TEKST NR 196 1990

ER KAOS NØDVENDIGT ?

- en projektrapport om kaos' paradigmatiske status i fysikken.

Johannes K. Nielsen
Jimmy Staal
Peter Bøggild

Ve jleder : Peder Voetmann Christiansen

1. modul på fysikuddannelsen ved Roskilde Universitets Center

TEKSTER fra

IMFUFA ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postboks 260, 4000 Roskilde

ER KAOS NØDVENDIGT?
- en projektrapport om kaos' paradigmatiske status i fysikken.

af: Johannes K. Nielsen, Jimmy Staal og Peter Bøggild.

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen

IMFUFA tekst nr. 196/90 122 sider ISSN 0106-6242

Abstract.

I de seneste år er en ny forskningsgren tonet frem på naturvidenskabens himmelhvælv. KAOS, som denne nye stjerne er blevet døbt, er blevet promoveret som et flagskib for det såkaldte kompleksitetsparadigme. I nærværende projekt undersøges om kaos lever op til denne rosenomkransede placering.
Kaosparadigmet belyses ud fra flere synsvinkler: Vi undersøger blandt andet :
- hvilke videnskabelige metoder, kaosparadigmet har bidraget med,
- om kaos formår at indfange virkeligheden i konkrete eksperimenter,
- hvordan kaosparadigmets ideologiske overbygning spiller sammen med den forskning, der foregår under kaosparadigmet,
- hvordan kaosparadigmets normer og værdier adskiller sig fra den klassiske videnskabs normer og værdier,
- hvordan kaosparadigmet griber ind i metafysiske forestillinger (for eksempel determinismen).
- og hvordan kaosparadigmet ændrer menneskets placering i fysikkens verdensbillede, ved at indføre begreber i fysikken, som er anvendelige på fænomenet *liv*.

Synsvinklen er, at man må se de praktiske og de filosofiske sider af en videnskab *i en sammenhæng* , for at danne sig et brugbart billede af dens status og karakter.

Forord.

Nærværende projektrapport er udarbejdet af tre RUC-studerende i relation til breddemodulet under fysikstudiet på IMFUFA.

Emnet 'kaos' er blevet aldeles populært i de seneste år. I Danmark har dels et par HVÆLV-udsendelser i TV, og dels de populære tidskrifter, gjort deres til at promovere en række af ideerne fra kaosmatematikken. Men også i videnskabelige kredse har ideerne vakt interesse i et omfang, der rager ind i et væld af komplet forskellige fagdisipliner. Det er ikke almindeligt, at naturvidenskabelige teorier slår rødder i ikke-videnskabelige kredse, som kaosteorierne faktisk har gjort.

Hvis man ser kaosteoriernes omfattende indflydelse på de forskellige faggrene, som et led i en paradigme dannelse, synes det relevant at spørge, om paradigmet har nye eller alternative bud på opfattelsen af verden. Det er med disse kendsgerninger i baghovedet, kombineret med den videnskabsteoretiske binding i breddemodulet, dette projekt er blevet til.

Vi igennem projektarbejdet har haft god 'nytte' af vores vejleder P.V. Christiansens råd og inspirerende ideer, og siger hermed tak for hjælpen.

Indhold Side

•Abstract

•Forord

•Indholdsfortegnelse

•Kap.1 Indledning. 1
1.1 Kuhns paradigmebegreb. 2
1.2 Kaosparadigmet . 3
1.3 Vores brug af paradigmebegrebet. 5
1.4 Formål og projektopbygning. 7
1.5 Problemformulering. 9

Kap.2 Lidt om kaosparadigmets historie. 10
2.1 Hvordan skal vi forforstå historien? 10
2.2 Et kort tilbageblik. 11
2.3 Opsamling 15

Kap.3. Kaos i teori og praksis 17
3.1 Kaos i matematisk forstand 17
3.1.1 Dynamiske modeller 19
3.1.2 Mål i kaosteorien 25
3.1.3 Veje til kaos 36
3.1.4 Opsamling af matematikafsnit 44
3.2 Kaos i fysiske systemer 45
3.2.1 Problemet med turbulens 46
3.2.2 Rayleigh Benard eksperimentet. 50
3.2.3 Etablering af strange attractores. 54
3.2.4 Støj i dynamiske systemer. 56

Indhold Side

Kap.4 Kaosparadigmet i perspektiv. **61**

4.1.1 Generelle betragtninger om metafysik og videnskabsteori 61

4.1.2 Kompleksitet , simplifikation og kaos. 63

4.2 Aspekter af kaos´videnskabsteoretiske status. 66

4.2.1 Kaos og reduktionisme. 66

4.2.2. Begrebsdannelse. 68

4.2.3 Ændring af en praksis- nye værdier. 70

4.2.1 Opsamling på videnskabsteorien. 80

4.3 Determinisme : fysikkens metafysiske tradition. 82

4.3.1 Determinisme i historisk-filosfisk perspektiv. 85

4.3.2 Undersøgelse af nødvendighedens doktrin. 89

4.3.3 Kaos og determinisme. 93

4.3.4 Opsamling. 95

4.4 Spontan strukturdannelse. 96

4.4.1 Kobling imellem kaos og liv 98

4.4.2 Selvorganiserende fænomener. 98

4.4.3 Præbiotisk udvikling. 100

4.4.4 Præbiotisk evolution og kaos. 101

4.3.5 Rumlig strukturdannelse. 103

4.4.6 Det ny paradigmes rolle. 104

4.4.7 Den nye pagt. 105

Kap.5. Diskussion. **106**

5.1 Metode. 106

5.2 En (foreløbig) konklusi on. 108

5.3 Kaos´betydning for resten af videnskaben. 109

5.4 Forslag til fremtidige projekter. 114

•Appendix A : Kuhns paradigme. **115**

•Appendix B : To teoremer. **123**

•Kildefortegnelse **124**

Kapitel 1 : Indledning

I en artikel "Period Three Implies Chaos" af matematikeren Yorke og hans student Li i "American Mathematical Monthly" fra 1975 , sættes ordet "chaos" i forbindelse med 'deterministisk uorden' for formodentlig første gang[1].
Kaos er siden blevet en bekvem fællesnævner for en lang række forskningsemner og -teorier som er blomstret frem siden halvfjerserne : dynamisk systemteori, ikke-lineære differentialligninger, fraktalgeometri, dissipative strukturer m.m.

Efter spredte tiltag i retningen af at forstå komplekse systemers til tider uforudsigelige og uregelmæssige opførsel gennem århundrededet, f.eks. det klassiske mekaniske trelegemeproblem (Poincaré, 1903), sker der i 1963 det, at meteorologen Edward N. Lorenz ved et tilfælde opdager at hans yderst simple differentialligningsmodel for luftstrømme, udviser kompleks uregelmæssig opførsel, hvilket var noget man aldrig havde forestillet sig var muligt (se afsnit 1.5). Hans artikel "Deterministic Nonperiodic Flow" blev først ikke læst af ret mange. Ikke før i halvfjerserne, hvor en eksplosiv udvikling af kaosforskning bringer området fra et sted mellem matematikkens mere eller mindre sære frembringelser, til en plads i lyset, som et nyt paradigme på tværs af faggrænser. En universel teori, der skal kunne lede frem til en helt ny forståelse for alle mulige komplekse problemer - også uden for fysikken og matematikken: kemi, økologi, meteorologi, biologi, samfundsvidenskab etc.

Med et moderne ord indenfor videnskabssociologien betegnes en sådan nyskabelse som et *paradigme* . Dette for os meget vigtige begreb, blev introduceret i 1963 af fysikeren Thomas Kuhn[2] i et essay med titlen "Videnskabens Revolutioner".
Vi kunne have nøjes med at henvise til en gennemgang af paradigmebegrebet andetsteds, men har valgt at definere begrebet selv (afsnit 1.1) , af to grunde :
For det første hersker der almindelig forvirring om, hvordan "paradigme" skal fortolkes, hvilket giver sig udtryk i, at det bruges på meget forskellig vis af fag- og lægfolk.
For det andet ligger strukturen i projektet tæt op af Kuhn's beskrivelse af et paradigmes indhold, hvorved der er en pointe i at fremvise denne.
Efter paradigmediskussionen (1.1) ridses kaosparadigmets væsentlige elementer op efter Kuhn's model (1.2). Vores brug af paradigmebegrebet beskrives i 1.3, hvorefter der redegøres for formål og projektopbygning (1.4) og problemformulering (1.5).

---

[1] Mange mener at den interesse, kaos har skabt i offentligheden og videnskaben, har lidt at gøre med valget af et farverigt og spændende ord som 'kaos'. Man kunne have kaldt det "deterministic nonperiodic behavior" eller et lignende, mere teknisk og nøjagtigt begreb (læs : kedeligere).

[2] Thomas Kuhn udgav i 1963 et essay med titlen "Videnskabens Revolutioner". Her er budskaber, at man ikke bør spilde tid med at besvare det umulige spørgsmål : "hvordan skal vi nå sandheden", men snarere bør se på videnskabens sociologi - hvordan videnskabsfolk arbejder. I denne sammenhæng er begrebet paradigme, som beskrivelse af den 'gængse' videnskab, meget vigtigt. Se afsnit 1.1, der kort beskriver Kuhns filosofi.

1.1 Kuhn's paradigmebegreb

Her redegøres kort for Kuhn's egen brug af paradigmebegrebet. Vi mener i det store og hele, at *paradigme* og de begreber Kuhn knytter til det, er en ganske praktisk terminologi, til at beskrive de mekanismer, der indgår i udviklingen af videnskab i almindelighed.

Kuhn indførte 'paradigme' for at kunne beskrive videnskabelig udvikling på en alternativ måde. En dengang fremherskende ide var, at videnskaben var *kumulativ* - at alle erfaringer blev lagt i forlængelse af foregående, så videnskaben i det store og hele konvergerede mod en eller anden stor sandhed.

Den store misforståelse lå, ifølge Kuhn, i at opfatte videnskaben som den blev udtrykt i lærebøgerne : en færdig bunke af formler, erfaringer og verdensopfattelser, der højst kan justeres på her og der. Lærebøgerne skjuler den kendsgerning, at der forud for det stykke færdiglavede forskning der præsenteres nu og her, var en periode med usikkerhed og omvæltninger - revolutioner i videnskaben, hvor hele begrebsapparater blev revideret , eller i værste fald udskiftet.

Lærebøgerne udtrykker det gældende paradigme, ikke den tidløse sandhed, selvom lærebøger til alle tider har fremstillet sit paradigme som sådan.

Kuhn's paradigme er det mønster, en 'faglig matrix' af erfaringer, tolkninger og ontologier, forskerne arbejder under. Alle nye erfaringer bliver tolket i samme skema, som tidligere erfaringer (eksemplets magt), og forsøges indpasset i den normalvidenskab, paradigmet definerer. Paradigmet definerer også problemer, der endnu mangler at blive løst. Løsningen af disse karakteriseres af Kuhn som "puzzle-solving activity" - udforskning af de problemer normalvidenskaben definerer som interessante og videnskabelige.

Efterhånden vil der blive ophobet flere og flere strukturelle mangler (anomalier) og paradokser i dette mønster - erfaringer som ikke uden videre kan passes ind i paradigmet. Fejlene tilskrives til at begynde med forskerne og ikke paradigmet. Dette udløser den såkaldte *ekstraordinære* forskning, der uden om de sædvanlige veje søger at forklare de anormale fænomener.

Så kan der ske det, at den ekstraordinære forsker, eller en gruppe forskere, fremsætter en helt alternativ teori, og gerne viser en række tilhørende konkrete eksempler på dets forklaringskraft. Vinder de nye ideer indpas, erstatter disse det gamle paradigme, og der er så tale om et paradigmeskift.

Kuhn har selv store vanskeligheder med at præcisere hvad han egentlig mener med paradigme... det er lettere at bruge, end at definere præcist. Efter nogen debat med kollegaer, fremsætter Kuhn så fire elementer af et paradigme, gældende for et videnskabeligt samfund. Disse fire elementer udgør et hele - en "faglig matrix" - som vi har tilladt os at kalde den Kuhn'ske videnskabsanalyse (se box 1).

Kuhn's ideer er uddybet yderligere i Appendix A.

BOX 1 : De fire elementer i Kuhns' paradigmebegreb[3]

1. Eksempler. Et områdes paradigme udgør det førende eksempel på fuldgyldig videnskabelig aktivitet. Paradigmets forskellige dele kan tjene som analogier, der leder den videnskabelige aktivitet - skabeloner for, hvorledes videnskab bør dyrkes.

2. Symbolske generalisationer. Formelle udsagn om naturen, der bliver alment og uproblematisk accepteret af den faglige gruppe ('naturlove').

3. Værdier. Fælles opfattelse af hvilke kriterier, der må gælde for at teorier findes attraktive og acceptable : Det kan for eksempel være at teorier skal være enkle og modsigelsesfri, at korrekte kvantitative forudsigelser er en teori's højeste dyd, eller at kvalitativ forståelse af fænomenerne er vigtigst.

4. Metafysiske paradigmer. Et paradigme indeholder fundamentale, ontologiske antagelser om verdens beskaffenhed, der ikke lader sig afgøre eksperimentelt. Det drejer sig om hvilke entiteter universet er sammensat af og hvorledes de vekselvirker med hinanden og vores sanser. Disse overbevisninger er med til at fastlægge hvilke problemer, der er videnskabeligt relevante, og hvilke typer løsninger, der er tilladelige.

1.2 Kaos-paradigmet

Mange forskere og videnskabsfilosoffer[4] , som har præget udviklingen og debatten omkring kaos op til idag, har givet udtryk for store forventninger til det nye paradigme, der skal løse nogle fundamentale problemer i den 'gamle' videnskab.

Disse forventninger, eller løfter om man vil, kommer til udtryk i disse citater :

> "Den foreliggende bogs hovedemne er følgende: vort udgangspunkt er en natur, der sammenlignes med en automat. Denne automat er underkastet matematisk formulerede lovmæssigheder, der koldsindigt og for bestandigt determinerer fremtidige og fortidige naturprocesser. I dag er vi imidlertid kommet i en teoretisk situation, der er en helt anden, fordi vi er nået til en naturbeskrivelse, som bringer mennesket på plads i den verden, som det beskriver; og på en sådan måde, at der åbnes på for denne verden. Vi kan uden overdrivelse tale om denne forvandling som en forvandling af videnskaberne."
> *(Prigogine og Stengers, 1985)*

> "Chaos brings new challenge to the reductionist view that a system can be understood by breaking it down and studying each piece. "
> *(Crutchfield et.al, 1983)*

> "Det deterministiske paradigme er i praksis brudt sammen, men til gengæld har vi lært at stille spørgsmål om systemers dynamik på en ny og kvalitativ måde"
> *(Peder Voetmann Christiansen, 1986)*

> "Den 'klassiske' videnskab hvilede på den ide, at kompleksiteten i fænomenernes verden kunne og skulle opløses ud fra simple principper og generelle love..."
> *(Edgar Morin, 1986)*

> "Hvor kaos begynder, holder den klassiske videnskab op. Lige så længe verden har haft fysikere, der har undersøgt naturlovene, har den lidt af en særlig uvidenhed om uregelmæssighederne i atmosfæren, i det turbulente hav, i svingningerne i bestanden af vilde dyr, og i hjertets og hjernens svingninger (...)
> Ved alle de større universiteter og forskningsinstitutioner er der folk, der arbejder mere med kaosteori end med deres egentlige område..."
> *(James Gleick, 1987)*

---

[3] Fremstillingen af de fire elementer er taget fra Stig Andur Pedersen og Helge Krags "Naturvidenskabsteori" s.170. Vi anså denne fremstilling for mere bekvem end Kuhn's originale (se note 2).

[4] Det er i denne sammenhæng ikke rimeligt at angive henvisninger til alle de synspunkter, der har givet anledning til sammenfatningen på side 1.
Derfor er kun enkelte citater hevet frem. De synspunkter, som kaosteoretikerne på denne måde bliver taget til indtægt for, må derfor fremstå delvist som postulater. At drage dusinvis af citater frem ville være ude af sammenhæng med resten af indledningen.

De vigtigste af disse forventninger kan sammenfattes i 4 punkter (se box 2), der uden problemer kan formuleres i termer af Kuhn's analyse. Dette giver et vist overblik over kaosparadigmets indhold, uden at man derfor skal binde sig slavisk til denne kategorisering.

BOX 2 : Indholdet i kaosparadigmet set med Kuhn'ske øjne.

1. **Kaosteorien leverer en stribe redskaber og metoder** til at beskrive komplekse systemer, som det før har været vanskelige at beskrive. Figentræet og Lorenzligningerne er skoleeksempler på kaos, og hives altid frem, når kaosteorien skal demonstreres.
   (analog til *eksempler i BOX 1*).
2. **Kaosteorien kan beskrive** en række ikke-lineære fænomener, som normalvidenskaben aldrig har kunnet kapere, og ovenikøbet sammenfatte deres egenskaber i generelle termer. Feigenbaums universalitetsteori[5*] kan f.eks. udsige nogle generelle fællestræk ved kaos i mange forskellige typer systemer. Kaos har dermed en universel karakter, der medvirker til at samle folk fra mange fagdiscipliner, hvad aldrig tidligere har været almindeligt - et ægte tværfagligt paradigme.
   (analog med *symbolske generalisationer*).
3. **En ny helhedssøgende forskningsmåde** skal afløse den gamle videnskabs tendens til reduktion, dvs at reducere komplekse sammenhænge til simple sammenhænge, man anser for mere fundamentale, med en forestilling om at de simple modeller beskriver helheden på en fyldestgørende måde.
   Nu skal der ses på globale (overordnede) sammenhænge !
   Nye kvalitative kriterier for videnskabelighed og teorier, er på vej, som erstatning (supplement) til det traditionelle, strenge krav om eksakthed i alle forhold.
   (analog med *værdier*).
4. **Kaos afliver determinismen** - troen på at tilstanden i et øjeblik, entydigt (ved mekanikkens love) afgør tilstanden i det næste og selv er en direkte konsekvens af det forrige. Istedet træder et holistisk verdensbillede, med større respekt for mangfoldigheden og kompleksiteten i naturen. Et aspekt af dette er, at kaosteorien måske kan give nogle brugbare forklaringer på liv.
   (analog med *metafysiske paradigmer*)

NB: Kaosparadigmets indhold diskuteres yderligere i afsnit 4.1.1 og 4.1.2.

På den anden side er der nogle, der ser meget kritisk og skeptisk på bestræbelserne på at lancere kaos som et metaparadigme (et paradigme der berører fundamentale og meget store dele af naturvidenskaben). I Danmark har disse, som vi kan kalde 'kaos-modstandere', især været repræsenteret i bladet "Naturkampen". Dette blad har næsten været i duel på meninger (og oplagstal) med "Paradigma", der er bladet for 'kaos / kompleksitetstilhængere'. De vigtigste argumenter mod 'paradigmetanken' er at kaos er almindelig, reduktionistisk normalvidenskab, hvor den nye indsigt kaosteorierne bibringer ikke står mål med den opsigt de vækker.

[5] Se "Universal Behavior in Nonlinear Systems" i tidskriftet "Los Alomos Science, summer 1980" , hvor Mitchell Feigenbaum ridser de grundlaget for universalitetsteorien op, og fremviser de væsentligste resultater (f.eks. opdagelsen af de universelle tal δ og α).

Disse synspunkter udtrykkes på glimrende vis i en artikel af Viggo Andreasen og Mogens Brøns (Naturkampen, nr. 51, 1989) :

> Matematiske kaos-modeller kan ikke forklare menneskets forhold til naturen på en fundamental ny måde.
>
> Der er snævre grænser for den nye indsigt.
>
> ...den underliggende naturbeskrivelse i disse tilfælde (kaos-modeller) er uhyre simpel og inddrager kun få processer. Den videnskabelige metode er reduktionistisk.
>
> Kaos er ikke et begreb, der er velegnet til at beskrive multifaktorielle, komplekse sammenhænge, som dem der kendetegner menneskets biologiske vekselvirkning med naturen.
>
> Kaos og selvorganisering er solidt plantet i fysikkens paradigme

Det er tydeligvis "nytteværdien" af kaosparadigmet, både i konkret og filosofisk betydning, der er temaet : om kaos er normalvidenskab med begrænsede muligheder for indsigt, eller kaos kan medvirke til en hel "forvandling af videnskaberne" som Prigogine giver udtryk for - et *meta-paradigme.*
Denne konflikt er udgangspunktet for vores interesse for kaos, eller rettere 'kaosparadigmet'.

En tredie og mere usynlig forskergruppe, er den efter vores opfattelse, store mængde fysikere, der mere eller mindre overlagt forholder sig ligegyldigt til kaos. Denne gruppe ved måske knap nok at kaos eksisterer (disse kan af gode grunde ikke citeres) og regner det under alle omstændigheder ikke for noget specielt. Mon ikke majoriteten af højenergifysikere, genforskere har en noget anderledes opfattelse af kaos' betydning end den, der udtrykkes i ovenstående citater ?

1.3 Vores brug af paradigmebegrebet

Her beskrives hvordan vi selv bruger paradigmet, i forhold til Kuhn's egen definition og den ovenstående diskussion.
Kuhn mener selv principielt ikke at der er nogen grænser for hvor lille et paradigme har lov at være. Små videnskabelige samfund kan undergå videnskabelige revolutioner, såvel som store.

Overhovedet at ville undersøge 'kaosparadigmet' indikerer, at vi på forhånd har besluttet at kaos er et paradigme. Det kommer sig af, at vi ikke mener der er nogen mening i at diskutere, hvorvidt kaos eller en anden teori for den sags skyld, er et paradigme eller ikke. 'Paradigme' er efter vores opfattelse et så relativt og vagt begreb, at man udmærket kan argumentere for at en særlig snedig bageopskrift eller lignende, er et paradigme. Ikke noget stort eller vigtigt paradigme, men alligevel. At bruge bagepulver istedet for gær til at lave en særlig slags grovboller, kan have revideret indtil flere engagerede menneskers opfattelse og arbejdsmetoder radikalt, med hensyn til hvad der er normen for bollebagning. Dette eksempel er naturligvis ekstremt, men illustrerer alligevel, at paradigmebegrebet er yderst relativt.

Denne svaghed var T.S. Kuhn selv klar over, som tidligere nævnt. Men selvom paradigme-begrebet måske ikke kan anvendes på den firkantede måde, som en slags kategorisk skelnen mellem normalvidenskab og revolutionær videnskab, røres der alligevel ved nogle mekanismer som er centrale for videnskab i almindelighed. Vi tror som Kuhn, at videnskabelig udvikling foregår i ryk, og at man i rolige perioder forsker og opfatter verden udfra nogle 'faglige' over-enskomster og standarder (Kuhn kalder det en faglig matrix - se BOX 1).

Kaosparadigmets betydning

Det er en kendsgerning, at kaos har vundet megen opmærksomhed i fysik-kredse og for såvidt også i andre fagdiscipliner og i medierne. Men det er ikke nogen *garanti* for at det kommer til at rokke særligt meget ved forskernes vante forestillinger og fremgangsmåder, når nyhedens interesse er dampet af. Videnskaben kender til modefænomener og døgnfluer ligesom alle andre dele af kulturlivet. Og selvom det virker svært at tro i kaosparadigmets tilfælde, er der i naturvi-denskaben talrige eksempler på at lovende teorier, er forsvundet ud i kulissen, efter i en tid at have været fremtidens ubestridelige håb[6].

Diskussionen om hvorvidt kaos, eller for så vidt enhver anden videnskab er et nyt paradigme eller ej, er derfor ikke så interessant som spørgsmålet om det bliver et *betydnings-fuldt* paradigme. Om det bliver så gennembrydende som indførslen af Kopernicus' heliocen-triske verdensbillede, eller så mislykket som f.eks. æter-teorien[7]. Et betydningsfuldt paradigme, er et paradigme der enten berører mange faggrene overfladisk eller færre faggrene dybt, og som påvirker mange videnskabsfolks verdensbillede, normer og arbejdsmåder. Rækkevidden af denne påvirkning afhænger af hvilken ny erkendelse - ny viden og ny forståelse for verden og fænomenerne, paradigmet kan tilføre. Denne ny erkendelse søger vi at fange ind med et *nytte* -begreb.

Med *nyttigt* menes ikke nyttigt i sædvanlig pragmatisk forstand[8], men nyttigt i en slags erkendelsesmæssig betydning : at der kommer noget ny erkendelse ud af det, enten af konkret eller filosofisk karakter. Et paradigme der løser nogle problemer eller forklarer nogen

---

[6] Her nævnes i flæng æterteorien (se note 7), 'N-strålerne' som narrede store dele af den videnskabelige verden omkring århundredeskiftet (Stig Andur et.al., 1981), frenologi (Stig Andur Pedersen at.al., 1981), kold fusion, som eksempler på for en tid anderkendte, men fejlagtige teorier.

[7] Æterteorien var lige før århundredeskiftet den mest anerkendte forklaringer på lysets udbredelse i det lufttomme rum. Man var klar over at lys var bølger, og kunne derfor ikke forestille sit lys udbredelse uden medie - derfor forestillede man sig at Universet var opfyldt af et transparent stof (Æter). Den hollandske fysiker *Henrik Antoon Lorentz* viste omkring århundredeskiftet en række formler, der beskrev lysets hastighed i bevægede systemer og viste, at de var konstante. Disse formler, blev senere sat i rette sammenhæng af Albert Einstein i form af relativitetsteorien.

[8] I pragmatismen, som C.S.Peirce lagde grunden til i slutningen af det 19. århundrede, er det ikke videnskabeligt meningsfuldt at stille spørgsmål, som ikke kan besvares empirisk. Sansningen og ikke metafysiske spekulationer, lægger grunden for videnskabelig erkendelse, og sandhed bliver derfor et yderst relativt begreb. Peirce brød sig ikke selv om denne form for pragmatisme ('vulgærpragmatisme') som filosoffen W.James senere blev guru for. P. døbte herefter (1905) sin egen retning for *pragmaticismen*, i håbet om at have den i fred.

fænomener som et ældre paradigme ikke kan forklare (godt nok), kan med rimelighed kaldes et *nyttigt* paradigme, idet det således udvider vores erkendelse.
Vi prøver altså med vores 'nytte' og 'betydning' af paradigmet, at vurdere kvaliteten og karakteren af paradigmet, hvis man da kan det. Begreberne hænger naturligvis tæt sammen, men vi vil hovedsaligeligt koncentrere os om 'nytte' begrebet , da vi antager at et nyttigt paradigme, også vil udvikle sig til et betydningsfuldt paradigme.
Kuhn's analyse af naturvidenskaben (se box i afsnit 1.1.1) bliver ikke brugt til at stemple kaos som paradigme eller ikke-paradigme, men snarere som en disposition for vores undersøgelse.

1.4 Formål og projektopbygning

Diskussionen om kaosparadigmets' betydning og nytte i naturvidenskaberne, har for vores vedkommende mundet ud i en interesse i at undersøge kaosparadigmets muligheder og position i fysikken. Vi synes, at de behandlinger der har været af kaos' filosofiske perspektiver (f.eks. Prigogines bog "Order out of chaos", og Paradigma's artikler) har for meget karakter af evangelium og er for lidt kritiske overfor kaosparadigmet. Andre igen (f.eks. Viggo Andreasens artikel i "Naturkampen") bagatelliserer kaos kraftigt.
Vores intention er at undersøge kaosparadigmets karakter og status i fysikken kritisk, og derigennem etablere egne synspunkter, der ikke nødvendigvis er så kategorisk dømmende, som ekstremerne ovenfor.

Målgruppen er medstuderende og andre interesserede, som kender noget til kaos, men ligesom os der har haft svært ved at gennemskue indholdet og argumenterne i kaosdiskussionen . vi håber at læsere, gennem denne rapport, får et klarere og mere nuanceret indblik i kaos - især med hensyn til de filosofiske og videnskabsteoretiske sider af kaos.

En anden ting, som også har præget indholdet i projektet, er at kaos' videnskabsteoretiske status ikke tidligere har været emnet for et IMFUFA-projekt. Kaos er ved at blive startet op på IMFUFA som teoretisk og eksperimentelt forskningsområde[9], og vi vil hermed søge at etablere basis for en behandling af de videnskabsteoretiske og metafysiske sider.

Vi har derfor søgt at nå så vidt omkring indenfor emnet som vi kunne, og har også brugt flere kræfter på at introducere emnet og opstille begreber og definitioner (f.eks. i denne indledning), end det ellers ville være nødvendigt. Af samme grund har vi dels medtaget et historieafsnit (kapitel 2) om kaosparadigmet, dels et par andre 'historieafsnit' om sideordnede emner som reduktionisme, determinisme, ændring af videnskabelig praksis m.m.

---

[9] Se IMFUFA-tekst nr. 180 : "Kaos i fysiske systemer", Wierød et al.

Opbygning af rapporten

Det er vigtigt at bemærke, at vi behandler emnet **nytten af kaos**, både udfra en konkret fysisk synsvinkel og en filosofisk/metafysisk synsvinkel, hvilket naturligt deler projektarbejdet op i to tilsvarende spor. Sædvanligvis behandles kaos enten i en filosofisk eller en praktisk sammenhæng, og i det lys er dette projekt et forsøg på at sætte de to sider i forbindelse med hinanden på en fornuftig og systematisk måde.

Denne struktur har vi bibeholdt i rapporten, hvis hovedkapitler 3 og 4, tager fat på kaos udfra henhv. den praktiske og den filosofiske synsvinkel. Opbygningen er følgende :

•**Kapitel 2** er en en kort gennemgang af kaoshistorien, som vi opfatter den. Her gives en historisk ramme om de mange aspekter af kaos, der beskrives i resten af rapporten.

•**Kapitel 3** angår de kvantitive og kvalitative metoder man knytter til påvisning og undersøgelse af kaos i virkelige fysiske systemer, og tager fat i nogle af kaos' "skoleeksempler", for at bruge Kuhns terminologi. Vi har ikke mulighed for at tage et bredt udsnit af kaosforskning i almindelighed, da dette er et meget stort og uoverkommeligt område at nå rundt om i et projekt - kaos omhandler generelle træk i dynamiske systemer, og er derfor aktuel i de fleste områder af fysikken. Med skoleeksempler mener vi 'kaosklassikere' som Rayleigh-Benard konvektion og Belousov-Zhabotinski-reaktionen, samt Feigenbaums periodefordoblingsvej til kaos m.m. Disse eksempler bliver gang på gang trukket frem, når kaos skal demonstreres.

• **Kapitel 4** ser på den videnskabsteoretiske og metafysiske status kaos har. Vi prøver her at identificere kaosparadigmet og dermed finde ud af, hvordan det placerer sig i forhold til det gamle "simplifikations" paradigme eller det nye "kompleksitets" paradigme.

De emner der tages op her er reduktionisme og determinisme, som repræsenterer den videnskabelige tankegang kaosparadigmet vender sig mod, samt udviklingen af fysikkens praksis og værdier i relation til kaos' fremvækst.

Endelig trækkes endnu et 'skoleeksempel' frem : selvorganisering og spontan strukturdannelse, som anført af Prigogine, er blevet et dominerende forskningsområde under kaosparadigmet. Selvorganisering kan være en ny forklaring på livets opståen, så dette fænomen ikke er i modstrid med fysikkens virkelighed.

•**Kapitel 5** er konklusion og diskussion. Her søger vi at se i hvilken sammenhæng, kaosparadigmets hurtige og voldsomme udvikling indgår, både i forhold til resten af fysikken og nogle tendenser i samfundsudviklingen. Vi slutter af med at pege på nogle interessante problemstillinger, andre kunne have glæde af at arbejde med.

•**Appendix A** er en grundigere gennemgang af Kuhns ideer om hvordan revolutioner i videnskaben foregår. Da vi gør stor brug af paradigmebegrebet, kan en sådan udredning være en forståelsesmæssig hjælp.

•**Appendix B** indeholder tre for kaosmatematikken relevante teoeremer til fri afbenyttelse.

1.5 Problemformulering

Denne undersøgelses problemstilling kan koges ned til to spørgsmål, som indholdsmæssigt relaterer til kapitel 3 og 4 hhv.

I. Hvor godt kan kaos i matematisk forstand, beskrive virkelige fysiske systemers opførsel ?

Her ses på hvilket grundlag kaosteorien hviler på, hvilke konkrete beskrivelsesformer kaosteorien indeholder, og hvordan kaos i praksis kan bruges til at fortolke fysiske fænomener. Endelig tematiseres støj i forhold til kaos.
Dette er en fysisk indfaldsvinkel til kaosparadigmet - sammenhængen mellem teori og empiri.

II. Hvilke nye værdier og erkendelser kan kaosparadigmet tilføre naturvidenskaben?

Her gives en karakteristik af kaosparadigmets mere generelle kvaliteter: hvilke fænomener i naturen, kaos kan hjælpe med til at forstå bedre, og hvordan kaos kan eller ikke kan påvirke de forestillinger, naturvidenskaben bygger på.
Dette er en metafysisk -videnskabsteoretisk indfaldsvinkel.

Kapitel 2 : lidt om kaosparadigmets historie.

Kapitlet er taget med for at skabe en ramme om behandlingen af kaosparadigmet i de andre afsnit. Vi vil søge at give et kort overblik over kaosparadigmets historie, ved at trække nogle eksempler frem, som vi anser for typiske.

Kapitlet bygger fortrinsvis på den danske udgave af James Gleick's bog "Chaos - Making a New Science". I denne bog skildrer JG, som er journalist, paradigmets fremvækst fra 1962 til ca 1986. JG har helt bevidst skåret sin historieskrivning over Thomas Kuhns model (se appendix A). Og det viser sig at Kuhns begreber dækker hændelsesforløbet forbløffende godt. Vi kan ikke udelukke, at dette skyldes en vis grad af efterrationalisering fra enten JG's eller de i bogen interviewede personers side (kaosfolk har en vis forkærlighed over for revolutions-romantik.) Billedet af den let sindsyge, men yderst geniale videnskabsmand, som er ilde set blandt fagfæller på grund af hans tvivlsomme interesser, men alligevel fortsætter sit epokegørende arbejde uden nogen form for anerkendelse, optræder gang på gang i JG's beskrivelse. Bortset fra det er bogen yderst veldokumenteret. Den er i høj grad baseret på samtaler med de mennesker som har været involveret i udviklingen.

2.1 Hvordan skal vi forstå historien?

Udviklingen af kaosparadigmet er stort set sket inden for de seneste tyve år. Selvom nogle videnskabsfolk (Poincare omkring århundredeskiftet og Van der Pol 1927) havde snuset til noget kaos-lignende langt tidligere. Men deres opdagelser blev ikke opfanget af særlig mange andre forskere, måske fordi essensen af deres arbejde ikke blev forstået.

På sin vis har disse første tanker om kaos været spildte, fordi vor tids kaotikere har været nødt til at genopdage de gamle opdagelser. Naturligvis bliver der ofte henvist til Poincaré (se afsnit 3.1.1) idag, men det kan lige så godt skyldes efterrationalisering af historien, som det kan skyldes at vore dages kaotikere rent faktisk er blevet inspireret af Poincaré. Dog er det ubestrideligt at Poincaresnittet som matematisk redskab har haft en stor betydning for fortolkningen af komplekse systemers dynamik.

Det giver bedst mening, at betragte udviklingen helt op til midten af 70'erne som en proces der er foregået parallelt i flere forskellige grene af den etablerede videnskab på en gang, fremfor at se den som en proces der er foregået på én tidsakse.
Man skulle følge begivenhederne i detaljer, undersøge hvem der har kommunikeret sammen, for egentlig at være i stand til at udsige noget om de mekanismer, som styrer historien.

Vi kan ikke bare antage, at al eksisterende information om kaos, til enhver tid har været tilgængelig for alle.

Det er selvfølgelig ikke sådan, at kaos-forskning i 70'erne udelukkende foregik på énmandshånd i total isolation rundt omkring på laboratorier spredt ud over hele kloden, men der er ikke nogen tvivl om, at manglende kommunikation og undertiden direkte modvilje fra det etablerede videnskabelige miljø, har været en hindring for paradigmets gennembrud. Det bør nævnes, at der i sovjetunionen er foregået en del. Specielt har russerne flere gange været først med udviklingen af matematiske bidrag (Gleick s. 76). Men der har ikke været særlig meget kommunikation i vestgående retning, så man kan i store træk betragte kaosparadigmet som et isoleret vestligt fænomen "i starten".

2.2 Et kort tilbageblik.

Begrebet kaos, brugt i forbindelse med deterministisk uorden, blev introduceret af en matematiker ved navn James Yorke i 1975. Han skrev sammen med sin student Tien-Yien Li en en artikel med titlen "Period Three Implies Chaos" i "American Mathematical Monthly". Yorke var blandt andet inspireret af Edward Lorenz'sartikel fra 1963 "Deterministic Nonperiodic Flow" (se afsnit 3.1). Det er i denne artikel Lorenz første gang offentliggør sin opdagelse af den underlige struktur i faserummet (Lorenz-atraktoren), som optræder i mange publikationer om kaos. Lad os sige at året 1962 hvor han gør denne opdagelse udgør år 0 i vores historie.

Lorenz var meteorolog, med interesse for matematik og computere. Det lyder som en underlig detalje i 1990, men i 1962 hvor Lorenz arbejdede med en vejrmodel med en masse koblede differentialligninger, var computere og i særdeleshed computer-grafik ikke anerkendt og almindeligt som redskab for en forskerstanden.

Kaosparadigmets fremmarch er knyttet til øget anvendelse af computergrafik i alle videnskaber. Lorenz offentliggjorde sin artikel i *Journal of the Atmospheric Sciences* , og den lå stort set urørt i kælderen på diverse biblioteker i 10 år. Han kunne ikke som meteorolog vide, at der var andre forskere som arbejdede med lignende problemer i helt andre grene af videnskaben.

Michel Hènon opdagede i 1962 en kaotisk attraktor i en model for stjernernes bevægelse i mælkevejen [10]. Han var på det tidspunkt ude af stand til at fortolke resultaterne i forhold til kaosteori, og lagde problemet på hylden, indtil han hørte om Lorenz-attraktoren 14 år efter. Ligeledes opdagede biologen og fysikeren Robert May uafhængigt af andre, det legendariske Feigenbaum-træ omkring 1971[11].

---

[10] Michel Hénon "A Two Dimensional Mapping with a Strange Attractor", Commun. Math. Phys., 1976.
[11] May and G.F.Oster. "Bifurcations and Dynamic Complexity in Simple Ecological Models "The American Math. 110 .1976 p 573.

De små spredte forsøg i retning af en teori om kaos, havde brug for at blive formaliseret af nogle matematikere. En del af dette arbejde var gjort af Henri Poincaré omkring århundredeskiftet. Han var i sit arbejde med ikke lineære mekaniske systemer, kommet så tæt på kaos, som man kan uden computere. Han så denne underlige uforudsigelighed, som opstod ud af matematikken, og var klar over at det stemte dårligt overens med det daværende deterministiske verdensbillede. Hans geometriske fortolkning af mekanikken var glemt i et halvt århundrede.

I løbet af tresserne, samlede matematikeren Steven Smale en gruppe unge matematikere på Berkeley University. De arbejdede med dynamiske systemer, hvilket ikke var særlig normalt for matematikere på det tidspunkt (Gleick. s 50). Smale fandt på, at beskrive dynamiske systemer ved transformationer af faserummet. Han arbejdede bl.a. med van der Pol's oscillator. Der var ikke rigtigt andre matematikere, som var involveret i kaos i tresserne.

Føromtalte James Yorke opsnappede budskabet i Lorenz og Smales arbejder. Hans fortjeneste bestod mest i, at han valgte det provokerende ord kaos, selv om hans bidrag til teorien var væsentligt (Gleick , s.64) (Yorke/Li , 1975). Han kunne undersøge Mays underlige resultater med matematisk præcision. Hans budskab nåede dog i første omgang kun ud til matematikere.

I 1971 offentliggjorde matematikerne David Ruelle og Floris Takens en artikel "On The Nature Of Turbulence", som var inspireret af Steven Smale. I denne artikel introducerede de begrebet "strange attractor" (Gleick, s.121). De hævdede ud fra matematisk argumentation, at et sådant fænomen måtte eksistere. Ruelle hørte dog først om Lorenz i 1973.

I 1975 besluttede Mitchell Feigenbaum sig for at kigge nærmere på på den berømte afbildning, som i folke-munde er kommet til at hedde 'figentræet'. Han var blevet præsenteret for ligningen under et foredrag af Steven Smale. Hans opdagelse af de universelle konstanter α og δ (se afsnit 3.1.3), havde svært ved at slå igennem i matematiske kredse, fordi han ikke havde lavet det formelle bevis for universaliteten, på det tidspunkt. Han udbredte derfor budskabet ved forelæsninger, og preprints i de følgende år.

I midten af halvfjerserne begyndte rygterne at sive. Folk i forskellige videnskabsgrene begyndte at lede efter strange attractores (Se afsnit 3.1.1) i modeller, istedet for at støde på dem. Det var stadig et begrænset antal forskere (højst nogle få hundrede mennesker) " som var med".

Det er egentlig underligt at det skete. De forskere som tog bolden op, har i høj grad måttet arbejde uden støtte fra kolleger og forskningsråd.(Se f.eks JG s. 238 om Santa Cruz gruppen.) Der var ingen eksperimentelle data, som bekræftede eksistensen af 'strange attractors'. Man kan derfor ikke påstå, at der var nogle særligt gode argumenter for at forske i kaos på dette tidspunkt.

Kuhn (se appendix A) har diskuteret hvad det egentlig er, som får forskere til at acceptere et nyt paradigme. Man kan ikke diskutere på tværs af paradigmegrænser, siger han.

Valget mellem forskellige paradigmer, må i sidste ende komme an på tro. Han nævner, at de forskere som har set noget, der ikke stemmer med det gamle paradigme, har lettere ved at forstå budskabet. For eksempel blev en mand som Michel Hénon blev inspireret af Ruelle og Lorenz.

Han oplevede i 1976, at hans gamle problem med stjernerne i mælkevejen, faldt på plads under en ny synsvinkel. Kuhn nævner også den æstetiske appel, som årsag til at vælge et paradigme frem for et andet. Hvis der er noget som har æstetisk appel, så er det de geometriske repræsentationer af kaos .

Videnskabssociologen Bruno Latour (Latour, 1986) har bl.a. gjort opmærksom på en mekanisme som ofte optræder i udviklingen af ny videnskab. En videnskabelig påstand, ligegyldigt hvor væsentlig den er, vil ikke slå igennem og udbrede sig blot i kraft af dens indhold. Han peger på, at påstanden først bliver anerkendt som et faktum i det øjeblik hvor den bliver brugt af andre og *citeret* . Det er vel at mærke vigtigt, at blive citeret af de rigtige. Hvis man f.eks. som fysiker har et budskab til biologerne, må man alliere sig med nogle biologer for at at få udgivet noget i biologiske tidskrifter. Bruno Latour dyrker dens slags spekulationer om videnskabspolitik, til det ekstreme. Det behøver vi ikke. Vi kan nøjes med at konstatere, at det ikke nyttede noget, at et par forskere hist og pist opdagede, at deres modeller undertiden opførte sig underligt, og evt. skrev en lille artikel i deres fagblad. Det var nødvendigt, at der var nogle mennesker, som samlede brikkerne sammen, og aktivt gav sig i kast med at udbrede ideerne.

Den første konference under temaet kaos, blev holdt i sommeren 1977. Den var organiseret af to fysikere som hed Joseph Ford og Gilio Casati. Der kom deltagere fra mange forskellige discipliner (Gleick s. 166). Nu var tiden moden til, at etablere kontakt mellem alle de mennesker som arbejdede hver for sig. Joseph Ford havde også et privat arkiv, hvor han samlede information om kaos og ikke lineære fænomener. Han samlede artikler fra hele verden, og han formidlede dem videre.

I 1977 afholdtes ligeledes det første møde om kaos i New Yorks Videnskabernes Selskab, hvor der kom et par dusin deltagere. Det andet blev holdt i 1979, med flere hundrede deltagere.

På trods af denne begyndende organisering af den ny videnskab, gik Albert Libchaber i 1977 igang med at undersøge overgangen til turbulens, uden at kende det fjerneste til Feigenbaums eller Lorenz´ arbejder. Han var blot klar over at problemet var uafklaret. Han opdagede en bifurkations-følge eksperimentelt (Se kap.3.2.2), men det var først i 1979, at han på foranledning af Pierre Hohenberg blev konfronteret med Feigenbaum. Hohenberg afholdt en workshop i sommeren 1979, hvor han bragte teoretikere og eksperimentalfysikere sammen. Her deltog Libchaber også. Det er i virkeligheden den slags hændelser der er af betydning for udviklingen. Libchabers eksperimentelle påvisning af scalingfaktoren δ, skete umiddelbart efter (se afsnit 3.1)

Samtidig med at gamle respektable fysikere begyndte at bruge kaosmatematikken, var der også unge, som fattede interesse for det nye spændende paradigme. For eksempel startede Robert Shaw, Doyne Farmer, Jim Crutchfield og Norman Packard en gruppe på Santa Cruz (en afdeling af University of California) omkring 1977[12]. Gruppen arbejdede med dynamiske systemer på egen hånd. Der var ingen af dem som havde taget deres Ph.D. grad, og de havde derfor ikke let ved at blive accepteret på Santa Cruz.

Deres bidrag bestod i, at de forbandt kaos med informations-teori og termodynamik. De var med til at lægge grunden for de metoder, som man idag bruger til at analysere dynamiske systemer med. Santa Cruz gruppen opfandt for eksempel returafbildningen. Gruppens fremskridt var faktisk betinget af Joseph Ford, som sendte materiale om kaosforskning til Santa Cruz. Gruppen opløstes omkring 1979-1980, fordi Jim Crutchfield udgav en artikel sammen med Bernardo Huberman i *Physics Reveiw Letters*. (De andre blev sure, fordi de ikke måtte være med). Artiklen ("Chaotic States of Anharmonic Systems in Periodic Fields", Physics Review Letters ,43 ,1979) var den første, som udkom i dette førende tidskrift.

Det er tankevækkende, at foretagsomme folk som Huberman, der plejer forbindelser, holder konferencer og skaber kontakt imellem forskere, i virkeligheden er dem, der sætter fart i den videnskabelige udvikling. Santa Cruz-gruppen ville aldrig have været i stand til at få en artikel i Physics Reveiw Letters på egen hånd, selv om deres arbejde var nok så væsentligt. Denne måde at fortolke på, er ganske nyttig.

Et andet videnskabs-sociologisk aspekt er, at den noget rodede og 'kaotiske' udvikling, har skabt diskussion om ophavsret på forskellige opdagelser. Eksempelvis kan nævnes at Mandelbrot, konsekvent benævner Feigenbaum-følgen som en "Myrberg-følge" (finsk matematiker). En af dem, der har haft størst problemer med at blive retmæssigt krediteret, er Benoit Mandelbrot, som efter eget udsagn har opfundet hele fraktal-geometrien på egen hånd. Han fremstilles af JG som en temmelig selvglad og egocentreret person - men stadig genial og småsindsyg !

Det var Benoit Mandelbrot, som opfandt begrebet *fraktal dimension* i 1975. Han havde fra omkring 1960 arbejdet på sin egen geometri. Han undersøgte adskillige selvsimilære mønstre. Svingning i bomuldspriser, elektronisk transmissions-støj og kystlinier.
Da han i 1975 offentliggjorde sin bog om fraktaler [13] i en fransk udgave, havde han faktisk gået solo hele vejen.

Der var andre som opdagede fraktale mønstre, uafhængigt af Mandelbrot. For eksempel kan nævnes Michael Barnsley, som var inspireret af Feigenbaum og John Hubbard, og som fandt et fraktalt mønster i Newton-iterationer i den komplekse plan.

---

[12] For eksempel "The Dripping Faucet as a Model Chaotic System" Santa Cruz: 1984.
[13] Mandelbrot "Fractals - Form, Chance and Dimension" 1977.

I firserne har paradigmet været prøvet med succes inden for kemien, biologien og lægevidenskaben. Det har for eksempel været anvendeligt til analyse af hjerte-rytmer. Arthur T. Winfree forudsagde i 1983 at man kunne styre hjerte-fibrillationer[14] ved bestemte elektriske impulser[15]. Det opsigtsvækkende var, at hans analyse var baseret på fraktal geometri. I de følgende 3 år, blev hans forudsigelser bekræftet eksperimentelt.

Derudover har kaos-teorien haft succes i beskrivelsen af kemiske reaktioner, uden for ligevægt (se afsnit 4.2.2) og i undersøgelser af døgnrytmer hos dyr og i populationsbiologi.

Dette udgør de væsentligste træk ved kaoshistorien. I firserne er der sket en eksplosion indenfor kaosforskningen. Paradigmet har sneget sig ind på læreanstalter og forskningscentre over hele verden. Det lader ikke til at miste popularitet lige med det samme. I *Physical Citation Index*, er der efterhånden kommet flere og flere henvisninger til ord som *chaos* og *fractal*..

2.3 Opsamling.

Kaos-paradigmets udvikling strækker sig i praksis kun over 20 år, fra de første spredte forsøg, til det endelig vandt fodfæste i midten af firserne. Idag er der ingen tvivl om at paradigmet er bredt accepteret.

Hvis vi sammenligner kaos-revolutionen med to andre store revolutioner inden for fysikken i det tyvende århundrede, nemlig relativitetsteorien og kvantemekanikken, tegner det umiddelbart til at blive et stort paradigme. Kaos-matematikken knytter sig nemlig ikke specielt til fysikken.

Kaos infiltrerer på en tilsyneladende helt naturlig måde, andre videnskaber som biologi, kemi, økonomi og medicin. Hvor relativitetsteorien og kvantemekanikken ikke direkte har haft indflydelse på for eksempel biologien, har kaos-paradigmet en berettigelse i alle videnskaber fordi paradigmet udsiger en metode og en synsvinkel som kan benyttes på en masse forskellige forskningsobjekter.

En del af kaos´ historie er, at teorien i kraft af sin ikke-reduktionistiske karakter og generelle anvendelighed, har været i stand til at nedbryde faggrænser, og samle videnskabsfolk som førhen ikke engang kunne forstå, hvad hinanden sagde.

Selv om mekanik og populationsbiologi handler om forskellige ting, kan de matematiske modeller, der benyttes, sagtens være analoge, og udvise samme form for kaos.

Årsager til paradigmets succes.

Kaos er vokset op inden for rammerne af det etablerede videnskabelige samfund. Man kunne fristes til at sige, simpelthen fordi naturen bød det. Det er en nærliggende, men banal og intetsigende måde at forklare videnskabelig udvikling.

---

[14] Hjertefibriller er uregelmæssige hjerterytmer som undertiden opstår vilkårligt, og medfører øjeblikkelig død!
[15] Arthur Winfree "Sudden cardiac death: A problem in topologi" Scientific American.248 1983. p 144.

Man kan derimod godt sige at der har været et samspil mellem teknologien og kaos-paradigmet, på den måde at computeren har været et vigtigt redskab for kaosforskning. Men det forholder sig ikke sådan, at kaosparadigmet er vokset frem som konsekvens af et eller andet teknologisk krav. Udviklingen har ej heller været betinget af støtte fra noget industrikomplex.

Man kan stille spørgsmålet, om ikke det er en nødvendighed for paradigmets fortsatte eksistens, at det efterhånden giver et eller andet teknologisk output, for eksempel et produkt som kan sættes i masseproduktion. Dette er ret spekulativt, fordi de metoder som er udviklet i forbindelse med kaos-paradigmet allerede nu finder anvendelse i det "daglige" teoretiske arbejde i flere grene af videnskaben. Altså i modsætning til genteknologi eller halvlederfysik, opfattet som paradigmer, er det for kaos´ vedkommende selve teoribygningen, som er produktet.

Man kan heller ikke spore et direkte samfundsmæssigt krav som årsag til paradigmet, hvis vi lige et øjeblik ser bort fra den filosofiske nødvendighed, der opstår af et andet syn på naturen i videnskaben. Selvom vi i denne rapport anlægger den synsvinkel, at kaosparadigmet kan betragtes som opstået inden for naturvidenskaben, er det intuitivt klart, at kaosparadigmets vækst skal ses i lyset af ideologiske bevægelser i resten af samfundet (udenfor naturvidenskaben). Vi vil prøve at tage disse overvejelser op i diskussionsafsnittet.

Kuhns begrebsramme formår ikke rigtig at indfange en eventuel vekselvirkning på det ideologiske plan, mellem videnskaben og andre dele af samfundet. Men Kuhn egner sig godt til at beskrive det historiske forløb, betragtet som en isoleret videnskabelig foreteelse: Kaosparadigmet er opstået som reaktion på den etablerede videnskabs manglende forklaringskraft, som en reaktion på *anomalier*. For eksempel blev Lorenz inspireret til at konstruere Lorenz-attraktoren, fordi han i arbejdedet med en model stødte på kaos.

At *normalvidenskaben* har modarbejdet det nye paradigme , er der vel heller ikke noget overraskende i ; for eksempel havde Feigenbaum svært ved at blive anerkendt i matematiske kredse. Man kan hævde, at vi befinder os midt i en *videnskabelig krise,* hvor der eksisterer to konkurrerende paradigmer.

Det stemmer også godt med Kuhns beskrivelse (skal vi se senere), at dialogen imellem de to paradigmer mest foregår på et metafysisk plan. Valget mellem kaos-paradigmet og den klassiske videnskab kommer an på *tro* , snarere end på forklaringskraft (i en kriseperiode vender videnskaben tilbage til *grundantagelser*).

Kapitel 3 : Kaos i teori og praksis

Der eksisterer (endnu) ikke en kanoniseret og præcis definition af, hvad kaos er. Men der findes en række begreber, man (kaosteoretikere o.a.) i et eller andet omfang er enige om kan fungere som ingredienser til en sådan definition. Det er her hensigten at give en kort omtale af disse begreber.

Vi har som overskriften antyder opdelt kaosområdet i to kategorier: først (afsnit 3.1) gives et forholdsvis kort, kursorisk indblik i kaos' matematiske rammer. Da det er gjort grundigere mange andre steder, vil vi undervejs henvise til mere uddybende litteratur. Det er således kun de mest nødtørftige begreber der kommer på banen i dette afsnit, idet vi vil lægge vægten på ting, der fortrinsvis har med den eksperimentelle side af kaos at skaffe. Endelige behandles de veje, et dynamisk system kan gå til kaos, og nogle universelle træk ved en af disse.
Dernæst fremlægger og diskuterer vi i afsnit 3.2 fysiske eksperimenter, andre har udført. Dette bl.a. for at efterse, i hvor høj grad eksperimenterne kan begrunde en hypotese om, at reale systemer kan udvise kaos - i den strenge matematiske forstand. Endvidere diskuteres betydningen af støj i kaos-eksperimenter.

Men først vil vi lige præcisere begrebet "matematisk kaos".

3.1 Kaos i matematisk forstand

Vi tror, at man skal skelne kraftigt mellem matematisk kaos og kaos i naturen, hvis man ikke vil risikere at få et skævt billede af, hvad kaosteorierne er og kan bruges til.

De fleste af de fænomener og egenskaber (kaotiske tiltrækkere, bifurkationer, fraktaler) man sædvanligvis knytter til kaos, er fundet i *matematiske* modeller og systemer , ved noget man kan kalde eksperimentel matematik . Eksperimentel, fordi det drejer sig om *empiriske* undersøgelser af ikke-analytiske modeller.

At noget opfører sig uregelmæssigt og uforudsigeligt betyder ikke *nødvendigvis*, at det har noget tilfælles med kaos, i den strenge matematiske fortolkning. Hvis man ukritisk knytter ordet kaos til allehånde komplekse og uforudsigelige systemer, såsom skydannelser, økosystemer og økonomiske modeller, bliver det alt for let blandet sammen med kaos i den matematiske betydning, som i trods alt er forholdsvis veldefineret. Der er tale om to forskellige former for uregelmæssighed.

Det, der er interessant, er hvorvidt det matematiske apparat af begreber og metoder, er i stand til at beskrive de 'kaos-lignende' systemer, man finder i den fysiske virkelighed. Om de fysiske systemer udviser kaos i matematisk forstand.

Kaos hører hjemme i et område af matematikken, vi kan kalde dynamisk systemteori. Et systems udvikling i tiden, forsøges ofte beskrevet med differentialligninger. Disse har den bekvemme egenskab, at de i visse simplere tilfælde kan løses analytisk, og dermed giver 'eksakte' informationer om systemets tilstand til enhver tid, når blot begyndelsestilstanden til eet tidspunkt indsættes. Informationer om ligningssystemet, vel at mærke. Anvendeligheden af resultaterne afhænger så af, hvor god en analogi, differentialligningssystemet er for det virkelige system : hvor nøjagtigt parameterværdierne er valgt, hvilke parametre der er set bort fra og så videre.

Når der indgår ikke-lineære led i sådanne differerentialligningssystemer, kan det blive vanskeligt at finde analytiske løsninger. Det eneste man kan gøre er at forsøge at løse dem numerisk. Det vil sige at man tager begyndelsesværdierne af variablene og beregner en tilnærmet løsning (tilstanden) et meget lille tidsrum efter. Denne løsning sættes så ind igen, og giver tilstanden endnu et lille tidsrum efter. Sådan fortsætter man til man har nået det man ville. Som regel er man interesseret i systemets kvalitative opførsel : om det konvergerer mod en stabil tilstand, vokser uhæmmet eller 'dør ud'.

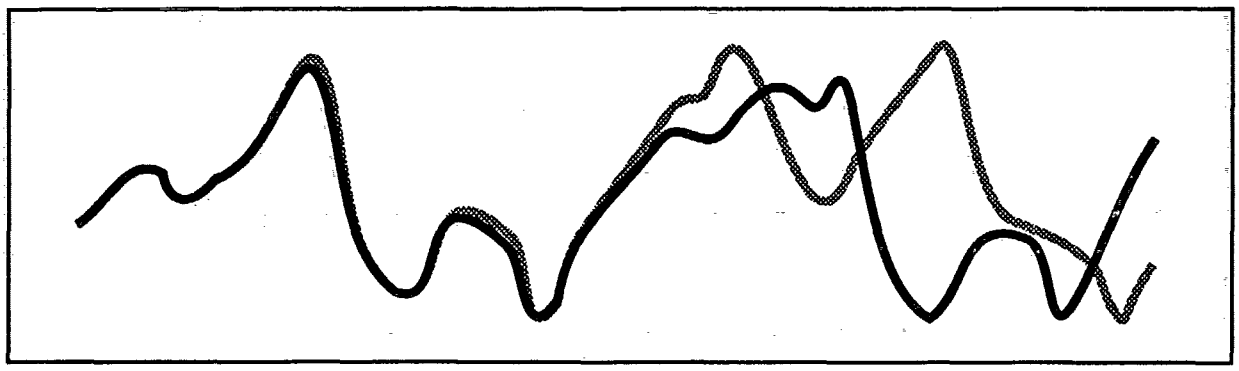
Numerisk integration kræver altid et meget stort antal beregninger, hvilket er temmeligt omstændigt, medmindre man benytter en datamaskine[16]. Ved mere raffinerede integrationsmetoder[17], kan man følge udviklingen af de fleste matematiske modeller i tiden med ret stor nøjagtighed.

Et fænomen man ofte støder på, i ikke-lineære modeller, er *følsomhed på begyndelsesbetingelserne*, og det er denne egenskab, vi opfatter som vigtigst ved matematisk kaos, selvom der er mange andre indgangsvinkler. Følsomhed på begyndelsesbetingelserne vil flere steder rapporten fremstå som S.I.C (Sensitivity to Initial Conditions).

---

[16] Edward Lorentz, der opdagede den første 'strange attractor' i sin konvektionsmodel i 1963, gjorde sig bemærket ved at benytte en *datamaskine* til numerisk løsning af sit ligningssystem. Uden computere havde man måske aldrig nået videre, end til at konstatere, at der var nogen problemer, der egnede sig til analytisk løsning, og andre der *ikke* gjorde. Man ville nok aldrig blive i stand til at undersøge *hvorfor* disse problemer undrog sig analyse (se mere om computerens betydning i afsnit 4.2 om matematikkens praksis).

[17] Af kendte numeriske integrationsmetoder , kan nævnes : Runge-Kutta n. ordens integration, Euler (ikke særlig avanceret). Bedst er det hvis man kan designe en algoritme, der ændrer tidsskridt efter behov - dvs. tager små tidsskridt når systemet ændrer sig hurtigt, og store når systemet er mere roligt. Dette kan ikke rigtig betegnes iteration, da integranden bliver behandlet som en kontinuert funktion.



Figur 1. Lorenz opdagede S.I.C ved at sammenligne to, næsten identiske kørsler af en ikke-lineær vejrmodel (IKKE Lorenz-modellen). På den ene havde han lavet en lille indtastningsfejl af en enkelt af begyndelsesvariablene på 4.decimal, hvilket gav sig udslag i en totalt forskellig opførsel - et sikkert tegn på det, som i 1975 fik navnet kaos.

Følger man udviklingen af et *kaotisk* system, hvor begyndelsestilstandene sættes til næsten det samme, vil der ske det, at de to løsninger følger hinanden et stykke tid, for så hurtigt at bevæge sig hurtigt væk fra hinanden. Hvis forskellen gøres meget lille, betyder det blot at der går lidt længere tid, før løsningerne bevæger sig væk fra hinanden[18]. Det var på denne måde at Lorenz opdagede kaos i den senere så berømte, ikke-lineære differentialligningsmodel, med blot tre koblede differentialligninger.

Kaos i dynamiske systemer drejer sig i det væsentlige om følsomhed på begyndelsesbetingelserne, men også mere end det. Indenfor den matematiske beskrivelse er der en lang række egenskaber knyttet til kaos, som ikke nødvendigvis også gælder for de virkelige systemer. Det er altså et spørgsmål om hvor god en analogi, matematisk kaos er for kaos i virkelige, fysiske systemer. Des flere af det matematiske kaos' egenskaber og kendetegn, man kan finde ved fysiske systemer, des *mere sandsynlig* er det, at kaos er en relevant beskrivelsesmåde.

3.1.1 Dynamiske modeller.

Kaosteorien eller kaosteorierne er egentlig udsprunget af arbejde med forskellige modeller af fysiske fænomener[19]. Modellerne er som tidligere nævnt, ofte opbygget af sædvanlige differentialligninger eller af (koblede) systemer af disse. Derved er modellerne i princippet deterministiske - det er *principielt* muligt at fastlægge systemets tilstand til ethvert tidspunkt, når tilstanden er givet eksakt til blot eet tidspunkt.

---

[18] Stephen Smale fra Berkeley Universitet i USA, fremviste en topologisk transformation ("Smale's hestesko") hvor der ikke er nogen sammenhæng mellem, hvor tæt begyndelsesbetingelserne er på hinanden, og hvor hurtigt de divergerer. Lige meget hvor tæt man sætter begyndelsesvariablene, kan man intet vide om den tid der går, før løsningerne divergerer.

[19] Der tænkes her specielt på de efterhånden berømte Lorenzligninger, der modellerer et konvektionsfænomen, vi iøvrigt omtaler grundigere i afsnit II.2.3. Et af de første systematiske arbejder med ikke-lineære ligninger, var den franske matematiker Henri Poincare's behandling af 3-legemeproblemet omkring århundredeskiftet. Dengang var der dog ikke noget, der hed 'kaos', og hans arbejde gik i glemmebogen i omtrent 70 år.

Dette ligger implicit i beviset af eksistens- og entydighedssætningen for differentialligninger[20]. Men et er principper, noget andet er praksis. Dels kan et systems begyndelsesbetingelser og parametre ikke fastlægges uendelig nøjagtigt, og dels viser det sig umuligt at etablere forskrifter for systemets adfærd frem i tid. Til gengæld er der mening i at diskutere systemers mulige grænseadfærd. Den matematiske disciplin, der behandler den slags, kaldes dynamisk systemteori.

Relevante dynamiske systemer, af hvilke man kunne tænke på kemiske reaktionssystemer, Hamiltonske systemer (dvs. konservative, klassisk-mekaniske systemer), epidemiologiske og økologiske modeller, antages ofte at kunne udtrykkes som et sæt af 1. ordens sædvanlige differentialligninger. Sådanne er netop et af den dynamiske systemteoris objekter. Modellens variable kunne da repræsentere koncentrationer af kemiske stoffer, generaliserede koordinater og impulser eller populationsstørrelser, mens systemparametre kunne være hastigheds-konstanter, fjederkonstanter og masser, fertilitets- og dødelighedsrater hhv.

Fælles for modeller af nævnte slags er, at systemet til et givet tidspunkt vil kunne opfattes som et punkt, hvis koordinater er de enkelte variables værdier. Når tiden løber, vil punktet bevæge sig langs en kurve i et såkaldt faserum; der er rummet udspændt af de variable. Kurven vil udarte til et enkelt punkt, såfremt systemets tilstand er stationær.

Da man altid kan gøre et sædvanligt ligningssystem autonomt (uden stokastiske led), dvs. eksplicit uafhængig af tiden (ved substitutionen $t \rightarrow x$ og tilføjelse af den ekstra ligning : $\dot{x}=1$), er det primært autonome systemer, der fokuseres på i teorien. Derfor får den matematiske notation for omtalte ligningssystemer følgende udseende:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_r(\mathbf{x}) \quad , \mathbf{x} \in \mathbf{R}^m, \mathbf{r} \in \mathbf{R}^k \qquad [1]$$

hvor $\dot{\mathbf{x}}$ betyder de tidsafledede dx/dt, og r en systemparameter. Løsningerne til [1] er altså kurver i faserummet - udspændt af de variable $\mathbf{x} = (x_1(t), x_2(t),..., x_m(t))$.

Hvis $\mathbf{F}_r$ er lineær, kan [1] som bekendt løses analytisk og er derfor uinteressant i regi af kaos-teori. De interessante fænomener kan kun opstå, når højresiden er ikke-lineære udtryk af de variable, og hvis dimensionen, m, er større end eller lig med 3.

Overordnet kan man skelne mellem 2 typer af modeller: De konservative og de dissipative. At [1] er konservativ (energibevarende) vil formelt sige, at divergensen af højresiden, $\nabla \cdot \mathbf{F}$, er lig med 0, mens divergensen af et dissipativt (energiforbrugende) vektorfelt vil være < 0.

---

20 Beviset findes i adskillige fremstillinger af sædvanlig differentialligningsteori. Eksempelvis i (Hirsch & Smale,1974) pp. 162.

Et eksempel på et konservativt system er den endimensionale harmoniske oscillator, hvis Hamiltonfunktion er:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} k q^2 \qquad [2]$$

De heraf afledte bevægelsesligninger er som bekendt:

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m} \quad \text{og} \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} = -k q \qquad [3]$$

hvoraf divergensen ses at være 0. Et eksempel på et dissipativt system er det matematiske pendul, hvor der er medtaget et friktionsled:

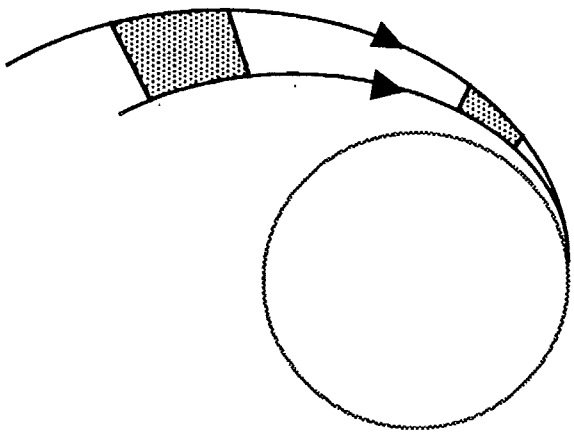
$$\ddot{\Theta} + a \cdot \dot{\Theta} + b \cdot \dot{\Theta} = 0, \quad \text{hvor } a > 0 \qquad [4]$$

Denne anden ordens ligning kan transformeres til et første ordens system ved substitutionen: $x = \dot{\Theta}$ og $y = \Theta$, hvorved fås:

$$\dot{x} = -a x - b y \qquad [5]$$
$$\dot{y} = x$$

hvis divergens umiddelbart ses at være $-a < 0$.

Geometrisk anskuet betyder den negative divergens, at et område af faserummet kontraheres i tid. Volumenet af et område i faserummet vil med tiden blive 0 (se fig. 2), mens et tilsvarende volumen for et konservativt vektorfelt er bevaret til alle tider.



Figur 2. Et område af faserummet kontraheres under bevægelse mod grænsecyklus.

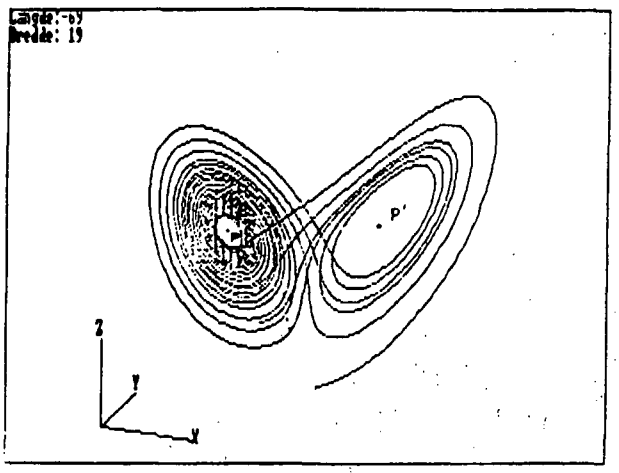
Da de fleste dynamiske fænomener i naturen er dissipative pga. diverse former for friktion, afgrænses den fortsatte beskrivelse til disse systemer[21].

Det har indtil for et par årtier eller tre siden været den almindelige videnskabelige opinion, at dissipative systemers grænseadfærd kunne koges ned til een af 3 mulige: Enten kan systemet gå mod en ligevægt (en punkt-attraktor bestemt af $\dot{\mathbf{x}} = 0$), det kan oscillere periodisk (en grænsecykel) eller det kan svinge ind i et kvasiperiodisk mønster. Fælles for disse adfærd er, at de er forudsigelige - deterministiske.

Men det har vist sig, at den nævnte klassifikation af faserummets grænsemængder er utilstrækkelig. Meteorologen Edward Lorenz arbejdede i de tidligere tressere med en stærkt idealiseret model (bestående af 3 koblede 1. ordens differentialligninger) af et hydrodynamisk fænomen - Rayleigh-Benard konvektion[22] - et fænomen vi iøvrigt returnerer til i afsnit 3.2.3. Lorenz så - angiveligt ved en tilfældighed[23] - at hans model dels var særdeles følsom overfor startbetingelserne, og dels at systemet ikke tenderede mod en af de 3 nævnte grænsemængder.

Imidlertid var computerteknologien på den tid knap nok nået til haletudsestadiet - set retrospektivt. Derfor var Lorenz' løsningskurver ikke særlig lange (regnet i tid), hvorfor man umiddelbart kunne mistænke systemet for, ikke have overlevet dets transiens (indsvingning). Men der var til gengæld ingen tvivl om, at systemet oppebar en ekstrem sensitivitet overfor startbetingelserne. *Dette* var nyt !

På fig.3 er vist attraktoriern for en kørsel af Lorenzmodellen.



Figur 3. En ny kørsel fra Lorenzattraktoren (Wierød et al., 1986).

---

21 Yderligere information om konservative systemers dynamik er fx. at finde i en længere oversigtsartikel (Helleman,1980), der specielt handler om Hamiltonske systemers adfærd. En mere dybtgående behandling findes i (Sagdeev et al.,1988). Endelig kan vi henvise til en computal behandling af det klassiske dobbeltpendul i (Wierød et al.,1989).

22 Originalartiklerne er (Lorenz,1963) og (Lorenz,1964). Historien om, hvorledes Lorenz opdagede besynderlighederne ved modellen, er at finde i (Gleick,1988).

23 De tre grænsemængder er fixpunkt, grænsecykel og kvasiperiodisk tiltrækker.

Det har siden vist sig, at den besynderlige adfærd i Lorenz-modellen langt fra er enestående. Faktisk vil langt de fleste ikke-lineære differentialligningsmodeller (hvis faserum er af dimension ≥ 3) kunne udvise en adfærd, der minder om Lorenz-modellens. Der er derfor i dag ikke længere tvivl om, at en 4. kategori af grænsemængder var opdaget. De kaldes for *strange attractors* (kaotiske tiltrækkere). Og de *er* sære. Dels er den sære tiltrækkers (ligesom de øvrige tiltrækkeres) volumen lig 0, og dels vil to nærtliggende punkter på tiltrækkeren i gennemsnit (over uendelig tid) divergere eksponentielt fra hinanden. Det sidste redegør for den omtalte følsomhed overfor begyndelsesbetingelserne. Kombinationen af den eksponentielle flugt og volumenkontraktionen implicerer en mekanisme, der kaldes folde-stræk processen[24].

I stedet for at betragte det kontinuerte system i dets faserum kan dynamikken udforskes på et snit indlejret i faserummet - et såkaldt Poincaré-snit (se figur 4). Dermed menes en hyperflade, der snitter attraktoren på passende vis, dvs. den skal skære overalt og ikke tangere.

Ad den vej er der høstet den attråværdige geometriske fordel, at dimensionen af problemet er reduceret med 1. Altså, hvis faserummets dimension (som i Lorenz-modellen) er 3, vil Poincaré-snittets dimension være 2. Denne proces mindsker ikke synderligt den information, systemet besidder. Poincaré-snittet afføder forestillingen om, at man kan opfatte det oprindeligt kontinuerte system som et diskret iterativt system:

$$x_{n+1} = f_r(x_n) \ , \ x_n \in \mathbf{R}^{m-1} \ , \mathbf{r} \in \mathbf{R}^k \qquad [6]$$

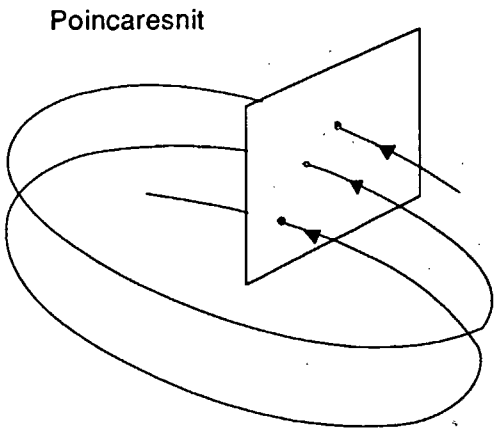
hvilket er mere attraktivt set med matematiske øjne[25].

Det er sjældent, at man på baggrund af en given differentialligningsmodel kan etablere et analytisk udtryk for sin Poincaré-afbildning. Til gengæld er det programmeringsteknisk en forholdsvis smal sag at konstruere en algoritme, der udfra ligningsløseren kan opsamle og afbilde snitpunkterne på en computerskærm. Og det er ikke sjældent, at man kan bringes til at sige noget alment om et systems tilstand på baggrund af et sådant snitbillede.
Det vil dels sige, at man kan se, hvilken type tiltrækker systemet bevæger sig mod - eller er på - dels er det undertiden muligt at se hvilken måde systemet er blevet kaotisk på.

---

[24] En uddybende regørelse for denne proces findes fx i (Wierød et al.,1989) og i (Schuster,1988).

[25] Vi kan henvise til bøger, der på hver sin måde behandler iterative systemer specielt 1-dimensionale. (Collet og Eckmann,1980) er en matematisk undersøgelse af 1-dimensionale afbildninger af enhedsintervallet på sig selv. En nyligt udkommen bog på dansk, som beskæftiger sig med de samme sager, men på et gymnasialt niveau er (Jakobsen,1989). Endelig er der (Schuster,1988), der har en fysisk indgang til området, hvilket dog ikke gør den specielt let tilgængelig. Men den er god og kommer vidt omkring.



Figur 4: En løsningskurves skæring med et Poincarésnit.

Indtil nu har vi ikke omtalt *systemparameterens* betydning for systemanalysen. Da parametrene i realistiske systemer ikke kan fastsættes med uendelig præcision, er det af væsentlig betydning, om et givet systems adfærd er kvalitativt ens uafhængig af, hvad parametrenes værdier er. Hvis eksempelvis systemet for et sæt af parameterværdier tenderer mod en stationær tilstand og oscillerer periodisk for et andet sæt, må der nødvendigvis være sket et kvalitativt hop i et 'mellemliggende' parametersæt. Man siger, at systemet har undergået en bifurkation ('gaffeldeling') i det pågældne sæt af parametre.

Tidligere har denne egenskab været underprioriteret, idet det ansås for at være specielt og derfor uinteressant, at et system ikke er robust overfor variationer af parametrene , dvs. perturbationer af det aktuelle system. Men i de seneste år er 'det specielle' blevet *in* og er blevet opdyrket under overskriften *bifurkationsteori*.. Vi skal senere omtale et par eksempler på forskellige bifurkationer dels med udsigtspunkt, dels i faserummet og dels i et Poincaré-snit.

En del af den dynamiske systemteori beskæftiger sig med at klassificere de punktmængder, der kan fremkomme i et Poincaré-snit. Punktmængdernes topologi kan eventuelt udsige noget om, på hvilken måde det pågældne system er blevet kaotisk (se afsnit 3.1.3). Der er således vægtige grunde til at studere afbildninger af typen [6].

Både den kaotiske tiltrækker som objekt og kaotiske mønstre i et Poincaré-snit er kvalitative udtryk for et systems kaotiske opførsel. Der er også gennem årene udviklet metoder til at give kvantitative udsagn om et systems kaotiske tilstand. Den slags har især affinitet til spørgsmålet om eksperimentelle systemer er kaotiske eller ej, hvilket relaterer til empiri-teori spørgsmålet i problemformuleringen (I) for nærværende rapport.
Hermed er bolden givet op til næste afsnit.

3.1.2 Mål i kaosteorien

Dette afsnit skal kort redegøre for de vigtigste måder, hvormed man kan kvantificere graden og arten af et systems kaotiske opførsel. For uddybende information, henvises til anden litteratur[26].

a) Liapunoveksponenten

Et af de vigtigste kendetegn ved kaos, er følsomhed på begyndelsesbetingelserne, som nævnt i kapitel 1. Størrelsen af denne følsomhed er derfor et vigtigt spørgsmål i undersøgelsen af en række kaotiske systemer. To løsningskurver i faserummet for et kaotisk system, vil i gennemsnit i tiden bevæge sig eksponentielt fra hinanden, med en hastighed, der **ikke** afhænger af hvor tæt de er fra start - som nævnt i 3.1.1.

Systemets *Liapunoveksponenter* giver størrelsen af denne hastighed, og fortegnene fortæller om løsningskurverne i gennemsnit :

a) nærmer sig hinanden (negativ L-eksponent, λ),

b) fjerner sig fra hinanden (positiv L-eksponent, λ)

Hvis løsningskurverne holder samme afstand, forskydes lineært eller i det hele taget forskydes med en ikke-eksponentiel hastighed, er Liapunoveksponenten nul.

λ-eksponenterne beskriver systemets tilstand kvalitativt såvel som kvantitativt

Fler-dimensionale kontinuerte systemer vil have flere Liapunoveksponenter : en for hver dimension i faserummet. Et n'te ordens differentialligningssystem har n Liapunoveksponenter, og disse n eksponenter udgør *Liapunovspektret* , der er karakteristisk for systemets tilstand - om systemet for de givne parameterværdier går mod et fikspunkt eller en grænsecykel, er kvasi-periodisk (kvasi : næsten) eller kaotisk. En kaotisk tiltrækker i faserummet vil for eksempel have både positive og negative Liapunoveksponenter.

Liapunov-spektret for et system siger noget om, hvilken grænseadfærd systemet udviser for det aktuelle sæt af parameterværdier.

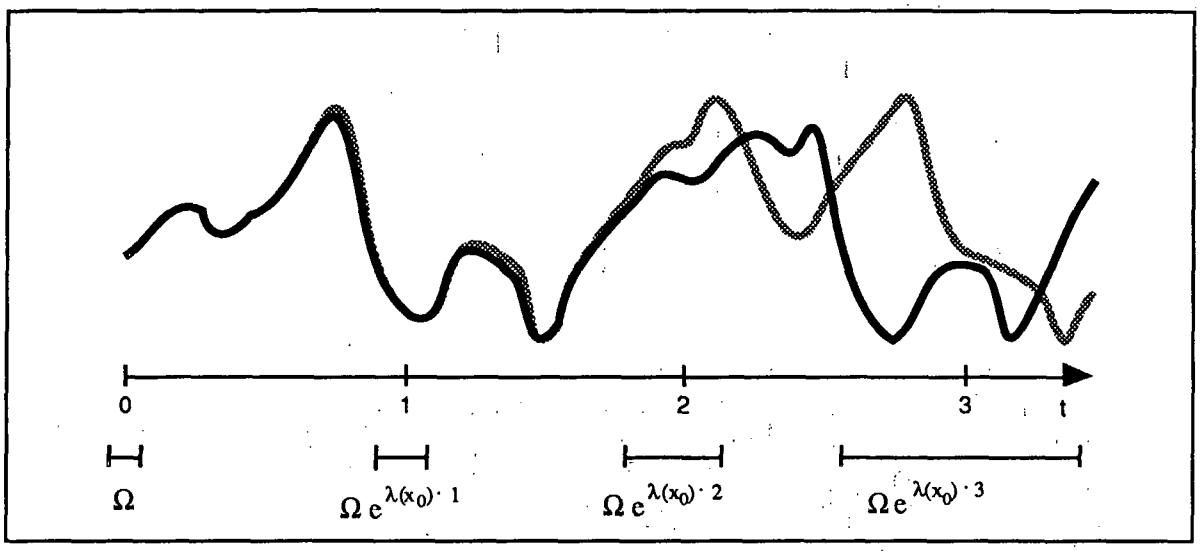
Et stabilt fixpunkt i et faserum - en punktattraktor - tiltrækker løsningskurver, der følgelig vil nærme sig hinanden . λ er negativ for alle variable, hvilket for et tredimensionalt faserum giver spektret (-,-,-), mens en kaotisk attraktor tilsvarende vil have spektret (-,0,+).

For et dissipativt system vil summen af λ-eksponenterne blive negativ, hvilket svarer til at et volumen i faserummet vil blive trukket ind til en attraktor med nul-volumen (en kaotisk tiltrækker har volumen nul), mens summen af λ-eksponenterne for et konservativt system vil være nul.

---

[26] Liapunoveksponenten og fraktal dimension gennemgås i "Kaos i fysiske systemer" (Wierød et. al. 1989), mens alle fem måder, gennemgås i "Deterministic Chaos" (Schuster, 1988).

Liapunov-spektrene er ikke så relevante for de cases, der tages op senere, så vi indskrænker den *matematiske* definition af Liapunoveksponenten til at omfatte en-dimensionale Poincaré-afbildninger (også kaldet retur-afbildninger[27]).



Figur 5. Hvis Ω er den forskydning | x_0 - y_0 | de to løsningskurver har til tiden t=0, vil de i gennemsnit bevæge sig væk fra hinanden med hastighed givet ved Liapunov-eksponenten λ - såfremt systemet er kaotisk.

En sådan kan skrives :

$$x_{n+1} = f(x_n)\,,\ n \in N \qquad [7]$$

hvor n fungerer som tiden. I denne en-dimensionale situation løber værdierne (x_n) på den reelle talakse. Derved kan numerisk værdi | . |, bruges som norm.
Lad x_0 og $x_0 + \varepsilon$ være to nærtliggende startværdier. Da vil

$$e^{N\lambda(x_0)} = \left| f^N(x_0 + \varepsilon) - f^N(x_0) \right| \qquad [8]$$

udtrykke afstanden mellem de N'te itererede af disse punkter. Heraf fås, at :

$$\lambda(x_0) = \frac{1}{N} \ln \left| \frac{f^N(x_0+\varepsilon) - f^N(x_0)}{\varepsilon} \right| \qquad [9]$$

[27] I (Wierød et al, 1990) er der viet et helt kapitel til begrebets anvendelse i kontinuerte systemer. Der er yderligere diskuteret - og anvendt - en metode til eksponentbestemmelse i konkrete situationer.

Liapunoveksponenten λ er defineret ved grænseværdien :

$$\lambda(x_0) = \lim_{N\to\infty} \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{1}{N} \ln \left| \frac{f^N(x_0+\varepsilon) - f^N(x_0)}{\varepsilon} \right| = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \ln \left| \frac{df^N(x_0)}{dx_0} \right| \qquad [10]$$

For $\lambda = 0$ er der ingen gennemsnitlig *eksponentiel* afvigelse punkterne imellem. Det udelukker dog ikke andre funktionelle afvigelser - såsom lineær vækst (se Wierød et al, 1989).

b) Fraktalitet, fraktal dimension

En fraktal er en punktmængde, der på flere måder udmærker sig frem for sædvanlige punktmængder som for eksempel et rektangel eller et liniestykke. For det første er fraktalen *selvsimilær* : dens former gentager sig, på alle skalaniveauer. Forstørres figuren op, vil den blive ved med at ligne sig selv. Objekter, der har selvsimilære træk, men strengt taget ikke er det, og til gengæld bliver mere detaljerede når de forstørres op kaldes *multifraktaler* [28]. Grunden til at disse nævnes specielt er, at man indenfor fraktalgeometrien regner med, at langt de fleste fraktaler er multifraktaler - altså ikke *helt* selvsimilære. Den mest populære og kendte fraktal, eller rettere multifraktal, er nok Mandelbrotmængden. Forstørres denne punktmængde succesivt op ved randen, genfindes atter og atter former, der ligner den karakteristiske form, mængden har i "naturlig" størrelse.

En sådan punktmængde er i princippet uendelig detaljeret : uanset hvor meget figuren forstørres op, dukker nye komplekse detaljer op - mængden bliver aldrig "grovkornet", som sædvanlige geometriske figurer uundgåeligt bliver ved tilstrækkelig forstørrelse.

For det andet har fraktale punktmængder en ikke-heltallig dimension. Dette lyder underligt, og det er det i og for sig også. En punktmængdes fraktale dimension, er et mål for hvor "tæt" den udfylder, det metriske[29] rum, den ligger i. Dette tal er invariant overfor strækninger og foldninger af det underliggende rum.

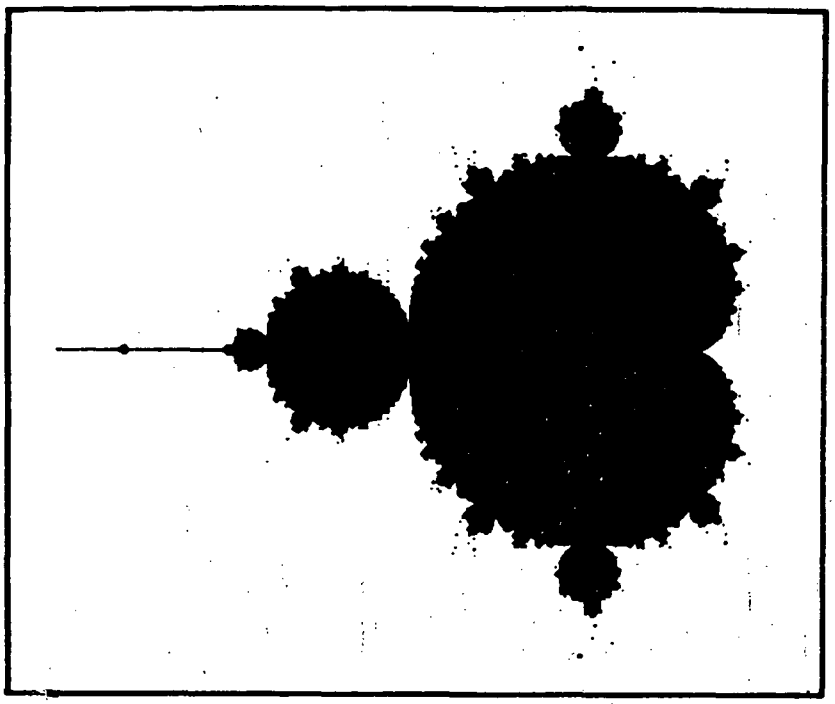
Komplicerede multifraktaler, kan dog godt have flere forskellige fraktale dimensioner, for forskellige områder af punktmængden og ved forskellige skaleringer (ved randen).

Mandelbrotmængdens fraktale dimension stiger med forstørrelsen - man mener, dog uden at kunne bevise det, at den konvergerer mod 2.

---

[28] Mandelbrot definerede selv fraktaler med det strenge krav om fuldstændig similaritet på alle skalaniveauer, hvilket i praksis udelukker hans egen Mandelbrotmængde. Dette er Mandelbrot selv meget ked af, men kaotikerne har taget definitionen til sig - M. må nøjes med at kalde sin mængde for en multi-fraktal.

[29] Et metrisk rum er en elementmængde M, der har tilknyttet en afstandsfunktion d (metrik), som giver størrelsen af afstanden mellem to elementer. F.eks. kan et koordinatsystem nævnes. Dette er et Euklidisk rum.



Figur 6 : Mandelbrotmængden (Schuster, 1988).

Ægte fraktalers dimension er invariant overfor den forstørrelse man ser den i. Den fraktale dimension d, som fysikere kalder kapacitet, kan i mange tilfælde bestemmes eksperimentelt. I (Wierød et al., 1989) bestemmes for eksempel den fraktale dimension af Lorenz-attraktoren til 2.06. Den fraktale dimension af den engelske kystlinie er for eksempel bestemt til 1.2. Alt i alt er den fraktale dimension en bekvem måde at sammenligne fraktale punktmængder på, hvilket ellers ikke er så let. Topologien opererer med flere slags dimensioner[30], bl.a.Hausdorff-dimensionen d_F, som kapaciteten d_C er en simplere udgave af .
Her omtales kun kapaciteten , da denne for en lang række fraktale strukturer er lig Hausdorff-dimensionen.

[30] Topologi er læren om de egenskaber ved objekter, der er invariante overfor kontinuerte transformationer, som bøjninger, strækninger, udtrækninger og lignende deformationer. En fraktal attraktor deformerer et område af faserummet ved gentagne bøjninger og strækninger - som når man laver butterdej - hvorved to tætliggende punkter hurtigt fjernes fra hinanden. Fraktal geometri hører til i denne afdeling af matematikken.

Hvis :

•punktmængden er en begrænset delmængde af et p-dimensionalt Euklidsk[31] rum $\mathbf{R}^p$, og

•$N(\varepsilon)$ er antallet af p-dimensionale kuber med siden ε, der skal til for at dække punktmængden,

så er den fraktale dimension - kapaciteten d_c - givet ved :

$$d_C = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \qquad [11]$$

Nøjagtigheden af bestemmelsen afgøres af, hvor lille man vælger ε. Hvis man har en tegning af en fraktal, kan man anslå den fraktale dimension, ved at indtegne et antal kvadrater på fraktalen (et tern svarer til en 2-dimensional kube, med ε = siden af ternen) , og så tælle hvor mange der skal til for at dække den helt. Sidelængden ε og antallet indsættes så i [11].

Andre eksempler :

• Antallet af ε–kuber, som skal til for at dække henhv. et punkt, et liniestykke og et areal, er $N(\varepsilon) = 1$, $N(\varepsilon) = \varepsilon^{-1}$, og $N(\varepsilon) = \varepsilon^{-2}$. Dette giver ikke overraskende de fraktale dimensioner

$d_c = 0$, for et punkt,

$d_c = 1$ for et liniestykke, og

$d_c = 2$ for et areal,

da det også er de sædvanlige dimensioner vi knytter til disse punktmængder.

• Mere interessant er den fraktale dimension af *Cantormængden* . Denne punktmængde fremkommer ved at tage den midterste trediedel ud af et liniestykke, så der kun er to trediedele tilbage, for derefter at tage den midterste trediedel ud af hver af disse, i en uendelighed (se figur 7). Resultatet er en mængde med overtællelig mange, fuldstændigt usammenhængene elementer og samlet længde nul .

Man kan bestemme Cantormængdens fraktale dimension, ved at vælge sidelængden $\varepsilon = (1/3)^m$, svarende til Cantormængdens aktuelle "opløsning", dvs. det antal gange m man har udført operationen, med at tage midterstykkerne ud.

Så tæller man op, hvor mange liniestykker (1-dimensionale kuber) af denne længde , der skal til for at dække mængden.

---

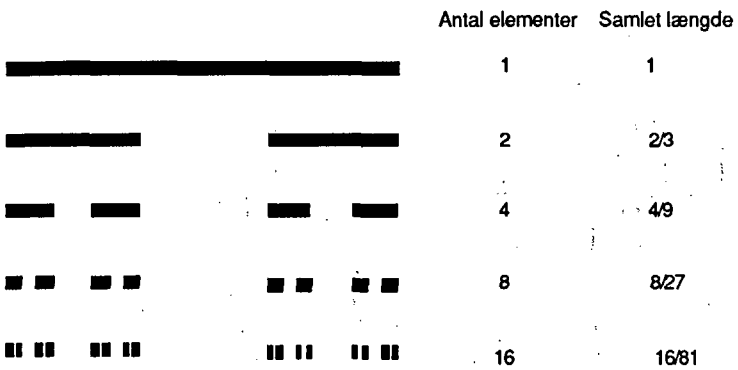
[31] Et Euklidisk rum er et metrisk rum hvor metrikken er givet ved den velkendte afstandsformel (her i 2 dimensioner):

$$d(x,y) = \sqrt{(y_1-x_1)^2 + (y_2-x_2)^2}$$

Herved fås $N(\varepsilon) = 2^m$, og dette giver indenfor en usikkerhed ε kapaciteten d_C :

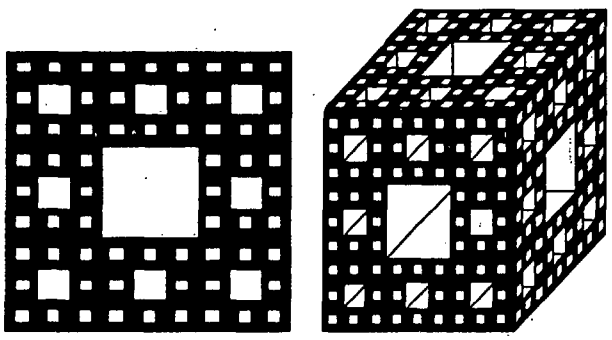
$$d_C = \frac{\log 2^m}{\log 3^m} = \frac{\log 2}{\log 3} = 0{,}630... \qquad [12]$$

Den samme værdi fås, uanset hvilken "opløsning" man vælger (sidelængde ε) , blot man gør opløsningen af Cantormængden tilsvarende større. Det vil sige at man udfører operationen med at tage midterste trediedel ud, tilsvarende mange gange.

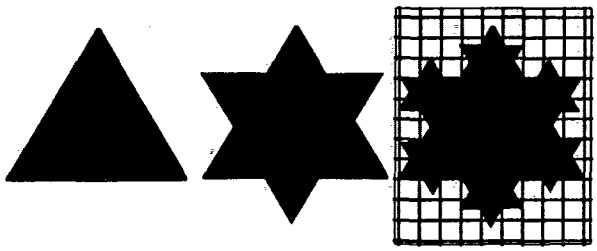


Figur 7. Bliver man ved med at tage den midterste trediedel ud af intervallerne, som det er påbegyndt på figuren, fås Cantormængden : en fraktal punktmængde, med overtælleligt mange elementer, og mål lig nul.

• Sierpinskitæppet (fig. 8a), som fremkommer ved at tage den midterste niendedel ud af et kvadrat, har den fraktale dimension : $d_C = \log 8 / \log 3 = 1.893...$
Udbygges dette tæppe til en "svamp", fås et monstrum som ses til højre på figur 8. Denne Sierpinskisvamp har volumen nul og uendelig overflade. Denne giver
$d_C = \log 20 / \log 7 = 2{,}727...$



Figur 8a. Sierpinskitæppet til venstre (areal = 0, samlet rand uendelig) mens Sierpinskisvampen ses til højre (Volumen = 0, areal uendeligt).



Figur 8b. Koch-kurven. Her kan den fraktale dimension enten bestemmes ved at tælle terner, som antydet på figuren, og indsætte i [11], eller se på den kurveforlængelse, der kommer hver gang operationen udføres : kurven bliver 4/3 længere. Dette giver den fraktale dimension d_C = log 4 / log 3 = 1.261... (Barnsley, 1988).

c) Autokorrelationsfunktionen

En brugbar måde at beskrive et signals grad af periodicitet, er ved at betragte autokorrelationsfunktionen $C(\tau)$ af signalet x(t), som i kontinuert version har formen:

$$C(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x'(t)\, x'(t+\tau)\, dt \quad ; \text{hvor } x'(t) = x(t) - \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, dt \qquad [13]$$

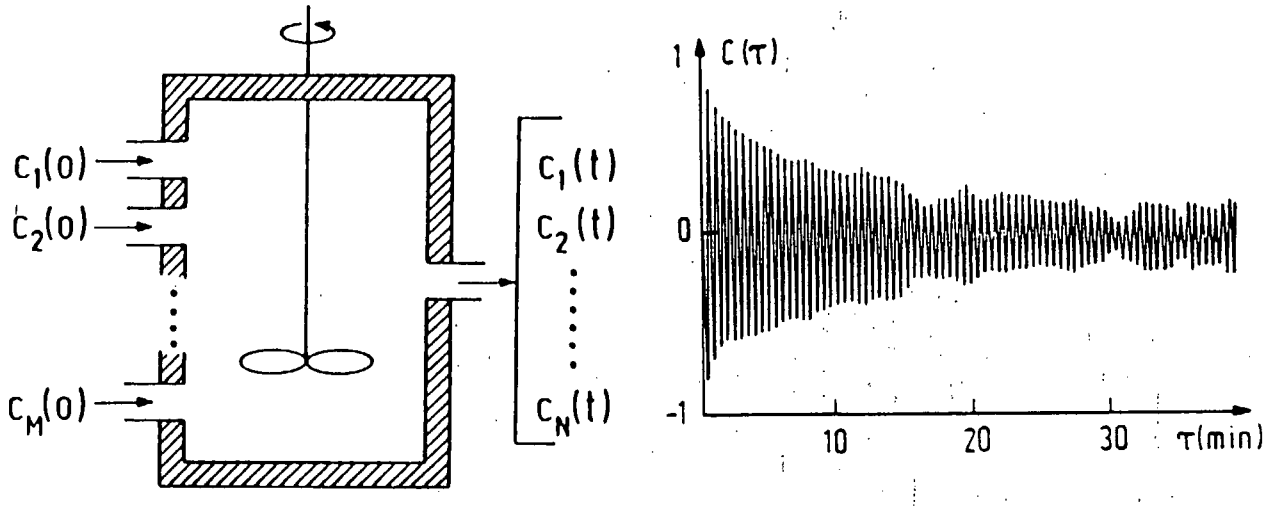
Højresiden : x'(t) er afvigelsen af amplituden x(t) fra middelværdien over uendelig tid.
Venstresiden : Produktet af en sådan afvigelse x'(t) til tiden t og den tidsforskudte $x'(t+\tau)$ midles over uendelig tid på venstresiden, hvilket giver korrelationen for tidsforskydningen τ. Og hvad betyder så det? Denne funktion måler korrelationen - den 'gennemsnitlige sammenhæng' - mellem et signal til tiden t og et efterfølgende signal tiden τ efter - taget over uendelig tid. Dermed også hvor forudsigeligt signalet udvikler sig.

En 'diskret' formulering af autokorrelationsfunktionen, er måske mere relevant i eksperimentel sammenhæng, idet der her arbejdes med rækker af diskrete signalværdier, fremfor kontinuerte analytiske udtryk. Et sådant udtryk for autokorrelationsfunktionen, gældende for to signalværdier i en diskret række med indbyrdes skridtafstand m, kan skrives :

$$C_m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x'_j\, x'_{j+m} \quad ; \quad \text{hvor } x'_j = x_j - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_n \qquad [14]$$

Et periodisk signal af en eller anden slags, vil give en autokorrelation C_m, der enten svinger eller er konstant forskellig fra nul. Er signalet kaotisk, er der netop lille, eller ingen korrelation mellem to på hinanden følgende signaler, hvilket giver en korrelation, som falder hurtigt mod nul (se figur 9), ofte eksponentielt (Schuster, 1988, p.13)
Autokorrelationsfunktionen er bruges ofte som et mål for kaos i et signals udvikling.

I praksis er der det problem, at almindeligt forekommende støj i fysiske systemer, ødelægger korrelationen selv for periodiske signaler - sommetider endda ret hurtigt. Støjen betyder at τ ikke skal være ret stor, før signalet ikke længere helt overholder perioden. Der findes meget få rene periodiske signaler i den fysiske virkelighed. Men kan i almindelighed regne med at autokorrelationen vil gå ulig hurtigere mod nul for et kaotisk signal, end for et pænt, periodisk signal. Kvasiperiodiske signaler må så ligge et sted imellem disse to.



Figur 9 : Belousov-Zhabotinsky-reaktionen (se senere i kapitlet) er en kemisk reaktion, der kan bringes til at oscillere kaotisk, og den kendetegnes derfor ved en hurtigt, eksponentiel faldende autokorrelation (Schuster , 1988).
En række kemiske stoffer flyder ind i en godt omrørt beholder, hvorefter der måles på indholdet af et af stofferne.
C1(0)...CM(0) er initieringskonc. og C1...CM er output-koncentrationerne (Schuster, 1988, s.12).

d) Fourier- og powerspektre.

Skal man analysere et kompliceret (sammensat) signal, er man ofte i den situation, at man ikke umiddelbart kan se om signalet er periodisk eller kaotisk (aperiodisk), da begge dele kan se meget komplicerede ud. En meget brugt måde at analysere komplicerede signaler er Fourier- og powerspektre.

En superposition af en række cosinus og sinusfunktioner, og så lidt støj i opstillingen, kan give et signal som næsten er uskelneligt fra et kaotisk signal. Omvendt kan man transformere en hvilken som helst periodisk funktion tilbage til den række cosinus og sinus funktioner, som sammenlagt giver funktionen.

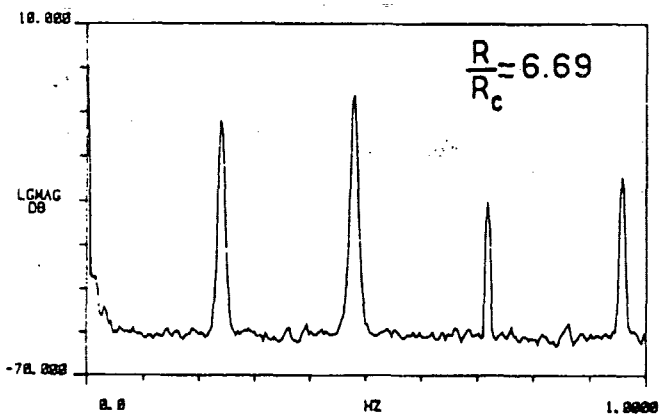
Det samme kan gøres med en diskret række (samplede) signalværdier fra et eksperiment .

Fouriertransformationen af signalet x(t) over i x(ω) er givet ved[32]:

$$x(\omega) = \lim_{T \to \infty} \int_0^T e^{i\omega t} x(t)\, dt \qquad [15]$$

Denne formuleres på mange måder i litteraturen, på både diskret og kontinuert form, men denne er hentet fra (Schuster, 1988).

Der vil for et periodisk, sammensat signal, typisk komme et Fourierspektrum, som på figur 10 :



Figur 10. Typisk anharmonisk periodisk Fouriertransformeret signal.Hver peak i diagrammet svarer til en amplitude af en given cosinus / sinusfunktion, med perioden $2\pi/\omega$.

Hvis man kvadrerer Fourierspektret, får man et udtryk for hvor meget energi, signalet afsætter i de forskellige frekvensområder[33].

Dette er det såkaldte power-spektrum:

$$P(\omega) \equiv |x(\omega)|^2 \qquad [16]$$

Powerspektret er iøvrigt proportionalt med Fouriertransformationen af autokorrelations-funktionen C_m, eller $C(\tau)$, på kontinuert form:

$$P(\omega) = |c(\omega)|^2 \;\alpha\; \lim_{T \to \infty} \int_0^T e^{i\omega t} C(\tau)\, dt \qquad [17]$$

---

[32] Den komplekse eksponentialfunktion afhænger af med cos. og sin., idet : $e^{i\omega t} = \cos n\omega t + i \sin n\omega t$.

[33] I bølgeteorien vises det at den effekt der bæres af en bølge, er proportional med kvadratet på amplituden, i gennemsnit over tiden. Power-spektret er en amplitude-række, ikke over tiden men over frekvensen. Det kan vises (s.45, Berge et.al, 1984), at en kvadreret række over frekvensen kan transformeres til en kvadreret række over tiden. Dette forklarer hvorfor man kan kalde kvadratet på fourier-spektret for power-spektret.

Powerspektret og autokorrelationsfunktionen indeholder den samme information om signalet. Når man kvadrerer den Fourier-transformerede funktion for at få power-spektret, sier man information om faserne af cosinus og sinusfunktionerne fra. Dette er en fordel, hvis man kigger på kaotiske systemer, hvor der ikke er nogen faser - i dette tilfælde er det støj man sier fra i power-spektret.

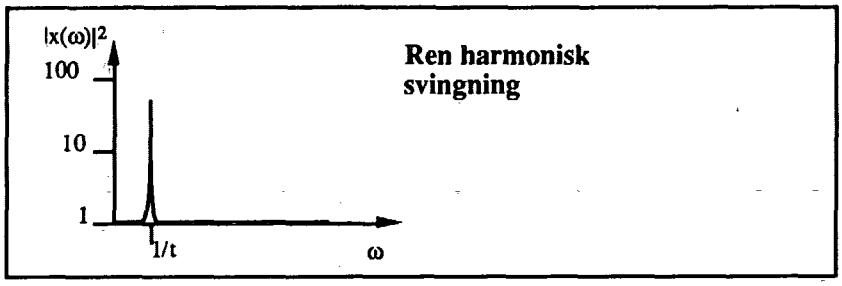
e) Powerspektre, periodicitet og frekvenslåsning

Et periodisk signal gentager sig for hver periode P. Det vil sige at alle de harmoniske har frekvenser, der er et helt tal gange grundfrekvensen f1 (se figur 11b).
Et kvasiperiodisk signal er et næstenperiodisk signal - dvs et signal der gentager sig, men med en lille ændring for hver periode. Der skal mindst to inkommensurable frekvenser (irrationale forhold) til at skabe et kvasiperiodisk signal.
Et Fouriertransformeret kvasiperiodisk signal, vil vise en række frekvenser, der *ikke* kan skrives som et helt tal gange grundfrekvensen. Når det Fouriertransformeres vil spidserne ikke have samme pæne afstand i mellem sig, som figur 11a.
Er signalet periodisk eller kvasiperiodisk, vil power-spektret være en række skarpe peaks, fordelt på de Fourier-opløste frekvenser, med relativt lidt støj imellem.

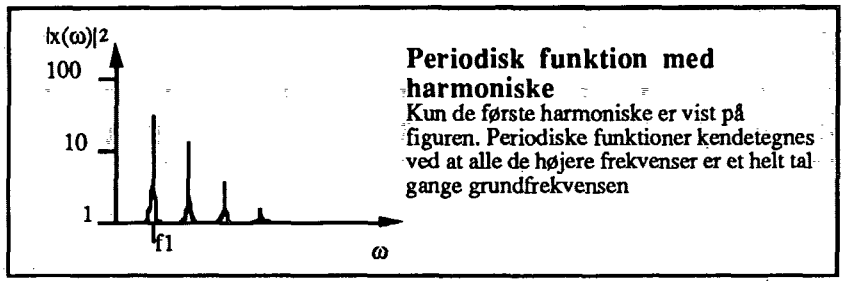
Man kigger også efter *frekvenslåsning*, som kan optræde i et kvasiperiodisk signal lige før overgangen til kaos (giver et højt kontinuert støjniveau, se senere i kapitlet).
Frekvenslåsning er en interessant del af studiet af veje til kaos. Det der sker, er at der ved kvasiperiodicitet opstår to fundamentale frekvenser, hvis linearkombinationer danner de andre, højere frekvenser (se figur 8).
Hvis forholdet mellem de to fundamentale frekvenser er et rationelt tal, opstår frekvenslåsning, hvilket pludselig får signalet til at svinge "rigtigt" periodisk, idet alle linearkombinationerne af grundfrekvenserne, nu er multipla af f2 - f1. De mulige frekvenser er så:

$$f_n = n\,(f_2 - f_1) \quad \text{, hvor } n = 2,3,4... \qquad [18]$$

Deres indbyrdes frekvensforhold låser - f1/f2 bliver konstant, også selvom den systemparameter, der styrer frekvensen ændres et stykke yderligere. På et tidspunkt overgår systemet så til kaos (se figur 8).Er signalet kaotisk , vil powerspektret være et forholdsvis kontinuert spektrum af støj, som vil være mere spredt ud over frekvensspektret, des mere kaotisk signalet er. Man ser ofte kaos opstå i et sådant spektrum, når støjniveauet pludselig hæver sig op over instrumentstøjen (se afsnit senere om støj).

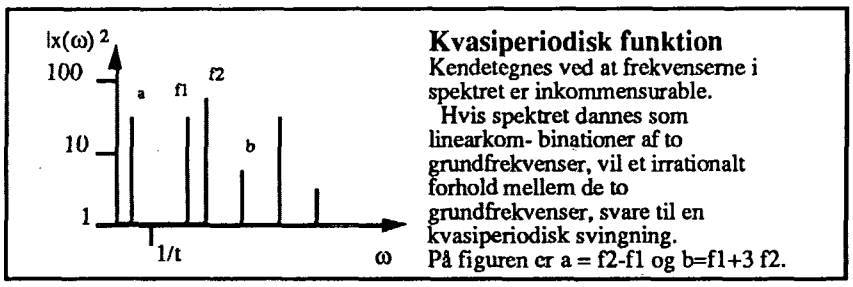


Ren harmonisk svingning



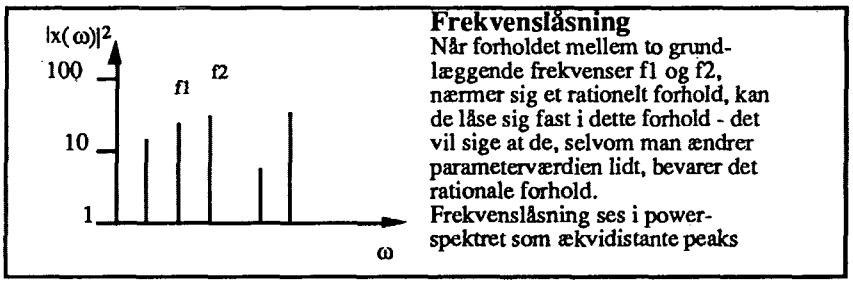
Periodisk funktion med harmoniske

Kun de første harmoniske er vist på figuren. Periodiske funktioner kendetegnes ved at alle de højere frekvenser er et helt tal gange grundfrekvensen



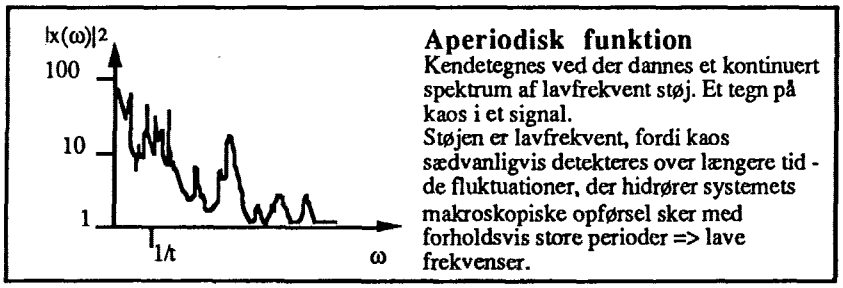
Kvasiperiodisk funktion

Kendetegnes ved at frekvenserne i spektret er inkommensurable.
Hvis spektret dannes som linearkom- binationer af to grundfrekvenser, vil et irrationalt forhold mellem de to grundfrekvenser, svare til en kvasiperiodisk svingning.
På figuren er a = f2-f1 og b=f1+3 f2.



Frekvenslåsning

Når forholdet mellem to grundlæggende frekvenser f1 og f2, nærmer sig et rationelt forhold, kan de låse sig fast i dette forhold - det vil sige at de, selvom man ændrer parameterværdien lidt, bevarer det rationale forhold.
Frekvenslåsning ses i power-spektret som ækvidistante peaks



Aperiodisk funktion

Kendetegnes ved der dannes et kontinuert spektrum af lavfrekvent støj. Et tegn på kaos i et signal.
Støjen er lavfrekvent, fordi kaos sædvanligvis detekteres over længere tid - de fluktuationer, der hidrører systemets makroskopiske opførsel sker med forholdsvis store perioder => lave frekvenser.

Figur 11. Her ses nogle forskellige typer Power spektre, man kan støde på, afhængig af hvilket signal der transformeres. Sammenlign eventuelt med kurverne fra Libchaber-eksperimentet i afsnit 3.1.3.

3.1.3 Veje til kaos.

Efter nu at have omtalt, hvorledes man måler kaos, vil det være rimeligt at se på hvorledes et givet parametriseret dynamisk system kan blive kaotisk. Overordnet betragtet kendes idag mindst 3 ruter, ad hvilke systemet kan gå til kaos på. Deres forskellighed består i, at det er kvalitativt forskellige bifurkations typer som leder fra orden til kaos i de tre tilfælde. Vi vil indledningsvis antyde indholdet af begrebet "bifurkation", hvorefter vi vier noget plads til at beskrive tre veje til kaos : periodefordoblings-bifurkationsvejen, intermittensvejen og Hopfbifurkationsvejen.

I modelmæssig henseende, vil det være af interesse at vide, om det modellerede system er strukturelt stabilt. Hermed menes om systemets adfærd ændrer sig *radikalt kvalitativt*, såfremt blot en systemparameter ændres en anelse. Hvis dette ikke sker, er systemet strukturelt stabilt. Men hvis det sker, siges systemet at have undergået en bifurkation i en bestemt kritisk værdi af parameteren. Der kan eksempelvis være tale om, at systemet under variation af en parameter pludseligt går fra en stationær tilstand (ligevægt) til en oscillerende bevægelse (grænsecykel).

Periodefordoblingsbifurkationen illustrerer vi gennem et eksempel, der samtidig har historisk relevans og betydning for den senere diskussion. Det aktuelle system er den endimensionale afbildning:

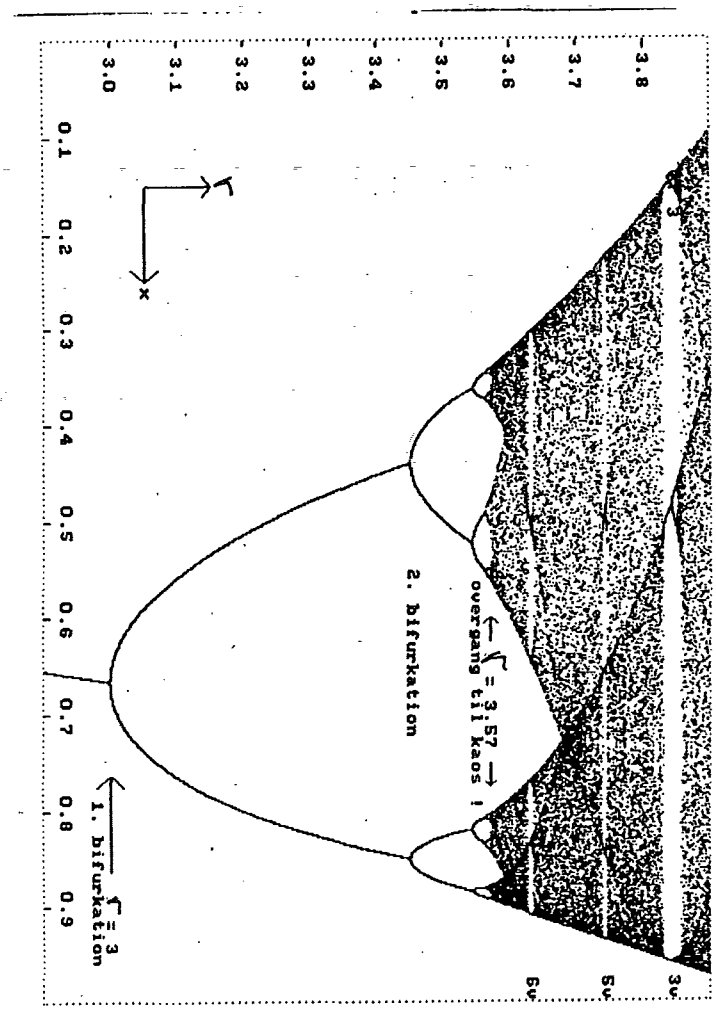
$$x_{n+1}=rx_n(1-x_n) \quad , x_n \in [0;1] \quad , r \in [0;4] \qquad [19]$$

Dette er et eksempel på en afbildning af typen:

$$x_{n+1} = f_r(x_n) = f(r,x_n) \qquad [20]$$

og den er ved adskillige lejligheder blevet taget frem i lyset som et skoleeksempel på kaos. Den kaldes den logistiske vækstligning , og har flere mere eller mindre reale fortolkninger. x_n kan for eksempel repræsentere antallet af individer af en biologisk art i et givet miljø til tiden n. Til dette formål er modellen ret primitiv. Dette til trods besidder modellen alskens former for besynderlig adfærd, og ikke mindst nogle universelle træk, som vi vender tilbage til.

Det er [19] som måske mest af alt har bidraget til kaosforskningens gennembrud. Lorenz havde allerede fat i modellen i begyndelsen af tresserne, og det er undersøgelsen af denne model Robert May (May ,1976) og Mitchell Feigenbaum (Feigenbaum, 1978) høstede stor anerkendelse for sidenhen.



Figur 12. Her ses den klassiske grafiske fremstilling af "figentræet", *som er modellens* populære navn. Bifurkationsparameteren r er afsat på den vandrette akse, og x er afsat på den lodrette akse. Figuren er produceret ved at iterere f et vist antal gange p, for "hver" r-værdi , med en begyndelsesværdi x_0 inden for intervallet]0;1[. Derefter afsættes en følge $x_n \to x_{n+p}$ på x-aksen.

I modellen er r en systemparameter, der har værdier i intervallet [0;4], mens x er den variable, der løber i intervallet [0;1].

Afbildningens fixpunkter x* bestemmes af $f(x^*) = x^*$ til at være $x^*_1 = 0$ og $x^*_2 = 1 - 1/r$. Er systemet i et af disse punkter, vil det vedblive at være der. Det er derfor af interesse om de er stabile eller ej. Kravet til stabilitet er, at $|f'(x^*)| < 1$. Ved differentation med hensyn til x fås

$$f'(x^*_1) = r \text{ og } f'(x^*_2) = 2-r \qquad [21]$$

Her kan vi se , at x_1 bliver ustabil for r-værdier, der er større end 1, og at x^*_2 bliver ustabil for parameterværdier større end 3.

Når vi hæver r fra en værdi mindre end 3 til en værdi større end 3, forsvinder x^*_2 ikke som ligevægtspunkt, men bliver blot ustabilt. Istedet opstår 2 nye stabile punkter. *Vi siger at systemet har undergået en pitchfork -bifurkation*. Efter bifurkationen vil systemet oscillere mellem de to nye stabile punkter.

Ligningen $x_{n+2} = f^2(x_n) = x_n$ har to løsninger, som således er fixpunkter for f^2. Det gælder at $|f^{2\prime}(x)| < 1$ i de nye fixpunkter. r - værdien i bifurkationspunktet kaldes for r_1.

Hæves parameteren r yderligere, vil der opstå en ny kritisk situation i $r = r_2$, hvor de to ligevægtspunkter for f^2 destabiliseres, og der dannes en stabil 4- cykel. Denne består af de 4 eksisterende fix-punkter til $f^4 = f^2 \circ f^2$.

Øges parameteren videre, vil den her skitsrede proces repeteres successivt således, at :

$$f^4 \circ f^4 = f^8, f^{16}, f^{32}, \ldots, f^{2^n} \text{ har hhv. } 8, 16, \ldots, 2^n \qquad [22]$$

fixpunkter, der bliver stabile i kritiske r-værdier: r_3, r_4, r_5 ..., r_n, mens de tidligere stabile punkter samtidig mister stabiliteten.

Altså : ved stadig forøgelse af r, gennemløbes en række kritiske værdier r_1, r_2, ... , r_n, - hvor systemet hver gang undergår en pitchfork-bifurkation. Imidlertid reduceres afstanden imellem parameterværdierne, for 2 på hinanden følgende bifurkationer $r_{n+1} - r_n$, når n vokser. Det kan vises, at at når r passerer $r_\infty = 3{,}5699465$, bliver systemet kaotisk (Feigenbaum,1979). Vi har set, at systemet undergår en uendelig kaskade af periodefordoblinger - (eller pithfork-bifurkationer), inden systemet havner i kaos. Denne vej til kaos betegnes undertiden som Feigenbaums vej til kaos.

Universalitet

Man hører ofte at kaos-teorien er universel. I kaos-sammenhæng betyder *universalitets-begrebet*, at der findes en måde, hvorpå en bestemt type kaotiske systemer opfører sig, som i princippet er generel for alle systemer af denne type. Denne opførsel kan detekteres ved hjælp af nogle universelle, kvantitative størrelser, der er udledt på et teoretisk grundlag. Mere konkret drejer det sig om systemer, som følger Feigenbaums vej til kaos.

Universaliteten blev opdaget ved simpel empirisk undersøgelse af Feigenbaums afbildning. Det forholder sig sådan, at værdien:

$$\delta_n = \frac{r_{n+1} - r_n}{r_{n+2} - r_{n+1}} \qquad [23]$$

konvergerer mod $\delta_\infty = 4{,}6692016...$, når n går mod uendelig. Man skal tænke på det, som at δ repræsenterer en scaling-faktor[34] for *dynamikken* . Selvom der bliver kortere afstand mellem bifurkations-punkterne på parameteraksen, er forholdet mellem afstandene det samme.

Imellem to på hinanden følgende bifurkationspunkter r_n og r_{n+1} findes en parameterværdi R_n, hvor :

$$f^{2^n\prime}(x) = 0 \text{ i de } 2^n \text{ fixpunkter.} \qquad [24]$$

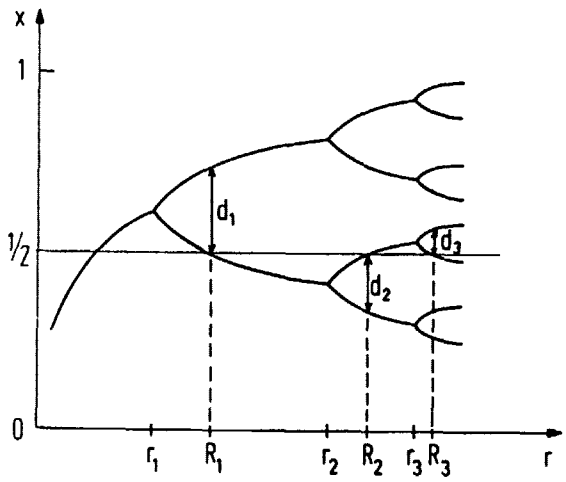
Disse udgør tilsammen det, der kaldes for en superstabil 2^n -cykel. Enhver superstabil cykel har x = 1/2 som element. Afstanden, regnet med fortegn, mellem x=1/2 og det punkt der i den superstabile 2^n - cykel , ligger tættest ved x =1/2, betegnes d_n (se fig.13) . Formelt er d_n derfor

$$d_n = f_{R_n}^{2^{n-1}}(1/2) - 1/2 \qquad [25]$$

Man kan definere en størrelse α ved:

$$\frac{d_n}{d_{n+1}} = -\alpha_n \qquad [26]$$

og det kan vises, at $\alpha = \lim \alpha_n = 2.502907875...$ også er en universel scaling faktor.



Figur 13. d_n er afstanden fra x* = 1/2 til det fixpunkt som ligger tættest på 1/2. Schuster 1988.

[34] Når en figur skalerer, er det et udtryk for at visse karakteristiske former og størrelsesforhold er invariante over for forstørrelsesgraden - dette kan også forstås som selvsimilaritet, og er i den forstand en typisk kaos-egenskab ved repræsentationer af kaotiske systemer.

Forklaringen på at α og δ er universelle, er temmelig teknisk. Vi nøjes her med en overfladisk argumentation for universaliteten.

Det kan vises, at α kan bestemmes af funktionalligningen $g(0) = -\alpha\, g(g(0))$, hvor:

$$g(x) = \lim_{i\to\infty} \lim_{n\to\infty} (-\alpha)^n f^{2^n}_{R_{n+i}}(x/(-\alpha)^n) \qquad [27]$$

og hvor f er en transformeret udagve af [19] . f er transformeret således at den passer til koordinattransformationen, der fører $x = 1/2$ over i $x = 0$.
D.v.s. at $f(x) = r\,(x + 1/2)\,(1 - (x+1/2)) - 1/2$.

Funktionalligningen kan løses og giver løsningen α=2,502907875...under forudsætning af, at:
1) *f er en kontinuert differentiabel funktion* som afbilder enhedsintervallet over i sig selv, med et enkelt maximum i $x = 1/2$, og er monoton for $0 \le x \le 1/2$ og $1/2 < x \le 1$.
2) den Schwarz´ske afledede er mindre end 0 i hele enhedsintervallet, hvilket vil sige at :

$$Sf = \frac{f'''}{f'} - \frac{3}{2}\left(\frac{f''}{f'}\right) < 0 \qquad [28]$$

(Hvad mere kan en mand forlange?)

Man kan forvente at genfinde skaleringsfaktoren α i alle systemer, hvis returafbildning opfylder ovenstående krav.
Argumentationen for at kalde teorien universel er derfor :
1) endimensionale returafbildninger, som opfylder kravene, periodefordobler via Feigenbaum-scenariet (iflg. universalitetsteorien).
2) kontinuerte diff. ligningsmodeller kan i princippet "oversættes" til diskrete, iterative systemer, selvom man ikke altid (faktisk ret sjældent) i praksis kan gøre det...
dvs. at kontinuerte afbildninger har en tilsvarende diskret, returafbildning.
3) der eksisisterer en funktion som representerer denne returafbildning.
4) der er en lang række funktioner, som i en omegn af et ekstremum kan transformeres så de opfylder ovenstående krav.

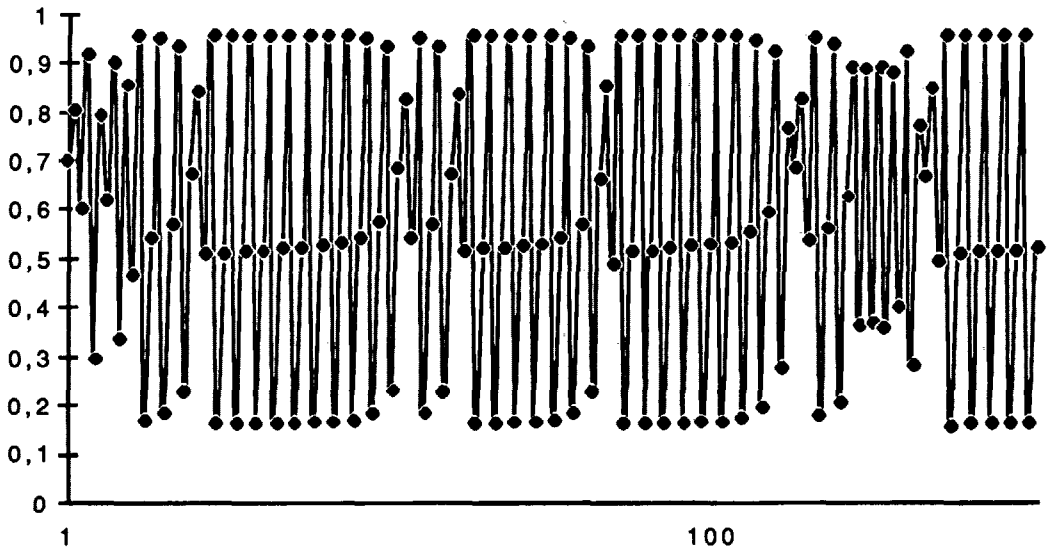
Det er lykkedes at bestemme konstanterne i en række iterative afbildninger.
Spørgsmålet er, om man kan genfinde dem i naturen.
Det vil i hvert fald være temmelig svært at konstatere : tag eksempelvis et tal som δ : en kvotient mellem to størrelser, som begge konvergerer imod 0, når n går mod uendelig.

I virkelige fysiske systemer (f.eks. en laboratorieopstilling), vil det være svært at konstatere sådanne små størrelser, fordi de hurtigt forsvinder i støj. Dette kommer vi nærmere ind på i afsnit 3.2.4.

Efter nu at have diskuteret een af de kendte veje mod kaos - nemlig periode-fordoblingsvejen, vil vi afrunde dette afsnit med at par bemærkninger om de to andre ruter.

Intermittensvejen

Den første af disse kunne betegnes intermittensvejen. Intermittens betyder noget i retning af 'afbrudt af pauser'. Og det dækker meget godt det aktuelle fænomen. Der er nemlig essentielt tale om, at et tilsyneladende periodisk fænomen, undertiden afbrydes af noget tilsyneladende kaotisk. Nedenfor er vist, hvorledes den logistiske model opfører sig i en sådan intermittent fase.

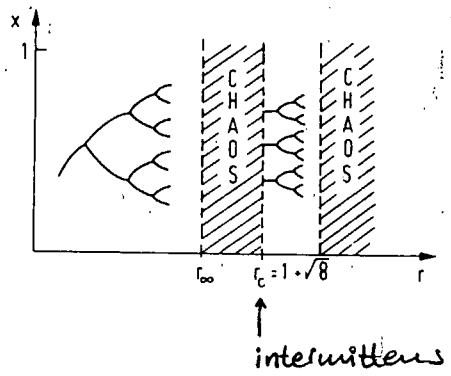


Figur 14. Intermittent plot af den logistiske vækstligning for r = 3,82743.

Som det ses, optræder der stedvis abrubte forstyrrelser i et ellers hovedsageligt (tilsyneladende) periodisk bevægelsesmønster. De regulære områder, der også betegnes laminare faser, er ikke periodiske, og de tilbagevendende afbrydelser - 'bursts' - optræder heller ikke periodisk.

Fænomenet kan opstå ved, at en stabil grænsecykel bifurkerer, når en systemparameter antager en bestemt værdi. Ændres parameteren ud over den kritiske bifurkationsværdi, vil antallet af bursts stige, men de enkelte bursts tidslige omfang vil derimod ikke øges, hvilket hænger sammen med den måde systemet vender tilbage til den laminare fase på. Når parameteren er ændret tilstrækkeligt ud over bifurkationsværdien, bliver antallet af bursts så stort, at forløbet er kontinuert kaotisk.

I tilfældet med den logististiske model, forekommer fænomenet i overgangen fra en ulige cykel - feks. 3-cyklen - til kaos. Det vil altså sige, at parameteren i disse tilfælde sænkes - se fig. 15.



Figur 15. Udsnit af figentræet, hvor modellen går over intermittensvejen fra en 3-cykel til kaos.

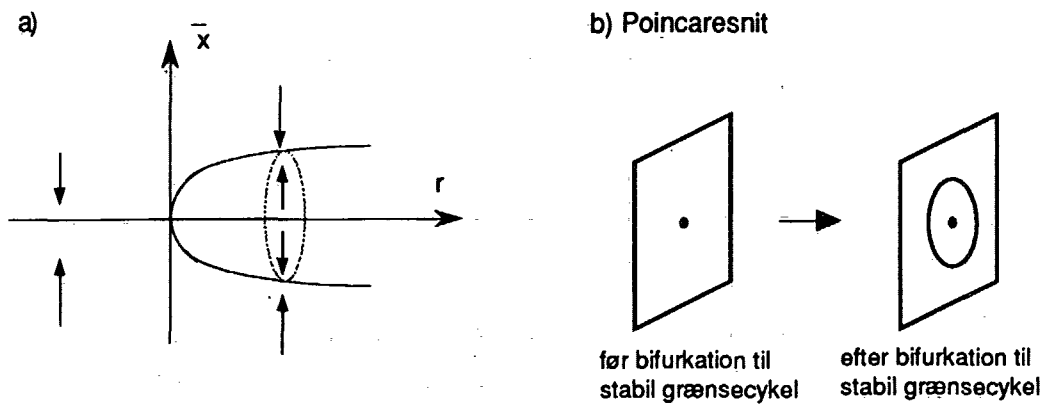
Der er overordnet 3 måder, hvorpå intermittensfænomener kan opstå. Disse er relativt grundigt diskuterede i (Wierød et al.,1989, kap.4), hvor også sammenhængen mellem bifurkationsparameteren og Liapunoveksponenten er præsenteret.

Hopf-bifurkationen

Vi vender nu blikket mod en tredje til kaos. Den bærer ikke et officielt navn, så vi tillader os at kalde den Hopf-bifurkationsvejen af grunde, der snart åbenbares.

Hopf-bifurkationen er en af de teknisk mere komplicerede, men er forholdsvis enkel at give et kvalitativt billede af.

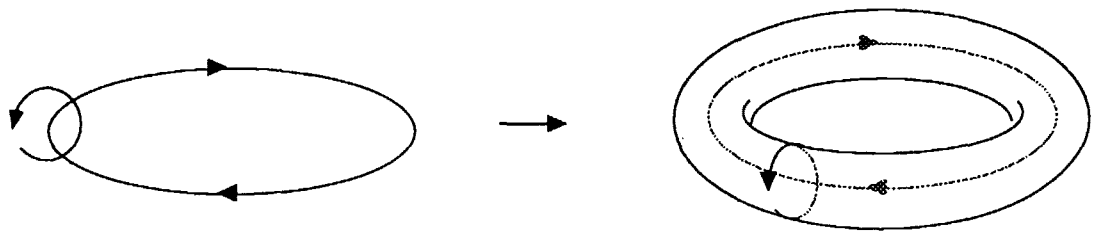
Udgangspunktet er et stabilt ligevægtspunkt i faserummet - så vi er altså tilbage i de kontinuerte systemers sfærer. Et sådant punkt kan bifurkere på en del forskellige måder. Een af disse går ud på, at punktet bliver ustabilt samtidig med, at der dannes en stabil grænsecykel rundt om - og det er *denne* overgang, der kaldes Hopf-bifurkation (fig. 16a).



Figur 16. a) Almindelig Hopf-bifurkation. b) En sekundær Hopf-bifurkation.

I et Poincaré-snit vil den dannede grænsecykel ytre sig som et stabilt punkt. Dette punkt kan (for en anden parameterværdi) bifurkere på en analog måde. Det vil altså sige, at punktet i snittet bliver ustabilt, mens der samtidig gror en stabil grænsecykel frem om punktet - og dette kaldes sædvanligvis for en sekundær Hopf-bifurkation. Fattet i faserummet er situationen den, at den stabile grænsecykel bliver ustabil, og der simultant om denne opstår en stabil bevægelse på en torus T^2.

Bevægelsen på en grænsecykel svarer fysisk til et periodisk forløb med en bestemt periode, og dermed en bestemt frekvens. Bevægelsen på den dannede torusflade afføder to uafhængige frekvenser, idet torus topologisk set består af to cirkler - se fig. 17.



Figur 17. Dannelsen af torus.

Efter dannelsen af T^2 kan der forekomme yderligere en Hopf-bifurkation. Den vil være umulig at tegne, idet vi herved har fat i en 3-dimensional torus T^3. Det essentielle i denne sammenhæng er, at bevægelsen nu er sammensat af 3 uafhængige frekvenser. Det er efter denne tredje bifurkation, at der er mulighed for kaos. Med andre ord er der en vis sandsynlighed for, at systemet efter den tredje Hopf-bifurkation besidder en kaotisk tiltrækker.

Den ovenfor beskrevne proces er en meget heuristisk fortolkning af et teorem, vi for fuldstændighedens skyld har anbragt i Appendix B.

Forfatterne til teoremet giver selv en kvalitativ fysisk fortolkning. Den bringer vi her, idet den har relevans til det senere omtalte Couette-Taylor flow.
Man forestiller sig, at et viskøst flow's tidslige udvikling kan beskrives af et differentialligningssystem:

$$\dot{x} = F_r(x) \qquad [29]$$

hvor r repræsenterer Reynolds tal.

Det antages, at x^* er et stabilt ligevægtspunkt, for r mindre end en kritisk værdi af $r=r_k$. I r_k mister x^* sin stabilitet ved, at et par af kompleks konjugerede egenværdier til Jacobi-matricen i punktet (x^*,r) skærer den imaginære akse i $r=r_k$.
Teoremet siger så, at når tre par af kompleks konjugerede egenværdier har krydset aksen, kan der opstå en asymptotisk bevægelse mod en ikke-triviel Axiom A attraktor - dvs. en kaotisk tiltrækker.

Forfatterne reflekterer også over et andet fysisk system, nemlig n ukoblede oscillatorer. Udsættes systemet for en pertubation, ved en svag ikke-lineær kobling, kan der opstå turbulens, såfremt $n \geq 3$. Denne fortolkning af teoremet, har ikke den nære interesse for os her, hvorfor vi forlader emnet.

3.1.4 Opsamling af matematikafsnittet.

Kaosmatematikken bygger især på dynamisk systemteori, og giver en række kvalitative måder at anskue og karakterisere uregelmæssig opførsel på, som har en almen karakter.

Når man leder efter tegn på kaos i et komplekst system, har man en række indikatorer, man bruger til at bestemme karakteren af systemets globale opførsel. Det er, som det fremgår af kapitlet, ikke nok blot at konstatere at opførslen er uigennemskuelig, for at kategorisere opførslen som "kaotisk" i den matematiske forstand. Det skal være uigennemskueligt på en bestemt måde.

• Man kan se efter følsomhed på begyndelsesbetingelserne (Sensitivity to Initial Conditions). På samme måde, som Lorenz opdagede deterministisk kaos i Lorenzmodellen, kan man undersøge om to nærtliggende punkter divergerer hurtigt (eksponentielt) i gennemsnit.

• Liapunoveksponent (-spektre) er en nøjagtigere måde at kvantificere S.I.C på. Har en attraktor i faserummet både en positiv og en negativ Liapunoveksponent, er bevægelsen på attraktoren kaotisk. Dette svarer til at et område på attraktoren bliver strakt og foldet tilbage.

• Fraktal dimension. Er en attraktor, et Poincarésnit, eller en anden repræsentation af data selvsimilær og har ikke-heltallig dimension (fraktale), er det et tegn på at data er kaotiske.

• Autocorrelationen går hurtigere mod nul for et kaotisk signal end ellers ikke.
• Fourier- og powerspektrene viser kontinuerte kurver istedet for skarpe peaks, når signalet er aperiodisk/kaotisk.
• Kan man bestemme Feigenbaums periodefordoblingskonstanter α og δ (se tidligere), har man et godt indicium på, at systemet bifurkerer på den universelle måde, Feigenbaum udsiger - og dermed en kvantitativ størrelse at gå efter i reale systemer.
Feigenbaums universalitetsteori, er et af de få eksempler på større teoretiske generaliseringer, indenfor ikke-lineær systemdynamik.

Dynamiske systemer kan gå til kaos på flere måder, og dette er en af de meget vigtige dele af *kaosfysikken* , at studere disse. Man kender p.t. tre vej til kaos :
• Feigenbaums uendelige kaskader af periodefordoblinger.
• Intermittensvejen (periodiske svingninger, med kaotiske "bursts".
• Hopf-bifurkationsvejen.

Af de nu 3 nævnte ruter til kaos kommer vi tilbage til den første og den sidste i afsnittene om formodet kaos i fysiske eksperimenter. Det skal understreges, at de 3 veje ikke nødvendigvis er de eneste eksisterende. Dels er området ikke undersøgt fuldt ud og dels er der variationer af de allerede omtalte ruter.

3.2 Kaos i fysiske systemer

Man har selvfølgeligt forsøgt at finde analogier mellem kaosteorierne og virkelige systemer, for at finde ud af, om der er nogen forbindelse mellem den teori, man har udviklet, og den praksis, teorien er udviklet til at fortolke. Når kaosforskere har analyseret fluktuationer på markedspriser, hjerterytmer, vejrsystemer, økosystemer, dryppende vandhaner og meget andet for at lede efter de kaos-indikatorer, matematikken leverer, er det fordi de stærkt håber på at vise, at de matematiske teorier og redskaber, der er udviklet, faktisk kan bruges til at beskrive virkelige komplekse systemers opførsel.

En del af konklusionerne på det eksperimentelle, eller erfaringsbaserede arbejde, har været af mere associativ karakter. Man har lavet systemer af simple differensligninger, hvor man ved gentagne gange at iterere systemet, får dannet danner billeder af bregner og træer, som ligner 'rigtige' bregner og træer forbløffende godt. Man har ingen forklaringer på denne similaritet, men går ud fra, at der er en sammenhæng[35].

[35] Michael Barnsley, der mødte Mitchell Feigenbaum ved en konference i 1979, blev hurtigt interesseret i fraktalgeometri i det komplekse plan. Efter at have studeret Mandelbrotmængder , gik han videre med at tegne organiske strukturer som bregner og blade, ved hjælp af en metode han kaldte "den globale fraktal-konstruktion, som bruger itererede funktionssystemer" eller mellem venner "Kaos-legen" (Gleick, 1986).

Bedst er det gået med de traditionelle fysiske laboratorieforsøg, hvor man med konvektionsceller og torsionspenduler, har haft et vist held med at påvise kaos indikatorer som intermittens, mærkelige attraktorer og positive Liapunov-eksponenter etc.

Her har vi udvalgt et par klassiske kaoseksperimenter, hvis resultater giver bud på løsningen af et ca. hundrede år gammelt problem, nemlig en forståelse af vejen til turbulens.

Vi indleder i kapitlets første afsnit 3.2.1 med at skitsere en tidligere og en mere nutidig fortolkning af vejen mod turbulens. Dernæst præsenteres et par eksperimentelle opdagelser, der anses for at være i tråd med en kaosteoretisk beskrivelse af turbulensfænomenet.
I afsnit 3.2.2 gives et vue over nogle problemer, der er forbundet med at detektere kaos - i den matematiske forstand af begrebet - i eksperimentelle systemer.
Endelig i tredie og sidste afsnit diskuteres på hvilken måde, støj kan influere på den kaosteoretiske fortolkning af data fra eksperimentelle systemer.

3.2.1 Problemet med turbulens.

I 1944 foreslog fysikeren Landau en måde, hvorpå et fluidum kunne gå fra laminar strømning til den observerede turbulens. Vi skriver af flere grunde ikke kaos her. Dels fordi begrebet på dette tidspunkt ikke var introduceret i sammenhængen, og dels fordi de følgende afsnit netop har i sinde at diskutere begrebets relevans i sammenhængen.

Landau's ide var, at bevægelsen fra laminar strømning til turbulens gik over en uendelig følge af diskrete overgange til nye periodiske forløb, hvortil der for hver blev føjet yderligere en frekvens. Formuleret i lidt mere tekniske termer, svarer Landau's 'conjecture' til en uendelig række af Hopf-bifurkationer. Hver bifurkation inducerer en ny frekvens. Når følgen af bifurkationer efterhånden nærmer sig uendelig i antal, vil bevægelsen blive aldeles kompliceret, men er i princippet stadig (kvasi)periodisk.

En anden udlægning af overgangen blev fremlagt af Ruelle og Takens i 1971[36]. Deres udlægning er essentielt indholdet af teoremet, der blev omtalt og nedfældet i afsnit 3.1.3. Også denne fortolkning har været testet.

En af måderne, disse hypoteser kan undersøges på, er gennem et eksperimentelt setup, der består af to koncentriske cylindre (se fig.18), hvorimellem der er anbragt en væske. Den inderste cylinder bringes i rotation.
Det, der efterspørges, er væskens radiale hastighedskomponents afhængighed af Reynolds tal.

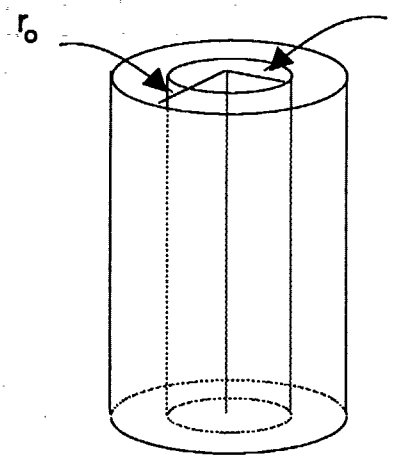
---

[36] Både Landau's og Ruelle-Takens udlægning er præsenteret i (Swinney et al.,1977).

Kaldes den indre cylinders vinkelfrekvens for ω og den kinematiske viskositet for ν, defineres Reynolds tal, der er dimensionsløst, ved:

$$R = \omega_C r_i \frac{r_0 - r_i}{\nu} \qquad [30]$$

Da alle de indgående størrelser er konstante undtagen ω, kan vi se, at det søgte er en sammenhæng mellem hastighedskomponenten og vinkelfrekvensen.

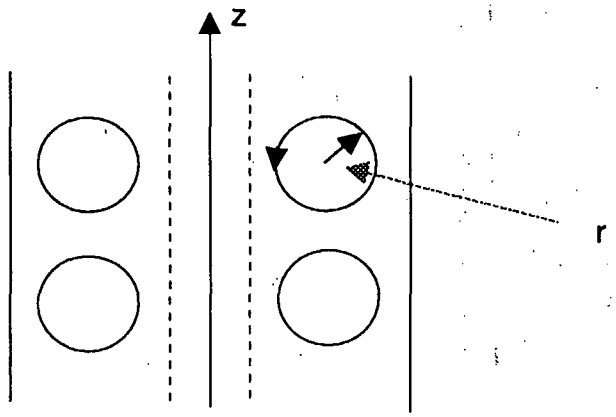


Figur 18. Princippet i det eksperimentelle system.

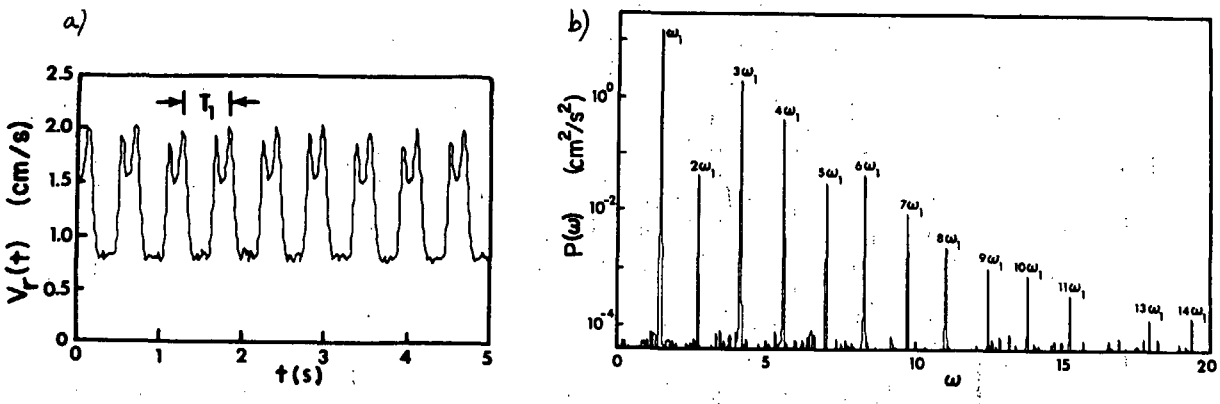
Eksperimentets resultater

Når $R>R_k$, der er Reynolds tal for overgangen fra laminar stømning til Taylor vortex[37] tilstanden, observeres forskellige ting alt efter størrelsen af R. Umiddelbart efter overgangen er z-komposanten af den radiale hastighed, v_r, periodisk, men tidsuafhængig (fi. 19) . Men når $R=1.2R_k$ bliver hastighedskomponenten tidsafhængig (fig. 20).

[37] En vortex er en strømhvirvel

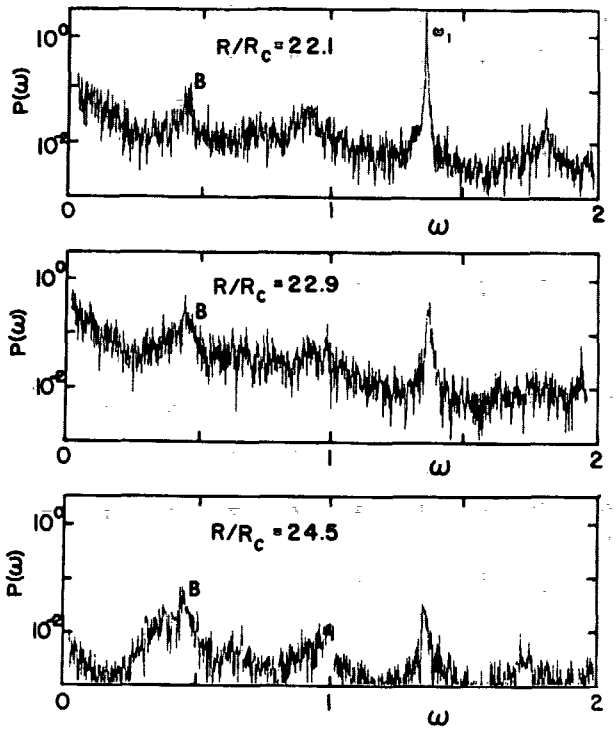


Figur 19. Skematisk billede af Taylor vortex tilstanden.



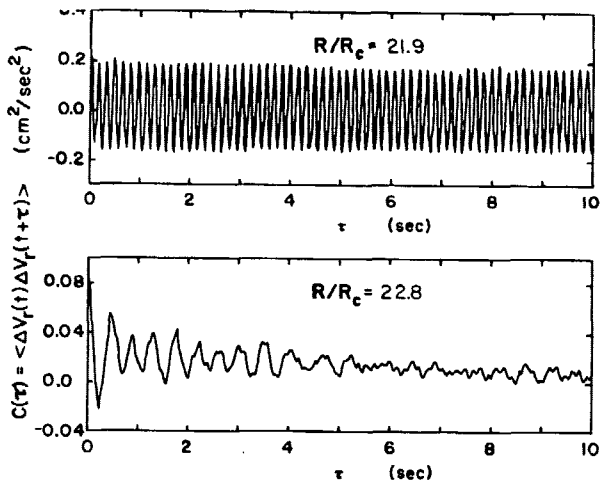
Figur 20. a) En tidsserie af oscillerende, tidsafhængige tilstande, hvor R=5.7R_k
b) Et power-spektrum af a).

Ved stadig forøgelse af parameteren R opstår først en lavfrekvent komponent, ω_2. Denne komponent viste sig ikke at være reproducerbar, og dette af ukendte årsager. Nogle eksperimenter viste ω_2, andre overhovedet ikke. Men ved R=10.0R_k optræder yderligere en frekvens, ω_3, og denne er reproducerbar, og der er ingen hysterese for denne komponent. Ved R=19.8 R_k forsvinder ω_3 igen, hvilket også ω_1 gør, blot først ved 22.4 R_k. Fig.21 nedenfor gengiver en serie power-spektre for forskellige værdier af R, hvor det fremgår, at spektret bliver kontinuert for værdier af R over
22.4 R_k.



Figur 21. Power-spektre af den radiale hastighedskomponent, $v_r(t)$.

Bedst ses overgangen til ikke-periodicitet ved at anskue autokorrelationsfunktionen, der går mod nul for $R>22.4R_k$.



Figur 22. Autokorrelationsfunktionen for to værdier af R.

Det fremgår af resultaterne, at systemet tilsyneladende bliver kaotisk (autokorrelatonen går hurtigt mod 0 og powerspektret bliver kontinuert), når den 3. uafhængige frekvens er opstået. Dette underbygger Ruelle-Takens scenariet fremfor Landau´s. Det hedder i (Swinney et al., 1977), at eksperimenterne vil blive fulgt op af flere. Resultaterne fra disse har vi dog ikke kunnet opspore.

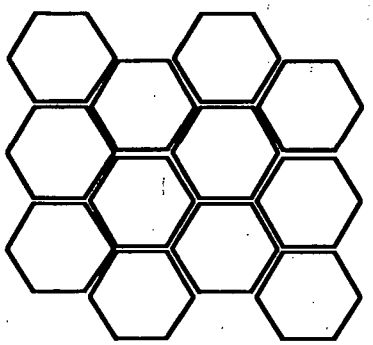
Vi forlader så Couette-Taylor flow systemet til fordel for det beslægtede Rayleigh-Benard eksperimentet.

Rayleigh - Benard eksperimentet.

Et af de mest opsigtsvækkende forsøg på at påvise kaos i naturen er Rayleigh - Benard eksperimentet, som går ud på at måle hvordan overgangen fra almindelig varmeledning til konvektionsstrømme og videre til turbulens foregår i en en væske, hvor der optræder en temperaturgradient. Særligt A. Libchabers (og andres)[38] forsøg med kviksølv i en lille æske (Libchaber, 1982) har vakt almindelig interesse, og mange har betragtet forsøget som et sikkert bevis for kaos i naturen (F.eks. Gleick, 1987). Her vil vi blot kort skitsere forsøget, og vise hovedresultaterne.

Hvis man opvarmer en væske nede fra, og langsomt øger temperatur-forskellen mellem bunden af beholderen og toppen af beholderen, der er uden låg, vil man i starten kun opleve, at varmeledningen forøges samtidig med at temperaturgradienten stiger. Men på et tidspunkt opstår der (hvis beholderen er passende dimensioneret) konvektions-ruller, som på en vis måde er en ordnet makrotilstand. Den fysiske årsag til dette er dels konvektion (væsken udvider sig forneden, får relativt mindre massefylde, og vil derfor gerne bytte plads med den lettere væske foroven.), og dels at væskens overfladespænding afhænger af temperaturen. Hvis et lille område på væske overfladen på grund af en tilfældig fluktuation bliver lidt varmere end omgivelserne, vil overfladespænindgen være mindre her end på den omgivende overflade. Der vil derfor ske en forskydning af væskeoverfladen i retning af de kolde områder. Dette starter en bevægelse i væsken som leder nyt varmt vand til det i forvejen varme område.

Vi har således et selvorganiserende fænomen. Der dannes et mønster af stationære sekskantede ruller. Dette fænomen kaldes Benard- strømning (fig. 23).

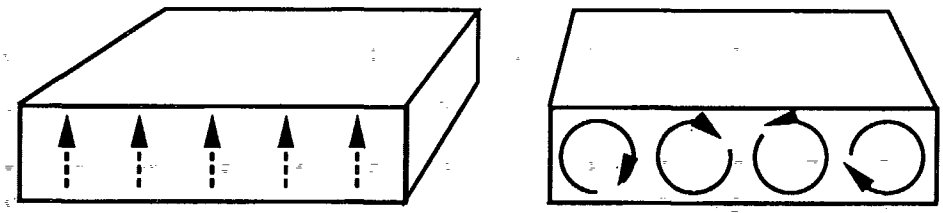


Figur 23. Sekskantede konvektionsruller i Benard-strømning, set fra oven.

Hvis væsken er dækket til (og væskeoverfladen rører ved et tætsluttende låg) kan overfladespændingen ikke gøre sig gældende. Her vil konvektionsrullerne, der nu er vandrette ruller, kun skyldes forskelle i væskens densitet som følge af temperaturforskelle.

[38] Der er mange som har arbejdet med dette eksperiment, og der er gennemført eksperimenter med flere forskellige væsker. (Bla. superflydende helium). Libchaber arbejdede med overgangen til turbulens i konvektions-cellen før han havde hørt om M. Feigenbaum.

Konvektionsstrømning er også et selvorganiserende fænomen. Når konvektionsrullerne er etableret, er de stabile over for forstyrrelser. Og omvendt vil konvektionsrullerne automatisk dannes, hvis systemet er i et parameterområde (i dette system er parameteren temperaturforskellen mellem top og bund) hvor de kan eksistere og systemet bliver udsat for en forstyrrelse.



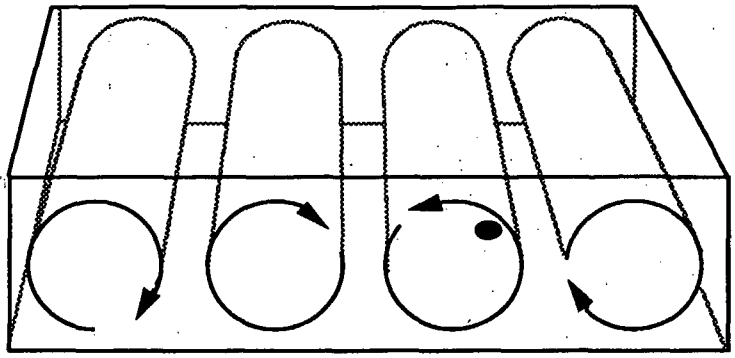
Figur 24. a) Almindelig varmeledning. b) Konvektionsruller.

Denne tilstand er stabil i et område, indtil temperaturgradienten bliver til strækkelig høj. Her vil systemet begynde at svinge (konvektionsrullerne har ikke samme hastighed hele tiden). Det er ikke rene harmoniske svingninger, der er tale om, men overlejringer af forskellige frekvenser (kvasiperiodisk opførsel).

Her forlader vi så den egentlige fysiske fortolkning af forsøget. I laboratoriet gør man det, at man afskærer sig fra at fortolke det, der sker inde i æsken. Man nøjes med at interessere sig for een variabel, nemlig temperaturgradienten et bestemt sted i systemet. Man observerer en periodisk svingning i temperaturen, og man kan se at denne svingning afhænger af temperaturforskellen imellem æskens top og bund. Man analyserer så temperatursvingningerne i et Fourier spektrum, og opdager at ved nogle værdier af temperaturforskellen sker en radikal ændring i Fourierspektrets udseende.

Det vil sige, at Rayleigh-Bénard eksperimentet essentielt er en æske, hvor vi ændrer på temperaturforskellen imellem toppen og bunden af æsken, og måler svingningerne i temperaturgradienten på et bestemt sted i æsken som funktion af tiden. Det viser sig som sagt at systemet ændrer sig kvalitativt ved variationer af en enkelt parameter, nemlig temperaturen. Disse ændringer fortolker man som bifurkationer. Nu er sagen pludselig den, at vi har et system som undergår bifurkationer, når vi ændrer på en parameter. Spørgsmålet er så om systemet følger Feigenbaums vej til kaos eller ej.

I laboratoriet er dette blevet testet i en liggende kviksølv-æske med dimensionerne (7 x 7 x 28) mm^3, hvor der i konvektionstadiet opstår fire ruller, med akser parallelle med den korte endeflade (se figur 25).

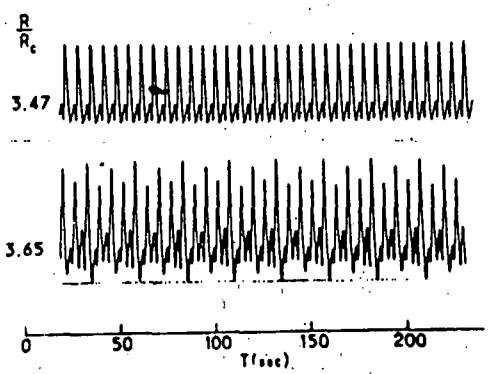


Figur 25. Konvektions-celle med kviksølv. Den lille prik i bunden af kassen er et bolometer (NTC-thermistor). Dette er en lille temperatur-følsom resistor.

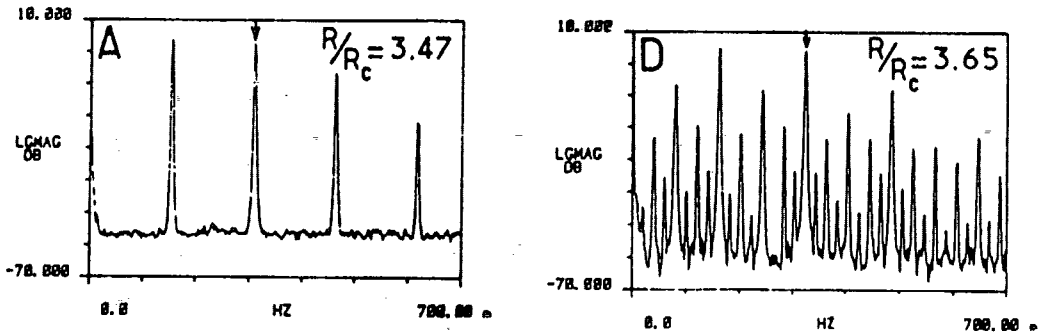
Udsvingene i temperatur er det eneste out-put fra forsøget. Kontrolparameteren er det såkaldte. Rayleigh-tal, $R = g\alpha d^3\Delta T/K\nu$, hvor g er tyngdeaccelerationen, α er den isobarisk termiske ekspansionskoefficient, d er cellens højde, K er den termiske diffusivitet og ν er den kinematiske viskositet. ΔT er temperaturforskellen mellem top og bund. Det er denne parameter som ændres under forsøget.

Udover dette er der så lagt et konstant magnetfelt over opstillingen. Dette er gjort for at øge trægheden i kviksølvet. Man kan ved hjælp af magnetfeltet regulere viskositeten, og derved bruge viskositeten som input-parameter. Samtidig bevirker magnetfeltet at konvektionsakserne kun foregår i en og samme retning, altså at der ikke pludselig opstår konvektionsruller på den anden led i cellen. Feltlinierne er orienteret i samme retning som konvektionsrullernes "akser".

Måledata kommer ud i form af lange strimler med temperaturkurver. Man laver en temperaturkurve for hver diskrete værdi af bifurkationsparameteren. Disse underkastes en Fouriertransformation, så vi får amplituden plottet i forhold til frekvensen. På denne måde kan man studere hvilke frekvenser der er dominerende.

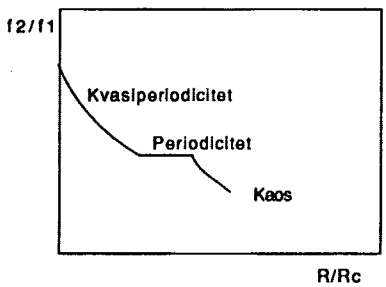


Figur 26. Temperatur-kurver ved en værdi af bifurkationsparameteren R. (R_c er den parameterværdi hvor systemet overgår til konvektion)



Figur 27. Tilsvarende Fourier-spektrum (svarer til kurven på figur 26).

Libchaber har observeret overgangen til turbulens i lignende forsøgsopstillinger. Et typisk forløb er, at systemet frekvenslåser i parameterintervallet umiddelbart før overgangen til turbulens, som beskrevet i afsnit 3.1.2. Dette fortolkes i almindelighed som systemets forsøg på at bevare orden, under de ændrede parameterbetingelser. Ofte vil man finde, at frekvenslåsning indtræder lige før overgangen til turbulens. Man kan opstille en figur over denne 'vej til kaos', hvor man afbilder forholdet mellem f1 og f2 som funktion af en systemparameter :



Figur 28. Frekvenslåsning kan optræde før overgang til kaos.

Det der er det interessante i forbindelse med universalitets teorien (Feigenbaum, 1982) er at man ved at hæve temperaturen (og dermed R) kan opleve at spektret "bifurkerer" - periodefordobler.

Der opstår pludselig nye frekvenser ved en bestemt parameterværdi, og de såkaldte subharmoniske frekvenser (f / 2, f / 4..) dukker pludselig frem i spektret. Subharmoniske frekvenser er simpelthen frekvenser, som er halvt så store som de oprindelige. Grunden til at vi kalder dette for bifurkationer er, at vi ser et system som svinger på en regelmæssig måde, og som begynder at svinge på en helt anden regelmæssig måde hvis vi ændrer en parameter en lille smule. Det svarer til at vi har en grænse-cykel som bifurkerer (=periodefordobler).

Det herlige er, at Libchaber har målt en kaskade på tre af sådanne bifurkationer, og beregnet Figenbaums bifrkations-konstant δ til 4,4 +/- 0,1. (Den teoretiske værdi er 4,669).
I dette tilfælde er δ givet ved udtrykket :

$$\delta = \frac{R_8 - R_4}{R_{16} - R_8} \qquad [31]$$

hvor R_n er bifurkationsparameterens værdi, når systemet skifter til periode n. Desuden har han ud fra amplituderne på temperaturkuverne beregnet en værdi μ som relaterer til Feigenbaums skaleringsfaktor α.
μ siger ligesom α noget om skaleringen, når systemet gennemgår en transformation. I dette tilfælde forholdet imellem amplituderne. Den teoretiske forudsigelse af μ ligger mellem 4,58 og 6,5 og Libchaber har målt den til 5.

I virkeligheden er δ en grænseværdi for n gående mod uendelig. En sådan værdi vil man aldrig kunne måle særligt præcist i naturlige, dissipative systemer, fordi spektret drukner i støj (sammenhængen mellem dissipation og støj omtales i afsnit 3.2.4. Man kan diskutere værdien af dette eksperiment, idet forsøget netop er konstrueret således, at der er mindst mulig støj. En så idealiseret situation vil næppe optræde ret mange steder i naturen.
Men forsøget viser dog, at Feigenbaum-scenariet er en mulig beskrivelse af dynamiske systemers vej til kaos.

3.2.3 Etablering af strange attractors

I eksperimentelle sammenhænge kan det ofte være svært at få opsamlet data på alle indgående variable. Det er derfor ikke umiddelbart muligt at etablere et faserum, hvori systemets bevægelse kan studeres - eksempelvis med henblik på at indfange en sær tiltrækker. Vi diskuterer i dette afsnit en metode, der menes at kunne løse dette problem. Men der er andre problematiske aspekter i forbindelse med detektering af kaos i eksperimentelle systemer. Et par af disse får også et par ord med på vejen i afsnittet.

En åben oscillerende kemisk reaktion er et eksempel på et eksperiment, der praktisk talt besidder alle de fænomener, vi her er ude efter. En meget undersøgt, men stadig ufuldstændigt forstået reaktion af denne slags, er Belousov-Zhabotinskii reaktionen (også kaldet BZ-reaktionen). Reaktionen menes at indeholde mindst 30 forskellige reaktanter, hvoraf det hidtil kun har været muligt, at måle koncentrationen af højst to stoffer på samme tid. Det almindelige er, at nøjes med at sample tidsserier af et enkelt stofs koncentration - ligesom man i Rayleigh-Benard kun samplede temperaturen et enkelt sted. Det, at man kun kan sample en systemvariabel, er et helt amindeligt træk ved ved eksperimentelle setups.

Men det er jo ikke umiddelbart muligt, at etablere systemets løsningskurver i faserummet. Der er imidlertid vist et teorem, som på afgørende måde øger fortolkningsmulighederne for eksperimentelt opsamlede data. Dette centrale teprem er nedfældet i Appendix B. Her vil vi nøjes med at uddrage essensen af teoremet.

Lad os antage, at vi har målt på BZ-reaktionen ved diskret opsamling af koncentrationsværdier af en enkelt stof i reaktionsblandingen. Måle punkterne repræsenteres af $x(t_i)$, $i = 1,2,...,n$, hvor n er observationsmaterialets størrelse. Opsamlingen skal ske med faste tidsskridt, dvs. $t_{i+1} - t_i$ = konstant. Teoremet siger så, at rummet udspændt af

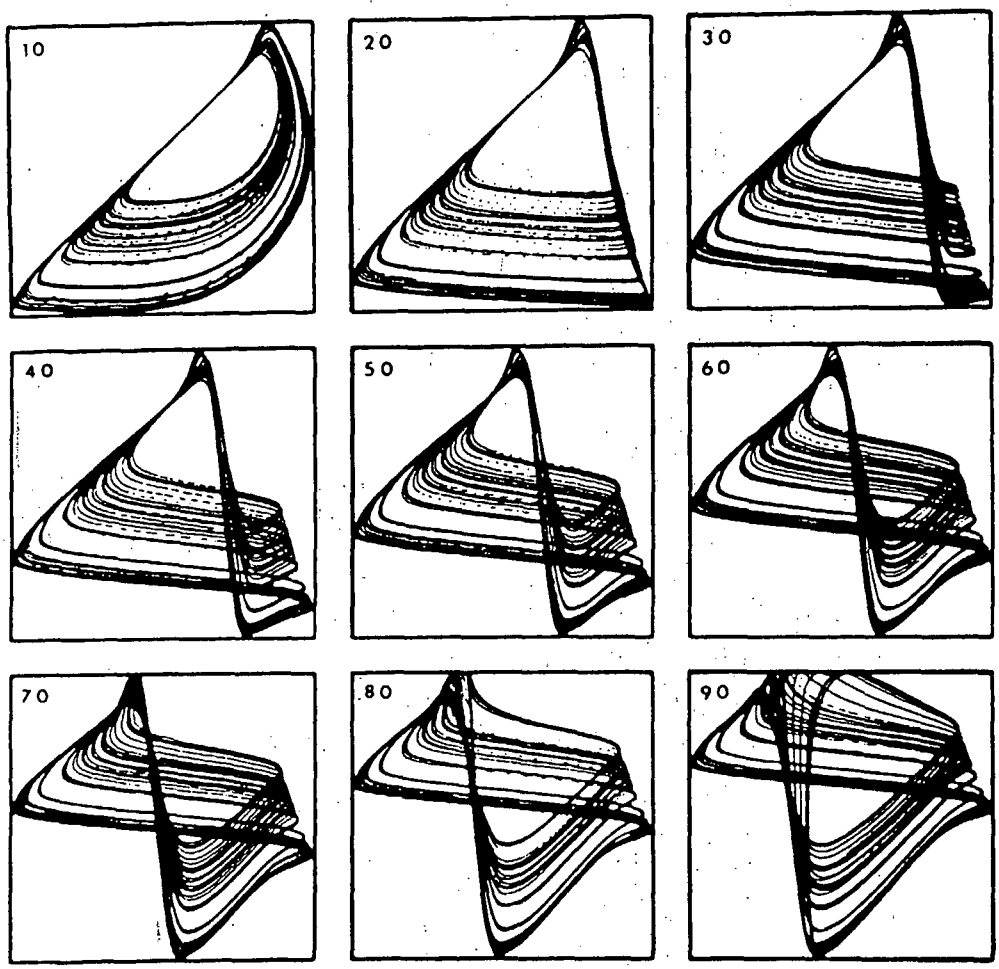
$$\bar{\xi}(t) = (x(t_i), x(t_i + \tau), ..., x(t_i + (2d+1)\tau)) \qquad [32]$$

har de samme metriske egenskaber som det egentlige faserum udspændt af de enkelte stoffers mulige koncentrationer. I BZ-reaktionens tilfælde har det egentlige faserum dimensionen $d \approx 30$. Det af teoremet afledte rum har således dimensionen 61, hvilket er horribelt stort. τ er et helt antal gange den konstante tidslige afstand mellem målepunkterne.

I (Roux et al.,1983) forsøges det imidlertid slået fast, at det slet ikke er nødvendigt med dette enorme antal 'variable'. Her nøjes de med at opbygge et 3-dimensional faseportræt af en sær tiltrækker. De betoner også - som et argument - at valget af τ næsten er vilkårlig i den forstand, at det eksempelvis ikke skal være et helt multiplum af en eventuel periode for systemet. Vi har på næste side gengivet en serie figurer, der understøtter påstanden om det reducerede antal variable.

Effekten af at variere τ er gengivet i fig. 29. Det ses, at karakteren af faseportrættet (dvs punktmængden i "faserummet") er bevaret i disse plots. Det er et kraftigt argument for, at dynamikken kan studeres i meget lavere-dimensionale rum - her 2-dimensionalt - end de 61.

Det at frembringe et faseportræt af en kaotisk attraktor er i sig selv ikke det mest betydningsfulde. Men resultatet, at portrættet besidder de samme metriske egenskaber som det egentlige portræt gør, at det er muligt at udnytte nogle af kaosteoriens øvrige redskaber. Eksempelvis kan man etablere et Poincare-snit, hvis struktur kan undersøges for fraktalitet. En yderligere konsekvens af dette er, at der er åbnet mulighed for, at kunne beregne systemets (evt. positive Liapunov-eksponent - på grundlag af en returafbildning afledt af Poincare-snittet. (Roux et al.,1983) har udført beregninger på de i fig. 29 viste data og fundet en positiv eksponent, der dog viste sig at være temmelig følsom overfor valget af datasæt. Der er siden (Roux et al., 1983) kommet andre metoder til bestemmelse af Liapunov-eksponenterne. En af disse er grundigt diskuteret i (Wierød et al., 1989).



Figur 29. Faseportræt af data fra BZ-reaktionen, ved forskellige værdier af τ.

Vi går herefter over til at diskutere betydningen af støj i eksperimentelle systemer i forbindelse med kaos.

3.2.4 Støj i dynamiske systemer

Selvom kaos ligner støj og i mange tilfælde ytrer sig som støj, er det en god ide at skelne mellem "kaos-støj", og andre "almindelige" former for støj i dynamiske systemer.
Matematikeren Benoit Mandelbrot har f.eks. fundet fraktale mønstre i elektriske systemers transmissionsstøj (Gleick, 1987).
Der er til alle reale eksperimenter knyttet støjkilder af en eller anden slags .
Callen og Welton opstillede i 1951 et dissipations-fluktuationsteorem, der i det væsentlige siger at alle steder hvor der optræder dissipation, vil der også optræde fluktuationer (støj).

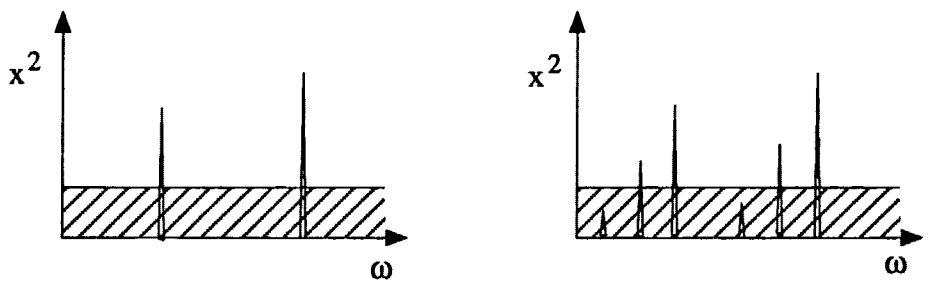
Det kan være friktion i måleapparaturets eventuelt bevægelige dele, gnidning mellem molekyler i en væske (termisk støj), eller "gnidning" mellem ladninger og bundne atomer i en leder (f.eks. komponentstøj).

Når man undersøger et fysisk systems dynamik, kigger man efter nogle lavdimensionale, makroskopiske sammenhænge (få systemvariable). Man hverken kan, eller er interesseret i at følge hver eneste partikels impuls og sted, men søger at klarlægge nogle overordnede mønstre i systemets opførsel - makrodynamikken, kan man kalde det.
Vi vil forsøge at skelne mellem nogle af de former for støj, man kan støde på i studiet af fysiske systemers dynamik. Hvis selve systemets makroskopiske opførsel genererer støjen, siger vi at støjen kommer fra systemet selv : dette er *intern* støj. Hertil hører støj, som fremkommer ved at systemet bliver kaotisk.
Hvis der optræder støj, som genereres af fænomener, vi ikke interesserer os direkte for siger vi at støjen optræder uden for systemet : dette er *ekstern* støj.
Dette vil ofte være mikroskopisk (termisk) støj, som fremkommer de steder i forsøgsopstillingen, hvor der forekommer dissipation.

Ekstern støj : stokastisk støj på mikroniveau

Den eksterne støj er af stokastisk art, dvs. at fluktuationerne er fuldstændigt tilfældige, og altså ikke udviser nogen form for orden. Denne udgøres primært af instrumentstøj og termisk støj. Disse ligner hinanden meget, men forskellen ligger i, at instrumentstøjen ikke er koblet til systemets makrodynamik, mens den termiske støj er det.

Instrumentstøj er den baggrundsstøj som der ligger i forsøgsopstillingen og dataopsamlingen, f.eks. elektrisk støj i kredsløbene. Denne støj ligger som et fladt, kontinuert bånd i hele frekvensspektret (hvid støj), og kendetegnes som sagt ved ikke at være koblet til systemets makrodynamik (overordede bevægelsesmønster, f.eks. konvektion eller turbulens i Rayleigh Benard forsøget). Det vil sige at instumentstøjen ikke har nogen indflydelse på, hvordan sy-stemet opfører sig. Den sætter blot en grænse for de detaljer, vi kan observere i systemets makrodynamik (se figur 1).



Figur 30 : Her ses i et powerspektrum for et periodisk signal, hvordan den anden periodefordobling forsvinder i støjhavet, fordi amplituden falder eksponentielt med en faktor 1/μ for hver periodefordobling. Til venstre ses to grundfrekvenser (n=1), til højre efter to periodefordoblinger (n=2·2).

Makrodynamikken er derimod uundgåeligt koblet til de mikroskopiske fluktuationer, der kommer af at atomerne i systemet, vibrerer, bevæger sig rundt mellem hinanden og vekselvirker. Man kan godt sige det sådan, at det lavdimensionale system man undersøger (f.eks. Lorenz modellen, med dens tre dimensioner) er koblet til et *andet* , højdimensionalt system med noget i retning af uendelig mange frihedsgrader.
Det er derfor termisk støj placeres under *ekstern støj* .

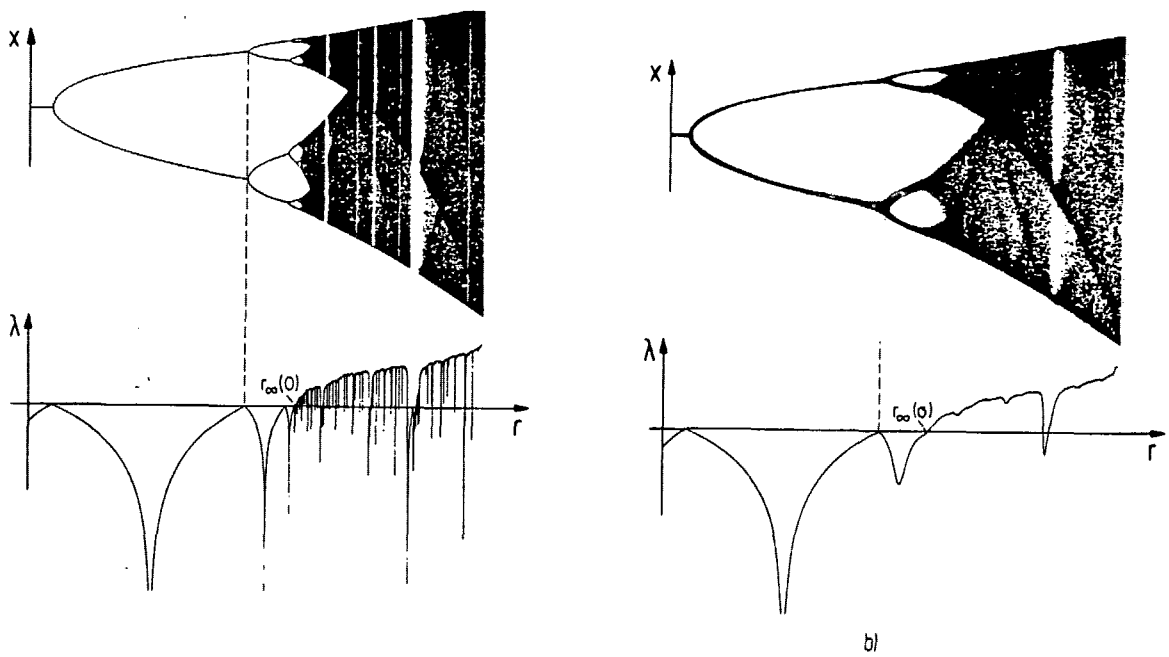
Intern støj : støj i selve systemet.
Har man støj på *selve det* makroskopiske niveau, systemet arbejder i, kan man snakke om kaotisk støj i systemet. Dette kan indebære elementer af orden, og man kan undertiden godt finde orden i den slags støj.
Udover Mandelbrots opdagelse af fraktal støj i elektriske transmissioner, har man fundet fraktale mønstre i fluktuationer af markedspriser, hjerterytmer m.m.
Når der opstår turbulens i en væske, vil der være kaos på alle skalaer - hvirvler i hvirvler i hvirvler. Det vil sige støj, også på makroniveau.

I mange fysiske systemer optræder noget der kaldes 1 / f-støj - lavfrekvent støj, hvis effekt (powerspektrum) er omvendt proportional med frekvensen (se figur 7 i afsnit 2.1.2). Dette kan formuleres : jo større fluktuationerne er, jo sjældnere forekommer de.
Dette optræder i så forskellige systemer som resistorer (strøm), nervemembraner (potential), motorvejstraffik (strøm af biler), naturkatastrofer og i jordens rotation. Indtil for nylig har ingen kunnet give en fornuftig beskrivelse af denne støj, som er et gammelt problem i fysikken. Denne støjform har man med en vis succes forsøgt at beskrive ved intermittente kaotiske tiltrækkere (Schuster, 1988).

Også i studiet af veje til kaos, har intern støj betydning. Når et dynamisk system periodefordobler (se tidligere i kapitlet), kommer der flere frekvenser i powerspektret for systemet. I kvasiperiodiske systemer, der hele tiden "skrider", vil der optræde et hav af harmoniske, der tilsammen godt kan ytre sig som støj. Og det kan i begge tilfælde være svært at skelne mellem et sammensat periodisk eller kvasiperiodisk signal og et kaotisk signal - og det kan i begge tilfælde ligne sædvanlig termisk støj meget.

Hvad betyder støjen ?
Den mikroskopiske, eksterne støj, som er et fænomen fysikken altid har måttet leve med, har en meget vigtig betydning i denne sammenhæng : den udvisker finstrukturen i kaos. Man vil aldrig finde en så detaljeret i fraktal som Mandelbrots mængde i et virkeligt system, eller en så fantastisk detaljeret vej til kaos, som Feigenbaums uendelige kaskader af på hinanden følgende bifurkationer i den logistiske vækstligning.

Den orden der trods alt er i "kaos-støj" kan altså delvist ødelægges af den sædvanlige, termiske baggrundsstøj.
Dette er også forklaringen på at sommerfugleeffekten er en illusion : at en vilkårlig lille forskel i begyndelsesbetingelserne kan medføre makroskopiske, globale ændringer i systemet. Man kan *ikke* starte en orkan i Kina, ved at blæse et stearinlys ud i en kolonihave i Danmark - den lille "forskel" dør øjeblikkeligt ud i støjhavet.
Den stokastiske støj ytrer sig i et ethvert fysisk system, så derfor kan man argumentere for at enhver deterministisk model af et virkeligt system (f.eks. Lorenz modellen) per definition er misvisende, blot fordi den ikke tager højde for støjen.
Man kan beklage at den enestående mangfoldighed og kompleksitet, som matematikerne har adgang til i deres støjfri og deterministiske kaosunivers... desværre aldrig lader sig se i den grove, fysiske virkelighed. Men vi kan se *konturene* , for kaos beholder *nogen* egenskaber, også i et støjfuldt univers, som vores.
På figur 2 har man lagt en Gauss-fordelt støjkilde (funktion) til Feigenbaums logistiske vækstligning, og det er tydeligt at den bevarer de væsentlige træk. Man kan se den første bifurkation og de største af vinduerne. Men finstrukturen går tabt.
Mere detaljeret kaos, som vi ser det i matematikken, kan lettere findes i de få konservative systemer vi kender, i kvantemekanikken og himmelmekanikken. Kvantemekanisk kaos er endnu lidt for nyt et område, til at man har nogle resultater i den retning, men man ser både "ægte" kaos i Saturns ringe og i asteroidebæltet, som kan opfattes som overvejende Hamiltonske systemer med minimal dissipation.



Figur 31. Feigenbaums træ udsat for støjkilder, (Schuster, 1988).

Så selvom almindelig stokastisk støj, ikke umuliggør undersøgelser af kaos og veje til kaos i dissipative, dynamiske systemer, som dem vi har set i dette kapitel, sættes der med støjen en naturlig, men for os, ubekvem grænse for hvor godt kaos kan detekteres og hvor nøjagtigt det kan kvantificeres.

3.2.5 Opsamling : hvad er fysiske systemer i det hele taget ?

Dette kapitel havde som et af sine vigtige mål, at kaste lys over spørgsmålet : om matematisk kaos genfindes i virkelige fysiske systemer. Dette kan besvares på to måder, alt efter hvordan man opfatter "virkelige fysiske systemer".

Mener man, at det handler om at påvise matematisk kaos, som et reelt forekommende fænomen i virkelige systemer - om der overhovedet er noget om snakken - er der temmelig gode argumenter for at svare positivt. Konvektionscelleforsøgene og BZ-reaktionerne er eksempler på, hvordan kaosteorien kan give et helt andet perspektiv og nye løsninger på problemer, af en art, man før uden videre har klassificerede som uløselige. Bestemmelserne af Feigenbaums scaling-konstanter i Benard-eksperimentet, inducerer os en tro på at kaos i matematisk forstand, er en måde at anskue den fysiske virkelighed på, som kan give ny erkendelse - måske endda åbne op for et helt nyt erkendelsesområde. Kaos er en realitet

Men mener man, at "virkelige fysiske systemer" vil sige de *rigtig* svære problemer i fysikken, som at beskrive og forstå de *komplicerede* systemer og strukturer i den natur, der omgiver os - er det knap så sikkert, hvor meget kaos kan lære os. Man må ikke håbe at erkendelsen stopper ved de stærkt reducerede systemer, som indtil nu har vist sig at kunne demonstrere kaotisk opførsel, i den rene "order out of chaos" forstand.

Denne diskussion kommer vi tilbage til i kapitel 4.

Kapitel 4 : Kaos i perspektiv

Dette kapitel skal sætte kaos i et videnskabsteoretisk og metafysisk relief. Da begge disse erkendelsesområder, sjældent har præcise definitioner og derfor bruges på mange forskellige måder, vil vi tage udgangspunkt i en præcisering af disse. De definitioner, som i afsnit 4.1.1 sætter forholdsvis skarpe skillelinier mellem metafysik og videnskabsteori, er ikke eviggyldige eller absolutte på nogen måde - det kan gøres på mange andre måder.
Herefter sættes scenen for undersøgelse af kaosparadigmet, i et afsnit der søger at identificere de to paradigmer, kaosparadigmet skal placeres i forhold til : simplifikationsparadigmet (det 'gamle') og kompleksitetsparadigmet (det 'nye').
I 4.2 og 4.3 gennemgås nogle videnskabsteoretiske og metafysiske sider af kaos, udfra de retningslinier, vi har pejlet os ind på i afsnit 4.1.1. og 4.1.2.
Kapitlet sluttes med en behandling af kaosparadigmets måske mest besynderlige frembringelse; nemlig at fysikken ikraft af kaosparadigmet bliver kompatibel med biologien.

4.1.1 Generelle betragtninger om metafysik og vid. teori.

Hvad er metafysik ?

I et almindeligt leksikon (her Gyldendals 10. binds leksikon) kan man læse :

> *"Metafysik er læren om det, der er uden for den fys. verden eller erfaringens område ; hos Aristoteles læren om foreteelsernes væsen og eksistens i videste forstand, læren om de mest almene træk i alle ting..."*

Man kan også beskrive metafysik som det, der rækker videre eller måske endda kommer før selve fysikken (læs : beskrivelserne af den fysiske virkelighed) - videre end erfaringerne og de teorier, der bringer orden i erfaringerne.
Dette indebærer i princippet emner som teologi og astrologi, men vi vælger at knytte begrebet metafysik til for naturvidenskab mere "relevante" spørgsmål, som opfattelser af verden (kosmologi) og entiteterne i den (ontologi).

Mens fysikken (og de andre naturvidenskabsdiscipliner[39]) beskriver fænomenernes art og opførsel på et empirisk grundlag, går metafysikken ud over dette grundlag og beskriver verden og fænomenerne i den, på en generel, spekulativ måde - det der "ligger uden for erfaringens område". Man kan udmærket søge støtte i konkrete videnskabelige resultater til en metafysisk teori, men det er ikke muligt at "eftervise" en sådan - så er det ikke længere metafysik, men

[39] Det græske ord "Physica" står, eller stod for naturvidenskab i almindelighed.

fysik. Virkeligheden er altså objekt for både fysikken (naturvidenskaberne) og metafysikken (se figur 32).

Hvad er videnskabsteori?

Videnskabsteori i bredeste forstand, kan defineres som "det teoretiske studium af videnskab i et metaperspektiv". Dette omfatter stort set alt hvad man kan sige om en videnskab, udover selve det rent teoretiske indhold i videnskaben : videnskabssociologi, videnskabshistorie, teknologikritik, litteraturanalyse, ja endog metafysik kommer med under hætten.

I denne sammenhæng, hvor det for den opmærksomme læser allerede burde være tydeligt, i hvilken sammenhæng videnskabsteorien skal bruges, er det klogere at definere videnskabsteori noget snævrere, som noget i retning af "studiet af naturvidenskabernes grundlag, metoder og mål", eller som det f.eks. udtrykkes i et Gyldendals tobinds leksikon:

> Videnskabsteori er den forskningsgren der diskuterer de enkelte videnskabers metoder, grundlag, forudsætninger og mål. Centralt står spørgsmålet om de forskellige videnskabers ulige fremgangsmåder ved teoridannelsen (og grænserne mellem de enkelte videnskaber.

Med andre ord :

A. hvilke metoder der benyttes til at forbinde teori og empiri

B. hvilke fundamentale antagelser, der gøres af *teoretisk* art, og hvordan teorierne dannes

C. hvilke mål, der er med forskningen

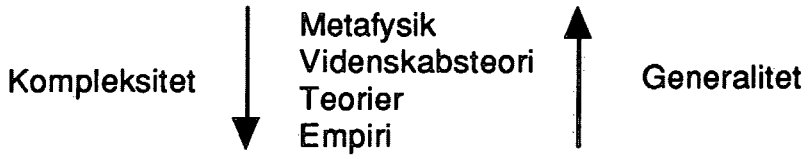
D. hvilke metafysisk grundlag forskningen bygger på

Det er instruktivt at se, hvor tæt indholdet i definitionen passer med de fire elementer i Kuhns faglige matrix (BOX 1 i indledningen). Man kan sammenligne definitionen af videnskabsteori med de fire elementer i Kuhn's faglige matrix, hvor så pkt. A svarer til det "eksempler", pkt. B til de "Symbolske generalisationer", pkt. C til "Værdier" og pkt. D til "metafysiske paradigmer".

Dette er sikkert ikke utilsigtet fra Kuhn's side, og udtrykker en forbindelse mellem Kuhns analyse og den mere traditionelle naturvidenskabsteoretiske analyse af en 'videnskabs indhold og karakter.

Videnskabens erkendelsesniveauer

Man kan forsøgsvis opstille en oversigt over niveauer i videnskabens erkendelsesniveau, fra det 'laveste' niveau : *empiri* (rene erfaringer) til det 'højeste' : *metafysikken* (rene spekulationer), i et forsøg på at sætte disse i forhold til hinanden. Istedet for generalitet kunne man skrive 'abstraktionsgrad', eller lignende.

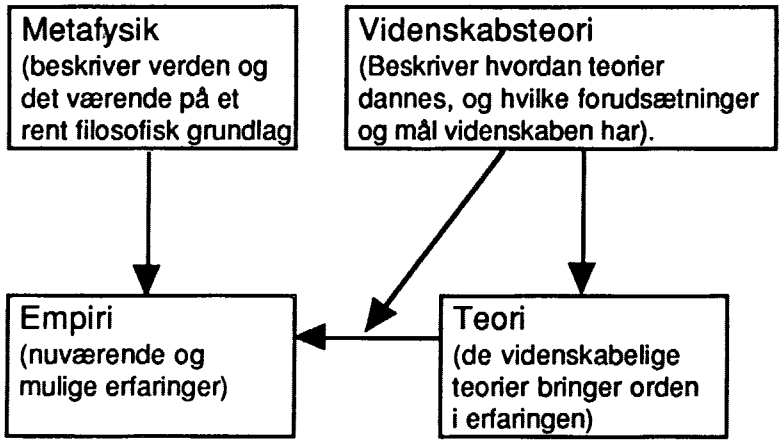


Figur 32. Videnskabens erkendelsesniveauer. På empiriniveauet er erkendelse ren sansning uden reflektioner, og på metafysikniveauet rene refleksioner uden (behov for) sansning.

- *Empirien* er de erfaringer vi har , eller har mulighed for at samle sammen - i sig selv et gigantisk sammensurium af uordnede observationer .
- *Teorierne* bringer orden i erfaringerne, og udgør den generelle viden om disse.
- *Videnskabsteorien* beskriver hvordan de videnskabelige teorier dannes og virker, og hvad videnskaberne stræber imod.
- *Metafysikken* er de opfattelser af verden , det værendes og erkendelsens grundlæggende egenskaber, der danner fundamentet for enhver form for videnskabelig tænkning, inklusive videnskabsteori[40].

Dennes spekulative og ikke-empiriske karakter, har fået mange videnskabsteoretikere til at stemple metafysikken som ikke-videnskab (dette gælder især positivister).

En mere nuanceret måde at anskue de fire dimensioner / niveuaer af den videnskabelige erkendelse, end i figur 32, er at se på hvilke erkendelsesområder, der beskriver hvilke, og hvilket grundlag (filosofisk eller empirisk), de har i deres beskrivelsesform :



Figur 33. Pilene viser hvordan de videnskabelige erkendelsesområder, har hinanden som genstandsområder. De 'sædvanlige' videnskabelige teorier bringer orden i empirien etc. Den øverste 'etage' behandles i kapitel 3 og den nederste i kapitel 4.

---

[40] Der er et logisk problem i at lade metafysikken gå forud for teorien, da man også kan sige, at det metafysiske verdensbillede er en 'filosofisk konsekvens' af en teori - f.eks. kaosteorien. Man må bare opfatte metafysikken, som noget der ligger latent (skjult) under enhver teori, også idet den dannes. Kaosparadigmet kunne ikke blive dannet, hvis ikke kaosforskerne havde haft nogle anderledes metafysiske forestillinger end de almindelige.

4,1.2 Kompleksitet, simplifikation og kaos.

Dette afsnit beskriver den *identifikation* af de to konkurrerende paradigmer, der med folk som Prigogine og Morin er blevet kendt og accepteret blandt mange. En skelnen mellem den gamle videnskab, som tydeligst er repræsenteret af den klassiske mekanik[41], og den nye videnskab, hvis flagskib er kaosforskningen.

Når det således bliver lagt frem, hvilke ting vi skal holde udkik efter, kan vi måske afklare hvordan kaosparadigmet lever op til de værdier og principper for videnskabelig forskning, kompleksitets-filosofferne lægger op til.

Både det gamle og det nye paradigme postuleres at være *metaparadigmer* - dvs. paradigmer som vedrører alle niveauer af den videnskabelige erkendelse, lige fra eksperimentet i laboratoriet til den dyre filosofi.

På den ene side har vi, for at bruge Edgar Morins betegnelser, et simplifikationsparadigme, som står for adskillelse og reduktion, og generelt implicerer et stift og mekanicistisk verdenssyn.

På den anden side har vi kompleksitetsparadigmet, der som nævnt i indledningen, udfra holistiske principper, anskuer og beskriver naturen som en sammensat og mangfoldig entitet, man ikke skal gøre sig de store forhåbninger om at beherske eller beskrive eksakt. En bevidst videnskab, med respekt for naturen vokser frem. Morin, som er en af den nye videnskabs fremtrædende filosoffer, beskriver sagen således:

> Den klassiske videnskab hvilede på den ide, at kompleksiteten i fænomenernes verden skulle opløses ud fra simple principper og generelle love. Kompleksiteten var således virkelighedens fremtrædelsesform og enkelheden selve dens natur. Faktisk var der tale om et simplifikationsparadigme, der på en gang er karakteriseret ved et generalitetsprincip, et reduktionsprincip og et adskillelsesprincip, som tilsammen styrede den klassiske, videnskabelige erkendelse. Dette princip har vist sig særlig frugtbart i den newtonianske gravitationsfysik og Einsteins relativitetsteori, og desuden er det den biologiske 'reduktionisme', der har gjort det muligt at begribe enhver levende organisations fysisk-kemiske struktur...
>
> ...fra alle sider opstår behovet for en videnskab med bevidsthed. Det er på tide at blive bevidst om enhver realitets kompleksitet - fysisk, biologisk, menneskeligt, socialt, politisk - og om kompleksitetens realitet. Det er på tide at blive bevidst om, at en videnskab berøvet reflektion og en rent spekulativ filosofi er utilstrækkelig. Bevidstheden uden videnskab og videnskab uden bevidsthed er lemlæstede og lemlæstende.
> *Morin om kompleksitet i "Kompleksitetens bud" (Paradigma,1)*

Kaosforskningen er efter vores opfattelse, det naturvidenskabelige udtryk for kompleksitetsparadigmet - en slags flagskib, der som et Kuhn'sk skoleeksempel demonstrerer kompleksitetstankerne i videnskabelige rammer.

---

[41] Flere filosoffer er af den opfattelse, at den klassiske fysik ikke er specielt deterministisk, som fysisk *teori* betragtet, og at det i virkeligheden er relativitetsteorien og kvantemekanikken, som burde hives frem som eksempler på ægte deterministiske teorier. Grunden til at man opfatter den klassiske mekanik som deterministisk, er at den deterministiske filosofi, mekanicismen, historisk udspringer af en tro på den klassiske mekaniks ubegrænsede muligheder for verdensforståelse (Earman, 1986).

Vi har altså to metaparadigmer, som er postuleret (eller foreslået) af filosoffer som Morin m.fl. Disse har ifølge den nye tids filosoffer og videnskabsteoretikere, nogle typiske ingredienser som man kan identificere dem ved - det vender vi tilbage til.

Morin som evangelist : Kompleksitetens Bud (Paradigma 1)

Edgar Morin taler for et kompleksitetsparadigme og specificerer systematisk, hvilke kendetegn det skal have, i forhold til det klassiske "simplifikations"-paradime i videnskaben. Han adskiller sig dog fra Prigogine ved at tale om kompleksitetsparadigmet som en *mulighed* , ikke som en allerede uomtvistelig kendsgerning :

> Det er indlysende, at der ikke findes et kompleksitetsparadigme på markedet. Men det, som dukker op her og der iblandt videnskaberne, er en kompleksitetsproblematik, der er baseret på bevidstheden om umuligheden af at fjerne det, som var fjernet fra det klassiske begreb om forståelse.

Morin anbefaler et kompleksitsparadigme, fremfor at konstatere det.
Han formulerer så en række distinktioner mellem de to paradigmer, der sammenfatter de væsentligste argumenter i den hede diskussion, der blev præsenteret i indledningen. Disse opstiller han selv i et skema, som er vist i box 1. Bemærk at de fleste af begreberne er modsætningspar.

Simplifikationsparadigmet	Kompleksitetsparadigmet
Universalitet	Mangfoldighed
Determinisme	Organisation
Afhængighed	Autonomi
Nødvendighed	Mulighed
Lovmæssighed	Selvorganisering
Forudsigelse	Overraskelse
Adskillelse	Helhed
Identitet	Individualitet
Det almene	Det særegne
Objekt	Subjekt
Elementer	Interaktioner
Materie	Liv
Kvantitet	Kvalitet
Lineær kausalitet	Multi-kausalitet
Automaten	Tiden
Objektivitet	Kultur

Morin er selv er klar over, at en sådan idealiseret specifikation af et paradigme er urealistisk *som krav* til forskningen, men snarere står som noget man skal tilstræbe :

> Kompleksitetsparadigmet hverken "producerer" eller "determinerer" forståelsen. Det kan blot anspore det forskende subjekts strategi og intelligens til at tage det studerede problems kompleksitet i betragtning.

Denne massive liste af begreber er selvfølgelig ikke særlig operationel, som den fremtræder, og det gøres ikke ligefrem lettere, når begreberne ikke er ordnet, men dynget tilfældigt op : f.eks. er spørgsmålet, om subjektet har nogen betydning i videnskaben, et klassisk erkendelsesteoretisk spørgsmål, mens spørgsmålet om determinisme eller organisation er af ontologisk art. Morin uddyber i sin artikel begreberne systematisk, uden at overblikket bliver ret meget bedre. De mange begreber kan sammenfattes/fortolkes som i følgende oversigt :

Simplifikationsparadigmet kendetegnes ved :

1. Principper:	Adskillelse af subjekt og objekt
	Adskillelse af objekt og kontekst (reduktionisme)
	Adskillelse af filosofi og videnskab (læs: metafysik fra fysik).
2. Værdier:	Kvantitative teorier fremfor kvalitative
	Universelle teorier fremfor specielle
	Simple teorier fremfor komplicerede
	Abstraktion fremfor konkretisering
	Forudsigelser for enhver pris
	Logiske forklaringer er nødvendigvis sande
3. Ontologi :	*Deterministisk verdenssyn, der som biprodukter har følgende:*
	Tilfældighed er en illusion
	Enhver virkninghar én årsag
	Tiden er essentielt reversibel
	Helheden er lig summen af enkeltdelene

For at sætte det lidt på spidsen (og det gør Morin) kan man så sige, at kendetegnene for **kompleksitetsparadigmet** findes ved at tage negationen af alle de ovenstående udsagn. Herved fås : *sammenkædning af subjekt og objekt, tilfældighed er en realitet, kvalitative teorier fremfor kvantitative* etc.

Nu har vi fået opstillet nogle principper for videnskabelig aktivitet, nogle værdier og nogle ontologiske opfattelser vi kan kigge efter, og er således rustet til at komme tæt på en egentlig karakteristik af kaosparadigmets videnskabsteoretiske status.

4.2 Aspekter af kaos' videnskabsteoretiske status.

Nature and Nature's laws lay hid in the night
God said, let Newton be and all was light
Nature, compelled, hispiercing Mind obeys,
And gladly shows him alle her secret ways;
'Gainst Mathematicks she has no Defense,
And yields t'experimental Consequence.
Alexander Pope.

4.2.1 Kaos og reduktionisme

Det er flere steder hævdet, at kaosteorien er eksponent for en holistisk verdensopfattelse (dette ses bl.a. hos Gleick, 1987). Men det diametralt modsatte synspunkt, at kaos i bund og grund er en reduktionistisk foreteelse er også blevet fremsat (Brøns og Andreasen,1989).

Meningen med dette afsnit er at diskutere disse modstridende anskuelser ud fra de overvejelser og fakta, der er udtrykt i de foregående kapitler. Afsnittet skal samtidig fungere som en første pejling på kaospadigmets position i videnskabsteorien.

Men først et par ord om reduktionisme i almindelighed. Descartes (1596-1650) har gennem sine metoderegler givet et 'reduktionismens manifest':

> Den første regel var ikke at antage noget for sandt, som jeg ikke klart indså var sandt; det vil sige: omhyggeligt at undgå al forhasten sig og al fordom og ikke sammenfatte mere i mine domme, end hvad der fremtrådte så klart og så skarpt for min tanke, at jeg ingen anledning havde til at drage det i tvivl.
>
> Den anden var at dele hvert af de vanskelige problemer, jeg skulle undersøge, i så mange dele, som det var muligt, og som det var nødvendigt for at få den bedste løsning frem.
>
> Den tredje regel var at lede mine tanker i en bestemt orden, sådan at jeg begyndte med de genstande, som var de simpleste og de letteste at forstå, for så lidt efter lidt at stige gradvis op til forståelsen af de mest sammensatte, og sådan at jeg forudsatte en vis orden også mellem de genstande, som ikke af naturen fremtræder i rækkefølge.
>
> Fjerde regel var at foretage så fuldstændige optællinger og med et så altomfavnende overblik, at jeg var sikker på ikke at have glemt noget. ("Discours de la Methode", 1637)

Descartes overser en mulighed for forståelse i reglerne 2 og 3 . Det kan umiddelbart synes som en rar tanke, at man kan splitte sit problemområde op i simplere enheder, der kan forstås for sig, for derefter at sammenstykke de derved opnåede delforståelser til en sammenhængende forståelse, et hele. Men tanken er i princippet intuitiv og ikke en elementært givet sandhed. Man kan derfor sige, at han i de to midterste regler opruller en fordom, hvilket han jo tilstræbte at undgå ifølge regel nr. 1. Fordommen er altså den opfattelse af naturen, der udsiger at verden består af enkeltdele, der dels kan undersøges separat og dels kan sammenstykkes til helheden. Dette er netop reduktionismens essentielle indhold.

Overfor denne opfattelse står det holistiske princip, der naivt kan sammenfattes i parolen, at summen af subsystemer netop ikke udgør den fulde helhed. Helheden er mere. (Vi er helt klar over, at Descartes taler om *forståelse*, mens det holistiske pricip udtaler sig om selve *sys-*

temerne. Det tilsidesætter dog ikke argumenterne, thi en forståelse af de enkelte subsystemer giver ikke helhedsforståelsen, hvis subsystemerne vekselvirker indbyrdes.

Et godt eksempel på reduktionistisk videnskab er udtrykt i elementarpartikelfysikkens arbejdsmetoder og endelige mål. Denne disciplin har bl.a. som metier at finde verdens mindste byggestene.

Et overordnet mål i denne søgen er at forene de 3 naturkræfter ; de svage kernekræfter, de stærke kernekrefter og de elektromagnetiske kræfter i een teori - det såkaldte GUT-projekt. Det eksperimentelle bagland er stykket sammen af utallige forsøg med at sende højenergetiske partikler mod hinanden. Og så er det endda kun nogle få af forsøgene, der er anvendelige. Både målet og vejen i denne disciplin af fysikken, lever efter vores bedste overbevisning perfekt op til Descartes metoderegler. De samme regler har gennemsyret megen anden naturvidenskab.

Efter opdagelsen af DNA har tendensen i store dele af biologien været at reducere levende organismer til deres molekylære bestanddele. I medicinen har det været og er det sædvane at betragte mennesket som konstitueret af veldefinerede organer, der igen har deres egenartede fysisk-kemiske hverdag, i det store og hele *uafhængigt af hinanden*..

En vurdering af kaos' forhold til reduktionismen (og holismen) synes ved første øjekast mere problematisk. Under overskriften 'Kaos er ikke holisme' argumenterer matematikerne M. Brøns og V. Andreasen, for følgende konklusion:

> Kaos er altså et reelt forekommende fænomen i såvel matematik og natur, så den ikke-lineære matematik har givet en kvalitativ ny indsigt i naturen.
>
> Hovedbudskabet (...) er imidlertid, at der er snævre grænser for denne nye indsigt. Sammenfattende kan vi sige om de eksempler, vi har givet, at der er tale om enkle, veldefinerede situationer, hvor kun få processer indgår. De nye resultater ligner altså til forveksling den type arbejde fysikere, kemikere og biologer har bedrevet de sidste hundrede år. (...) kaos og selvorganisering er solidt plantet i fysikkens paradigme.
>
> Det (kaos) er ikke holisme; i kaosmodeller brydes naturen ned i sine enkelte dele efter helt traditionel reduktionistisk metode.'(Naturkampen, nr, 51, 1989)

Deres holdning er baseret på den kendsgerning, at de kaosmodeller og kaoseksperimenter som hidtil er etableret, alle forholder sig til et begrænset område af virkeligheden. Eksempelvis er Lorenz-modellen en stærkt idealiseret og forenklet udgave, af mere generelle og fundamentale hydrodynamiske ligninger. Modellen gengiver i det væsentlige blot indholdet af Bénard eksperimentet omtalt i forrige kapitel - og det endda dårligt nok, idet modellen ikke tager højde for at cellen er lateralt begrænset. Videre er begge de omtalte eksperimenter stærkt idealiserede og velkontrollerede udgaver, af større og langt mere uoverskuelige fænomener som f.eks. Jordens vejrforhold og floders strømningsforhold. Så både dannelsen af de kaotiske modeller og kaoseksperimentene foregår 'efter traditionel reduktionisk metode', hvorfor vi helt kan tilslutte os den ovenfor citerede konklusion. Det er derfor ikke i kontradiktionen *reduktionisme-holisme* kaosforskningen bryder med simplifikationsparadigmet.

Vi fortsætter kapitlet med at afsøge de videnskabsteoretiske og metafysiske forhold, der kunne advokere for et reelt paradigmeskift.

4.2.2 Begrebsdannelse.

En vigtig ingrediens i paradigmedannelse, er omgangen med 'nye' paradigme-karakteristiske begreber. I sammenhæng med opdagelsen og udviklingen af kvantemekanikken affødtes en række af sådanne begrebsdannelser.

Eksempler nævnt i flæng er kvanter, komplementaritet, spin m.v. Vel noget af det mest revolutionerende og mest centrale i denne fysik er, at mulige måleresultater kan være kvantiserede. Elementært er selvfølgelig også eksistensen af de Heisenberg'ske ubestemthedsrelationer. Med disse særegne egenskaber og tilknyttede begreber blev kvantemekanikken en selvstændig disciplin. Kvantemekanikken blev et paradigme, der selv kunne stå.

Kaosteorien og dens omegn opererer også med specielle begreber. Men i modsætning til kvantemekanikken, som afsøger og beskriver begivenheder på mikroniveau og derved i praksis primært forholder sig til en delmængde af naturbeskrivelsen, er kaosteoriens genstandsområde og begreber, ikke specifikke for fænomener hørende til bestemte domæner af naturen / virkeligheden. Imidlertid studeres kaos i reglen i forbindelse med 'jordnære' makroskopiske fænomener.

Den del af kaos, som omhandler den tidslige udvikling af dynamiske systemer, har som begreber strange attractors, positive Liapunov-eksponenter, bifurkationsdiagrammer, intermittens og imbedding teoremet m.fl. som sine særkender og varemærker. Dertil kommer fraktaler, der efterhånden har udviklet sig til at være en selvstændig disciplin indenfor den anvendte matematik.(Se fx (Mandelbrot, 1977), (Peitgen og Richter, 198?) og (Barnsley, 1988).

Resultaterne fra fraktalgeometrien bliver bl.a. brugt til fremstilling af landskaber etc. for filmindustrien. Fraktaler er nemlig et umådeligt godt instrument til at lave virkelighedstro reproduktioner, af mange af naturens mere kringlede frembringelser, såsom skyformationer, bjergpartier og vækster (bregner og træer mm.).

Et sædvanligt curriculum (levnedsbeskrivelse), der omfatter matematik, har gennem århundrede haft den Euklidiske geometri som fast inventar (det har især været begrundet med denne geometris ideale afspejling af matematikkens indre struktur). Måske er mange af os på denne baggrund, blevet skolet til at se vores omverden med redskaber hentet fra mængden af keglesnit og rette linjer. Temmelig mange steder omkring os ses denne såkaldte 'rette linjes tyranni' udfoldet i form af et mægtigt opbud af funktionalistiske bygningskonstruktioner og asfalteret infrastruktur, der som det vides, er ganske lidet organiske...

Det er dette - den Euklidiske geometris - dogme, fraktalgeometrien bryder med. Fraktalgeometriens genstandsfelt er i reglen randen af diverse punktmængder: Randen af en

sky, randen af en kystlinje etc. Det er især på disse grænser, opbygget af overalt brudte kurvestykker, en hidtil ukendt verden er blevet opdaget.
En side af fraktalgeometrien er knyttet til den dynamiske systemteori. Det viser sig nemlig, at en *strange attractor* ofte har fraktal dimension. Dette fremgår ved, at et passende indlejret Poincaré-snit besidder selvsimilære træk, der som tidligere omtalt er et grundlæggende aspekt af fraktalgeometrien.

Udover de ovenfor nævnte computersimulerede bregner og skove kan fraktalgeometrien også anvendes til reel modeldannelse. I forbindelse med modellering af ionkanalporte til stoftransport gennem cellemembraner har man sædvanligvis anvendt en såkaldt *Markovprocedure*. For nylig (dec. 1989) har man afprøvet forskellige modeltyper på ens eksperimentelle data. En af disse modeller var en fraktalmodel. Artikelforfatternes konklusion blev imidlertid, at det mest betimelige var at opretholde Markovmodellen - den fittede bedst til de givne data.

Vi kan altså konstatere, at introduktionen af fraktalbegrebet og kaos i det hele taget har afstedkommet helt nye betragtningsmåder. Et vigtigt spørgsmål er så, om denne nye indsigt formår at give øget eller anderledes erkendelse om sammenhænge i naturen. Og videre: Vil et nej til dette spørgsmål automatisk medføre, at fraktalgeometrien i videnskabeligt regi fremover skal rubriceres som en matematisk kuriositet? For at få afklaret den type spørgsmål, er det nødvendigt at komme omkring kaos' forhold til de videnskabelige normer i fysikken og matematikken, hvilket er temaet for det følgende afsnit.

4.2.3 Ændring af en praksis - nye værdier

Man kan diskutere (i en uendelighed), om den videnskabelige praksis ændrer sig på grund af nye teoretiske landvindinger, eller omvendt : de store opdagelser bliver gjort, fordi rammerne omkring forskningen ændres - hvad kommer først : hønen eller æggene. Vi kan ikke sige, hvad der er mest rigtigt i kaos' tilfælde, og tvivler i det *hele taget* på at man kan.

En af de måder, man kan skelne paradigmer fra hinanden, er ved at se på hvilke kriterier, der foreligger for "gode" teorier og "god" forskning. Hvilke værdier og idealer sætter rammerne for forskningen ? Et banalt svar er at en *sand* teori er en god teori, og at forskningen skal stræbe mod *sand* erkendelse.

Sandhed er desværre et meget uhåndterligt mål for forskningen, og mange (os iblandt) er ikke engang sikre på, at det overhovedet er videnskabeligt meningsfuldt at spørge, hvad sandheden *er* , om et givet fysisk fænomen. De videnskabelige teorier, videnskaben har opstillet, forekommer aller højst at være grove billeder på en sådan sandhed. Man er meget modig, hvis man kalder en teori for sand, når man ser hvor tit de en gang kanoniserede teorier udskiftes og revideres. Man var overbevist om at Newtons love gav et fuldkomment og i enhver henseende ubestrideligt grundlag for en beskrivelse af legemers dynamik, indtil Einstein viste at den Newtonske dynamik kun var et specialtilfælde af den *relativistiske* dynamik. Kan vi nu være sikker på, at den relativistiske mekanik er fuldkommen ?

Vi vil derfor også se på nogle af de andre idealer, der ligger til grund for forskningen. Selvom det er kaosfysik, vi primært er interesseret i, har vi i dette afsnit valgt at tage udgangspunkt i matematikken, da kaosfysikken er vokset frem på et grundlag af matematiske innovationer.

Matematikken : fra Bourbaki til fraktaler

Det 20. århundredes matematiske forskning har båret præg af et ideal, der sætter matematikken i spidsen af naturvidenskaberne, som noget rent og ophøjet, der ikke har brug for at legitimere sig ved at forholde sig til verden og virkeligheden. Matematik, der kun er matematik, og ikke kan anvendes til noget, er således det fineste en matematiker kan beskæftige sig med, idet der ikke lefles for andre videnskaber. En række unge fremtrædende matematikere, som efter 1.verdenskrig sluttede sig sammen i det matematiske selskab Bourbaki (Davis &Hersh ,1981), kom til at præge matematikken over hele verden. Disse mente bl.a. at den afslappede holdning Poincare og andre matematikere omkring århundredeskiftet, havde haft til den matematiske korrekthed og formalisme, var forkastelig. Dette selskab, der mødtes hemmeligt ved logeligende møder, kæmpede for at fastholde en stringent og formel matematisk praksis. Matematikken skulle nu hvile på et sikkert grundlag af aksiomer og beviser.

Bourbaki gik mere og mere fanatisk ind for at opstille matematikken korrekt.
En følge heraf var, at grafiske fremstillinger og anvendt matematik, blev anset som noget urent - matematikken skulle ikke forurenes, ved at blive sat i forbindelse med noget *virkeligt* . Grafer er jo heller aldrig eksakte, men altid approksimationer og billeder på noget, der måske er eksakt. De mente at matematikken var den første og den bedste af naturvidenskaberne - eller rettere : videnskaberne, da de jo netop ikke var meget for at matematikken blev knyttet sammen med fænomener i naturen.
Grunden til at Bourbaki fik så stor indflydelse, var nok at det faktisk lykkedes for disse strenge formalister at producere en masse vellykket matematik.

Dette "formalisme" paradigme, hvis man kan kalde det sådan, har holdt sig i live i matematikken, indtil der i tresserne blev opfundet noget så obskønt som en *talknuser* : computeren. Til at begynde med, anså "rigtige matematikere" ikke computeren som noget der var værd at beskæftige sig med. Dette kunne være grunden til at Lorenz' resultater ikke vakte større opsigt da de kom frem, end de gjorde. Under alle omstændigheder har opfindelsen og udviklingen af computeren, haft stor betydning for udviklingen af kaosteorierne, netop på grund af kaotiske systemers "modvilje" mod at lade sig beskrive analytisk.

Det har i alle tilfælde ændret sig. Siden Lorenz, Mandelbrot, Feigenbaum m.fl. gjorde deres opdagelser af ny (kaos) matematik ved computerens hjælp, stiller sagerne sig noget anderledes. Værdierne i matematikkens forskning, for at bruge Kuhn's formulering, har ændret sig. Nu forskes der på en anden måde og med nogle andre idealer i matematikken. Det er denne udvikling i matematisk praksis, der i det følgende kort vil blive skitseret.

Lorenz' opdagelse af deterministisk kaos og en kaotisk tiltrækker

Edward Lorenz var matematiker, men ansat som meteorolog. Da han med sin artikel "Deterministic Nonperiodic Flow" i "Journal of Atmospheric Sciences" i 1961 påviste deterministisk kaos i sin stærkt forsimplede differentialligningsmodel for væske- og luftstrømme, var det kun ganske få der læste artiklen, og stort set ingen, der kunne se perspektiverne i den.

For det første var det en opdagelse, som var mere interessant for matematikere, end for meteorologer, da det er en generel egenskab ved ikke-lineære *differentialligningssystemer*, Lorenz påviste. Meteorologer kunne argumentere med at modellen var så simpel, så den ikke sagde noget om virkeligheden, og så kunne de jo være ligeglade.

Men en anden ting var at de matematikere, der eventuelt så artiklen, ikke kunne tage den alvorligt, af den simple grund at resultaterne var kommet ud af en numerisk og ikke en analytisk løsning af lignerne - en *computersimulering*. Dette gjorde både resultaterne og Lorenz selv højst utroværdige i en matematikers øjne , og for så vidt også en fysikers, da computere på det tidspunkt ikke hverken var særlig kendte, pålidelige eller populære. Da computere ikke var noget "paradigme" i naturvidenskaben, kunne den heller ikke understøtte nogen form for epokegørende opdagelser.

Omkring 10 år efter, i starten af halvfjerserne, opdagede flere andre naturvidenskabsfolk, nogle af de samme ting Lorenz havde set - disse folk (f.eks. Smale, Feigenbaum, Farmer m.fl.) fik sig et mindre, men behageligt chok, da de så at Lorenz i al ubemærkethed havde opdaget S.I.C. og kaotiske tiltrækkere[42] i en deterministisk differentialligningsmodel 10 år tidligere. Man kan spørge sig selv, om den begyndende fremvækst af kaos på dette tidspunkt ikke hang sammen med at computeren blev mere og mere udbredt på universiteter og andre forskningsinstitutioner verden over.

Eksperimentel matematik og computerbeviser...

Idag er både kaos og brug af computer fast forankret i matematikken. Men matematisk forskning har tilsyneladende alle dage klaret sig godt uden apparater og eksperimenter, som fysikken og de andre hårde videnskaber har været afhængige af. Matematikerne opfatter traditionelt deres disciplin som et rent intellektuelt projekt - erkendelse gennem (logisk) tænkning, aldrig gennem sansning.

Charles S. Peirce[43] mente derimod, at matematikere (og forskere i almindelighed) når deres resultater ved først at "føle sig rundt" - eksperimentere og lege med matematikken, for så pludselig at få ideen, der så senere via et korrekt bevis ender som en sætning. Beviset er ifølge

---

[42]Lorenz-attraktoren, som er den kaotiske attraktor i faserummet for Lorenzmodellen, er næsten blevet et vartegn for dynamisk kaosteori, ligesom Mandelbrots mængde er blevet det for "fraktal" kaos.

[43] Amerikansk filosof og tegnteoretiker fra århundredeskiftet - grundlægger af den amerikanske pragmatisme. Peirce's filosofi (dele af den) omtales i afsnit 3.3.2.

Peirce ren og skær efterrationalisering. Set i dette lys er eksperimentet, eller rettere : det at eksperimentere, ikke noget nyt i matematikken. Men det er helt nyt at det *anerkendes* som en del af den matematiske praksis.

Mange matematikere verden over er idag dybt engagerede i noget man vist kun kan kalde eksperimentel matematik. Man kan ligefrem gå på opdagelse i en fraktal. Fortaber man sig i uendelighederne i Mandelbrots mængde, kan man blive så fascineret af kompleksiteten og mangfoldigheden af detaljer og former, at man får svært ved at finde ud igen.

Eksperimentel matematik er på en måde en uhyrlighed. Hele matematikken er struktureret sådan, så man udfra antagelser (aksiomer), via et endeligt antal logiske skridt (beviset) ender op med et resultat (en sætning) som indenfor matematikkens univers kun kan være eksakt og sand - uden diskussion. Der er ikke noget der hedder fejlkilder og afvigelser inden for logisk analyse. Problemet er så bare, at en fraktal er et matematisk objekt, der ikke kan "erkendes" fuldstændigt - fraktaler, eller i al fald multifraktaler, er *uendeligt* komplicerede. Mandelbrots mængde har ved randen en fraktal dimension, der nærmer sig 2, efterhånden som man forstørrer mængden. Men man kan blive ved med at forstørre, uden nogensinde at nå bunden, eller dimensionen 2 - den fraktale dimension kan derfor kun angives med en vis fejlkilde - og det er uhørt i matematikken. Eller rettere : det *var* uhørt i matematikken.
Alene det at matematikere beskæftiger sig med numerisk analyse af ligninger og ligningssystemer er nyt for matematisk praksis.

Man er trængt igennem en barriere i dynamisk systemteori, som udgøres af det krav om massiv regnekraft, der skal til for at løse differentialligninger numerisk. Vi er nu istand til at nå noget af den erkendelse, der har ligget og ventet på os, siden de fundamentale egenskaber ved dynamiske teorier, oprindeligt blev udviklet i trediverne bl.a. af russiske forskere.

Ved brug af numerisk løsning og visuelle fremstilling af forskellig art (faseplot, returafbildninger, Poincaresnit), og en terminologi, som den vi har skitseret i kapitel 3, er man i det mindste rustet til at gå igang...
Ikke-lineær matematik er blevet et stort erkendelsesområde i matematikken, og skiller sig ud ved at inddrage et vigtigt element af eksperimenteren i erkendelsesprocessen.

Ligeledes er brugen af apparater i selve kernen af den matematiske forskning - bevisførelsen - noget helt nyt i matematikken. Som matematikken har udviklet sig hidtil, er der ikke noget i vejen for, at matematikken skulle kunne klare sig helt uden apparater og fysiske manifestationer af *enhver* slags, og udelukkende bestå i tanke og tale - ingen grafer, ingen bøger, intet. Selv det at nedskrive matematikken på papir er overflødigt - det er blot en bekvemmelighed, der udspringer af menneskets manglende intellektuelle kapacitet. Men dette har ændret sig.
Wolfgang Haken væltede i 1976 den matematiske verden , ved at fremlægge et bevis på et rent matematisk problem, som matematikere i ca. 100 år har brudt deres hoveder med : *firfarveproblemet*..

Det er tilsyneladende muligt at farvelægge et hvilket som helst plant eller sfærisk landkort med kun fire farver, så ingen lande med samme farve støder op til hinanden. Ingen har nogensinde kunnet konstruere et kort, hvor det var nødvendigt med flere end fire farver. Men man kunne ikke bevise det !

I det mindste indtil Haken fremlagde sit bevis, der fyldte 600 sider, og var udført på en computer ! Matematikere og filosoffer verden over, udtrykte deres uforbeholdne mistro til dette såkaldte bevis, der efter deres mening vendte op og ned på begreberne, og ikke kunne tages alvorligt. Haken argumenterede selv for at computeren ikke havde "beregnet" noget, som når man integrerer en funktion numerisk, men at den blot havde efterprøvet alle de særtilfælde, der fandtes - de forskellige måder man kunne sammensætte og farvelægge lande på. De par tusinde prøver der skulle gøres, kunne sagtens udføres stringent og matematisk korrekt hver for sig, men det ville blot tage en menneskealder for en gennemsnitsmatematiker - og så er beviset jo ikke smukt !

Idag arbejder bl.a. studerende ved RUC på at udvikle et dataprogram, der beviser matematiske sætninger, udfra de aksiomer man opstiller. En "bevisgenerator", kunne man kalde det. Havde man foreslået noget sådant, til et forum af matematikere for 50 år siden, var man blevet lynchet eller i bedste fald grinet ihjel.

Matematikken har altid haft en indre æstetik. Kendere værdsætter "smukke" beviser og sætninger, der i særlig grad har været eksemplariske ved deres enkelthed og/eller geniale struktur. Logik er efter den klassiske matematikers mening en 'smuk' og 'ren' disciplin. Det er dette billede af matematikken som "smuk nok i sig selv" der har medvirket til at gøre den uafhængig af de andre naturvidenskaber, idet matematikerne som tidligere nævnt ikke følte de havde brug for at legitimere sig, ved at forholde sig til videnskaberne. Så æstetik er ikke noget nyt i matematikken. Det der er nyt, er at man ser noget æstetisk i grafiske fremstillinger, hvilket man ikke tidligere har været almindeligt.

Fraktalernes indlysende æstetiske kvaliteter og organiske former (Barnsley 1987) har gjort, at man nu kan finde fraktaler på kunstudstillinger og som udsmykning på offentlige kontorer m.m. Det er ikke bare matematikere, der syntes de er "pæne".

Endnu morsommere er næsten den stærke trang til krasse og dominerende farver, som matematikerne kolorerer deres fraktaler med på computerudskrifterne. For halvtres år siden ville hver graf eller figur i en matematisk publikation, devaluere seriøsiteten betydeligt - en *farvelagt* figur, ville for evigt fordømme forfatteren fra den matematiske Edens have.

Som en afsluttende bemærkning, skal det siges at visse kredse af matematikken på trods af nye strømninger og erkendelsesområder, stadig har et betydeligt element af den formalisme-idealisme, Bourbaki i mellemkrigstiden var eksponent for.

I "The Mathematical Experience" af Davis og Hersh, beskrives en sådan "ideel matematiker" :

> The ideal mathematician's work is intelligible only to a small group of specialists, numbering a few dozen or at most a few hundred. This group has existed only for a few decades, and there is every possibility that it may become extinct in another few decades. However, the mathematician regards his work as a part of the very structure of the world, containing truths that are valid forever, from the beginning of time, even in the most remote corner of the Universe.
>
> He rest his faith on rigorous proof; he belives that the difference between a correct proof and an incorrect one is mistakable and decisive difference. He can think of no condemnation more damning than to say to a student "He doesn't even know what a proof is". Yet he is able to give no explanation of what is meant by rigor, or what is required to make a proof rigorous. In his own work, the line between complete and incomplete proof is always somewhat fuzzy, and often controversial.
>
> To talk about the ideal mathematician at all, we must have a name for his field, his subject. Let us call it, for instance, 'non-Riemannian hypersquares' [44]

Kaos' indflydelse på fysikkens praksis

For fysikkens vedkommende er der nogle tydelige træk ved forskernes arbejdsområder og arbejdsformer indenfor kaosparadigmet. Her tænkes især på tværfagligheden og introduktionen af "hverdagsfysik" i fysikkens genstandsområde. Ligesom i matematik-afsnittet, vil værdierne i kaosfysikken, blive hevet frem i sammenhæng med diskussionen af praksis.

Tværfaglighed eller hvad ?

Der er en tydelig tendens til "interdisciplinært" samarbejde i kaosparadigmet: fysikere kommer i kontakt med områder af fysikken, man udfra deres baggrund ikke kunne forestille sig mulige. Mange kaos-kongresser og -seminarer har ligefrem folk fra forskellige faggrene som deltagere : f.eks. fysikere, biologer og endog humanister og filosoffer.

Dette er ved første øjekast et tydeligt tegn på at der noget om den tværfaglighed kaosparadigmet tillægges. Grunden til at der kan forekomme en sådan 'løsagtig' omgang med andre grene af videnskaben, er forestillingen om at kaos har nogle universelle træk, som genfindes overalt i virkelige, komplekse systemer. Ligesom differentialregning ikke i sig selv har nogen tilknytning til den fysiske virkelighed, er kaos-matematikken et generelt værktøj til beskrivelsen af ikke-lineære systemers opførsel. Fraktaler har heller ikke noget implicit tilhørsforhold til fysikken, men findes mange steder i naturen.

Hvordan stiller det sig historisk med tværfagligheden. Kigger man på udviklingen af naturvidenskaben fra de gamle grækere til nu, er der tydeligt at specialiseringen gradvist er vokset.

I begyndelsen var Aristoteles. Denne mand formulerede omkring 300 f.kr. i værkerne "Physica" og "Metaphysica" det meste af det, der på det tidspunkt indbefattedes af naturvidenskab og -filosofi : fysik i almindelighed, metodik (logik), metafysik, matematik etc.

---

[44] Vi aner ikke hvad Riemannske hyperkvadrater er, og det er vist også meningen fra forfatterens side... Bogen kan anbefales (Davis&Hersh, 1982)

En ægte enheds-videnskab. Helt op i middelalderen, blev Aristoteles' lære opfattet som indbegrebet af sandhed, og blev også brugt til at definere videnskabens genstandsområde. Den sene middelalders og rennæssancens store tænkere og forskere var også "multi-genier". Både Newton, Descartes, Laplace og mange andre, var frontforskere som matematikere og fysikere, og dækkede mange, vidt forskellige emner indenfor disse fag. På den tid var det almindeligt at fysikere, eller rettere naturforskere, havde et afklaret forhold til de videnskabsteoretiske og filosofiske aspekter af naturvidenskaben.

Det samme kan til en vis grad siges om udviklingen af atomteorien og kvantemekanikken i tiden fra 1913 (Bohrs atommodel) og til 30'erne, hvor de sidste store brikker i kvantemekanikken faldt på plads. Både Einstein og Bohr var meget optaget af, hvilken betydning de nye teorier havde for den videnskabelige erkendelse (se afsnit 4.2). Op igennem vort århundrede er fysikere og matematikere i større og større grad blevet specialister på ekstremt snævre fagområder. Den matematiske forskning har løbet i sit eget, hyperabstrakte spor, og fysikerne har parallelt med "den ideelle matematiker" (se tidligere) fordybet sig i forskningsområder som "ikke-krystallinske metalstrukturer i amorft silicium" og "hadronvekselvirkninger".

Indenfor elementarpartikelfysikken er det ofte sådan at store forskningsgrupper på hundredevis af forskere og teknikere, arbejder sammen om at opstille, udføre og fortolke eksperimenter af meget afgrænset karakter : et typisk eksempel på det man kalder "Big science" [45].

Kaosforskningen kan *i dette lys* ses som en tilbagevenden til small-science og til tværfaglighed. Dette kan kun opfattes som en positiv udvikling, henimod samtale, samarbejde og tolerance mellem de før så adskilte naturvidenskaber, og det lover godt for en sundere forståelse af naturen.

MEN : der en anden mulig forklaring på "tværfagligheden", som man også må tage i betragtning. Man kunne også tænke sig, at kaosfysikkens forbilledelige tværfaglighed, blot er et tegn på at der er tale om en ung videnskab. Der er allerede sket en vis specialisering i kaosforskningen - det er en uundgåelig konsekvens af den kendsgerning, at man opdager ti nye spørgsmål, hvergang man besvarer et.

Specialisering er således en måde, videnskaber "ældes" på.

Når de principielle problemer i et fagområde er løst, finder man nogle mindre (mere afgrænsede), men ikke nødvendigvis simplere problemer, som igen leder hen til endnu mindre, endnu

[45]Et af historiens største og dyreste forskningsprojekter overhovedet er CERN's store *electron-positron-collider* (LEP), som er en 27-km stor cyclotron, gravet 100 m ned i jorden, med fire "forsøgsopstillinger" på mange hundrede tons placeret rundt langs cyclotronen. Som navnet antyder kan anlægget accelerere og kollidere elektroner og positroner. Ikke fordi man ikke har kunnet dette før, men LEP kan gøre det med endnu højere energier, end man før har kunnet. Der er også kommet vigtige resultater for elementarpartikelteorien.
Målene er for øjeblikket at bestemme masserne af W og Z partiklerne (bærere af de svage kernekræfter), samt bestemme massen af den tunge top-quark, som mangler for at 'fuldstændiggøre' den nuværende teori for de *fundamentale* byggesten. Hvordan de så eventuelt er opbygget af ved man ikke endnu...

mere afgrænsede problemstillinger etc. Nødderne kan måske endda vise sig at blive hårdere og hårdere at knække, som det har vist sig i elementarpartikelfysikken.

Set *i dette lys*, er kaosfysikkens tværfaglighed noget, der i tidens løb nok vil blive mere og mere usynligt, for til sidst at ende i den samme evindelige fagidioti, der præger resten af fysikken. For eksempel mener vi, at vi kan spore denne tendens i arbejdet med konvektionsstrømmme i superflydende helium.
Hvilken af de to opfattelser, der bedst repræsenterer kendsgerningerne, har vi ikke noget sikkert bud på.

Kaosfysik er også hverdagsfysik

En anden ting, man kan hæfte på kaosfysikken, og som efter vores opfattelse er en af de mere betydningsfulde nyheder er, at kaosfysikken søger at beskæftiger sig med verden på vores egen skala. Genstandsområdet er ikke galaksehobe, som er større end noget menneske kan forstå, eller elementarpartikler, som er mindre end noget menneske kan forstå.

Den traditionelle fysik har kun nødtvunget beskæftiget sig med stærkt simplificerede "hverdags"-fænomener, (f.eks. klodser på skråplan), som lader sig modellere eksakt, uden de store fejl. Ikke-reducerbare problemer, er på forhånd afskrevet, og henlagt som ikke-videnskabelige, eller i alt fald uden for fysikkens genstandsområde - i bedste fald blot "uinteressant". Problemet har i virkeligheden været at de fysiske teorier og forklaringer, ikke har egnet sig til at beskrive de nære fænomener, og at man så pudsigt nok har droppet fænomenerne og beholdt *teorierne* . Man kan sige at fysikkens genstandsområde har været noget i retning af "de dele af naturen og universet, som kan forstås udfra simple kausale lovmæssigheder, og som kan beskrives eksakt".

Kaosfysikken giver *principielt* adgang til overhovedet at beskæftige sig med de komplekse, kaotiske systemer, vi finder overalt i *vores* verden, på de komplekse systemers præmisser. Ligesom den klassiske mekanik og relativitetsteorien i bund og grund er udviklet til at beskrive himmellegemers færden og kvantemekanikken til at beskrive ufatteligt små partikler, er kaosfysikken designet til at beskrive vandhaners dryppen, økosystemers udvikling, væskers bevægelse, uregelmæssigheder, tilfældigheder og fluktuationer.
Fænomener vi dagligt støder på i vores dagligdag.
Nu lyder dette jo meget flot. Mod at give afkald på den kvantitative, kausale forståelse, fås en mulighed for at beskrive og lære noget om den komplekse verden der omgiver os. Man har fået håbet igen, hvad mange hensatte problemer angår: turbulens, 1/f-støj, økosystemer, vejret m.v.

MEN : Man skal ej forglemme, at denne 'økorigtige' kaosfysik udspringer af noget erkendelse, der er i vid udstrækning er vredet ud af et stykke højst unaturlig teknologi : computeren. Feigenbaum-scenariet er opdaget, og beskrevet i detaljer på grundlag af en meget stor mængde iterationer, af en meget simpel andengradspolynomium, udført af en computer.

Det samme gælder de fraktale strukturer, som man nu på poetisk vis knytter til formdannelser i naturen - der er kun kompleksitet at se i deres fremtrædelsesform, ikke i dets "generatorer".

Det er ikke bare et spørgsmål om at afbilde "strange attractors" og fraktaler på en computerskærm, det er selve det, at *grundlaget for kaosfysikken er opdagelser af nogle matematiske mærkværdigheder i naturen.*. Man kan forsvare kaosteorien med, at man altid har kendt til de ikke-lineære systemers eksistens, men først nu, med computerens hjælp har kunnet starte udforskningen af dem.

Feigenbaums uendelige kaskader af peridodefordoblinger, er vel nok den bedst kendte lettest forståelige vej til kaos - og et skoleeksempel. Hans figentræ, der så smukt illustrerer mekanismen, er nærmest blevet et logo for kaosparadigmet. Universalitetsteorien som er funderet i en matematisk analyse af den logistiske vækstligning, udsiger at alle systemer, matematiske som virkelige, der udvikler sig til kaos gennem gentagne periodefordoblinger, netop udvikler sig som Feigenbaum-scenarioet, med de tilhørende naturkonstanter α og δ (se afsnit 3.1.3).

Det samme gælder for fraktalforskningen : den udspringer af computer-eksperimenter og ikke af observationer af naturen.

Om det, når alt kommer til alt, er almindeligt i naturvidenskabens historie at teorier udvikles uafhængigt af observationer, skal vi ikke her komme nærmere ind på. Men det er nu aligevel tankevækkende, at kaosteorien og -fysikken, med al deres respekt for mangfoldigheden og kompleksiteten i naturen, må støtte sig til undersøgelser af ganske simple, matematiske systemers opførsel, og ovenikøbet tør udlede *generelle* regler for opførslen af virkelige, komplekse systemer på grundlag heraf.

Som det nævntes i afsnit 4.2, er det system af konvektive væskerulninger, der undersøges i Rayleigh-Benard-eksperimentet, omend det er et virkeligt system, slet ikke et *hverdagsagtigt system* . Det er et stærkt forsimplet, reduceret system. Alligevel bruges både Rayleigh-Benard eksperimentet og Lorenz-modellen, som et billede på luftbevægelser i vejrsystemet.

Man kan opstille diffentialligningssystemer af næsten enhver art, med det man kalder for *analoge computere* , dvs. almindelige elektriske kredsløb, bestående af simple kondensatorer, modstande, spoler etc. Der er intet problem i at opstille et ikke-lineært differentialligningssystem med sådanne komponenter, og så få bifurkationer og kaotiske attraktorer ud som output, f.eks. på et oscilloskop. Her bestemmes Feigenbaums konstanter i et forholdsvis støjfrit system, uden de store vanskeligheder.

Det elektriske kredsløbet er selvfølgeligt et *virkeligt* system - det består af virkelige komponenter, og outputtet er virkeligt kaotisk. Men systemet er også en *computer* , der stort set kan programmeres til at vise hvad som helst.

Dette ligner tilfældet med Rayleigh-Benard eksperimentet. En af Prigogines store kritikpunkter til det gamle simplifiktationsparadigme, er at man i traditionel, eksperimentel fysik iscenesætter naturen, så den bekræfter teorien, og derfor ender op med smukke, abstrakte

generalisationer, som kun gennem store anstrengelser, lader sig demonstrere i praksis[46]. Libchabers eksperiment, er trods sin absolut virkelige fremtræden, så reduceret, at man næsten kan gå skridtet videre og kode det hele ind i en analog computer. Man aner knapt nok hvad der foregår i æsken - man har blot en temperaturkurve at klynge sig til.

Dette er måske at sætte sagen på spidsen, og det er sikkert også uretfærdigt at hænge sig i et enkelt (skole)eksempel, overfor alle de andre kaoseksperimenter, der er *helt* anderledes. Vi mener dog, der en pointe i, at kaosparadigmet peger på de virkelige, komplekse systemer i vores hverdag som *genstandsområde* , når *grundlaget* er simple, reducerede differentialligningsmodeller, undersøgt på computere.
I samme åndedrag kan man også påpege at Feigenbaum-scenarioet ikke ligefrem udmærker sig ved at *undgå* generaliseringer, men tværtimod determinerer en lang række forskellige systemers opførsel.

Hvis vi skal være lige så hårde mod kaosfysikken, som vi var mod den traditionelle fysik i begyndelsen af afsnittet, kan man sige at genstandsområdet for den *eksperimentelle* side af kaosfysikken, er de dele af universet og naturen, der kvalitativt opfører sig som nogle simple, ikke-lineære differentialligninger, man har undersøgt.
Den teoretiske og mere filosofiske side af kaosfysikken, er bedre i overensstemmelse med kompleksitetsbudene.

Kvalitativ og kvantitiv funderet videnskab

Forskerne går af gode grunde ikke efter eksakte forudsigelser af de systemer, de undersøger, men leder istedet efter strukturer og mønstre. Alligevel er de, som vi så i kapitel 3, tilsyneladende i en ubekvem stilling, hvis de ikke har nogle kvantitative mål at arbejde med. Det er meget muligt at præcis, objektiv videnskab er en umulighed, i kraft af subjektets uundgåelige rolle i erkendelsesprocessen, men det alligevel en praktisk nødvendighed, at have nogle kvantitative størrelser til rådighed, for at overhovedet kunne sammenligne resultater. Derfor har man fraktal dimension, korrelationsfunktioner og liapunoveksponenter, til at holde en eller anden form for objektivitet på plads. Man har målt den fraktale dimension af epileptikeres hjernebølger (v. elektroencefalografi), med det højst interessante resultat, at dimensionen var fraktal, når forsøgspersonerne var veltilpas, blev mindre, når der var et anfald på vej, og faldt til noget nær en heltallig størrelse, når anfaldet kom. (KILDE : P. V.Christiansen, privat samtale)

---

[46] Fra "Den nye pagt mellem mennesket og naturen", s.74 citerer vi Prigogine :

> "Den eksperimentelle dialog, som den moderne videnskab var opdager af og var i stand til at gennemføre, beror ikke på en passiv iagttagelse, men tværtimod på *praktisk aktivitet*. Det drejer sig om at manipulere den fysiske virkelighed, at "iscenesætte" den på en sådan måde, at den så nært som muligt svarer til en teoretisk beskrivelse. Det drejer sig om at tilrettelægge det fænomen som undersøges, at lutre det og isolere det, indtil det nærmer sig en ideal situation, der er fysisk urealisabel, men par excellence i overensstemmelse med det begrebslige skema, eftersom den legemliggør den teoretiske hypotese, der styrer manipulationen.

Der er flere eksempler som dette, men i almindelighed er man i kaosfysikken usikker på, hvordan man skal fortolke de kvantitative størrelser, i de forskellige fysiske systemer, man undersøger.

Der er selvfølgelig mange flere mål i kaosteorien, end de par stykker, der trækkes frem i kapitel 3, og der er masser af abstrakt og avanceret matematik i kaos-frontforskningen. Det kan man overbevise sig om ved at læse enhver bog om kaosfysik, eller -matematik, der strækker sig udover det rent populærvidenskabelige.

Men alligevel er det, i forhold til andre dele af fysikken, essentielt *kvalitativ* opførsel, der søges beskrevet. Selvom Feigenbaum udpeger et par naturkonstanter, er det stadigvæk en kvalitativ teori, han opstiller. Ligeledes beskriver intermittensvejen og Hopf-bifurkationen, på hvilken *måde* , et system kan gå til kaos på.

Den udstrakte brug af billeder og grafiske fremstillinger, vidner også om en fundamental anderledes måde at anskue videnskabelige resultater på. Billeder af fraktaler, og kaotiske tiltrækkere, udgør en meget væsentlig del af den videnskabelige dokumentation og udforskning af kaos, analogt med situationen i matematiken .

Kausale forklaringer og fænomenologiske forklaringer.

I eksemplet med bifurkationsfølgen i konvektionscellen, betyder betragtningsmåden ikke blot, at vi nærmer os en mere kvalitativ beskrivelse. Betragtningsmåden indebærer også at man giver afkald på kausaliteten. De kausale forklaringer er gået lidt af mode i kaosfysikken og kaosforskningen i det hele taget. Man henviser spørgsmålet om årsag-virkning til "multi-kausalitet" - at en virkning kan have mange årsager samtidigt[47] eller autonomi - at en virkning kan være sin egen årsag, så at sige. Man er i mange tilfælde tilfreds med at *beskrive* systemets opførsel kvalitativt, uden at spørge efter bagvedliggende forklaringer. Det er ikke Libchabers intentioner at forklare *hvorfor* systemet er kaotisk, kun i at undersøge *hvordan* det udvikler sig til kaos.

Problemet er nok, som kaosfysikerne selv er inde på, at komplekse systemers kausalsammenhænge, ikke lader sig afklare så ubesværet, som de simple lineære tilfælde, den traditionelle fysik foretrækker at beskæftige sig med.

[47] Dette er i konflikt med differentialregningens principper, iflg. eksistens- og entydighedssætningen. Ifølge denne kan et differentialligningssystems løsningskurve ikke krydse sig selv i faserummet, da dette vil betyde, at en løsning vil kunne komme ud for "kryds", hvor der er flere muligheder, fra én tilstand. Multikausalitet betyder, at man ikke kan kende et systems tilstand frem og tilbage i tid, da det undervejs kommer til steder, hvor det kan udvikle sig på flere forskellige måder.

4.2.3 Opsamling på videnskabsteorien

Det gode ved kaosparadigmet, er at det giver *adgang* til nogle nye erkendelsesområder, og anviser nogle fra et erkendelsesmæssigt synspunkt, frugtbare anskuelser og metoder

Man skal bare ikke foregøgle sig, at man nødvendigvis får noget erkendelse 'foræret' af den grund. Man er nået så vidt som at beskrive simple, ikke-lineære systemer ganske godt, både i teori og praksis, og det er absolut godt nyt for fysikken. Men det er vigtigt at holde sig for øje, at de virkelige, fysiske systemer, vi er *rigtigt* interesseret i at forstå - de komplicerede systemer i naturen - ikke bare lader sig aflure på samme måde som velkontrollerede kemiske reaktioner, og væskerulninger i små kasser. Der er en verden til forskel.

Hvis vejrsystemet tages som eksempel, er der ingen tvivl om, at det er kaotisk. Lad os for et øjeblik antage, at der eksisterer et fuldstændigt og korrekt differentialligningssystem, der beskriver det globale vejrsystem - baseret på de almindelige fysiske love. Vi kan uden risiko på forhånd indse, at der behøves en meget lang række differentialligninger i systemet. Derudover skal der indgå en meget stor mængde ikke-lineære led i ligningerne. Selv Lorenz-modellen, som er nærved den simplest tænkelige model for konvektion, har et ikke-lineært led.
Endvidere er der støjen at tænke på - denne udvisker som tidligere nævnt *finstrukturen* i kaos. Selvom man uden at miste væsentlig information, kunne reducere systemet betragteligt, vil det stadig være så uforholdsmæssigt komplekst, at de sædvanlige kaosbeskrivelser kommer ud på meget dybt vand !

Der ligger altså ikke nogen *garanteret* forståelse af vores dagligdag i kaosparadigmet, på trods af kaosfysikkens kvalitative forståelsesprincipper. Man har endnu ikke fod på de *komplekse* , kaotiske systemer - foreløbigt kun simple, kaotiske systemer. Hvor langt man når i denne retning, må tiden vise.

Men selve det at kaosfysikerne beskæftiger sig med udprægede *uregelmæssigheder* , istedet for regelmæssigheder, er en overraskende og positiv nyhed i fysikken.
Forudsigelser er magt. Den, der kan forudsige et (fysisk, økonomisk, politisk) systems udvikling, har nøglen til at kontrollere det. Kan man relatere årsag og virkning eksakt, er det kun et spørgsmål om at frembringe den rigtige årsag, for at få den virkning man ønsker - hvis man ellers har kalkuleret rigtigt !

I kaosforskningen stiller sagerne sig anderledes. Her har man *på forhånd* forladt videnskabsmandens gamle privilegium som spåmand. Det er ikke magten over den fysiske virkelighed, der er målet. Man har netop begivet sig ind på et område, hvor der ikke er nogen som helst chance, for at komme til at forudsige endsige kontrollere noget. Målet må være erkendelse. Selvfølgeligt er alle videnskabens aktive, interesseret i personlig anerkendelse og prestige på et eller andet plan, men selve kaosforskningen er tilsyneladende ikke specielt orienteret mod kontrol, snarere mod respekt og undren. Af samme grund har kaos ikke den helt store interesse for industrielle og militære interesser.

En tvivlen på kaosparadigmets gennemslagskraft og betydning for fysikkens praksis og værdinormer, skal ses i lyset af det mål man har sat sig : forståelse, eller i det mindste beskrivelse af komplekse, kaotiske systemers opførsel.
Kaos er en ung videnskab, og kaosparadigmet lover, på trods af det, meget store omvæltninger i fysikkens praksis, med nogle stærke filosofiske og videnskabsteoretiske argumenter i baggrunden.

Konklusionen må være, at kaos, set i et videnskabsteoretisk perspektiv, er en lovende videnskab, og meget vel kan blive udgangspunkt for en "gennemgribende forandring af naturvidenskaberne" som Prigogine formulerer det. Endnu har kaosparadigmet svært ved at leve op til særlig mange af de forventninger, der stilles.

I de følgende afsnit forlader vi videnskabsteorien , og ser nærmere på det ældgamle spørgsmål om determinisme, og hvordan en sådan metafysisk opfattelse, kan kritiseres på baggrund af kaosteorien.

4.3 Determinisme : fysikkens metafysiske tradition

With earth's first clay they did the last man knead,
And there of the last harvest sowed the seed.
And the first morning of creation wrote
What the first last dawn of reckoning shall read.
Ukendt forfatter.

Et af de mest omtalte perspektiver ved kaosteorierne, er besynderligt nok af metafysisk karakter : det gamle spørgsmål, om universet er determineret af eksakte naturlove eller ikke. Diskussionen omkring denne determinisme eller ikke-determinisme i forbindelse med naturvidenskab, har historisk set foregået til mange tider og på mange planer. Man har siden de gamle grækeres tænkning, diskuteret årsag-virkning problemer i filosofien, men det er først i de seneste par hundrede år - i "fornuftens tidsalder", at den rendyrkede determinisme har været rigtig fremme.

Determinismen er forestillingen[48] om at tilstanden af et hvilket somhelst lukket system, *entydigt* er givet ved den forudgående tilstand af systemet, og de naturlove der beskriver udviklingen af systemet. Dette kan også forstås som *mono-kausalitet* - at en given virkning , kun kan have en årsag, betinget af de specielle love der forbinder årsag og virkning for systemet (f.eks. mekanikkens love).

En sådan forestilling om verdens beskaffenhed, vil uundgåeligt påvirke den måde, man angriber en videnskabelig problemstilling på. Under antagelsen af, at et komplekst systems opførsel er entydigt givet ved de fysiske love, er det nærliggende at slutte, at man ved at reducere en sådan kompleks problemstilling til de fundamentale mekaniske sammenhænge, kan opnå absolut kendskab til systemets globale opførsel : entydigheden medfører at man kan gå fra de fundamentale sammenhænge til helheden og tilbage igen uden videre, ligesom man i princippet kan tage systemet frem i tiden og tilbage igen. I dette lys er en reduktionistisk metode et produkt af en deterministisk opfattelse.

Differentialligninger, som er et uundværligt redskab til at beskrive systemers udvikling i tid, er deterministisk, og antyder dermed at man i al fald i en række tilfælde, kan snakke om determinisme i dynamiske systemer.

Man kan opfatte reel tilfældighed - dvs. tilfældighed som primær årsag - som en modsætning til determinismen, idet determinismen forklarer alle *tilsyneladende* tilfældige hændelser, som resultatet af bagvedliggende deterministiske og dermed regelrette årsager.
F.eks. mente Albert Einstein, at tilfældighed (i forbindelse med materiens ubestemthed på position og impuls) skyldtes "skjulte variable".

---

[48]Der findes i filosofien flere definitioner af determinisme, af forskellig "hårdhedsgrad". Hvordan D. defineres, afhængiger af, om man er modstander eller tilhænger af *D* . Modstandere, som f.eks. Peirce, tenderer mod at definere determinisme hårdt, dvs. i den ekstreme form, der ikke tillader fri vilje. Nogle af fortalerne for *D* , ser overhovedet ikke nogen konflikt mellem determinisme og fri vilje. (A primer on determinism, John Earmer, 1986).

Determinismen virker for mange umiddelbart indlysende og sand. Man forventer, at et fysisk system generelt vil arte sig ens, hvis det initieres og påvirkes på en bestemt måde. F.eks. forventes det at rent vand der opvarmes, koger ved 100°, og at et legeme altid vil reagere ens på en given påvirkning etc.

Det bliver straks mere absurd, når determinismen drives til det ekstreme, som det ses i den mekaniske determinisme - *mekanicismen.* Denne er i metafysisk perspektiv i konflikt med forestillingen om fri vilje. Dette er et gammelt stridsspørgsmål i filosofien, som det vil fremgå senere i afsnittet.

Som repræsentant for den filosofiske indeterminisme, har vi valgt den amerikanske filosof C.S.Peirce. Denne rejser i artiklen "The Doctrine of necessity examined"[49], tvivl om determinismen, som holdbar metafysisk forestilling, med udgangspunkt i en diskussion af fænomenet tilfældighed. Dvs. at fænomenerne *ideelt set* ikke adlyder eksakte love. Kaosteorien har også givet determinismen problemer, men her på det jordnære, praktiske plan. Det vil sige, at diskussionen ikke bare drejer sig om viljens frihed, og fænomenernes ideelle opførsel.

Med opdagelsen af S.I.C. i virkelige dynamiske systemer og tilhørende deterministiske modeller, er det svært at fastholde forestillingen om almindelig forudsigelighed af dynamiske systemer. Med almindelig forudsigelighed menes, at man kan forudsige et systems udvikling med en nøjagtighed, der svarer til ens kendskab af systemets tilstand og de naturlove, der er i spil. Gennem kaosteorien demonstreres det, at fænomenerne *i praksis* ikke altid opfører sig forudsigeligt.

Vi vil gerne gå i dybden med to vigtige kritikpunkter af determinismen[50]:
1. kritik af determinismens principielle mangler - de metafysiske og etiske perspektiver, som Peirce o.a. Libertarianere anfægter. Peirce's argumenterer ganske vist som empirist, som det vil vise sig i afsnit 4.3.2., men konkluderer trods at determinismen som *metafysik* , må erstattes af en spontanitetshypotese.
2. kritik af determinismens reelle mangler - som grundlag for løsning af praktiske, fysiske problemer og teoridannelse. Her kommer kaosteorien med opdagelsen af S.I.C ind i billedet.

Dette leder os frem til følgende afsnit : determinismen i historisk-filosofisk perspektiv (4.3.1), tilfældigheds-hypotesen som alternativ til determinismen (4.3.2) og kaosteoriens betydning for determinismen (4.3.3).

---

[49] Artiklen er den anden af fem artikler, som Peirce skrev til tidsskriftet "The Monist" (vol II, no.3., 1892), og de findes alle oversat til dansk i samlingen "Mursten og mørtel til en metafysik" (P.V.Christiansen, 1988, IMFUFA-tekst nr. 169). De kan anbefales.

[50] Man også godt tage udgangspunkt i Einstein-Bohr-diskussionen, i forbindelse med afklaringen af determinismens problemstillinger, men vi anser Peirce's argumentation, mere direkte orienteret mod D, end Bohrs synspunkter på nogen måde var, og derfor mere interessant for os.

4.3.1 Determinisme i historisk-filosofisk perspektiv

Her følger et kort resume af nogle vigtige begivenheder i deterministismens historie, hvis man kan tale om en sådan. Dette gøres for at give et indtryk af, hvilket gammelt og vanskeligt problem determinismen er i filosofien, og derved give den efterfølgende behandling et historisk grundlag.

Som Peirce også nævner i sin artikel "Doctrine of necessity examined" kan determinismens rødder spores tilbage til de gamle grækeres tænkning, især i forbindelse med atomismen og årsagsbegrebet.

De gamle grækeres tænkning

Demokrit (460-370 f.kr.), som var den første, der formulerede teorien for materiens mindste bestanddele - atomteorien - forestillede sig at man ved at dele en jernklump igen og igen, måtte komme til en mindste, udelelig portion jern. Demokrit formulerer det selv sådan, at ethvert kontinuum er sammensat at udelelige bestanddele[51]. Og han så universet som et sådant kontinuum af små udelelige "portioner", der vekselvirkede indbyrdes. Med Peirce's ord :

> Dens (nødvendighedsdoktrinen) første talsmand har nok været atomisten Demokrit, som blev ledt til den, fortælles det, ved reflektion over "materiens uigennemtrængelighed, dens flytning og sammenstød"... Det vil sige, efter at have begrænset sin opmærksomhed til et felt, hvor ingen anden indflydelse kunne vise sig for ham, sprang han straks til den konklusion, at overalt i universet var dette det eneste virkningsprincip.

Denne atomteori blev livligt diskuteret af filosoffer og forskere sidenhen, bl.a. Aristoteles (384-322 f. Kr.), som med sine store filosofiske og videnskabelige arbejder, lagde en vigtig grundsten for fremtidig naturvidenskabelig tænkning. Aristoteles, som senere blev det store forbillede for middelalderens skolastiske[52] filosofi og forskning, erklærede sig uenig med Demokrits ideer. Han mente for det første ikke, at et kontinuum kunne være sammensat at atomer, men i sagens natur måtte være kontinuert, således at man kan blive ved med at dele en jernklump i mindre portioner.

For det andet ser Aristoteles mere nuanceret på årsagsbegrebet end Demokrit . Mens Demokrit kun anerkender virkningsprincippet som mulig årsag i sit mekaniske univers, opererer Aristoteles i sin årsagslære bl.a. med den *finale* årsag. Årsagen til at en træskulptur ser ud som den gør, er således ikke bare mejslens vekselvirkning med materialet, men også at skulp-

---

[51] Citater fra "A sourcebook on medieval science", ed. Edward Grant, 1974

[52] Skolastikken var middelalderlige gejstligheds forsøg på at presse den overalt fremvoksende naturvidenskab, ind i kristne og dermed kontrollerbare rammer. Skolastikerne 'udforskede Guds store skaberværk til Guds ære', men var alligevel med til at blotlægge forskningsresultater, der undergravede kristendommen. Aristoteles, hvis filosofi i høj grad var et sluttet system, og som tillod plads til eksistensen af sjæl og ånd i det videnskabelige verdensbillede, blev et fortrineligt forbillede for skolastikerne, dog i en forvansket og stærkt tilpasset form. Aristoteles' store fejltagelse (den anden var hans afvisning af atomteorien), som skolastikerne kanoniserede som en guddommelig sandhed, var at han satte Jorden i centrum af Universet.

tøren har haft en *hensigt* med at skabe den sådan. Årsagen til at en træspire vokser som det gør, er selvfølgelig at det får vand, lys, næring etc. , men også netop at den skal blive et træ. Hovedsagen er, at Aristoteles ikke accepterer, at de mekaniske virkninger koldt determinerer altings gøren og laden. Andre årsager end virkningsprincippet må tages i betragtning.
I "Physica", bog II, holder han på, at begivenheder kan foregå på tre måder, nemlig 1) ved ydre tvang eller indflydelse af tilstrækkelige årsager, 2) i kraft af en indre natur eller indflydelse af finale årsager, 3) uregelmæssigt, uden bestemte årsager, men blot ved absolut tilfældighed.

Han afviser også den tanke, at menneskets liv er fuldstændigt afgjort på forhånd, selvom visse ting selvfølgeligt er uundgåelige :

> ... det er nødvendigt, at han som lever en dag skal dø... Men om han dør af sygdom eller pludseligt, er endnu ikke determineret, men afhænger af noget andet.
> *(Metaphysica 1072b, 10-14)*

I antikkens filosofi, var en skole kaldet *stoicismen* [53], som "på alle måder gik efter det mest håndgribelige, hårde og livløse element og blindt benægtede eksistensen af ethvert andet" (Peirce, 1892). Denne bevægelse hældede tydeligt til Demokrits mekanicistiske synspunkt.

Det er vigtigt at bemærke, at Demokrit og stoikerne, til forskel fra de "moderne" determinister (se næste afsnit) fra 17-1800 tallet, var *fatalister* - de troede på den 'blinde skæbne', som ingen kan ændre. Moderne determinister var trods alt helt klar over, at den deterministiske model for universet, kræver kendskab til en begyndelsestilstand, som man så kan indsætte i sit deterministiske maskineri og regne på.

Fornuftens tidsalder

Rene Descartes (1596-1650), matematiker, fysiker og filosof, var en af de vigtigste eksponenter for overgangen fra sort middelalder til "fornuftens tidsalder" omkring 16-1700 tallet. Han grundlagde bl.a. den analytiske geometri (fundamentet for infinitesimalregning), og var meget optaget af at beskrive naturens fænomener med matematisk formalisme.

Descartes opfatter sansning og følelse, liv og lidenskaber, som sekundære i forhold til den fysiske virkelighed der omgiver os - her hersker kun matematiske sammenhænge.

> ...Matematikken er erkendelse af tilværelsens indre struktur. Han roser sig af denne indsigt og hermed at have opdaget matematikkens universelle gyldighed...
>
> ...I kraft af Guds vilje udgør tilværelsen et eneste stort mekanisk system, hvor kvalitativ bevægelse er erstattet af kvantitativ. Enhver stofpartikel forbliver i samme tilstand, så længe partikler ikke støder imod den of fremtvinger en forandring...

---

[53] Zenon grundlagde omkring 300 f. kr. en filosofisk skole, kaldet Stoa, efter det sted i Athen hvor Zenon uddrog sin lære. Stoikerne var udtalte materialister og determinister, og troede på en uafvendelig skæbne (fatalisme). På grund af atomernes endelige antal, ville universet, når alle kombinationsmulighederne var opbrugt, begynde forfra igen i samme orden - og det i en uendelighed. Den fornuftsmæssige indretning af verden som Aristoteles så tit påpegede, afviste stoikerne blankt. De holdt til hver en tid fast ved de materielle, kolde og håndgribelige kendsgerninger, og satte sig derfor i skarp modsætning til Aristoteles... og kristendommen.

...Den eneste årsag som opererer i et sådant system er virkeårsagen.

(Om Descartes i Filosofiens historie, s.100-113)

Denne tro på den matematiske fysiks ubegrænsede muligheder, fik snart støtte af en række sensationelle matematisk-fysiske opdagelser:

Isaac Newton (1642-1727) opdagede omkring samtidigt med den tyske matematiker og filosof Gottfried Leibniz (1646-1716) infinitesimalregningen, og redegjorde i sit hovedværk *Prinicpia* [54] dels for denne, og dels for de tre bevægelseslove og tyngdeloven. Disse opdagelser kunne med stor præcision gøre rede for en lang række astronomiske fænomener, og skabte derfor et solidt grundlag for troen på den eksakte naturvidenskab. Newton viste med sine videnskabelige metoder hvilken vej, man skal gå frem, hvis man vil vide noget om verden:

Nature and Nature's laws lay hid in the night
God said: 'Let Newton be, and all was light
(Alexander Pope, se 4.2)

Laplace (1749-1827), der både som forsker og filosof, fortsatte i Newtons spor, forestillede sig en "dæmon", der kender alle molekylers nøjagtige positioner og hastigheder, til alle tider. Han mente at det principielt var muligt for denne, at beregne Universets fremtid eksakt, blot den kendte den nuværende tilstand:

The present state of the system of nature is evidently a consequence of what it was in the preceding moment, and if we conceive of an intelligence which at a given instant comprehends all the relations of the entities of this universe, it could state the respective positions, motions, and general affects of all these entities at any time in the past or future.
(citat af Laplace 1776, taget fra "Chaos", J.P, Crutchfield et.al.)

Karl Popper tilføjede, at doktrinen om determinisme bør modificeres, så dæmonen ikke opfattes som en alvidende gud, der kender begyndelsestilstandene eksakt, men som en 'menneskelig super-forsker'. Det vil sige en der, "ligesom os", kun har adgang til empiri gennem eksperimenter. Determinismen udsiger med denne tilføjelse, at det er muligt at beregne et systems udvikling i tiden *med samme usikkerhed*, som der er på kendskabet til begyndelsestilstandende og naturlovene.

I filosofiske kredse har mere eller mindre rabiate libertarianere - tilhængere af doktrinen om viljens frihed - været oppe at toppes med mere eller mindre rabiate determinister, uden at nogen særlig afklaring har fundet sted[55]. Deterministerne hævder at benægtelsen af nødvendighedens doktrin, fjerner grundlaget for naturvidenskaberne og skubber vor erkendelse ud i en malstrøm af ikke-lovmæssigheder og kaos.

---

[54] Newtons hovedværk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, ofte blot kaldet *Principia*, blev udgivet af Royal Society fra 1686-87 i tre bind : I. Bevægelseslovene II. Differentialregningen ("fluxionsmetode") III. tyngdeloven. Værket vakte øjeblikelig opsigt, og blev på ca. 10 år accepteret overalt. Man underviste fra omkring 1699 i Newtons lære på Cambridge, og snart fulgte resten med.

[55] Se John Earmans "A Primer on Determinism", 1986, pp. 235-250.

Libertarianerne hævder på sin side, at deterministernes synspunkt fjerner den menneskelige eksistens og bevidsthed fra den videnskabelige virkelighed, og gør universet til et stort, autonomt maskineri - og en absurditet !
C.S.Peirce, som hælder mest til det Libertarianske synspunkt, søger i sin "Doctrine of Necessity Examined" at fjerne grundlaget for determinismen, og samtidigt beholde muligheden for videnskabelig erkendelse. Med sin hypotese om mikroskopisk tilfældighed - "et element af uregelmæssighed" kombineret med forestillingen om makroskopisk regelmæssighed ("vaner") søger han at løse denne gordiske knude.
I 1903 foreslog Poincare i al ubemærkethed muligheden af *følsomhed på begyndelses-betingelserne* , som efter vores opfattelse er det essentielle i kaos og kaosteoriens angreb på determinismen :

> It may happen that small differences in the initial conditions produce very great ones in the final phenomena. A small error in the former will produce an enormous error in the latter. Predicition becomes impossible, and we have the fortuitous phenomenon.
> *(Poincare, 1903)*

Allerede Poincare har således peget på eksistensen, eller i det mindste muligheden, for *kaos*, sikkert uden selv at have forestillet sig noget sådant. Hans indgangsvinkel er helt forskellig fra tidligere filosoffers, idet determinisme-indeterminisme spørgsmålet, før Poincares tid, har været et rent metafysisk problem : ingen har tidligere vovet at foreslå, at forudsigelhed *i praksis* kan være umulig!

Einstein-Bohr diskussionen

Determinisme-problemet træder også frem i Bohr-Einstein diskussionen[56], i forbindelse med uenigheden om Bohrs atommodel og kvantemekanikken. Denne optog det meste af den daværende fysikverdens opmærksomhed, i tiden fra offentliggørelsen af Bohrs atommodel (1913) frem til "færdiggørelsen" af kvantemekanikken (i 30'erne). Hovedproblemet var at Einstein m.fl. ikke kunne acceptere, at fænomener som diskontinuitet, ubestemthed og uforudsigelighed skulle gøre deres indtog i fysikken. Einstein var tilhænger af den klassiske forestilling, om at vores verdensbeskrivelse skulle bygge på en kausal, kontinuert og deterministisk beskrivelse[57], og det er bemærkelsesværdigt i lyset af hans egne epokegørende revideringer af den klassiske fysik.

---

[56] Afsnittet bygger i det væsentlige på afsnit fra *Det udelelige* af Tor Nørretranders, *A primer on determinism* af John Earman, *Naturvidenskabsteori* af Stig Andur Pedersen & Helge Kragh, og *Den nye pagt mellem mennesket og naturen* af Prigogine & Stengers.

[57] Einstein skrev i 1924 et brev til Max Born, som var på Bohr's side i konflikten:
"...I should not want to be forced into abandoning strict causality without defending it more strongly than I have so far. I find the idea quite intolerable that an electron exposed to radiation should choose of its own free will, not only its moment to jump off, but also its direction. In that case I would rather be a cobbler, or even an employee in a gaming-house, rather than a physicist".
(Taget fra *A Primer On Determinism* , John Earman, 1986.)

Bohr's komplementaritetsprincip, som i korte træk gik ud på, at vi både skal acceptere en bølgeteori og en partikelteori som lige gode og komplementære forklaringer af lyset, var et forsøg på at løse konflikten mellem tilhængere af bølgeforklaringen og partikelforklaringen[58]. Endvidere blev Heisenbergs usikkerhedsrelation, som påviste at målingen sætter et uomgængeligt vilkår for beskrivelsen af en partikels sted og impuls, et nyt slag for den klassiske verdensopfattelse[59].

Vi må opgive kausaliteten - at vi til enhver virkning kan finde en årsag, og acceptere at visse virkninger sker diskontinuert - og vilkårligt. Ikke engang Laplace's dæmon (dvs. en overlegen intelligens), vil således kunne kende bare en partikels sted og impuls samtidigt.
Einstein prøvede talrige gange at påvise ufuldstændigheder og inkonsistenser i kvantemekanikken (netop for at redde den "pæne" deterministiske fysik), med svigtende held.

4.3.2 Undersøgelse af nødvendighedens doktrin

I "Doctrine of Necessity Examined" (Peirce, 1892) søger Peirce at gennemhulle argumenterne for "nødvendighedens doktrin", udfra en diskussion af tilfældighed (jvnf. mikroskopisk kaos, se støjafsnittet). Istedet for at acceptere doktrinen, bør man anerkende at alle kendsgerninger er baseret på tilfældigheder, mens de regelmæssigheder, vi normalt kalder naturlove, blot udtrykker fænomenernes statistiske "vaner", der kan være mere eller mindre indgroede. Peirce mener, at de sammenhænge, vi observerer idag, er resultatet af spontane symmetribrud i det nyfødte univers, og gennem evolution har udviklet sig til status quo.
Hertil kommer, at de "universielle" sammenhænge, som fysikken giver, muligvis er eksakte i sig selv, men ikke nødvendigvis *adlydes* eksakt af fænomenerne, de beskriver.

Det der menes er, at Peirce selvfølgelig betvivler tyngdeloven eller Newtons 2. lov, for at tage et par banale eksempler. Det er opfattelsen af lovenes status, han kritiserer. Peirce mener, at selv de klassiske mekaniske love, blot er statistiske sammenhænge, på linie med de termodynamiske love, der eksplicit bygger på statistikken, mens necessetarianismen tror på, at de mekaniske love er eksakte, universelle love, der også *adlydes* eksakt.

Peirce's artikel deler sig i to afsnit : først skitseres og kritiseres nødvendighedens doktrin (systematisk), og derefter opstilles og forsvares en alternativ "spontanitets" hypotese.
Peirce kalder selv de mekaniske determinister for necessetarianister, og det vil vi også gøre i det følgende.

---

[58] Bohr forklarede de to komplementære teorier som en konsekvens af vores målesituation : at vi kun har apparater, der måler enten bølgeegenskaber eller partikelegenskaber - ikke begge dele på en gang. Derfor må vi anskue lys og elektroner, udfra disse to synsvinkler samtidigt.

[59] Det er en pudsig kendsgerning, at kvantemekanikken i sig selv er fuldkommen deterministisk : bølgefunktionen for en partikel, beskrives ved en simpel 2. ordens diffentialligning (Schrødingerligningen), og udvikler sig fuldkommen deterministisk. Det er når kvantemekanikkens resultater skal tolkes i forhold til virkelige fænomener, at indeterminismen indtræder : vi kan ikke sige noget præcist om et partikels sted og tid på en gang, ej heller om en partikels energi og placering på tidsaksen.

Necessitarianismen - forudsætning for videnskab ?

Den "sædvanlige og mest logiske form" for necessitarianisme, er den mekaniske determinisme. Konsekvensen af denne er som bekendt, at man ved hjælp af naturlovene, med kendskab til universets tilstand til en givet tid, principielt kan udlede *enhver detalje i universet til enhver tid.* Peirce kan ikke acceptere, at man udfra tilstanden af universet i "urtågen" principielt kan udregne ethvert blads position på et træ, hvilken farve det har og hvornår det vil falde ned. En anden konsekvens er, at mennesker ikke har fri vilje, da al tankevirksomhed strengt taget er determineret af begyndelsesbetingelserne, og vi således intet foretager os, uden at det bare er afledninger af den store universelle differentialligning.

Argumentationen for nødvendighedsdoktrinen, falder som regel i to (meget parallelle) spor :
1) N. er et postulat for videnskabelig tankegang
2) N. er en forudsætning (præmis) for videnskabelig tankegang
Som Kuhn påpegede, ligger der en metafysisk forestilling til grund for enhver videnskabelig tænkning. Necessetarianeren vil påstå, at nødvendighedsdoktrinen ikke bare er et brugbart, men et uundværligt metafysisk grundlag, for *enhver* videnskabelig tænkning.

Nødvendighedsdoktrinen er uden grundlag i empirien.

I det følgende søger Peirce at vise at argumenterne for N. er indholdsløse og unødvendige udfra et empiristisk synspunkt, og derfor ikke bør tages alvorligt.

ad 1) : N. er et postulat [60].

At postulere er at håbe på noget er sandt, det gør det ikke sandt eller i det mindste troværdigt. At gøre N. til et postulat for al slutning, er ifølge Peirce det samme som at sige at Arkimedes vægtsstangsbevis ville falde til jorden, hvis mennesker havde fri vilje.
Herefter kommer Peirce med et eksempel på en fuldstændig regulær og korrekt videnskabelig slutning (ved induktion), uden brug af nødvendigheds-postulatet eller noget postulat overhovedet:

Et skib med en lastfuld hvede kommer i havn. Ved at blande hveden omhyggeligt og tage stikprøver vilkårlige steder i lasten, kan man slutte sig til hvedens kvalitet. Stikprøvernes middelkvalitet vil konvergere mod den "sande" middelkvalitet (af hele lasten), hvis blot stikprøverne (erfaringen) kan udstrækkes uendeligt.

- der er jo ingen der forhindrer en i at tage flere stikprøver.

---

[60] Et postulat er "en formulering af et materielt faktum, som vi ikke er berettigede til at antage som præmis, men hvis sandhed er nødvendig for gyldigheden af en slutning"

Resultatet bliver at induktion, hvis erfaringen udstrækkes vilkårligt, sætter os i stand til at :
1) finde den endelige værdi (i dette tilfælde 'middelkvaliteten') hvis en sådan findes,
2) bestemme den endelige lov for tingenes rækkefølge, hvis en sådan findes,
3) finde ud af inden for hvilke grænser, værdien fluktuerer, hvis den gør dette.
- og hvad kan man så ønske sig mere ?

Den induktive slutning, kan hævdes at være videnskabelig korrekt, under forudsætning af at erfaringen kan udstrækkes vilkårligt : enhver egenskab ved det undersøgte, vil komme for dagens lys med tiden. Og dette selvom slutningen kun er baseret på erfaring og kun gælder "foreløbigt". Derfor har denne slutning ikke brug for noget postulat om, at kendsgerningerne adlyder naturlovene eksakt.
For Peirce er det altså ikke interessant, om der eksisterer "ikke-erkendbar" viden - viden der ikke kan erkendes - kun mulig erfaring bør være emne for videnskabelig tænkning. Han er altså ligeglad med skjulte variable, for sålænge de ytrer sig som absolut tilfældighed, kan det være det samme:

> Ethvert faktum, som kan antages at være postuleret, må enten være således, at det til sidst vil vise sig for erfaringen, eller ikke. Hvis det vil vise sig, behøver vi ikke postulere det nu i vores foreløbige slutning, da vi til sidst vil være berettigede til at bruge det som præmis.

ad 2) N. er en forudsætning
Når necessitarianeren, Peirce's tænkte modstander, spørger om N. ikke er bevist eller gjort sandsynlig ved observation i naturen, svarer Peirce ved at konstatere, at essensen af N. er, at "visse kontinuerte størrelser kan have eksakte værdier". Men problemet er, at ingen observationer kan bestemme disse med en fejl på nul - det er umuligt !
Tværtimod lader det til, at des mere præcise ens målinger er, des mere fluktuerer resultaterne fra loven, eller det forventede resultat:

> En påstand gående ud på at en vis kontinuert størrelse har en vis eksakt værdi er, hvis den overhovedet er velbegrundet, baseret på noget andet end observartioner".[61]

Han summerer sin holdning op i følgende linier :

[61] Peirce mener dog at måtte "kvalificere" denne regel, da den ikke gælder for diskrete størrelser, det vil sige *tilstedeværelsen* af bestemte fænomener. Her kan man godt nå til en slutning, udfra *indirekte* observationer. Hvis man skal afgøre længden af en linie, der er tegnet på et papir et stykke væk, kan man afgøre dens længde med en vis usikkerhed, afhængigt af afstanden. Hvis man intet kan se, kan man kun sige at længden er under denne usikkerhed - man kan faktisk ikke sige om stregen er der, eller ej. Men hvis personen der skulle have tegnet stregen, ikke har haft mulighed for det, er der en rimelig grund til at antage at længden af stregen er eksakt nul.

De observationer, som i almindelighed anføres til mekaniske årsager, beviser simpelthen, at der er et element af regelmæssighed i naturen, og har ikke nogetsomhelst at gøre med spørgsmålet om, hvorvidt en sådan regelmæssighed er eksakt og universiel, eller ej.

Peirce's alternativ : tilfældigheds-spontanitetshypotesen

Som det fremgår af ovenstående citat, at man under forudsætning af at videnskaben skal bygge på empiri, må indse at ingen observationer overhovedet, kan begrunde en hypotese om "kendsgerningernes præcise holden sig til loven". Efter således at have sat stort spørgsmålstegn ved gyldigheden af "nødvendighedens doktrin", bruges resten af artiklen til at opstille og forsvare en alternativ doktrin : en tilfældigheds-spontanitets hypotese.

Det vigtigste argument for spontanitetshypotesen er at tilfældighed, i modsætning til mekanicismen, kan forklare den tilsyneladende voksende kompleksitet (diversitet) i universet.

Med terningkast som et eksempel, diskuteres naturlovenes status og betydning i forhold til den tilsyneladende tilfældige opførsel, terningen udviser. Peirce og hans tænkte modstander, er enige om at et slag med terningen, principielt ikke adskiller sig fra alle mulige andre fænomener i naturen. Peirce hævder at al slags mangfoldighed og egenartethed, terningen og andre fænomener udviser, må tilskrives tilfældighed, men at en hvis regelmæssighed selvfølgelig også spiller med. Modparten hævder på sin side, at terningens slutværdi, og andre fænomener i almindelighed, er givet af de fysiske love hele vejen, og at vi blot ikke kan afdække de "skjulte variable" (vores formulering !). Diskussionen munder ud i at de to parter gør status :

- Peirce mener at specifikationen har udviklet sig kontinuert - og at også naturlovene har udviklet sig evolutionært.
- Mekanicisten er derimod tvunget til at antage at Universets specifikationer har været der fra begyndelsen, og dermed at kompleksiteten har været og vil være konstant til alle tider, selvom alle videnskaber, der beskæftiger sig med tidens forløb, ifølge Peirce påviser en generel voksende diversifikation. Peirce mener at mekanicisten blokerer undersøgelsens vej, ved at forkaste spontaniteten uden evidens, holdbar argumentation, eller anden form for støtte i empirien.

Spontantitet-tilfældighedshypotesen kan bedre end nødvendighedsdoktrinen, tillade og muliggøre viljens frihed, som Peirce allerede har demonstreret er absurd, ikke at godtage. Peirces hypotese sætter, efter hans egen mening, sindet på sin rette plads som eksistensens udspring og ikke et fantom i en klump nervetråde.

Necessetarianismen leder hen til et ufrugtbart verdensbillede med hårde uforklarlige og uangribelige naturlove på den ene side og uforklarlig diversitet på den anden side. Peirce's tilfældighed er ikke mere uforståelig end at den, i modsætning til de gængse naturlove, giver en plausibel forklaring på dette fænomen.

Det, at man ikke positivt kan påvise tilfældighed, dvs. påvise den som selvstændigt virkende faktor, er iflg. Peirce, ikke noget argument for at afvise den, sålænge man med dette fænomen bliver i stand til at forklare ting, man ellers ikke kan[62].
Peirce ser en fare i overhovedet at søge at *forklare* tilfældighed. Alene spørgsmålet : *Hvad er tilfældighed ?* leder spørgeren hen til et forsøg på, at finde en bagvedliggende årsag - de "skjulte variable". Dette betyder, at tilfældigheden ikke er reel, og så er man lige vidt ! Man gør klogest i at acceptere uregelmæssigheden, som en naturlig del af vores univers, der ikke behøver en kausal forklaring - den samme slags konklusion som Bohr senere nåede[63], i sit arbejde med at udvikle kvantemekanikken (4.3.1).

4.3.3 Kaos og determinisme

Da kaosteorierne for alvor dukkede frem i midten af 1980'erne, blev det hurtigt klart for kaosforskerne og omverden, at der var tale om nogle opdagelser, der havde visse filosofiske perspektiver. Det var især opdagelsen af kaotisk opførsel i deterministiske differentialligningsmodeller, som f.eks. i Lorenzmodellen, der vakte opsigt. Men budskabet om *orden i kaos* var om end mere forunderligt.

Naturvidenskaberne har altid kendt til uregelmæssigheder og uforudsigelighed. Som vi så i afsnit 4.3.1, har det indimellem været opfattet som en naturlig del af universet, at ting opførte sig på denne måde. Siden infinitesimalregningen fejrede sine store triumfer i 1700-tallet, ved at give naturlovene et matematisk og eksakt grundlag, har man i videnskaben haft en tyrkertro på at uregelmæssigheder og uforudsigelighed altid havde forståelige, kausale forklaringer , som vil afdækkes når blot man trænger *dybere* ned i beskrivelsesniveau.

Denne optimistiske tillid til den matematiske beskrivelses muligheder i fysikken og andre naturvidenskaber, har tidligere været ubegrænset, indtil Lorentz påviste kaos (S.I.C) i sit simple ikke-lineære differentialligningssystem.
Det opsigtsvækkende er, at man her ikke kan tale om skjulte variable, for at bortforklare systemets mærkværdige opførsel. Der er tre og kun tre variable i modellen, og altså ingen mulighed for bagvedliggende årsagsforklaringer. Modellen er ydermere fuldkommen deterministisk, som sædvanlige, kontinuerte differentialligningsystemer[64] generelt er.

Det er ikke kaos i den fysiske virkelighed, men i den matematiske beskrivelse af virkeligheden, der er tale om, og man kan ikke uden videre sætte lighedstegn mellem dem.

---

[62] Man kan godt sige, at Peirce selv "blokerer undersøgelsens vej" ved at udelukke enhver diskussion af tilfældighedens årsag. Enhver undersøgelse opgives nærmest på forhånd, hvilket ikke er særligt frugtbart. Det har senere vist sig at der godt kan gives forklaringer på støj : f.eks. har man med en vis succes, søgt at forklare 1 / f støj som et intermittens-fænomen (se afsnit 3.2.4 om støj).

[63] I en indledning til det berømte Como-foredrag, hvor Bohr introducerer komplementariteten, skriver han "... selve grundpostulatet om virkningskvantets udelelighed, er fra et klassisk synspunkt netop... et irrationelt element, der uundgåeligt kræver en resignation med hensyn til aarsagsbeskrivelsen i tid og rum "
Bohr mener at man må opgive at årsagsforklare alt, da nogle ting bare sker - uden nogen målelig eller erkendbar årsag (Nørretranders, 1988).

[64] Diff. lign. systemer med f.eks. stokastiske led er indeterministiske.

Man skal også huske at kaos optræder i *ikke-lineære* differentialligningssystemer. Men alligevel : differentiallinger og systemer af disse, er fundamentale redskaber for vores videnskabelige erkendelse, og anses som optimale beskrivelser af en lang række sammenhænge og fænomener. Tilmed er en lang række af de systemer vi har med at gøre i den fysiske virkelighed ikke-lineære.

Det er ikke ganske ligemeget for naturvidenskaben, hvilke egenskaber differentialligninger viser sig at have, hvis den skal bevare troen på differentialligninger er en god måde at beskrive systemers udvikling på.

Det har noget at gøre med, hvor langt man behøver at grave ned efter forklaringer.

Uregelmæssig eller i første omgang uforklarlig opførsel i et realt, dynamisk system, i forhold til modelbeskrivelsen, kan have flere årsager :

1) Bestemmelsen af empiri og parametre i modellen er unøjagtige eller på anden måde utilstrækkelige - dette problem lader sig i ofte løse forholdsvis let, ved at stramme målesituationen[65] op - gøre sig mere umage med målingerne og tage flere af dem.

2) Modellen er utilstrækkelig på det aktuelle beskrivelsesniveau (A), og man må så søge efter nogle bagvedliggende årsager (B), der interfererer med eller helt overflødiggør (A).

Ofte vil man, ved at tage højde for ovenstående (temmelig banale) muligheder, kunne forbedre overenstemmelse mellem model og virkelighed. Men i nogle systemer er der mulighed for en *tredie* årsag til uregelmæssighederne : uregelmæssigheden er simpelthen *systemets natur* . Hvis systemet således er kaotisk, er det nytteløst at lede efter skjulte variable - dvs. kausale forklaringer på tilfældigheden. Det kan udmærket være at modellen er korrekt, eller i det mindste har en korrekt form - men blot opfører sig kaotisk. Og så kan man iøvrigt godt opgive at forudsige systemets tilstand længere end en kort tid frem.

Dette er grunden til at vi nok aldrig kommer til at opleve vejrudsigter der strækker sig ud over de ca. 10 dage, meteorologerne idag har sat som det ultimative mål. Vejr-systemet er et kaotisk og ovenikøbet særdeles komplekst system, hvilket ikke gør sagen bedre.

Selvom "en overlegen intelligens", som Laplace's dæmon kunne finde den fuldstændige differentialligning (som nødvendigvis må være ikke-lineær), der beskrev vejrsystemets udvikling i tiden eksakt, ville det ikke være muligt, selv ikke for "dæmonen", at bestemme systemets tilstand med en fejl på nul ! På grund af den for kaotiske systemer typiske følsomhed overfor begyndelsesbetingelserne, ville systemet hurtigt bevæge sig væk fra modellen. Uanset hvor nøjagtigt og omhyggeligt tilstanden kendes og hvor gode modellerne er, vil vejrsystemets korrelation med modelforudsigelsen falde til noget nær nul i løbet af et antal dage.

---

[65]På mikroskopisk niveau træder kvantemekanikken ind og sætter grænsen for målenøjagtighed, formuleret ved Heisenbergs usikkerhedsrelation $\Delta x \Delta p > h$.

Kaos ødelægger Laplace's doktrin om den principielle mulighed for forudsigelser (af en vis nøjagtighed), og kan hjælpe os med at slippe af med forestillingen om de nødvendige skjulte variable, som nogle gange "blokerer undersøgelsens vej" frem for at befordre den.
Man kan, hvis man vil være lidt på tværs, i en vis forstand sige , at kaos *redder* determinismen ! Selvom kaos, som vi lige har set, har den praktiske konsekvens, at forudsiglighed bliver urealistisk og umulig i en række reale fysiske systemer, har kaos den *filosofiske* konsekvens, at man indenfor kaosparadigmet, udmærket kan forestille sig et deterministisk univers, hvor tilfældigheden *ikke* er reel, men en konsekvens af systemets ikke-linearitet !
Der er vel ikke er noget i vejen for, at ethvert system i universet, universet inklusive, er mulige at beskrive ved sædvanlige, kontinuerte, differentialligninger, der blot er ikke-lineære, og derfor fint redegør for al den uregelmæssighed vi ser. Her ser vi den *mekanicistiske* tese om, at uregelmæssigheden er virkelighedens fremtrædelsesform, og regelmæssigheden dens natur, virkeliggjort.
Dette giver et univers som metafysisk set er deterministisk, men paradoksalt nok er uforudsigeligt for os, uanset vores evner som tænkere og forskere... af den simple grund, at vi aldrig kan bestemme tilstanden af noget som helst virkeligt system, med en fejl på nul !

4.3.4 Opsamling

Dette sidste argument er måske nok sat på spidsen, men illustrerer at kaosteorien metafysisk ikke er i konflikt med et deterministisk univers, men derimod kun opponerer mod forestillingen om den almindelige forudsigelighed af virkelige, dynamiske systemers udvikling i tiden. Peirce argumenterer derimod glimrende for, at determinismen metafysisk set, er en absurditet.

Vi mener at disse to 'bidrag', tilsammen udgør et godt argument for, at determismen er tvivlsom som videnskabsfilosofi (og utiltalende som filosofi i det hele taget) , og har sine mærkbare begrænsninger, som "ledesnor" i tolkningen af en række fysiske sammenhænge og fænomener. Derimod er det troligt, at kaos giver os bedre muligheder at studere systemers globale opførsel, uden at være tvunget til at lede efter bagvedliggende forklaringer. Kaosteorien har vist at kompleks opførsel kan opstå af simple sammenhænge.

Alligevel har betydelige videnskabelige forskningsresultater fremkommet af erklærede determinister : Descartes, Laplace, Newton, Einstein. Vi kan ikke med sindsro afvise, at den deterministiske opfattelse af verden, stadig kan gøre nytte i den videnskabelige erkendelse. Men det er nu vist, at det ikke altid er den eneste vej til ny viden, at antage at alting opfører sig efter eksakte love og kan forudsiges, men at det undertiden ligefrem *blokerer* erkendelsen.

I næste afsnit skal vi se på et af de grænseområder mellem fysik og metafysik, kaosteorien byder på : selvorganisering og spontane strukturdannelser.

4.4 Spontan strukturdannelse.

Det mindste græs jeg undrer på
i skove og i dale,
hvor skulle jeg den visdom få
om det kun ret at tale?

Gik alle konger frem på rad
i deres magt og vælde,
de mægted ej det mindste blad
at sætte på en nælde!
Brorson.

Dette afsnit handler om, hvordan kaos-paradigmet spiller sammen med løsningen af livets gåde, og hvordan de resultater, der er kommet på denne front, så at sige tvinger os til at revidere vores opfattelse af videnskabens erkendelsesgrundlag, og samtidig åbner muligheden for en mere modsætningsfri naturfilosofi, hvori naturvidenskaben kan indgå.
Afsnittet starter med at ridse to problemstillinger op:
1) Det videnskabelige forklarings-paradigme sætter grænser for hvad man kan forske i.
2) Naturvidenskaben har svært ved at levere et modsætningsfrit og meningsfuldt verdensbillede, som kan danne udgangspunkt for en naturfilosofi, hvor mennesket har en berettigelse.

Herefter følger en præsentation af nogle interessante nye teoridannelser inden for udviklingslæren og embryologien. Afsnittet sluttes med en diskussion om konsekvenserne af disse resultater i forhold til problemerne 1) og 2).

Den førkaotiske fysik har et problem. Dette problem er nok lettest at beskrive ved at tegne omridset af det begrebsapperat som fysikken benytter sig af, og som til en vis grad har været normdannende for resten af videnskaben.

Forklaringsbegrebet har en ganske bestemt fortolkning i fysisk tænkemåde. Ved en forklaring på et fænomen forstås en *matematisk formulering*, det vil sige en *model* som ud fra anerkendte *kausalsammenhænge* og *observerbare størrelser*, som relaterer til fænomenet, er istand til at give en *kvantitativ beskrivelse* af nogle andre observerbare størrelser, som vedrører fænomenet. Når først en sådan "beskrivelse" er tilvejebragt, er vi tilbøjelige til helt at identificere denne med en *forståelse* af fænomenet.

Kausalitetsbegrebet er knyttet til forklaringsbegrebet på følgende måde: Ved en kausal-forklaring forstås en henføring til et afgrænset system af *universelle naturlove*, eller en formulering af en ny naturlov.

Dette paradigme afføder kun en måde at forstå et systems tidslige *udvikling* på, nemlig som en maskinel efterleven af givne regler. Vi må følge systemets enkeltdele i tiden, for at henføre de processer de indgår i til anerkendte naturlove, og derigennem opnå forståelse af systemet. Det er dette som er "fysikkens problem".

Det gamle paradigme har simpelthen afgrænset fysikken i dens anvendelsesområde til idealiserede problemstillinger eller til meget enkle problemstillinger, fordi de fleste systemer er for indviklede til at blive indfanget i fysikkens begrebsapparat.

Og hvad så? Fysikken har afgrænset sit eget anvendelsesområde - det kan vel egentlig ikke gøre særlig meget. Jo, men fysikken er samtidig en videnskab som hævder at være universel (Einstein s. 87, P/S 1985), og som stiller sig selv i en førerposition over de andre videnskaber ved at hævde, at disses genstandsområde i princippet er indeholdt i fysikkens. Det forbliver jo en lidt tom påstand, hvis man til stadighed bare ser bort fra alle de tilsynekomster i verden, som ikke umiddelbart er lette at koble til fysikkens love. Her tænkes naturligvis specielt på biologiske fænomener.

Vi kan lidt flot sige, at det er *udviklingsbegrebet* som det er skitseret her der er til diskussion. Kaosparadigmet går ind og beriger fysikken og videnskaben i det hele taget med et *tilblivelsesbegreb* . (Se bl.a. Prigogine/Stengers (PS) 1985). PS går et skridt videre, og siger at fysikken har været i direkte modstrid med biologien.

Måden hvorpå fysikken har været i modstrid med biologien, fremgår måske bedst af følgende eksempel. Hvis man betragter livets opståen ved hjælp af termodynamikkens begrebsapparat, må man se det udelukkende som en utrolig tilfældighed. F.eks kan vi forestille os en proteinsekvens på hundrede aminosyrer. Der eksisterer 20 forskellige aminosyrer i naturen. Det vil sige, at der for denne proteinsekvens er 20^{100} mulige permutationer. Hvis vi antager at mutations-frekvensen (permutationsfrekvensen) er 10^8 s^{-1} hvilket er højt sat vil det i gennemsnit tage 10^{125} sek før molekylet bliver dannet. Universets alder er 10^{17} sek. (Steen Rasmussen 1985). Det er en temmelig ligegyldig udregning, men den bliver i flere sammenhænge brugt til at gøre opmærksom på, hvad det er man siger hvis man påstår, at det kemiske fundament for livet er dannet ved tilfældig udvælgelse.

Vi kan i hvert fald se, at et pæretræ er en højst usandsynlig makrotilstand, hvis man betragter det som et isoleret termodynamisk system. Man tvinges næsten til at antage, at der er andre naturlove til at styre den biologiske udvikling, end dem som virker i resten af universet, hvilket ikke giver et ret sikkert grundlag for videnskaben. Med kaos-matematikken bliver en sådan antagelse muligvis ikke nødvendig.

Den indre modstrid i naturvidenskaben, som vi har ridset op her, afføder et eksistentielt problem, - hvis man er lidt spekulativt anlagt : Naturvidenskaben (med stort N) har aflivet den bibelske Gud og og affødt en ny "guddom" i form af *naturlovene* . Bemærk at vi ikke blot refererer til Laplaces dæmon. Det er ikke blot determinismen som er på spil, men selve ideen om et henføringssystem (naturlovene), som er målet for al forklaring. Denne "guddom" lader så at sige mennesket i stikken, i og med, at den ikke formår at inddrage mennesket i dens univers.

Prigogine og Stengers har uddybet denne problemstilling. De henviser specielt til Jacques Monod som eksponent for en synsmåde, der tager konsekvensen af den klassiske videnskabs placering af mennesket i universet. Det livløse univers som adlyder dødens love, er således det

naturlige univers. Livet og dermed mennesket, er en usandsynlig hændelse, en midlertidig uregelmæssighed, som aldrig vil gentage sig:

> *Den Gamle Pagt er brudt; mennesket véd endelig, at det er alene i et umådeligt og udeltagende univers, som det ved et tilfælde er oprundet af."*
> *(Monod "Tilfældigheden og nødvendigheden", Prigogine & Stengers 1985)).*

Med begrebet "Den gamle pagt" hentydes til, at mennesket altid har haft en forståelse af sig selv, som falder i tråd med billedet af resten af universet.
Inden det videnskabelige gennembrud havde mennesket en pagt med den bibelske Gud, og under den klassiske videnskab har der (måske uudtalt) ligget en metafysisk forestilling om, at man i princippet ved hjælp af naturvidenskabens stringente metode kan forudsige og forklare livet og selve menneskets sjæl ved hjælp af naturvidenskaben. (Se iøvrigt afsnit 4.2.1 om determinisme). Når Monod siger at den gamle pagt er brudt, mener han at vi nu er nødt til at erkende, at naturvidenskaben ikke længere kan placere mennesket i dens verdensbillede.

4.4.1 Kobling imellem kaos og liv.

Tanken melder sig første gang, når vi betragter fraktalgeometrien. Disse smukke og organiske strukturer kunne fostre et håb om et gennembrud for matematikken, i retning af beskrivelse af "naturen i alt sin fylde".

Figur 34. Bregne som er genereret ved iterativ afbildning af planen ind i sig selv. (Gleick , 1987).

Hvordan skal vi nu diskutere dette? Iterationsformlen for denne fraktal, har intet med bregner at gøre. Det er blot fire lineære afbildninger af planen ind i sig selv, hvoraf én vælges tilfældigt med en hvis vægtning, ved hver ny beregning i iterationsprocessen. Man kan vel med en vis ret hævde, at dette er en fænomenologisk model af en bregne. Men vi har ikke lært mere om bregnens natur ved at betragte denne model.

Det vi ser her, er et resultat af det man kalder for eksperimentel matematik. Vi anser ikke fraktalgeometrien for vigtig, i forhold til vores problemformulering (II), som sigter på at undersøge om kaosparadigmet kan fortælle os noget om naturen i ontologisk forstand.

4.4.2 Selvorganiserende fænomener.

Det er ikke sådan, at der overhovedet ikke har været forsket i selvorganisering under det førkaotiske fysikparadigme. F.eks. har vi Rayleigh - Bénard strømningen, som har været et kendt fænomen i snart et århundrede. Lord Rayleigh udgav en artikel om emnet i *Philosophical Magazine* (1916), hvor han forklarede det ved hjælp af konvektion. Bénard beskrev fænomenet meget nøjagtigt allerede i årene 1900 - 1901 (Naturens verden 1985). Man har senere fundet ud af, at det han har observeret, er ruller genereret af overfladespændning. Det som kaosparadigmet bidrager med, er som antydet et matematisk formaliseret begrebsapparat, som er adekvat med fænomenet til en vis grænse. Vi kan sige, at det eneste kaosparadigmet formår at gøre ved Rayleigh-strømningen, er at konstatere at den er kaotisk ! Der skal lidt mere til at forklare livets opståen.

Det man kan lære af Raylegh-strømning er, at fænomenet opstår i et system, hvor der er en energi-gennemstrømning. Det vil sige et system, som i termodynamisk forstand er uden for ligevægt. Fænomenet er altså fundamentalt anderledes, end den strukturelle stabilitet man finder i krystaller, som er termodynamiske systemer i ligevægt.

Selvorganiserende fænomener opstår generelt i systemer med et sådant "energiflux". Det er derfor, at nogle taler om dissipative strukturer i termodynamiske systemer uden for ligevægt (PS 1985).

Selvorganiserende fænomener kendes også andre steder i fysikken. For eksempel er det at en laser udsender koherent lys, et eksempel på selvorganisering. I naturen optræder de overalt. F.eks er revler og riller i strandkanten et eksempel på selvorganisering. Bemærk, at disse også kan betragtes som systemer, hvor der er et energiflux (revler & riller dannes ved vandets erodering af klipper, sand og sediment).

Eksemplerne er i første omgang at betragte som *analogier* for livet på jorden, som godt kan opfattes som et system med en jævn energiflux. Der er vel ingen tvivl om, at disse fænomener relaterer kaos-*paradigmet* at gøre. Det er snarere et spørgsmål om de lader sig indfange af kaos-*matematikken*..

4.4.3 Præbiotisk udvikling.

Selvorganiseringsbegrebet kan bruges i en teori for livets tilblivelse. (Steen Rasmussen 1985). Teorien, som oprindeligt er foreslået af Manfred Eigen, kræver et vist kendskab til molekylærbiologi og grafteori[66], hvis man vil vide hvilke detaljer der er vigtige, og hvilke man kan sortere fra. Men vi mener godt at vi kan diskutere princippet i modellen overfladisk. Det skal nævnes, at der er andre forslag til modeller for livets opståen, end Manfred Eigens.

Uoverensstemmelserne modellerne imellem går bla. på hvilke kemiske processer der var primære ved livets begyndelse. M.Eigens model er baseret på RNA-protein-sytesen som den første biologiske proces, og modellen beskriver hvordan RNA-protein-sytesen kan være opstået, og hvordan den kan udvikle sig til livet som vi kender det idag. Problemet i sådanne udviklingsmodeller er, at få den præbiologiske udvikling til at foregå inden for den tidshorisont på ca. en milliard år, som man mener har været rådighed.

En del af Manfred Eigens teori beskriver hvordan de første RNA-molekyler tænkes dannet i en sådan mængde, at der kan starte en udvælgelse mellem forskellige typer. Den del af teorien vi vil drage frem, forudsætter at dette er indtruffet og handler om, hvordan *udvælgelsen* er foregået.

Man skal forestille sig et urhav, hvor de enkelte nucliotider (RNA-strengens 4 basale byggesten) har svømmet rundt i en vis (ligelig) koncentration. Der har eksisteret RNA strenge, som spontant har reproduceret sig selv i denne suppe. De har typisk haft længden 10 - 100 baser. Systemet får tilført energi til de kemiske processer fra solen. Eigen forestiller sig, at en lille RNA sekvens tilfældigvis danner en aminosyre sekvens (protein), som medvirker til at katalysere en anden RNA-kædes reproduktion, som så igen danner et protein som katalyserer en tredie RNA-sekvens' reproduktion og så videre. Så har vi en situation hvor nogle RNA-kæder (sekvenser) er mere talrige end andre, fordi deres reproduktion stimuleres af en katalysator. Men alle RNA-kæder er nogenlunde lige hurtige til at reproducere sig selv. Man må formode at et sådant system vil instille sig i en ligevægt. Hvis vi tænker os at en eller anden katalysekæde pludselig lukker sig selv, altså at RNA_i danner et protein som katalyserer RNA_1. Så har vi en situation, hvor en serie af forskellige RNA-sekvenser er mere stabile over for fluktuationer, end andre RNA-sekvenser. En sådan serie kalder man en katalysekreds eller en hypercykel.

Nu kunne man tro, at dette er forklaringen på livets skabelse. Vi kan jo forestille os en situation, hvor et stort antal katalysekredse kan konkurrere med hinanden. Men det er ikke hele forklaringen. Den situation som vi lige har beskrevet, ville blot medføre, at urhavet efterhånden ville få en høj koncentration af nogle få typer katalysekredse, som havde været stærkest i konkurrencen om den tilgængelige mængde nucleotider.

Steen Rasmussen foreslår her en udbygning af Eigens teori, hvor koncentrationerne i de forskellige katalysekredse varierer kaotisk i tiden (Se BOX 1). Dette indebærer nemlig, at

---

[66] Grafteori er en (temmelig abstrakt) gren af matematikken.

eventuelle mutationer vil have en chance for at blive prøvet af (som bæredygtig katalysekreds). Altså i stedet for at systemet - koncentrationerne af de forskellige RNA typer - blot aflejeres i en ligevægts-tilstand, bliver det hele "rystet godt rundt".

Det er lidt svært for os at gennemskue, hvorvidt kaos virkelig er 'nødvendig' for en forståelse af livets udvikling eller ej. Det er heller ikke spørgsmålet nu. Hvis udviklingen er foregået sådan som M.Eigen har foreslået, må kaos have spillet en væsentlig rolle. Det vi betragter her, er jo blot en lille fase af hele evolutionen. Det er ikke svært at forestille sig, at kaos har spillet en lignende rolle i andre stadier af evolutiuonen.

4.4.4 Præbiotisk evolution og kaos.

Nogle RNA-molekyler indeholder sekvenser som er de komplementære til andre sekvenser på samme RNA-streng. De er i stand til at folde sig sammen, så dele af strengen binder sig til andre dele af strengen, og derved opnå større stabilitet. Man kan forestille sig, at dette har været et vigtigt element i udviklingen af de første længere RNA sekvenser. Disse kunne udgøre en basis for dannelsen af hypercykler fordi de er stabile, og samtidig istand til at reproducere sig selv og til at mutere. Dette nævnes som inspiration til at acceptere det følgende.

Man skal forestille sig en situation, hvor der har eksisteret en masse forskellige RNA - typer i ursuppen på én gang, og at flg. processer har foregået :

• Isoleret RNA-syntese: Det vil sige en proces hvor et RNA-molekyle spontant danner sin "omvendte" sekvens, som igen danner den oprindelige o.s.v.
• Protein katalyse: Sker når en RNA sekvens danner et protein (proteinsyntese), som virker som enzym på en anden RNA-sekvens' reproduktion.
• RNA-katalyse: En RNA-sekvens virker direkte som enzym på en anden RNA-sekvens' reproduktion.
• Selvsplejsning: RNA-kæder kobler spontant til hinanden. (Indgår ikke i modellen, men i fortolkningen af simuleringerne).
• Fejlreplikation: RNA-syntesen falder forkert ud (mutation).

Vi vil nu præsentere en model, som beskriver dynamikken i ursuppen. Modellen ser bort fra den rumlige distribution af reaktanterne. Det vil sige at vi betragter et lille område i ursupppen, og følger koncentrationerne af de forskellige RNA-sekvenser i tiden. Modellen ser bort fra proteinsyntesen, fordi den ville indgå i modellen på samme måde, som en RNA sekvens (bortset fra at proteiner ikke reproducerer sig selv).

Vi opnår et differentialligningssystem af typen :

$$\frac{dx_i}{dt} = k_i (1 - \alpha_i) x_i r + \sum_{j=i}^{n} k_{ij} (1 - \beta_{ij}) x_i x_j r - \frac{x_i}{\tau_i}$$

$$+ \frac{1}{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_j k_j r + \frac{1}{n} \sum_{s,t=1}^{n} \beta_{st} k_{st} x_s x_t r, \; ji \neq st$$

$$\frac{dr}{dt} = \varepsilon_{ind} - r/\tau' - r \left(\sum_{i=1}^{n} k_i x_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} x_i x_j \right)$$

hvor :

x_i	er	koncentrationen af RNA_i,
i	er	fejlreplikationskvotienten for RNA_i,
k_i	er	replikationshastigheden og
r	er	er nucleotidkoncentrationen.

Tilsvarende er k_{ij} og β_{ij} hhv. hastighedskonstant og fejlreplikationskonstant for den j'te RNA-kædes katalyse af den i'te RNA-kædes' syntese. k_{ij} vil være lig 0 med mindre RNA_j efterfølges af RNA_i i en katalysekæde. Modellen tager hensyn til at hypercyklerne griber ind i hinanden, hvilket i første omgang indfører ikkelineariteten i systemet. τ_i er middellevetiden for RNA_i. De to sidste led i den første formel skal simulere bidragene til RNA_i fra fejlreplikation i de andre RNA-kæder. Den anden formel repræsenterer ændringen i nukleotidkoncentrationen.
Første led repræsenterer diffusionen hen til det sted i ursuppen vi er, det andet diffusionen ud af området.

Lad os ikke begynde at diskutere modellens brugbarhed i detaljer, men indskrænke os til at konstatere, at hvis systemet har de ingredienser, som vi har nævnt, vil modellen se nogenlunde sådan ud, og så er der grund til at formode, at systemet vil opføre sig kvalitativt som modellen.

I "ursuppen" har der været myriader af forskellige RNA-typer. Steen Rasmussen har forsøgt at simulere et system som det ovenstående i 7 dimensioner, og der er selvfølgelig masser af kaos. Og det er godt, fordi kaos sikrer, at der er mulighed for at små fluktuationer kan vokse blive dominerende og dø bort igen. Hvis der ikke havde været kaos i systemet, kunne det antageligt ende i en grænsecykel - en stabil tilstand, hvor mutationer ikke ville have en chance for at blive prøvet af som bæredygtige strukturer. Livet ville så at sige være endt i et meget primitivt mønster. Hvis systemet er kaotisk vil det blive "rystet godt rundt" i faserummet. Man kan sige, at kaos sikrer, at systemet forbliver instabilt.

Det er måske interessant at bemærke måden, hvorpå kaosparadigmet virker i denne sammenhæng. Situationen er den, at M.Eigens teori eksisterede i forvejen (Eigen, 1979). Livets opståen var forklaret *uden brug* af kaosteori. Blot havde Eigen henlagt en del af forklaringen, til en art "så går det nok sådan". Her tænkes på den fase af udviklingen, hvor supercyklerne er dannet, og hvor de skal begynde at mutere og konkurrere med hinanden. Kaosmatematikken kan give et mere nuanceret, men stadig kvalitativt bud på, hvordan denne fase er forløbet. Dette er ikke en endelig forklaring, men en mulig forklaring eller sandsynliggørelse af livets opståen inden for naturvidenskabens rammer.

4.4.5 Rumlig strukturdannelse.

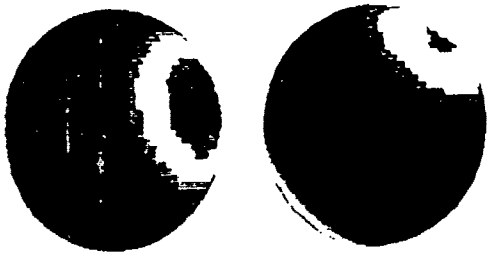
Et andet vidunderligt eksempel på at kaos-terminologi er anvendeligt i forbindelse med selvorganiserende fænomener er de såkaldte Turing-strukturer (Turing, 1952). Turing-strukturer er i alt enkelthed forklaringen på, hvordan udelukkende kemiske processer kan styre den rumlige distribution af f.eks. DNA - materialet i en celle (Se BOX 1). Turing strukturer dannes i autokatalytiske systemer, som optræder i rigt mål i biokemiske systemer.

Box 1.Turing-strukturer.
Turing-strukturer kan opstå hvis man har en arbitrær autokatalytisk proces i en celle. Koncentrationsændringen af et stof i en sådan proces på et bestemt sted i rummet bestemmes af hvormeget stof der er i forvejen, og hvormeget der diffunderer hen til stedet. Det vil sige en differentialligning af typen:

$$\frac{dc}{dt} = F(\alpha,c) + \Delta c \quad , c = \text{koncentrationen}$$

hvor det første led på højresiden repræsenterer en kemisk reaktion som danner stoffet, og som afhænger af den mængde der er af stoffet i forvejen. F er ikke-lineær. Det andet led er diffusionsledet (Laplaceoperatoren Δ). Hvis der skal opstå turing-strukturer er kravet, at den autokatalytiske proces indeholder flere reaktanter i den samme proces. Situationen svarer lidt til løsning af Schrødingerligningen for en potentialbox.

Løsning for en geometri som svarer til en levende celle kan foreksempel se således ud:



Figur 35. Blot ved hjælp af diffusionsligningen med en mindre tilføjelse kan man simulere strukturer og forløb der svarer nøje til observationer af levende cellers, geometriske strukturer umiddelbart før celledelingen. (Hunding 1989)

Strukturene kan opstå i forskellige systemer, det vil sige, at de er uafhængige af hvilke specifikke reaktanter der ingår i de kemiske processer. Kort fortalt skal man blot have en autokatalytisk proces, hvor flere kemiske processer er koblet sammen.

Koncentrationsændringerne af de enkelte komponenter på et sted i rummet afhænger dels af hvor meget, der bliver dannet kemisk, og dels af hvormeget der bliver tilført ved hjælp af diffusion. Dette kan formuleres matematisk, ved hjælp af en kobling mellem diffusionsligningen og de reaktionskinetiske ligninger (se BOX 1). Det viser sig, at hvis man forsøger en numerisk løsning for et sådant system, hvor man fastsætter randværdibetingelser som svarer til en levende celle, får man stationære stabile løsninger, hvor koncentrationerne af de stoffer, som indgår, er inhomogent fordelt i rummet ! (Hunding 1989).

Det gode er, at man finder løsninger som svarer til det, man ser i levende celler. F.eks. fordeler genmaterialet i ægcellen hos bananfluen *Drosophilia* sig på et tidspunkt i et karakteristisk mønster bestående af 7 bølger i den ellipsoide celle (Fig.). Man kan så lave en reproducerbar computersimulering af en sådan celle og ende med et tilsvarende mønster.

Turing-strukturer relaterer til kaos ved at undergå bifurkationer. Man kan for eksempel have en geometrisk faktor som bifurkationsparameter og observere, at de rumlige strukturer der dannes, bifurkerer ved bestemte værdier af denne (det vil her sige "omlejres til andre rumlige strukturer"). Analogt med f.eks. Feigenbaums vej til kaos, vil man opleve, at der er *parameterintervaller* hvor systemet er stabilt. Det vil sige, at hvis cellen bevarer sine proportioner, og koncentrationerne af de kemiske reaktanter forbliver inden for et vist interval, kan vi indse hvordan celledelingen starter. Det er også lykkedes at simulere stadier af en celles udvikling ved hjælp af succesive bifurkationer.

4.4.6 Det ny paradigmes rolle.

Kaos-paradigmet kan hjælpe med at forklare, hvordan livet er opstået, og måske også med at forklare celledelingsprocessen og give et vink om, hvorledes biologisk formdannelse foregår. Vi har lært en ny måde at stille spørgsmål på. I de ovenstående eksempler så vi, hvordan den klassiske forklaringsmodel (skulle vi driste os til at indføre begrebet "forklarings-ritual") brød sammen og blev erstattet af en ny. De ovenstående eksempler er eksempler på, at kaosparadigmet er med til at forandre vores opfattelse af, hvad det vil sige at *forstå* et fænomen.

Evolutionen kan ikke betragtes som et klassisk fysisk problem, hvor man opstiller nogle på forhånd givne betingelser, hvorunder det system man undersøger, udvikler sig. Evolutionen er derimod en skabelses-proces, hvorigennem selve de betingelser, som er bestemmende for udviklingen, forandrer sig i tiden.

Steen Rasmussen bruger begrebet *selvorganisering af kausale strukturer*. Hvis vi igen vender tankerne mod ursuppen, hvor katalysekredse blev skabt og destrueret, kan vi tænke på en

katalysekreds både som en art lovmæssighed (ikke forstået som en faktisk naturlov) og som et egentligt fysisk system.

Lovmæssighed forstået på den måde, at i og med en ny katalysekreds opstår, dannes der nye kausale sammenhænge, som er afgørende for hvordan hele ursuppen udvikler sig fremover. Så kunne man hævde, at denne lovmæssighed har været tilstede latent før katalysekredsen blev skabt. Det er vel også rigtigt, men det vil man også kunne hævde om selve de RNA-molekyler, som indgår i katalyse-kredsen. Det er iøvrigt ikke så få latente, kausale strukturer der i så fald ville eksistere. Det begynder i det hele taget et blive spekulativt at tale om evulotionen som en deterministisk proces, så vi kommer altså ikke uden om at bruge begrebet *tilblivelse* , når vi skal forstå den biologiske evolution.

Det er ikke kaosparadigmet alene som forklarer livets tilblivelse. I de ovenstående sksempler er kaos-paradigmet strengt taget ikke nødvendigt for argumentationen. Men en lidt bredere fortolkning af de begreber, som kaosmatematiken betjener sig af, kan i al fald inspirere til at reflektere over evolutionen på en anden måde.

F.eks bliver begrebet instabilitet brugt om den situation, hvor der netop er opstået en hypercykel i ursuppen (Rasmussen, 1985). Det er også rigtigt, at systemet derved er blevet instabilt. Men det er en kausal strukturændring, som er den egentlige årsag til denne instabilitet - det er altså ikke helt samme type instabilitet, som vi oplever, når vi hæver bifurkationsparameteren i et dynamisk system gradvist og ser at systemet bifurkerer. Det svarer snarere til, at indføre en ny variabel og en ny parameter i systemet. Alligevel kan vi godt bruge begrebet bifurkation om denne proces, hvis vi bare holder hovedet koldt og husker, at det altså er bifurkations-begrebet i udvidet betydning, der er tale om. Bifurkationsbegrebet giver et godt billede af tilblivelse i form af pludselige spring, fremfor kontinuert udvikling.

Nu bliver vi nødt til at spørge os selv hvorfor vi synes, at Turing-strukturer er en bedre beskrivelse af formdannelser i naturen, end et billede af en bregne, som er simuleret af en model, der så at sige er 'fittet' til det. Dette er nemlig ikke muligt at forsvare uden at henvise til den klassiske videnskabs 'forklaringsritual'.

Grunden til at vi godt kan lide Turing-strukturer er, at de udgør en godtagelig forklaring på dele af celle-strukturen, set ud fra en fysikers synspunkt ; der indgår kun velkendte fysiske principper i forklaringen, og der sker det for fysiske systemer helt almindelige, at systemet efter et stykke tid havner i en stabil makrotilstand.

Situationen er altså den, at vi kan bevare vores overbevisning, om at fysikkens love i princippet kan forklare alt.

4.4.7 Den nye pagt.

Kaos kan medvirke til at kaste lys over det levende, set med fysikerens øjne, og samtidig kaster kaos lys over fysikken set med *menneskets* øjne. Det vi står overfor, er måske en ny skabelsesberetning, og en sådan har naturvidenskaberne vel brug for ?

Det har måske snarere været en pine for kritikere af den moderne naturvidenskab end for videnskabsfolkene selv, at videnskaben nok har formået at aflive den gamle pagt, men på trods af sin påståede fundamentale karakter, ikke har været i stand til at levere et nyt og meningsfyldt verdensbillede. Med kaosparadigmets hjælp, kan vi forstå os selv, som en naturlig konsekvens af en naturlig udvikling.

Hvorfor bliver vi egentlig så glade når vi hører dette budskab ? Er det ikke stadig blot ønsket om at finde 'verdensformlen', som kommer frem ? Fagimperialisme, med et stærkere udtryk ?

Måske , men vi mener, at det denne gang er på andre præmisser. Vi oplever at videnskaben bliver istand til at forklare livets opståen (forklare,på et eller andet niveau) samtidig med, at vi slipper af med determinismen. Kaos-paradigmet kan måske danne grundlag for en naturfilosofi, netop fordi det indeholder uforudsigeligheden, i modsætning til den klassiske naturvidenskab.

Kapitel 5 : Diskussion.

Dette kapitel har flere formål. Dels skal vi redegøre kort for vores metode (5.1), og dels vil vi benytte lejligheden til at diskurere nogle aspekter ved kaosparadigmet, problemformuleringen *ikke* indfangede (5.2), og slutteligt vil vi give et par forslag til fremtidige projekter (5.3)

5.1 Metode.

Selve arbejdet med at studere et bestemt område af naturvidenskaben, med henblik på at karakterisere det i et større perspektiv, vil altid blive en balancegang imellem det at dyrke eksemplerne (altså selve de problemer som forskerne arbejder med), og det at bevare overblikket. Det kan meget hurtigt blive omfattende at besvare et lidt generelt spørgsmål, hvis man vil gøre det samvittighedsfuldt.
Et af vores formål var at lave en bred introduktion af kaos' fysiske, videnskabsteoretiske og metafysiske aspekter, for at skabe fundament for videre udforskning af disse sammenhænge. Dette har, ikke overraskende, vist sig at være en meget stor mundfuld.

Metoden til at besvare et bredt formuleret spørgsmål som "Kan kaosparadigmet inden for fysikken bidrage med ny erkendelse?" er ikke at begynde med en systematisk indsamling af alt tilgængelig information om kaos i fysik - det er i kraft af kaos' generelle karakter en helt og aldeles uoverkommelig opgave.

Vores metode er i store træk som følger :
• formulering af spørgsmålet.
• en vurdering af, hvad der vigtigst at undersøge, for at give en besvarelse af spørgsmålet.
• danne sig en mening om svaret på spørgsmålet.
• undersøgelse af, om det udvalgte materiale man støder på, stemmer overens med det svar man forventer.
• om nødvendigt at omformulere spørgsmålet, hvis (når) man får øjnene op for en mere væsentlig problemstilling undervejs.

Ved således at efterrationalisere vores metode, kan vi se, at en meget afgørende del af vores arbejde har ligget i *udvælgelsen* af det materiale, vi har ladet være repræsentanter for kaosfysikken og kaosfilosofien. Ved at vælge de klassiske mønstereksempler på kaosforskning, håber vi at vi har ramlet ind i de væsentligste elementer af kaosfysikken.
Men vi kan i alle tilfælde drage to vigtige konklusioner af dette :

• Vores arbejdsmetode har i videnskabsteoretiske termer været induktionistisk, i og med at vi på grundlag af forholdsvis få empiriske data, gætter os til nogle generelle træk om helheden. Konklusionen er, som Peirce kalder det, en *foreløbig* konklusion, der forhåbentlig vil blive udvidet og ændret (udskiftet) i fremtidige, uddybende undersøgelser.
• Bohrs påstand om *subjektets* uundgåelige indvirkning på opfattelsen og tolkningen af *objektet*, har aldrig været så sand som i vores tilfælde. Vi har hovedsaligt læst kildemateriale, skrevet af kaosfolk (som regel er det kaosfolk, der skriver om kaos), og er sikkert meget påvirket af de synspunkter og argumenter, der her dominerer, og det på trods af, at vi har forsøgt at holde hovedet koldt. Hvad der kunne gøre vores undersøgelse af kaosparadigmet mere dækkende og fuldstændig, ville være at bruge mange flere kræfter på at tage de dele af fysikken i forhør, som er kritiske, eller ligeglade med kaosparadigmet. Dette ville give et bredere og mere præcist billede af kaos' betydning for fysikken og fysikkens grundlag idag.

Det har vist sig at paradigme-begrebet har været nyttigt i behandlingen af problemstillingen (Se afsnit 1) i dette projekt. Netop på grund af begrebets fleksibilitet, som gør, at det formår at indfange dette "noget", som rent faktisk sker inden for fysikken og videnskaben idag. Vi er ikke særligt præcise i vores brug af begreberne kaos, kaosparadigme og kompleksitetsparadigme, dels fordi vi trods mange overvejelser ikke har kunnet beslutte, hvilke grænser vi skulle sætte mellem dem, og dels fordi vi p.t. er i tvivl om det overhovedet kan lade sig gøre at skelne præcist mellem begreberne.

I nærværende projekt har begrebet "kaosparadigmet" nærmest fået betydningen "studiet af ikke-lineære dynamiske systemer i videnskaben", plus nogle tilhørende videnskabelige metoder og værdier og en metafysisk overbygning.

Men så har vi næsten været for snævre i vores definition, fordi fraktalgeometri, som jo er en del af kaosparadigmets faglige matrix, strengt taget ikke behøver at have noget med dynamiske systemer at gøre. Dette kommer sig af, at vi fokuserer på fysikkens anvendelse af kaos, og derfor ikke rigtig har haft så meget øje for de rene matematiske sider af kaosparadigmet. Der *er* andre ting i kaosparadigmet, end de der berører fysikernes verden, hvor vigtig og betydningsfuld denne end skulle være.

5.2 En (foreløbig) konklusion.

Kaosparadigmet har bidraget med nyttige redskaber til fysisk forskning. Specielt er der opstået / genopdaget nogle nye måder at repræsentere måledata på. Her tænker vi for eksempel på Poincaré snittet og returafbildningen.

Der er også opstået nye *måder* at fortolke måleresultater på. Det kunne for eksempel indebære, at når forskere fremover opdager uregelmæssig/uforklarlig opførsel i fysiske systemer eller i de modeller de arbejder med, ikke nødvendigvis behøver at kassere systemet som håbløst. Man må nu overveje, om der kan være tale om kaotisk opførsel i det system man arbejder med. Dette kan være nyttigt, fordi man før hen var henvist til at forklare alle former for underlig opførsel som integrationsfejl, støj på målinger eller bare... underlig opførsel !

Hvor gennemgribende og almindeligt dette bliver, er det svært at sige endnu. Vi har ikke, gennem vores arbejde med kaosforskningen i fysikken, haft det indtryk, at paradigmet er slået helt igennem på nuværende tidspunkt - megen forskning kører stille og roligt videre i vante spor, uden at tage notits af Prigogine's store armbevægelser.

Kaosparadigmet har ændret mange fysikeres måde at arbejde på og udvidet rammerne for, hvad fysikere må beskæftige sig med. For eksempel er det at arbejde med modeller på en computer idag lige så "legalt" for en (kaos) fysiker , som at arbejde med en sædvanlig forsøgsopstilling.

Universalitetsprincippet er tildels eftervist eksperimentelt, for simple, ikke-lineære dynamiske systemer. Vi vil alligevel gerne stille spørgsmål, ved universalitetstankens anvendelighed, idet det foreløbigt har vist sig at være yderst vanskeligt at genfinde Feigenbaums scaling-konstanter i laboratorieforsøg, med grove reduktioner af systemet som nødvendig konsekvens.

5.3 Kaos betydning for resten af naturvidenskaben.

Kaosparadigmet :

- har gjort, at forskere som har assimileret kaosparadigmets budskab, *forventer* at se noget andet, når de betragter et dynamisk system, end de gjorde førhen. Under det gamle paradigme ville man umiddelbart antage, at et dynamisk system ville falde til ro i en ligevælgtstilstand, en grænsecykel eller en kvasiperiodisk bevægelse. Under kaosparadigmet vil en forsker være tilbøjelig til se efter, om systemet kunne være kaotisk fra begyndelsen.

- har således tvunget naturvidenskabsfolk til at opgive en metafysisk forestilling om at alle dynamiske systemer i princippet er forudsigelige. Forudsigelse og kontrol er tilsyneladende ikke et mål for forskningen i kaosparadigmet.

- bliver ofte sat i forbindelse med kompleksitetsparadigmet. Vi synes at kompleksitets-paradigmet tager kaos til indtægt for en række egenskaber, som dette paradigme slet ikke har. For eksempel siges det at kaosparadigmet *per definition* er holistisk (ikke-reduktionistisk) i dets metode, hvilket vi ikke kan konkludere ud fra de eksempler vi har set på. Vi mener, at hele ideen om at kigge efter universalitet i laboratorieforsøg er reduktionistisk. Da vi ikke har kigget på *særlig mange* eksempler, hvor typiske de end skulle være, kan vi dog heller ikke konkludere det modsatte : at kaos er reduktionistisk - men vi vil gerne stille spørgsmålstegn ved "kaosevangeliets ubestridelige holisme".

- har ændret visse af naturvidenskabens traditionsrige værdier. For eksempel er det , tvunget af omstændighederne og inden for paradigmets rammer, tilladt at udtale sig rent kvalitativt om et system.

- har skabt en bro imellem biologien og fysikken. Synsvinklen som i kaosparadigmet anlægger, synes at være mere brugbar på den biologiske udvikling og på biologiske systemer, end den klassiske naturvidenskabelige synsvinkel.

- kan give mennesket en mere central (og behagelig) plads i universet filosofisk set. Det er gennem kaosparadigmets forståelsesprincipper, muligt på en gang at forstå sig selv som en naturlig konsekvens af fysiske lovmæssigheder, og samtidig få bevare forestillingen om den frie vilje.

For at gøre en lang snak kort :

• Det er vores opfattelse at kaosparadigemts *metafysiske* overbygning (se problemformuleringering II) er bedre funderet end kaosforskningen på det praktiske område (se problemformulering I). Det praktiske arbejde med kaotiske systemer - laboratorieforsøg og virkelige problemstillinger - er ikke entydigt i tråd med kompleksitetstankernes høje idealer.

Men der er tale om nogle sunde, og lovende principper og værdier, og nogle spændende teorier, som nok kan udgøre grundlaget for en revidering af den traditionelle videnskab / fysik, såfremt paradigmet i højere grad lykkes at vise sit værd - sin nytteværdi - i marken. Det er vores overbevisning at succes i applikative sammenhænge, er af stor vigtighed for enhver naturvidenskab.

• Kaosparadigmet *kan* nedbryde faggrænserne imellem de forskellige grene af videnskaben, i og med det er et paradigme udsprunget af matematikken. Erfaringen med at bearbejde kaotiske systemer kan bruges overalt i naturvidenskaberne. Vi kan dog ikke sige, om det vil gå tilbage med tværfagligheden, når kaosparadigmet 'ældes', som det er gået de fleste andre områder i fysikken.

Kaosparadigmets ansigt

Det er jo klart at en sådan konklusion ikke siger ret meget i sig selv. Vi har i projektet forsøgt at behandle kaosparadigmet udelukkende som et internt videnskabeligt fænomen, udfra en ide om ikke at tage parti på forhånd. Dette har affødt en nødvendig, men *for os* enerverende forsigtighed og tilbageholdenhed (alle disse forbehold), som præger hele rapporten fra problemformulering til konklusion. Det har været svært at skaffe det nødvendige grundlag for at drage sikre konklusioner, selvom vi indimellem tager tilløb (se f.eks. kapitel 4). Vi vil gerne i det følgende forbeholde os ret til at diskutere og især kommentere kaosparadigmet på et mere emotionelt grundlag og i et bredere perspektiv.

Kaosparadigmet er et lækkert paradigme for fysikkens synspunkt - og for mange andre der interesserer sig for naturvidenskab ! Fysikken får et mere menneskeligt ansigt udadtil på flere måder. Kaosparadigmet gør sig godt i medierne; både rent visuelt og indholdsmæssigt. Udadtil virker budskabet om, at fysikken har opgivet determinismen meget positivt, nærmest som en lettelse for nogle mennesker - og budskabet er i sin mest banale form, dejligt nemt at forstå og glæde sig over : nu har vi fået fri vilje, og bliver ikke længere opfattet som mekaniske apparater.

Desuden har selve begrebet "KAOS" et pirrende skær af mystik over sig - uden at kende særlig meget til emnet ved man, at det er noget med farvestrålende og forvitrede fraktaler og uforklarlig orden i uforklarlige systemer. En udfordring for ethvert nysgerrigt sind, skulle man mene - i kategori med sorte huller og kunstig intelligens.

Kaosparadigmet passer også godt ind i tiden. For os at se er der ikke tvivl om, at kaosparadigmet ikke blot er videnskaben, der opstod som en nødvendighed i retning af at forklare ikkelineære systemers opførsel. Kaos er opstået i en tid med kritisk naturvidenskab. En tid hvor der andre steder end i videnskaben sker store omvæltninger, og hvor det er normalt at tage værdier op til revurdering. Vandmandens tidsalder, økologisk landbrug og healing og alt det der. Kaos lover ny respektfuld (andagtsfuld) indsigt i naturen, istedet for den gamle, syn på naturens sammenhænge, som uskøn mekanik. Dette hænger fint sammen med "den grønne bølge", som præger snart alle dele kulturlivet. Det er efterhånden umuligt at markedsføre en politiker, der ikke har miljø på programmet - dette gælder i store dele af verden, selv steder som man normalt opfatter som specielt miljøfjendtlige i deres aktiviteter : østlandene (tung industri), Sydamerika (regnskove), USA (alt muligt).

Vi opfatter naturvidenskaben som et specielt, men dog alligevel uomtvisteligt medlem af kulturlivet, og der er ikke noget underligt i, at den udvikling, videnskaben gennemløber, har sine paralleller i det øvrige kulturliv. De unge revolutionære studerende fra 68 er blevet ældre, har taget deres eksamener og har nu fået undervisnings- og forskerstillinger og *position* - det kunne tænkes, at det er disse, der nu sidder og pønser på "revolutioner" i forskningen, eller paradigmer som Kuhn vælger at kalde det...

Om kaosfysikkens succes således er resultatet af utilfredse og kritiske fysikere, der endelig har opdaget et område som tiltaler dem og løser op for nogle behov, eller det er nogle *anomalier* i det gamle paradigme, der har skabt rum og behov for ny erkendelse, kan vi ikke sige. Og det tror vi heller ikke Thomas Kuhn ville kunne.

Kaosparadigmet har mere karakter af et *bevidst* videnskabeligt oprør end noget andet paradigmeskift, så i den forstand er har Morin ret i sin karakteristik af "den bevidste videnskab" (se introduktion til kapitel 4). Under en stor del af processen, har de som arbejder under det nye paradigme, været *klar over* , at de er i færd med at etablere et nyt paradigme. Tonen hos fortalerne for paradigmet, har nærmast været prædikende, som vi så det i Morins tilfælde. James Gleick gør i sin bog "Chaos" et stort nummer ud af formulere kaos i et paradigmetermer, som det blev fremhævet i kapitel 2. Således bliver det klart for enhver, at der er tale om et paradigme.

Kaos bliver ligefrem *lanceret* som et paradigme, og det er i sig selv mærkværdigt. Et paradigme bruges til at beskrive en tilstand, et forskermiljø kan være i, når der er sket en revolution i videnskaben. Det at lancere en teori som et *metaparadigme*, svarer nærmest til at vise forfilmen, mens filmen er ved at blive indspillet. Det er faktisk et forsøg på at forudsige, eller nærmere påvirke, den videnskabelige udvikling i en ønsket retning. Det er faktisk en lille smule arrogant af kaosforskerne, eller i al fald kaosfilosofferne, at love os den helt store gennemgribende forvandling af naturvidenskaberne, udfra den erkendelsesmæssige situation kaosfysikken - og teorien har idag.

Men det ligger i kaosbudskabets natur. Kaos er ikke en entydig videnskabelig 'sandhed', eller kausal forklaring af en begrænset mængde fænomener, som kun kan have interesse inden for et begrænset område af videnskaben. Kaosparadigmet kan på en måde forstås som en *almen videnskabelig metode* med indbygget ideologi - en indbygget affinitet til en særlig type problemer, og en særlig type holdninger. På den baggrund er det mere forståeligt, at kaotikere nærer så store forhåbninger til kaosparadigmets kommende revidering af videnskaberne. Det er jo også en ideologi.

Fysikkens betydning for naturvidenskaberne

Kaos og især *kaosfysikken* , er på en måde blot brikker i kompleksitets-puslespillet, men alligevel vigtig for kompleksitetstanken. Det er tydeligt, at en stor del af de nye bidrag til kaosforskningen ligger indenfor fysikkens begrebsverden. Man kan spørge sig selv, hvorfor relateringen til *fysiske* problemstillinger, tilsyneladende er så vigtig for kaosparadigmet - og for de andre fagdiscipliner. Man kan sige, at kaos er kompleksitetens store repræsentant i fysikken. Kaosfysikken er også den del af kompleksitetsparadigmet, hvor resultaterne (trods alt) nemmest kan relateres til kaos-*matematikken*, som vi så i kapitel 3.
Men hvorfor spiller fysikken og matematikken en særlig rolle ?

Matematikken er det 'sprog' man som forsker, ofte intuitivt bruger til at kæde årsag og virkning sammen med. Det er efter vores opfattelse en uudsagt målsætning for den naturvidenskabelige forskning, at kunne beskrive fænomenerne med matematikkens formalisme, der er en praktisk og ikke mindst æstetisk måde, at systematisere erfaringer.

Hvis man ser på en matematisk konstruktion som Maxwell's ligninger, der udtrykker samspillet mellem elektriske og magnetiske felter, har man et godt eksempel : den meget store række elektromagnetiske fænomener, ligningerne repræsenterer, er her kogt ned til fire koblede differentialligninger, hvis enkle skønhed og symmetri har betaget mangt en elektrodynamiker. Matematikken er blevet en hjørnesten i de fleste naturvidenskaber. Hvad der sker af landvindinger på den applikative del af dette område, er opsigtsvækkende *i sig selv* .

Fysikken er på sin side den fagdisciplin, der siden Newton's tid har fået langt den største betydning i den vestlige verden, primært af to grunde:

• fysikken er vokset frem i et symbiotisk forhold til industrialiseringen. Den ene kunne ikke have blevet til, uden den anden. Dette kan selvfølgeligt diskuteres, men vi tvivler på at fysikken ville have udviklet sig så voldsomt, som tilfældet er de seneste par hundrede år, hvis det ikke havde været for dens teknologiske anvendelighed og spin-off effekterne[67] .

• fysikken har mere end nogen anden fagdisciplin, haft held med at forbinde årsag og virkning, med matematikkens 'idealiserende' termer som bindeled. Eller sagt på en anden måde : fysik har opnået en høj grad af troværdighed, gennem en ofte meget succesfuld (kvantitativ) forbindelse mellem teori og empiri. Uden en vis sammenhæng med teori og empiri, forbliver teorier for altid eksotiske spekulationer, som ikke rigtig falder ind under begrebet videnskab - i de 'rigtige' videnskabsfolks øjne.

Dette hænger sammen med at fysikken normalt beskæftiger sig med mere fundamentale og simple strukturer (færre frihedsgrader), end andre videnskaber. En elektrisk ladnings opførsel er trods alt lettere at kvantificere og beskrive præcist, end et menneske eller et økosystems opførsel. Fysikken har af samme grund haft lettere ved at anskue sine problemer reduktionistisk, da denne synsvinkel som regel ikke giver problemer i simple systemer.

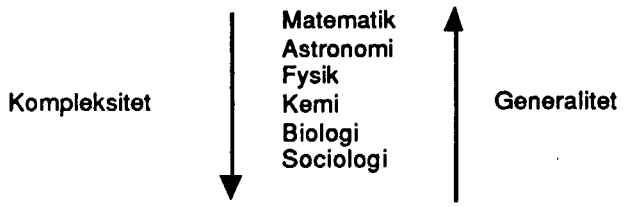
Disse forhold har givet fysikken et idealiseret skær af troværdighed og objektivitet, i forhold til de andre videnskaber. Som om fysikken og dens metoder er finere og renere end andres.

---

[67] For eksempel blev termodynamikken for en stor del hjulpet frem af behovet for bedre maskiner til transport og industri (fx. damp-, diesel- og benzinmotorer), kvantemekanikken og elektrodynamikken blev hjulpet frem af et behov for kommunikation og automatisering, og atomfysikken af et behov for en atombombe (!). Det gælder selvfølgeligt også den anden vej : at opdagelsen af elektriciteten muliggjorde udviklingen af trådløs kommunikation og automatisering. Ser man bort fra de indledende opdagelser af grundvidenskabelig karakter, har industrielle og samfundsmæssige behov uomgængeligt haft en indflydelse på den videnskabelige udvikling. Se blot på videnskabens 'eksplosive' udvikling i forbindelse verdenskrigene. Som læsning anbefales bl.a. Jens Højgård Jensens bog til undervisningsbrug : "I & Om Fysik".

Længst nede i hierakiet, er de mere subjektive videnskaber som samfundsvidenskab og psykologi, der ofte ikke bliver regnet for noget af 'rigtige' forskere (læs : fysikere), uanset at disse studerer *langt* mere komplicerede systemer end fysikerne.
Kan de ikke præsentere sikre kvantiative forudsigelser eller sammenhænge, stemples de prompte som pseudo-videnskaber (i forhold til naturvidenskaben).

Auguste Comte (1798-1857), der grundlagde positivismen og den videnskabelige sociologi, opstillede videnskaberne i et sådant hierakisk system, med matematik og astronomi i toppen som de mest eksakte og dermed fineste videnskaber:



Figur 36 . Comtes hieraki. Matematik fremstilles er den enkleste, mest generelle, abstrakte og eksakte videnskab, der primært beskriver sig selv, i og med at der ikke er nogen direkte forbindelse til virkeligheden. Sociologi ligger "nederst" med et næsten totalt erfaringsbaseret område uden eksakte generalisationer *overhovedet* . Skemaet kan sammenlignes med figur ?? (4.1).

Comte's diagram er der ikke noget specielt ved - det er egentligt meget rimeligt at stille videnskaberne op på denne måde. Det er i tolkningen problemet ligger : når man tillægger videnskaberne en værdi, efter placering i diagrammet - som Comte iøvrigt ikke lagde skjul på.
En uheldig bivirkning af sådan en idealisering, som desværre også idag er fremtrædende, er at alle andre naturvidenskaber end fysikken, har følt sig presset til at tage fysikkens (reduktionistiske) metoder og implicitte værdier til sig, i håbet om at man så vil knytte samme troværdighed og objektivitet til deres resultater, som til fysikkens. Man har forsøgt sig med den 'hårde' reduktionistiske synsvinkel, både i studiet af vejrmodeller og økosystemer, uden videre held. I samfundsvidenskab og økonomi er dette ret almindeligt.

Et grotesk eksempel på den blinde tro på lineær kausalitet - at der kun kan være simple, entydige sammenhænge - er *frenologien* - studiet af sammenhængen mellem størrelse/form af menneskers hjerneskal og deres menneskelige egenskaber : fladpandede mennesker er dumme, højpandede mennesker er kloge. Et solidt fundament af almindelige fordomme !

Denne 'videnskab' var almindelig anerkendt i naturvidenskabelige kredse helt op til 2. verdenskrig, hvor nazisterne tog den til sig. Frenologien blev det 'videnskabelige' grundlag for *racehygiejnen*.. Da nazisterne tabte krigen, blev frenologien tabu i videnskabelige, og alle andre kredse - al frenologisk forskning blev øjeblikkelig indstillet. Man kan undre sig over at det tilsyneladende var nødvendig med en verdenskrig, for at kassere en så udpræget misforståelse, som frenologien var. Havde tyskerne vundet krigen, havde den måske været på banen endnu !

KAOSPARADIGMET er et morsomt og sprælsk paradigme med *perspektiver* , men også et meget umodent paradigme, i forhold til de store idealer. Hvis kaos får succes i fysikken, tror vi der er grund til at håbe på en drejning af naturvidenskaben, væk fra den enøjede, reduktionistiske forskningsmåde og den indgroede tro på lineær kausalitet.

Vi mener kaos er nødvendig for fysikken og naturvidenskaben, ikke bare for at holde så mange af undersøgelsens veje åbne, men også for at live op i en stiv og dogmatisk naturvidenskab, der bygger på veltjente, men slidte ideologier og principper.

5.3 Forslag til fremtidige projekter.

I løbet af den tid det har taget at besvare de problemstillinger, vi havde stillet op, har vi stødt på flere andre, vi kunne forestille sig vil være ideer til senere projekter.

• **Kaosparadigmets historie.** Der er ikke skrevet en historisk-kritisk gennemgang af kaos historie og kaosparadigmets tilblivelse. Der er naturligvis James Gleicks bog, som vi selv har brugt meget, men den er i kraft af sin uforbeholdne beundring af kaosparadigmet, svær at benytte som andet end ide-samling og citat-leverandør. Desuden er hans historiefortælling stærkt personcentreret og ikke videre sociologisk orienteret.

Problemet med et sådant projekt , og måske det mest spændende, er at der ikke er særlig meget kildemateriale til rådighed, ud over de videnskabelige artikler, og at det desuden ville blive svært at gennemføre, uden først at vide en del om selve kaosteorien.

• **Reversibilitet og kaos.** Prigogine og Stengers gør meget ud af at sætte kaosparadigmet i forbindelse med termodynamikken. De påstår at kaos fjerner modstriden imellem reversibiliteten i mekanikken på den ene side, og termodynamikken på den anden side. Er det nødvendigt at drage kaos ind i denne problemstilling?

Vi har desværre ikke formået at komme ordentligt ind på denne diskussion, og har derfor foretrukket at udelade denne indgangsvinkel. Man kunne lave et virkelig godt breddeprojekt med denne problemstilling som tema ; der ville lejlighed til samtidigt at lære noget termodynamik.

• **Kaos' metodologi.** Vi kunne selv godt tænke os at komme mere i dybden med undersøgelsen af kaosvidenskabens metoder og forståelsesprincipper, i retningen af en sammenligning med traditionel fysik, som kun omtales overfladisk i denne rapport.

Her kunne man komme tættere ind på spørgsmålet om reduktionisme, værdier og praksis. En sådan omhyggelig videnskabsteoretisk undersøgelse, kunne givetvis yde et vægtigt bidrag i debatten om kaos paradigmatiske status.

• **En undersøgelse af "årsagerne til kaosparadigmets succes".** I forlængelse af vores afsnit "kaosparadigmets ansigt" kunne det være spændende at undersøge grundene til at kaosparadigmet pludselig er væltet sådan frem.

Stikord : computerens betydning, "den grønne bølge", small science, ønske om tværfaglighed, medietække, Tor Nørretranders/James Gleick, flotte fraktaler, behov for forståelse af ikkelinearitet, industri og spinoff ?

APPENDIX A : Kuhns paradigme.

A.1 Hvad er et paradigme?

I første halvdel af det tyvende århundrede var videnskabsteorien først og fremmest koncentreret om erkendelsesteoretiske spørgsmål. I 1962 udgav Thomas S. Kuhn et essay med titlen *Videnskabens Revolutioner* som en reaktion på dette (lad os bare sige) paradigme. Hans budskab var, at det ville være nyttigt at analysere de faktiske historiske begivenheder i den videnskabelige verden, og at se på de videnskabelige samfunds sociologi, istedet for at blive ved med at stille det umulige spørgsmål; "Hvordan skal vi bære os ad med at nå sandheden?"

For at kunne diskutere videnskaben i lyset af en historisk udvikling definerer K. en række begreber. Det centrale er ordet "paradigme". K. indrømmer selv, at dette begrebs betydning kan variere lidt. *Paradigme* betyder den aktivitet, som et videnskabeligt samfund udøver i meget bred forstand. Heri indgår videnskabelig praksis, uddannelse og undervisning, regler og standarder, afgrænsning af mængden af relevante forskningsområder, underliggende (usagte) regler, metafysiske forestillinger og definitioner på begreber. Herudover antyder Kuhn, at et paradigme er grundlæggende for naturen (VR, s130). Dette underbygges med, at en forskers sansning afhænger af hans begrebsmæssige erfaring. Under et paradigmeskift skifter forskeren synsgestalt, - verden ændrer sig! . Paradigmet er altså *primært* , i mere end en forstand.

A.2 Begrebets generalitet

Kuhn selv er fysiker, og hans videnskabshistoriske forskningsområde er fysikken og kemien. Stort set alle eksemplerne i VR er hentet fra disse videnskaber - for kemiens vedkommende fortrinsvis udviklingen i det 18'ende og 19'ende århundrede. Hans 'teori', som han selv forstår som et paradigme, har naturvidenskaben som objekt. Hans påstand er, at der i en normalvidenskabelig periode, kun kan eksistere et fælles paradigme for videnskaben (VR s.176). F.eks. klassificeres samfundsvidenskaben som en videnskab i en før-paradigmatisk periode, på linie med fysikken før Newton (slutningen af det 16'ende århundrede), fordi der inden for samfundsvidenskaben er flere samtidigt eksisterende skoler.

A.3 Videnskabelige revolutioner

I VR gør Kuhn et stort nummer ud af at påvise ensartede strukturer i forløbet af forskellige *videnskabelige revolutioner*. Her vil vi ikke gå i detaljer med eksemplerne, men blot skitsere de væsentlige træk i en videnskabelig revolution.

Under en *normalvidenskabelig periode* består forskerens arbejde i at tilpasse både naturen og de videnskabelige regler under paradigmet. Paradigmet udstikker normen for, hvordan regler fastsættes, men paradigmer er ikke regler. Dette skal forstås på den måde, at selv om forskellige videnskabelige grupper (normalvidenskabelige traditioner) arbejder under det samme paradigme, behøves de ikke at være sammenfaldende. Kemikere og fysikere arbejder ud fra kvantemekanikken på forskellige måder. De fortolker begreber på forskellig måde. Et molekyle er ikke det samme for en kemiker og en fysiker. Kvantemekanikken er ikke det samme paradigme for en kemiker og en fysiker.

Normalvidenskabelige perioder er nødvendige for videnskaben. I disse perioder kommer forskerne i dybden ved at afprøve paradigmet på dets *anvendelsesområde* . Under denne proces, bliver der produceret mængder af viden. Arbejdet består i at få paradigmets teori til at passe på naturen, og udbedre det (f.eks. ved at fastlægge fysiske konstanter, og udforme kvantitative love, som kan bekræfte paradigmet). Kuhn kalder dette at *løse gåder* ('puzzle-solving activity'). Vurderingen af arbejdets kvalitet beror på, i hvor høj grad man når de forventede resultater. Hvis dette ikke lykkes for videnskabsmanden, er det *hans* problem og ikke paradigmets. Udover dette, ligger der arbejde i at artikulere (nærmest formidle) og fortolke det eksisterende paradigme. Man uddanner nye studenter i paradigmets anvendelsesområder (skoleeksempler), og man finder nye anvendelsesområder.

Kriser opstår ud af normalvidenskaben, på trods af dens tautologiske natur. I arbejdet med at forfine og tilpasse paradigmet til specifikke områder, opstår der uregelmæssigheder. For at forskeren skal opdage uregelmæssigheder, skal han være klar over deres eksistens. Bare fordi et eksperiment ikke får det udfald som paradigmet forudsiger, vil forskeren ikke omgående forkaste paradigmet, endsige erkende denne uregelmæssighed. Forskere er i almindelighed så stivnakkede, at de vil frasortere data som ikke er i overensstemmelse med deres begrebsverden, hvilket vil sige paradigmets begrebsverden. Her henviser Kuhn til gestaltpsykologien.

Unge videnskabsmænd som ikke er så bundet af paradigmet, vil have lettere ved at erkende uregelmæssigheder, fordi de ikke ved, at det er uregelmæssigheder de ser. I deres videre arbejde vil det i reglen være dem, som bliver opmærksomme på paradigmets svagheder. Man er kun i stand til at opdage en *anomali* hvis man har en forudanelse om at en sådan eksisterer. Hvis forskersamfundet bliver opmærksomt på et *modeksempel* vil reaktionen være, at man forsøger at danne andre versioner af eksisterende teorier for at imødekomme dette. Eksistensen af flere versioner af den samme teori, er et typisk krisesymptom. Anomalien bliver ikke betragtet som et modeksempel, men som endnu en gåde der kan løses. Aktiviteten som opstår i den videnskabelige gruppe hvor problemet er opstået, vil muligvis afstedkomme nye opdagelser. Fremvæksten af nye teorier bliver nu mulig. De normalvidenskabelige standarder og regler bliver slækket lidt i denne fase og det videnskabelige arbejde får et mere filosofisk tilsnit (anormal videnskab).

Det er vigtigt at bemærke, at selvom paradigmet er falsificeret, bliver det ikke omgående forkastet. Paradigmet vil leve med disse anomalier, indtil der fremkommer en ny teori som kan erstatte dette. Denne teori skal jo ikke bare forklare modeksemplet, men også have forklaringskraft der kan måle sig med det gamle paradigme.

A.4 Valget af paradigme er subjektivt.

Og hvordan vurderes denne forklaringskraft så ? Kuhn siger, at det i sidste ende må bero på *tro*. Der gives ikke nogle logiske kriterier for valget mellem paradigmer. Man kan heller ikke gennemføre en diskussion, på tværs af kløften mellem to paradigmer, fordi de samme ord, dækker over forskellige begreber, indenfor forskellige paradigmer. F.eks. betød "masse" noget ganske andet inden Einstein. Kuhn viser, hvordan man altid ud fra det gamle paradigme, kan finde modargumenter mod en ny teori, som er logisk holdbare. F.eks kunne en videnskabsmand fra før Kopernikus' tid, 'med rette' hævde over for en heliocentriker, at jorden er universets midte. Ganske enkelt fordi "jord" betyder noget andet i hans terminologi, end i vores, nemlig noget der *per definition* er fast og stillestående.

Der vil altid være en stor del af de gamle forskere, som aldrig accepterer det nye paradigme. Den videnskabelige revolution slår i realiteten først igennem når disse dør, eller på anden måde giver afkald på deres magtpositioner inden for det videnskabelige samfund.

Ikke desto mindre, er der nogle mennesker, som vælger at 'konvertere' til det nye paradigme. Dette skyldes ikke at det nye paradigme indeholder det gamle paradigmes teorier og mere til, på en gang. Optagelsen af et nyt paradigme vil oftest være ensbetydende med at der går nogle brugbare egenskaber ved det gamle tabt. F.eks. medførte Newtons paradigme, at der i flere århundreder ikke blev spurgt om, hvad tyngdekraft *egentlig* er. Spørgsmålet giver nemlig ikke nogen mening, inden for den newtonske mekanik, som reelt kun er fænomenologiske.

Valget af paradigme er subjektivt. Den enkelte videnskabsmand kan for det første, føle sig tiltrukket af et nyt paradigme, fordi dette påstås at løse gamle kendte problemer. For det andet er det en fordel, hvis det nye paradigme er istand til at komme med kvantitative forudsigelser, som kan bekræftes eksperimentelt på områder, hvor det gamle paradigme må stå af. Undertiden løser det nye paradigme nogle helt andre problemer, end dem som i første omgang lagde kimen til det. Her kan en tredie årsag til at konvertere være, at det nye paradigme forudsiger forekomsten af fænomener, som det gamle overhovedet ikke kan omfatte.

Efterhånden som flere videnskabsmænd går ind i arbejdet under det nye paradigme, bliver dette prøvet på flere områder. Hvor det i starten måske forekommer lidt rodet i sin udformning, bliver det under denne proces pudset af.

En fjerde grund til at føle sig draget af en teori, kan således være den rent æstetiske. Når teorierne formuleres i matematiske termer, på overskuelig og symmetrisk måde, virker det mere attraktivt end rodede ad-hoc hypoteser.

A.5 Paradigmet går forud for perception.

Når et nyt paradigme er slået igennem, er forskerens verden ændret, hans sprog er ændret, hans oplevelse af naturen og adfærd er ændret. De forskere som konverterer til et nyt paradigme, ændres så at sige mentalt. De spørgsmål, som det nye paradigme stiller, er af en anden karakter, og metoderne til at besvare dem er nogle andre end før. Desuden vil det forbillede som paradigmet fremstiller, bogstavelig talt indvirke på forskerens sansning. *Han ser andre ting* .
En 'konventionel' fysiker, vil måske gennem sin uddannelse lære at opfatte en sky på himlen, som en en sky af fordampede vandmolekyler, mens han efter at have konverteret til kaosfysikkens paradigme, nærmere vil se fraktale strukturer i et kaotisk vejrsystem.

Et nyt paradigme behøver ikke at ændre hele videnskaben, selvom det sådan set er et paradigme for hele videnskaben. En videnskabelig revolution kan godt foregå inden for en videnskabelig gruppe. F.eks. har Einsteins almene relativitetsteori ikke ændret biologens verdensbillede og videnskabelige principper synderligt. Andre paradigmer baner vejen for nye opdagelser i andre grene af videnskaben, når nye problemer og nye standarder bliver tilladte.

Den proces som er beskrevet ovenfor, er ganske naturlig og nødvendig. Kuhn mener ikke, at vi skal forsøge at undgå paradigmer i videnskaben, fordi forskningen i en normalvidenskabelig periode får ro til specialisere sig og undersøge paradigmet tilbunds. Det at vi ikke forkaster en teori uden videre (bare fordi den er en anelse falsificeret), er i en forstand en garanti for forskningens kvalitet. Kuhns filosofi er således på en gang normativ og deskriptiv.
Budskabet er : dyrk normalvidenskab.

A.6 Kuhn og sandheden.

Iflg. Kuhn er normalvidenskaben er kumulativ, dvs. at der produceres ny information, men ikke nye teorier. Videnskaben som helhed betragtet, er derimod ikke kumulativ. Når der indtræder en videnskabelig revolution, bliver noget af den erkendelse, videnskaben har akkumuleret under det gamle paradigme bortkastet. Kuhn foreslår derfor, at vi opgiver forestillingen om at videnskaben sikrer en gradvis forøgelse af vores viden. Kuhn er med andre ord relativist.

De videnskabelige revolutioner gøres *usynlige* i videnskabshistorien mener Kuhn. Dette skyldes forestillingen om den *kumulative* videnskab, som i høj grad kan tilskrives lærebogsystemer. Ved at henvise til et meget lille antal forskeres indsats, skjuler lærebøgerne de omstændigheder som teorierne er blevet til under, samtidig med at de sætter normen, for hvad forskning er. Studenten bliver ikke gjort opmærksom på, at den teori som han er ved at lære, på et tidspunkt var en blandt mange konkurrerende teorier. Han kan ikke være sikker på at den, der fremhersker nu, er *bedre* end dem som blev forkastet (mere 'sand'). Dette er naturligvis uundgåeligt, og heller ikke videre væsentligt, men det leder hen til spørgsmålet om *sandheden*..

Spørgsmålet om sandhed i videnskaben, forudsætter et inter-paradigmatisk sprog, og et sådant eksisterer ikke. Kuhn er dog optimisist: *videnskaben gør fremskridt gennem revolutioner.*

Ordet 'fremskridt' skal her forstås som bevægelse fra eet stadie af erkendelse, til et andet stadie af erkendelse. Videnskaben har iflg Kuhn udviklet sig fra et primitivt stadie til en stadig mere forfinet og detaljeret forståelse af naturen. Han er ikke sikker på, at denne udvikling konvergerer mod sandheden (hvad der så end måtte ligge i dette begreb).

Men kan vi ikke stille os tilfredse med, at der sker en udvikling *væk fra* det nuværende stade, og holde op med at foregøgle os, at videnskaben udvikler sig *henimod* et eller andet mål (sandheden), spørger Kuhn. Her drager han en analogi til Darwins udviklingslære. Selvom arterne ikke har haft et overordnet mål med deres udvikling, er det alligevel gennem naturlig udvælgelse og tilpasning, lykkedes arterne at gøre fremskridt. Vi kunne kalde denne Mr. Kuhn for videnskabs-darwinist.

A.7 Kuhns reaktion på kritik

I forordet til VR (Knud Haakonssen) gives et resume af videnskabsteoriens udvikling op til Kuhn, som er kedeligt - men nyttigt. Derudover er der et oprids af diskussionen efter VR. I bogens efterskrift, som er trykt i 1970, får Kuhn lejlighed til at svare på kritikken selv.
Det første spørgsmål som Kuhn behandler er paradigmebegrebets entydighed.

Paradigmebegrebet indføres på en cirkulær måde. Et *paradigme* er det, som medlemmerne i et videnskabeligt samfund har tilfælles, og et *videnskabeligt samfund* består af mennesker som har et paradigme tilfældes.
Kuhn forsøger at rede trådene ud ved at forklare hvad et videnskabeligt samfund er (han kalder selv sin opfattelse af et videnskabeligt samfund for en intuitiv ide):

> "Et videnskabeligt samfund består ud fra dette synspunkt af udøvere af et videnskabeligt specialområde. I et omfang uden lige har de fået ensartede uddannelser og indførelser i faget; undervejs har de tilegnet sig samme faglitteratur og uddraget fælles belæringer af den. I almindelighed markerer grænserne for denne standardlitteratur grænserne for et videnskabeligt emne, og hvert videnskabeligt samfund har sædvanligvis sit eget emne."
> *(VR, s 184).*

Der er skoler (videnskabelige samfund) inden for videnskaben, som nærmer sig det samme emne ud fra uforenelige synspunkter, men de er sjældne, og deres konkurrence bliver hurtigt afsluttet. Videnskabelige samfund eksisterer på forskellige niveauer. Alle naturvidenskabsfolk udgør sådan set et videnskabeligt samfund, og et videnskabeligt samfund kan udgøres af 25 mennesker.

Kuhns næste problem er, at han er kommet til at anvende paradigme-begrebet på (siger han selv) 22 forskellige måder i sin bog. Han mener dog, han kan koge det ned til to forskellige betydninger. Den ene betydning af ordet paradigme, omdefinerer han straks til "faglig matrix".

En faglig matrix er det som er fælles for et videnskabeligt samfunds medlemmer, og forklarer at deres kommunikation er så fuldstændig, og at deres bedømmelser er så ensartede. Nogle elementer i en faglig matrix kaldes for symbolske generalisationer (f.eks. koordinatsæt (x,y,z) eller ohms lov U=RI) . Disse kan tjene delvis som fysiske love, eller som definitioner af nogle af de symboler, lovene benytter sig af. En anden form for elementer er "metafysiske paradigmer" som Kuhn nu kalder for "tro på bestemte modeller" (f.eks *molekylerne i en gas kan betragtes som små billardkugler, som bevæger sig tilfældigt*). En tredie slags elementer kalder han for "værdier". (f.eks. *kvantitative forudsigelser er bedre end kvalitative*, eller *videnskaben bør / bør ikke tjene samfundet*)[68].

Den anden betydning af "paradigme" mener Kuhn er den centrale - og den dårligst forståede. Paradigme betyder her noget i retning af "skoleeksempel" eller "forbillede". Et paradigme bliver en bestanddel i den faglige matrix! Men det er et vigtigt element. Da paradigmebegrebet har fået sit eget liv, holder Kuhn op med at bruge det her, og taler istedet om et "fælles eksempel". Som eksempel nævner han den symbolske generalisation $F=ma$. Studenten lærer at binde symbolerne sammen og hæfte dem på naturen. Han ser efterhånden en mangfoldighed af problemer som er ensartede, og symbolet bliver efterhånden udviklet fra en generel skitse til en lov, som han bruger i sin senere forskning. Han betragter nye problemer ligesom, problemer han kender. Dette er den *oprindelige* betydning af "paradigme".

Så er der problemet med teoriers usammenlignelighed. Og der peger KH ganske rigtigt på, at Kuhn selv udviser glimrende evne til at forstå og sammenligne på tværs af paradigmes-skel. Til dette svarer Kuhn, at han blot siger at parterne i en diskussion om valget mellem to successive teorier, nødvendigvis må fæstne visse ord forskelligt på naturen, og at deres kommunikation som følge heraf nødvendigvis må blive ufuldstændig (kommunikationssammenbrud). Han åbner muligheden for at forskerne lærer hinandens sprog at kende, under en videnskabelig krise. På denne måde kan de begge få indblik i 'modpartens' teoriers fordele og svagheder. Dette kan meget vel føre til overtalelse af en af parterne, men overtalelse til at acceptere en bestemt teori (fra et andet paradigme) er ikke det samme som omvendelse til paradigmet. Valget mellem paradigmer, er fortsat et spørgsmål om værdier.

Så er der spørgsmålet om Kuhn er relativist. Kuhn mener ikke at han er ren relativist. Han forsvarer sig med, at der findes nyttige kriterier til sammenligning mellem teorier; f.eks. nøjagtighed i forudsigelse og antallet af forskellige problemer, der er løst.

---

[68] Denne synsvinkel tjener iøvrigt som "guide" for afsnit 4.2.3 om *praksis og værdier* , hvor lignende argumenter er fremstillet.

Disse kriterier kan bruges til at vurdere teorien, som et redskab til at løse gåder, men de er ikke en garanti for en teoris ontologi :

> Jeg tror ikke at der er nogen teoriuafhængig metode til at rekonstruere udtryk som "det virkelige" (s 209).

Det sidste spørgsmål, som bliver behandlet, er hvorvidt en videnskabsopfattelse kan være både beskrivende og bestemmende på en gang. Kuhn mener at det kan man *sagtens* , under henvisning til at distinktionen mellem "er" og "bør", af visse moderne sprogfilosoffer betragtes som ugyldig.

> Tilbage står spørgsmålet om disses relevans for de brede teoretiske sammenhænge, der er tale om hos Kuhn . *(Knud Haakonsson).*

Det nytter ikke at henvise til, at distinktionen er et led i et gammelt paradigme. Fordi det forudsætter gyldigheden af Kuhns eget begrebsapparatur, fortsætter KH.

Kuhns svar er, at det ville være underligt at lave videnskabsteori, som ikke implicerer en anvisning, eller en holdning til, hvordan videnskab skal bedrives. Det gør andre videnskabsteorier nemlig også. Derudover mener Kuhn, at hans teori har den styrke, at den rent faktisk er istand til at forklare videnskabsmænds opførsel.

Vi har i dette projekt, brugt paradigmebegrebet i betydningen *faglig matrix* (se kapitel 1).

APPENDIX B : To teoremer

Dette afsnit gengiver 2 forskellige teoremer, vi har benyttet undervejs. Det første er *Newhouse-Ruelle-Takens teoremet*, som blev omtalt i 3.1.3.:

TEOREM 1: Lad $a=(a_1,...,a_n)$ være et konstant vektorfelt på torus, $T^n = R^n / Z^n$.
Hvis n=3 vil der i enhver omegn C^2-omegn af a findes et vektorfelt, der tilfredsstiller Axiom A og har en ikke-triviel tiltrækker.
Hvis $n \geq 4$ vil der i enhver C^∞-omegn af a findes et vektorfelt, der tilfredsstiller Axiom A og som har en ikke-triviel tiltrækker.

Det næste teorem er *embedding-teoremet*, der blev omtalt i afsnit 3.2.3:

TEOREM 2: Hvis $\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ generer et d-dimensionalt flow, da giver

$$\xi(t) = \{ x_j(t), x_j(t+\tau),..., x_j(t+(2d+1)\tau)\} ,$$

hvor $x_j(t)$ er en vilkårlig komponent af $\mathbf{x}$, en glat indlejring af dette flow, og de metriske egenskaber i rummene er ens i den forstand, at afstande i $\mathbf{x}$-rummet og i ξ-rummet har et forhold, som er uniformt begrænset og begrænset væk fra 0.

1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projektrapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen

2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen Vejleder: Bernhelm Boss.

3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.

4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss Nr. 4 er p.t. udgået.

5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh. Nr. 5 er p.t. udgået.

6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - lærer-uddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.

7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko. Nr. 7 er udgået.

8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.

9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UD - VIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariom". Projektrapport af: Lasse Rasmussen. Vejleder: Anders Madsen.

10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projektrapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen, Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.

11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.

12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt. Nr. 12 er udgået.

13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projektrapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Albert Chr. Paulsen.

14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup. Nr. 14 er p.t. udgået.

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler. Vejleder: Peder Voetmann Ckristiansen.

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings af an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint. Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen. Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen

21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projektrapport af: Crilles Bacher, Per S.Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY AF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role af realitivity". Af: Helge Kragh.

24/80 a+b "MATEMATIKOPFATTELSER HOS 2.G'ERE". 1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projektrapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen. Vejleder: Mogens Niss.

25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.

26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projektrapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.

27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY AF SCIENCE IN PAUL DIRAC's PHYSICS". Af: Helge Kragh.

28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber". Projektrapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Niels Boye Olsen.

29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentialligningsmodeller". Projektrapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen. Vejleder: Mogens Brun Heefelt.

30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen. Nr. 30 er udgået.

31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGS - SYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE". Projektrapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk. Vejleder: Stig Andur Pedersen. Nr. 31 er p.t. udgået.

32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLIN - GER MÖSSBAUEREFFEKTMÅLINGER". Projektrapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen. Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.

34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT AF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. I. Af: Bent Sørensen Nr. 34 er udgået.

35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.

36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.

37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.

38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.

39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.

40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.

41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.

42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.

43/81 1."COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2."ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.

44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.

45/82 Er aldrig udkommet.

46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDESE-
1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af: Torben O.Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.

47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.

48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedesen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.

49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.

50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.

51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK ?"
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.

52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.

53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.

54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.

55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Høyrup.

Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.

56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.

57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.

58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.

60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.

61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.

62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Høyrup.

63/83 "CREATING ENERGY FUTURES:A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.

64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Berhelm Booss og Jens Høyrup.

65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.

66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.

67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?"
Projektrapport af: Lone Biilmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.

68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i 1.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.

70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.

71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.

72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.

73/83 ""EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.

74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.

75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.

76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.

77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.

78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUT I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.

80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.

81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialerapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.

82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.

83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået

84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.

85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialerapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.

86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.

87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.

88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.

89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.

90/84 "ENERGI I 1.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.

91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.

92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.

93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.

94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.

95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen

96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lilletorup.
Vejleder: Bent Sørensen.

97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.

98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSALDEREN".
Af: Bent Sørensen.

99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.

100/85 "TALSYSTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.

101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.

102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØERS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
Projektrapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.

104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
Af: Jens Jæger.

105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT AF THE GLASS REANSITION".
Af: Tage Christensen.

"A SIMPLE MODEL AF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.

106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
Af: Bent Sørensen.

107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI",
- flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, CarstenHolst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Jesper Larsen.

108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATEMATICS CUR - RICULUM" - state and trends -
Af: Mogens Niss.

109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
Projektrapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Katler og Torben J. Andreasen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
Af: Bent Sørensen

111/85 JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
Projektrapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
Vejleder: Mogens Niss.

112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
Projektrapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.
Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.

113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.

114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONTIGENSTABELLER".
Projektrapport af: Lone Biilmann, Ole R. Jensen og Anne-Lise von Moos.
Vejleder: Jørgen Larsen.

115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
Af: Mogens Niss.

116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
Af: Jeppe C. Dyre.

117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING"
Af: Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen

118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
Af: Peder Voetmann Christiansen

119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".
Af: Iben Maj Christiansen
Vejleder: Mogens Niss.

120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
Af: Jørgen Larsen

121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
Af: Peder Voetmann Christiansen.

122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.

123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
Fysiklærerforeningen, IMFUFA, RUC.

124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.

125/86 "UVBY,β - systemet - en effektiv fotometrisk spektralklassifikation af B-,A- og F-stjerner".
Projektrapport af: Birger Lundgren.

126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
Projektrapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.

127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
Projektrapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
Vejleder: Mogens Niss.

128/86 "SMÅKRYB" - om ikke-standard analyse.
Projektrapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
Vejleder: Jeppe Dyre.

129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
Lecture Notes 1983 (1986)
Af: Bent Sørensen

130/86 "Studies in Wind Power"
Af: Bent Sørensen

131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historieprojekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.
Projektrapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.
Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.

132/86 "FYSIK OG DANNELSE"
Projektrapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.
Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.

133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA.
ENERGY SERIES NO. 15.
AF: Bent Sørensen.

134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM"
Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen, Petr Visčor

135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER"
MASTEMATIKSPECIALE: Claus Larsen
Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen

136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi"
Projektrapport af Frank Colding Ludvigsen
Vejledere: Historie: Ib Thiersen
Fysik: Jens Højgaard Jensen

137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling
Af: Jeppe Dyre
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."

Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.

By: Peder Voetmann Christiansen

139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"

Af: Bernhelm Booss-Bavnbek
Martin Bohle-Carbonell

140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"

By: Jens Gravesen

141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"

Projektrapport af Finn C. Physant

Vejleder: Ib Thiersen

142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"

by: Bernhelm Booss-Bavnbek og
Krzysztof P. Wojciechowski

143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"

af: Mogens Brun Heefelt

144/87 "Context and Non-Locality - A Peircan Approach

Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.

By: Peder Voetmann Christiansen

145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"

Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987

By: Mogens Niss

146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"

- en ny frekvensbaseret målemetode.

Fysikspeciale af Jan Vedde

Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Viščor

147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"

redigeret af: Mogens Brun Heefelt

148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"

af: Peter Colding-Jørgensen DLH
Albert Chr. Paulsen

149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"

by: Petr Viščor

150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"

by: Petr Viščor

151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"

Matematikprojekt af:
Birgit Andresen, Keld Nielsen og Jimmy Staal

Vejleder: Mogens Niss

152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"

by: Bernhelm Booss-Bavnbek
Krzysztof P. Wojciechowski

153/88 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KRÆFTER"

Et eksempel på humanistisk teknologihistorie
Historiespeciale

Af: Hans Hedal

Vejleder: Ib Thiersen

154/88 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"

By: Jeppe Dyre

155/88 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"

by: Michael Pedersen

156/88 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"

by: Jeppe C. Dyre

157/88 " STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."

by: Michael Pedersen

158/88 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"

by: Jeppe Dyre

159/88 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"

by: Bent Sørensen

160/88 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"

by: Jens Gravesen

161/88 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS:

Dirichlet feedback control problems"

by: Michael Pedersen

162/88 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"

AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen,
Jette Reich , Mette Vedelsby

163/88 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"

Af: Finn Langberg, Michael Jarden, Lars Frellesen

Vejleder: Jesper Larsen

164/88 "Vurdering af matematisk teknologi
Technology Assessment
Technikfolgenabschätzung"

Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med
Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen

165/88 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"

by: Jens Gravesen

166/88 "Grundbegreber i Sandsynligheds-regningen"

Af: Jørgen Larsen

167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"

Af: Jørgen Larsen

167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte modeller"

Af: Jørgen Larsen

168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"
Laboratorie-simulering og MARS-analoger undersøgt ved Mössbauerspektroskopi.

Fysikspeciale af:

Birger Lundgren

Vejleder: Jens Martin Knudsen
Fys.Lab./HCØ

169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL TIL EN METAFYSIK."

Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist". 1891-93.

Introduktion og oversættelse:

Peder Voetmann Christiansen

170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"

Samtlige opgaver stillet i tiden 1974 - juni 1988

171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"

af: Johnny Tom Ottesen

172/88 "FYSIK OG VIRKELIGHED"

Kvantemekanikkens grundlagsproblem i gymnasiet.

Fysikprojekt af:

Erik Lund og Kurt Jensen

Vejledere: Albert Chr. Paulsen og Peder Voetmann Christiansen

---

173/89 "NUMERISKE ALGORITMER"

af: Mogens Brun Heefelt

174/89 " GRAFISK FREMSTILLING AF FRAKTALER OG KAOS"

af: Peder Voetmann Christiansen

175/89 " AN ELEMENTARY ANALYSIS OF THE TIME DEPENDENT SPECTRUM OF THE NON-STATONARY SOLUTION TO THE OPERATOR RICCATI EQUATION

af: Michael Pedersen

176/89 " A MAXIUM ENTROPY ANSATZ FOR NONLINEAR RESPONSE THEORY"

af : Jeppe Dyre

177/89 "HVAD SKAL ADAM STÅ MODEL TIL"

af: Morten Andersen, Ulla Engström, Thomas Gravesen, Nanna Lund, Pia Madsen, Dina Rawat, Peter Torstensen

Vejleder: Mogens Brun Heefelt

178/89 "BIOSYNTESEN AF PENICILLIN - en matematisk model"

af: Ulla Eghave Rasmussen, Hans Oxvang Mortensen, Michael Jarden

vejleder i matematik: Jesper Larsen
biologi: Erling Lauridsen

179a/89 "LÆRERVEJLEDNING M.M. til et eksperimentelt forløb om kaos"

af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal

Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer

179b/89 "ELEVHÆFTE: Noter til et eksperimentelt kursus om kaos"

af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal

Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer

180/89 "KAOS I FYSISKE SYSTEMER eksemplificeret ved torsions- og dobbeltpendul".

af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal

181/89 "A ZERO-PARAMETER CONSTITUTIVE RELATION FOR PURE SHEAR VISCOELASTICITY"

by: Jeppe Dyre

183/89 "MATEMATICAL PROBLEM SOLVING, MODELLING. APPLICATIONS AND LINKS TO OTHER SUBJECTS - State. trends and issues in mathematics instruction

by: WERNER BLUM, Kassel (FRG) og
MOGENS NISS, Roskilde (Denmark)

184/89 "En metode til bestemmelse af den frekvensafhængige varmefylde af en underafkølet væske ved glasovergangen"

af: Tage Emil Christensen

185/90 "EN NÆSTEN PERIODISK HISTORIE"

Et matematisk projekt

af: Steen Grode og Thomas Jessen

Vejleder: Jacob Jacobsen

186/90 "RITUAL OG RATIONALITET i videnskabers udvikling"

redigeret af Arne Jakobsen og Stig Andur Pedersen

187/90 "RSA - et kryptisk system"

af: Annemette Sofie Olufsen, Lars Frellesen og Ole Møller Nielsen

Vejledere: Michael Pedersen og Finn Munk

188/90 "FERMICONDENSATION - AN ALMOST IDEAL GLASS TRANSITION"

by: Jeppe Dyre

189/90 "DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER

af: Finn Langberg

190/90 "FIVE REQUIREMENTS FOR AN APPROXIMATE NONLINEAR RESPONSE THEORY"

by: Jeppe Dyre

191/90 "MOORE COHOMOLOGY, PRINCIPAL BUNDLES AND ACTIONS OF GROUPS ON C*-ALGEBRAS"

by: Iain Raeburn and Dana P. Williams

192/90 "Age-dependent host mortality in the dynamics of endemic infectious diseases and SIR-models of the epidemiology and natural selection of co-circulating influenza virus with partial cross-immunity"

by: Viggo Andreasen

193/90 "Causal and Diagnostic Reasoning"

by: Stig Andur Pedersen