

TEKST NR 204

1990

ERKENDELSE
OG
KVANTEMEKANIK

Et Breddemodul Fysik Projekt af:

Thomas Jessen

Vejleder: Petr Višcor

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, Roskilde
ERKENDELSE OG KVANTMEKANIK
af Thomas Jessen

IMFUFA Tekst nr. 204/90, 104 sider, ISSN 0106-6242

Abstract:

Rapporten gennemgår de centrale erkendelsesteoretiske spørgsmål kvantemekanikken har rejst. Først skitseres de grundlæggende metafysiske forestillinger hvorpå den klassiske fysik bygger, og deres uforenelighed med kvantemekanikken belyses. Klassiske indvendinger mod kvantemekanikken, som EPR argumentet og måleproblemet, gennemgås. Herefter diskuteres muligheden for at introducere skjulte variable på subkvante niveau. Rapporten afsluttes med nogle personlige tanker om kvantemekanikken.

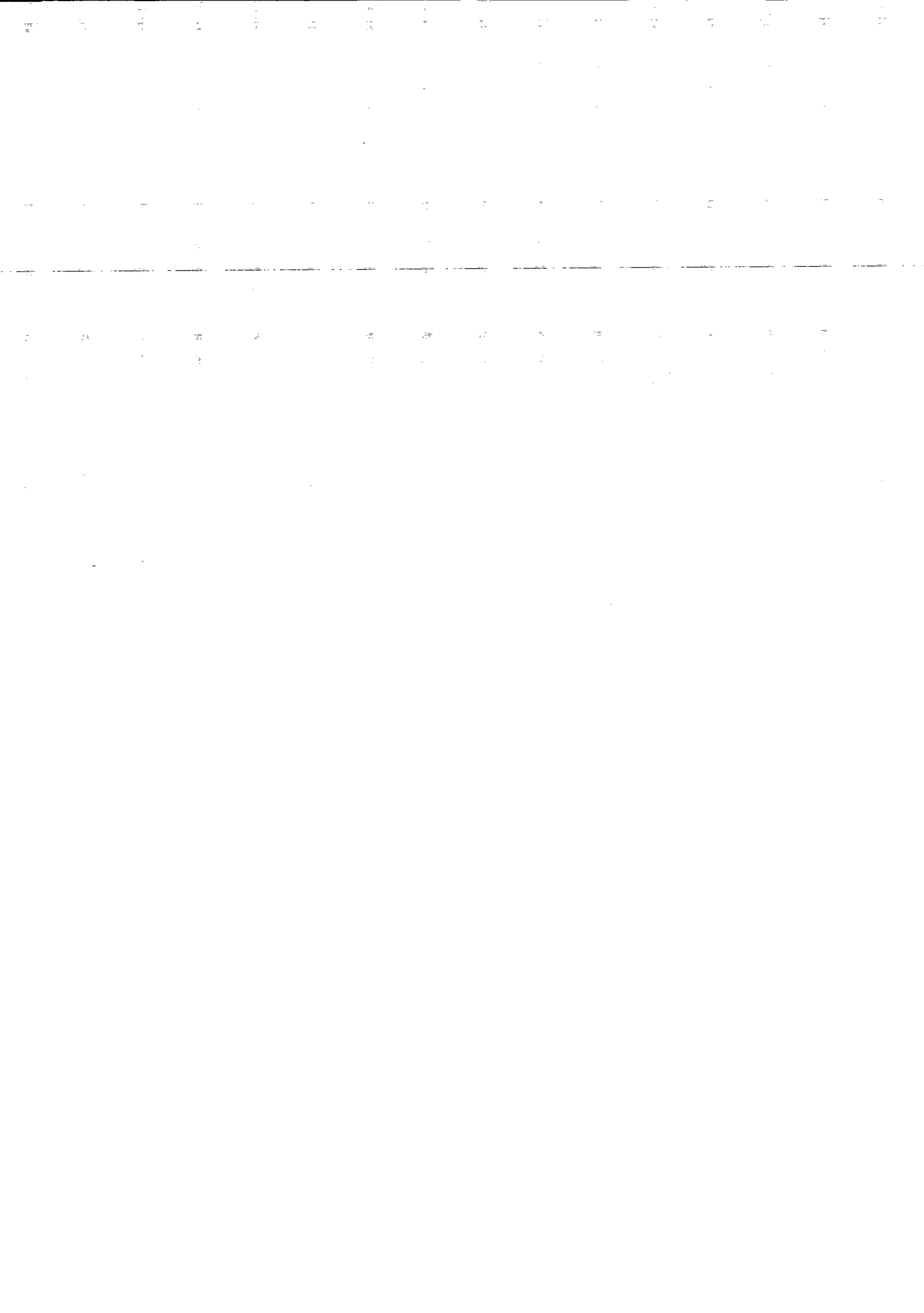
Forord

I foråret 1990 fulgte jeg et kursus i kvantemekanik og har siden følt en stor interesse for denne gren af fysikken. I denne rapport søger jeg at afdække nogle af de vigtigste erkendelsesteoretiske spørgsmål kvantemekanikken. Ofte læser man chokerende udsagn om kvantemekanikken (såsom at den har vist at bevidsthed har en rolle i fysik), hvilket har stimuleret min interesse og skabt et ønske om at trænge ned i de centrale erkendelsesteoretiske problemer for at se om teorien nu også virkelig er så underlig.

Fremstillingen er hovedsaligt i ord og kun enkelte gange involveres tekniske aspekter (for eksempel i beviset for Bell's ulighed). Kvantemekanikkens paradokser kan i vid udstrækning forstås og diskuteres på baggrund af elementær kvantemekanik alene, hvilket hovedsaligt vil sige superpositionsprincippet og projektionspostulatet. Ikke desto mindre formodes læseren at have en vis indsigt i teorien. En introduktion til kvanteformalismen er uden for denne fremstillings rammer.

Kildeangivelser er givet ved forfatter og år. Forfatteren er undertiden udeladt, når det fremgår af sammenhængen hvem der er tale om. Jeg ønsker at takke min vejleder Petr Višcor og Peder Voetmann Christensen for vejledning og inspirerende samtaler.

Roskilde, december 1990
Thomas Jessen



Indhold

1 Den Klassiske Anskuelse	5
1.1 Skitse af Kvantemekanikkens Historie	5
1.1.1 Kvanteformalismens Oprindelse	5
1.1.2 Teoriens Formulering	8
1.2 Den Klassiske Verden	10
1.2.1 Idealobjektivism og Mekanisme	10
1.2.2 Determinisme	12
1.2.3 Lokalitet	15
1.2.4 Diskussion	17
1.3 Den Kvantemekaniske Verden	17
1.3.1 Kvantemekanik og Klassisk Beskrivelse	18
1.3.2 Komplementaritet	19
1.4 To fortolkninger af Kvantemekanikken	24
1.4.1 Skjulte Variable Fortolkningen	25
1.4.2 Den Ortodokse Fortolkning	27

2	Indvendinger mod Kvantemekanikken	29
2.1	Bohr-Einstein Debatten	29
2.1.1	De tidlige Diskussioner	30
2.1.2	Fotonboksen og Tid-Energi Usikkerhedsrelationen . .	32
2.2	EPR Paradokset	37
2.2.1	Non-separabilitet	37
2.2.2	EPR argumentet	38
2.2.3	Kommentarer til EPR	40
2.3	Måleproblemet	43
2.3.1	Viden og Bølgefunktionen	45
2.3.2	Bevidsthed og Kollaps	47
2.3.3	De Mange Verdener	50
3	Skjulte Variable	53
3.1	Idealobjektive Skjulte Variable	54
3.1.1	Definition af Skjulte Variable	54
3.1.2	Diskussion af Definitionen	55
3.1.3	Idealobjektivisme Fejler	56
3.2	Kontekstuelle teorier	58
3.2.1	Hvad er Kontekstuelle Skjulte Variable	58
3.2.2	Bell's Ulighed	59
3.2.3	Et Alternativt Bevis	62
3.3	Aspect Eksperimentet	65
3.3.1	Det Første Eksperiment	65
3.3.2	Det Andet Eksperiment	68

<i>INDHOLD</i>	3
3.3.3 Mulige Smuthuller	70
4 Diskussion	73
4.1 Er Skjulte Variable Mulige?	73
4.1.1 Motivation for Skjulte Variable	73
4.1.2 Evaluering af Skjulte Variable	74
4.2 Filosofiske Perspektiver	76
4.2.1 Realisme kontra Idealisme	76
4.2.2 Idealobjektivisme kontra Kontekstualitet	78
4.2.3 Determinisme kontra Indeterminisme	80
4.3 En Mulig Fortolkning af Kvantemekanik	81
4.3.1 Er Kvantemekanikken fuldstændig?	81
4.3.2 Målingens Natur	84
4.3.3 Er Verdenen en Helhed?	87
4.3.4 Afsluttende Tanker	88

Kapitel 1

Den Klassiske Anskuelse

1.1 Skitse af Kvantemekanikkens Historie

I århundredene mellem Newton og KMs formulering i 1920'erne, har ideen om *determinisme* været et grundlæggende element i den fysiske beskrivelse af verden. En reduktion af beskrivelsen af alle fænomener til en kausal redegørelse, var selve idealet af videnskabelig analyse, men i løbet af relativt få år i de sene 20'ere ændredes opfattelsen af hele vor fysiske viden sig markant, i takt med at en ny teori - *kvantemekanikken* - formuleredes.

1.1.1 Kvanteformalismens Oprindelse

Det første skridt mod kvantemekanikkens formulering blev taget i år 1900 da Max Planck introducerede virkningskvantet h , på grundlag af studier af *sortlegeme stråling*. Fænomenet blev først studeret af Gustav Robert Kirchhoff der i 1859 viste at forholdet mellem emitteret og absorberet stråling, af en bestemt bølglængde, er det samme for alle legemer. Resultatet kendes som Kirchhoff's lov. Året efter beviste Kirchhoff loven mere rigoristisk og definerede et sort legeme som et legeme der absorberer al stråling der rammer det. Som konsekvens af sin lov kunne Kirchhoff da slutte at der eksisterer en universel funktion der beskriver hvorledes sort legeme stråling er fordelt over varierende bølglængder, afhængigt af temperaturen. Herefter viste han at denne fordeling er identisk med fordelingen af stråling i et hulrum afskærmet af vægge med den pågældende temperatur, hvormed der

var skabt mulighed for eksperimentelt at måle sort legeme stråling. Efter at S.P. Langley i 1880 opfandt bolometret kunne målingerne udføres med en pludselig stærkt forøget præcision, men først i årene fra 1895 foretoges systematiske målinger af Otto Lummer og Willy Wien, der studerede strålingen udsendt gennem et lille hul i en 'sort' kasse med kendt temperatur T .

I mellemtiden havde Josef Stefan i 1879 vist at energitætheden af sortlegeme strålingen er proportional med T^4 . Stefan's udledning var baseret på meget upræcise målinger, men blev teoretisk eftervist af Ludvig Boltzmann i 1884. Resultatet, der idag kendes som Stefan-Boltzmann's lov, siger imidlertid intet om den spektrale fordeling af strålingen, og første da Wien i 1894 foreslog sin forskydningslov blev der taget skridt i den retning. Forskydningsloven viser at kendskab til fordelingen ved éen temperatur giver kendskab til fordelingen ved alle temperaturer. I 1896 opnåede Wien et explicit udtryk for fordelingen, med sin lov:

$$E_\lambda = c_1 \lambda^{-5} \exp\left(-\frac{c_2}{\lambda T}\right) \quad (1.1)$$

(c_1, c_2 konstanter, λ bølgelængde.) Wien's udledning af loven var baseret på lidt tvivlsomme argumenter, men var på det tidspunkt i god overensstemmelse med eksperimentelle data, indtil Lummer og Pringsheim i 1899 observerede systematiske afvigelser fra loven ved lave frekvenser. Det animerede Lord Rayleigh til at studere problemet og i år 1900 opnåede han Rayleigh-Jeans loven¹:

$$E_\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \quad (1.2)$$

(ν frekvens, k Boltzmann's konstant, c lyshastigheden.) Rayleigh-Jeans loven var i strålende overensstemmelse med eksperimentelle resultater ved lave frekvenser, men kan oplagt ikke være korrekt da energitætheden vokser mod uendeligt med stigende frekvens; et forhold Ehrenfest senere betegnede *den ultraviolette katastrofe*.

Planck lappede på miséren da han samme år foreslog den velkendte strålingslov:

$$E_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1.3)$$

hvori *virkningskvantet* h for første gang optræder. Loven glider over i Wien's lov ved høje frekvenser og over i Rayleigh-Jeans loven ved lave frekvenser. Omend loven er korrekt var Planck's udledning af den ikke strengt stringent,

¹Jeans' bidrag bestod hovedsagligt i at tilpasse konstanter.

som først påpeget af Albert Einstein, da han på en gang betragtede molekyler som oscillatorer med kontinuert energispektrum og samtidig antog energien for at være kvantiseret i multipla af $h\nu$. Einstein bemærkede at '... hvis energien af en resonator [oscillator] kun kan ændres diskontinuert, da kan den normale teori om elektricitet ikke anvendes til at beregne den gennemsnitlige energi af en sådan resonator i et strålingsfelt. Planck's teori må derfor antage at, omend Maxwell's teori om elementære resonatorer ikke er anvendelig, den gennemsnitlige energi af en resonator, omgivet af stråling, er svarende til den der opnås på basis af Maxwell's teori om elektricitet... En sådan antagelse er plausibel hvis $\varepsilon = h\nu$ er lille i sammenligning med resonatorenes gennemsnitlige energi U over hele det observerede spektrum, men det er ikke tilfældet.' [Einstein 1906]. Planck's strålingslov blev stringent udledt af Einstein i 1917.

Einstein bidrog desuden væsentligt til udviklingen af den nye teori, da han i 1905 behandlede den *fotoelektriske effekt* ved at beskrive stråling som bestående af lyskvanter med energi $h\nu$. Et sådan billede var naturligvis i strid med det veletablerede bølgebillede, men Einstein argumenterede med at den klassiske teori er baseret på gennemsnit og derfor, så at sige, midler kornetheden bort. Einstein forklarede således den fotoelektriske effekt på en måde, der var i fuldstændig overensstemmelse med senere forsøg udført af Robert A. Millikan.

Det næste store skridt blev taget med Niels Bohr's atommodel i 1913. Bohr studerede hos Rutherford i Manchester og var særlig interesseret i sidstnævntes atommodel. Udover Rutherford, havde Joseph John Thomson i 1903 foreslået en atommodel, men den fejlede i at forklare en række spredningsforsøg udført af Geiger og Marsden (1909). Rutherford's model var imidlertid heller ikke tilfredsstillende. Den beskrev atomet som et lille solsystem med en tung kerne hvormod elektronen kredser, men når elektronen accelereres i sin bane omkring kernen vil den, ifølge Maxwell's teori, udstråle energi og dermed spiralere mod kernen med et næsten øjeblikkeligt kollaps af atomet til følge. Bohr undgik den faldgrube ved at beskrive brintatomet ud fra en række *ad hoc* antagelser, hvoraf den centrale er antagelsen at atomet kun emitterer og absorberer stråling i transitionen mellem en række *stationære tilstande* (af Bohr også kaldet "holdepladser"). Bohr indførte desuden *korrespondenceprincippet* der, løst sagt, udtrykker at kvantemekanikken indeholder klassisk fysik som et grænsetilfælde.

1.1.2 Teoriens Formulering

I perioden op til midten af 1920'erne bestod kvantefysikken hovedsagligt i at tilpasse klassiske modeller efter en række kvantebetingelser, uden at metoden dertil var klart formuleret. Kvantehistorikeren Max Jammer har opridset forholdene i disse ord [1966 s.196]:

Påtrods af sit lovende navn og succesrige behandling af utallige problemer i atomfysik, var kvanteteorien, særlig kvanteteorien for mange-elektron systemer, før 1925, set fra et metodisk synspunkt, et sørgeligt sammenkog af hypoteser, principper, teoremer og beregningsformularer fremfor en logisk konsistent teori. Ethvert kvanteteoretisk problem måtte første løses indenfor den klassiske fysik; hvorefter den klassiske løsning måtte gennem en besynderlig filtrering ved kvantebetingelserne eller, som det skete i de fleste tilfælde, den klassiske løsning måtte oversættes til kvantesproget i overensstemmelse med korrespondenceprincippet. Normalt var processen at finde "den rigtige oversættelse" et spørgsmål om dygtige gæt og intuition, snarere end deduktive og systematiske slutninger. Kvanteteorien blev til et specielt håndværk eller ligefrem en kunstart der dyrkedes til perfektion i Göttingen og København. Kort sagt, kvanteteorien manglede endnu to essentielle træk ved en fuldt udviklet videnskabelig teori, konceptuel autonomi og logisk konsistens.

Først med Werner Heisenberg's formulering af *matrix mekanikken* fik kvantefysikken et egentligt grundlag. Ved at Fourier opløse enhver tidsafhængig fysisk størrelse og formelt anvende korrespondenceprincippet fandt Heisenberg et matematisk system i hvilket de fysiske størrelser repræsenteres ved et 'fællesskab' ("gesamtheit") af komplekse tal og multiplikation af dem er ikke-kommutativ. Max Born genkendte fællesskabet som en matrix og multiplikationsreglen som en generalisering af multiplikation af matricer. På den tid var matrix begrebet ikke almindeligt kendt blandt fysikere, men (endelige) matricer var matematisk defineret og studeret allerede i midten af forrige århundrede af Arthur Cayley. To måneder efter Heisenberg's teori var publiceret fremkom Born og Pascual Jordan med en artikel hvori *kommutatorrelationen*:

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i} \quad (1.4)$$

for første gang formuleres, og betegnes 'den præcise kvantebetingelse' [Born og Jordan 1925 s.871].

Allerede i 1923 havde Louis de Broglie foreslået at associerer enhver partikel med en fiktiv bølge der dirigerer partiklens bevægelse, og forudsagt at elektroner kan udvise bølgeegenskaber i form af interferens og diffraktionsfænomener. *Bølgemeknikken* blev udviklet af Erwin Schrödinger [1926], der opstillede den bølgeligning der bærer hans navn. Schrödinger indså hurtigt forbindelsen mellem bølge og matrix mekanikken og publicerede et bevis for deres ækvivalens [Schrödinger 1926b].

Med de klassiske, og meget forskellige, fremstillinger i Paul Maurice Dirac's *Principles of Quantum Mechanics* [1930] og John von Neumann's *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* [1932] kan formalismen siges at være fuldt udviklet. Dirac formulerer teorien elegant på grundlag af fysiske betragtninger og med brug af den, på det tidspunkt, suspekte delta-funktion; mens von Neumann's fremstilling er præget af streng matematisk disciplin.

I fysikkens historie fremstår 1920'erne som en af de mest frugtbare epoker, en tid hvor man udvekslede tanker og ideer, og med en utrættelige søgen efter mening gav videnskabelige ideer en helt ny dybde. Det er ofte med en vis nostalgi, og ikke uden mytens element, perioden skildres. Da arbejdet med skabelsen af en matematisk formalisme var afsluttet, fortsatte debatten om kvantemekanikkens fortolkning; særligt den årelange Bohr-Einstein debat har føjet nye kapitler til fysikkens historie. Det var to af samtidens intellektuelle giganter der mødtes i en dyst mellem modstridende verdensanskuelser. Spørgsmålet der delte Bohr og Einstein var om kvantemekanikken har vist os at en klassisk deterministisk beskrivelse af naturen er umulig; et spørgsmål der ifald det kan besvares bekræftende ændrer afgørende ved fysikkens erkendelsesteoretiske grundlag.

Som for alle andre store filosofiske spørgsmål er der formodentlig intet ultimativt svar på om verdenen er deterministisk, mange vil måske ligefrem anse det for et håbløst spørgsmål at diskutere. Man kan have en følelse af at alt hvad der kan siges om spørgsmålet allerede er sagt, at alle argumenter er vendt og drejet og diskussionen intet nyt kan tilføres. Filsoffer har argumenteret for og imod, standpunkterne er klart trukket op men ude af stand til at mødes. Det er næsten som om selve spørgsmålets overvældende filosofiske tyngde gør det umuligt at besvare, og derfor af ringe praktisk betydning. Spørgsmålet kan imidlertid opfattes som andet og mere en et logisk udsagn om universet med ultimativ sandhedsværdi sand eller falsk; det er

kun første lag af betydning. Det er naturligvis noget nær umuligt at sige hvordan verdenen 'virkelig er', men vores basale forestillinger om verdenen (i form af fysikkens erkendelsesteoretiske grundlag) er af overvældende betydning for formen af, og elementerne i, enhver koherent beskrivelse af det fysiske univers. En sådan beskrivelse bør altid være baseret på de antagelser der fører til den mest præcise og simple model af virkeligheden, der er intet vundet ved dogmatisk at fastholde nogle forestillinger der udelukker en mere tilfresstillende beskrivelse baseret på andre forestillinger. Det faktum at de fleste fysikere har et praktisk forhold til fysikken og kun sjældent behøver at overveje dens erkendelsesteoretiske grundlag gør fysikken til en pragmatisk disciplin. Kvantemekanikkens formulering i 1920'erne er et slående eksempel på hvordan en formalisme baseret på et sæt forestillinger hurtigt blev erstattet af en formalisme baseret på et sæt radikalt anderledes forestillinger. Kvanteformalismen absorberedes af fysikken - ikke fordi dens grundlæggende forestillinger var mere intuitive eller på anden vis den klassiske fysiks forestillinger overlegne - men fordi den udgjorde et bedre værktøj.

1.2 Den Klassiske Verden

For at studere hvorledes kvantemekanikken strider mod en række klassiske forestillinger og anskuelser, er det nødvendigt mere præcist at definere disse. I det følgende vil vi derfor analysere nogle af de elementer der udgør den klassiske verdensanskuelse. At definere begreberne vanskeliggøres af at de tildels refererer til hinanden på en sådan måde at et begreb kun kan defineres i termer af et andet begreb, der kun kan defineres i termer af det første begreb! De følgende definitioner er nødvendigvis abstrakte og noget vage, begrebernes fulde mening og betydning kan kun konkretiseres i den efterfølgende diskussion.

1.2.1 Idealobjektivismen og Mekanicismen

Objektivismen er forestillingen at vi lever i en verden med virkeligt forekommende fænomener, der har eksistens uafhængigt af vor egen. En verden der består af en række fysiske objekter hvis egenskaber og karakteristika er absolute, entydige og virkelige, uanset hvordan vi opfatter dem eller om vi opfatter dem. Der er altså virkeligt 'noget derude'. Det er hensigtsmæssigt at skelne mellem en *indre* virkelighed, der udgøres af vores tanker, følelser

og perceptioner, og en *ydre* virkelighed der omfatter alt andet. Objektivisme er grundlæggende troen på at den ydre virkelighed eksisterer og er den egentlige virkelighed, og derfor bør kunne beskrives uden reference til den indre virkelighed, og kan siges at eksisterer uanset om den erfares eller opleves af en menneskelig observatør. En objektiv beskrivelse af verden vil derfor søge at eliminere alle referencer til den indre virkelighed, og ikke beskrive verden som set fra vores subjektive synspunkt der alene udspringer af at vi er biologiske organismer af 'tilfældige' dimensioner og i besiddelse af 'tilfældige' sanser. Vi har indtil nu kun sagt at der er en ydre virkelighed, vi vil nu definere en forestilling om formen af denne ydre verden.

Den *idealobjektive* forestilling betragter virkeligheden som sammensat af en række uafhængige og separate fysiske objekter, kaldet *elementer af virkeligheden* eller blot *partikler*. Elementernes virkelighed og eksistens er uafhængig af andre elementers eventuelle eksistens, de er alene i kraft af sig selv uanset om de vekselvirker med andre elementer. Hvis vi tænker på en elektron som et element af virkeligheden så er elektronens eksistens ikke betinget af at en observatør iagttager den og dens egenskaber. Det er en helt naturlig forestilling med den bygger på af 'elektron' refererer til en enkelt fysisk objekt hvis eksistens er uafhængig af andre fysiske objekter. Hvert element er bærer af en række *fysiske attributter*, der fuldstændigt karakteriserer dets fysiske egenskaber. En elektron har attributter som masse, ladning, energi etc.

Et hvilket som helst fysiske objekt kan betragtes som et element af virkeligheden. Mit skrivebord er et element, men det består af andre elementer, atomer, der igen er sammensat af elementer som protoner, elektroner og neutroner, der måske igen er sammensat af mere fundamentale elementer. Hvad vi opfatter som elementer er i høj grad afhængigt af hvad vi betragter. På kosmologisk skala er hele solsystemet blot en enkelt 'partikel', i andre sammenhænge må selv et enkelt atom beskrives som et kompliceret sammensat system. Ikke desto mindre er nogle elementer mere fundamentale end andre. Mit bord, der kan opfattes som en mere eller mindre tilfældig kollektion af atomer i et bestemt område af rummet, er naturligvis ikke et fundamentalt element. Jeg kan ikke redegøre for verden og dens fænomener ved at beskrive den som sammensat af borde, men jeg kan, i en vis udstrækning, gøre det ved at beskrive den som sammensat af atomer. Som regel forbinder vi idealobjektivisme med den *atomistiske doktrin* at der eksisterer egentlige fundamentale elementer, udelelige byggesten som alting ultimativt består af. Idealobjektivismen er forestillingen af alle fænomener er resultatet af vekselvirkninger mellem separate fundamentale elementer. Det simpleste vil være hvis der kun er éen type fundamentale elementer, men i princippet

kunne der være nogle få kvalitativt forskellige typer. To elementer er af samme type hvis de er karakteriseret ved identiske fysiske attributter.

Der eksisterer altså et sæt universelle attributter som alle elementer, af en given type, er i besiddelse af. Attributterne er kvalitativt forskellige, men et grundlæggende mekanistisk postulat er at det forhold at et element er i besiddelse af en givet attribut kan beskrives fuldstændigt og helt præcist *kvantitativt*. En partikel kan derfor have mere eller mindre masse men den har altid en entydigt bestemt mængde af masse. Et *system* er en hvilken som helst kollektion af elementer af virkeligheden, og systemets *tilstand* er totaliteten af attributternes værdier på et givet tidspunkt. *Mekanicisme* er den opfattelse at alle fænomener, og i det hele taget *alting*, alene er resultatet af at en række elementer vekselvirker i overensstemmelse med nogle få, matematisk udtrykkelige, naturlove. Naturlovene er ikke approksimationer, de er i enhver henseende absolutte og eksakte. Verden udgøres kun af elementære fysiske processer, der kan beskrives eksakt ud fra nogle få matematiske principper.

Vi startede med at skitsere to former for virkelighed, den indre og den ydre. Vi er nu kommet frem til en forestilling hvor man benægter eksistensen af den indre virkelighed og alene hæfter sig ved den ydre virkelighed. Det er naturligvis rigtigt at vi tænker og føler, men det er fænomener der ultimativt er et resultat af den samme type fysiske processer som dem der finder sted i den ydre verden, og der er derfor intet behov for at forklare verdenen i termer af vore subjektive indtryk af denne. Det ville være at forklare et simpelt og elementært fænomen i termer af et kompliceret og sammensat. Ingredienserne i en fuldstændig beskrivelse af verdenen er alene de elementære fysiske processer og de lovmæssigheder de er underkastet. Der er ikke andet.

1.2.2 Determinisme

Vi bør betragte universets nuværende tilstand som et resultat af de foregående tilstande og som årsagen til de efterfølgende tilstande. En intelligens ["dæmon"] der kender alle naturens krafter i et givet øjeblik, såvel som den øjeblikkelige position af alle ting i universet, ville i en enkelt formel kunne udtrykke bevægelsen af såvel de største legemer som de letteste atomer, forudsat at dens intellekt var tilstrækkeligt kraftfuldt til at analysere alle data;

for den ville intet være skjult, fremtiden såvel som fortiden ville stå klart for dens øje.

*Pierre Simon Laplace*²

Determinisme er forestillingen at alle begivenheder er forudbestemt. Den mest rene form af determinisme er udtrykt ved *Laplace's Dæmon* (se citat); et væsen der med kendskab til hele universets tilstand og en universel dynamisk lov, er istand til at beregne alle fremtidige tilstande og begivenheder. Det er implicit i forestillingen at dæmonen ikke i praksis behøver at udføre beregningerne, det er nok at det hypotetisk kan gøres. Vi behøver blot at tænke at der er en 'virkelig' tilstand der fortæller alt hvad der er at sige om universet på et givet tidspunkt og at der er en 'virkelig' lov der entydigt fortæller hvordan tilstanden udvikles i tid, for at kunne konkludere at alting er forudbestemt.

En anden opfattelse af determinisme bygger på at det i aller højeste grad er af betydning om dæmonens profetiske beregninger kan gennemføres i praksis, og gør dermed determinisme ækvivalent med forudsigelighed. Karl Popper [1982 s.36] har defineret determinisme som den doktrin der siger at et isoleret systems udvikling i praksis kan forudsiges indefra systemet. Systemet skal da opfattes som omfattende en *forudsigelsesmaskine* der kan måle systemets tilstand (med en vis usikkerhed som i alle virkelige målinger), lagre informationen og dernæst bearbejde den og producere forudsigelser om systemets fremtidige tilstande. Med denne definition er klassisk fysik ikke deterministisk, for en lang række klassiske systemers udvikling er meget følsom overfor den indledende tilstand således at systemer i næsten identiske tilstande kan udvikles helt forskelligt, hvormed en lille usikkerhed i kendskab til tilstanden kan blæse op over tid og give mere og mere usikre forudsigelse. Selv hvis forudsigelsesmaskinen løbende måler systemets tilstand og derfor aldrig kommer helt ud af trit med virkeligheden, vil lagringen af informationen om tilstanden (der består af konkrete fysiske processer som at stemple hulkort, producere strømme i elektroniske kredsløb etc.) i sig selv ændre tilstanden og dermed forælde informationen i samme øjeblik den opnås.

Popper's definition har den store fordel at den tillægger begrebet determinisme en *operationel* mening, idet vi i praksis kan undersøge om et system er deterministisk. Imidlertid er den ikke i 'den klassiske ånd' fordi den ultimativt kun gør spørgsmålet om determinisme meningsfuldt i relation til

²Citeret fra [Earman 1986 s.7].

en observatør. Stenaldermanden kan ikke bygge en forudsigelsesmaskine og intet kan derfor være deterministisk for ham, mens en avanceret teknologisk kultur måske kan frembringe så gode forudsigelsesmaskiner at mange systemer, i deres øjne, kan betragtes som deterministiske. Desuden tillader definitionen kun at systemer der omfatter forudsigelsesmaskiner kan siges at være deterministiske eller indeterministiske. Der er heller ingen grund til at sige at vi kun kan tillægge fysiske størrelser en værdi indenfor en interval bestemt af en målesikkerhed. Der er selvfølgelig rigtigt at vi aldrig kan kende den præcise værdi af et reelt tal (som for eksempel størrelsen af energien), men hele tankegangen bag idealobjektivismen og mekanicismen (som vi ønsker at indkorporere i begrebet determinisme) er netop at det reelle tal (energien) eksisterer som en objektiv kendsgerning der kan diskuteres uanset at vi måske kun kan placere tallet indenfor et givet interval. Hvis vi kun kan skrive et tal med maksimalt 100 decimaler så vil alle tal der kun afviger fra hinanden efter den 100. decimal være usknelige, men vi vil stadig tænke sådan at mange usknelige tal er forskellige selvom vi strengt taget ikke kan bekræfte det. Kort sagt, Popper's definition er *positivistisk*, idet den gør determinisme til en verificérbar hypotese, men den taler kun om 'det vi kan erfare' fremfor 'det som er'.

Det klassiske verdensbillede legitimerer netop at tale om 'det som er', og vi vil derfor benytte en anden definition der gør klassisk fysik til en deterministisk teori; determinisme betyder at alle isolerede systemer er styret af en lovmæssighed der utvetydigt dikterer hvorledes systemet udvikles. Kriteriet for determinisme er således at to systemer i samme tilstand udvikles ensartet. For at gøre spørgsmålet tilgængeligt for eksperimenter forestiller vi os at vi enten talrige gange kan bringe samme system i en bestemt tilstand eller at flere systemer kan bringes i samme tilstand, så vi kan studere om udviklingsforløbet altid er det samme. Vi forestiller os altså at vi kan udføre talrige identiske eksperimenter og formulerer determinisme som hypotesen at *identiske eksperimenter giver identiske resultater*. Hvis det blot en enkelt sker at samme eksperiment giver to forskellige resultater er verden indeterministisk, ellers er den deterministisk.

Det er naturligvis muligt at helt identiske tilstande er et uopnåeligt ideal der aldrig realiseres, men spørgsmålet om determinisme er kun meningsfuldt i den udstrækning vi i det mindste hypotetisk kan diskutere om identiske systemer udvikles identisk. Det er også muligt at vi ikke i praksis er i stand til at afgøre om to systemer virkelig er i eksakt identiske tilstande, men i en vis forstand er det uden betydning. Klassisk vil to systemer objektivt enten være i samme tilstand eller være i forskellig tilstand, og hvis det

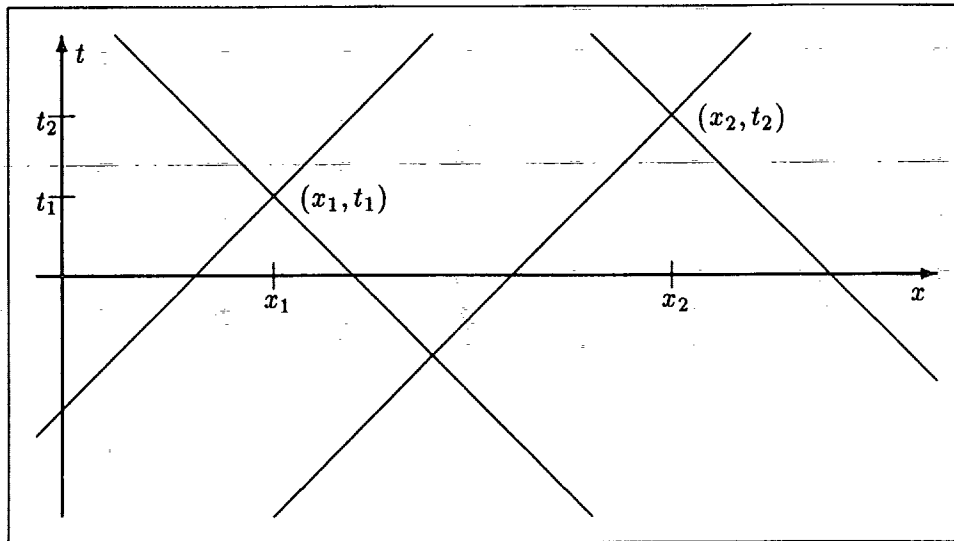
sker at to systemer bare en enkelt gang i hele universets historie kommer i identiske tilstande (eller samme system mindst to gange kommer i samme tilstand), så er det en objektiv kendsgerning at universet er deterministisk eller indeterministisk. Men de objektive kendsgerninger er naturligvis ikke nødvendigvis de samme som de kendsgerninger vi kan erfare. Det er netop i grænsefladen mellem det faktiske og det erkendelige at spørgsmålet om kvantemekanisk indeterminisme bevæger sig. Hvis kvantemekanikkens beskrivelse af et systems tilstand ved en bølgefunktion er fuldstændig, hvilket betyder at bølgefunktionen siger alt hvad der er at sige om systemet, så er verdenen indeterministisk, men ellers kan den være deterministisk. Problemet er naturligvis at vi strengt taget aldrig kan vide med sikkerhed at der ikke er andre parametre eller fysiske størrelser end dem bølgefunktionen udtrykker, det kan være vores apparatur blot ikke er tilstrækkeligt fintfølede til at registreres sådanne størrelser og at vores fantasi ikke er tilstrækkelig til at introducere dem i vores teorier. Det er imidlertid ikke den pointe vi prøver at fremhæve. Det eneste vi siger er at den klassiske forestilling bygger på at der er en objektiv virkelighed, og den kan diskuteres uanset om det er uden for den menneskelige erkendelses rammer at kende 'det som er'.

En sådan filosofi er meget naturlig og vi gør ofte implicit brug af den. Hvis vi for eksempel diskuterer et matematisk problem som Riemann-hypotesen³ så vil alle hævde at 'selvfølgelig' er hypotesen enten sand eller falsk. Det faktum at matematikere i hundrede år forgæves har forsøgt at (mod)bevise hypotesen betyder ikke at dens sandhedsværdi er ubestemt eller endnu ikke defineret. Selv hvis vi aldrig finder svaret så er det allerede derude i form af en objektiv kendsgerning om det matematiske univers.

1.2.3 Lokalitet

Den bærende idé bag *lokalitetsprincippet* er at fysiske objekter fjernt fra hinanden ikke øjeblikkeligt kan påvirke hverandre. Vi kan forestille os at hvert element af virkeligheden kun kan vekselvirke med sine umiddelbare omgivelser, naboelementerne, som kun vekselvirker med deres umiddelbare omgivelser og så videre. Forstyrrelser kan derfor udbredes i rummet men kun med en endelig hastighed, der i følge den specielle relativitetsteori er begrænset af lyshastigheden c . Et specificeret sæt koordinater i rumtidskontinuumet kaldes en *hændelse*. To hændelser (x_1, t_1) og (x_2, t_2) er *spacelike*

³Riemann-hypotesen siger at en givet funktion, zetafunktionen, kun har nulpunkter i et bestemt domæne (punkter i den komplekse plan med realdel $1/2$).



Figur 1.1: To spacelike hændelser med tilhørende lyskegler.

såfremt $|(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)| > c$, dvs. hvis intet signal kan tilbagelægge distancen $|x_2 - x_1|$ i tidsrummet $|t_2 - t_1|$ med lyshastighed eller derunder. Hvis vi fortolker hændelsen (x_1, t_1) som tilstanden i punktet x_1 til tiden t_1 ser vi at denne, såfremt (x_1, t_1) og (x_2, t_2) er spacelike, er totalt uafhængig af tilstanden i x_2 til tiden t_2 . Til hændelsen (x_1, t_1) kan vi knytte en *lyskegle* der består af alle hændelser der ikke er spacelike med (x_1, t_1) . Hvis en hændelse består i en måling⁴ kan udfaldet af en måling ikke påvirke udfaldet af en anden måling, spacelike med den første. Lad os forestille os at vi foretager spacelike målinger af to partiklers impuls. Det er naturligvis rigtigt at den ene partikel kan kende værdien af den anden partikels impuls idet målingerne har delvist overlappende lyskegler og partiklerne kan have vekselvirket i fortiden, men det ændrer ikke det faktum at en kausal redegørelse for den ene måling, ifald lokalitetsprincippet er korrekt, ikke involverer den anden måling men kun partiklernes eventuelle fortidige vekselvirkninger. Hvis vi kun kan redegøre udfaldet af en måling ved at referere til en anden spacelike måling bryder vi med lokalitetsprincippet, for vi må da antage at måleinstrumenterne kan sende signaler til hinanden med overlyshastighed.

⁴Vi kan forestille os at måleapparatet er af små dimensioner og måletiden er kort. Hvis det ikke er opfyldt kan vi stadig kalde en måling for en hændelse, hvis vi med en hændelse da mener et område i rumtidskontinuumet og med den tilhørende lyskegle mener foreningen af alle punkter i områdets lyskegler

1.2.4 Diskussion

Idealobjektivisme, mekanicisme og determinisme er vigtige elementer i den klassiske fysiks erkendelsesteoretiske grundlag. Som næsten alle andre anskuelser var (og er) de ikke universelt filosofisk anerkendt, men alligevel lå de implicit til grund for den klassiske beskrivelsesmåde, og kun enkelte tvivlede på deres gyldighed i fysik. I slutningen af forrige århundrede var mange nye områder med held blevet genstand for videnskabelig analyse, og tidsånden var præget af en tro på et rationelt videnskabeligt verdensbillede baseret på klassisk fysik. Lord Kelvin mente at en eksakt beskrivelse af naturen var fuldendt såsnart to små uklare punkter, Michelson-Morley forsøget og den ultraviolette katastrofe, var opklaret. Dertil har David Bohm [1957 s.68] ironisk bemærket at omend Mach tog grueligt fejl forstod han da at påpege de uklare punkter. Michelson-Morley forsøget førte Einstein på sporet af relativitetsteorien, og den ultraviolette katastrofe ledte Planck til at introducere virkningskvantet.

Relativitetsteorien betød naturligvis en stor omvæltning i fysisk forståelse, men strider ikke direkte mod idealobjektivisme, mekanicisme og determinisme hvis de korrigeres en smule idet fysiske størrelser ikke kan tillægges universelle værdier, men kun værdier relativt til det henførelsessystem hvori de beskrives. Vi kan ikke sige 'elektronen har masse m ', men må sige 'elektronen har masse m observeret fra henførelsessystemet O '. Vi betragter imidlertid blot dette som en reetablering af et klassisk billede på et nyt beskrivelsesniveau. Relativitetsteorien cementerer imidlertid en anden opfattelse, nemlig princippet om lokalitet. Lokalitetsprincippet var allerede implicit i Maxwell's elektromagnetiske teori (omend det strider mod Newtonsk mekanik), og er intuitivt en meget attraktiv hypotese.

Til sidst skal det blot nævnes at vi med 'klassisk anskuelse' mener alle de disuterede anskuelser forenet i éet billede, og med 'klassisk fysik' mener, ikke blot præ-relativistisk fysik, men denne forenet med speciel relativitetsteori.

1.3 Den Kvantemekaniske Verden

Et af de centrale temaer i denne tekst er at illustrere hvorfor en klassisk anskuelse er uforenelig med kvantemekanik og at undersøge hvilket billede af virkeligheden kvantemekanikken da udtrykker. I første omgang vil vi kort opsummere de punkter hvor kvantemekanikken strider mod klassisk

tankegang, og dernæst evaluere Niels Bohr's komplementaritetsprincip der indeholder alle de væsentlige elementer af en ikke-klassisk fortolkning af kvantemekanik.

1.3.1 Kvantemekanik og Klassisk Beskrivelse

I kvantemekanikken repræsenteres et fysisk systems tilstand ved en vektor, kaldet bølgefunktionen, i et Hilbert rum, og systemets fysiske størrelser (observable) repræsenteres ved selvadjungerede lineære operatorer virkende på tilstandsvektorene. En observabel har kun veldefineret værdi hvis tilstanden er en egenvektor for den tilhørende operator. En konsekvens af den fundamentale kommutatorrelation:

$$pq - qp = -i\hbar \quad (1.5)$$

er at en partikels impuls og position aldrig samtidigt er definerede, i strid med klassisk mekanistiske forestillinger.

Måleprocessen er af fundamental betydning i kvantemekanik, for i en måling af en observabel fysiske størrelse vil denne generelt overgå fra at have en uskarp og udflydende værdi (en superposition af mulige værdier) til at have en enkelt veldefineret værdi. Dette sker ved at bølgefunktionen 'kollapser'. Målinger er ikke fundamentale i klassiske fysik, beskriver vi et legemes bevægelse kan vi forestille os at vi enten, ved en åbenbaring, kender positionen eller at vi kontinuerligt kan måle den uden at forstyrre legemets bevægelse. Idealobjektivt har alle legemer altid en position der kan diskuteres uanset om vi kender den. Nogle størrelser kan i praksis være vanskelige eller ligefrem umulige at måle, men klassisk er deres eksistens ikke afhængig af at vi måler dem og vi kan derfor tale om dem uden at referere til målinger. Kvantemekanisk er forholdet et helt andet. Et udsagn som elektronen har position q kan kun betyde at i en givet eksperimentel kontekst målt elektronens position til at være q . Positionen kan ikke alene tillægges elektronen da den eksperimentelle kontekst nødvendigvis involverer andet og mere end elektronen alene. Med kvantemekanikken er vi holdt op med at tale om 'det som er' til fordel for 'det vi kan erfare', eller mere præcist; der er ikke andet end 'det vi kan erfare'.

Hvis et system er i en superposition af egentilstande til en givet observabel, vil en måling af denne observabel kvantemekanisk kunne resultere i flere forskellige udfald. Der er ingen deterministisk mekanisme der styrer det,

udfaldet er grundlæggende tilfældigt og vi kan kun tale om den relative frekvens af de forskellige udfald. Kvantemekanik er derfor indeterministisk.

Endelig strider kvantemekanikken mod lokalitetsprincippet, idet udfaldet af en måling kan bestemme udfaldet en anden spacelike måling. Det skyldes at for eksempel to elektroner kan have korrelerede tilstande, således at de to elektroner tilsammen kan tilskrives en bølgefunktionen men ikke individuelt kan beskrives ved en bølgefunktion. I en sådan tilstand kan den ene elektrons tilstand kun beskrives relativt til den anden elektrons tilstand, selv hvis der ikke er fysiske vekselvirkninger elektronerne imellem, og en måling på den ene elektron vil da uværgeligt påvirke den anden. Vi vil senere diskutere denne situation i detaljer.

1.3.2 Komplementaritet

Niels Bohr var blandt de første til at foreslå en afrundet fortolkning af kvantemekanikken. Ideen om komplementaritet modnedes hos Bohr i årene 1925-27, før han præsenterede tanken ved Como kongressen i september 1927. En fremstilling af komplementaritetsbegrebet besværliggøres af at Bohr aldrig explicit definerede begrebet, og det er siden fortolket i flere betydninger. I Bohr's skrifter forekommer desuden tilsyneladende modstridende udsagn, hvilket har medvirket til en del forvirring omkring Bohr's ideer. For eksempel understreges det at '... redegørelsen for alle erfaringer ... må udtrykkes ved klassiske begreber' [1958 s.53] mens det samtidig igen og igen understreges at vi må give afkald på klassisk analyse af kvantemekanikken. Ligeledes nævnes nødvendigheden af '... en fundamental skelnen mellem måleinstrument og undersøgelsesobjekterne' [1964 s.14] samtidig med at det siges at '... vekselvirkningen [mellem objekt og måleinstrument udgør] i kvantefysikken en uadskillelig del fænomenet' [1964 s.14]. Sådanne *tilsyneladende* modstridelser har bidraget til den almindelige opfattelse af at Bohr udtalte sig uklart og tåget; en opfattelse som Bohr måske selv har delt [se f.eks. 1958 s.76]. Ihvert fald lykkedes det ikke Bohr klart at udtrykke sit synspunkt i foredraget ved Como kongressen. Leon Rosenfeld, der senere blev en af de stærkeste fortalere for komplementaritetsprincippet, har senere fortalt at han efter Como foredraget slet ikke så dybden i Bohr's tanker. Eugene P. Wigner's kommentar til foredraget var at '... det ikke vil få nogen af os til ændre vor opfattelse af kvantemekanik', mens von Neumann slet og ret konstaterede at '... der er mange ting der ikke kommuterer, og man kan nemt finde tre operatorer der ikke kommuterer!' [Jammer 1974 s.94].

Ikke desto mindre kom komplementaritetsbegrebet til at danne rygraden i den fortolkning af kvantemekanik, der hurtigt blev den dominerende. Denne betegnes ofte *København fortolkningen*, men omtales i denne tekst som *den ortodokse fortolkning*. Det grundlæggende synspunkt i denne fortolkning er at kvantemekanikken er en fuldstændig og konsistent teori, der ikke tillader en tilbagevenden til klassiske forestillinger.

En af de ting der inspirerede Bohr var partikel-bølge dualiteten, som den kommer til udtryk i for eksempel dobbeltspalte eksperimentet⁵. I eksperimentet udviser samme fysiske fænomen hinanden ekskluderende egenskaber, afhængigt af hvorledes det studeres. En mekanistisk beskrivelse tager udgangspunkt i at et fysisk system kan beskrives ved en række veldefinerede størrelser der fuldstændigt definerer systemets tilstand, men i kvantemekanik kan disse fysiske størrelser, såfremt de tilhørende operatorer ikke kommuterer, kun måles ved hinanden udelukkende forsøgsopstillinger. Det er tilfældet for eksempel en partikels position og impuls hvis værdier, grundet den fundamentale kommutatorrelation (1.5), aldrig samtidigt kan måles. Derfor fejler ethvert forsøg på at beskrive fysiske størrelser, som position og impuls, som virkelige egenskaber der eksisterer alene i kraft af partiklen, for det ignorerer det faktum at de fysiske størrelser kun meningsfuldt kan defineres i en eksperimentel sammenhæng der nødvendigvis indebærer et kollektivt fænomen udspringende af mange partikler. I termer af vores tidligere skelnen mellem 'det som er' og 'det som kan erfares' kan man sige at Bohr kun ønsker at tale om 'det som kan erfares'. Eller endnu stærkere: Ifølge Bohr er der slet ikke noget som bare 'er', der er kun 'det som kan erfares'. Denne *positivisme* bandlyser brugen af et absolut eksistensbegreb, vi skal kun tale om de ting vi kan iagttage og verificere. Dette er baggrunden for Bohr's stærke fortolkning af usikkerhedsrelationen, ifølge hvilken ingen partikel samtidig har impuls og position. En noget mildere fortolkning, der er forenelig med idealobjektiv mekanicisme, er at partikler faktisk har impuls og position men at vi blot ikke præcist kan måle deres værdier⁶. I denne situation har Bohr et godt argument i ryggen, for hvis vi insisterer på at sige at impuls og position eksisterer så er det en meget svævende eksistens vi tillægger disse størrelser. Normalt kan man forsvare at tale om 'det som er' udfra en betragtning om at med videnskabernes og teknologiens forøgede forfining vil det måske senere blive muligt at erfare ting vi idag ikke kan erfare. Men hvis kvantemekanikken er korrekt vil vi aldrig nogensinde, uanset

⁵For en diskussion af dobbeltspalte eksperimentet, se [Bohr 1958 s.45-82].

⁶Dette var Werner Heisenberg's oprindelige fortolkning (Heisenberg formulerede usikkerhedsrelationen), men han blev senere overtalt af Bohr til den stærkere fortolkning.

hvor gode måleapparater vi måtte udvikle, komme til samtidigt at måle en partikels position og impuls og dermed 'erfare' disse størrelser.

En klassisk årsagsbeskrivelse, der er betinget af eksistensen af fysiske attributter med veldefinerede værdier hvert øjeblik, er derfor, ifølge Bohr, principelt udelukket i kvantemekanik. Det er ikke meningsfuldt at beskrive virkeligheden ved at reducere den til en række separate elementer der besidder absolutte attributter. Et typisk fysisk problem som den frie elektrons bevægelse er i dette lys absurd, ikke fordi ingen elektron er helt alene i verdenen, men fordi det er en fundamental konceptuel vildfarelse at tro at egenskaber som elektronens masse, position, impuls og energi overhovedet kan tillægges en mening udover i vekselvirkningen mellem partiklen og andre fysiske elementer (der udgør et måleapparat) under veldefinerede eksperimentelle omstændigheder. I vekselvirkningen mellem partikel og måleapparat indebærer endeligheden af virkningskvantet 'et ukontrollabelt element' der nødvendiggør et afkald på kausal beskrivelse af det mikroskopiske domæne. I Bohr's ord: '... de klassiske fysiske teories billedlige beskrivelse repræsenterer en idealisation, som kun er gyldig for fænomener, ved hvis analyse alle indgående virkninger er tilstrækkelig store til, at man kan se bort fra kvantet.' Det er normalt opfyldt men i atomfysikken '... møder vi ved eksperimentelle erfaringer vedrørende atomare partikler lovmæssigheder af en ny art, som er uforenelige med en deterministisk analyse.' [1964 s.12].

Vor beskrivelse af fysiske fænomener må udtrykkes i klassiske termer, da selve '... ordet "eksperiment" henviser til en situation, hvor vi kan fortælle andre hvad vi har gjort og hvad vi har lært, og at forsøgsanordningen og måleresultaterne derfor må beskrives i det sædvanlige sprog med passende anvendelse af den klassiske fysiks terminologi.' [1958 s.53]. Selvom vor viden skal udtrykkes klassisk, kommer en fuldstændig klassisk beskrivelse til kort; snarere kan en afrundet beskrivelse opnås ved at sammensætte komplementære beskrivelser til et hele. Dette kan illustreres ved dobbeltspalte eksperimentet, hvor partikel og bølge beskrivelsen hver for sig er klassiske og ufuldstændige, men tilsammen danner en udtømmende komplementær beskrivelse af objektet. Vi bør skelne mellem *objektet* vi studerer og *omstændighederne hvorunder det studeres*. Ved at studere objektet gennem forskellige eksperimenter opstår forskellige *fænomener*. Vi må gøre os klart at selve eksperimentet er en del af fænomenets definerende betingelse, hvorfor '... vekselvirkning mellem måleinstrumenterne og objekterne udgør en uadskillelig del af fænomenerne.' [1964 s.15]. Vi må derfor altid tage de eksperimentelle omstændigheder i betragtning, for konsistent at kunne benytte

den kvantemekaniske formalisme. Det var med en sådan insisteren på næsten bogstaveligt at tage hele det eksperimentelle arrangement i betragtning, at Bohr tilbageviste Einsteins berømte fotonboks paradoks der sigtede på at omgå usikkerhedsrelationen mellem energi og tid. Historien om fotonboksen er et af de absolutte højdepunkter i debatten mellem Einstein og Bohr, og vi vil senere vende tilbage til den.

Det er mit indtryk at det Bohr'ske verdensbillede er centreret omkring følgende teser (Bohr selv ville måske ikke have formuleret dem helt sådan):

- (i) Umuligheden af at beskrive virkeligheden som sammensat af separate elementer karakteriseret ved veldefinerede indre fysiske størrelser. De fysiske størrelser kan kun tillægges en mening i en eksperimentel kontekst hvori der indgår mange elementer.
- (ii) Umuligheden af en samtidig rumtidskoordinering og kausal beskrivelse af elementære fysiske processer.
- (iii) Nødvendigheden af at anvende den klassiske fysiks begreber og billeddannelse i enhver beskrivelse af naturen.

For at uddybe de bærende idéer og se præcis hvorfor og hvordan de strider mod en klassiske tankegang kan vi betragte et element af virkeligheden, f.eks. en elektron, og søge at afdække dets natur. En elektron er et fundamentalt element af virkeligheden idet den ikke kan beskrives som sammensat af mere elementære dele. Klassisk kan elektronen visualiseres som enten en partikel der er i besiddelse af masse, position og impuls, eller som en bølge karakteriseret ved bølgelængde, amplitude og frekvens. I den klassiske forestillingsverden er elektronen og dens fysiske karakteristika størrelser der virkeligt eksisterer, uafhængigt af andre størrelses eksistens, hvorfor elektronen er en partikel eller en bølge men ikke begge dele, da ingenting modsigelsesfrit kan være både bølge og partikel. Lad os, for argumentets skyld, antage at elektronen er en partikel. Hvis elektronen da vekselvirker med andre partikler kan fænomenet deterministisk beskrives ved matematisk at relatere partiklernes positioner som funktion af tiden med impuls og energiudvekslingen imellem dem. Bohr's billede af situationen er et helt andet. Først og fremmest må vi gøre os klart af elektronen hverken er en bølge eller en partikel, faktisk kan elektronen *i sig selv* slet ikke tillægges fysiske karakteristika, kun i en eksperimentel situation kan vi iagttage de fysiske størrelser vi tillægger elektronen. Den eksperimentelle proces kan ikke beskrives deterministisk da vi ikke kan tillægge partiklerne samtidig position og impuls og ikke kan definere både deres energi og tidspunktet for disse energier. Vi kan kun igen og igen understrege at det ikke er et spørgsmål om at elektronen

virkeligt har impuls og position hvis værdier blot er skjult for vor øjne; impuls, position og andre fysiske størrelser kan, ifølge Bohr, kun meningsfuldt defineres, og har derfor kun egentlig eksistens, i bestemte eksperimentelle sammenhænge. Hvordan skal elektronen da beskrives hvis den ikke er en separat entitet med indre fysiske egenskaber? Bohr's svar er at elektronen faktisk skal beskrives klassisk, men den klassiske forestillingsverdens utilstrækkelighed gør det nødvendigt at involvere komplementære aspekter i beskrivelsen. Når vi studerer elektronen gennem dens vekselvirkning med forskellige måleapparater opstår forskellige fænomener. Disse fænomener afspejler ikke en indre natur ved elektronen, men enhver billedlig beskrivelse må nødvendigvis tildele elektronen indre egenskaber i overensstemmelse med de fænomener vi iagttager. Konceptuelt er det naturligvis et forkert billede for ingen elementer af virkeligheden har indre egenskaber, men en hvilken som helst beskrivelse eller billeddannelse af virkeligheden må nødvendigvis beskrive den som sammensat af separate elementer med virkelige, indre egenskaber. Hermed er vi i den paradoksale situation at den klassiske fysiks beskrivelsesmåde er groft utilstrækkelig men alligevel er den eneste mulige. Når vi måler på elektronen er vi derfor berettigede til at sige at vi måler dens impuls eller dens position, og opfatte disse fysiske størrelser som alene hørende til elektronen, simpelthen fordi vi ikke kan forestille os noget andet end at måleresultatet er et udtryk for den fysiske egenskab ved elektronen og ved elektronen alene. Når vi associerer elektronen med en række fysiske egenskaber vil den under visse omstændigheder udvise partikelegenskaber og under andre omstændigheder udvise bølgeegenskaber. En fuldstændig beskrivelse må derfor inkludere begge disse komplementære aspekter, kun således opnås en udtømmende beskrivelse.

Læseren vil måske indvende at hvis en størrelse som impuls ikke er et karakteristika ved partikler da må vi redegøre for hvad det så er. Pointen er netop at et sådan spørgsmål er mere eller mindre meningsløst, for omend størrelsen impuls ikke kan tillægges et enkelt element af virkeligheden, da kan vi kun forstå impuls i en klassisk ramme hvor det netop refererer til et enkelt element. Vi kan simpelthen ikke tænke på impuls som andet end bevægelsesmængden i et flyvende klippestykke. Noget kynisk kan man derfor sige at Bohr hævder at verden er uforståelig og at ethvert forsøg på at forstå den derfor må involvere modstridende begreber og billeder, eller være ufuldstændig i sin beskrivelse.

Komplementaritetsprincippet kan lidt vagt siges at være et oprør mod den opfattelse at der eksisterer en entydig sandhed. Det postulerer en form for *polyisme* idet redegørelsen for visse fænomener kun er fuldstændig når

det forklares udfra forskellige (og modstridende) synsvinkler. Elektronen er hverken en partikel eller en bølge, men det er billeder der når de begge integreres i beskrivelsen afrunder denne. Bohr mente selv at princippet har anvendelsesmuligheder udover fysikkens begrænsede disciplin, og påpegede muligheder for dets anvendelse i biologi [1958 s.11-21] og antropologi [1958 s.35-44]. Der er desuden blevet gjort forsøg på at anvende begrebet i psykologi, lingvistik og teologi. Begrebet bliver meget generelt hvis vi opfatter det som relevant for alle områder hvor tingene kan forklares udfra modstridende anskuelsesmåder. Som eksempler kan nævnes Charles Alfred Coulson's påpegning af det komplementære aspekt mellem religionernes intuitive holistiske verdensbillede og naturvidenskabens rationelle reduktionistiske verdensbillede [Jammer 1974 s.88-89], og John Locke's idé om tankernes atomistiske natur kontra William James' idé om tankestrømmen. I dette lys fremstår komplementaritetsbegrebet som universelt, men vi må ikke glemme at det forudsætter en opfattelse af at der ikke eksisterer en endimensionel absolut sandhed, men flere hinanden udelukkende sandheder der tilsammen udgør virkeligheden.

1.4 To fortolkninger af Kvantemekanikken

I de foregående afsnit har vi skitseret den klassiske fysiks verdensbillede og Bohr's komplementaritetsfortolkning. Bohr's fortolkning er en variant af den ortodokse fortolkning. Den ortodokse fortolkning er en fællesnævner for det synspunkt at kvantemekanikken demonstrerer at klassisk analyse er udelukket i det mikroskopiske domæne. Den overvejende del af dem der har studeret kvantemekanikkens filosofiske konsekvenser synes at bekende sig til dette synspunkt, men andre fortolkninger er foreslået. Kvantemekanik er i så overvældende overensstemmelse med eksperimenter at den ikke bare kan forkastes, men det er ikke principelt utænkeligt af den blot er en approksimation til en mere fundamental beskrivelse, der er forenelig med klassiske anskuelser. Vi vil nu skitsere to mulige fortolkninger af kvantemekanikken, baseret på henholdsvis klassiske og 'kvantemekaniske' forestillinger. Om end der findes utallige fortolkninger baseret på, i varierende grad, klassiske og/eller kvantemekaniske forestillinger, har diskussionen om kvantemekanikkens erkendelsesteoretiske konsekvenser i al væsentlighed været en strid om hvilken af de to skitserede verdensanskuelser man bør anlægge. *Den ortodokse fortolkning* er baseret på kvantemekaniske anskuelser mens *skjulte variable fortolkningen* er baseret på klassiske anskuelser. Situationen har

været, og er, den at den ortodokse fortolkning er støttet af en præcis formuleret teori der kræver opgivelse af klassiske begreber, men som opfylder alle kriterier for at være en god teori (kvanteformalismen er matematisk præcis og relativ simpel, den er logisk konsistent og den er i overensstemmelse med eksperimenter). Kritikerne af denne fortolkning har været i en anden situation. De har ikke haft deres egen teori og har dermed været overladt til at forsøge at finde huller i den ortodokse opfattelse. Det er gjort ved at påpege at den ortodokse opfattelse bygger på ikke-intuitive forestillinger og ved at forsøge at finde inkonsistens i fortolkningen (disse indvendinger diskuteres i kapitel 2). Desuden er der blevet gjort interessante forsøg på at formulere en egentlig skjulte variable teori (mulighederne for dette diskuteres i kapitel 3).

1.4.1 Skjulte Variable Fortolkningen

Når vi har en teori der kun tillader statistiske udsagn om et systems opførsel, er det helt naturligt at antage at der er en underliggende teori der eksakt, det vil sige ikke-statistisk, beskriver fænomenerne. Det er for eksempel tilfældet i statistisk mekanik der kun er en grov og indeterministisk approksimation til en mere præcis beskrivelse, som vi ved findes men ikke i praksis kan gennemføre på grund af det enorme antal variable. Tilsvarende kan vi forestille os at kvantemekanikken er en approksimation til en mere omfattende deterministisk teori der, udover bølgefunktionen, involverer såkaldte *skjulte variable* (skjulte fordi vi ikke kender eller kan observere dem). I den kvantemekaniske beskrivelse der kun involverer bølgefunktionen vil måling af en observabel generelt kunne resultere i forskellige værdier, men det skyldes alene den manglende inklusion af de skjulte variable i beskrivelsen. Hvis de skjulte variable medtages er resultatet af enhver måling på forhånd bestemt, og kvantemekanikken vil fremkomme ved at midle over de mulige fordelinger af skjulte variable. Der er derfor ingen grund til at tro at kvantemekanik betyder et uigenkaldeligt tab af deterministisk beskrivelse.

Det må understreges af skjulte variable fortolkninger ikke siger at kvantemekanikken er forkert. De hævder blot at vi, istedet for at betragte bølgefunktionen som en udtømmende beskrivelse af et *individuel* system, skal betragte den som en beskrivelse af et statistisk *ensemble* af systemer. Et ensemble er en kollektion af mange identiske fysiske systemer som vi ønsker at betragte under et. I atomfysikken betragter vi oftest ensembler, ingen måling udført på et individuelt system kan faktisk verificere kvantemekanikken for den vil

(generelt) forudsige en statistisk fordeling af forskellige måleresultater, og kun ved at gentage målingen mange gange kan vi undersøge om den faktiske fordeling svarer til den forudsagte. Som et eksempel kan vi tænke på dobbeltspalte eksperimentet. I forsøget studerer vi ikke en enkelt elektron, men mange elektroner (så mange at vi kan lave statistik på det). Kvantemekanikken siger at hver enkelt elektron er beskrevet ved en bølgefunktion (den samme for alle elektronerne) der bestemmer en sandsynlighedsfordeling for hvor på pladen elektronen registreres. I skjulte variable fortolkninger knyttes bølgefunktionen derimod kun til ensemblet af elektroner, således at vi, udfra bølgefunktionen, kan sige at 30% af elektronerne rammer et bestemt område af pladen, men *ikke* af der er 30% chance for at en given elektron rammer det givne område. I en deterministisk beskrivelse kan intet jo ultimativt være tilfældigt og der må derfor være faktorer der fuldstændig bestemmer hvor på pladen hver eneste elektron registreres. De faktorer kan kun være elektronens tilstand og måleapparaturets tilstand. Vi antager at apparaturet er i en fikseret tilstand, det vil sige i samme tilstand hver gang der måles på en elektron, og dermed kan man deterministisk kun redegøre for det observerede faktum af elektronerne rammer forskellige områder af pladen ved at beskrive de enkelte elektroner som værende i forskellige tilstande når målingen foretages. Det kan derfor ikke, som kvantemekanikken hævder, være rigtigt af elektronerne, betragtet som individuelle systemer, er fuldstændig beskrevet ved bølgefunktionen, for bølgefunktionen er den samme for alle elektronerne. Bølgefunktionen fortæller kun hvordan elektronerne som ensemble opfører sig, tilstanden af en individuel elektron er kun fuldstændig specificeret ved, ikke bare bølgefunktionen, men yderligere en række skjulte parametre, således at udfaldet af enhver måling elektronen er bestemt af disse.

Den helt afgørende ting ved skjulte variable fortolkningen er dens skelnen mellem individuelle systemer og ensembler af disse, og postulatet at individuelle systemer udover bølgefunktionen er beskrevet ved en række skjulte variable. Skjulte variable fortolkningen må derfor anse kvantemekanikken for at være en statistisk teori, der er ufuldstændig idet den ikke leverer en total beskrivelse af et individuelt system. Skjulte variable fortolkningen hævder derfor eksistensen af et *subkvante niveau* der kan beskrives klassisk. Alle kvantemekanikkens paradokser kommer, ifølge skjulte variable fortolkningen, af at man fejlagtigt fortolker en statistisk teori som en fuldstændig teori. Det er som udfra statistisk mekanik at sige at der er 50% chance for at et molekyle er i den venstre del at et lokale. Det er måske nok rigtigt at molekylet opholder sig i den venstre del af lokalet halvdelen af tiden, men

det er i hvert fald ikke rigtigt at det er *tilfældigt* hvor molekylet er og der er derfor ikke nogen 'chance' involveret.

1.4.2 Den Ortodokse Fortolkning

Mens skjulte variable fortolkningen opfatter kvantemekanikken som en *statistisk* teori, opfatter den ortodokse fortolkning den som en *probabilistisk* teori. Det betyder at den ortodokse fortolkning anser kvantemekanikken for fuldstændig og dermed anerkender at udfaldet af en måling kan være grundlæggende tilfældigt. Den ortodokse fortolkning har ikke behov for at skelne mellem ensembler og individuelle systemer, den betragter bølgefunktionen som en udtømmende beskrivelse af individuelle systemer hvis statistik desuden kan overføres til ensembler af systemer. Kvantemekanikken beskriver derfor både individuelle systemer såvel som aggregater af sådanne, det vil sige ensembler. Det helt afgørende punkt for den ortodokse fortolkning er derfor postulatet at kvantemekanikken er en *fuldstændig* teori, der ikke repræsenterer en statistisk midlen over en klassisk subkvante teori.

Den ortodokse fortolkning bryder med samtlige de forestillinger der udgør grundlaget for det klassiske verdensbillede. Idealobjektivism, mekanicisme, lokalitet og determinisme er alle uforenelige med kvantemekanik, eller rettere de er uforenelige med postulatet at kvantemekanikken er en fuldstændig teori. I det følgende kapitel vender os mod dette forhold og undersøger hvori dette totale skisme består.

Kapitel 2

Indvendinger mod Kvantemekanikken

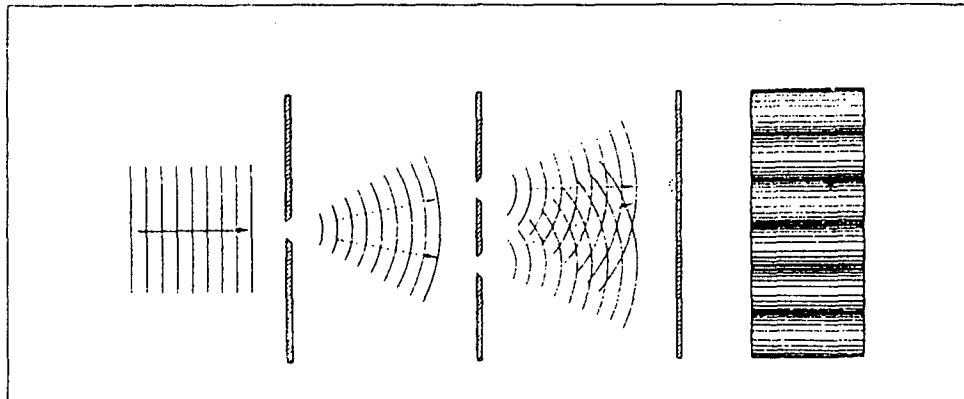
2.1 Bohr-Einstein Debatten

Debatten mellem Bohr og Einstein udspandt sig i de sene 20'ere og de tidlige 30'ere, og omhandlede spørgsmålet om den kvantemekaniske beskrivelse kan anses for at være fuldstændig, eller i Bohr's ord: 'Det omdiskuterede problem har været hvorvidt det afkald på en årsagsbeskrivelse af atomare processer ... betød en midlertidig afvigelse fra idealer som til syvende og sidst måtte genindføres, eller om vi stod overfor et uigenkaldeligt skridt til opnåelse af den rette harmoni imellem analyse og syntese af fysiske fænomener.' [Bohr 1958 s.46]. Fronterne mellem debattørene var fra starten trukket klart op, og hverken Bohr og Einstein fjernede sig i de kommende år synderligt fra deres oprindelige synspunkt. Bohr mente at kvantemekanikken betød et afkald på klassisk beskrivelse, mens Einstein mente at en mere fuldstændig deterministisk teori er mulig. Man kan inddеле debatten i to faser. Den første, hvor Einstein søgte at påvise inkonsistens i kvantemekanikken og blev afvist af Bohr, og den anden, hvor Einstein accepterede kvantemekanikkens indre konsistens men stadig betvivlede dens fuldstændighed.

2.1.1 De tidlige Diskussioner

Bohr og Einsteins første møder fandt sted i april 1920 i Berlin, og i december 1925 i Leiden. Der var '... en vis forskel i indstilling og udsyn' [Bohr 1958 s.49] i disse tidlige diskussioner, men kvanteformalismen var endnu ikke fuldt udviklet så der diskuteredes i hvilken retning man burde søge efter en teori fremfor at diskutere en sådan teoris filosofiske implikationer. Selvom debattens spørgsmål således endnu ikke var konkretiseret, kunne man tydeligt ane konturene af de modstridende synspunkter. Om dette tidlige stadie i debatten skrev Bohr senere at '... Einstein med sin mesterlige evne til at forbinde tilsyneladende modstridende erfaringer uden at forlade kontinuitet og kausalitet måske var mere tilbøjelig til at opgive disse idealer end en, for hvem afkald i så henseende stod som den eneste vej til videreførelsen af den umiddelbart foreliggende opgave' [Bohr 1958 s.49-50]. Med formuleringen af matrix mekanikken og bølgemeknikken, Max Born's probabilistiske fortolkning af bølgefunktionen og Heisenberg's opdagelse af usikkerhedsrelationerne (altsammen i årene 1926-27) fremstod kvantemekanikken som en endeligt formuleret teori, hvis erkendelsesteoretiske konsekvenser kunne diskuteres. Som tidligere nævnt præsenterede Niels Bohr sin komplementaritetsfortolkning ved Como kongressen i efteråret 1927. Einstein var ikke tilstede ved kongressen, men Bohr fik kort efter chancen for at diskutere sine tanker med Einstein ved den femte Solvay kongres oktober 1927 i Bruxelles. Temaet for kongressen var 'Elektroner og Fotoner' og blandt de tilstedeværende var Born, Bragg, Brillouin, de Broglie, Dirac, Ehrenfest, Heisenberg, Kramers, Pauli, Planck, Schrödinger og altså Bohr og Einstein. Blandt de første talere var Louis de Broglie som præsenterede sin teori om 'den dobbelte løsning'¹. Dernæst talte Born og Heisenberg om matrixmekanikken og den probabilistiske fortolkning af bølgefunktionen, og afsluttede foredraget med ordene: 'Vi fastholder at kvantemekanikken er en fuldstændig teori, hvis grundlæggende fysiske og matematiske hypoteser ikke er åbne for videre modifikationer' [Jammer 1974 s.114]. Schrödinger afsluttede den første serie foredrag ved at tale om bølgemeknikken, før forsamlingen gik over til en generel diskussion. Her var Bohr blandt de første talere og benyttede lejligheden til at gentage sin komplementaritetsfortolkning i essentielt samme form som ved Como kongressen men nu for første gang overfor Einstein, ivrig efter at høre hans vurdering. De fleste af de forsamlede støttede synspunktet om kvantemekanikkens fuldstændighed, i modsætning til Einstein. I sin

¹Teorien fandt ringe tilslutning blandt de tilstedeværende, men er historisk interessant da den er det første forsøg på deterministisk beskrivelse af kvantefænomener.



Figur 2.1: En variant af dobbeltspalte eksperimentet. Fra [Bohr 1958 s.59].

kommentar opridsede han (Einstein) klart de to mulige synsvinkler, nemlig at kvantemekanikken kun beskriver ensembler modsat at den beskriver individuelle systemer. Einstein bekendte sig direkte til det førstnævnte synspunkt, og argumenterede mod sidstnævnte. Han fremhævede blandt andet at sidstnævnte synspunkt indebærer en fjernvirkning, for hvis en elektron er beskrevet ved en bølgefunktion der fortolkes som (definerende) en sandsynlighedsfordeling for dens position, da vil elektronens registrering på en fotografisk plade betyde en øjeblikkelig udslukning af bølgefunktionen i alle andre punkter end det hvor den registreres.

Som et eksempel på Einstein's indvendinger mod kvantemekanikken kan betragtes det eksperimentelle arrangement vist i figur 2.1. En parallel strøm af elektroner fra venstre passerer skærmenes spalter og danner et interferensmønster på den fotografiske plade der til højre er vist set forfra. Interferensfænomenet er ikke afhængigt af intensiteten af den indfaldende elektronstråling. Selv hvis kun en enkelt elektron er i nærheden af skærmen på ethvert givet tidspunkt, vil interferensmønstret stadig fremkomme. Bølgefænomenet (i form af interferens) udspringer altså ikke af at mange elektroner vekselvirker. Kvantemekanisk kan vi sige at hver eneste elektron interfererer med sig selv idet den som en bølge passerer begge spalter i den midterste skærm. Einstein protesterede mod et sådan billede og hævdede at hver enkelt elektrons bane kan kortlægges og analyseres. Betragt en elektron der rammer et givet punkt på pladen (på figuren angivet med en stjerne). Afhængigt af om den passerer den nederste eller øverste spalte i passagen af den midterste skærm vil elektronen afbøjes på forskellig vis, og ved at måle impulsoverførslen til skærmen kan vi slutte hvilken spalte elektronen

passerede. Lad os derfor forestille os at den midterste skærm er ophængt i en fjeder (fremfor at være fastspændt i laboratoriesystemet) så vi kan måle impulsoverførslen. Lad θ betegne vinklen mellem de to baner elektronen efter at have passeret den venstre skærm kan følge, afhængigt af om den passerer den nederste eller øverste spalte i den midterste skærm. Forskellen i impulsoverførsel alt efter hvilken spalte elektronen passerer er $h\theta/\lambda$, og for at kunne registrere denne forskel må vi tillade en usikkerhed i skærmens position på mindst λ/θ (da skærmen opfylder usikkerhedsrelationen). Hvis den midterste skærm er placeret midt imellem den venstre skærm og den fotografiske plade, vil striberne på den fotografiske plade være adskilt med λ/θ . Men en usikkerhed i skærmens position på λ/θ vil medføre en ligeså stor usikkerhed i stribernes placering og *derfor vil vi ikke længere iagttage et interferensmønster*. For Bohr er dette en bekræftelse af at vi kan studere komplementære fænomener, '... vi står overfor et valg mellem *enten* at efterspore en partikels vej *eller* iagttage interferensvirkninger', og kun ved at betragte det som forskellige fænomener udspringende af de forskellige eksperimentelle omstændigheder '... undgår [man] den paradoksale slutning at en elektrons eller fotons opførsel skulle afhænge af en spalte i en skærmen, gennem hvilken den kunne vises ikke at passere.' [Bohr 1958 s.61].

Endelig kan læseren søge at overbevise sig om at vores kendskab til hvilken spalte elektronen passerer samt hvormeget impuls der overføres til skærmen ikke kan bruges til at overtræde impuls-position usikkerhedsrelationen.

2.1.2 Fotonboksen og Tid-Energi Usikkerhedsrelationen

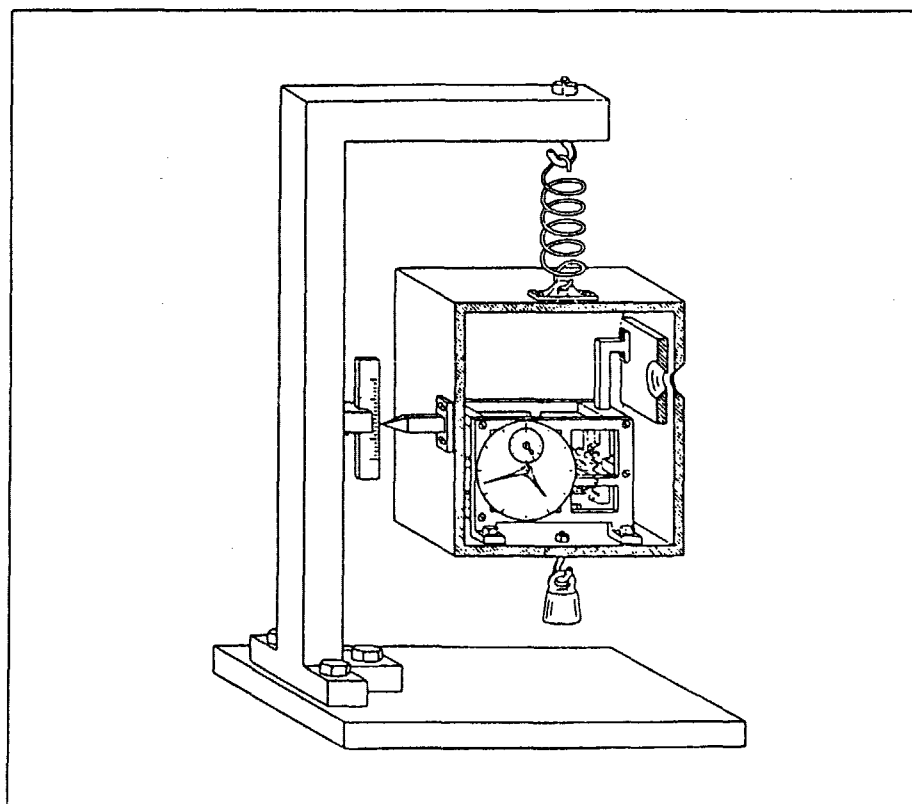
Ved den næste Solvay kongres i 1930 tog debatten en '... næsten dramatisk vending' [Bohr 1958 s.67]. Einstein havde på forhånd udtænkt et tankeeksperiment der sigtede på at omgå usikkerhedsrelationen mellem energi og tid. Eksperimentet kendes som *fotonboksen*. Det dramatiske består i at Bohr tilbageviste Einstein's konklusion ved brug af Einstein's egen relativitetsteori.

Einstein forestillede sig en boks med et lille hul der kan lukkes af et skydelåg der styres af et ur. Boksen er fyldt med fotoner. På et givet tidspunkt åbnes skydelåget i et tidsrum, valgt så kort at kun en enkelt foton undslipper boksen. Ved at kende den oprindelige masse af boksen og måle den efter udsendelse af fotonen, kan boksens masseændring bestemmes med vilkårlig præcision, hvorefter boksens energiændring, og dermed fotonens energi, kendes med vilkårlig præcision ved $E = mc^2$. Vi kender nu tidspunktet for fotonens udsendelse med begrænset usikkerhed og dens energi ved udsendelse

med en usikkerhed der kan gøres vilkårlig lille, hvorfor usikkerhedsrelationen $\Delta E \Delta t \sim h$ ikke er opfyldt.

Fotoneksperimentet som ovenfor betragtet er rent klassisk, og benytter overhovedet ikke kvantemekaniske overvejelser. Eksperimentet består essentielt i første præcist at måle et systems masse og dernæst præcist at måle et delsystems (boksen minus fotonen) masse. Denne procedure bygger implicit på to antagelser: (i) Vi kender systemets energi umiddelbart inden eksperimentet, og (ii) vi kan foretage en måling af et delsystems energi uden at forstyrre systemet. Disse antagelser kan ikke begrundes kvantemekanisk! Da boksen indeholder et ur, kan kendskab til systemets energi kun opnås på bekostning af kendskab til tidspunktet for denne energi, på grund af tid-energi usikkerhedsrelationen. (i) siger at vi kender såvel tidspunktet for eksperimentets iværksættelse, som systemets energi til dette tidspunkt. I det hele taget skal man være forsigtig med at tro at måling af for eksempel masse og energi kan foretages klassisk, for en sådan måling består i en måling af impuls og position af et testlegeme der har kollideret med det studerede systemet eller på anden vekselvirket med systemet, og denne måling er selv underkastet usikkerhedsrelationerne. Problemet med (ii) er mere subtilt. Selv hvis systemet boks+foton har en veldefineret energi, er det ikke sikkert at hverken boksen eller fotonen har veldefineret energi. Generelt er det ikke tilfældet, og måling af boksens energi efter fotonudsendelsen vil da forstyrre boksens tilstand ved at reducere den til en energi egen tilstand. Vi vil ikke på nuværende tidspunkt insistere på denne pointe, for den indeholder kimen til en ny indvending: Hvis det totale system har en veldefineret energi, mens hverken delsystemet 'boks' eller delsystemet 'foton' har veldefinerede energier, da vil en måling af boksens energi samtidig tvinge fotonen ind i en energi egen tilstand svarende til en energi hvor hele systemets energi er bevaret. Men da fotonen rejser med lyshastighed kan intet signal fra boksen nå den efter udsendelsen, og vi er da i den paradoksale situation at den efterfølgende vejning af boksen ikke kan påvirke fotonen, men alligevel gør det! Et sådan argument ligger til grund for Einstein-Podolsky-Rosen paradokset, som vi diskuterer i næste afsnit.

Lad os nu studere Bohr's behandling af fotonboks paradokset. Bohr accepterer (i) men forkaster (ii), for i overensstemmelse med komplementaritetstolkningen må vi overveje præcis hvordan boksen efterfølgende kan vejes, da det er en definerende omstændighed for det observerede fænomen. Bohr forestillede sig det eksperimentelle arrangement vist i figur 2.2. Boksen er ophængt i en fjeder, således at dens position (udtrykt ved viserpositionen) angiver massen. Den indledende viserposition kendes præcist. Efter



Figur 2.2: Fotonboksen. Fra [Bohr 1958 s.69].

udsendelse af fotonen afstemmes boksen med lodder således at viseren returneres til udgangspositionen. Med kendskab til lodderens masse kan da måles boksens massesvind. Ved den anden vejning aflæses viserpositionen med en usikkerhed Δq , der kan gøres vilkårlig lille, hvormed boksens masse kendes med usikkerhed Δm . Det betyder en usikkerhed Δp i boksens impuls. Denne usikkerhed er dog opadtil begrænset, idet den ikke kan overstige vor usikkerhed med hensyn til vor meget impuls gravitationsfeltet har overført til boksen i det tidsrum T vejningen varer. Dermed fås:

$$\Delta p \approx \frac{h}{\Delta q} < Tg\Delta m \quad (2.1)$$

hvor g er tyngdeaccelerationen. Nu kommer det dramatiske element: Bohr henviser til Einstein's relativistiske rødforskydningsformel, der siger at et ur der i tidsrummet T forskydes gennem en gravitationel potential forskel $\Delta\phi$ opbygger en afvigelse ΔT givet ved $\Delta T = T\Delta\phi/c^2$. Dermed fås:

$$\Delta T = \frac{Tg\Delta q}{c^2} \quad (2.2)$$

Ved at sammenholde (2.1) og (2.2) ses:

$$\Delta T > \frac{h}{\Delta mc^2} \quad (2.3)$$

og bruges $\Delta E = \Delta mc^2$ opnås usikkerhedsrelationen:

$$\Delta E\Delta T > h \quad (2.4)$$

Bohr's forklaring af fotonboks paradokset, med brug af Einstein's relativitetsteori, er en af årsagerne til den almindelige vurdering af Bohr 'vandt' debatten omend han aldrig overbeviste Einstein. Fotonboks diskussionerne markerer samtidig overgangen fra Einstein's forsøg på at påpege *inkonsistens* i kvantemekanikken og til hans accept af teoriens logiske konsistens men fortsatte tvivlen på og argumentering imod teoriens *fuldstændighed*, for eksempel ved det berømte Einstein-Podolsky-Rosen argument.

Mens Einstein således accepterede Bohr's forklaring af fotonboks paradokset og opgav at bevise kvantemekanikkens inkonsistens af den vej, er der andre der har tvivlet på gyldigheden af Bohr's forklaring. Josef Agassi og Karl Popper har indvendt at Bohr's referering til generel relativitetsteori (i form af rødforskydningsformlen) er utilladelig. Det er naturligvis rigtigt

at Einstein har draget masse-energi relationen $E = mc^2$ ind i diskussionen, men den '... kan afledes af den specielle relativitetsteori eller ligefrem af ikke-relativistiske argumenter' [Popper 1959 s.447] hvorfor Bohr, i en diskussion om kvantemekanikkens indre konsistens, ikke er berettiget til at referere til den generelle relativitetsteori. Bohr's argument er kun gyldigt hvis man af kvantemekanikken og masse-energi relationen kan udlede rødforskydningsformlen. Denne indvending er igen blevet afvist af Max Jammer der fremfører at de 'ikke-relativistiske argumenter' stammer fra Maxwell's teori om elektromagnetisme som i sig selv er en relativistisk teori, hvorfor 'Einstein's argumentation baseret på relativistiske betragtninger og dens afvisning ved relativistiske modargumenter kun viser Heisenberg [usikkerheds] relationernes forenelighed med relativitetsteorien, og ikke deres uforenelighed med Newton's gravitationsteori.' [Jammer 1974 s.137]. Schrödinger, der eller som Einstein troede på muligheden af en deterministisk subkvante teori, har i en diskussion med Popper medgivet at Bohr, i sin betragtning af boksens vejning, var berettiget til at benytte den bedste gravitationsteori, og det er den generelle relativitetsteori [Jammer 1974 s.138].

Mens gyldigheden af Bohr's argumentation i det konkrete tilfælde overvejende accepteres er der imidlertid nogen der, udfra andre betragtninger, tvivler på at tid-energi usikkerhedsrelationen generelt er opfyldt i kvantemekanik. Usikkerhedsrelationen begrundes med at udfra Schrödinger ligningen:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = H \psi \quad (2.5)$$

kan energioperatoren H ses at have repræsentationen $H \sim i\hbar \partial/\partial t$ hvorfor kommutatorrelationen er:

$$[t, H] = i\hbar \quad (2.6)$$

og deraf kan udledes usikkerhedsrelationen. Tiden er imidlertid ikke, som alle andre observable, repræsenteret ved en selvadjungeret operator. Wolfgang Pauli² har direkte vist at ingen selvadjungeret operator T kan opfylde kommutatorrelationen $[T, H] = i\hbar$, for er det tilfældet kan udledes:

$$[f(T), H] = i\hbar \frac{\partial f}{\partial T} \quad (2.7)$$

og vælges en unitær operator $f(T) = \exp(i\alpha T)$, hvor α er et reelt tal, kan det vises at hvis ψ_E er en egenfunktion for H med egenverdi E så er $\exp(i\alpha T)\psi_E$

²Pauli: "Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik" *Handbuch der Physik*, H. Geiger & K. Scheel, 2. udgave, Springer, Berlin 1933, s.83-272. Refereret fra [Jammer 1974 s.141].

også en egenfunktion for H men med egenværdi $E + \alpha\hbar$. Da α er arbitrært valgt må H operatorens egenværdier være fordelt over hele den reelle akser, i modstrid med eksistensen af diskrete energispektre og nulpunktsenergi.

2.2 EPR Paradokset

Efter at fotonboks paradoks havde fejlet i at påvise inkonsistens i kvantemekanikken, accepterede Einstein teoriens logiske konsistens men argumenterede fortsat mod at kvantemekanikken fortolkedes som en fuldstændig teori. Fem år efter Solvay kongressen i 1930 var Einstein på banen med en ny udfordring: EPR paradokset.

2.2.1 Non-separabilitet

Da vi diskuterede fotonboks eksperimentet antydede vi at selvom systemet boks+foton kan have en veldefineret energi, behøver det ikke at være tilfældet for boksen og fotonen hver for sig. Denne pointe er af betydning for den kommende diskussion, og uddybes derfor i det følgende.

Betragt to systemer x og y , med tilhørende tilstandsrum \mathcal{H}_x og \mathcal{H}_y , der har vekselvirket i fortiden. Hvis $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots$ er en ortonormalbasis for \mathcal{H}_x af egenvektorer hørende til en observabel A på x ; og $\phi_1(y), \phi_2(y), \dots$ er en ortonormalbasis af egenvektorer for observabel B på y ; da har det sammensatte system $x + y$ tilstandsrum $\mathcal{H}_x \otimes \mathcal{H}_y$, med ortonormalbasis $\psi_i(x)\phi_j(y)$, $i, j = 1, 2, \dots$. Hvis nu $x + y$ er i tilstand $\psi_i(x)\phi_j(y)$, da separerer tilstanden således at x er i tilstand $\psi_i(x)$ og y i tilstand $\phi_j(y)$. Generelt vil $x + y$ imidlertid være i en superposition:

$$\Psi(x, y) = \sum_{i,j} c_{ij} \psi_i(x) \phi_j(y) \quad (2.8)$$

som ikke tillader en separation i en tilstand $\psi(x) = \sum_i a_i \psi_i(x)$ for x , og en tilstand $\phi(y) = \sum_j b_j \phi_j(y)$ for y , så $\Psi(x, y) = \psi(x)\phi(y)$. Det er hvad vi kalder *non-separabilitet*: Omend det sammensatte system $x + y$ er fuldstændig beskrevet ved en vektor i tilstandsrummet; er det ikke tilfældet for dets komponenter x og y . Situationen er naturligvis helt forskellig fra klassisk fysik, hvor et systems tilstand er specificeret når alle delsystemers tilstand er specificeret.

Omend x og y ikke kan beskrives ved en bølgefunktion, idet de er i en *blandet* tilstand, kan der stadig foretages statistiske forudsigelser af måleresultater ved brug af *tæthedsmatricer*.

Non-separabiliteten rejser et påtrængende problem. Antag i ovenstående eksempel af $\mathcal{H}_x = \mathcal{H}_y$, det vil sige at x og y er identiske systemer, og at A og B er energioperatorene på henholdsvis x og y . Egenværdierne betegnes e_i , hvormed $A\psi_i(x) = e_i\psi_i(x)$ og tilsvarende $B\phi_j(y) = e_j\phi_j(y)$. I tilstanden $\psi_i(x)\phi_j(y)$ har det sammensatte system $x + y$ da energi $e_i + e_j$; det samme er tilfældet i tilstanden $\psi_j(x)\phi_i(y)$. Superpositionen:

$$\Psi(x, y) = \psi_i(x)\phi_j(y) + \psi_j(x)\phi_i(y) \quad (2.9)$$

er derfor en energiegentilstand for $x + y$; men hverken for x eller y . x og y er håbløst 'sammenflettede', idet en måling af energien af x , med resultatet e_i , resulterer i reduktionen:

$$\psi_i(x)\phi_j(y) + \psi_j(x)\phi_i(y) \longrightarrow \psi_i(x)\phi_j(y) \quad (2.10)$$

og dermed samtidig fastlægger energien af y til at være e_j : Der rejser sig nu to problemer: (i) Uden mekanisk at påvirke systemet y ændrer en måling på x dets tilstand til en energiegentilstand, og (ii) målingen på x betyder en øjeblikkelig påvirkning (af en eller anden art) af y , det vil sige en fjernvirkning.

Det er på grundlag af disse problemer Einstein og hans medforfattere rejser indvendinger mod kvantemekanikkens fuldstændighed.

2.2.2 EPR argumentet

Det var i 1935 at Einstein, Podolsky og Rosen (EPR) skrev artiklen *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, der udgør den mest omdiskuterede indvending mod kvantemekanikkens fuldstændighed. Artiklen består af fire dele: (i) En erkendelsesteoretisk indledning, (ii) en kort opsummering af den kvantemekaniske formalisme, (iii) et eksempel der illustrerer nonseparabilitet, og (iv) konklusionen. I den følgende gennemgang ser vi bort fra (ii).

Ifølge EPR er en fysisk teori fuldstændig såfremt '*... ethvert element af den fysiske virkelighed har et modstykke i den fysiske teori.*' Det er svært at være

uenig i denne definition, men det er et ømt spørgsmål - som hele argumentationen hviler på - hvad der forstås ved 'elementer af den fysiske virkelighed'. EPR giver følgende definition: '*Hvis vi, uden på nogen måde at påvirke et system, med sikkerhed (det vil sige med sandsynlighed 1) kan forudsige værdien af en fysisk størrelse, da eksisterer der et element af virkeligheden svarende til denne størrelse.*' Denne definition kaldes for *virkelighedskriteriet*.³ Vi kan skelne mellem to muligheder, '... enten (1) den kvantemekaniske beskrivelse af virkeligheden givet ved bølgefunktionen er ikke fuldstændig eller (2) når operatorerne hørende til to fysiske størrelser ikke kommuterer da har de to størrelser ikke samtidig eksistens.' Hvis en skjulte variable teori er mulig (EPR taler ikke explicit om skjulte variable) kan vi forestille os at (1) er sand, mens (2) er falsk. Argumentet er da at hvis kvantemekanikken er fuldstændig, det vil sige (1) er falsk, så er det eneste alternativ (2) også falsk; hvorfor vi må konkludere at kvantemekanikken er ufuldstændig. Lad os se nærmere på dette argument.

EPR betragter et system bestående af to partikler der tidligere har vekselvirket og som kan bevæges i en dimension. De to partikler er i en tilstand med total impuls nul. Lad x_1 (x_2) betegne stedkoordinaten for den første (anden) partikel. Egenfunktionerne for impulsoperatoren hørende til den første (anden) partikel, svarende til egenværdi $p = \hbar k$ ($p = -\hbar k$), er e^{ikx_1} (e^{-ikx_2}). Betragt superpositionen:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(x_1 - x_2 + x_0)} dk \quad (2.11)$$

(hvor integration erstatter summation da egenværdierne udgør et kontinuum.) Hvis vi nu foretager en måling af den første partikels impuls, og den resulterer i værdien $p = \hbar k'$, da kollapser bølgefunktionen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(x_1 - x_2 + x_0)} dk \longrightarrow e^{ik'(x_1 - x_2 + x_0)} \quad (2.12)$$

Efter målingen er den første partikel således i egentilstanden $e^{ik'x_1}$ med impuls p , og den anden partikel er i egentilstanden $e^{-ik'x_2}$ med impuls $-p$: Målingen på den første partikel gør os dermed istand til med sikkerhed at forudsige resultatet af en efterfølgende impulsmåling på den anden partikel.

³Bemærk at EPR's definition af elementer af virkeligheden afviger fra vores, idet vi opfatter elementerne som bærere af fysiske attributter, mens EPR opfatter dem som selve attributterne. Det er i det væsentlige kun et spørgsmål om sprogbrug og i diskussionen af EPR argumentet bruger vi derfor EPR's definition.

Ifølge virkelighedskriteriet er den anden partikels impuls derfor et element af virkeligheden.

På den anden side ses at bølgefunktionen (2.11) kan omskrives til:

$$\begin{aligned}\Psi(x_1, x_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik(x_1 - x_2 + x_0)} dk \right] \delta(x_1 - x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(x - x_2 + x_0) \delta(x_1 - x) dx\end{aligned}\quad (2.13)$$

hvor deltafunktionen $\delta(x_1 - x)$ er egenfunktion for den første partikels stedoperator, med egenværdi $x_1 = x$. Måles den første partikels position med resultat x' , reduceres tilstanden:

$$\int_{-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(x - x_2 + x_0) \delta(x_1 - x) dx \rightarrow 2\pi \delta(x' - x_2 + x_0) \delta(x_1 - x') \quad (2.14)$$

Hermed presses den anden partikel ind i en egentilstand for stedoperatoren med egenværdi $x_2 = x' + x_0$, og vi kan dermed forudsige resultatet af en måling af den anden partikels position.

Med udgangspunkt i virkelighedskriteriet demonstrerer eksemplet at såvel impulsen som positionen er elementer af virkeligheden. Det er på dette grundlag EPR drager deres konklusion:

Tidligere beviste vi at enten (1) den kvantemekaniske beskrivelse af virkeligheden givet ved bølgefunktionen er ikke fuldstændig eller (2) når operatorene hørende til to fysiske størrelser ikke kommuterer da har de to størrelser ikke samtidig eksistens. Med udgangspunkt i antagelsen af bølgefunktionen er en fuldstændig beskrivelse af den fysiske virkelighed, er vi nået til konklusionen at to fysiske størrelser, med ikke-kommuterende operatoren, kan have samtidig eksistens. Negationen af (1) leder således til negationen af det eneste alternativ (2). Vi er dermed tvunget til at konkludere at den kvantemekaniske beskrivelse af virkeligheden udtrykt ved bølgefunktionen ikke er fuldstændig.

2.2.3 Kommentarer til EPR

Ovenstående konklusion er ikke en logisk nødvendighed, da den bygger på at EPR først demonstrerer af kvantemekanikkens fuldstændighed (negationen

af (1)) medfører (2); og dernæst demonstrerer at fuldstændigheden medfører negationen af (2)! Hvis det var muligt ville der selvfølgelig være noget helt galt med kvantemekanikken, men det eneste der er noget galt med er EPRs brug af virkelighedskriteriet. I det første tilfælde betragtes de forudsigelser vi kan lave om et system med kendskab til dets bølgefunktion alene, og i det andet de forudsigelser der kan laves med kendskab til bølgefunktionen og resultater fra målinger foretaget på systemer der tidligere har vekselvirket med det betragtede system. Det er naturligvis korrekt at kendskab til bølgefunktionen alene ikke tillader forudsigelser af impuls og position af en partikel (og hvis det gør da kun forudsigelser af éen af disse størrelses værdi). Det vi har vist er at vi under visse omstændigheder, når vores viden suppleres med kendskab til bestemte måleresultater, kan forudsige værdien af *enten* impulsen *eller* positionen, men ikke begge samtidigt. EPR er udmærkede klar over det og fremhæver selv at hvis man kun betragter impuls og position som (samtidige) elementer af virkeligheden når de samtidigt kan måles eller forudsiges, da ledes man ikke frem til deres konklusion. EPR forkaster imidlertid en sådan definition, da virkeligheden af fysiske størrelser knyttet til et system dermed afhænger af målinger foretaget på et andet system som det ikke vekselvirker med, '... og ingen fornuftig definition af virkeligheden kan forventes at tillade dette'. Jeg vil i det følgende argumentere for at dette synspunkt er ækvivalent med synspunktet at kvantemekanikken ikke er fuldstændig. EPR argumentet bygger implicit på antagelsen at kvantemekanikken er ufuldstændig, og kan derfor ikke bruges som bevis for selv samme antagelse.

For det første hævder EPR at impuls og position samtidig eksisterer som elementer af virkeligheden da deres værdi kan forudsiges. Uagtet at man ikke samtidig kan forudsige deres værdier, tillægger EPR dem samtidig eksistens. Det betyder at forudsigelsen bliver et abstrakt begreb uden fysisk indhold. Vi bliver nød til at tro at størrelserne har eksistens uafhængigt af at vi forudsiger deres værdier, og dermed bliver det ligegyldigt om vi i praksis gennemfører målingen på den første partikel, da det jo ikke kan påvirke den anden partikel. Det er imidlertid ikke den historie kvantemekanikken fortæller! Hele forudsigelsens mening ligger i at den består i en konkret fysisk proces, der giver sig udslag i en reduktion af typen (2.12) eller (2.14) I en vis forstand er det kun i kraft af at forudsigelsen gennemføres at der bliver noget at forudsige! Hermed har vi naturligvis ikke sagt mere end at fysiske størrelser eksisterer når de samtidigt kan forudsiges, men at sige noget andet er at sige kvantemekanikken ikke er fuldstændig.

For det andet må vi gøre os helt klart hvad der menes med at impuls og po-

sition er elementer af virkeligheden, og i hvilken udstrækning det er i strid med kvantemekanikken. Efter en impulsmåling på den første partikel har resulteret i værdien p , er vi kvantemekanisk berettigede til at sige at den anden partikel har impuls $-p$. Det EPR siger er at vi kan tillægge den anden partikel en veldefineret impuls uafhængigt af hvilke målinger vi måtte foretage på den første partikel. Hvis nu den anden partikel vitterlig har impuls $-p$, da er det på forhånd givet at målingen på den første partikel resulterer i værdien p . Men det kræver at den første partikel er i en impulsegentilstand, og da det ikke er tilfældet kan resultatet af målingen kun være forudbestemt hvis der eksisterer skjulte variable. For at konkludere at impuls (og position) er et element af virkeligheden, må vi derfor antage at der findes skjulte variable!

Vi har demonstreret at EPR argumentet ikke 'beviser' noget, og at forestillingen om kvantemekanikkens fuldstændighed konsistent kan opretholdes. Nu ville det selvfølgelig også være ret enestående hvis EPR argumentet leverede et egentligt bevis for den kvantemekaniske beskrivelsesmådes utilstrækkelighed. Argumentet skal snarere opfattes som en god grund til ikke at tro på fuldstændigheden, da en sådan tro demonstreres at føre til et erkendelsesteoretisk problem. Problemet er - naturligvis - hvordan en målings resultat kan være helt afgørende for udfaldet af en umiddelbart efterfølgende måling et helt andet sted. Hvis vi ikke er parate til at erkende at udfaldet af to spacelike målinger kan påvirke hinanden, og det betyder at lokalitetsprincippet ikke er opfyldt, så må vi, som EPR, konkludere at kvantemekanikken er ufuldstændig. Hvis vi derimod accepterer kvantemekanikkens fuldstændighed så er det helt fint, men vi står tilbage med et problem med lokaliteten.

Et par måneder efter at EPR publicerede deres artikel kom Bohr's svar i form af en artikel med samme titel [Bohr 1935]. Dette er så absolut det tungeste og mest obskure af Bohr's skrifter forfatteren mindes at have læst. Bohr betragtede måske EPRs artikel som et nyt angreb på kvantemekanikkens konsistens for han starter forfra med at oprulle komplementaritetstolkningen. Problemet med EPR argumentet, siger Bohr, er at vi for at bevise at impuls er et element af virkeligheden må anvende én eksperimentel opstilling og for at bevise at position er et element af virkeligheden en anden opstilling. Det er naturligvis korrekt. Men situationen er den at vi har to spacelike hændelser, en måling på den ene partikel et sted og en måling på den anden partikel et andet sted, og den ene måling påvirker udfaldet af den anden. Det er ikke nok at sige at den første måling er en definerende omstændighed ved den anden måling (og det er hvad Bohr for mig at se gør), for det er blot en ny måde at sige at den ene måling påvirker den anden uden

at forklare hvorfor. Vi har brug for en forklaring og fremfor alt har vi brug for en *fysisk* forklaring, men mig bekendt findes der ikke nogen. Den eneste 'forklaring' jeg har hørt er den mere eller mindre vage at partiklerne udgør en 'udelelig helhed'. Hvad det betyder skal jeg ikke kunne sige, men denne udelelige helhed må være rumligt udspreedt for at den kan registreres i to hinanden efterfølgende målinger vilkårligt fjernt fra hinanden og det 'udelelige' må være meget deleligt for målingerne snitter jo netop denne 'udelelige helhed' ud i to separate partikler.

2.3 Måleproblemet

Et fysisk systems tilstand kan i følge kvantemekanikken udvikles på to måder:

- (1) (Schrödingerligningen) Tilstanden kan ændres kontinuert og deterministisk i overensstemmelse med bevægelsesligningen (Schrödingerligningen).
- (2) (Projektionspostulatet) Måles værdien af en observabel på systemet kollapsede tilstanden til en egenfunktion for den pågældende observabel.

At der er to måder systemer kan udvikles er måske det mest besynderlige af alle kvantemekanikkens postulater, for det betyder at alle vekselvirkninger mellem fysiske systemer og alle fysiske processer udvikles efter Schrödingerligningen, undtagen en helt bestemt type processer, nemlig målinger, der udvikles på en helt anden vis. Det tyder på, ganske i strid med normale forestillinger, at målingen består i mere end en vekselvirkning mellem det system der måles på og det system der udgør måleapparatet. Målingen er et fundamentalt fænomen der ikke kan analyseres eller forklares som resultat af elementære fysiske processer der i sig selv opfylder kvantemekanikkens lovmæssigheder. Mange føler sig med rette bekymrede over at kvantemekanik giver målingen en sådan særstatus, for der er ingen åbenlys grund til at tro at en måling er andet eller mere end en vekselvirkning mellem systemer som alle andre vekselvirkninger og i så fald er det totalt uforståeligt hvorfor projektionspostulatet, der er et vitalt element i den ortodokse fortolkning, optræder som kvantemekanisk aksiom.

Før vi diskuterer de mulige måder at forholde sig til problemet på vil vi demonstrere at projektionspostulatet ikke kan afledes af Schrödingerligningen, det er et *aksiom* - ikke et *teorem*. Til det formål betragtes et system x hvorpå vi ønsker at måle en observabel A . Måleapparatet udgør ligeledes et system y . En måling består i først at fiksere måleapparatet i en særlig

tilstand der er følsom overfor det studerede systems tilstand, således at vi udfra måleapparatets tilstand, efter at apparatur og system har vekselvirket i et tidsrum, kan sige noget om det betragtede systems tilstand. Vi kan for eksempel måle en partikels energi ved at anvende et måleapparat med en visir. Viseren er før målingen i en neutral udgangsposition. Måleapparatet og partiklen vekselvirker da og herefter er måleapparatet i en ny tilstand, idet viseren har en ny position, og udfra denne kan vi slutte partiklens energi.

Lad indledningsvis apparatet y være beskrevet ved bølgefunktion $\phi_0(y)$ svarende til at viseren (eller hvad det nu måtte være) er i udgangsposition, og lad objektet x være i en egentilstand $\psi_i(x)$ for A med egen værdi a_i . x og y vekselvirker i tidsrummet fra $t = t_0$ til $t = t_1$. Til tiden $t = t_0$ er det sammensatte system $x + y$ beskrevet ved bølgefunktionen:

$$\Psi(x, y, t_0) = \psi_i(x)\phi_0(y) \quad (2.15)$$

Når målingen er tilendebragt til tiden $t = t_1$ vil x stadig være i den samme egentilstand, hvorfor $x + y$ efter målingen er i tilstanden:

$$\Psi(x, y, t_1) = \psi_i(x)\phi_i(y) \quad (2.16)$$

hvor $\phi_i(y)$ er en tilstand af måleapparatet svarende til at det viser at x er i egentilstanden $\psi_i(x)$ ⁴. I tidsrummet fra t_0 til t_1 er tilstanden af det sammensatte system $x + y$ transformeret:

$$\psi_i(x)\phi_0(y) \longrightarrow \psi_i(x)\phi_i(y) \quad (2.17)$$

Indtil videre er alt som det skal være men nu kommer problemet! Antag at x indledningsvis, istedet for at være i en egentilstand, er i en superposition $\sum c_i \psi_i(x)$ af egentilstande. $x + y$ er da, til tiden $t = t_0$, i tilstanden:

$$\Psi(x, y, t_0) = \sum_i c_i \psi_i(x)\phi_0(y) \quad (2.18)$$

Af transformationen (2.17) og det faktum at tilstanden af $x + y$ i tiden fra t_0 til t_1 udvikles efter en *lineær* bevægelsesligning, kan sluttes at tilstanden af $x + y$ efter vekselvirkningen er:

$$\Psi(x, y, t_1) = \sum_i c_i \psi_i(x)\phi_i(y) \quad (2.19)$$

⁴for eksempel ved at viseren er i en position der viser at A har værdien a_i . Funktionerne ϕ_i vil ikke nødvendigvis danne en basis for måleapparatets tilstandsrum, men det eneste der er væsentligt for de efterfølgende argumenter er at de er parvist ortogonale og det følger af at de er egenfunktioner for en makroskopisk observabel fysisk størrelse (viserens position).

Men i så fald er både x og y i en blandet tilstand. Tilstanden af x er *ikke* reduceret til en egentilstand og apparaturet er *ikke* i en tilstand hvor værdien af den observable kan aflæses. Viseren har ikke en bestemt position. For at bestemme en entydig viserposition (og dermed en entydig værdi af den observable A) må vi foretage en ny måling på $x + y$ (eller x eller y) ved hjælp af et nyt måleapparat z . Men z forholder sig til $x + y$ (eller x eller y) på samme måde som y forholder sig til x , og vil derfor ikke bringe noget afgørende nyt element ind i beskrivelsen. Hvis $\chi_0(z)$ beskriver tilstanden af z før målingen vil systemet $x + y + z$ efter den nye måling (til tiden $t = t_3$) da være i tilstanden:

$$\Psi(x, y, z, t_3) = \sum_i \psi_i(x) \phi_i(y) \chi_i(z) \quad (2.20)$$

og den nye måling har intet stadfæstet. Det er ligemeget hvormange måleapparater vi lader systeme vekselvirke med, superpositionen vil overføres på grund af linearitet og intetsteds vil kollapsed sætte ind.

Er systemet i en superposition, vil måleapparaturets viser komme i en blanding af forskellige positioner, tager vi et billede af viseren kommer filmen i en blanding af at have eksponeret billeder af viseren i forskellige positioner, fremkaldes filmen og betragtes den kommer øjet og synscentret i en blandet tilstand og ultimativt vil den menneskelige observatør komme i en blandet tilstand af at have målt forskellige værdier af den observable. Det er for at undgå denne bizarre situation at projektionspostulatet indføres. Postulatet har en aksiomatisk status idet det ikke, som netop vist, kan afledes af de øvrige kvantemekaniske postulater.

Lad os nu returnere til det oprindelige problem, nemlig hvordan man bør forholder sig til det faktum at målingen i kvantemekanik er en ganske enestående proces der ikke kan beskrives som en 'almindelig' vekselvirkning mellem system og måleapparat. Der er i hvert fald tre forskellige måder at forholde sig til problemet, som vi diskuterer hver for sig. Den første er at hævde at kollapsed slet ikke er en fysisk proces, men blot repræsenterer en situation hvor vi opnår viden om systemet. Den anden er at hævde at enhver måling nødvendigvis involverer et ikke-fysisk element, observatørens bevidsthed, som forårsager kollapsed. Den tredje er at hævde at bølgefunktionen overhovedet ikke kolliderer.

2.3.1 Viden og Bølgefunktionen

Måleprocessen ... som fører til reduktion af tilstanden er ikke

en fysisk men snarere, så at sige, en matematisk proces. Med den pludselige ændring af vor viden vil den matematiske repræsentation af vor viden naturligvis også undergå en pludselig forandring.

*Werner Heisenberg*⁵

Den første forklaring af kollapsedet tager udgangspunkt i Werner Heisenberg's idé at bølgefunktionen ikke repræsenterer et systems fysiske tilstand, men kun observatørens viden om systemet. At et system er i en superposition af egentilstande til en givet observabel kan fortolkes som at en observatør, på grund af mangelfuld information om systemet, kun kan lave statistiske forudsigelser af måleresultater. Kollapset kan da forklares ved at observatørens viden om systemet, i en måleproces, går fra at være vag (statistisk) til at være eksakt (en entydig værdi af den observable kendes). Umiddelbart lyder en sådan forklaring meget betryggende, for den forklarer kollapsedet elegant uden at introducere mystiske vekselvirkninger. Men den rejser samtidigt mange problemer og man kan ikke lade være med at tænke at med en sådan fortolkning er vi holdt op med at tale om virkeligheden og begyndt at tale om vores subjektive indtryk af virkeligheden.

Hvis en partikel kvantemekanisk er beskrevet ved en superposition af impulsegentilstande betyder det så at partiklen faktisk har en entydigt bestemt impuls, men at vi blot ikke kender den? Hvis det er tilfældet kan bølgefunktionen ψ næppe siges at være en fuldstændig beskrivelse af partiklens tilstand, og i så fald '... må der kræves en forklaring af det faktum at yderligere specifikation [af tilstanden] er enten overflødig (kan afledes af ψ) eller inkonsistens (fører til forudsigelser der er uforenelige med nogle af forudsigelserne baseret på ψ).' [Shimony 1963 s.762]. Hvis partiklen altid har veldefineret impuls og position må vi desuden reinterpretere usikkerhedsrelationerne der i så fald kun kan betyde en praktisk hindring af eksakte og samtidige impuls og positionsmålinger. I den virkelige verden vil der ikke være usikkerhedsrelationer og det vil være umuligt at forene med kvantemekanik, for usikkerhedsrelationerne gennemsyrrer kvantemekanik og deres opgivelse vil samtidig betyde opgivelse af operator formalismen og dermed af kvantemekanikkens grundlag. Heisenberg undgik sådanne indvendinger ved at hævde at bølgefunktionen udtrykker observatørens viden om systemet og samtidig hævde at bølgefunktionen er en fuldstændig beskrivelse. Måden Heisenberg forenede disse to tilsyneladende delvist modstridende opfattelser er, for mig at se, lidt uklar.

⁵ Citeret fra [Jammer 1974 s.496].

Det af Aristoteles lånte begreb *potentia* spiller en central rolle i Heisenberg's fortolkning. *Potentia* er de latente muligheder i naturen, de indre tendenser der endnu ikke er realiseret. Disse muligheder eller eventualiteter er ikke i sig selv virkelige, først når en mulighed realiseres bliver den virkelig. Heisenberg synes at anskue kvantedomænet som en verden af endnu ikke realiserede muligheder og målingen som en proces der forårsager en transition fra det mulige til det faktiske: 'I atomare eksperimenter har vi at gøre med ting og kendsgerninger, med fænomener der er ligeså virkelige som ethvert fænomen i dagligdagen. Men atomerne og elementarpartiklerne er ikke selv ligeså virkelige, de former en verden af eventualiteter og muligheder snarere end en [verden] af ting og kendsgerninger.' [Heisenberg 1958 s.160].

Hvis en superposition reduceres til en egentilstand kan det altså fortolkes således at målingen realiserede en af mulighederne. Superposition, der udtrykker de muligheder der var før målingen, er derfor ikke den virkelige fysiske tilstand af systemet før målingen for systemets *potentia* har endnu ikke gennemgået transitionen fra eventualitet til realitet. Et sådan billede forklarer imidlertid ikke kollapset, for målingen er nu gjort til en 'skabelsesakt' hvor systemets attributter pludselig realiseres udfra nogle skjulte muligheder, og vi har stadig ingen forklaring på hvorfor målingen er så speciel i forhold til andre fysiske processer.

2.3.2 Bevidsthed og Kollaps

En anden forklaring er at observatørens bevidsthed er i stand til at kollapse bølgefunktionen. Dette synspunkt er implicit i von Neumann's måleteori [1932], og er explicit udtrykt af Fritz Wolfgang London og Edmond Bauer [1939]. von Neumann nøjes med at sige at observatørens bevidsthed er grundlæggende 'ekstra-observationel' og derfor ikke kan betragtes som et kvantemekanisk objekt der for eksempel kan komme i en superposition. Kollapset sætter derfor ind når måleresultatet registreres af observatørens bevidsthed. Omend sådanne betragtninger følger direkte af von Neumann's arbejde, har han tilsyneladende været utilbøjelig til explicit at fremføre dem⁶. London og Bauer [1939 s.42-43 (notationen ændret)] går derimod lige til sagen:

⁶von Neumann følte måske ikke det store behov for at forklare hvor kollapset sætter ind, for han beviste at de kvantemekaniske forudsigelser er de samme i alle tilfælde. Hvis vi kun er interesserede i forudsigelser er det ligemeget om vi antager at kollapset indtræder i vekselvirkningen mellem undersøgelsesobjekt og måleapparatur eller måleapparatur og observatør.

... lad os betragte de tre systemer [objektet x , apparaturet y og observatøren z] som et enkelt sammensat system. Vi beskriver det ved den totale bølgefunktion ...

$$\Psi(x, y, z) = \sum_i c_i \psi_i(x) \phi_i(y) \chi_i(z) \quad (2.21)$$

hvor $\chi_i(z)$ repræsenterer observatørens forskellige tilstande.

'Objektivt' - det vil sige *for os* der betragter det sammensatte system $x + y + z$ som 'objekt' - er situationen kun en smule forandret i forhold til hvad vi tidligere så da vi kun betragtede apparaturet og objektet ...

Observatøren har et fuldstændigt andet synspunkt. For ham er det kun objektet x og apparaturet y som tilhører den ydre verden - det han kalder 'objektivt'. I modsætning indgår han *med sig selv* nogle relationer af en ganske speciel art. Til sin rådighed har han en karakteristisk og ganske velkendt evne, som vi kan kalde 'evnen til introspektion': Han kan således redegøre for sin egen tilstand på en umiddelbar måde. Det er et gode ved denne 'immanente viden' at han hævder retten til at skabe sin egen objektivitet, det vil sige han kan skære kæden af statistiske koordinationer udtykt ved $\sum_i c_i \psi_i(x) \phi_i(y) \chi_i(z)$ ved at hævde: 'Jeg er i tilstand χ_i ' eller simpelthen 'Jeg ser $A = a_i$ ' ...

Det er derfor ikke en mystisk vekselvirkning mellem apparaturet og objektet der danner en ny ψ i målingen. Det er kun bevidstheden af et 'Jeg' der kan separere sig selv fra den gamle funktion $\Psi(x, y, z)$ ved fremover at tilskrive objektet en ny funktion $\psi(x) = \psi_i(x)$.

London og Bauer's idéer er blevet kritiseret af Abner Shimony [1963], der fremhæver at det faktum at observatørens tilstand optræder i superpositionen (2.21), kombineret med referencen til observatørens bevidsthed i form af 'evnen til introspektion', må betyde at bevidstheden er inkluderet i observatørens tilstand. Bevidstheden skal derfor kunne beskrives ved en bølgefunktion og skal opfylde superpositionsprincippet. Bevidstheden er dermed gjort til et kvantemekanisk system der dog samtidigt afviger fra alle andre systemer idet det kan reducere bølgefunktionen. Shimony diskuterer i detaljer det psykologiske vidnesbyrd for et bevidsthedens superpositionsprincip. Vi vil ikke gentage argumenterne her, da de er af meget spekulativ karakter, men indskrænker os til, som Shimony, at konkludere at det giver ringe mening (hvis nogen overhovedet) at tale om superponering af bevidsthedstilstande.

Hvis jeg betragter en visir der er i en superposition af forskellige positioner vil min bevidsthed, ifølge London og Bauer, komme i en superposition svarende til at have set viseren i forskellige positioner. Vi kan fortolke det som at jeg opfatter viserens position som uskarp eller udflydende. Kort efter reduceres superpositionen af min bevidsthed, det vil sige jeg 'beslutter' hvilken position viseren har, og herefter ser jeg viseren som definitivt havende den position. Et revideret billede, der stort set svarer til London og Bauer's men undgår superpositionsproblemet, kan være at observatørens bevidsthed aldrig kommer i en superposition; superpositionen forplantes til bevidsthedens tærskel hvor den, så at sige, filtreres og kollapsede sætter ind. Viseren er i en superposition og det bliver der ikke lavet om på uanset hvormange systemer viseren vekselvirker med (så længe sådanne systemer ikke omfatter bevidsthed), men i det øjeblik du eller jeg kigger på viseren kolliderer dens tilstand så den antager en bestemt position. Dette udsagn er uhyrligt set fra en klassisk anskuelsesvinkel. Lys spredes på viseren men viseren kan jo ikke vide om lyset tilfældigvis rammer mit øje eller ej. Selvom der ikke er nogen mekanisk vekselvirkning mellem mit øje og viseren er deres tilstande kvantemekanisk totalt korrelerede. Hvis der var tale om egentlig fysisk vekselvirkning mellem mit øje og viseren ville det være af en meget speciel art, for den ville udbredes øjeblikkeligt og dens styrke ville ikke svækkes over afstand. Er viseren i en superposition og tager jeg et billede af den, fremkalder det, flyver til Mars og først der kigger på det vil jeg, i det sekund jeg fæstner mit blik på billedet, reducere viserens tilstand og dermed producere en øjeblikkelig, og i princippet målelig, ændring af den fysiske tilstand på en anden planet! I sandhed, 'kvantemekanikken er magi!'⁷

I betragtning af at vi må forklare kollapsedet udfra noget så obscult, set fra en fysisk synsvinkel, som bevidstheden '... kan man ikke lade være med at tænke at så besynderlige tilstande [superposition af makroskopiske systemer som for eksempel en visir] ikke eksisterer, og den foreslåede forklaring er et forsøg på at skjule dette.' [Shimony 1963 s.763].

At det er problematisk at beskrive makrosystemer⁸ som værende i superpositioner er illustreret af Schrödinger's berømte katte-paradoks. Vi forestiller os et kammer, isoleret fra resten af verden, der indeholder noget radioaktivt materiale, en Geiger tæller, dynamit og en kat. Lad sandsynligheden for at et atom henfalder i løbet af en time være $1/2$. Hvis et atom henfalder registreres det af Geiger tælleren, der detonerer dynamitten, hvormed katten

⁷ Daniel Greenberger, citeret fra [Mermin 1985 s.38].

⁸ Grænsen mellem mikro og makro er naturligvis ikke skarp, men alt hvad der for eksempel kan ses med det blotte øje er makroskopisk.

dør. Kvantemekanisk er situationen imidlertid den at atomet efter en time ikke kan siges at være henfaldet (det ville kræve en måling for at afgøre). Atomet er i en superposition af at være henfaldet og ikke at være henfaldet og ultimativt er katten derfor i en superposition af at være død og levende! Først i det øjeblik vi kigger ind i kammeret kollapse bølgefunktionen og det afgøres om katten er død eller levende. Vi kan selvfølgelig hævde at katten er i besiddelse af en bevidsthed, der måske ikke er så sofistikeret som menneskets men ikke desto mindre er en bevidsthed, og derfor er i stand til at forårsage kollapsedet, men det svækker ikke pointen. Selv hvis vi erstatter katten med et dødt objekt virker det underligt at en makroskopisk hændelse, som at dynamitten er eksploderet, skule være ubestemt lige indtil vi afgører det ved at kigge.

Grunden til at de færreste fysikere er bekymret over paradokser som Schrödingers kat er, som bemærket af Hilary Putnam [1965], at mange inderst inde er det som vi, efter d'Espagnat [1976], kan kalde *makroobjektivister*. Makroobjektivisme er troen på at mikroskopiske systemer som atomer og lignende nok er beskrevet ved en bølgefunktion, men at alle makroskopiske objekter er klassiske. Det er en ganske praktisk indstilling for vi behøver ikke længere at spekulere over hvorfor vi aldrig observerer makrosystemer i superpositioner, men den er uforenelig med postulatet om kvantemekanikkens fuldstændighed. For makroobjektivisten kan kvantemekanikken højst være en approksimation, gyldig for mikroskopiske systemer. Kvantemekanikken dikterer at makrosystemer såvel som mikrosystemer kan være i superpositioner, og vi må ikke glemme at Bohr, i sit forsvar af kvantemekanikkens konsistens, måtte beskrive fotonboksens viser (og den er makroskopisk!) som opfyldende usikkerhedsrelationen mellem impuls og position. Hvis man hælder til den ortodokse fortolkning kan man ikke ty til makroobjektivisme.

2.3.3 De Mange Verdener

Den tredje forklaring af måleprocessen er at bølgefunktionen aldrig kollapse. Denne forklaring bygger på *relativ tilstand formalismen* eller *mange verdener fortolkningen* som den også kaldes, der er formuleret af Hugh Everett III. Vi har tidligere set at et sammensat system bestående af et objekt x , måleapparat y og observatør z kan komme i superpositionen:

$$\Psi(x, y, z) = \sum_i c_i \psi_i(x) \phi_i(y) \chi_i(z) \quad (2.22)$$

hvis måleprocessen er styret af en lineær bevægelsesligning (som Schrödingerligningen). Projektionspostulatet siger at bølgefunktionen kolliderer:

$$\sum_i c_i \psi_i(x) \phi_i(y) \chi_i(z) \rightarrow \psi_i(x) \phi_i(y) \chi_i(z) \quad (2.23)$$

Mange verdener fortolkningen giver et helt andet billede: Fremfor en situation hvor målingen vælger et og kun et resultat blandt mange mulige, postuleres at alle mulige måleresultater realiseres på en gang. Snarere end at skære superpositionen ned til et enkelt led som kollapset gør, skal målingen tværtimod opfattes som et forgreningspunkt. Observatøren og apparatet er før målingen i tilstand $\phi_0(y) \chi_0(z)$ og efter målingen i en blandet tilstand af forskellige $\phi_i(y) \chi_i(z)$ svarende til at have målt forskellige værdier af den observable. Alle disse led er virkelige og observatøren måler virkeligt alle de mulige resultater, for i en målesituation spaltes universet op i en række parallelverdener der hver svarer til et givet led i superpositionen (2.22). I hver verden registrerer observatøren ét måleresultat og det vil se ud som om bølgefunktionen er kollapset da kun et enkelt led i superpositionen udfolder sig i den verden. Som Hugh Everett III [1957 s.459-460] udtrykker det:

Hele spørgsmålet om transitionen fra det "mulige" til det "faktiske" behandles meget simpelt i teorien - der er ingen sådan transition, ej heller er en sådan transition nødvendig for at teorien er i overensstemmelse med vores erfaringer. Teoriens synspunkt er at *alle* led i en superposition (alle "grene") er "faktiske", ingen er mere "virkelig" end de øvrige. Det er unødvendigt at antage at alle undtagen et [led] forsvinder, da alle separate led at en superposition individuelt opfylder bølgeligningen fuldstændigt uafhængigt af tilstedeværelsen eller fraværet ("aktualitet" eller ej) af ethvert andet led. Denne totale mangel på påvirkning grenene imellem betyder at ingen observatør nogensinde vil være bevidst om "opsplitningen".

Everett III hævder at mange verdener fortolkningen er at foretrække idet vi udfra denne kan forklare hvorfor projektionspostulatet er opfyldt i de respektive grene (verdener). Jeg er ikke sikker på at et sådan krav er berettiget, for af mange verdener fortolkningen kan godt nok udledes projektionspostulatet men fortolkningen bygger blot på andre *ad hoc* antagelser, og det er

ikke oplagt at de repræsenterer et sæt svagere antagelser end de ortodokse⁹. Det synes som om vi prøver at bortforklare det obskure projektionspostulat ved hjælp af det virkelig obskure begreb parallelverdener. Vores triumf over at have elimineret projektionspostulatet og måleproblemet er dyrekøbt hvis vores teori istedet baseres på science fiction-agtige antagelser.

Lad os tilsidst prøve at placere mange verdener fortolkningen i forhold til den ortodokse og skjulte variable fortolkningen. Mange verdener fortolkningen kan ikke siges at være ortodoks, for hele den ortodokse fortolknings indeterminisme ligger netop i bølgefunktionens kollaps. Samtidig er mange verdener fortolkningen ikke en skjulte variable fortolkning, for den introducerer ikke yderligere parametre end bølgefunktionen. Dermed opnår fortolkningen lidt af en særstilling. Ultimativt er den deterministisk for i enhver målesituation er det fuldstændig forudsigeligt hvilke grene universet spaltes op i, men samtidig anerkender den at vores subjektive beskrivelse er indeterministisk idet vi kun kan betragte universet fra en enkelt gren. Eller rettere: Vi ser universet fra alle grene, men i hvert enkelt gren er vores beskrivelse bundet til den gren alene og i så fald ser det faktisk ud som om bølgefunktionen kolliderer.

ål.tex

⁹I denne situation har vi valget mellem at hævde eksistensen af parallelverdener eller relevansen af projektionspostulatet. Læseren kan selv afgøre hvad han anser for det svageste postulat.

Kapitel 3

Skjulte Variable

I det forrige kapitel så vi at den ortodokse fortolkning støder på en række problemer, som selv den mest hårdnakkede tilhænger af den ortodokse fortolkning må indrømme er bekymrende. I lyset af dette er det naturligt at spørge sig selv om ikke de næsten uoverstigelige konceptuelle problemer kvantemekanikken rejser kan løses ved at reetablere klassisk beskrivelse i form af skjulte variable. I dette kapitel vil vi undersøge mulighederne for at indføre skjulte variable på subkvante niveau. Indtil videre har skjulte variable blot været en vag betegnelse for en hvilken som helst deterministisk teori der er forenelig med vores erfaringer; vi vil nu præcisere dette. Først og fremmest skal kvantemekanikken kunne indlejres i enhver skjulte variable teori, således at kvantemekanikken stadig kan betragtes som statistisk korrekt. Det er naturligvis muligt at kvantemekanikken ikke altid er korrekt men da vi ikke kender til afvigelser fra kvantemekanikkens resultater ser vi her bort fra en sådan mulighed. Vi interesserer os dermed kun for skjulte variable teorier der kan betragtes som ægte ekstensioner af kvantemekanikken. Der er grundlæggende to væsentlige spørgsmål; for det første om skjulte variable teorier overhovedet er mulige, og i givet fald hvilket verdensbillede de udtrykker. Vi vil kun i ringe udstrækning diskutere konkrete teorier og istedet fæstne os ved de grundlæggende idéer.

For at gøre diskussionen så præcis som mulig defineres begrebet skjulte variable teori formelt. Definitionen er en generel ramme som udtrykker den fysiske idé at kvante formalismen er af statistisk art, og fremkommer ved at midle over en række ukendte parametre i en mere fundamental beskrivelse

af individuelle systemer. Først undersøger vi om en sådan beskrivelse er forenelig med idéen om idealobjektivisme og vil finde at det ikke er tilfældet. Herefter undersøges en anden type skjulte variable, de kontekstuelle teorier, og det demonstreres at selvom idealobjektivisme opgives vil man uværgeligt komme i konflikt med lokalitetsprincippet, et resultat kendt som Bell's ulighed. Bell's ulighed er baseret på et tankeeksperiment der siden er udført i praksis af Alain Aspect med resultater der synes at understøtte kvantemekanikken og forkaste skjulte variable. Vi afslutter kapitlet med at diskutere den eksperimentelle vidnesbyrd.

3.1 Idealobjektive Skjulte Variable

3.1.1 Definition af Skjulte Variable

(1) Et fysisk system er beskrevet ved en bølgefunktion $\psi \in \mathcal{H}$ og en skjult tilstand $\lambda \in \Gamma$; de skjulte tilstande udgør konfigurationsrummet Γ . Systemets tilstand repræsenteres ved et element i $\mathcal{H} \times \Gamma$, således at der til enhver observabel A findes en funktion $f_A : \mathcal{H} \times \Gamma \rightarrow \Lambda_A$, hvor Λ_A er egenværdispektret af den kvantemekaniske operator A virkende på \mathcal{H} , der angiver værdien af (og dermed resultatet af at måle) A i den pågældende tilstand.

(2) Til enhver bølgefunktion ψ hører et sandsynlighedsmål ϱ_ψ på Γ ; for en målelig mængde $M \subset \Gamma$ angiver $\varrho_\psi(M)$ sandsynligheden for at den skjulte tilstand λ tilhører M . Givet bølgefunktionen er der således en sandsynlighedsfordeling af de skjulte tilstande.

(3) For en observabel A og givet bølgefunktion ψ findes et sandsynlighedsmål $\mu_\psi^{(A)}$ på Λ_A . For en målelig mængde $N \subset \Lambda_A$ angiver $\mu_\psi^{(A)}(N)$ sandsynligheden for at en måling af A resulterer i en værdi $a \in N$. $\mu_\psi^{(A)}$ og ϱ_ψ er relateret ved:

$$\mu_\psi^{(A)}(N) = \varrho_\psi[f_A^{-1}(N)]$$

Den kvantemekaniske forventningsværdi for A er:

$$\langle A \rangle_\psi = \int_{\Lambda_A} a d\mu_\psi^{(A)}(a)$$

og er identisk med værdien af A midlet over de skjulte tilstande, det vil sige:

$$\langle A \rangle_\psi = \int_{\Gamma} f_A(\psi, \xi) d\varrho_\psi(\xi)$$

(4) Der findes en deterministisk dynamisk lov der beskriver hvorledes et isoleret systems tilstand udvikles i tid.

3.1.2 Diskussion af Definitionen

Ovenstående definition er noget teknisk, men er baseret på en meget simpel idé: Hvis en måling af observabel A på et ensemble beskrevet ved bølgefunktion ψ resulterer i værdier a_1, a_2, \dots med sandsynlighed p_1, p_2, \dots ; da vil vi forklare det ved at de individuelle systemer der udgør ensemblet er beskrevet ved forskellige skjulte tilstande λ der fuldstændig bestemmer værdien af, og dermed resultatet af at måle, A på det pågældende system. Vi skriver λ som en enkelt kontinuert parameter, men λ kan betegne en eller mange diskrete og/eller kontinuerte parametre. På ensemblet kan vi, givet ψ , indføre en sandsynlighedsfordeling $\varrho(\lambda)$, hvor $\varrho(\lambda)d\lambda$ angiver hvor stor en fraktion af ensemblet der er i skjult tilstand mellem λ og $\lambda + d\lambda$. Som for alle andre sandsynlighedsfordelinger gælder:

$$\varrho(\lambda) \geq 0 \quad \text{og} \quad \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) = 1 \quad (3.1)$$

At vi skal reproducere kvantemekanikkens resultater betyder ikke bare at middelværdien af A i skjulte variable modellen er den samme som kvantemekanikken forudsiger. For at der ikke skal være observérbare uoverensstemmelser med kvantemekanikken skan vi være istand til at forudsige at hver af udfaldene a_i fremkommer i p_i af tilfældene. Til den observable A kan vi knytte en funktion $A(\lambda)$ (i definitionen betegnet $f_A(\lambda)$) der angiver værdien af A i tilstanden λ . Hvis nu Γ_i betegner det domæne af det skjulte rum Γ i hvilket A har værdien a_i , det vil sige $\Gamma_i = \{\lambda \mid A(\lambda) = a_i\}$, og bølgefunktionen er en superposition $\psi = \sum_i c_i \phi_i$ af egentilstande ϕ_i for A , med egen værdi a_i , da gælder altså:

$$p_i = |c_i|^2 = \int_{\Gamma_i} d\lambda \varrho(\lambda) \quad (3.2)$$

og for middelværdien:

$$\langle A \rangle = \sum_i p_i a_i = \sum_i |c_i|^2 a_i = \sum_i a_i \int_{\Gamma_i} d\lambda \varrho(\lambda) = \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) A(\lambda) \quad (3.3)$$

Der er intet mystisk i dette, alt hvad vi har sagt er at hvis kvantemekanikken forudsiger at en måling af en elektrons impuls resulterer i for eksempel

værdien 2 med sandsynlighed $1/3$, så skyldes det at har vi et ensemble af sådanne elektroner vil $1/3$ af dem være i en skjult tilstand med værdi 2 af impuls.

Det er implicit i definitionen af de skjulte variable af idealobjektiv karakter, da den skjulte tilstand er beskrevet som en indre egenskab ved det betragtede system. Vi skal snart se at idealobjektive skjulte variable teorier ikke er tilfredsstillende, men det betyder ikke at den givne definition skal totalt omskrives. Alle de her givne betragtninger vil stadig være gældende med det forbehold at vi kun diskuterer en måling af A på ensemblet (og ikke også andre målinger). Senere diskuteres kontekstuelle teorier og i disse kan en måling af en anden observabel end A betyde af fordelingen af skjulte tilstande er anderledes end hvis vi havde målt A . (Isåfald er den skjulte tilstand ikke alene en egenskab ved systemerne i ensemblet men afhænger også af ydre forhold som måleapparatets opsætning.) Så længe vi diskuterer et konkret eksperiment, bestående af en måling på ensemblet af en eller flere bestemte observable, vil den her beskrevne formalisme stadig kunne anvendes.

3.1.3 Idealobjektivisme Fejler

En teori er *idealobjektiv* hvis den tillægger fysiske systemer indre egenskaber, hvis eksistens er uafhængige af målinger foretaget på systemet og ydre processer, der kan studeres uden at påvirke systemet. I dette billede flyver partikler rundt med værdien af impuls og position klistret på sig og disse værdier kan, i det mindste principelt, aflæses uden at ændres. Det er en klassisk forestilling idet vi antager at vi meningsfuldt kan tale om fysiske størrelser, uden at referere til de omstændigheder hvorunder vi opnår viden om deres værdier. Det er desuden en forestilling der er uforenelig med kvantemekanikken.

Dette kan indses ved at betragte et ensemble af systemer beskrevet ved bølgefunktion ψ og en sandsynlighedsfordeling $\rho(\lambda)$ af de skjulte tilstande. Lad A og B være to (ikke nødvendigvis kommuterende) observable. I enhver skjult tilstand har A og B veldefinerede værdier så den observable $A + B$ har en veldefineret værdi:

$$(A + B)(\lambda) = A(\lambda) + B(\lambda) \quad (3.4)$$

Da værdien af $A + B$, i hver eneste skjult tilstand, er summen af værdierne af A og B , vil forventningsværdien af $A + B$, der fremkommer ved at midle

$A + B$ over de skjulte tilstande, være summen af forventningsværdierne af A og B . Idealobjektivitet resulterer dermed i følgende linearitetsantagelse:

Linearitetsantagelse: For alle observable A og B gælder:

$$\langle A + B \rangle = \langle A \rangle + \langle B \rangle \quad (3.5)$$

Det blev i 1932 vist af John von Neumann [1932] at ingen skjulte variable teori baseret på linearitetsantagelsen kan reproducere alle kvantemekanikkens forudsigelser. Teoremet er siden blevet bevist i styrket for (linearitetsantagelsen behøver kun at gælde for kommuterende observable) af Andrew M. Gleason [1957] og J.M. Jauch og C. Piron [1963]. Vi er ikke interesserede i at gentage von Neumann's tekniske bevis, så vi nøjes med en simpel betragtning der udelukker idealobjektive teorier: For at være i overensstemmelse med kvantemekanikken kan de observable i en sådan teori kun antage værdier i deres eget egenværdispektrum. (3.4) må derfor betyde at operatoren $A + B$ har egenværdier der er summen af egenværdier for henholdsvis A og B , men det er et simpelt matematisk resultat at det ikke generelt holder for selvadjungerede operatorer, og vi kan derfor øjeblikkeligt afvise idealobjektive teorier. Et alternativt bevis er at betragte den observable $A = i(pq - qp)$ der kvantemekanisk er repræsenteret ved en operator $A \equiv \hbar$, som konsekvens af kommutatorrelationen mellem position og impuls. Den kvantemekaniske forventningsværdi er dermed $\langle A \rangle = \hbar$. I enhver skjult tilstand er værdien af A givet ved $A(\xi) = i(p(\xi)q(\xi) - q(\xi)p(\xi)) = 0$ hvorfor forventningsværdien af A er $\langle A \rangle = 0$ og modstrid.

I to årtier blev von Neumann beviset af de fleste anset for endegyldigt af demonstrere skjulte variables uforenelighed med kvantemekanik. Det er et solidt bevis, der på slående vis gør et problem, der på det tidspunkt blev anset for at være af mere filosofisk art, til genstand for matematisk analyse. Men beviset kan kun afvise skjulte variable teorier baseret på linearitetsantagelsen.

At der er alternativer blev meget konkret demonstreret af David Bohm i 1952, da han konstruerede en skjulte variable teori der reproducerer alle kvantemekanikkens resultater. Bohm skrev i 1951 en lærebog i kvantemekanik der er helt i den ortodokse fortolknings ånd, men har siden utrætteligt søgt efter skjulte variable teorier. Udover den nævnte [Bohm 1952] foreslog han og Bub i 1966 en ikke-lokal skjulte variable teori.

Men hvordan kan man konstruere en teori der bevisligt ikke kan lade sig gøre? Svaret er at Bohm's teori ikke er baseret på linearitetsantagelsen og

ikke er idealobjektiv, den er *kontekstuel*. I næste afsnit vender vi os mod de kontekstuelle skjulte variable teorier og skal se at disse teorier uværgeligt kommer i konflikt med lokalitetsantagelsen.

3.2 Kontekstuelle teorier

3.2.1 Hvad er Kontekstuelle Skjulte Variable

Med Bohm's teori stod det klart at von Neumann's bevis ikke kan udelukke alle typer skjulte variable teorier, men det var stadig uklart hvorfor beviset ikke omfattede Bohm's teori, indtil John Stewart Bell [1966] over ti år senere udedede sammenhængen. Ifølge Bell behøver en skjulte variable teori ikke at opfylde linearitetsantagelsen, hvormed beviset ikke længere er gyldigt. Hvis vi for eksempel observerer en partikels spinkomponenter S_x, S_y og $S_x + S_y$, da indebærer en måling af S_x én orientering af Stern-Gerlach magneten, S_y en anden orientering og $S_x + S_y$ en helt tredje. Når vi måler $S_x + S_y$ måler vi *ikke* S_x og S_y ; selv hvis S_x og S_y kunne måles samtidigt er det ikke utænkeligt at deres værdier afhænger af hvilke andre størrelser der samtidig måles. Hvis vi måler S_x, S_y og $S_x + S_y$ er det under hinanden ekskluderende omstændigheder og der er ingen *a priori* grund til ikke at tro at fordelingen at de skjulte tilstande afhænger af for eksempel apparaturets orientering. Hvis de tre målinger giver anledning til forskellige fordelinger ρ_x, ρ_y og ρ_{x+y} af skjulte tilstande, da kan vi **ikke** sige at:

$$\int_{\Gamma} \rho_{x+y}(\lambda)[S_x(\lambda) + S_y(\lambda)]d\lambda = \int_{\Gamma} \rho_x S_x(\lambda)d\lambda + \int_{\Gamma} \rho_y S_y d\lambda \quad (3.6)$$

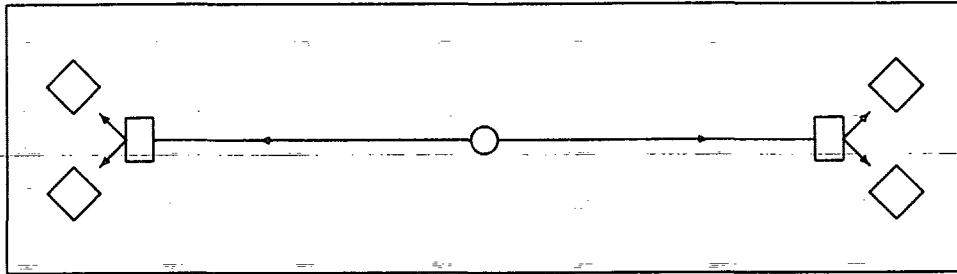
og dermed gælder der **ikke** $\langle S_x + S_y \rangle = \langle S_x \rangle + \langle S_y \rangle$, da vi på venstresiden midler over en fordeling af skjulte tilstande og på højresiden over andre fordelinger. Linearitetsantagelsen er altså ikke generelt opfyldt. Der er derfor stadig et smuthul for skjulte variable, men de kan ikke være af idealobjektiv karakter. Det betyder at vi under alle omstændigheder ikke kan tale om virkeligheden som bestående af individuelle objekter med indre egenskaber der kan iagttages uden at påvirkes. Når vi måler på et system bliver det vævet sammen med måleapparatet på en sådan måde at måleapparatet bliver af betydning for det observerede. Når vi måler henholdsvis S_x, S_y og $S_x + S_y$ er det forskellige fænomener vi studerer og derfor er måleresultaterne ikke relateret på samme simple måde som de observable. Men det betyder at omend værdierne af S_x, S_y og $S_x + S_y$ er veldefinerede,

må vi ikke antage at de samtidigt er tilgængelige for vor viden. Vi bliver nødt til at tro at det eksperimentelle arrangement involveret i en måling af S_x forskyder fordelingen af de skjulte tilstande, så værdien af S_x ikke er den samme som hvis vi med et andet arrangement havde målt for eksempel S_y . Alene det at observere forskellige fysiske størrelser påvirker deres værdier, hvorfor vi aldrig vil kunne adskille det iagttagne fra iagttagelsessituationen. Det er korrekt, som observeret af Bell, at denne tanke - omend fremmed for klassisk fysik - ikke er principelt uforenelig med determinisme. Men der er noget næsten ironisk ved at skjulte variable teorier således kommer til at bygge på en antagelse der udgør ryggraden i komplementaritetsfortolkningen. En sådan teori kaldes *kontekstuel* da den gør værdien af de observerede størrelser afhængig af den eksperimentelle kontekst hvori de måles, eller endnu stærkere kun definerer værdien af en observabel størrelse i en eksperimentel kontekst. En kontekstuel skjulte variable teori forekommer at være det eneste realistiske alternativ til kvantemekanikken.

3.2.2 Bell's Ulighed

En vægtig indvending mod kvantemekanikken er at non-separabiliteten medfører fjernvirkninger idet en måling kan påvirke udfaldet af en måling et helt andet sted, for eksempel som i EPR tankeeksperimentet. Vi vil nu undersøge om skjulte variable teorier kan være lokale, det vil sige fri for fjernvirkninger. Det centrale resultat kendes som *Bell's ulighed* og siger at ingen lokal skjulte variable teori kan reproducere alle kvantemekanikkens resultater. Bell synes at have været sympatisk indstillet overfor skjulte variable teoriers berettigelse og havde kritiseret von Neumann beviset og påpeget muligheden af kontekstuelle teorier [1966], men fandt i sit videre arbejde [1964] den omtalte ulighed der kun gør livet endnu sværere for de skjulte variable (artiklen [1966] er skrevet før [1964]).

For at vise uligheden betragter vi et eksperiment af EPR typen. Systemet udgøres af to elektroner der, efter at have vekselvirket, udsendes i modsatte retninger fra en kilde. Systemet er i en singlet tilstand (total spin nul) beskrevet ved bølgefunktion ψ . Drejelige Stern-Gerlach magneter og detektorer kan måle en spinkomponent af henholdsvis den første og anden elektron. Lad $A_a(\lambda)$ ($B_b(\lambda)$) betegne resultatet af at måle den første (anden) elektrons spinkomponent i retning givet ved enhedsvektor \mathbf{a} (\mathbf{b}) i den skjulte tilstand λ . Da vi generelt betragter kontekstuelle skjulte variable teorier må vi gøre os klart at værdien af A_a (B_b) der måles afhænger af hvilke



Figur 3.1: Bell Eksperimentet. En central kilde udsender elektronpar, en elektron mod højre, en mod venstre. Elektronernes spin kan måles i forskellige retninger ved hjælp af Stern-Gerlach magneter.

andre størrelser der samtidig måles. $A_a(\lambda)$ ($B_b(\lambda)$) betegner pr. definition resultatet af alene at måle A_a (B_b) og ikke samtidigt måle andre observable. Det er i denne forbindelse lokalitetsantagelsen kommer ind. Hvis Stern-Gerlach magneterne er placeret meget fjernt fra elektronkilden vil den magnet der måler den første (anden) elektrons spin ikke kunne vekselvirke med den anden (første) elektron eller med den anden magnet, og derfor er målingen af en elektrons spinkomponent uafhængig af om vi overhovedet måler på den anden elektron og, i givet fald, hvilken spinkomponent vi måler. Man kan for eksempel forestille sig eksperimentet udført over meget store afstande, hvor Stern-Gerlach magneterne først sættes op lang tid efter elektronerne er udsendt fra kilden og fikseres i en bestemt retning umiddelbart før målingen udføres. Målingerne er da spacelike hændelser. Under de betingelser kan målingerne kun påvirke hinanden hvis enten der udveksles information mellem måleinstrumenterne (eller elektronerne) med overlyshastighed, og en sådan mulighed er udelukket af lokalitetsantagelsen. Målingerne kan således betragtes som fuldstændigt uafhængige hændelser.

Hvis vi nu måler værdien af den første elektrons spinkomponent i \mathbf{a} -retning og den anden elektrons spinkomponent i \mathbf{b} -retning, og multiplicerer resultaterne fås $A_a(\lambda)B_b(\lambda)$. (Det ville ikke generelt være tilfældet hvis en måling af A_a kan afhænge af at vi samtidig måler B_b og omvendt.) Lad $P(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ betegne middelværdien af dette produkt i tilstanden ψ og lad $\rho(\lambda)$ beskrive sandsynlighedsfordelingen af de skjulte tilstande (i tilstanden ψ). $\rho(\lambda)$ er normeret til:

$$\int_{\Gamma} d\lambda \rho(\lambda) = 1 \quad (3.7)$$

Da er:

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) A_{\mathbf{a}}(\lambda) B_{\mathbf{b}}(\lambda) \quad (3.8)$$

Det ses at:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c}) &= \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) [A_{\mathbf{a}}(\lambda) B_{\mathbf{b}}(\lambda) - A_{\mathbf{a}}(\lambda) B_{\mathbf{c}}(\lambda)] \\ &= \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) A_{\mathbf{a}}(\lambda) B_{\mathbf{b}}(\lambda) [1 + A_{\mathbf{d}}(\lambda) B_{\mathbf{c}}(\lambda)] \\ &\quad - \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) A_{\mathbf{a}}(\lambda) B_{\mathbf{c}}(\lambda) [1 + A_{\mathbf{d}}(\lambda) B_{\mathbf{b}}(\lambda)] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Regner vi i enheder af $\hbar/2$ er $A_{\mathbf{a}} = \pm 1$, $B_{\mathbf{b}} = \pm 1$, hvormed:

$$\begin{aligned} |P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| &\leq \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) [1 + A_{\mathbf{d}}(\lambda) B_{\mathbf{c}}(\lambda)] \\ &\quad + \int_{\Gamma} d\lambda \varrho(\lambda) [1 + A_{\mathbf{d}}(\lambda) B_{\mathbf{b}}(\lambda)] \\ &= 2 + [P(\mathbf{d}, \mathbf{c}) + P(\mathbf{d}, \mathbf{b})] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Kvantemekanisk vil tilstanden ψ være egentilstand for $A_{\mathbf{a}} B_{\mathbf{a}}$ operatoren, for hvis den ene elektron har spin op i retning \mathbf{a} har den anden elektron spin ned i samme retning, og omvendt (da totalspinnet er nul). En reproduktion af kvantemekanikkens resultater kræver altså $P(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = -1$. Sættes nu $\mathbf{c} = \mathbf{d}$ i (3.10) fås dermed:

$$|P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| \leq 1 + P(\mathbf{c}, \mathbf{b}) \quad (3.11)$$

Kvantemekanikken forudsiger at:

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad (3.12)$$

hvormed fås Bell's ulighed:

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}| \leq 1 - \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} \quad (3.13)$$

Men vælges \mathbf{a} , \mathbf{b} og \mathbf{c} så $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 0$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 1/\sqrt{2}$ fås:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{2} \leq 1 \quad (3.14)$$

og modstrid! En lokal teori kan således ikke reproducere alle kvantemekanikkens forudsigelser for den er i hvert fald i strid med kvantemekanikkens forudsigelser når vi måler spinkomponenter i nogle givne retninger i Bell eksperimentet.

3.2.3 Et Alternativt Bevis

Den matematiske struktur og de fysiske konsekvenser af Bell's ulighed er strålende illustreret i et alternativt bevis af Wigner [1970]. Lad os i Bell eksperimentet vælge 3 faste retninger \mathbf{a}_i , $i = 1, 2, 3$, at måle spinkomponenter i. Lad $A_i (B_j)$ være en kort betegnelse for $A_{\mathbf{a}_i} (B_{\mathbf{b}_j})$. Vi kan måle den første elektrons spin i en af tre mulige retninger og den anden elektrons spin i en af tre mulige retninger, hvilket giver 9 forskellige eksperimenter. Da $A_i, B_j = \pm 1$ (betegnet \pm) kan hvert eksperiment resultere i 1 af 4 udfald:

$$(A_i, B_j) = (+, +); (+, -); (-, +); (-, -) \quad (3.15)$$

alt efter om de to elektroner har spin op eller ned i de pågældende retninger. I første omgang er vi interesserede i om det altid er muligt deterministiske at redegøre for en forsøgsrække. En virkelig forsøgsrække eller teoretiske overvejelser, i form af for eksempel kvantemekaniske forudsigelser, pådutter os en kanonisk fordeling af udfald som vi søger at reproducere. Vi kan altid finde en sandsynlighedsfordeling af λ der er i overensstemmelse med den kanoniske fordeling, hvilket nemt indses ved at betragte en kontekstuel teori. I såfald behøver vi kun at finde fordelingen i et enkelt eksperiment, da vi kan hævde at fordelingen af skjulte tilstande er en anden i et andet eksperiment. Kan vi generelt finde fordelingen for ét eksperiment kan vi finde den for alle eksperimenter. De fire mulige udfald (3.15) kan tildeles sandsynligheder, vi behøver blot at associere hvert udfald med en bestemt værdi af λ og så hævde (i) at værdien af λ fuldstændig bestemmer eksperimentets udfald, og (ii) at λ er fordelt på samme måde som de tilhørende udfald. Det er naturligvis helt generelt. Hver gang vi gentagne gange udfører et eksperiment, der kan bestå af en hvilken som helst måling eller sekvens af målinger på et fysisk system, kan vi, hvis eksperimentet får forskellige udfald, hævde at udfaldene ikke er tilfældige med fuldstændig bestemt af en parameter λ hvis værdi varierer fra eksperiment til eksperiment i overensstemmelse med udfaldene.

På denne måde undgår man problemet ved at introducere en fiktiv parameter som man putter tilfældigheden ind i og så sige at parametren ikke er tilfældig, men blot statistisk fordelt af årsager vi ikke kender. En sådan beskrivelse kan altid lade sig gøre, men er kun plausibel hvis den skjulte variabel kan tillægges en fysisk betydning.

Lad os nu undersøge eksperimentet kvantemekanisk og verificere at forventningsværdien er givet ved (3.12) Hvis den første elektron har spin op i retning

\mathbf{a}_i da vil en måling af den anden elektrons spin i samme retning med sikkerhed resultere i spin ned, og omvendt, da det totale spin er nul. Målingen af A_i kollapser bølgefunktionen så den anden elektron er beskrevet ved en egenfunktion til B_i . Lad den anden elektron have spin op i retning \mathbf{a}_i (har den spin ned betragtes retningen $-\mathbf{a}_i$). Vi arbejder nu i et 2-dimensionelt vektorrum. Som tilstandsvektor for den anden elektron, der er i en egentilstand for B_i med spin op, kan vælges:

$$\psi = (1, 1) \quad (3.16)$$

Hvis \mathbf{a}_j danner vinklen θ_{ij} med \mathbf{a}_i (θ_{ij} valgt mellem 0 og π) kan egenfunktionerne til B_j da repræsenteres ved:

$$B_{j+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\theta_{ij}/2}, e^{i\theta_{ij}/2}) \quad B_{j-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\theta_{ij}/2}, -e^{i\theta_{ij}/2}) \quad (3.17)$$

Løsning af ligningen $\psi = \alpha B_{j+} + \beta B_{j-}$ resulterer i:

$$\alpha = \cos(\theta_{ij}/2) \quad \beta = \sin(\theta_{ij}/2) \quad (3.18)$$

normeret til $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Er den første måling resulteret i $A_i = +1$, vil en måling af B_j resultere i $B_j = +1$ med sandsynlighed $\sin^2(\theta_{ij}/2)$ og i $B_j = -1$ med sandsynlighed $\cos^2(\theta_{ij}/2)$. Hvis omvendt $A_i = -1$ da vil $B_j = +1$ med sandsynlighed $\cos^2(\theta_{ij}/2)$ og i $B_j = -1$ med sandsynlighed $\sin^2(\theta_{ij}/2)$. Da singlet tilstanden er sfærisk symmetrisk er der sandsynlighed $1/2$ for $A_i = +1$. Forventningsværdien af produktet $A_i B_j$ er da:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) &= \frac{1}{2}(+1) \sin^2(\theta_{ij}/2)(+1) + \frac{1}{2}(-1) \sin^2(\theta_{ij}/2)(-1) \\ &+ \frac{1}{2}(+1) \cos^2(\theta_{ij}/2)(-1) + \frac{1}{2}(-1) \cos^2(\theta_{ij}/2)(+1) \quad (3.19) \\ &= \sin^2(\theta_{ij}/2) - \cos^2(\theta_{ij}/2) = -\cos \theta_{ij} = -\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j \end{aligned}$$

i overensstemmelse med (3.12).

I en lokal skjulte variable teori vil elektronparret være beskrevet ved en skjult tilstand:

$$\lambda \equiv (A_1, A_2, A_3; B_1, B_2, B_3) \quad (3.20)$$

hvor A_i (B_i), $i = 1, 2, 3$, alene referer til den første (anden) elektron og angiver resultatet af at måle elektronens spin komponent i retning \mathbf{a}_i . Formen (3.20) er afhængig af at de betragtede teorier er lokale, er det ikke tilfældet kan resultatet af at måle for eksempel A_2 afhænge af om vi samtidig måler

på den anden elektron og i givet fald hvilken komponent vi måler, og λ er da ikke længere veldefineret. Bemærk iøvrigt at i en idealobjektiv skjulte variable teori, hvor vi kan måle på systemet uden at forstyrre det og kan betragte spin som en indre egenskab ved elektronen, er λ altid defineret.

Vi kan nu afslutte beviset. Lad $P(+, A_2, A_3; B_1, B_2, +)$ betegne sandsynligheden for at den skjulte tilstand er sådan at en måling af A_1 og B_3 resulterer i spin op (og tilsvarende med alle andre kombinationer). Overensstemmelse med kvantemekanikken kræver at kun led af formen $P(A_1, A_2, A_3; -A_1, -A_2, -A_3)$ har positiv sandsynlighed og at:

$$\begin{aligned} P(+, A_2, A_3; B_1, +, B_3) &= \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{12}}{2} \\ P(A_1, A_2, +; B_1, +, B_3) &= \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{32}}{2} \\ P(+, A_2, A_3; B_1, B_2, +) &= \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{13}}{2} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Det ses at:

$$\begin{aligned} P(+, A_2, A_3; B_1, +, B_3) &= P(+, -, A_3; -, +, B_3) \\ &= P(+, -, +; -, +, -) + P(+, -, -; -, +, +) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Betragtes leddene på højresiden af (3.22) ses at det første led vil optræde i udviklingen af $P(A_1, A_2, +; B_1, +, B_3)$ og er derfor mindre end dette tal, og det andet led optræder i udviklingen af $P(+, A_2, A_3; B_1, B_2, +)$ og er derfor mindre end dette tal¹. Dermed fås:

$$P(+, A_2, A_3; B_1, +, B_3) \leq P(A_1, A_2, +; B_1, +, B_3) + P(+, A_2, A_3; B_1, B_2, +) \quad (3.23)$$

Indsættes de kvantemekaniske forudsigelser (3.12) fås:

$$\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{12}}{2} \leq \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{32}}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{13}}{2} \quad (3.24)$$

Denne ulighed er imidlertid ikke opfyldt for noget valg af a_1, a_2, a_3 . Det er derfor umuligt at redegøre for kvantemekanikkens resultater ved at indføre skjulte tilstande λ , uanset hvorledes disse er sandsynlighedsfordelt.

¹Vi antager her at sandsynligheder ikke er negative, men det må være rimeligt at forlange af en klassisk model.

3.3 Aspect Eksperimentet

Bell's tankeeksperiment kan bruges til eksperimentelt at undersøge den af kvantemekanikken forudsagte ikke-lokale korrelation mellem to partikler. Et sådan eksperiment, der kan teste om en lokal skjulte variable teori er mulig, er først foreslået af David Bohm, men idéen går naturligvis helt tilbage til EPR eksperimentet. I dette afsnit skal vi diskutere to realisationer af Bell eksperimentet, udført af Alain Aspect, der af mange anses for at være et eksperimentelt bevis for at kvantemekanisk ikke-lokalitet er et virkeligt fænomen, der udelukker lokale skjulte variable.

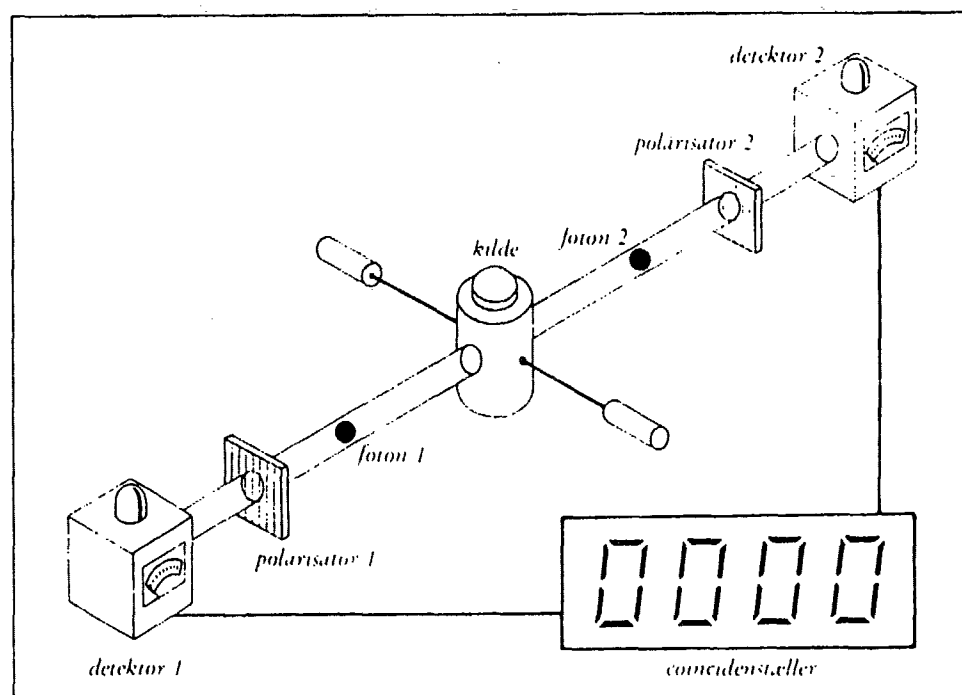
3.3.1 Det Første Eksperiment

Det første eksperiment blev foreslået af Aspect i 1975. Det bygger, som nævnt, på en idé af Bohm (der igen bygger på Bell eksperimentet der igen bygger på EPR eksperimentet). Det tog Aspect 6 år at omsætte det i princippet enkle tankeeksperiment til et praktisk gennemførligt forsøg. Aspect var ikke den første til eksperimentelt at teste Bell's ulighed². De tidligere forsøg viser overvejende overensstemmelse med kvantemekanikken og brud på Bell's ulighed (der er dog enkelte undtagelser), men Aspect eksperimentet er udført med stærkt forbedret apparatur og anses derfor for det mest pålidelige eksperiment.

Det eksperimentelle arrangement er vist i figur 3.2. Forskellen fra Bell eksperimentet er at vi nu, fremfor at studere elektronpar i korrelerede spintilstande, studerer fotoner i korrelerede polarisationstilstande. En calcium-kilde beskydes med laser og frigør fotonpar der er i den korrekte korrelerede tilstand. Fotonerne flyver hver til sit.

På deres vej møder de et polarisationsfilter, hvis orientering kan varieres, og i fald fotonerne passerer filtret registreres det af detektorer. Detektorerne er forbundet med en coincidentstæller. Hver gang der registreres en foton i begge detektorer indenfor et kort tidsinterval (af størrelsesordenen nanosekunder) tager vi det som udtryk for coincidens, det vil sige begge fotonerne i et par passerede polarisationsfiltrene. Ved at sammenligne antallet af coincidenser med det totale antal registreringer, kan vi undersøge om kvantemekanikkens forudsigelser holder stik eller om Bell's ulighed er opfyldt.

²For en oversigt over udførte forsøg, se T. J. Andersen: Aspect Eksperimentet, *Tekster fra IMFUFA* 57, RUC, 1983.



Figur 3.2: Det første Aspect eksperiment. Efter [Voetmann Christiansen 1990].

Matematikken i eksperimentet er stort set den samme som i Bell eksperimentet. Hvis det ene filter er orienteret i retning \mathbf{a} og det andet i retning \mathbf{b} , er antallet af coincidenser i forhold til det totale antal registreringer:

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = |\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \quad (3.25)$$

Denne forudsigelse er baseret på den kvantemekaniske forudsigelse (3.19), udregnet i Bell eksperimentet.

I Bell eksperimentet er elektronerne korreleret således at hvis en elektron har spin op i en givet retning da har søsterelektronen spin ned i samme retning. I Aspect eksperimentet er tilstanden således at hvis en foton passerer sit filter, og dermed er polariseret i den pågældende retning, da er den anden foton polariseret i samme retning, og er dens filter orienteret i samme retning vil den derfor med sikkerhed passere. Mens vi i Bell eksperimentet direkte kan registrere begge de to muligheder (elektronen har spin op eller ned), kan vi i Aspect eksperimentet kun registrere om en foton passerer filtret - ikke om den bremses af filtret. Det vil være forkert at fortolke udeblivelsen af registreringer som at fotonerne bremsedes af filtrene, for kilden udsender fotonpar i alle mulige retninger og det er kun de par der udsendes indenfor en lille rumvinkel der faktisk når frem til filtrene. Hvis den ene foton når frem til det ene filter er det imidlertid helt sikkert at søsterfotonen når det andet filter.

Aspect eksperimentet [Aspect *et al.* 1981] er i strålende overensstemmelse med kvantemekanik og bryder klart med Bell's ulighed. Baseret på coincidensrater definerer Aspect en størrelse S der ud fra henholdsvis Bell's ulighed og kvantemekanik beregnes til:

$$-1 \leq S_{Bell} \leq 0 \quad S_{KM} = 0.118 \pm 0.005 \quad (3.26)$$

Den i eksperimentet fundne værdi er:

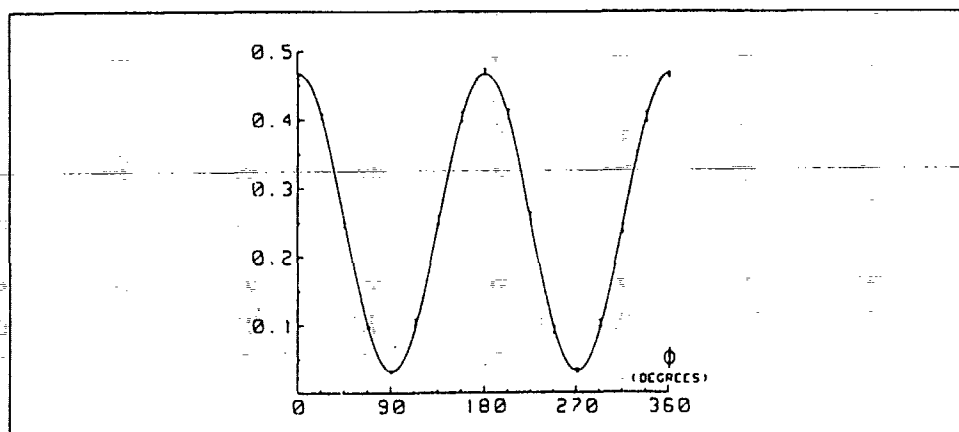
$$S_{exp} = 0.126 \pm 0.014 \quad (3.27)$$

I en anden forsøgsrække måles en størrelse δ der forudsiges til at være:

$$\delta_{Bell} \leq 0 \quad \delta_{KM} = 5.8 \cdot 10^{-2} \pm 0.2 \cdot 10^{-2} \quad (3.28)$$

og måles til:

$$\delta_{exp} = 5.72 \cdot 10^{-2} \pm 0.43 \cdot 10^{-2} \quad (3.29)$$

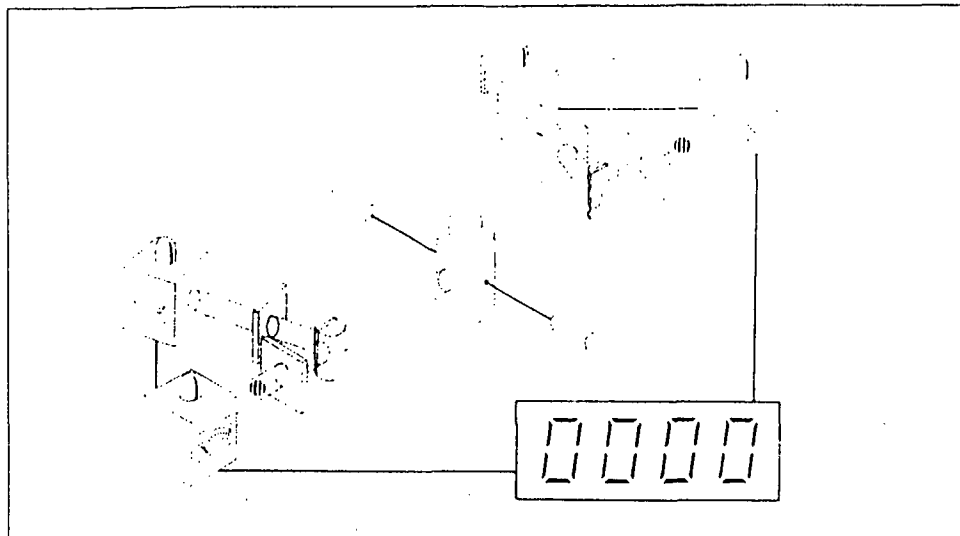


Figur 3.3: Coincidensrater, efter [Aspect *et al.* 1981].

Begge resultater strider mod Bell's ulighed, og dermed eksistensen af lokale skjulte variable (og i det hele taget lokalitet). Figur 3.3 viser coincidensraten afhængigt af vinklen mellem de to polarisationsfiltre, måleresultaterne er indtegnet som små lodrette streger. Aspect gør opmærksom på at kurven ikke er et fit til måleresultaterne, men derimod kvantemekanikkens forudsigelser. 'Det skriver Aspect ikke fordi han frygter, at hans læsere vil mistænke ham for at have manipuleret med kurven. Eller fordi hans læsere ikke kan se, at kurven er fremkommet ved en teoretisk beregning, selv om den så akkurat går gennem måleprikkerne, at det ser ud som om, den er tegnet efter måleprikkerne.... Aspect skriver det fordi det er fysikerens diskrete måde at udtrykke stolthed og forbløffelse på.' [Nørretranders 1985 s.162].

3.3.2 Det Andet Eksperiment

Selv om det første Aspect eksperiment er det hårdt slag mod lokale skjulte variable, er det ikke deres endeligt. Der er smuthuller i eksperimentet og dets resultat kan principelt godt forklares ud fra en lokal teori. Det skyldes at polarisationsfiltrene før eksperimentets udførelse allerede er opstillede og fikserede i bestemte retninger. Man kan derfor forestille sig at fotonparrene før de udsendes fra kilden ved at de vil blive underkastet bestemte målinger, og på forhånd kan have aftalt en 'kvantemekanisk strategi'. I Bell eksperimentet kom lokalitetsantagelsen netop til udtryk ved at vi formodede at den ene partikel ikke kan vide hvad vi måler på den anden (det vil sige i hvilken retning vi måler spin eller polarisation). I så fald er vi nød til at forklare



Figur 3.4: Det andet Aspect eksperiment. Efter [Voetmann Christiansen 1990].

korrelationen ved at sige at partiklerne snakker sammen i måleøjeblikket, og det kan kun ske på en ikke-lokal måde. Aspect og hans medarbejdere prøvede at variere afstanden fra kilden til filtrene (op til 6.5 m) og fandt ingen afvigelse i resultaterne. Det virker lidt underligt at fotonerne skulle vide at der er polarisationsfiltre og detektorer flere meter borte, men det er ikke principelt umuligt. Vi kan derfor ikke totalt afvise lokalitet.

For at undersøge muligheden af en sådan forklaring gentog Aspect sit forsøg, med en lidt anden opstilling. Denne er vist i figur 3.4. Forskellen er at hver foton nu passerer en akusto-optisk omskifter der bestemmer hvilket af to filtre fotonen sendes imod. De to filtre er orienteret forskelligt og fotonparret kan kun vide at de hver vil passere et polarisationsfilter, de kan ikke på forhånd kende filtrenes orientering. Denne konklusion er naturligvis afhængig af at fotonparret ikke ved hvilken retning omskifterne vil sende dem i. Man kan ikke ultimativt afvise at det faktisk er tilfældet, men en sådan forklaring er ret fantastisk, for omskifterne skifter i praksis uafhængigt og tilfældigt mellem at sende fotoner til højre og venstre ca. en milliard gange i sekundet. Selv dem der hævder at Aspect eksperimentet ikke beviser kvantemekanisk ikke-lokalitet, medgiver at det ikke er her problemet ligger eller en lokal forklaring på den tilsyneladende ikke-lokalitet skal findes.

Det andet eksperiments [Aspect *et al.* 1982] udfald er igen i overensstemmel-

se med kvantemekanik. Overensstemmelsen er ikke helt så overvældende som i det første eksperiment, men ikke desto mindre er der god overensstemmelse og igen kan der konstateres brud på Bell's ulighed.

3.3.3 Mulige Smuthuller

Der er varierende måder at forholde sig til Aspect eksperimentet på. Mange betragter det som et eksperimentelt bevis for ikke-lokalitet³ (der er ligefrem dem der siger at eksperimentet slet ikke er interessant for det kunne 'selvfølgelig' ikke andet end at bekræfte kvantemekanik), mens andre søger at påpege fejl og mangler ved eksperimentet der tillader en fastholden ved lokalitet.

John S. Bell, hvis tankeeksperiment lå til grund for Aspect's forsøg, og som *håbede* men ikke *troede* at eksperimentet ville bekræfte hans ulighed⁴, accepterer forsøgets resultat. Han siger om de smuthuller der stadig tillader lokalitet at de '... eksisterer fra et rent logisk synspunkt. Men jeg tror ikke på dem. Ganske vist er det forsøg jeg som teoretiker kunne ønske at se gennemført, meget langt fra det forsøg, Aspect rent faktisk har gennemført. Men det afgørende er, at resultaterne af Aspect eksperimentet kan beregnes i detaljer af kvantemekanikken. At afvise dette som et tilfælde forekommer mig ikke at være rationelt. Der er folk der vil insistere på flere eksperimenter, men jeg kan personligt ikke se en grund til at bede folk om at gennemføre dem. Efter al sandsynlighed er det eksperimentelle spørgsmål afgjort med Aspect's eksperiment.' [Nørretranders 1985 s.177].

Lad os nu se nærmere på de 'loopholes' - smuthuller - der måske stadig tillader lokale teorier, kompatible med Aspect's resultater.

Vi har allerede antydnet den første indvending; apperaturet er fikseret på forhånd og hvis fotonerne kan vide det kan de også have aftalt af opføre sig kvantemekanisk. De behøver ikke først at gøre det når der måles på dem og det kun kan ske via fjernvirkninger. De akusto-optiske omskiftere gør en sådan forklaring mere usandsynlig, men ikke umulig. Fotonparret kan have

³N. D. Mermin skriver for eksempel i en overskrift [1985 s.38]: 'Eksperimenter har vist at det som bekymrede Einstein [og det var den 'spukhafte fernwirkung' - den besynderlige fjernvirkning] ikke er et spørgsmål der kan diskuteres men er den virkelige verdens observerede opførsel.'

⁴Bell: 'Kvantemekanikken er et mirakel af succes. Jeg håbede at den *ikke* ville vise sig at holde. Men jeg havde ikke modet til at forvente det. Så jeg forventede, at kvantemekanikken ville blive bekræftet i Aspect's eksperiment.' [Nørretranders 1985 s.167-168].

afluret omskifteren og ved måske hvilken tilstand de er i, når de selv når frem til dem. Men det virker ikke sandsynligt.

Et andet problem er den lave effektivitet af Aspect's detektorer. Kun ca. 1/10 af de fotoner der passerer filtret og når detektorene registreres faktisk af detektorene. Vi ville umiddelbart forvente at den lille del af fotonerne vi ser er et repræsentativt udsnit, så vi kan regne med at det relative antal coincidenser er det samme for de fotoner vi registrerer, som for dem vi ikke registrerer. Den lave detektor effektivitet skulle derfor kun betyde længere tidsrum, før vi har registreringer nok til at lave en pålidelig statistisk analyse. Men hvis det ikke er et repræsentativt udsnit vi betragter, hvis detektorene har en grund til at foretrække en slags fotoner fremfor en anden, så kan det være et forvrænget billede vi ser. Hvis detektorene foretrækker at registrere 'kvantemekaniske fotoner' er det måske kun i det forvrængede billede at kvantemekanikken holder og Bell's ulighed brydes.

Den sidste indvending mod Aspect eksperimentet er at det ikke fuldstændig opfylder de betingelser Bell stillede til sit tankeeksperiment. Pointen i Bell's udledning af hans ulighed, er netop at forsøget består af *to* spacelike separerede målinger der på alle måder er uafhængige. For eksempel er der ikke forbindelse mellem de to måleapparater. I Aspect's eksperiment er detektorene imidlertid forbundne med en central coincidenstæller hvor målingen finder sted. Dette forhold er bemærket af Peder Voetmann Christiansen [1990]. Den centralt placerede coincidenstæller kan udsende korreleret støj til detektorene, og det kan måske påvirke måleprocessen. Kvantemekanisk kan man nemt forestille sig at forsøget faktisk kun består af én måling (detektorene kommer i en superposition af at have registreret og ikke at have registreret fotonerne, og først i coincidenstælleren sætter kollapset ind) og derfor slet ikke viser ikke-lokal korrelation, men det er ikke sådan man forestiller sig forsøget billedligt. Da forestiller man sig at detektorene faktisk enten registrerer eller ikke registrerer fotonerne, men man kan ikke totalt afvise at fluktuationer i detektorene, der er korrelerede i kraft af coincidenstælleren, kan medføre målefejl. Det er i hvert fald ikke helt rigtigt når Aspect siger at eksperimentet er '... præcis det samme som Bell's tankeeksperiment'⁵. Belle sagde jo også at det var 'meget langt' fra hans idealeksperiment.

⁵Aspect: Experimental tests of Bell's inequalities, foredrag ved Dansk Fysisk Selskabs årsmøde, HCØ, 20. november 1990. Se desuden bemærkningen om eksperimentet: '... it is a straightforward transposition of the ideal Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm scheme' [Aspect *et al.* 1982 s.93]

Voetmann Christiansen mener at det ideelle eksperiment, hvis resultat han forudsiger vil stride mod kvantemekanikken, kan udføres på en af tre måder. Det bedste ville være at registrere fotonerne og tidspunktet for deres ankomst helt uafhængigt i de forskellige detektorer. Første efter forsøgsserien sammenlignes de forskellige detektorers tællinger og antallet af coincidens optælles. Alternativt kan man bevare coincidenstælleren med lade detektorerne trådløst kommunikere registreringer til coincidenstælleren. Endelig kan man bevare ledningerne mellem detektorer og coincidenstæller, med forskyde coincidenstællers position. Ved at bryde opstillingens symmetri forhindres at støjen i detektoren er korreleret. Den sidste version af eksperimentet er faktisk prøvet af Aspect. Han forskød coincidenstælleren men resultatet forblev det samme; en bekræftigelse af kvantemekanikken.

Kapitel 4

Diskussion

I dette kapitel trækker vi de store linier op og høster frugterne af vores tidligere betragtninger. Vi starter med at diskutere skjulte variable teorier. Hvad er motivationen for at indføre sådanne teorier og er det realistisk at tro på skjulte variable? Herefter går vi over til at skitsere nogle af de filosofiske perspektiver der ligger til grund for debatten om kvantemekanikkens fortolkning. Her fokuseres på en række modstridende metafysiske forestillinger; realisme kontra idealisme, idealobjektivismen kontra kontekstualitet og endeligt determinisme kontra indeterminisme. Kapitlet afsluttes med nogle personlige betragtninger over de kvantemekaniske paradokser jeg har søgt at demonstrere.

4.1 Er Skjulte Variable Mulige?

4.1.1 Motivation for Skjulte Variable

En rød tråd gennem hele debatten om kvantemekanikkens erkendelsesteoretiske konsekvenser, har været spørgsmålet om en skjulte variable teori endnu er mulig eller om kvantemekanikken definitivt udelukker en sådan. Det første spørgsmål vi vil diskutere i den forbindelse er om der overhovedet er behov for en sådan teori og hvad der motiverer os til at søge en sådan.

Kvantemekanikken er et 'mirakel af succes' (Bell's ord). Siden teoriens formulering for over 60 år siden, er der ikke konstateret brud på teoriens gyldighed og den har sat os i stand til at løse en lang række problemer i atom

og elementarpartikel fysikken, der uden kvantemekanikken ville repræsentere uoverskuelige vanskeligheder. Kvantemekanikken forekommer i alle praktiske henseender at være præcis og tilstrækkelig, og det behov som nogle føler for en skjult variabel teori kan derfor dårligt være motiveret af et ønske om en mere eksakt teori, der tillader beregninger og forudsigelser der ikke kan gennemføres kvantemekanisk. *Der er ingen pragmatisk grund eller teknisk årsag til at søge en skjult variabel teori*, selvom en sådan ville være en mere fundamental teori og måske ville medføre en revolution i elementarpartikel fysikken. Det er selvfølgelig altid rart med en mere fuldstændig og elementær teori, men det uklart hvor vi skal søge sådan en teori og de indikatorer der trods alt er peger ikke i retning af skjulte variable. *Ønsket om skjulte variable kan alene være ideologisk motiveret*, udfra en betragtning om at kvantemekanik er 'mystisk' eller på anden måde utilfredsstillende rent metafysisk. Det er egentlig en ganske interessant situation fysikken hermed har bragt sig selv i. Det viser at en pragmatisk videnskab, der nok af mange kun betragtes som et teknisk redskab til at frembringe kvantitative forudsigelser, alligevel har rodfæste i en række metafysiske forestillinger, som man nødtigt kaster overbord. Hermed ikke sagt at en 'ideologisk motivation' er en dårlig motivation. Personligt synes jeg at det er ganske glimrende at vi søger om bag formlerne og beregningerne, og prøver at finde den virkelighed der skjuler sig bag dem. Man skal naturligvis ikke dogmatisk fastholde et sæt forestillinger, hvis et andet sæt skulle vise sig at føre til en overlegen teori (i teknisk forstand). Man skal ikke bygge fysikken på hvordan man ville ønske verden så ud, men på hvordan den faktisk er. Men det er ikke den situation vi er i med spørgsmålet om skjulte variable. Jeg tror ikke vi har nået en grænse hvor klassisk beskrivelse og forestillinger uigenkaldeligt kan afskrives, og vi behøver skjulte variable tilhængerne til igen og igen at minde os dette.

4.1.2 Evaluering af Skjulte Variable

Det er mit indtryk at skjulte variable fortolkningen af kvantemekanikken, efter diverse tekniske beviser for deres uforenelighed med kvanteformalismen, Bell's ulighed og Aspect eksperimentet, mildt sagt kan siges at være i krise. Hvert eneste nyt argument i debatten mellem kvantemekanik og skjulte variable har været i kvantemekanikkens favør, og idag kan der derfor kun være endnu mere grund til at afskrive skjulte variable end da kvantemekanikken formuleredes. Omend jeg stadig, i en vis forstand, tror på et klassisk billede af virkeligheden (jeg skal senere forklare hvorfor), tror jeg ikke på skjulte

variable. Hvis de skjulte variable alene introduceres på en sådan måde at de reproducerer kvantemekanikken (og ellers er de formodentlig i strid med eksperimenter) er de af ringe værdi. *De skjulte variable introduceres ud fra ønsket om at reetablere klassisk beskrivelse, men deres utilstrækkelighed i denne henseende er tydelig.* En 'klassisk beskrivelse' er baseret på forestillingerne om mekanisme, idealobjektivisme, determinisme og lokalitet. Men for at være i overensstemmelse med kvantemekanik må enhver beskrivelse af det atomare domæne opgive i det mindste nogle af disse forestillinger.

von Neumann, Gleason og Jauch og Piron's beviser demonstrerer at idealobjektivisme er uforenelig med kvantemekanik. Vi kan da introducere kontekstuelle skjulte variable, det vil sige opgive forestillingen om at virkeligheden består af partikler og elementer der *har* fysiske egenskaber. Egenskaberne er et fænomen der knytter sig til en (eksperimentel) kontekst, i hvilken mange elementer indbyrdes vekselvirker. Idéen om kontekstualitet er, i mine øjne, en af de helt essentielle forestillinger som kvantemekanikken har introduceret, og et af fysikkens metafysiske gennembrud. En kontekstuel skjulte variable teori er stadig, omend ikke i den forstand vi har anvendt ordet, 'klassisk' idet den stadig tillader en billedlig beskrivelse af mikroskopiske fysiske processer. Kontekstualitet alene betyder derfor ikke den klassiske beskrivelses endeligt. Det virkelige slag mod de skjulte variable er Bell's ulighed, der demonstrerer at lokalitet er uforenelig med kvantemekanik, og Aspect's realisation af Bell's tankeeksperiment. von Neumann's bevis viser kun at ingen idealobjektiv skjulte teori eksakt kan reproducere kvantemekanikken. Man kan stadig forestille sig en vilkårlig god idealobjektiv approksimation til kvantemekanikken, og man vil naturligvis aldrig eksperimentelt kunne skelne en sådan tilstrækkelig præcis approksimation fra kvantemekanikken. Bell's ulighed viser derimod at en lokal teori kun kan approksimere kvantemekanikken til en vis grænse. Der vil altid være et gab mellem kvantemekanik og lokalitet og det er stort nok til at vi eksperimentelt kan teste om den virkelige verden er det ene eller det andet. Omend der findes ikke-lokale skjulte variable teorier (for eksempel Bohm og Bub's teori) må det være meget svært at opgive lokaliteten for en klassisk indstillet person.

Afrundende kan man sige at skjulte variable er en mulighed, men heller ikke meget andet. De skjulte variable teorier der er foreslået er enten direkte forkerte, lokale teorier strider for eksempel mod Aspect eksperimentet, eller også er de mulige men ikke plausible, fordi de skjulte variable introduceres som matematiske parametre og intet andet. Det er muligt at en anden matematisk formalisme end lige præcis kvanteformalismen ville frembringe de samme kvantitative resultater, men en klassisk formalismes betydning

ligger i at de matematiske symboler kan tillægges en fysisk betydning. Først når den betingelse er opfyldt har vi en egentlig fysisk teori.

4.2 Filosofiske Perspektiver

4.2.1 Realisme kontra Idealisme

Klassisk fysik er realistisk¹ idet den beskriver verdenen som alene bestående af en række materielle substanser med veldefinerede objektive egenskaber. Kvantemekanikken beskriver derimod kun hvordan verdenen tager sig ud for en observatør der er i stand til at måle værdien af systemers fysiske observable størrelser. Hvis vi anvender vor tidligere skelnen imellem en ydre materiel verden og en indre sjælelig eller mental verden, kan vi skitsere 3 verdenssyn og undersøge i hvilken udstrækning kvantemekanikken afviger fra den klassiske fysik.

- (i) (Realisme) Der eksisterer en ydre verden, men ingen indre verden.
- (ii) (Dualisme) Der eksisterer såvel en ydre som en indre verden.
- (iii) (Idealisme) Der eksisterer en indre verden, men ingen ydre verden.

Den klassiske fysik bekender sig til (i). Ikke nødvendigvis som et dogme om at der kun er materien, men i hvert fald i den udstrækning at den materielle verden kan beskrives alene med reference til sig selv, det vil sige uden at involvere sjælen, Gud eller observatørens bevidsthed. Mekanicisme er groft sagt en metafysisk legalisering af denne procedure, idet mekanicisten alene tror på materiens eksistens.

Kvantemekanikken er lidt mere svævende i spørgsmålet. Fysikken handler selvfølgelig om den ydre verden, men undertiden er det som om at vi ikke helt kan sige os fri for den indre verden. Kvantemekanikkens evige reference til observatøren kaster et dunkelt skær over spørgsmålet og det som om vi ikke helt kan opretholde synspunkt (i).

Der er fysikere der på baggrund af kvantemekanikken åbent bekender sig til det dualistiske synspunkt (ii). Man må da forestille sig at verden består af såvel fysiske som mentale substanser, der er egentligt væsensforskellige. Hvis den fysiske verden ikke kan beskrives uden reference til de mentale substanser må der være en vis vekselvirkning mellem ånd og materie. Vores sjælelige

¹'Realisme' kan i det store hele erstattes af 'materialisme'.

liv påvirkes i allerhøjeste grad af det fysiske miljø vi befinder os i, men det er altså en påvirkning der går begge veje. En sådan pointe er fremhævet af E. P. Wigner [1967 og 1969], der argumenterer ud fra sit 'Wigner's ven' paradoks. Wigner forestiller sig en situation hvor en observatør ønsker at måle en observabel på et system, der er i en superposition af egentilstande for den pågældende observable. Observatøren kan enten udføre målingen ved hjælp af et måleapparat eller få en ven til at foretage målingen og derefter meddele resultatet. Hvis observatøren anvender sit måleapparat konkluderer han, ud fra Schrödingerligningen, at måleapparatet kobles på superpositionen. Hvis det var vennen der udførte målingen ville han ligeledes komme i en superposition af at meddele forskellige resultater og først i vekselvirkningen med observatøren ville kollapsedet indtræde (for eksempel når lyden af vennens stemme når observatørens øre). Men hvis nu observatøren spurgte vennen hvad han havde målt inden han meddelte sit resultat, ville han ikke svare 'Jeg målte en masse forskellige resultater' (svarende til superpositionen), men derimod 'Det har jo allerede sagt'. Observatøren må derfor konkludere at kollapsedet allerede satte ind i vekselvirkningen mellem ven og system, og dermed at vennen ikke opfylder Schrödingerligningen. Da Schrödingerligningen imidlertid er af universel gyldighed for alle fysiske systemer, må observatøren beskrive sin ven som mere end blot et fysisk system, han er i besiddelse af et ikke-fysisk element, nemlig bevidsthed. Wigner accepterer denne konklusion: '... argumentet for forskellen i opførsel mellem et dødt måleapparat og observatører med bevidsthed - og dermed for en overtrædelse af de fysiske love når bevidsthed er involveret - er fuldstændig konsistent når man accepterer alle den ortodokse kvantemekaniks konsekvenser.' [Wigner 1967 s.181].

Personligt har jeg intet imod synspunktet (ii), jeg er ligefrem sympatisk indstillet overfor det som metafysisk princip, men jeg tror ikke at det hører hjemme i fysikken og betragter Wigner's argumentation som en vild extrapolation. Argumentet er baseret på at måleapparatet kan komme i en superposition, men at vennen ikke kan. For mig at se indtræffer kollapsedet (i den udstrækning det overhovedet eksisterer) i transitionen fra mikro til makroskopisk fænomen og der er derfor ikke tale om at et måleapparat kommer i en superposition der reduceres af bevidstheden. Selv hvis bevidstheden påvirker de materielle objekter der omgiver os, og det kan man ikke udelukke, er det i et så ringe omfang at det ikke er rimeligt at basere en fysisk teori alene på et mysteriøst kollaps forårsaget af bevidsthed. Verdenen består af tusinder af fysiske processer der intet har med 'bevidsthed' at gøre, og disse processer kan beskrives som det de er, nemlig *fysiske* processer. Jeg vil se-

ner uddybe min personlige opfattelse af kvantemekanik, men lad det være sagt allerede nu at kvantemekanikken konsistent kan baseres på synspunktet (i), selvom den ofte præsenteres i en form der er tættere på (ii) eller ligefrem (iii).

Den idealistiske opfattelse (iii) er uforenelig med normal fysisk tankegang. Det er intet ultimativt argument for at verdenen ikke blot er en projektion af vores sjæleliv, men det er næppe rimeligt at basere videnskaben om den ydre verden på en antagelse om at den ikke eksisterer. Hvis (iii) er rigtig er mentale processer elementære idet de er verdens byggesten, mens materielle objekter som for eksempel en elektron er et sammensat og kompliceret fænomen. Al fornuft taler mod dette. Faktum at selv de simpleste mentale processer forekommer os uendeligt komplicerede, mens elektronen og den bevægelse kan beskrives med utrolig præcision ud fra nogle simple love.

4.2.2 Idealobjektivismen kontra Kontekstualitet

Vi arbejder nu videre ud fra den realistiske hypotese at den materielle verden er objektivt eksisterende. Det spørgsmål vi vender os mod er formen af den materielle verden. Idealobjektivismen er forestillingen at verden består af separate elementer med en indre natur, det vil sige elementerne besidder nogle fysiske attributter uafhængigt af de øvrige elementer og deres attributter. Modsætningen hertil er kontekstualitet hvor man forestiller sig at det kun er i samspillet mellem elementerne - konteksten - at fysiske attributter eksisterer. Filosofen Kurt Hübner har karakteriseret forskellen i Bohr og Einstein's synspunkter ved at sige at Bohr's verden består af relationerne mellem distinkte substanser (separate elementer), mens Einstein's verden består af distinkte substanser alene og relationerne imellem dem kan beskrives ud fra substanserne. Dette er en meget præcis karakteristik, der sætter fingeren på det afgørende punkt. Vi skelner mellem de to synspunkter:

- (i) (Idealobjektivismen) Der eksisterer separate elementer med indre egenskaber.
- (ii) (Kontekstualitet) Kun relationerne mellem elementerne er meningsfulde.

Striden mellem (i) og (ii) er et gammelt filosofisk problem. Spørgsmålet er, i en vis forstand, om virkeligheden er en film der kører forbi vores øjne og som vi passivt betragter eller om vi alene ved at betragte filmen griber ind i dens forløb. Betragtet således har spørgsmålet paralleller til spørgsmålet om bevidstheden kan kollapse bølgefunktionen.

Filosoffen F. C. S. Schiller har taget stærkt parti for kontekstualitet (så stærkt at det minder om idealisme)²:

At det Virkelige har en fastlagt natur som vor vidende afslører men ikke påvirker, så det at vi ved det ingen forskel gør for det, er en af disse rene antagelser der er umulige, ikke bare at bevise, men endda rationelt at forsvare. Det er et levn fra en grov realisme der kun kan forsvares ... på grund af sin praktiske bekvemmelighed ... som en ultimativ analyse af kendsgerningen at vide er det en totalt utilstrækkelig fortolkning.

En mere nuanceret indstilling, der er svær at rubricere som (i) eller (ii), er udtrykt af William James, en filosof den unge Bohr var inspireret af. James overvejer situationen første gang et menneske betragter 'store bjørn' sjernebilledet³:

... vi tæller stjernerne og siger at der er syv, og vi siger at der var syv før de blev talt.... Men hvad mener vi ved således at projicere vores nuværende menneskelige tankegang ud i fortidens evighed? Har en "absolut" tænker allerede udført tællingen ...? Var der explicit syv ... før det menneskelige vidne kom? Der er bestemt intet i sandheden om egenskaber som tvinger os til at tænke således. De var kun det vi kalder dem, og det var os menneskelige vidner der først forklarede dem og gjorde dem "virkelige". En kendsgerning er latent præ-eksisterende når alle betingelser for dens realisation undtagen en allerede er tilstede. I dette tilfælde er den manglende betingelse akten at tælle og sammenligne. Men det er stjernerne (når sindet nu en gang betragter dem) der dikterer resultatet. Tællingen modificerer ikke deres tidligere natur, og, da de er det de er, kan tællingen ikke resulterer i andet. Den kunne *altid* være udført. *Aldrig* kunne tallet syv betvivles, *hvis spørgsmålet* [om stjernernes antal] *en gang var rejst*.

Vi har her et kvasi-paradox. Unægteligt skaber tællingen noget der ikke var der før. Og alligevel var det noget *altid sandt*. I en forstand har du *skabt* det, og i en anden forstand har du *fundet* det.

²Citeret fra [Ford 1982 s.62].

³Citeret fra [Ford 1982 s.66].

Mens klassisk fysik er idealobjektiv er kvantemekanik klart kontekstuel. Dobbeltspalte eksperimentet viser med al tydelighed at elektroner ikke er partikler eller bølger, men kan besidde begges egenskaber afhængigt af den eksperimentelle kontekst. Ligeledes er fysiske attributter som energi og impuls ikke altid veldefinerede udover i en målesituation. Kvantemekanikken fortæller at tingene ikke bare *er* noget, som vi så kan iagttage uden at ændre det eller på anden måde påvirke det. De eksperimentelle omstændigheder er en nødvendig ramme for fænomenernes opståen. Som Bohr (vistnok) har udtrykt det er vi på livets scene både tilskuere og skuespillere. Vi har selv en rolle i virkelighedens film.

4.2.3 Determinisme kontra Indeterminisme

Endne et vigtigt punkt hvor kvantemekanikken forholder sig anderledes end den klassiske fysik, er spørgsmålet om determinisme. Klassisk fysik er deterministisk mens kvantemekanik er indeterministisk. Igen skelner vi mellem en række standpunkter:

- (i) Fortiden er åben, fremtiden er åben eller lukket.
- (ii) (Determinisme) Fortiden såvel som fremtiden er lukket.
- (iii) (Indeterminisme) Fortiden er lukket, fremtiden er åben.

Når vi siger at for eksempel fremtiden er åben (i modsætning til lukket) mener vi at den delvis er ubestemt og dermed endnu ikke totalt fastlagt.

Synspunktet (i) er her hovedsagligt medtaget for fuldstændighedens skyld. Der er nok ikke mange der vil hævde at fortiden ikke en gang for alle er bestemt, men stadig er åben for modifikationer. Om dette synspunkt har filosofen Alfred C. Lane sagt⁴: 'Jeg tror kendsgerningerne er imod det; det vil sige sådan som jeg forstår universets struktur, kunne en fysiker der sidder på en passende fiksstjerne idag se kohorterne korsfæste Kristus, eller høre forhistoriske væseners skrig, forudsat han havde tilstrækkeligt fintfølelse instrumenter, og med sådan tilstrækkeligt rafinerede instrumenter ville kosmos forekomme at være et stort galleri fyldt med hviskende ekkoer fra fortiden.' Lane's synspunkt er essentielt korrekt. Fortiden er for altid ude for vores rækkevidde og intet kan gribe tilbage i tiden og modificere det der allerede har været. Der har været tale om 'baglæns kausalitet', det vil sige at en begivenhed kan forårsage en virkning i fortiden. Hvis vi for eksempel i Bell's tankeeksperiment forestiller os at den ene elektron når den når Stern-Gerlach

⁴Citeret fra [Ford 1982 s.69].

magneten er istand til at gribe tilbage i tiden og fortælle den anden elektron, før den overhovedet er udsendt fra kilden, hvad den oplever, så er lokaliteten ikke brudt. Elektronerne kan på forhånd vide at de vil møde Stern-Gerlach magneter orienteret på bestemte måder (selv om disse måske endnu ikke er opstillet) og kan aftale en kvantemekanisk strategi. Med en sådan 'forklaring' kan vi eliminere ikke-lokaliteten. Vi kan faktisk aldrig få problemer med lokalitet, for to spacelike hændelsers lyskegler vil altid overlape hinanden en gang i fremtiden og da kan en fremtidig begivenhed påvirke de to hændelser således at de indirekte også kan påvirke hinanden på en lokal måde, omend de er spacelike separerede. *Men hermed bliver lokalitet et tomt udsagn*, for vi kan leve i en verden hvor de fjerneste dele øjeblikkeligt påvirker hinanden og alligevel hævde at alting er lokalt.

De eneste reelle muligheder, men mindre vi altså vil gøre total vold på kausalitetsprincippet, er (ii) og (iii). Personligt tror jeg på indeterminisme. Klassisk fysik er deterministisk og mange ting forekommer at være helt regelbundne og styret af lovmæssigheder som der ikke kan gås på kompromis med, men alligevel er der både plads til og behov for spontanitet og tilfældighed. At hævde at det en gang for alle er bestemt præcis hvad jeg vil tænke og gøre år ud i fremtiden, og i det hele taget at hver eneste detalje i universets historie allerede er fastlagt, er for mig at se en uhæmmet overfortolkning af den klassiske fysik. Universets udvikling er en proces præget af evig forandring. Når elementarpartikler vekselvirker og danner aggregater opstår der nye fænomener, der ikke blot kan reduceres til de konstituerende elementer. Helheden er virkelig mere end summen af delene. Når elementerne indgår relationer med hinanden tilføres universet nye elementer, det vil sige noget der ikke var der før, og nyheden ligger netop i uforudsigeligheden af de fænomener det medfører. Hvis alting allerede var bestemt på forhånd ville der ikke være den mindste mulighed for at noget egentligt nyt kunne opstå. Rigtig forandring ville være udelukket.

4.3 En Mulig Fortolkning af Kvantemekanik

4.3.1 Er Kvantemekanikken fuldstændig?

Det spørgsmål Bohr og Einstein cirkledede om var spørgsmålet om kvantemekanikkens fuldstændighed. Jeg vil nu redegøre for mit eget svar på spørgsmålet. Jeg tror kvantemekanikken er fuldstændig i den forstand Bohr og Einstein

diskuterede, det vil sige den giver en fuldstændig redegørelse for atomare systemers tilstand, men ikke i den forstand at den er den ultimative mikroteori hvoraf alting, inklusive makrofysikken, kan udledes.

For det første må vi gøre os klart at kvantemekanikken ikke taler om 'det som er', eller i det hele taget giver et billede af virkeligheden, den består stort set kun af en matematisk formalisme der tillader kvantitative forudsigelser af måleresultater. Dette skyldes at kvantemekanikken alene udtaler sig om udfaldet af målinger. Selv bølgefunktionen kan ikke fortolkes uden at referere til målinger. Vi kunne for eksempel spørge om bølgefunktionen er 'virkelig', og i så fald ville vi blive nødt til at svare nej. Schrödinger forsøgte oprindeligt at fortolke bølgefunktionen som et stoffelt, men en sådan fortolkning er ikke holdbar. Den bølgepakke der i givet fald udgør for eksempel en elektron, vil spredes ud i rummet over tid hvorfor elektronen derfor skulle være ustabil og blive 'udsmurt' over et stort område. Det er ikke tilfældet. Den korrekte fortolkning er den af Max Born foreslåede. Ifølge denne er absolutkvadratet af bølgefunktionen en sandsynlighedsfordeling for hvor elektronen er, *hvis vi måler dens position*. Når vi ikke måler på elektronen er den ingen steder. Bølgefunktionen udtrykker derfor ikke elektronens tilstand uafhængigt af resten af verden, den udtrykker kun tilstanden som set af en menneskelig observatør. På en gang viser dette forhold kvantemekanikkens tilstrækkelighed og samtidigt dens utilstrækkelighed. Teorien er tilstrækkelig idet den fuldstændigt redegør for de måleresultater vi iagttager, og det er nok for vi kommer aldrig til at vide andet end det vi direkte kan måle. Samtidig er den utilstrækkelig idet den ikke billedligt repræsenterer tingene og det er mit indtryk at der vitterligt er en virkelighed bag målingerne, og vel at mærke en virkelighed der kan beskrives i ord og billeder. Universets tilstand før livets opståen var måske en overordentlig kompliceret superposition. Kvantemekanikkens beskrivelse af denne tilstand ville være at *hvis* vi foretog en måling under bestemte forhold så ville der være den og den sandsynlighed for at observere for eksempel en foton, stjerne eller galakse med den og den energi. Men faktum er at der ikke foretoges nogen målinger. Betyder det at der ikke var nogen virkelighed? Var der ingen fotoner, stjerner og galakser, og havde de ikke energi?

Hvis man helt ukritisk tror at kvantemekanikken er fuldstændig, i den forstand at alle fysiske systemer kan beskrives ved en bølgefunktion der udvikles efter Schrödingerligningen undtagen i målesituationer, kommer man ud i disse absurde konklusioner. I så fald er det korrekt at sige at en kat kan være levende, en kat kan være død, ergo kan den være både død og levende. Men en så horribel konklusion viser med al ønskelig tydelighed at

et eller andet sted i slutningskæden begår man en fejl. Jeg tror at denne fejl opstår ved at man beskriver et makroskopisk system, som for eksempel en kat, ved hjælp af kvanteformalismen. *Faktum er at kvanteformalismen udover al tvivl har demonstreret sin styrke og anvendelighed i atomfysikken, men derfra og så til at slutte at den derfor nødvendigvis også er en korrekt makroskopisk teori er der et længere spring end de fleste tror.* Kvantemekanikken har ikke demonstreret sin gyldighed i makrofysikken, tværtimod. Paradokser som Schrödinger's kat viser netop at kvantemekanikkens tankegang ikke er anvendelig på makrosystemer. Mit personlige indtryk er at kvantemekanikken er gyldig i mikrodomænet, mens den klassiske fysik er gyldig i makrodomænet. Den klassiske fysiks gyldighed er ikke begrundet i at den er en makroskopisk grænse for kvantemekanikken, på makroplan er den klassiske fysik mere korrekt end kvantemekanikken, og det er derfor i denne grænse kvantemekanikken der approksimerer den klassiske fysik snarere end omvendt. På mikroplan er forholdet det omvendte.

Nogle vil måske protestere mod en sådan fortolkning, udfra en betragtning om at der bør være en fundamental fysisk teori der beskriver såvel mikro som makroverdenen. En sådan tankegang er bekvem, men ikke korrekt. Den er alene begrundet af en traditionel reduktionistisk tankegang, ifølge hvilken beskrivelsen af et makrosystem er komplet når vi har redegjort for hver enkelt at systemets dele. For reduktionisten er en fuldstændig teori for mikroverdenen derfor en fuldstændig teori for alting, idet ethvert sammensat system kan beskrives udfra de mikroelementer det udgøres af. *En sådan tankegang er ikke en logisk nødvendighed, men kun bekvemmelighed hvis begrænsninger kommer til syne i spørgsmålet om kvantemekanikkens anvendelighed på makrosystemer.* Mere realistisk er det at forestille sig at når mange mikroelementer vekselvirker og danner aggregater, sker der en transition fra et mikroskopisk til et makroskopisk fænomen, og det makroskopiske fænomen kan være underkastet lovmæssigheder der er fundamentalt forskellige fra mikrolovene. Makro og mikroverdenen kan derfor være fundamentalt set forskellige. Mikroverdenen kan være et brølende hav af superpositioner og eventualiteter, men makroverdenen består af klassiske legemer med veldefinerede egenskaber. Kun med en sådan fortolkning kan vi med god samvittighed anvende kvantemekanikken på atomare problemer, og samtidig hævde at den makroskopiske verden består af objektivt eksisterende genstande hvis egenskaber er uafhængige af at de bliver observeret.

Opsummerende kan vi sige at kvantemekanikken er leverer en fuldstændig beskrivelse af atomare systemer, men teoriens gyldighed er begrænset til det

mikroskopiske domæne. Man sige at teorien er fuldstændig men ikke total (idet den ikke beskriver alting).

4.3.2 Målingens Natur

Imorgen opdager astronomer at der er liv på Mars! Et rumskib sendes straks afsted og ankommer snart efter til Mars. Marsboerne har fysik på præ-Newtonsk niveau. De venlig jordboere forærer dem derfor en lærebog i kvantemekanik, og marsboerne kaster sig, ivrige efter ny viden og teknologisk fremskridt, straks over den. De er dygtige matematikere og de mestrer hurtigt Hilbert rums formalismen, men de forstår ikke fysikken. Lærebogen taler hele tiden om fysiske observable og målinger, men forklarer intetsteds hvad disse begreber dækker over. Marsboerne forstår godt hvad en selvadjungeret lineær operator er, men ikke hvad impuls er. (De ville naturligvis forstå impuls hvis de fik at vide at det er bevægelsesmængden i et klippestykke, men det er jo en klassisk forklaring.) Til sidst beslutter de simpelthen at konstruere et måleinstrument og så med tiden finde ud af hvad det egentligt er de måler. Men et nyt problem møder dem. For at kunne måle på et objekt må man lave nogle antagelser om objektets egenskaber og opførsel. Hvis jeg vil måle en elektrons spin må jeg have en kilde der udsender elektroner i retning af en Stern-Gerlach magnet og jeg må verificere at elektronen faktisk passerer magneten. Marsboerne konkluderer at for at konstruere et måleapparat må man først have et andet måleapparat, men dets konstruktion er igen betinget af at man allerede har udviklet et tredje måleapparat og så videre. Nu svimler det for marsboerne og de lægger kort efter fysikken på hylden, udfra en betragtning om at kvantemekanikken kun er et matematisk spil. De får aldrig bygget rumskibe, men bliver istedet store filosoffer!

Min pointen med denne lille historie er at kvantemekanikken bygger på den klassiske fysik. Kvantemekanikken er ikke mere fundamental end den klassiske fysik, logisk set er forholdet det modsatte. *Den klassiske fysik er en forudsætning for kvantemekanikken, idet centrale kvantemekaniske begreber som "måling" og "observable" kun kan interpreteres i den klassiske fysiks rammer.* Om målinger siger kvantemekanikken kun at det er en proces hvori værdien af en observabel entydigt fastlægges, og om observable kun at de repræsenteres ved selvadjungerede operatorer. Hvis vi ønsker at fortolke kvantemekanikken, det vil sige prøve at danne et kvantemekanisk billede af verdenen, fremfor blot at betragte den som operationelt maskineri der blot producerer kvantitative forudsigelser, så må vi nødvendigvis referere til den

klassiske fysik. Hvis man hævder at kvantemekanikken forklarer det hele og at den klassiske fysik kun er korrekt i den udstrækning den approksimerer kvantemekanikken, så er det, for mig at se, totalt obscult hvorfor det overhovedet er nødvendigt at referere til den klassiske fysik. Desuden synes det inkonsistent at fortolke en teori i termer af en anden teori, som man hævder er forkert. Hvis vi derimod hævder at klassisk fysik er den fundamentale teori for det makroskopiske domæne, så evaporerer dette problem og vores reference til den klassiske fysik er fuldt ud tilladelig. De klassiske billeder er imidlertid ikke fuldt tilstrækkelige i kvantefysikken, hvilket blot bekræfter at mikro og makrofysikken er kvalitativt forskellige.

Begrebet måling kan altså fortolkes klassisk, men hvad dækker det mere præcist over? De fleste opfatter måske en måling som noget en fysiker udfører i et laboratorium med en masse udstyr, men jeg mener at der er behov for at udvide begrebet væsentligt. Hvis vi kun tillader at målinger er noget vi mennesker kan udføre, så kommer vi ud i absurde postulater som for eksempel at spin ikke eksisterede før Stern-Gerlach magneten blev opfundet. For mig at se består målingen i en vekselvirkning der ikke er væsentligt anderledes end alle mulige andre vekselvirkninger. Det har intet at gøre med at observatørens bevidsthed eller lignende interfererer med det betragtede system. Hvis fysikeren forlader sit laboratorium og målingen foretages automatisk, er det lige så meget en måling som hvis han var blevet. Apperaturet kommer *ikke* i en besynderlig superposition, der først kollapse i det sekund apperaturet aflæses. Hvis vi anlægger det synspunkt at alle makrosystemer er klassiske, kan vi forklare hvad en måling er på en langt mere rimelig måde. Hvis et mikrosystem er i en tilstand hvor det kan forårsage forskellige makroskopiske fænomener afhængigt af værdien af en af systemets observable, vil systemets bølgefunktion kollapse og en måling kan siges at have fundet sted. Hvis vi har arrangeret et eksperiment således at hvis et atom har en energi da vil en viser slå ud på en måde og hvis atomet har en anden energi vil viseren slå ud på en anden måde, så foretager vi en måling. For hvis atomet er i en superposition af energiegentilstande så vil viseren stadig kun, da den er et klassisk objekt, slå ud på én måde og atomet vil derfor tvinges til at antage en bestemt energi. Argumentet betjener sig af en viser og antyder dermed at det er mennesker der udfører målingen, men der er tusind andre eksempler på processer hvor en mikroskopisk effekt får makroskopiske konsekvenser og alle disse processer kan rubriceres som målinger.

Der er måske nogen der vil synes at ovenstående definition af en måling vender tingene på hovedet. Jeg siger at det makrosystemets (viserens) klassiske natur der tvinger mikrosystemet til at antage en bestemt tilstand, men

nogle vil nok mene at makrosystemets egenskaber alene er bestemt af dets mikroskopiske bestanddele og deres egenskaber. Jeg kan kun gentage at et sådant argument er udpræget reduktionistisk, idet det antager at det er mikroverdenen der dikterer hvordan makroverdenen ser ud, uden at der er en påvirkning den anden vej. I mange sammenhænge er et sådan ræsonnement bekvemt og udgør en god model, men ultimativt er der intet i kvantemekanikken der begrundet denne antagelse. Den forekommer direkte irrationel da den dels er overflødig og dels medfører forfærdelige paradokser. Antagelsens opgivelse fører derimod til en rationel fortolkning af kvantemekanikken der undgår disse bizarre paradokser og postulater.

En af de anekdoter kvantemekanikkens historie er så rig på, fortæller at Einstein, i en diskussion med en tilhænger af den ortodokse fortolkning, direkte spurgte 'Tror du Månen eksisterer når ingen kigger på den?' [Mermin 1985] (bemærkningen har forøvrigt lagt navn til Mermin's artikel). Hvis man virkelig tror på den ortodokse fortolkning kommer man faretruende tæt på at svare nej til spørgsmålet. Mit svar er (selvfølgelig) ja, for Månen er et klassisk objekt og som sådan har det eksistens uafhængigt af observatører. Elementarpartikler og atomer eksisterer også men deres egenskaber er kun skarpt definerede i målesituationen. En forklaring på hvorfor atomer og andre mikrosystemer har ubestemte egenskaber, mens makrosystemer har veldefinerede egenskaber skal søges i James' bemærkning 'En kendsgerning er latent præ-eksisterende når alle betingelser for dens realisation undtagen en allerede er tilstede'. For at verificere at Månen virkelig er tilstede i himlen skal jeg belyse den og derefter registrere det reflekterede lys med mit øje. Det lys jeg sender mod Månen påvirker den (iform af for eksempel strålingstryk) men det er en påvirkning der er forsvindende i forhold til vekselvirkningen mellem de elementer der udgør Månen. Det er imidlertid ikke situationen for mikrosystemer der kun udgøres af få elementer. I så fald kan vekselvirkningen med måleapparatet (og et måleapparat kan altså være et hvilken som helst makrosystem hvis tilstand afhænger af mikrosystemets tilstand) være en væsentlig del af de definerende omstændigheder der tillader at sige at mikrosystemet har den og den energi, impuls eller hvad vi nu taler om. På den måde kan vi forklare hvorfor makroverdenen er klassisk og mikroverdenen kvantemekanisk. Månens position og øvrige egenskaber er 'latent præ-eksisterende' mens atomets egenskaber ikke er det.

Man kan selvfølgelig indvende at grænsen mellem mikro og makro er flydende og at en skelnen mellem decideret kvantemekaniske objekter og decideret klassiske objekter dermed er umulig. En sådan indvending er principelt korrekt, men af ringe betydning for diskussionen. Atomer og lignende systemer

består af ganske få elementer, mens de makroskopiske objekter der omgiver os i hverdagen består af 10^{20} – 10^{30} elementer. Dette enorme størrelsesforhold gør at der er masser af plads til en glidende overgang mellem kvantemekanisk og klassisk beskrivelse og samtidigt at vi trygt kan sige at atomer er fuldstændig kvantemekaniske mens dagligdagens objekter er så dybt i det klassiske domæne at de i praksis er fuldstændig klassiske.

4.3.3 Er Verdenen en Helhed?

Aspect eksperimentet demonstrerer, i mine øjne, en ikke-lokal korrelation mellem måleresultater. Men herfra og så til at slutte at enhver ting er en uadskillelig del af enhver anden ting og at verdenen er et udeleligt hele er der et langt spring. En sådan konklusion, baseret på et enkelt laboratorieeksperiment det har taget adskillige år at konstruere, må være forbeholdt poppede new-age holister. Det er ikke en hypotese hvorpå fysikken bør baseres (flere fysikere har faktisk draget sådanne konklusioner). Faktum er at vi bevæger os rundt i en verden der består af distinkte objekter hvis forbindelse der kan redegøres for på en aldeles lokal måde. Fysikken har med al ønskelig tydelighed vist at en lang række systemer kan betragtes som værende isolerede fra alt andet. Selv hvis vi fjerner resten af universet fra vores betragtninger kan vi med enestående præcision forklare disse systemers egenskaber ud fra nogle simple lovmæssigheder. Der er absolut ingen grund til at tro at ikke-lokale effekter spiller nogen synderlig rolle.

Ikke desto mindre kan kvantemekanisk ikke-lokalitet ikke afskrives som ubetydelig eller uvæsentlig. Konceptuelt er ikke-lokalitet af allerstørste vigtighed, jeg advarer blot mod at drage forhastede konklusioner og overgeneralisere fakta. Der er en række begrænsninger på den kvantemekaniske ikke-lokalitet der bør fremhæves. For det første kan man ikke bruge ikke-lokaliteten til at transmittere budskaber med overlyshastighed. I Aspect eksperimentet bliver udfaldet af den ene måling ikke statistisk påvirket af den anden måling. Hvis målingerne foretoges på to forskellige planeter ville det være umuligt på den ene planet at konkludere om de målte på den anden planet og i givet fald hvad de målte. Det er kun med kendskab til begge målingers udfald at vi kan konstatere at de er korrelerede, og dette kendskab kan kun opnås på en lokal måde. For det andet kan en makroskopisk effekt, i min fortolkning, ikke øjeblikkeligt producere en makroskopisk virkning et helt andet sted. Enkelte partikler kan være korrelerede med andre partikler der i princippet kan være

i den anden ende af universet, men det vil ikke resultere i makroskopisk korrelation. Det skyldes dels at partiklernes tilstand, når de vekselvirker med tilstrækkeligt sammensatte systemer og det gør de i praksis ofte, kolliderer og korrelationen dermed ophører, og dels fordi korrelationerne i makroskopiske legemer vil, så at sige, midle hinanden ud og netto resultatet er derfor at vi kan ignorere korrelationerne. De er i praksis ikke-eksisterende mellem makroskopiske objekter.

4.3.4 Afsluttende Tanker

Da jeg indledte arbejdet med denne rapport var det på baggrund af nogle få artikler og tekster om kvantemekanikkens erkendelsesteoretiske konsekvenser. Jeg var (med rette!) fascineret af perspektiverne og betragtede forsøgene på at reetablere et klassisk billede som en konservativ modvilje mod at acceptere kvantemekanikkens konsekvenser. Idag er min indstilling mere nuanceret. Kvantemekanikken er fascinerende fordi den bevæger sig i det grænseland hvor vores dagligdags billeder og forestillinger bryder sammen, men det er i højere og højere grad gået op for mig at kvantemekanikken nok nedbryder disse forestillinger, *men ikke sætter andre i stedet*. Jeg kan simpelthen ikke acceptere at man blot siger at verdenen er uforståelig og dermed fordømmer ethvert forsøg på at forklare den. Selv hvis den inderste sandhed om verdenen er udenfor den menneskelige erkendelses rækkevidde, er det alligevel fysikkens opgave at forklare alting. Videnskabernes udvikling viser at problemer der tidligere blev anset som totalt uforståelige kan forstås og forklares, og der er ingen grund til ikke at antage at ethvert fænomen potentielt kan forklares. Den ortodokse fortolkning af kvantemekanikken, der i vid udstrækning hælder til den opfattelse at der ikke er behov for forklaringer så længe vi kan foretage kvantitative forudsigelser, er derfor metafysisk utilfredsstillende. I virkeligheden er det denne opfattelse der er konservativ, idet den modsætter sig ethvert forsøg på billeddannelse og revision af vores nuværende viden.

De første til at protestere mod dette 'billedforbud' var Max Planck, Erwin Schrödinger og fremfor alt Albert Einstein. Deres arvtagere i debatten er David Bohm og John Stewart Bell. Særligt Bell har med sin insistens på at virkeligheden bør gøres til genstand for vores forståelse, fremprovokeret nye tanker og idéer og dermed rørt op i en debat som nogle fejlagtigt har anset for afsluttet med Bohr's skrifter. Med Bell's død i dette efterår kan man

frygte at debatten vil hensygne. Enhver der anser fysikken for mere end en leg med tal må beklage dette.

Litteratur

- [Aspect 1975] 'Proposed Experiment to test Separable Hidden-Variable Theories' *Physics Letters* **54A**, 117-118
- [Aspect *et al.* 1981] 'Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem' *Physical Review Letters* **47**, 460-463
- [Aspect *et al.* 1982] 'Experimental Realisation of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*. A New Violation of Bell's Inequalities' *Physical Review Letters* **49**, 91-94
- [Ballentine 1970] 'The Statistical Interpretation of Quantum Mechanics' *Reviews of Modern Physics* **42**, 358-381
- [Belinfante 1973] *A Survey of Hidden-Variables Theories*, Pergamon Press
- [Bell 1964] 'On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox' *Physics* **1**, 195-200
- [Bell 1966] 'On the problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics' *Reviews of Modern Physics* **38**, 447-452
- [Bell 1987] *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge
- [Bergstein 1969] 'Complementarity and Philosophy' *Nature* **222**, 1033-1035

- [Bohm 1952] 'A Suggested Interpretation of Quantum Mechanics in terms of "Hidden" Variables I & II' *Physical Review* **85**, 166-179, 180-193
- [Bohm 1957] *Causality and Chance in Modern Physics*, Routledge and Kegan Paul, London
- [Bohr 1935] 'Can Quantum Mechanical description of Physical reality be considered complete?' *Physical Reviews* **48**, 696-702
- [Bohr 1958] *Atomfysik og menneskelig erkendelse*, J. H. Schultz, København
- [Bohr 1964] *Atomfysik og menneskelig erkendelse II*, J. H. Schultz, København
- [Born og Jordan 1925] 'Zur Quantenmechanik' *Zeitschrift für Physik* **34**, 858-888
- [Bussey 1984] 'When does the Wave function Collapse?' *Physics Letters* **106A**, 407-409
- [Bussey 1987] 'The Fate of Schrödingers Cat' *Physics Letters* **120A**, 51-53
- [Dirac 1930] *Principles of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford
- [Earman 1986] *A Primer on Determinism*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht
- [Einstein 1906] 'Zur Theorie der Lichtzeugung und Lichtabsorption' *Annalen der Physik* **20**, 199-206
- [Einstein et al. 1935] 'Can Quantum Mechanical description of Physical reality be considered complete?' *Physical Reviews* **47**, 777-780
- [d'Espagnat 1976] *The conceptual foundations of quantum mechanics*, W. A. Benjamin, Reading
- [d'Espagnat 1979] 'The Quantum Theory and Reality' *Scientific American* dec. 79, 128-140

- [Everett III 1957] "Relative state" formulation of Quantum Mechanics' *Reviews of Modern Physics* **29**, 454-462
- [Ford 1982] *William James' Philosophy*, The University of Massachusetts Press, Amherst
- [Gleason 1957] 'Measures on the Closed Subspaces of a Hilbert Space' *Journal of Mathematics and Mechanics* **6**, 885-893
- [Heisenberg 1958] *Physics and Philosophy*, G. Allen and Unwin, London
- [Jammer 1966] *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, London
- [Jammer 1974] *The Philosophy of Quantum Mechanics*, John Wiley and Sons, New York
- [Jauch og Piron 1963] 'Can Hidden Variables be Excluded in Quantum Mechanics?' *Helvetica Physica Acta* **36**, 827-837
- [Mehra 1974] *The Quantum Principle: Its Interpretation and Epistemology*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht
- [von Neumann 1932] *Matematiske Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin
- [Popper 1950] 'Indeterminism in Quantum Physics and in Classical Physics I & II' *British Journal for the Philosophy of Science* **1**, 117-133, 173-195
- [Popper 1959] *The Logic of Scientific Discovery*, Basic Books, New York
- [Popper 1982] *The Open Universe*, Rowman and Littlefield, Totowa
- [Putnam 1965] 'A philosopher looks at quantum mechanics' i R. G. Colodny (red.) *Beyond the Edge of Certainty*, Prentice Hall, Eaglewood Cliffs, 75-101

- [Schrödinger 1926] 'Quantisierung als Eigenwertproblem' *Annalen der Physik* **79**, 361-376, 489-527, **80**, 437-490, **81**, 109-139
- [Schrödinger 1926b] 'Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen' *Annalen der Physik* **79**, 734-756
- [Schrödinger 1952] 'Are there Quantum Jumps? I & II' *British Journal for the Philosophy of Science* **III**, 109-123, 233-242
- [Shimony 1963] 'Role of the Observer in Quantum Theory' *American Journal of Physics* **31**, 755-773
- [Shimony 1984] 'Contextual Hidden Variables Theories and Bell's Inequalities' *British Journal for the Philosophy of Science* **35**, 25-45
- [Voetmann Christiansen 1990] 'Tegn og Kvanter' *Tekster fra IMFUFA* **202**, RUC
- [Wigner 1967] *Symmetries and Reflections*, Indiana University Press
- [Wigner 1969] 'Are We Machines?' *Proceedings of the American Philosophical Society* **113**, 95-101
- [Wigner 1970] 'On Hidden Variables and Quantum Mechanical Probabilities' *American Journal of Physics* **38**, 1005-1009

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.
 Projekt rapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.
 Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
 Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen
 Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik.
 Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen.
 Af: Mogens Niss
 Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE".
 Af: Helge Kragh.
 Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".
 Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN".
 Af: B.V. Gnedenko.
 Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen.
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum".
 Projekt rapport af: Lasse Rasmussen.
 Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".
 Projekt rapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen,
 Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER".
 Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER".
 Af: Mogens Brun Heefelt.
 Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".
 Projekt rapport af: Gert Kreinøe.
 Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of".
 Af: Else Høyrup.
 Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".
 Specialeopgave af: Leif S. Striegler.
 Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".
 Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".
 Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.
 Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".
 Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".
 Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.
 Vejleder: Jørgen Larsen
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER".
 Projekt rapport af: Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".
 1-port lineært response og støj i fysikken.
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality".
 Af: Helge Kragh.
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE hos 2.G'ERE".
 a+b
 1. En analyse. 2. Interviewmateriale.
 Projekt rapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodul/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".
 En projekt rapport og to artikler.
 Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS".
 Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".
 Projekt rapport af: Gert Kreinøe.
 Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller".
 Projekt rapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.
 Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".
 Af: Oluf Danielsen.
 Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÅNGDELÆRE".
 Projekt rapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk.
 Vejleder: Stig Andur Pedersen.
 Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER - GER MOSSBAUEREFFEKT MÅLINGER".
 Projekt rapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen.
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II".
 Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".
 ENERGY SERIES NO. I.
 Af: Bent Sørensen
 Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIE TEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørregaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-
1+1 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARBERÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af: Lis Ellertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PICERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".
Projektrapport af: Lis Ellertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Højrup.
Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Højrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Højrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Bernhelm Booss og Jens Højrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?".
Projektrapport af: Lone Billmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hvild og Frank Mølgaard Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "'EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Heddal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Coster, Mikael Wønnenberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialrapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FUERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen.
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lillethorup.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDEREN".
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSISTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KØLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSÉ IDEER".
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
 Af: Jens Jäger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS REANSITION".
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL AF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI".
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM" - state and trends -
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Katler og Torben J. Andreasen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FRØM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Phyrant.
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONTINGENSTABELLER".
 Projekt rapport af: Lone Billmann, Ole R. Jensen og Arne-Lise von Moos.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FUERNVARMOPTIMERING".
 Af: Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
 Af: Peder Voetmann Christiansen
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
 Fysiklærerforeningen, IMFUA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBYG - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-klassifikation af B-, A- og F-stjerner".
 Projekt rapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
 Projekt rapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "CANONIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
 Projekt rapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅKRYB" - en ikke-standard analyse.
 Projekt rapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
 Lecture Notes 1983 (1986)
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-projekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.
 Projekt rapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"
 Projekt rapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA. ENERGY SERIES NO. 15.
 Af: Bent Sørensen.
-
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM"
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen, Petr Visčor
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER"
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi"
 Projekt rapport af Frank Colding Ludvigsen
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiat afhandling
 Af: Jeppe Dyre
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANEDAMMEN".
 Af: Iben Maj Christiansen
 Vejleder: Mogens Niss.

- 138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."
Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek
Martin Bohle-Carbonell
- 140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"
By: Jens Gravesen
- 141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"
Projektrapport af Finn C. Physant
Vejleder: Ib Thiersen
- 142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek og
Krzysztof P. Wojciechowski
- 143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"
af: Mogens Brun Heefelt
- 144/87 "Context and Non-Locality - A Peircean Approach"
Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"
Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987
By: Mogens Niss
- 146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"
- en ny frekvensbaseret målemetode.
Fysikspeciale af Jan Vedde
Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Višćor
- 147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"
redigeret af: Mogens Brun Heefelt
- 148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"
af: Peter Colding-Jørgensen DLH
Albert Chr. Paulsen
- 149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"
by: Petr Višćor
- 150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"
by: Petr Višćor
- 151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"
Matematikprojekt af:
Birgit Andresen, Keld Nielsen og Jimmy Staal
Vejleder: Mogens Niss
- 152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
Krzysztof P. Wojciechowski
- 153/88 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KRÆFTER"
Et eksempel på humanistisk teknologihistorie
Historiespeciale
Af: Hans Hedal
Vejleder: Ib Thiersen
- 154/88 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"
By: Jeppe Dyre
- 155/88 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"
by: Michael Pedersen
- 156/88 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"
by: Jeppe C. Dyre
- 157/88 "STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."
by: Michael Pedersen
- 158/88 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"
by: Jeppe Dyre
- 159/88 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"
by: Bent Sørensen
- 160/88 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"
by: Jens Gravesen
- 161/88 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: Dirichlet feedback control problems"
by: Michael Pedersen
- 162/88 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"
AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich, Mette Vedelsby
- 163/88 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"
Af: Finn Langberg, Michael Järden, Lars Frellesen
Vejleder: Jesper Larsen
- 164/88 "Vurdering af matematisk teknologi
Technology Assessment
Technikfolgenabschätzung"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med
Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen
- 165/88 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"
by: Jens Gravesen

- 166/88 "Grundbegreber i Sandsynlighedsregningen"
Af: Jørgen Larsen
- 167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"
Af: Jørgen Larsen
- 167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte modeller"
Af: Jørgen Larsen
- 168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"
Laboratorie-simulering og MARS-analoger undersøgt ved Mössbauerspektroskopi.
Fysikspeciale af:
Birger Lundgren
Vejleder: Jens Martin Knudsen
Fys.Lab./HCØ
- 169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL TIL EN METAFYSIK."
Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist" 1891-93.
Introduktion og oversættelse:
Peder Voetmann Christiansen
- 170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"
Samtlige opgaver stillet i tiden 1974 - juni 1988
- 171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"
af: Johnny Tom Ottesen
- 172/88 "FYSIK OG VIRKELIGHED"
Kvantemekanikkens grundlagsproblem i gymnasiet.
Fysikprojekt af:
Erik Lund og Kurt Jensen
Vejledere: Albert Chr. Paulsen og Peder Voetmann Christiansen
- 173/89 "NUMERISKE ALGORITMER"
af: Mogens Brun Heefelt
- 174/89 "GRAFISK FREMSTILLING AF FRAKTALER OG KAOS"
af: Peder Voetmann Christiansen
- 175/89 "AN ELEMENTARY ANALYSIS OF THE TIME DEPENDENT SPECTRUM OF THE NON-STATIONARY SOLUTION TO THE OPERATOR RICCATI EQUATION"
af: Michael Pedersen
- 176/89 "A MAXIMUM ENTROPY ANSATZ FOR NONLINEAR RESPONSE THEORY"
af: Jeppe Dyre
- 177/89 "HVAD SKAL ADAM STÅ MODEL TIL"
af: Morten Andersen, Ulla Engström, Thomas Gravesen, Nanna Lund, Pia Madsen, Dina Rawat, Peter Torstenson
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 178/89 "BIOSYNTESEN AF PENICILLIN - en matematisk model"
af: Ulla Eghave Rasmussen, Hans Oxvang Mortensen, Michael Jarden
vejleder i matematik: Jesper Larsen
biologi: Erling Lauridsen
- 179a/89 "LÆRERVEJLEDNING M.M. til et eksperimentelt forløb om kaos"
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer
- 179b/89 "ELEVHÆFTE: Noter til et eksperimentelt kursus om kaos"
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer
- 180/89 "KAOS I FYSISKE SYSTEMER eksemplificeret ved torsions- og dobbeltpendul".
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 181/89 "A ZERO-PARAMETER CONSTITUTIVE RELATION FOR PURE SHEAR VISCOELASTICITY"
by: Jeppe Dyre
- 183/89 "MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, MODELLING. APPLICATIONS AND LINKS TO OTHER SUBJECTS - State. trends and issues in mathematics instruction
by: WERNER BLUM, Kasaal (FRG) og MOGENS NISS, Roskilde (Denmark)
- 184/89 "En metode til bestemmelse af den frekvensafhængige varmeyfælde af en underafkølet væske ved glasovergangen"
af: Tage Emil Christensen
- 185/90 "EN NÆSTEN PERIODISK HISTORIE"
Et matematisk projekt
af: Steen Grode og Thomas Jessen
Vejleder: Jacob Jacobsen
- 186/90 "RITUAL OG RATIONALITET i videnskabers udvikling"
redigeret af Arne Jakobsen og Stig Andur Pedersen
- 187/90 "RSA - et kryptografisk system"
af: Annemette Sofie Olufsen, Lars Frellesen og Ole Møller Nielsen
Vejledere: Michael Pedersen og Finn Munk
- 188/90 "FERMICONDENSATION - AN ALMOST IDEAL GLASS TRANSITION"
by: Jeppe Dyre
- 189/90 "DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER
af: Finn Langberg



- 190/90 "FIVE REQUIREMENTS FOR AN APPROXIMATE NONLINEAR RESPONSE THEORY"
by: Jeppe Dyre
- 191/90 "MOORE COHOMOLOGY, PRINCIPAL BUNDLES AND ACTIONS OF GROUPS ON C*-ALGEBRAS"
by: Iain Raeburn and Dana P. Williams
- 192/90 "Age-dependent host mortality in the dynamics of endemic infectious diseases and SIR-models of the epidemiology and natural selection of co-circulating influenza virus with partial cross-immunity"
by: Viggo Andreassen
- 193/90 "Causal and Diagnostic Reasoning"
by: Stig Andur Pedersen
- 194a/90 "DETERMINISTISK KAOS"
Projektrapport af : Frank Olsen
- 194b/90 "DETERMINISTISK KAOS"
Kørselsrapport
Projektrapport af: Frank Olsen
- 195/90 "STADIER PÅ PARADIGMETS VEJ"
Et projekt om den videnskabelige udvikling der førte til dannelse af kvantemekanikken.
Projektrapport for 1. modul på fysikuddannelsen, skrevet af:
Anja Boisen, Thomas Hougaard, Anders Gorm Larsen, Nicolai Ryge.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 196/90 "ER KAOS NØDVENDIGT?"
- en projektrapport om kaos' paradigmatisk status i fysikken.
af: Johannes K. Nielsen, Jimmy Staal og Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 197/90 "Kontrafaktiske konditionaler i HOL
af: Jesper Voetmann, Hans Oxvang Mortensen og Aleksander Høst-Madsen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 198/90 "Metal-Isolator-Metal systemer"
Speciale
af: Frank Olsen
- 199/90 "SPREDT FÆGTNING" Artikelsamling
af: Jens Højgaard Jensen
- 200/90 "LINEÆR ALGEBRA OG ANALYSE"
Noter til den naturvidenskabelige basisuddannelse.
af: Mogens Niss
- 201/90 "Undersøgelse af atomare korrelationer i amorfe stoffer ved røntgendiffraction"
af: Karen Birkelund og Klaus Dahl Jensen
Vejledere: Petr Viasor, Ole Bakander
- 202/90 "TEGN OG KVANTER"
Foredrag og artikler, 1971-90.
af: Peder Voetmann Christiansen
- 203/90 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK" 1974-1990
 afløser tekst 170/88