre kan dette ikke identificeres tidligere, da S som nævnt ikke er explicit givet.

Eksempel 4.3 De minimale repræsentantmængder for skaren S er

$$\{1, 2\}, \{2, 3, 6\}, \{2, 5, 6\}, \{4, 1, 3\}, \{4, 1, 5\}, \{4, 3, 6\}$$

4.3 En algoritme for diagnose

Ifølge definition 4.1 betyder en konfliktmængde $\{c_1, \dots, c_k\}$, at det falske kan udledes af sætningerne i OBS, SD forenet med antagelsen om, at alle komponenter i konfliktmængden fungerer:

$$\text{OBS} \cup \text{SD} \cup \{\neg \text{AB}(c_1), \dots, \neg \text{AB}(c_k)\} \vdash \perp$$

Hvis der findes en konfliktmængde, så vil mængden af alle komponenter COMP også være en konfliktmængde, dvs at

$$\text{OBS} \cup \text{SD} \cup \{\neg \text{AB}(c) \mid c \in \text{COMP}\} \vdash \perp \quad (4.1)$$

Skaren af alle konfliktmængder kan nu findes ved at gennemføre alle mulige refutationer af 4.1. Hver konfliktmængde findes da ved at notere hvilke $\neg \text{AB}(c_i)$, der indgår i bevistræet for den pågældende refutation. Konstanterne c_i udgør da en konfliktmængde.

Eksempel 4.4 Betragt fulladderens og lad OBS være givet som i eksemplet 2.3 på side 14. En af refutationerne af (4.1) ser ud som følger:

Modus ponens eliminerer AB prædikatet fra alle funktionalitetsbeskrivelserne. For XOR kredsene giver dette

$$\frac{\neg AB(x), \text{XORG}(x) \wedge \neg AB(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]}{\text{XORG}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]}$$

Endnu en anvendelse af modus ponens giver den konkrete funktionalitet for komponenterne $X_i, i \in \{1, 2\}$:

$$\frac{\text{XORG}(X_i), \text{XORG}(x) \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]}{\text{out}(X_i, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(X_i, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_i, 2))}$$

Observationerne kan nu inddrages og giver sammen med forbindelserne FORB

$$\frac{\text{in}(X_1, 1), \neg \text{in}(X_1, 2), \text{out}(X_1, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(X_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_1, 2))}{\text{out}(X_1, 1)}$$

$$\frac{\text{out}(X_1, 1), \text{out}(X_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_2, 1)}{\text{in}(X_2, 1)}$$

$$\frac{\text{in}(X_2, 2), \text{in}(X_2, 1), \text{out}(X_2, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(X_2, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_2, 2))}{\neg \text{out}(X_2, 1)}$$

Endelig giver denne udledte værdi sammen med den konkrete observation modstriden

$$\frac{\neg \text{out}(X_2, 1), \text{out}(X_2, 1)}{\perp}$$

De konstanter, der indgår i refutationen er X_1, X_2 . Da man kan udlede modstriden uden at inddrage andre konstanter (A_1, A_2, O_1) fra Herbrand universet, udgør disse en konfliktmængde.

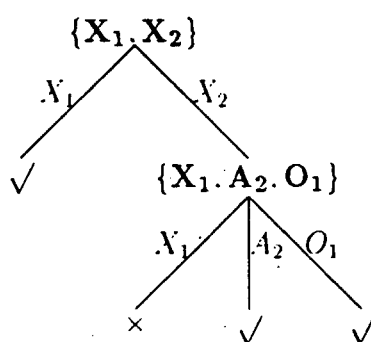
Lad $\text{TP}(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$ være en funktion, der udfører beviset og returnerer en konfliktmængde eller \checkmark , hvis det ikke er muligt at udlede det falske.

For at generere en mængde M til en knude k , således at $M \cap R(k) = \emptyset$, behøver man nu at gennemføre udledningen for $\text{COMP} \setminus R(k)$, fordi elementerne i $R(k)$ på forhånd er udelukket. Dette gøres ved kaldet

$$\text{TP}(\text{COMP} \setminus R(k), \text{SD}, \text{OBS})$$

Funktionen TP kan realiseres på mange måder. Der kræves en automatisk bevismaskine, der er sund og fuldstændig og som kan notere de konstanter, der indgår i beviset. Den kan f.eks. baseres på resolution eller tableau-bevistræer. Hvordan dette kan gøres er skitseret i kapitel 5.

Eksempel 4.5 Fulladderer fra eksempel 2.2 under observationen fra samme eksempel kan give anledning til det beskårede repræsentanttræ, der er vist på figur 4.4.



Figur 4.4: Beregning af diagnoser for adderen

Bemærk at konfliktmængderne $\{X_1, X_2\}$ og $\{X_1, A_2, O_1\}$ begge består af komponenter, der danner en vej gennem systemet fra input til output. Dette vil i almindelighed være tilfældet, og det kan være med til at danne et intuitivt billede af begrebet konfliktmængde.

Her følger nu Reiter's algoritme DIAGNOSE

Algoritme 4.1 DIAGNOSE(COMP, SD, OBS)

1. Generer et beskåret repræsentanttræ T for skaren af konfliktmængder for (COMP, SD, OBS), således at hver gang en ny mængde behøves for at afmærke en knude k genereres den ved kaldet $TP(\text{COMP} \setminus R(k), \text{SD}, \text{OBS})$.
2. Returner mængden af diagnoser = $\{R(k) | k \text{ er afmærket med } \checkmark\}$.

Algoritmen har blandt andet følgende egenskaber:

- To forskellige kald til TP vil aldrig give den samme konfliktmængde. Dette er en konsekvens af den måde, som TP bliver kaldt på under konstruktionen af repræsentanttræet, nemlig at mængden af komponenter er fratrukket forskellige konstanter i hvert kald til TP. Dette implicerer også at TP aldrig vil returnere en overmængde til en tidligere genereret mængde.
- Da repræsentanttræet genereres bredde først, vil diagnoserne blive beregnet efter stigende kardinalitet. Det er derfor muligt at udelukke diagnoser, der består af flere komponenter end en bestemt værdi. Dette har relevans i systemer, hvor sandsynligheden for at mange komponenter fejler samtidigt er forsvindende lille.

Kapitel 5

Generering af konfliktmængder

I dette kapitel giver vi en introduktion til hvordan en automatisk bevismetode kan benyttes til at generere konfliktmængder. For en uddybende gennemgang af emnet refererer vi til [Fitting], [Smullyan], [Davis] og [Letz]

5.1 Metoder til automatisk bevisførelse

Der er foreslået adskillige algoritmer til at finde inkonsistenser i endelige mængder af sætninger. F.eks. nævner [Fitting] Naturlig deduktion, Hilbert systemer, Gentzens sekvent kalkyle, Davis-Putnam proceduren, Resolution og Tableaumetoden. Af disse er den mest kendte og anvendte resolutionsmetoden, som også er beskrevet i [Davis]. Som eksempel på en metode til at generere konfliktmængder skitserer vi imidlertid principperne for tableaumetoden, fordi den er forholdsvis enkel at implementere i programmeringssproget PROLOG. Denne implementering er ikke specielt effektiv, så vi henviser til [Letz], som har beskrevet en effektiv tableau baseret bevismaskine, der udnytter en præprocessing til at forenkle problemet, samt en parallel tilgang for at tackle problemets høje kompleksitet.

5.2 Udsagnslogiske tableauer

5.2.1 Uniform notation

Da arbejdet med logik i høj grad består i at vise, at egenskaber bevares under anvendelsen forskellige konnektiver, er det praktisk at holde antallet af disse ned på et minimum. Dette lader sig gøre ved for eksempel at vælge \wedge og \neg , som grundlæggende operationer og definere de øvrige heraf. En anden metode, som er anvist af [Smullyan] og benyttet af [Fitting], kaldes uniform notation, og giver os en notation, som på en gang er simpel og samtidig rummer mange konnektiver. Udgangspunktet er de Morgans lov (se f.eks [Tannenbaum, s 66] eller [Van Dalen, s 20]):

$$\begin{aligned}\neg(p \wedge q) &\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \\ \neg(p \vee q) &\Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q\end{aligned}\tag{5.1}$$

Lad symbolet \circ være et af logiske konnektiver¹ $\vee, \wedge, \Rightarrow$ fra alfabetet beskrevet på side 9. Vi grupperer nu alle formler på formen $(p \circ q)$ og $\neg(p \circ q)$ i to kategorier, afhængigt af om de virker *konjunktivt* eller *disjunktivt* og vi betegner dem respektivt α og β formler. Vi definerer to komponenter i en α formel ved α_1 og α_2 . På samme måde defineres for β de to komponenter β_1 og β_2 . Dette gøres i tabel 5.1

Konjunktiv			Disjunktiv		
α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$p \wedge q$	p	q	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$
$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	p	q
$\neg(p \Rightarrow q)$	p	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	q

Tabel 5.1: Komponenter i α og β formler

Af tabel 5.1 følger direkte

¹Metoden lader sig uden videre generalisere til også at omfatte konnektiverne $\Leftarrow, \neq, \neq, \text{nand og nor}$ - se [Fitting, s 21]

Sætning 5.1 For alle formler α og β er følgende tautologier

$$\alpha \Leftrightarrow (\alpha_1 \wedge \alpha_2)$$

$$\beta \Leftrightarrow (\beta_1 \vee \beta_2)$$

5.2.2 Tableauregler

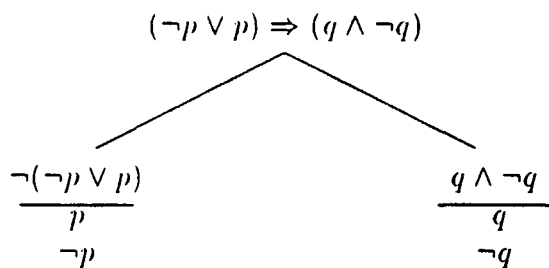
Sætning 5.1 giver direkte en bevismetode idet

- En α formel er sand i en given fortolkning, hvis og kun hvis *både* α_1 og α_2 er sande i den samme fortolkning.
- En β formel er sand i en given fortolkning, hvis og kun hvis *enten* β_1 eller β_2 er sand i den samme fortolkning.

Dette noteres i form af de såkaldte tableauregler

$$\frac{\alpha}{\alpha_1 \quad \alpha_2} \quad \frac{\beta}{\beta_1 | \beta_2}$$

Ved hjælp af disse regler, kan man opskrive en træstruktur hvor roden er en formel, og bladene er atomiske formler eller negationer af atomiske formler.



Figur 5.2: Et tableau for $(\neg p \vee p) \Rightarrow (q \wedge \neg q)$

Eksempel 5.1 Træet for formelen $(\neg p \vee p) \Rightarrow (q \wedge \neg q)$ er vist på figur 5.2, og det ses at alle stier fra træets rod til

dets blåde indeholder en atomisk formel samt negationen af denne. Da alle stier således indeholder en modstrid, må den pågældende formel være utilfredsstillelig.

Hvis en sti i tableau'et indeholder en modstrid, siges den at være lukket. Hvis alle stier er lukkede siges tableau'et at være lukket og der gælder følgende sætning:

Sætning 5.2 *En formel ϕ er utilfredsstillelig hvis og kun hvis der eksisterer et lukket tableau for ϕ . I modsat fald findes en fortolkning, der gør ϕ sand.*

Tableauet skelner således ikke mellem formler, der er sande i alle fortolkninger (tautologier) og formler, der blot er tilfredsstillelige. For at bevise tautologier udnytter man derfor følgende

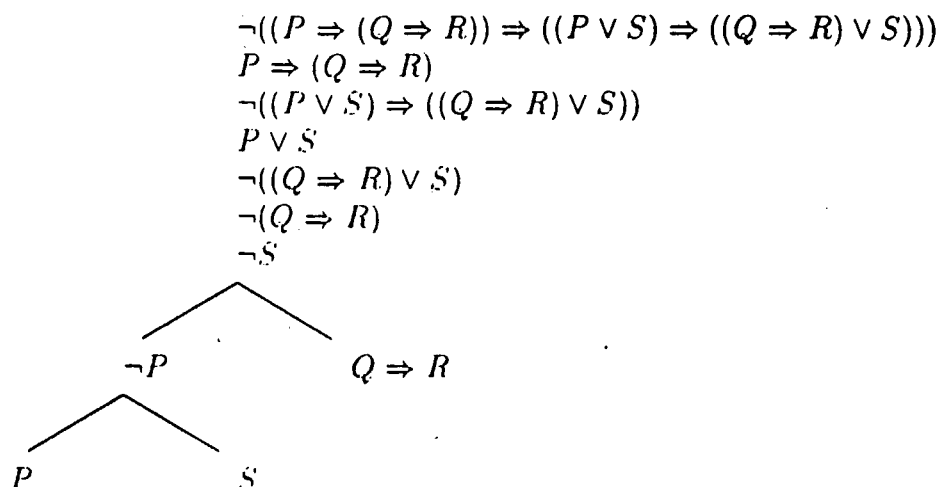
Sætning 5.3 *En formel ϕ er en tautologi hvis og kun hvis $\neg\phi$ er utilfredsstillelig.*

Et bevis for en tautologi kan derfor bestå i et lukket tableau for negationen af formelen. Dette kaldes også en **refutation** af formelen.

Eksempel 5.2 *Et bevis for formelen*

$$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \vee S) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \vee S))$$

består i at opstille en refutation af formlens negation. Tableauet for denne negation er vist på figure 5.3, hvor det ses at alle stier er lukkede.



Figur 5.3: Et tableaubevist for $(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \vee S) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \vee S))$

Universel		Eksistentiel	
γ	$\gamma(t)$	δ	$\delta(t)$
$(\forall x)\Phi$	$\Phi(x)[t/x]$	$(\exists x)\Phi$	$\Phi(x)[t/x]$
$\neg(\exists x)\Phi$	$\neg\Phi(x)[t/x]$	$\neg(\forall x)\Phi$	$\neg\Phi(x)[t/x]$

Tabel 5.4: Instanser af γ og δ formler

5.3 1. ordens tableauer

5.3.1 Kvantorregler

Hvis formlerne, der indgår i beviset indeholder kvantoriserede udsagn, kræves tableauregler for disse. Kvantoriserede udsagn kan opdeles i to kategorier: **Universelle udsagn**, som betegnes γ -formler og **eksistentielle udsagn**, der betegnes δ -formler. I begge tilfælde og for hver term t defineres en **instans** af det kvantoriserede udsagn. Dette er vist i tabel 5.4

Notationen $\Phi(x)[t/x]$ betyder at alle forekomster af variabelen x i form-

len Φ erstattes² med termen t .

Af tabel 5.4 følger

Sætning 5.4 For alle formler γ og δ i en given fortolkning og hvor kvantorene løber over domænet \mathcal{D} vil

$$\gamma \Leftrightarrow \gamma(d) \text{ for alle } d \in \mathcal{D}$$

$$\delta \Leftrightarrow \delta(d) \text{ for nogle } d \in \mathcal{D}$$

Sætning 5.4 giver ligesom sætning 5.1 anledning til en bevismetode, som kan noteres som tableauregler

γ	δ
$\gamma(t)$	$\delta(p)$
(for enhver lukket term t)	(for en ny parameter p)

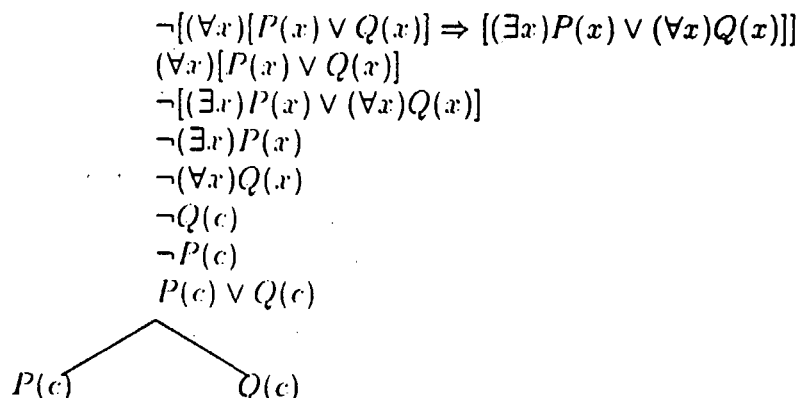
Ved at tilføje disse regler, kan man opskrive tableaubeviser for 1 ordens formler.

Eksempel 5.3 Et bevis for 1 ordens formlen $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)] \Rightarrow [(\exists x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)]$ fås ved at opskrive et tableau for den negerede formel, som det er vist på figur 5.5.

Bemærk at $\neg(\exists x)P(x)$ og $\neg(\forall x)Q(x)$ er hhv. γ og δ formler, der instantieres som vist i tabel 5.4 Da alle stier indeholder modstrid er den negerede formel refuteret, hvorved formlen selv er bevist.

Anvendelsen af alle disse tableauregler er ikke deterministiske, forstået på den måde at de udtaler sig om hvad man *må* gøre, men ikke hvad man *skal* gøre. Dette giver især for 1 ordens formler anledning til vanskeligheder - man kan bruge reglerne så uheldigt, at refutationen aldrig stopper. Problemet ligger i γ formlerne, og består i at man kan vælge enhver term til instantiering af $\gamma(t)$, uden at lukke tableauet, selvom en sådan mulighed findes.

²Her kræves som regel at x ikke forekommer i t



Figur 5.5: Et tableaubevist for $(\forall x)[P(x) \vee Q(x)] \Rightarrow [(\exists x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)]$

Eksempel 5.4 Vi anvender α -reglen på formlen

$$(\exists x)\neg P(x) \wedge (\forall y)P(y)$$

og får en tableausti indeholdende de to konjungenter. Anvendes δ -reglen nu på eksistensudtrykket, tilføjes $\neg P(c)$, hvor c er en ny parameter. Nu vil gentagne anvendelser af γ -reglen på det alkvantoriserede udtryk tilføje formlerne $P(t_1), P(t_2), \dots$, hvor termerne t_i alle er lukkede men forskellige fra c . Denne procedure vil aldrig stoppe med mindre et $t_j = c$, hvilket på ingen måde er sikret af tableaureglerne alene.

En løsning på dette er at vælge γ -instanser med de lukkede termer, der er blevet introduceret som parametre af δ -reglen. Det er imidlertid ikke altid muligt at foretage dette valg på det tidspunkt, hvor γ formelen instantieres. Derfor er det oplagt at instantiere en γ formel med $\gamma(x)$, hvor x er en fri variabel og så at sige udskyde valget af hvilken lukket term, der skal substitueres for x . Dette betyder på den anden side, at det bliver umuligt instantiere δ -formler med nye parametre, idet man

ikke kan vidē om en ny parameter i virkeligheden kommer til at optræde på x 's plads i γ formelen og dermed slet ikke er ny alligevel.

Løsningen på dette er at indføre en mere generel form for parameter, nemlig som *funktion* af lukkede termer. Parameteren i δ -reglen bliver da

$$c = f(x_1, \dots, x_n)$$

hvor f er en ny funktionsparameter og x_1, \dots, x_n er de frie variable, der hidtil er indført af γ -reglen. Når disse frie variable på et senere tidspunkt bliver fastlagt, vil denne funktionsparameter stadig være en ny term, idet den jo ikke kan være en af x_i 'erne. Denne funktion kaldes en skolem funktion, og det at udpege eksistensudtrykkets parameter som funktion af frie variable kaldes at skolemisere.

5.3.2 Unifikation

I udsagnslogiske tableauer er det grundlæggende spørgsmål om en sti er lukket, dvs om den bade indeholder en udsagnslogisk formel P og dens negation $\neg P$. I 1 ordens logikken bliver dette spørgsmål udvidet til at undersøge om en sti indeholder formlerne $P(t_1)$ og $\neg P(t_2)$, og om der i givet fald findes en variabeltilskrivning, der gør t_1 og t_2 identiske. Den mere generelle opgave at finde substitutioner, der gør termer ens, kaldes unifikation.

Eksempel 5.5 Lad en tableausti indeholde formlerne $P(x, g(x))$ og $\neg P(z, z)$. Det første man observerer er at begge formler består af samme relationssymbol P med samme aritet og at netop et af dem er negeret. For at stien skal kunne siges at være lukket må ligningerne

$$x = z \text{ og } g(x) = z$$

være opfyldt, hvilket ikke kan lade sig gøre, idet $g(z)$ syntaktisk aldrig kan være den samme term som z .

Eksempel 5.6 Lad nu tableaustien indeholde formlerne $P(x, g(x))$ og $\neg P(u, v)$. I dette tilfælde ledes man frem til ligningerne

$$x = u \text{ og } g(x) = v$$

hvilket giver at substitutionerne $[u/x]$ og $[g(u)/v]$ gør formlerne umiddelbart sammenlignelige: $P(u, g(u))$ og $\neg P(u, g(u))$ lukker tydeligvis stien.

Disse to eksempler illustrerer den såkaldte unifikationsalgoritme, der for hvert argument af de to atomiske 1 ordens formler $P(\theta_1, \dots, \theta_n)$ og $\neg P(\tau_1, \dots, \tau_n)$ finder en substitution, der gør dem sammenlignelige. Hvis dette ikke er muligt returneres symbolet FAIL, der angiver at formlerne ikke kan unificeres.

Algoritme 5.1 UNIFY(θ, τ)

1. IF $\theta = \tau$ THEN return(OK) ELSE
2. IF const(θ) and const(τ) THEN return(FAIL) ELSE
3. IF $\theta = f(\mu_1, \dots, \mu_k)$ and $\tau = g(\lambda_1, \dots, \lambda_l)$ THEN
 - IF $f = g$ and $k = l$ THEN
 - FOR $i := 1$ TO l DO UNIFY(μ_i, λ_i)
 - ELSE return(FAIL).
4. ELSE

/* Mindst en af formlerne θ og τ er en variabel. */

LAD x være den af θ og τ , som er en variabel³ og LAD t være den anden.

IF x optræder som fri variabel i t THEN return(FAIL)

ELSE erstat x med t overalt, hvor x forekommer frit. return(OK).

³Hvis både t og τ er variable vælges en af dem

Algoritme 5.1 skelner mellem 4 tilfælde:

I første tilfælde er termene syntaktisk ens, hvorved unifikation er mulig.

I andet tilfælde er begge termer forskellige konstanter, hvorved ingen unifikation er mulig.

I tilfælde nummer tre er begge termer sammensatte med funktions-symbolerne f og g . Er disse helt ens kaldes UNIFY rekursivt med alle argumenterne i par fra f og g .

I fjerde tilfælde er mindst en af termene en variabel kaldet x , hvorved den substitueres med den anden term t , såfremt x ikke forekommer frit i t .

5.4 Implementering

5.4.1 Normalformer

For at kunne behandle bevisførelse automatisk er det hensigtsmæssigt at bringe de aktuelle formler på en form, der gør dem mere ensartede og forudsigelige. To former, som ofte ses anvendt, er disjunktiv normalform - DNF og Konjunktiv normalform - CNF. Begge udmærker sig ved at rumme så meget struktur, at enhver udsagnslogisk formel kan omskrives til en af disse uden at sandhedsværdien ændres. Dette følger af den distributive lov for \wedge og \vee samt de Morgans lov.

Definition 5.1 (Konjunktiv normalform) betegnes CNF. En CNF formel α har formen

$$\alpha = \bigwedge_i \kappa_i$$

hvor κ_i 'erne - kaldet klausuler - har formen

$$\kappa_i = \bigvee_j \delta_j$$

og δ_j 'erne er enten atomiske formler eller negationer af atomiske formler.

Definition 5.2 (Disjunktiv normalform) betegnes DNF. En DNF formel β har formen

$$\beta = \bigvee_i \lambda_i$$

hvor λ_i 'erne - kaldet *duale klausuler* - har formen

$$\lambda_i = \bigwedge_j \epsilon_j$$

og ϵ_j 'erne er enten atomiske formler eller negationer af atomiske formler.

Det ses at de to normalformer er duale og at en formel på CNF kan omskrives til en DNF formel ved hjælp af den distributive lov alene og omvendt.

Da tableauxmetoden nedbryder formler til træer, hvor stierne er konjunktioner af atomiske formler samt negationer af disse og hvor der gælder disjunktion mellem disse stier, består en tableauimplementering i først at omskrive formlen til DNF, dernæst anvende kvantorregler og endelig teste om stierne er lukkede.

5.4.2 En 1 ordens prototype

I [Fitting] er angivet en 1 ordens tableau implementering, som er skrevet i PROLOG. Den har følgende gang:

Algoritme 5.2 Tableau(α) Opbyg tableautræet på følgende måde:

1. Omskriv $\neg\alpha$ til DNF.
2. Anvend kvantorregler. Til instanser af δ formler benyttes skolem funktioner som nye parametre.
3. Test om alle stier er lukkede, dvs for alle stier:

Hvis stien indeholder symbolet false er den lukket, ellers

hvis stien indeholder to formler β og $\neg\beta'$, hvor $\beta = \beta'$ efter et kald til UNIFY(β, β'), er den lukket.

4. Hvis alle stier er lukkede så indeholder $\neg\alpha$ en modstrid, og dermed er α bevist.

Algoritme 5.2 kan umiddelbart forbedres i som følger:

1. En sti kan sagtens være lukket inden alle formler er nedbrudt til literaler. Indeholder stien f.eks både $(P \Rightarrow Q)$ og $\neg(P \Rightarrow Q)$ er der ingen grund til at anvende flere tableauregler på den sti, den kan markeres lukket med det samme. Forbedringen kan implementeres ved at teste stierne hver gang en tableau regel har været anvendt. Om dette faktisk er en forbedring afhænger helt af de formler, som algoritmen skal bevise.
2. Stier som er lukkede bliver testet igen, hver gang hele træet skal testes. En forbedring er at fjerne lukkede stier fra træet, således at algoritmen ikke skal tage hensyn til dem flere gange.

5.4.3 Konfliktmængder

Bevismaskinen skal bruges på en lidt speciel måde i forhold til automatisk diagnosticering. For det første vil vi ikke bevise formler, men derimod direkte prøve at udlede en modstrid fra en mængde af sætninger. Men da tableaumetoden netop er en refutationsmetode, skal den blot modificeres til at refutere formlen selv og ikke dens negation.

Ideen i at danne minimale konfliktmængder er at ekstrahere netop de formler, der tilsammen kan danne modstriden. De formler, der ikke medvirker i refutation kan da udelades uden at modstriden forsvinder.

Vi har modificeret Fittings tableauintplementering så den udskriver de sætninger, som er årsag til at en sti lukkes. Disse sætninger vil netop udgøre en minimal mængde, som indeholder en modstrid, og ingen mindre vil kunne lukke hele træet.

Skal man nu generere konfliktmængder ifølge definition 4.1, er proceduren at konjungere alle formler fra (COMP, SD, OBS) sammen med formlen $\bigwedge_i \neg AB(c_i)$ og refutere denne formel. Efterhånden som træet lukkes, vil programmet udskrive de formler, som er med i modstriden. I blandt dem vil der være formler af typen

$$\neg AB(c_j) \text{ og } AB(c_j)$$

hvor c_j 'erne vil udgøre en minimal konfliktmængde. Vi ignorerer andre formler som f.eks $\text{in}(c_i, 1)$ og $\neg \text{in}(c_i, 1)$, idet vi ikke ønsker at udelade formler fra (COMP, SD, OBS), men kun er interesserede i AB-prædikaterne.

5.5 Vurdering

5.5.1 Fuldstændighed

Tableau-bevismetoden er fuldstændig ([Fitting]), hvilket betyder at der er en fornuftig korrespondance mellem det syntaktiske og semantiske indhold af de sætninger som indgår i refutationerne. Fuldstændighed betyder i ord, at alt, hvad man kan bevise, også er sandt i alle fortolkninger, og alt, hvad der er sandt i alle fortolkninger, kan også bevises. At sætning 5.2 gælder for 1 ordens tableauer skyldes ene og alene fuldstændigheden af 1 ordens logikken. Se [Fitting, s 132] en gennemgang af fuldstændigheden af tableauemetoden.

5.5.2 Afgørlighed

Det generelle problem med at finde konsistens i en 1 ordens sætning er uafgørligt ifølge Alonzo Church's berømte sætning [Davis, s 283] og viser sig da også i denne sammenhæng: Da γ -reglen kan anvendes et vilkårligt antal gange, vil træet på et eller andet tidspunkt bliver lukket, hvis formelen er inkonsistent. Er den derimod ikke inkonsistent, kan γ -reglen anvendes igen og igen uden at algoritmen nogensinde stopper.

Melvin Fitting har tacklet dette problem ved at indføre en tæller - QDepth, som begrænser anvendelsen af γ -reglen. At en formel erklæres konsistent betyder så bare at den ved den aktuelle QDepth ikke har fundet inkonsistens og *ikke* at formelen faktisk er konsistent.

At afgøre om algoritmen stopper for en given formel, er således ækvivalent med at kunne afgøre, om den samme formel er konsistent. Dette er kendt under navnet **stopproblemet**, og det er bevist at et sådant program i sin generelle form ikke kan eksistere - se f.eks [Davis, s 53]

I tilfældet med generering af konfliktmængder kan man imidlertid benytte at systemet består af endelig mange komponenter. Derfor løber alle kvantorer over en endelig mængde, hvorved der er sat en naturlig

begrænsning på γ -reglen. Man kan også observere, at denne endelighed bevirker at alle formler i princippet kan omskrives til udsagnslogiske formler, hvor afgøreligheden er en realitet.

At diagnosemetoden er afgørlig og dermed algoritmisk tilgængelig er et vægtigt argument for, at den kan realiseres i praksis.

Kapitel 6

Hierarkisk diagnose

I kapitel 2, 3 og 4 har vi beskrevet, hvordan man kan diagnosticere systemer, når de opfattes som en mængde af simple komponenter. Det er et abstraktionsniveau, som passer fint til små systemer, som f.eks. adderen i eksempel 2.2.

Systemerne i den virkelige verden er imidlertid meget større og mere sammensatte end dette simple eksempel. Anvendes algoritme 4.1 på disse systemer i deres fulde omfang, vil den på grund af den høje kompleksitet ofte ikke være beregnelig i praksis. Det er derfor af største betydning, at begrænse antallet af sætninger i systembeskrivelsen.

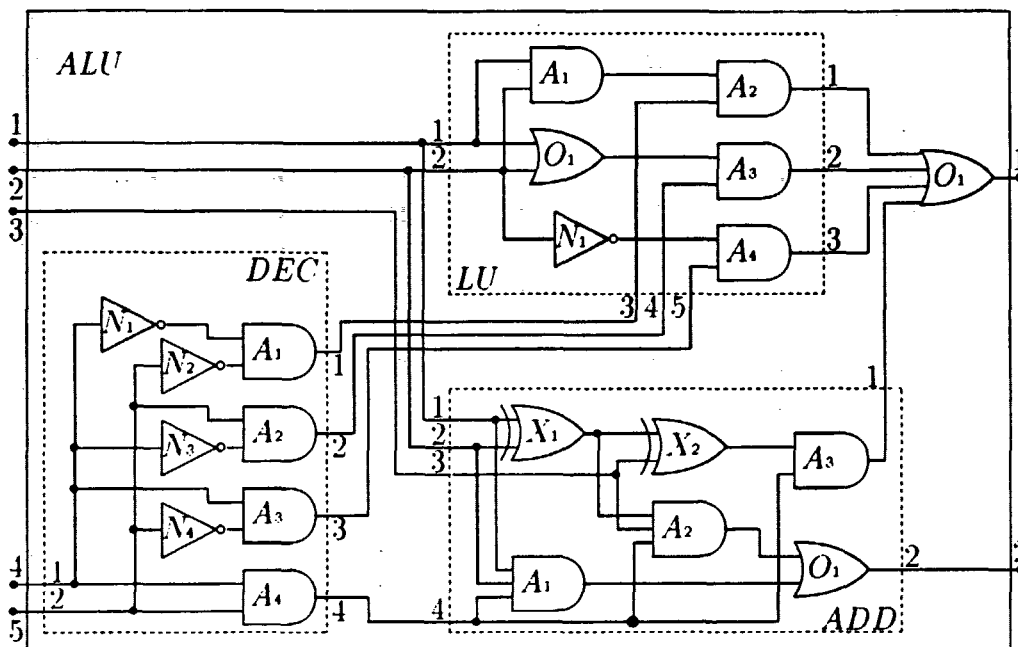
Dette antyder, at vi bør udvikle en mere nuanceret opfattelse af, hvad et system er. I dette kapitel beskriver vi vores bud på, hvordan et system kan opfattes som bestående af subsystemer, der igen består af subsystemer, osv.

Endvidere foreslår vi en metode til at diagnosticere sammensatte systemer. Vores diagnose metode, som vi kalder **hierarkisk diagnose**, er en naturlig udvidelse af Reiters metode, og for simple systemer vil hierarkisk diagnose være sammenfaldende med denne.

Eksempel 6.1

Som gennemgående eksempel benytter vi et sammensat system, hvori adderen (figur 2.3) indgår som delsystem.

Systemet er en 'Arithmetic Logical Unit' - ALU og er vist på figur 6.1. ALU'en er den centrale databehandlings enhed i enhver datamaskine. En detaljeret beskri-



Figur 6.1: Kredsløb for en 1 bit ALU

velse af ALU'ens virkemåde er givet i [Tannenbaum, side 80].

ALU'en udfører de 4 simple funktioner: boolsk AND, OR og NOT samt binær addition med menteoverførsel.

ALU'ens funktionalitet vælges ved hjælp af inputværdierne på ben 4 og 5, se tabel 6.2.

Subsystemet *DEC* realiserer denne udvælgelse, *LU* implementerer de tre logiske funktioner og *ADD* udfører additionen. Komponentens O_1 tjener til at samle de 4 uddata muligheder.

6.1 Hierarkisk systembeskrivelse

Vi generaliserer nu vores hidtidige opfattelse af et system, således at vi ser et system som et hierarki bygget op af komponenter, der hver især

Input		Funktionalitet	
in(4)	in(5)	out(1)	out(2)
0	0	$\text{in}(1) \wedge \text{in}(2)$	0
0	1	$\text{in}(1) \vee \text{in}(2)$	0
1	0	$\neg \text{in}(2)$	0
1	1	ADD af in(1), in(2) og in(3)	mente

Tabel 6.2: ALU'en kan udføre 4 forskellige funktioner, som vælges med forskellige værdier på input 4 og 5.

kan være et system.

Et system bestående af en eller flere komponenter kalder vi et sammensat system. Et system, der ikke kan splittes op i komponenter, kalder vi et simpelt system.

Ethvert system har en funktionalitetsbeskrivelse, som vi betegner FD. Dette er en sætning, der angiver systemets logiske funktionalitet på nøjagtig samme måde, som en enhver simpel komponent er defineret ved funktionalitetsbeskrivelse. Bemærk at man ud fra systembeskrivelsen entydigt kan udlede funktionalitetsbeskrivelsen, men ikke omvendt.

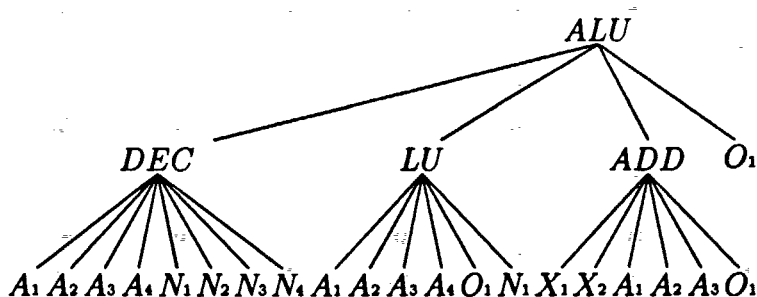
Definition 6.1 Et system er et hierarki af komponenter, hvor hver komponent er beskrevet ved en triplet (FD, COMP, SD).

- funktionalitetsbeskrivelsen FD er en sætning,
- komponenterne COMP er en endelig mængde af konstantsymboler, et for hver komponent i systemet,
- systembeskrivelsen SD er en endelig mængde af sætninger.

Et simpelt system repræsenteres ifølge definition 6.1 som (FD, \emptyset , \emptyset).

Figur 6.3 illustrerer ALU'ens hierarkiske opbygning.

Vi indfører nu notationen $\text{FD}(c)$, $\text{COMP}(c)$ og $\text{SD}(c)$, hvor $c \in \mathcal{K}$. Med $\text{COMP}(c)$ mener vi mængden af de komponenter, der er placeret *umiddelbart* under c i komponenthierarkiet. På tilsvarende vis henviser mængden $\text{SD}(c)$ i kraft af mængderne $\text{DEF}(c)$, $\text{FORB}(c)$ og $\text{FUNK}(c)$ til henholdsvis komponentdefinitioner, forbindelser og funktionalitetsbeskrivelser for niveauet lige under c .



Figur 6.3: ALU'en som system er opbygget af fire komponenter, hvoraf tre kan opfattes som selvstændige systemer.

Bemærk at systembeskrivelsen (definition 2.3) fra kapitel 2 er dækket af definition 6.1, idet alle systemer kan tillægges en funktionalitetsbeskrivelse FD, selvom den ikke altid skal anvendes.

Principper for hierarkisk diagnose

Ideen bag den hierarkiske opfattelse af et system er, at man i en diagnosesituation starter med at betragte systemet som bestående af komponenterne på øverste trin i hierarkiet, dvs med færrest mulige komponenter. På denne baggrund opbygges en systembeskrivelse SD, og der kan laves en diagnose ifølge algoritme 4.1 som beskrevet i kapitel 4.

De komponenter, der findes fejlbehæftede og ikke er simple komponenter, erstattes nu med deres næste niveau af komponenter i hierarkiet. Således fremkommer nu en mere detaljeret systembeskrivelse SD' repræsenterende samme system.

Fordelen ved dette er at de komponenter, der på forhånd udelukkes fra diagnosen *ikke* nedbrydes yderligere. De optræder derfor kun i form af FD i de efterfølgende diagnoseberegninger og ikke som komplicerede systemer.

Der er ikke tale om at indføre nye observationer i form af målinger på strategiske steder i kredsen. Det er hele tiden den oprindelige observation, der udgør den reference, som systemets funktionalitet skal prøves imod. De komponenter, der bliver erklæret fejlfri, tjener som bindeled mellem det mistænkelige delsystem og de ydre observationer.

6.2 Et hierarkisk system

Systemet ALU fra figur 6.1 kan opdeles i 4 subsystemer $COMP = \{DEC, LU, ADD, O_1\}$, hvoraf de tre første er sammensatte systemer og kan opfattes som 4 selvstændige komponenter. Den er derfor et velegnet eksempel på et hierarkisk system.

Her følger (FD, COMP, SD) for hver af ALU'ens delsystemer. Hvor detaljeret ALU'en opfattes afhænger af om man vælger FD *eller* (COMP, SD) som beskrivelse af disse delsystemer. Vi har benyttet lokal notation for komponenter i hver af disse delsystemer, dvs komponenten A_2 i *ADD* er ikke den samme som A_2 i *DEC*. Dette er mere generelt end at nummerere alle komponenter af samme type fortløbende.

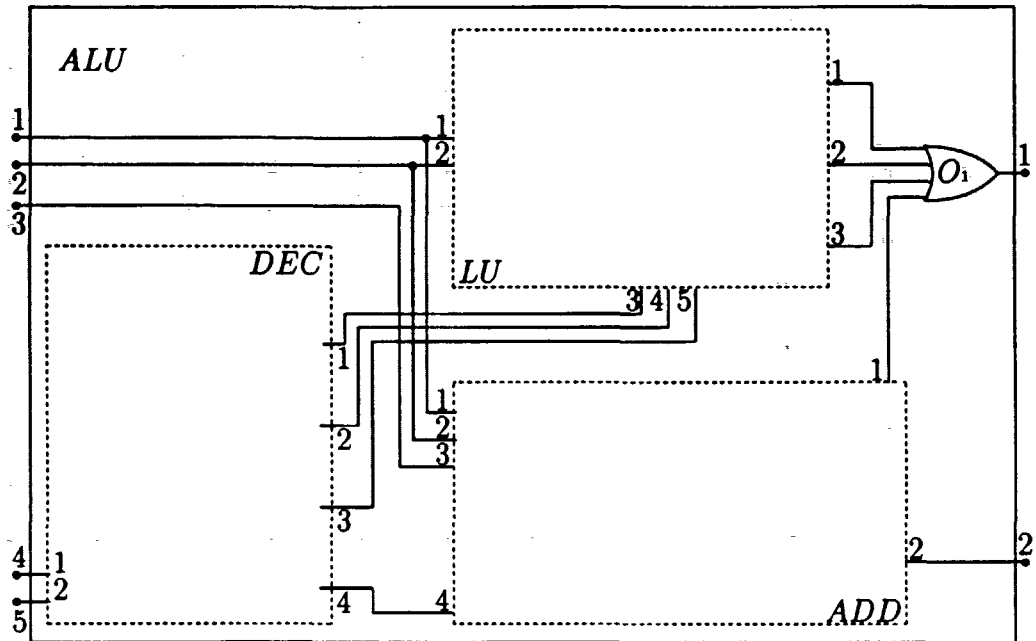
6.2.1 (FD, COMP, SD) for ALU bestående af 4 komponenter

FD(ALU) =

$$\begin{aligned}
 & \forall x \in \mathcal{K} : [FALU(x) \wedge \neg AB(x)] \Rightarrow \\
 & [out(x, 1) \Leftrightarrow \\
 & \quad \neg in(x, 4) \wedge \neg in(x, 5) \wedge in(x, 1) \wedge in(x, 2) \\
 & \vee \neg in(x, 4) \wedge \neg in(x, 5) \wedge \neg in(x, 1) \\
 & \vee \neg in(x, 4) \wedge in(x, 5) \wedge (in(x, 1) \vee in(x, 2)) \\
 & \vee in(x, 4) \wedge in(x, 5) \wedge (\neg in(x, 1) \wedge \neg in(x, 2) \wedge in(x, 3) \vee \\
 & \quad \neg in(x, 1) \wedge in(x, 2) \wedge \neg in(x, 3) \vee \\
 & \quad in(x, 1) \wedge \neg in(x, 2) \wedge \neg in(x, 3) \vee \\
 & \quad in(x, 1) \wedge in(x, 2) \wedge in(x, 3))] \wedge \\
 & [out(x, 2) \Leftrightarrow \\
 & \quad in(x, 4) \wedge in(x, 5) \wedge (in(x, 1) \wedge in(x, 2) \vee \\
 & \quad in(x, 2) \wedge in(x, 3) \vee \\
 & \quad in(x, 1) \wedge in(x, 3))]
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

COMP(ALU) =
 $\{LU, DEC, ADD, O_1\}$

DEF(ALU) = {
 FLU(LU), FDEC(DEC), FADD(ADD), ORG($O_1, 4$)}



Figur 6.4: Simplificeret kredsløb for en 1 bit ALU

Dette betyder at komponenten *LU* er af typen FLU, komponenten *DEC* er af typen FDEC osv. Funktionalitetsbeskrivelser for disse typer er angivet i de følgende afsnit.

$$\text{FORB}(ALU) = \{$$

- $\text{in}(ALU, 1) \Leftrightarrow \text{in}(LU, 1),$
- $\text{in}(ALU, 1) \Leftrightarrow \text{in}(ADD, 1),$
- $\text{in}(ALU, 2) \Leftrightarrow \text{in}(LU, 2),$
- $\text{in}(ALU, 2) \Leftrightarrow \text{in}(ADD, 2),$
- $\text{in}(ALU, 3) \Leftrightarrow \text{in}(ADD, 3),$
- $\text{in}(ALU, 4) \Leftrightarrow \text{in}(DEC, 1),$
- $\text{in}(ALU, 5) \Leftrightarrow \text{in}(DEC, 2),$

$$\begin{aligned} \text{out}(DEC, 1) &\Leftrightarrow \text{in}(LU, 3), \\ \text{out}(DEC, 2) &\Leftrightarrow \text{in}(LU, 4), \\ \text{out}(DEC, 3) &\Leftrightarrow \text{in}(LU, 5), \\ \text{out}(DEC, 4) &\Leftrightarrow \text{in}(ADD, 4), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{out}(LU, 1) &\Leftrightarrow \text{in}(O_1, 1), \\ \text{out}(LU, 2) &\Leftrightarrow \text{in}(O_1, 2), \\ \text{out}(LU, 3) &\Leftrightarrow \text{in}(O_1, 3), \end{aligned}$$

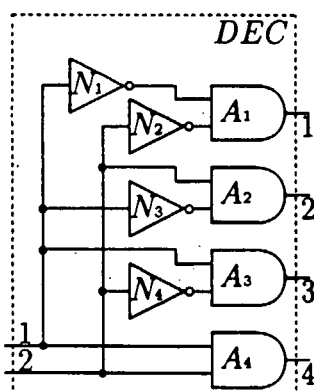
$$\begin{aligned} \text{out}(ADD, 1) &\Leftrightarrow \text{in}(O_1, 4), \\ \text{out}(ADD, 2) &\Leftrightarrow \text{out}(ALU, 2), \end{aligned}$$

$$\text{out}(O_1, 1) \Leftrightarrow \text{out}(ALU, 1) \}$$

FUNK(*ALU*) er foreningsmængden af funktionalitetsbeskrivelser for elementerne i COMP(*ALU*), dvs

$$\text{FUNK}(ALU) = \bigcup_c \text{FD}(c) \text{ hvore } c \in \text{COMP}(ALU)$$

6.2.2 (FD, COMP, SD) for subsystemet *DEC*



Figur 6.5: En decoder, subsystem *DEC*

Decoderen er vist på figur 6.5.

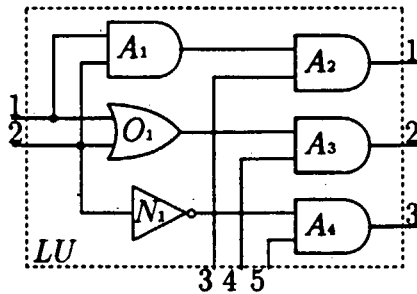
$$\begin{aligned}
\text{FD}(DEC) = & \\
& \forall x \in \mathcal{K} : [\text{FDEC}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow \\
& \quad [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg \text{in}(x, 1) \wedge \neg \text{in}(x, 2)] \\
& \quad \wedge [\text{out}(x, 2) \Leftrightarrow \neg \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2)] \\
& \quad \wedge [\text{out}(x, 3) \Leftrightarrow \text{in}(x, 1) \wedge \neg \text{in}(x, 2)] \\
& \quad \wedge [\text{out}(x, 4) \Leftrightarrow \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{COMP}(DEC) = & \\
& \{A_1, A_2, A_3, A_4, N_1, N_2, N_3, N_4\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{DEF}(DEC) = \{ & \\
& \text{ANDG}(A_1, 2), \text{ANDG}(A_2, 2), \text{ANDG}(A_3, 2), \text{ANDG}(A_4, 2), \\
& \text{NOTG}(N_1), \text{NOTG}(N_2), \text{NOTG}(N_3), \text{NOTG}(N_4) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{FORB}(DEC) = \{ & \\
& \text{in}(DEC, 1) \Leftrightarrow \text{in}(N_1, 1), \\
& \text{in}(DEC, 1) \Leftrightarrow \text{in}(N_3, 1), \\
& \text{in}(DEC, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_3, 1), \\
& \text{in}(DEC, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_4, 1), \\
& \text{in}(DEC, 2) \Leftrightarrow \text{in}(N_2, 1), \\
& \text{in}(DEC, 2) \Leftrightarrow \text{in}(N_4, 1), \\
& \text{in}(DEC, 2) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 1), \\
& \text{in}(DEC, 2) \Leftrightarrow \text{in}(A_4, 2), \\
& \\
& \text{out}(N_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 1), \\
& \text{out}(N_2, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 2), \\
& \text{out}(N_3, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 2), \\
& \text{out}(N_4, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_3, 2), \\
& \\
& \text{out}(A_1, 1) \Leftrightarrow \text{out}(DEC, 1), \\
& \text{out}(A_2, 1) \Leftrightarrow \text{out}(DEC, 2), \\
& \text{out}(A_3, 1) \Leftrightarrow \text{out}(DEC, 3), \\
& \text{out}(A_4, 1) \Leftrightarrow \text{out}(DEC, 4) \}
\end{aligned}$$

$$\text{FUNK}(DEC) = \bigcup_c \text{FD}(c) \text{ hvor } c \in \text{COMP}(DEC)$$

6.2.3 (FD, COMP, SD) for subsystemet LU Figur 6.6: En logisk enhed, subsystem LU

Den logiske enhed LU er vist på figur 6.6.

$FD(LU) =$

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathcal{K} : [FLU(x) \wedge \neg AB(x)] \Rightarrow \\ & [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 3)] \\ & \wedge [\text{out}(x, 2) \Leftrightarrow (\text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2)) \wedge \text{in}(x, 4)] \\ & \wedge [\text{out}(x, 3) \Leftrightarrow \neg \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 5)] \end{aligned}$$

$COMP(LU) =$

$$\{A_1, A_2, A_3, A_4, O_1, N_1\}$$

$DEF(LU) = \{$

$$\text{ANDG}(A_1, 2), \text{ANDG}(A_2, 2), \text{ANDG}(A_3, 2), \text{ANDG}(A_4, 2), \\ \text{ORG}(O_1, 2), \text{NOTG}(N_1)\} \}$$

$FORB(LU) = \{$

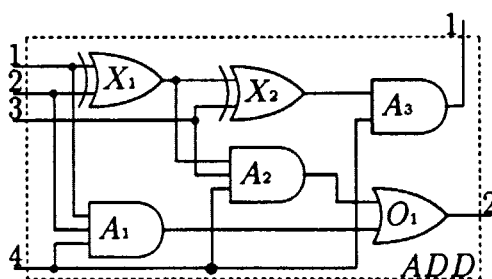
$$\begin{aligned} \text{in}(LU, 1) & \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 1), \\ \text{in}(LU, 1) & \Leftrightarrow \text{in}(O_1, 1), \\ \text{in}(LU, 2) & \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 2), \\ \text{in}(LU, 2) & \Leftrightarrow \text{in}(O_1, 2), \\ \text{in}(LU, 2) & \Leftrightarrow \text{in}(N_1, 1), \\ \text{in}(LU, 3) & \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 2), \\ \text{in}(LU, 4) & \Leftrightarrow \text{in}(A_3, 2), \\ \text{in}(LU, 5) & \Leftrightarrow \text{in}(A_4, 2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{out}(A_1, 1) &\Leftrightarrow \text{in}(A_2, 1), \\ \text{out}(O_1, 1) &\Leftrightarrow \text{in}(A_3, 1), \\ \text{out}(N_1, 1) &\Leftrightarrow \text{in}(A_4, 1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{out}(A_2, 1) &\Leftrightarrow \text{out}(LU, 1), \\ \text{out}(A_3, 1) &\Leftrightarrow \text{out}(LU, 2), \\ \text{out}(A_4, 1) &\Leftrightarrow \text{out}(LU, 3) \end{aligned} \}$$

$$\text{FUNK}(LU) = \bigcup_c \text{FD}(c) \text{ hvor } c \in \text{COMP}(LU)$$

6.2.4 (FD, COMP, SD) for subsystemet *ADD*



Figur 6.7: En adder, subsystem *ADD*

Adderen, som også er gennemgået i kapitel 2, er vist på figur 6.7. I denne version er den udvidet med en ekstra komponent A_3 af hensyn til samspillet med resten af ALU'en. Af samme grund er A_1 , A_2 udvidet til tre inputs. Derfor er funktionalitets og systembeskrivelserne lidt anderledes end i kapitel 2:

$$\begin{aligned}
\text{FD}(ADD) = & \\
& \forall x \in \mathcal{K} : [\text{FADD}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow \\
& [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 4) \wedge (\neg \text{in}(x, 1) \wedge \neg \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 3) \vee \\
& \quad \neg \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2) \wedge \neg \text{in}(x, 3) \vee \\
& \quad \text{in}(x, 1) \wedge \neg \text{in}(x, 2) \wedge \neg \text{in}(x, 3) \vee \\
& \quad \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 3))] \wedge \\
& [\text{out}(x, 2) \Leftrightarrow \text{in}(x, 4) \wedge (\neg \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 3) \vee \\
& \quad \text{in}(x, 1) \wedge \neg \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 3) \vee \\
& \quad \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2) \wedge \neg \text{in}(x, 3) \vee \\
& \quad \text{in}(x, 1) \wedge \text{in}(x, 2) \wedge \text{in}(x, 3))]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{COMP}(ADD) = & \\
& \{A_1, A_2, A_3, O_1, X_1, X_2\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{DEF}(ADD) = \{ & \\
& \text{ANDG}(A_1, 3), \text{ANDG}(A_2, 3), \text{ANDG}(A_3, 2), \\
& \text{ORG}(O_1, 2), \text{XORG}(X_1), \text{XORG}(X_2)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{FORB}(ADD) = \{ & \\
& \text{in}(ADD, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_1, 1) \\
& \text{in}(ADD, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 1) \\
& \text{in}(ADD, 2) \Leftrightarrow \text{in}(X_1, 2) \\
& \text{in}(ADD, 2) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 2) \\
& \text{in}(ADD, 3) \Leftrightarrow \text{in}(X_2, 2) \\
& \text{in}(ADD, 3) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 2) \\
& \text{in}(ADD, 4) \Leftrightarrow \text{in}(A_1, 3) \\
& \text{in}(ADD, 4) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 3) \\
& \text{in}(ADD, 4) \Leftrightarrow \text{in}(A_3, 2) \\
& \\
& \text{out}(X_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(X_2, 1) \\
& \text{out}(X_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_2, 1) \\
& \text{out}(X_2, 1) \Leftrightarrow \text{in}(A_3, 1) \\
& \text{out}(A_1, 1) \Leftrightarrow \text{in}(O_1, 2) \\
& \text{out}(A_2, 1) \Leftrightarrow \text{in}(O_1, 1) \\
& \\
& \text{out}(A_3, 1) \Leftrightarrow \text{out}(ADD, 1) \\
& \text{out}(O_1, 1) \Leftrightarrow \text{out}(ADD, 2) \}
\end{aligned}$$

$$\text{FUNK}(DEC) = \bigcup_c \text{FD}(c) \quad \text{hvor } c \in \text{COMP}(DEC)$$

6.2.5 (FD, COMP, SD) for de simple systemer ANDG, ORG, XORG og NOTG

På det niveau, man vælger til at være det nederste, benyttes alene funktionalitetsbeskrivelser. I dette tilfælde har vi brug for beskrivelser af de fire simple komponenter, der også er benyttet i kapitel 2, og som er vist på figur 2.2.

For enhver komponent $x \in \mathcal{K}$ og ethvert antal inputben $b \in \mathbb{N}$ definerer følgende formler funktionaliteten FD af hver komponent type:

$$[\text{ANDG}(x, b) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^b \text{in}(x, i)]$$

$$[\text{ORG}(x, b) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i)]$$

$$[\text{XORG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]$$

$$[\text{NOTG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg \text{in}(x, 1)]$$

For alle komponenter af disse simple typer gælder, at $\text{SD} = \emptyset$, $\text{COMP} = \emptyset$.

At vi stopper her er et valg vi foretager. Man kunne ligesåvel nedbryde de fire komponenter til transistorer, eller man kunne stoppe på et højere niveau.

6.3 Nedbrydning af komponenter

I vores forslag til hierarkisk diagnose skal man kunne udpege bestemte komponenter til videre diagnosticering og samtidig udelukke andre. Derfor vil det være nødvendigt at kunne beskrive systemet som en mellemting mellem den grove og den detaljerede beskrivelse sådan at forstå at nogle komponenter er repræsenteret ved deres funktionalitetsbeskrivelse FD mens andre er repræsenteret ved deres systembeskrivelser.

Det kan f.eks være at *ALU* opfattes som et system bestående af komponenterne $\{DEC, ADD, O_1\}$ forenet med de enkelte komponenter i

LU. Komponenten *LU* er med andre ord blevet *erstattet* med sine delkomponenter i mængden af *ALU*'ens komponenter.

Eksempel 6.2 *ALU*'en kan nedbrydes fuldstændigt til simple komponenter svarende til figur 6.1. Her bliver

- *FD* identisk med ligning (6.1)
- *FORB* foreningsmængden af alle forbindelseslinier angivet i forrige afsnit. Her vil symbolerne *LU*, *DEC* og *ADD* optræde som dummyparametre for at forbinde de enkelte delsystemer.
- *FUNK* foreningsmængden af funktionalitetsbeskrivelserne for de fire simple komponenter.
- *COMP* de 21 komponenter, der tilsammen udgør *ALU*. For at skelne mellem komponenter fra forskellige delsystemer, kan man indføre priknotationen $\{ADD.O_1, LU.O_1, O_1, \dots\}$.

For at imødekomme dette krav til en formel beskrivelse af hierarkiet, har vi opstillet regler, der beskriver bevægelsen mellem de forskellige abstraktionsniveauer.

Mere præcist angiver reglerne nu hvorledes en bestemt opfattelse *COMP'* og *SD'* af et system *S* fremkommer af *COMP* og *SD* for det samme system, ved at nedbryde en sammensat komponent $c \in \text{COMP}$ fra et niveau i systemets hierarki af komponenter.

$$\text{COMP}' := (\text{COMP} \setminus \{c\}) \cup \text{COMP}(c) \quad (6.2)$$

$$\text{DEF}' := (\text{DEF} \setminus \{\langle \text{TYPE} \rangle(c)\}) \cup \text{DEF}(c) \quad (6.3)$$

$$\text{FORB}' := \text{FORB} \cup \text{FORB}(c) \quad (6.4)$$

$$\text{FUNK}' := \bigcup_c \text{FD}(c) \text{ hvor } c \in \text{COMP}' \quad (6.5)$$

- Regel (6.2) og 6.3 siger, at *c*'s komponenter og systembeskrivelse skal træde i *stedet* for *c*'s *FD*.

- Regel (6.4) udtrykker, at forbindelserne fås ved blot at *tilføje* de interne forbindelser i c til de allerede eksisterende.
- Regel (6.5) siger, at funktionalitetsbeskrivelsen skal vedrøre *alle* komponenter i $COMP'$.

6.4 Algoritme for hierarkisk diagnose

Vi anviser nu en rekursiv algoritme, der skridt for skridt nedbryder et system de steder, hvor der lokaliseres fejl. Udgangspunktet er at betragte systemet i den grovest mulige opbygning. Når en komponent erklæres fejlagtig, nedbrydes den i subkomponenter, hvorefter det samlede system betragtes på en mere detaljeret måde.

Vi antager at følgende funktioner findes:

- DIAGNOSE**(COMP,SD,OBS): returnerer en mængde af diagnoser $D = \{\Delta_1, \dots, \Delta_n\}$ for det givne system, der er under observation. Det er algoritme 4.1
- Nedbryd** (COMP, SD, Δ): returnerer den systembeskrivelse SD' og de komponenter $COMP'$, der fås ved at nedbryde de komponentgrupper, der er indeholdt i Δ .
- Simple**(Δ): returnerer SAND, hvis alle komponenter i Δ er simple. Ellers returneres FALSK.

Algoritme 6.1 H-DIAGNOSE(COMP,SD,OBS)

1. $\{\Delta_1, \dots, \Delta_n\} := \text{DIAGNOSE}(\text{COMP}, \text{SD}, \text{OBS})$
2. **Result** := \emptyset
3. **FOR** $i := 1$ **TO** n :
 - IF** **Simple**(Δ_i)
 - Result** := **Result** \cup $\{\Delta_i\}$
 - ELSE**
 - $(\text{COMP}', \text{SD}') := \text{Nedbryd}(\text{COMP}, \text{SD}, \Delta_i)$
 - Result** := **Result** \cup **H-DIAGNOSE**(COMP' , SD' , **OBS**)

4. RETURN Result

Vi bemærker at

- H-DIAGNOSE altid vil dekomponere *mindst* en gren fuldt ud fra hierarkiets rod til nogle blade, der repræsenterer simple komponenter.
- den derfor altid vil stoppe, idet hvert kald bringer Δ nærmere mængden af simple systemer.

Kapitel 7

Vurdering af diagnosemetoderne

Vi vil nu sammenholde kompleksiteten af algoritmen H-DIAGNOSE på et hierarkisk beskrevet system med algoritmen DIAGNOSE på et tilsvarende fladt beskrevet system.

7.1 Kompleksitet af DIAGNOSE

Flaskehalsen i algoritme 4.1 er afgjort kaldene til bevismaskinen TP, som skal generere konfliktmængder.

Som antydnet i kapitel 5 er dette problem som sådan afgørligt, idet COMP er en endelig mængde. At afgøre om en udsagnslogisk formel er inkonsistent, er ifølge [Davis] imidlertid et NP-fuldstændigt problem. Dette betyder, at så længe TP ikke er udstyret med evne eller heuristikker til at foretage kvalificerede gæt, vil kompleksiteten vokse eksponentielt med mængden af sætninger. Ifølge [Fitting, s 94] er kompleksiteten af en refutation da også mindst c^n for et fast $c > 1$, hvor n er antallet af udsagnslogiske symboler.

Da diagnoseberegningen består i gentagne kald til TP, med faldende komponentantal, vil kompleksiteten af denne da være begrænset af

$$kc^n, \tag{7.1}$$

hvor k er antallet af kald til TP.

7.2 Komplexitet af H-DIAGNOSE

Som det fremgår af algoritme 6.1 for H-DIAGNOSE, er det hensigten at algoritme DIAGNOSE her kaldes flere gange, men hver gang med færre komponenter, og dermed færre sætninger i systembeskrivelsen end i den flade systembeskrivelse.

Da DIAGNOSE har en eksponentiel kompleksitet giver dette en gevinst, idet en reducerede mængde sætninger giver en voldsom forbedring af DIAGNOSE's køretid. Antallet af gange, man kan tillade sig at kalde DIAGNOSE, vil vokse eksponentielt med den reducerede mængde sætninger i kaldene. Derfor behøver denne reduktion ikke være ret stor før H-DIAGNOSE vil kunne betale sig - også selvom den måtte involvere mange kald til DIAGNOSE. Komplexiteten af H-DIAGNOSE er derfor begrænset af

$$lkc^{n-r} \quad (7.2)$$

hvor k , n og c er som i ligning (7.1). l er antallet af kald til DIAGNOSE og r er den mindste reduktion af sætninger, som optræder i disse kald. Af ligning (7.2) fremgår det, at sålænge $l < c^r$, vil H-DIAGNOSE være at foretrække fremfor DIAGNOSE.

Desværre kan kompleksiteten af H-DIAGNOSE variere stærkt, afhængigt af hvorledes systemets komponenthierarki nedbrydes.

Eksempel 7.1 Lad os se på de systembeskrivelser SD og SD' af ALU'en (figur 6.1), der repræsenterer ALU'en som bestående af henholdsvis

- de fire komponenter $COMP = \{LU, DEC, ADD, O_1\}$ svarende til første niveau i hierarkiet.
- komponenterne $COMP' = \{LU, DEC, ADD.A_1, ADD.A_2, ADD.A_3, ADD.O_1, ADD.X_1, ADD.X_2, O_1\}$, hvor ADD er dekomponeret et niveau i hierarkiet.

I appendix A er udregnet hvilket bidrag komponenten ADD giver anledning til i SD, samt hvilket bidrag de modsvarende komponenter

$\{ADD.A_1, ADD.A_2, ADD.A_3, ADD.O_1, ADD.X_1, ADD.X_2\}$ giver anledning til i SD' .

Betragtes ADD som en enkelt komponent, ser vi, at den vil give anledning til 16 klausuler i SD , når dens funktionalitetsbeskrivelse omskrives til Konjunktiv normalform. Betragtes den derimod som et selvstændigt system, vil CNF notationen bestå af 49 klausuler. Endvidere øges mængden af konstante termer i sproget (Herbrand universet) med antallet af komponenter i ADD fratrukket 1.

Kaldet til $DIAGNOSE(SD, COMP, OBS)$ er altså betydeligt mindre omkostningsfuldt end kaldet til $DIAGNOSE(SD', COMP', OBS)$.

Generelt må det siges, at jo dybere man kommer ned i komponenthierarkiet, og jo flere grene i hierarkiet, der indgår i dekompositionen, des dyrere bliver kaldene til $DIAGNOSE$.

7.2.1 Værste fald

Det dyreste kald er det, hvor alle komponenter er dekomponeret fuldt ud. Dette svarer til at udføre $DIAGNOSE$ på et fladt beskrevet system, dog med det overhead, at der indgår flere unødvendige sætninger i $FORB$, der repræsenterer forbindelserne af komponenterne i hierarkiets øvre lag. Dette svarer at reduktionen r bliver 0 i ligning (7.2).

I værste fald vil H - $DIAGNOSE$ altså være mere kompleks at gennemføre end Reiter's $DIAGNOSE$. Hvilken algoritme, der er at foretrække, afhænger åbenbart af hvilken fejl, der er opstået i systemet, og det kan jo være vanskeligt at afgøre før diagnosticeringen er foretaget.

7.2.2 Bedste fald

De fejltilstande, der kun dekomponerer få grene i hver konkurrerende diagnoseforslag, giver anledning til kald af $DIAGNOSE$, hvor reduktion r er stor. Der drages derfor nytte af H - $DIAGNOSE$'s del og hersk strategi.

Det bedst tænkelige forløb fås ved de enkeltkomponentfejl, hvor der kun er singletondiagnoser¹. I dette tilfælde vil alle kald til DIAGNOSE være optimale med hensyn til reduktionsgraden.

7.3 Konklusion

Vi har gennemgået vores formalisme til beskrivelse af digitale kredsløb. Notationen afspejler systemerne på en intuitiv måde og lader sig let generalisere til andre typer kredsløb. Endvidere er formalismen velegnet som grundlag for implementering af disse kredsløb. Det være sig diagnoseformål eller kredsløbssimulationer.

Vi har gennemgået og uddybet Reiters diagnosebegreb, beskrevet den tilhørende diagnosealgoritme samt skitseret hvorledes den kunne realiseres, ved hjælp af en bevismaskine - eksemplificeret ved tableaumetoden.

Endelig har vi opstillet forslag til en "top-down" strategi, der kan begrænse den voldsomme kompleksitet, som er karakteristisk for problemet. Vi har kaldt denne strategi for **hierarkisk diagnose**, idet den afspejler den naturlige opfattelse at komplicerede systemer lader sig opdele i mindre blokke.

Et skøn over kompleksiteten af denne metode viste at den i værste fald har en højere kompleksitet end den simple diagnose. Dette skyldes det overhead som hierarkisk systembeskrivelse introducerer. I bedste fald reduceres kompleksiteten betydeligt, og vi mener, at metoden i praksis vil kunne give gevinst i de fleste tilfælde.

H-DIAGNOSE kan degenerere til at have en værre kompleksitet end DIAGNOSE. Det er imidlertid sådan at enkeltkomponentfejl ofte må anses for at være det mest sandsynlige i fejlbehæftede systemer. Dette peger på at kompleksiteten af H-DIAGNOSE i praksis vil være lavere end Reiters diagnoseforslag DIAGNOSE.

Uanset hvilke krumspring man gør, vil systematisk beregning af diagnose dog altid rumme en anseelig beregningsmæssig udfordring og vi har som mange andre før os måttet erkende rigtigheden af Melvin Fittings ordsprog:

¹En singleton betegner en mængde med netop et element

"Livet er ikke umuligt - det er bare eksponentielt vanskeligt og nogen gange værre."

Appendiks A

To beskrivelser af en adder

Adderen, der indgår i *ALU*'en på figur 6.1 side 52 kan enten opfattes som en enkelt komponent med en funktionalitetsbeskrivelse *FD*, eller den kan opfattes som et selvstændigt system af komponenter givet systembeskrivelsen *SD*. I dette afsnit vil vi betragte *SD* og *COMP* for *ALU*'en for hver af disse to opfattelser af adderen *ADD*. Vi udregner i hvert tilfælde, hvilke og hvor mange klausuler på konjunktiv normalform (CNF) *ADD* bidrager med til *SD* og *COMP* for *ALU*'en.

De to opfattelser af komponenten *ADD* i *ALU*'en svarer til to forskellige grader af dekomponering af komponenthierarkiet for *ALU*'en. Dette afsnit skal som et eksempel underbygge påstanden om, at jo større dekomponering af komponenthierarkiet der er i systembeskrivelsen for et system, jo mere kompleks bliver diagnosticeringen af systemet.

A.1 *ADD* som system af komponenter

Opfattes adderen som et system af komponenter, er dens bidrag til *SD* for *ALU*'en:

$$\text{FORB}(\text{ADD}) \cup \text{FUNK}(\text{ADD}) \cup \text{DEF}(\text{ADD})$$

og den bidrag til *COMP* er:

$$\{\text{ADD}.A1, \text{ADD}.A2, \text{ADD}.A3, \text{ADD}.X1, \text{ADD}.X2, \text{ADD}.O1\}$$

Vi vil nu omskrive $\text{FORB}(\text{ADD})$, $\text{FUNK}(\text{ADD})$ og $\text{DEF}(\text{ADD})$, der er givet i afsnit 6.2.4 på side 60, til CNF.

Der er 16 biimplikationer, der angiver forbindelser **FORB** i adderen. Dette giver anledning til 32 klausuler i CNF, idet vi benytter omskrivningen:

$$\begin{aligned} A &\Leftrightarrow B \\ (A \Rightarrow B) &\wedge (B \Rightarrow A) \\ (\neg A \vee B) &\wedge (\neg B \vee A) \end{aligned}$$

Vi ser her, at en biimplikation giver to klausuler på CNF.

I **DEF** er der en sætning for hver komponent, dvs 6 klausuler.

Omskrivningen af sætningerne i **FUNK** er lidt mere kompliceret. Den indebærer at omskrive funktionalitetsbeskrivelsen for **ANDG**, **ORG** og **XORG** på CNF. Dette er angivet herunder.

ANDG på CNF

For alle $x \in \mathcal{K}$ og alle $b \in \mathbb{N}$ gælder:

$$[\text{ANDG}(x, b) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \wedge_{i=1}^b \text{in}(x, i)]$$

$$\neg [\text{ANDG}(x, b) \wedge \neg \text{AB}(x)] \vee [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \wedge_{i=1}^b \text{in}(x, i)]$$

$$\begin{aligned} &[\neg \text{ANDG}(x, b) \vee \text{AB}(x)] \vee \\ &[(\neg \text{out}(x, 1) \vee \wedge_{i=1}^b \text{in}(x, i)) \wedge (\text{out}(x, 1) \vee \neg \wedge_{i=1}^b \text{in}(x, i))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[\neg \text{ANDG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 1) \vee \wedge_{i=1}^b \text{in}(x, i)] \wedge \\ &[\neg \text{ANDG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg \wedge_{i=1}^b \text{in}(x, i)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\wedge_{i=1}^b [\neg \text{ANDG}(x, b) \vee \text{AB}(x)] \vee \neg \text{out}(x, 1) \vee \text{in}(x, i) \wedge \\ &[\neg \text{ANDG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, i)] \end{aligned}$$

Funktionalitetsbeskrivelsen for **ANDG** giver anledning til $b + 1$ klausuler, hvor b er antallet af inputben på **ANDG** komponenten.

ORG på CNF

Udregningen er helt analog til ovenstående. For alle $x \in \mathcal{K}$ og alle $b \in \mathbb{N}$ gælder:

$$[\text{ORG}(x, b) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i)]$$

$$\neg [\text{ORG}(x, b) \wedge \neg \text{AB}(x)] \vee [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i)]$$

$$[\neg \text{ORG}(x, b) \vee \text{AB}(x)] \vee [(\neg \text{out}(x, 1) \vee \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i)) \wedge (\text{out}(x, 1) \vee \neg \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i))]$$

$$[\neg \text{ORG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 1) \vee \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i)] \wedge [\neg \text{ORG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \bigwedge_{i=1}^b \neg \text{in}(x, i)]$$

$$[\neg \text{ORG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 1) \vee \bigvee_{i=1}^b \text{in}(x, i)] \wedge \bigwedge_{i=1}^b [\neg \text{ORG}(x, b) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, i)]$$

og giver også $b + 1$ klausuler.

XORG på CNF

Komponenten XORG er kun defineret med 2 inputben. For alle $x \in \mathcal{K}$ gælder:

$$[\text{XORG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]$$

$$\neg [\text{XORG}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \vee [\text{out}(x, 1) \Leftrightarrow \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))]$$

$$[\neg \text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x)] \vee [(\neg \text{out}(x, 1) \vee \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))) \wedge ((\text{out}(x, 1) \vee (\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2))))]$$

$$[\neg \text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x) \vee (\neg \text{out}(x, 1) \vee \neg(\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2)))] \wedge [\neg \text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x) \vee (\text{out}(x, 1) \vee (\text{in}(x, 1) \Leftrightarrow \text{in}(x, 2)))]$$

Biimplikationerne omskrives nu efter

$$A \Leftrightarrow B$$

$$(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$$

og

$$\begin{aligned} &\neg(A \Leftrightarrow B) \\ &\neg((\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)) \\ &\neg(\neg A \vee B) \vee \neg(A \vee \neg B) \\ &(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \\ &(A \vee (\neg A \wedge B)) \wedge ((\neg B) \vee (\neg A \wedge B)) \\ &(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \end{aligned}$$

der ved indsættelse giver

$$\begin{aligned} &[\neg\text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2)] \wedge \\ &[\neg\text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 2)] \wedge \\ &[\neg\text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2)] \wedge \\ &[\neg\text{XORG}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \text{in}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 2)] \end{aligned}$$

Bidraget fra FUNK bliver således 4 klausuler for ANDG, 3 klausuler for ORG og 4 klausuler for XORG.

I alt bliver antallet af klausuler således $32 + 6 + 11 = 49$. Vi har ikke medregnet klausuler, der stammer OBS, idet de er de samme uafhængigt af, hvordan man opfatter adderen.

A.2 ADD som simpel komponent

Opfattes adderen som en simpel komponent, beskrives den ved FD tillige med sætningen $\text{FADD}(\text{ADD})$ i DEF for ALU.

FD(ADD) på CNF

Fra afsnit 6.2.4 side 60 har vi

$$\begin{aligned}
\text{FD(ADD)} = & \\
\forall x \in \mathcal{K} : [\text{FADD}(x) \wedge \neg \text{AB}(x)] \Rightarrow & \\
[\text{out}(x,1) \Leftrightarrow \text{in}(x,4) \wedge (& \neg \text{in}(x,1) \wedge \neg \text{in}(x,2) \wedge \text{in}(x,3) \vee \\
& \neg \text{in}(x,1) \wedge \text{in}(x,2) \wedge \neg \text{in}(x,3) \vee \\
& \text{in}(x,1) \wedge \neg \text{in}(x,2) \wedge \neg \text{in}(x,3) \vee \\
& \text{in}(x,1) \wedge \text{in}(x,2) \wedge \text{in}(x,3))] \wedge & \\
[\text{out}(x,2) \Leftrightarrow \text{in}(x,4) \wedge (& \neg \text{in}(x,1) \wedge \text{in}(x,2) \wedge \text{in}(x,3) \vee \\
& \text{in}(x,1) \wedge \neg \text{in}(x,2) \wedge \text{in}(x,3) \vee \\
& \text{in}(x,1) \wedge \text{in}(x,2) \wedge \neg \text{in}(x,3) \vee \\
& \text{in}(x,1) \wedge \text{in}(x,2) \wedge \text{in}(x,3))] &
\end{aligned}$$

Af notationsmæssige årsager indfører vi følgende symboler i udregningen:

f : FADD

a : AB(x)

o_i : out(x, i)

i_i : in(x, i)

Vi benytter endvidere at \wedge og \vee respektivt kan tillægges algebraiske egenskaber som $+$ og \cdot . Endelig symboliserer vi negationen $\neg x$ med \bar{x} .

Funktionalitetsbeskrivelsen for adderen bliver nu

$$\begin{aligned}
f + \bar{a} \Rightarrow & [o_1 \Leftrightarrow i_4 + (i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)(\bar{i}_1 + i_2 + \bar{i}_3)(i_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)] \\
& + [o_2 \Leftrightarrow i_4 + (i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)(i_1 + \bar{i}_2 + i_3)(i_1 + i_2 + \bar{i}_3)] \quad (\text{A.1})
\end{aligned}$$

Lad nu

$$\alpha = (i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)(\bar{i}_1 + i_2 + \bar{i}_3)(i_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)$$

og

$$\beta = (i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + i_2 + i_3)(i_1 + \bar{i}_2 + i_3)(i_1 + i_2 + \bar{i}_3)$$

indsættes dette kan (A.1) omskrives til

$$\overline{(f + \bar{a})} \left(\bar{o}_1 \cdot (i_4 + \alpha) + o_1 \cdot \overline{(i_4 + \alpha)} + \bar{o}_2 \cdot (i_4 + \beta) + o_2 \cdot \overline{(i_4 + \beta)} \right) = \overline{f a \cdot (\bar{o}_1 i_4 + \bar{o}_1 \alpha + o_1 \bar{i}_4 \bar{\alpha} + \bar{o}_2 i_4 + \bar{o}_2 \beta + o_2 \bar{i}_4 \bar{\beta})} \quad (\text{A.2})$$

Nu udregnes de implicerede størrelser:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= (i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)(\bar{i}_1 + i_2 + \bar{i}_3)(i_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3) \\
 &= (i_1\bar{i}_1 + i_1\bar{i}_2 + i_1i_3 + \bar{i}_1i_2 + i_2\bar{i}_2 + i_2i_3 + \bar{i}_1i_3 + \bar{i}_2i_3 + i_3i_3) \cdot \\
 &\quad (i_1\bar{i}_1 + \bar{i}_1\bar{i}_2 + \bar{i}_1\bar{i}_3 + i_1i_2 + i_2\bar{i}_2 + i_2\bar{i}_3 + i_1i_3 + \bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_3\bar{i}_3) \\
 &= (i_1\bar{i}_2 + i_1i_3 + \bar{i}_1i_2 + i_2i_3 + \bar{i}_1i_3 + \bar{i}_2i_3 + i_3) \\
 &\quad (\bar{i}_1\bar{i}_2 + \bar{i}_1\bar{i}_3 + i_1i_2 + i_2\bar{i}_3 + i_1i_3 + \bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_3) \\
 &= (i_1\bar{i}_2 + \bar{i}_1i_2 + i_3)(\bar{i}_1\bar{i}_2 + i_1i_2 + \bar{i}_3) \\
 &= (i_1\bar{i}_2\bar{i}_1\bar{i}_2 + i_1\bar{i}_2i_1i_2 + i_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1i_2\bar{i}_1\bar{i}_2 + \\
 &\quad \bar{i}_1i_2i_1i_2 + \bar{i}_1i_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_2i_3 + i_1i_2i_3 + i_3\bar{i}_3) \\
 &= i_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1i_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_2i_3 + i_1i_2i_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta &= (i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + i_2 + i_3)(i_1 + \bar{i}_2 + i_3)(i_1 + i_2 + \bar{i}_3) \\
 &= (i_1\bar{i}_1 + i_1i_2 + i_1i_3 + \bar{i}_1i_2 + i_2i_2 + i_2i_3 + \bar{i}_1i_3 + i_2i_3 + i_3i_3) \\
 &\quad (i_1i_1 + i_1i_2 + i_1\bar{i}_3 + i_1\bar{i}_2 + \bar{i}_2i_2 + \bar{i}_2\bar{i}_3 + i_1i_3 + i_2i_3 + i_3\bar{i}_3) \\
 &= (i_2 + i_3)(i_1 + \bar{i}_2\bar{i}_3 + i_2i_3) \\
 &= i_1i_2 + i_2\bar{i}_2\bar{i}_3 + i_2i_2i_3 + i_1i_3 + \bar{i}_2\bar{i}_3i_3 + i_2i_3i_3 \\
 &= i_1i_2 + i_2i_3 + i_1i_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha} &= \frac{(i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)(\bar{i}_1 + i_2 + \bar{i}_3)(i_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)}{(i_1 + i_2 + i_3) + (\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3) + (\bar{i}_1 + i_2 + \bar{i}_3) + (i_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3)} \\
 &= \bar{i}_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + i_1i_2\bar{i}_3 + i_1\bar{i}_2i_3 + \bar{i}_1i_2i_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\beta} &= \frac{(i_1 + i_2 + i_3)(\bar{i}_1 + i_2 + i_3)(i_1 + \bar{i}_2 + i_3)(i_1 + i_2 + \bar{i}_3)}{(i_1 + i_2 + i_3) + (\bar{i}_1 + i_2 + i_3) + (i_1 + \bar{i}_2 + i_3) + (i_1 + i_2 + \bar{i}_3)} \\
 &= \bar{i}_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + i_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1i_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_2i_3 \\
 &= \bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_2
 \end{aligned}$$

Indsættes disse i (A.2) fås udtrykket:

$$\begin{aligned}
 \bar{f}a \cdot (&\bar{o}_1i_4 + \bar{o}_1(i_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1i_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_2i_3 + i_1i_2i_3) + \\
 &\quad o_1\bar{i}_4(\bar{i}_1\bar{i}_2\bar{i}_3 + i_1i_2\bar{i}_3 + i_1\bar{i}_2i_3 + \bar{i}_1i_2i_3) + \\
 &\quad \bar{o}_2i_4 + \bar{o}_2(i_1i_2 + i_2i_3 + i_1i_3) + o_2\bar{i}_4(\bar{i}_2\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_3 + \bar{i}_1\bar{i}_2))
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Dette giver de 16 klausuler:

$$\begin{aligned}
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \text{in}(x, 4)] \wedge \\
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2) \vee \text{in}(x, 3)] \wedge \\
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \text{in}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 2) \vee \neg\text{in}(x, 3)] \wedge \\
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2) \vee \neg\text{in}(x, 3)] \wedge \\
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg\text{out}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 2) \vee \text{in}(x, 3)] \wedge \\
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 4) \vee \neg\text{in}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 2) \vee \\
 &\quad \neg\text{in}(x, 3)] \wedge \\
 &[\neg\text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg\text{in}(x, 4) \vee \neg\text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2) \vee \text{in}(x, 3)] \wedge
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, 4) \vee \text{in}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, 2) \vee \text{in}(x, 3)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, 4) \vee \text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2) \vee \neg \text{in}(x, 3)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 2) \vee \text{in}(x, 4)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 2) \vee \text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 2)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 2) \vee \text{in}(x, 2) \vee \text{in}(x, 3)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \neg \text{out}(x, 2) \vee \text{in}(x, 1) \vee \text{in}(x, 3)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 2) \vee \neg \text{in}(x, 4) \vee \neg \text{in}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, 2)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 2) \vee \neg \text{in}(x, 4) \vee \neg \text{in}(x, 2) \vee \neg \text{in}(x, 3)] \wedge \\
& [\neg \text{FADD}(x) \vee \text{AB}(x) \vee \text{out}(x, 2) \vee \neg \text{in}(x, 4) \vee \neg \text{in}(x, 1) \vee \neg \text{in}(x, 3)]
\end{aligned}$$

Medtages den sætning, der definerer komponenten, nemlig

$$\text{FADD}(\text{ADD})$$

fås resultatet 17 klausuler.

Litteratur

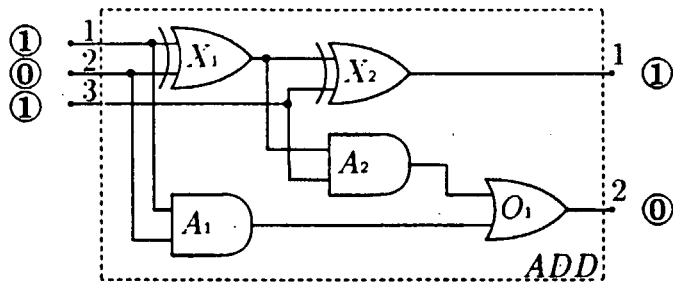
- [Davis] Martin D. Davis,
Computability, Complexity and Languages.
Academic press, inc. Orlando, Florida 1983.
- [Fitting] Melvin Fitting,
First-Order Logic and automated theorem proving.
Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York 1990.
- [Genesereth] Michael R Genesereth,
The Use of Design Descriptions in Automated Diagnosis.
Artificial Intelligence **24** (1984)
411-436.
- [Greiner] Russel Greiner,
A Correction to the algorithm in Reiter's theory of Diagnosis.
Artificial Intelligence **41** (1989-1990)
79-88.
- [Letz] J. Schumman & R. Letz,
PARTHEO: A High-Performance Parallel Theorem Prover.
Lecture notes in artificial intelligence **449**
10th International Conference on Automated Deduction
Spriger-Verlag (1990)
40-56.
- [Reiter] Raymond Reiter,
A theory of Diagnosis from First Principles.
Artificial Intelligence **32** (1987)
57-95.
- [Smullyan] R. M. Smullyan,
First-Order Logic.
Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York 1968.

[Tannenbaum] Andrew S. Tannenbaum,
Structured Computer Organization, second edition
Prentice-Hall international, Amsterdam 1984.

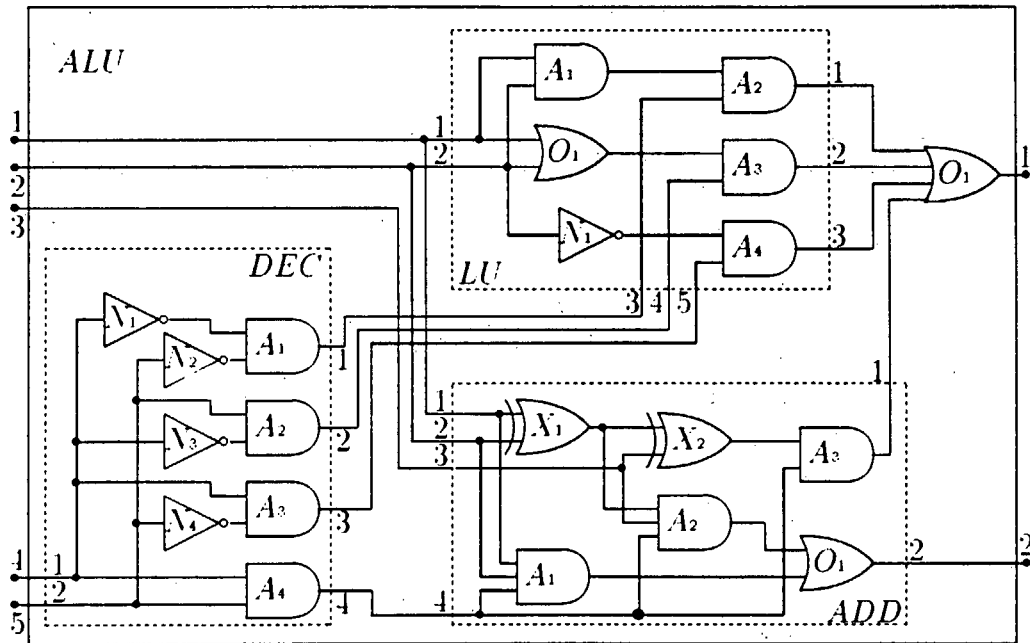
[Van Dalen] Dirk van Dalen,
Logic and Structure 2 ed.
Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York 1989.

Stikordsregister

- δ -formler, 41
- γ -formler, 41
- AB prædikatet, 8
- adder, 12
- afgørlighed, 49
- alfabet, 9
- ALU, 51, 55, 63
- ANDG, 7
- automatisk bevisførelse, 37
- COMP, 11
- D , domæne, 9
- de Morgans lov, 38
- diagnose, 16, 23, 26
 - algoritme, 35
 - kompleksitet, 67
- disjunktiv normalform, 47
- eksistentielle udsagn, 41
- (FD, COMP, SD), 53
- fuldstændighed, 49
- funktionalitet, 7
- funktionalitetsbeskrivelse, 8
- hierarkisk diagnose, 51
 - algoritme, 65
 - kompleksitet, 68
- hierarkisk system, 55
- in-prædikat, 6
- instans, 41
- \mathcal{K} , mængde af komponenter, 6
- kompleksitet
 - af DIAGNOSE, 67
 - af H-DIAGNOSE, 68
- komponent, 5
- konfliktmængde, 25, 33, 48
- konjunktiv normalform, 46
- konsistens, 15
- nedbrydning af komponenter, 62
- NOTG, 8
- OBS, 14
- observation, 14
- ORG, 8
- out-prædikat, 6
- refutation, 40
- repræsentantmængde, 26
- repræsentanttræ, 28
- skolem funktion, 44
- stopproblemet, 49
 - (COMP, SD), 11
 - (COMP, SD, OBS), 14
- system, 11, 53
- tableau
 - 1 orden, 41
 - algoritme, 47
 - udsagnslogisk, 38
- tableauregler, 39
- $\langle \text{TYPE} \rangle(x)$, 7
- unifikation, 44
- uniform notation, 38
- universelle udsagn, 41
- XORG, 8



Figur 2.3: Adder



Figur 6.1: Kredsløb for en 1 bit ALU

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projekt rapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss. Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh. Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko. Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum". Projekt rapport af: Lasse Rasmussen. Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projekt rapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen. Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt. Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projekt rapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup. Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler. Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings af an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint. Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen. Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projekt rapport af: Crilles Bacher, Per S.Jensen, Preben Jensen og Torben Mysteren.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY AF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role af reality". Af: Helge Kragh.
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.C'ERE". a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projekt rapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen. Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodul/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projekt rapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY AF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS". Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DILEMTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber". Projekt rapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller". Projekt rapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen. Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen. Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE". Projekt rapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk. Vejleder: Stig Andur Pedersen. Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER MØSSBAUEREFPEKTMÅLINGER". Projekt rapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen. Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT AF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. I. Af: Bent Sørensen. Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projekt rapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VEKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projekt rapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projekt rapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-
1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projekt rapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projekt rapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Højrup.

Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projekt rapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projekt rapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projekt rapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projekt rapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projekt rapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Højrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Højrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Bernhelm Booss og Jens Højrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projekt rapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEFANTE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?".
Projekt rapport af: Lone Billmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projekt rapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glestrup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Yagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFVLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Heddal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Coester, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSafhængig LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTO - MATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialrapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lillethorup.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDEREN".
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klinton.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSISTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØERS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
 Af: Jens Jäger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS TRANSITION".
 Af: Tage Christensen.
 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI".
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, Carstenholst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM" - state and trends -
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Kattler og Torben J. Andreasen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS II".
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONFIGURATIONSTABELLER".
 Projekt rapport af: Lone Billmann, Ole R. Jensen og Anne-Lise von Moos.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING".
 Af: Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
 Af: Peder Voetmann Christiansen
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDÅNEN".
 Af: Iben Maj Christiansen
 Vejleder: Mogens Niss.
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
 Fysiklærerforeningen, IMFUFA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBY, 8 - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-klassifikation af B-, A- og F-stjerner".
 Projekt rapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
 Projekt rapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
 Projekt rapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅRYB" - om ikke-standard analyse.
 Projekt rapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
 Lecture Notes 1983 (1986)
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-projekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.
 Projekt rapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"
 Projekt rapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA. ENERGY SERIES NO. 15."
 Af: Bent Sørensen.
-
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM".
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen, Petr Viscör
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER".
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi".
 Projekt rapport af Frank Colding Ludvigsen
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling
 Af: Jeppe Dyre
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

- 138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."
Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek
Martin Bohle-Carbonell
- 140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"
By: Jens Gravesen
- 141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"
Projektrapport af Finn C. Physant
Vejleder: Ib Thiersen
- 142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek og
Krzysztof P. Wojciechowski
- 143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"
af: Mogens Brun Heefelt
- 144/87 "Context and Non-Locality - A Peircean Approach
Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Comø Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"
Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987
By: Mogens Niss
- 146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"
- en ny frekvensbaseret målemetode.
Fysikspeciale af Jan Vedde
Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Višćor
- 147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"
redigeret af: Mogens Brun Heefelt
- 148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"
af: Peter Golding-Jørgensen DLH
Albert Chr. Paulsen
- 149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"
by: Petr Višćor
- 150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"
by: Petr Višćor
- 151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"
Matematikprojekt af:
Birgit Andresen, Keld Nielsen og Jimmy Staal
Vejleder: Mogens Niss
- 152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
Krzysztof P. Wojciechowski
- 153/88 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KREFTER"
Et eksempel på humanistisk teknologihistorie
Historiespeciale
Af: Hans Hedal
Vejleder: Ib Thiersen
- 154/88 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"
By: Jeppe Dyre
- 155/88 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"
by: Michael Pedersen
- 156/88 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"
by: Jeppe C. Dyre
- 157/88 "STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."
by: Michael Pedersen
- 158/88 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"
by: Jeppe Dyre
- 159/88 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"
by: Bent Sørensen
- 160/88 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"
by: Jens Gravesen
- 161/88 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: Dirichlet feedback control problems"
by: Michael Pedersen
- 162/88 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"
AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich, Mette Vedelsby
- 163/88 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"
Af: Finn Langberg, Michael Jarden, Lars Frellesen
Vejleder: Jesper Larsen
- 164/88 "Vurdering af matematisk teknologi
Technology Assessment
Teknikfolgenabschätzung"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med
Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen
- 165/88 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"
by: Jens Gravesen

- 166/88 "Grundbegreber i Sandsynlighedsregningen"
Af: Jørgen Larsen
- 167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"
Af: Jørgen Larsen
- 167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte modeller"
Af: Jørgen Larsen
- 168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"
Laboratorie-simulering og MARS-analoger undersøgt ved Mössbauerspektroskopi.
Fysikspeciale af:
Birger Lundgren
Vejleder: Jens Martin Knudsen
Fys.Lab./HCØ
- 169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL TIL EN METAFYSIK."
Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist" 1891-93.
Introduktion og oversættelse:
Peder Voetmann Christiansen
- 170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"
Samtlige opgaver stillet i tiden 1974 - juni 1988
- 171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"
af: Johnny Tom Ottesen
- 172/88 "FYSIK OG VIRKELIGHED"
Kvantemekanikkens grundlagsproblem i gymnasiet.
Fysikprojekt af:
Erik Lund og Kurt Jensen
Vejledere: Albert Chr. Paulsen og Peder Voetmann Christiansen
-
- 173/89 "NUMERISKE ALGORITMER"
af: Mogens Brun Heefelt
- 174/89 "GRAFISK FREMSTILLING AF FRAKTALER OG KAOS"
af: Peder Voetmann Christiansen
- 175/89 "AN ELEMENTARY ANALYSIS OF THE TIME DEPENDENT SPECTRUM OF THE NON-STATONARY SOLUTION TO THE OPERATOR RICCATI EQUATION"
af: Michael Pedersen
- 176/89 "A MAXIMUM ENTROPY ANSATZ FOR NONLINEAR RESPONSE THEORY"
af: Jeppe Dyre
- 177/89 "HVAD SKAL ADAM STÅ MODEL TIL"
af: Morten Andersen, Ulla Engström, Thomas Gravesen, Nanna Lund, Pia Madsen, Dina Rawat, Peter Torstensen
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 178/89 "BIOSYNTESEN AF PENICILLIN - en matematisk model"
af: Ulla Eghave Rasmussen, Hans Oxvang Mortensen, Michael Jarden
vejleder i matematik: Jesper Larsen
biologi: Erling Lauridsen
- 179a/89 "LÆRERVEJLEDNING M.M. til et eksperimentelt forløb om kaos"
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer
- 179b/89 "ELEVHEFTE: Noter til et eksperimentelt kursus om kaos"
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer
- 180/89 "KAOS I FYSISKE SYSTEMER eksemplificeret ved torsions- og dobbeltpendul".
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 181/89 "A ZERO-PARAMETER CONSTITUTIVE RELATION FOR PURE SHEAR VISCOELASTICITY"
by: Jeppe Dyre
- 183/89 "MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, MODELLING. APPLICATIONS AND LINKS TO OTHER SUBJECTS - State. trends and issues in mathematics instruction
by: WERNER BLUM, Kassel (FRG) og MOGENS NISS, Roskilde (Denmark)
- 184/89 "En metode til bestemmelse af den frekvensafhængige varmfylde af en underafkølet væske ved glasovergangen"
af: Tage Emil Christensen
-
- 185/90 "EN NÆSTEN PERIODISK HISTORIE"
Et matematisk projekt
af: Steen Grode og Thomas Jessen
Vejleder: Jacob Jacobsen
- 186/90 "RITUAL OG RATIONALITET i videnskabens udvikling"
redigeret af Arne Jakobsen og Stig Andur Pedersen
- 187/90 "RSA - et kryptografisk system"
af: Annette Sofie Olufsen, Lars Frellesen og Ole Møller Nielsen
Vejledere: Michael Pedersen og Finn Munk
- 188/90 "FERMICONDENSATION - AN ALMOST IDEAL GLASS TRANSITION"
by: Jeppe Dyre
- 189/90 "DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER
af: Finn Langberg

- 190/90 "FIVE REQUIREMENTS FOR AN APPROXIMATE NONLINEAR RESPONSE THEORY"
by: Jeppe Dyre
- 191/90 "MOORE COHOMOLOGY, PRINCIPAL BUNDLES AND ACTIONS OF GROUPS ON C^* -ALGEBRAS"
by: Iain Raeburn and Dana P. Williams
- 192/90 "Age-dependent host mortality in the dynamics of endemic infectious diseases and SIR-models of the epidemiology and natural selection of co-circulating influenza virus with partial cross-immunity"
by: Viggo Andreasen
- 193/90 "Causal and Diagnostic Reasoning"
by: Stig Andur Pedersen
- 194a/90 "DETERMINISTISK KAOS"
Projektrapport af : Frank Olsen
- 194b/90 "DETERMINISTISK KAOS"
Kørselsrapport
Projektrapport af: Frank Olsen
- 195/90 "STADIER PÅ PARADIGMETS VEJ"
Et projekt om den videnskabelige udvikling der førte til dannelse af kvantemekanikken.
Projektrapport for 1. modul på fysikuddannelsen, skrevet af:
Anja Boisen, Thomas Hougård, Anders Gorm Larsen, Nicolai Ryge.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 196/90 "ER KAOS NØDVENDIGT?"
- en projektrapport om kaos' paradigmatisk status i fysikken.
af: Johannes K. Nielsen, Jimmy Staal og Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 197/90 "Kontrafaktiske konditionaler i HOL"
af: Jesper Voetmann, Hans Oxvang Mortensen og Aleksander Høst-Madsen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 198/90 "Metal-Isolator-Metal systemer"
Speciale
af: Frank Olsen
- 199/90 "SPREDT FÆGTNING" Artikelsamling
af: Jens Højgaard Jensen
- 200/90 "LINEÆR ALGEBRA OG ANALYSE"
Noter til den naturvidenskabelige basisuddannelse.
af: Mogens Niss
- 201/90 "Undersøgelse af atomare korrelationer i amorfe stoffer ved røntgendiffraction"
af: Karen Birkelund og Klaus Dahl Jensen
Vejledere: Petr Višćor, Ole Bakander
- 202/90 "TEGN OG KVANTER"
Foredrag og artikler, 1971-90.
af: Peder Voetmann Christiansen
- 203/90 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK" 1974-1990
afløser tekst 170/88
-
- 204/91 "ERKENDELSE OG KVANTEMEKANIK"
et Breddemodul Fysik Projekt
af: Thomas Jessen
Vejleder: Petr Višćor
- 205/91 "PEIRCE'S LOGIC OF VAGUENESS"
by: Claudine Engel-Tiercelin
Department of Philosophy
Université de Paris-1
(Panthéon-Sorbonne)
- 206a+b/91 "GERMANIUMBEAMANALYSE SAMT A - GE TYNDFILMS ELEKTRISKE EGENSKABER"
Eksperimentelt Fysikspeciale
af: Jeanne Linda Mortensen og Annette Post Nielsen
Vejleder: Petr Višćor
- 207/91 "SOME REMARKS ON AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"
by: Jeppe C. Dyre
- 208/91 "LANGEVIN MODELS FOR SHEAR STRESS FLUCTUATIONS IN FLOWS OF VISCO-ELASTIC LIQUIDS"
by: Jeppe C. Dyre
- 209/91 "LORENZ GUIDE" Kompendium til den danske fysiker Ludvig Lorenz, 1829-91.
af: Helge Kragh
- 210/91 "Global Dimension, Tower of Algebras, and Jones Index of Split Seperable Subalgebras with Unitality Condition."
by: Lars Kadison
- 211/91 "I SANDHEDENS TJENESTE"
- historien bag teorien for de komplekse tal.
af: Lise Arleth, Charlotte Gjerrild, Jane Hansen, Linda Kyndlev, Anne Charlotte Nilsson, Kamma Tulinius.
Vejledere: Jesper Larsen og Bernhelm Booss-Bavnbek
- 212/91 "Cyclic Homology of Triangular Matrix Algebras"
by: Lars Kadison
- 213/91 "Disease-induced natural selection in a diploid host"
by: Viggo Andreasen and Freddy B. Christiansen

- 214|91 "Hælløj i æteren" - om
elektromagnetisme. Oplæg
til undervisningsmateriale
i gymnasiet.
Af: Nils Kruse, Peter Gastrup,
Kristian Hoppe, Jeppe Guldager
Vejledere: Petr Viscor, Hans Hedal
- 215|91 "Physics and Technology of Metal-
Insulator-Metal thin film structures
used as planar electron emitters
by: A.Delong, M.Drsticka, K.Hladil,
V.Kolarik, F.Olsen, P.Pavelka and
Petr Viscor.
- 216|91 "Kvantemekanik på PC'eren"
af: Thomas Jessen

217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING
IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"
by: Mogens Niss

218/92 "A Three-Square Theorem"
by: Lars Kadison

