

TEKST NR 189

1990

**DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ
GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER**

**FINN LANGBERG
IMFUFA
ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
FORÅRET 1990**

TEKSTER fra

IMFUFA **ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER**
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, 4000 Roskilde
DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ GYMNASIET OG HØJERE
LÆREANSTALTER.

Af: Finn Langberg

IMFUFA tekst nr. 189/90

60 sider

ISSN 0106-6242

ABSTRACT

Datamaten har betydning for matematikundervisningen på alle undervisningstrin, lige fra folkeskole-niveau til universitets-niveau. Anvendelsen af datamater i matematikundervisningen har været et vigtigt diskussionsemne igennem mere end 10 år ved mange af de store internationale konferencer for matematik-lærere og forskere. Alligevel er vi idag stadig langt fra at have udviklet bekendtgørelser for matematik, hvor anvendelsen af datamater og avancerede lommeregner er fast integreret.

I teksten ser jeg nærmere på udviklingen omkring datamatanvendelser i matematikundervisningen på gymnasiet og de højere læreanstalter, både herhjemme og internationalt.

**DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ
GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER**

**FINN LANGBERG
IMFUFA
ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
FORÅRET 1990**

FORORD

Nærværende rapport er skrevet i forbindelse med afslutningen på et projekt, som behandler emnet 'Datamater i matematikundervisningen på gymnasiet og højere læreanstalter'. Projektet der er finansieret af Humanistisk Forskningsråd og Naturvidenskabelig Forskningsråd i forholdet 1:1, var planlagt til at skulle vare 2 1/2 år, men er blevet afsluttet efter 1 år. At projektet blev afsluttet 1 1/2 år før tiden skyldes ikke, at emnet på nogen måde er udtømt, uinteressant eller uvigtigt, men udelukkende, at jeg af personlige grunde har valgt at skifte job.

Rapporten bærer præg af, at projektet er afsluttet før tiden. Det er f.eks. ikke tilstræbt at skrive den som en videnskabelig afhandling, men mere som en slags udredning, hvor der bl.a. bliver set på nogle af de erfaringer, der er gjort internationalt og herhjemme mht. anvendelser af datamater i matematikundervisningen. I forbindelse med udredningen giver jeg også udtryk for nogle af mine egne synspunkter på området.

Rapporten kan på nogle punkter godt virke en anelse rodet. Den burde egentlig have været gennemarbejdet yderligere, men det har der på grund af omstændighederne, desværre ikke været tid til. Jeg håber, at læseren kan bære over med det, og alligevel få et rimeligt udbytte af rapporten.

Jeg har lagt stor vægt på at angive referencer til den litteratur rapporten bygger på. Dette skulle betyde, at interesserede læsere får lettere ved at opfølge de forskellige behandlede sider af datamatanvendelser i matematikundervisningen. Det skal dog samtidig understreges, at litteraturlisten langt fra er fyldestående, hvis målet er at danne sig et samlet overblik over, hvad der er skrevet i denne forbindelse.

Finn Langberg
IMFUFA
Roskilde Universitetscenter
Foråret 1990

INDHOLDSFORTEGNELSE

FORORD	1
INDHOLDSFORTEGNELSE	2
KAPITEL 1. INDLEDNING	5
KAPITEL 2. DATAMATEN BETYDER MULIGHEDER I MATEMATIK- UNDERVISNINGEN	7
2.1 Indledning	7
2.2 Numeriske beregninger	7
2.2.1 Numerisk tilgang til algebra og analyse	8
2.2.2 Fordele ved håndtering af kompleks information	8
2.2.3 Problemer	9
2.2.4 Diskrete numeriske metoder	10
2.3 Symbolske beregninger	10
2.3.1 Forventninger	11
2.3.2 Problemer	11
2.3.3 Erfaringer	13
2.4 Grafik	13
2.4.1 Grafiske billeder af matematiske funktioner	14
2.4.2 Tegneværktøjer til geometri	14
2.4.3 Forventninger	15
2.4.4 Problemer	15
2.5 Multipel repræsentation i matematik undervisning	16
2.6 Behandling af mere realistiske problemer, herunder simulering og modellering	17
2.6.1 Blackboxe	18
2.7 Kunstig intelligens og ekspertsystemer	20
2.8 Interaktiv video	22
2.9 Lommeregnerens muligheder	22

2.10 Algoritmer og programmering	23
2.10.1 Dybere forståelse og logisk tænkning	23
2.10.2 Fra passiv til aktiv tænkning	24
2.10.3 Problemløsning	24
2.10.4 Eksperimenter på datamat og programmering	25
2.10.5 Programmering i Logo	25
2.10.6 Programmering kan også hjælpe de svage studerende ...	26
2.10.7 Andre erfaringer med programmering	26
2.10.8 Selve implementeringen er ikke det afgørende	27
2.10.9 Farer ved programmering	27
2.10.10 For tidligt at lukke bogen	28
2.10.11 Yderligere litteratur	28
KAPITEL 3. UNDERSØGELSER, EKSPERIMENTER OG KREATIVITET	29
3.1 Hvorfor er selvstændig undersøgelse og opdagelse vigtig ?	29
3.2 Hvordan kan datamaten hjælpe ved undersøgelse og opdagelse ?	30
3.3 Nogle forudsætninger for succes	31
KAPITEL 4. PROBLEMLØSNING	32
KAP 5. ÆNDRINGER I BEKENDTGØRELSEN	34
5.1 Kedelige manipulationer skal nedprioriteres	34
5.2 Ændring af emnevalg	35
5.3 Ændring af rækkefølgen af emner	36
KAPITEL 6. LÆRERROLLE OG LÆRERUDDANNELSE	38
6.1 Læreren har ikke den samme kontrol	38
6.2 Feedback	39
6.3 Læreruddannelse	39

KAPITEL 7. DATAMATENS PÅVIRKNING AF INDLÆRINGSMILJØET	41
7.1 Præcisering af nogle begreber	41
7.2 Typer af undervisningsprogrammer	41
7.3 Arbejdet på Trondheim Universitet	42
7.4 Kommentarer til undersøgelsen på Trondheim Universitet .	44
7.5 Individuel undervisning	45
KAPITEL 8. FAKTISKE FORHOLD	46
8.1 Hvad sker der i de enkelte lande ?	46
8.2 Udviklingen på gymnasieområdet i Danmark	47
8.3 Udviklingen på de højere læreanstalter	47
8.4 Hvad med software til matematikundervisningen ?	48
8.5 Mangel på lærebøger	49
8.6 Behov for videnskabelige undersøgelser	49
8.7 Behov for informationskanaler	50
8.8 Hvad burde der gøres i Danmark ?	50
KAPITEL 9 AFRUNDING	53
LITTERATURLISTE	54

KAPITEL 1. INDLEDNING

Anvendelsen af datamater i matematikundervisningen har været et vigtigt diskussionsemne igennem mere end 10 år ved mange af de store internationale konferencer f.eks. ved ICMI-studierne og ICTMA- og ICME-kongresserne. Diskussionen har bl.a. gået på, hvad ny teknologi skal betyde for udviklingen i matematikbekendtgørelserne. Alligevel er vi idag stadig langt fra at have udviklet bekendtgørelser, hvor anvendelsen af datamaten og avancerede lommeregnerne er fast integreret. Mens flere og flere studenter arbejder med mikrodatamater derhjemme, er datamatens plads i klasseværelset og specielt i bekendtgørelser for matematik stadig uklar. Der er flere forklaringer på denne situation. For det første er det meget sparsomt med videnskabelige undersøgelser, hvor målet er at belyse virkningen af datamatanvendelser i matematikundervisningen, og der kan stilles spørgsmålstegn ved værdien af positive resultater fra de få små pilotprojekter, der er udført med exceptionelt gode lærere og faciliteter, når de skal overføres til virkelighedens klasseværelse. En anden faktor der spiller ind er, at den teknologiske udvikling går langt hurtigere end den tid det tager at ændre bekendtgørelser for matematik. Når en bekendtgørelse er ændret, afspejler den måske de tekniske muligheder flere år tilbage i tiden.

På trods af de ovenstående problemer, har den teknologiske udvikling med bl.a. avancerede mikrodatamater som 'output', betydning for matematikundervisningen på alle undervisningstrin. Man kan på et overordnet plan se det i form af to forskellige påvirkninger.

Den første form for påvirkning kommer til udtryk ved, at der i kraft af den teknologiske udvikling stilles nye krav til befolkningens uddannelse, og således også til deres matematiske færdigheder. Her tænkes både på den matematik, som den enkelte borger skal kunne i forbindelse med sit erhverv, men også på matematikken den enkelte borger skal kunne for at fungere fornuftigt i et demokratisk samfund.

Den anden form for påvirkning kommer til udtryk ved lærernes nye muligheder i matematikundervisningen. Det kan f.eks. være muligheder i form af anvendelse af avancerede numeriske programpakker, symbolmanipulatorer, grafikfaciliteter, simulering- og modeleringsværktøjer osv.

Den første form for påvirkning nærmest dikterer en ændring udefra af matematikundervisningen (hvis undervisningen ellers forudsættes bl.a. at afspejle de samfundsmæssige behov), og det er uanset om lærerne kan lide det eller ej. Den anden form for påvirkning afhænger i højere grad af lærernes syn på datamatens muligheder i forbindelse med matematikundervisningen. Her skal kræfterne til ændringer mere komme 'indefra', og det er derfor meget vigtigt, at lærerne deltager aktivt i udviklingsprojekter, når de nye muligheder i undervisningen skal belyses.

I nærværende rapport vil jeg bl.a. se på nogle af de muligheder datamaten giver matematiklærerne i deres undervisning. Det er klart, at der vil kunne skrives noget forskelligt afhængigt af uddannelsesniveau og retning. Imidlertid vil jeg ikke skelne eksplicit mellem niveau og retning, men i højere grad behandle og kommentere de overordnede tendenser.

Rapportens indhold

I kapitel 2 skal vi se på en række af de værktøjer, som matematiklæreren i kraft af datamaten har til sin rådighed i undervisningen. Disse værktøjer giver matematiklæreren mange nye muligheder i undervisningen, og noget af det mest spændende er efter min mening muligheden for at lade de studerende arbejde mere undersøgende og eksperimenterende. Denne mulighed skal vi se nærmere på i kapitel 3. I kapitel 4 skal vi se, at også i forbindelse med problemløsning, kan datamaten være til stor hjælp. Det er selvfølgelig rart, hvis datamaten kan forbedre de studerendes udbytte af matematikundervisningen, men som anført tidligere, vil en eller anden form for anvendelsen af datamaten under alle omstændigheder være nødvendig for at forberede de studerende bedst muligt både mht. til erhverv, men også for at de skal få bedre forudsætninger for at kunne fungere fornuftigt som borger i et demokratisk samfund. Imidlertid er en forudsætning for permanente anvendelser af den ene eller anden slags, at der foretages ændringer i bekendtgørelserne for matematik. I kapitel 5 vil jeg komme lidt nærmere ind på, hvilke ændringer der er, eller kan blive tale om. Anvendelser af datamaten i matematikundervisningen, vil højst sandsynligt ikke kun betyde ændringer i bekendtgørelser, også lærerrollen vil blive ændret. Det skal vi se nærmere på i kapitel 6. Når vi taler om undervisning, er det naturligt også at tale om indlæringsmiljø. Hvordan påvirkes indlæringsmiljøet af datamatanvendelser? Det spørgsmål vil blive belyst nærmere i kapitel 7. Meget af det der bliver sagt og skrevet i debatten omkring datamatanvendelser bygger på ideer og enkeltpersoners erfaringer, men hvad sker der egentlig på området i bredere kredse af matematiklærere? I kapitel 8 skal vi se nærmere på udviklingen både i udlandet og specielt herhjemme. I kapitel 9 afrundes rapporten.

KAPITEL 2. DATAMATEN BETYDER MULIGHEDER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN

I dette kapitel vil nogle af de muligheder anvendelsen af datamaten giver matematiklærerne i deres undervisning blive behandlet. I forbindelse med de forskellige anvendelser kan sådan noget som f.eks. ændret lærerrolle eller 'vægtforskydningen' i undervisningen blive berørt, men det er også noget, der vil blive behandlet mere generelt senere i rapporten. Der kan i denne forbindelse godt forekomme gentagelser, som jeg håber læseren vil bære over med.

2.1 Indledning

Et af de vigtigste spørgsmål i forbindelse med matematikuddannelse idag er revisionen af undervisningsmetoder og bekendtgørelser, med henblik på at udnytte den elektroniske informationsteknologi. Der bliver stillet spørgsmålstejn ved, hvad der skal undervises i, hvordan der skal undervises, og hvad de studerende kan lære [31].

Der er et meget stort antal matematiklærere verden over, der under en eller anden form har anvendt datamaten i deres undervisning, og en del af dem, beskriver deres anvendelser i forskellige bøger, rapporter og tidsskrifter. Jeg vil dog ikke på denne baggrund forsøge at give et fyldestgørende billede af den samlede udvikling, da det næsten er umuligt pga. det meget omfattende materiale. Desuden er der hele tiden nye projekter igang, og de hardware- og software-mæssige omgivelser ændrer hele tiden på muligheder i sådanne projekter.

Istedet vil jeg tage udgangspunkt i nogle af de områder som jeg selv finder mest interessante, og i nogle af de områder, der fremhæves som interessante forskellige steder i litteraturen, når datamatens muligheder i matematikundervisningen diskuteres. Det drejer sig om følgende områder:

1. Numeriske beregninger
2. Symbolske beregninger
3. Grafik
5. Multipel repræsentation af information
6. Simulering og modellering
7. Kunstig intelligens
8. Interaktiv video
9. Lommeregnerens muligheder
10. Algoritmer og programmering

2.2 Numeriske beregninger

Noget af det datamaten er blevet anvendt mest til inden for matematik er numeriske beregninger, og det er også her noget af den oprindelige motivation har ligget, under udviklingen af den digitale datamaskine. Datamaten har i mange år været et redskab i

forbindelse med undervisningen i numeriske metoder, i starten meget i form af programmering, men i de senere år også via anvendelse af brugervenlige færdige programmer. F.eks. er anvendelsen af sådanne programmer beskrevet i [52]. Her beskrives 4 programmer til numerisk analyse på University of Kent at Canterbury. En af pakkerne kaldet 'NONLIN' minder om det danske 'GRAF-MAT-program' kaldet 'NULPUNKT' [33], hvor man kan få grafiske illustrationer af simple numeriske metoder til nulpunktsøgning, som f.eks. Bisektion, Regula Falsi, Secant og Newton Raphson. De 4 ovennævnte programmer er blevet brugt flittigt i undervisningen, og de studerende har taget utroligt godt imod dem.

Ovenstående form for anvendelse i numerisk analyse kan selvfølgelig være udmærket, og de er også vigtige da fornuftige anvendelser både kan repræsentere et effektivt hjælpemiddel i undervisningen til at bibringe de studerende en dybere og bredere forståelse af matematiske teorier, samt advare dem mod en generaliset og ukritisk brug af datamaten [8]. Men udviklingen med de mere og mere avancerede datamater (herunder henregnes også superlommeregnerne som f.eks. HP 28S) til færre og færre penge, har gjort det vigtigt, at undervisningen i alle emner (også dem der f.eks. normalt henregnes til f.eks. matematisk analyse), hvori der indgår eller kan indgå numeriske beregninger, tages op til revision. Numeriske programmer er bl.a. blevet citeret for at lede til anvendelig analytisk indsigt, bl.a. i forbindelse med differentiabilitet og kontinuitet [3].

2.2.1 Numerisk tilgang til algebra og analyse

Det er selvfølgelig oplagt at anvende datamater til aritmetiske beregninger indenfor en lang række områder af matematikken. Det sparer bl.a. tid, og det nedsætter risikoen for at lave regnefejl. Hvad der er mindre påskønnet er muligheden for at lette forståelsen af abstrakte begreber indenfor avancerede matematiske områder. I [31] beskrives f.eks. kort et projekt, hvor man har anvendt regneark til at lette overgangen fra aritmetik til algebra. Konklusionen på bl.a. dette projekt var, at denne beregningsmæssige overgang til abstrakt algebra er slående mere effektiv end den traditionelle tilgang. Der er lignende resultater i forbindelse med integral og differentialregning.

2.2.2 Fordele ved håndtering af kompleks information

Det er klart, at der kan opnås fordele ved anvendelsen af datamaten i forbindelse med operationer på mange variable eller store datasæt.

I lineær algebra vil det f.eks. lette en del på regnearbejdet, hvor der indgår store matricer, hvis man f.eks. har en programpakke som MATLAB til sin rådighed. MATLAB er en programpakke specielt beregnet til lineær algebra (der findes en kort beskrivelse af MATLAB i [67]). Programpakken er bl.a. blevet anvendt herhjemme på DTH som et supplement til lineær algebra, og det har for de fleste studerendes vedkommende bl.a. ført til en lidt

større fortrolighed med emnet [Personlig samtale med Hans Bruun Nielsen, lektor på numerisk institut på DTH].

Et andet eksempel er anvendelse af regneark i forbindelse med Gauss elimination. Standard række- og søjleoperationer i regneark svarer naturligt til de operationer, der anvendes i forbindelse med matrixmanipulationer.

2.2.3 Problemer

Anvendelse af forskellige passende numeriske programpakker åbner bl.a. mulighed for i højere grad at lade de studerende koncentrere sig om planlægning og fortolkning, end om at kunne udføre regnemæssige algoritmer med stor sikkerhed og høj hastighed. Det hævdes, at de studerende herved opnår en bedre forståelse af de involverede matematiske begreber. Imidlertid videregives erfaringerne med anvendelse af de numeriske programpakker som regel i form af anekdoter, og det er stadig et åbent spørgsmål, hvordan der skal vægtes mellem de traditionelle regneoperationer i hånden og anvendelser af programpakker, der kan klare regnearbejdet uden den studerende overhovedet behøver vide, hvad der foregår. Jeg skal ikke forsøge at besvare spørgsmålet her, men måske kan der drages nogle paralleller til den diskussion, der efterhånden har eksisteret i mange år omkring anvendelsen af lommeregner i forbindelse med aritmetik. Dette spørgsmål vil jeg derfor se lidt nærmere på i det følgende.

Der har i de sidste 20 år været diskussioner omkring anvendelse af lommeregner i skolen. På den ene side er der dem, som mener, at lommeregneren bør overtage mange kedelige (trivielle) regneoperationer i standard aritmetik. Den tid der spares bør anvendes på flere anvendelser, og måske til udvikling af begrebsmæssig forståelse af tal og operationer på dem. Man kan også i højere grad fokusere på færdigheder indenfor approximationsberegning, estimering, beregning af størrelsesordener og flydendetails aritmetik. Dette er f.eks. nødvendigt for at kunne checke den approximerede korrekthed af resultater opnået vha. lommeregneren, men også for uden brug af lommeregner at have føling med intervallet hvor et konkret resultat bør ligge [25].

På den anden side er der dem, som er bange for, at eleverne bliver farligt afhængig af lommeregneren, samt at udeladelse af opgaveregningen i hånden vil bevirke, at de senere hen vil få problemer i forbindelse med mere avancerede matematiske emner. Dette er dog aldrig blevet godtgjort. Tværtimod er der undersøgelser, som viser forbedring mht. personlig beregningsfærdighed, begrebsmæssig forståelse, evne til problemløsning og deres holdning til matematik er blevet bedre via brug af lommeregner. Samtidig har det tilsyneladende ikke den frygtede negative effekt på de traditionelle færdigheder [31]. Det skal dog bemærkes, at i de fleste undersøgelser er anvendelsen af lommeregneren kombineret med den traditionelle opgaveregning i hånden.

Desuden er der rapporteret om flere tilfælde, hvor folk med

minimal matematisk baggrund, har brugt en håndbog til en lommeregner og herigennem opnået ganske imponerende resultater med lommeregneren, samt af og til vist begrebsmæssig forståelse, såvel som beregningsmæssige færdigheder [25].

Nu kan man selvfølgelig ikke umiddelbart drage paralleller mellem diskussionen omkring lommeregner-artimetik og diskussionen algebra/analyse-datamat, men jeg synes alligevel resultaterne fra den førstnævnte diskussion, kan give anledning til en vis optimisme i den sidstnævnte diskussion. Også selv om det i forbindelse med lommeregnere stadig er et åbent spørgsmål, hvad der sker, hvis man stort set udelader håndregningen, og således i langt højere grad tvinger eleverne i skolen til at stole på lommeregnerens resultater.

Under alle omstændigheder er det meget vigtigt at få foranstaltet en række videnskabelige undersøgelser, så man får et ordentligt diskussionsgrundlag, og det vil også kunne gøre diskussionen mere konstruktiv.

2.2.4 Diskrete numeriske metoder

På trods af ovenstående diskussioner er det efterhånden mange steder almindeligt at anvende numeriske metoder som et led i en analytisk fremstilling af forskellige områder indenfor matematik, f.eks. indenfor differential- og integralregning. Herudover er der også en voksende interesse for at reformulere problemer, som traditionelt behandles analytisk, så de istedet kan behandles vha. diskret matematik [31]. Man håber herved at kunne undgå nogle af de vanskelige begreber indenfor analytisk matematik (det kunne f.eks. være grænsebegrebet i forbindelse med differential- og integralregning). En diskret behandling af forskellige matematiske områder kan desuden bringe de studerende naturligt til de metoder, der ofte anvendes i forbindelse med praktisk arbejde.

Det er dog også et åbent spørgsmål om en sådan forskydning er ønskelig og fornuftig. F.eks. skriver Michael Atiyah i [5], at kontinuert matematik er langt mere elegant og stærkere end diskret matematik, da man her behersker uendelighed. Mange vigtige resultater indenfor diskret matematik bevises desuden bedst vha. kontinuert matematik.

2.3 Symbolske beregninger

Mens de fleste matematiklærere på et eller andet tidspunkt har anvendt datamaten til numeriske beregninger og grafiske fremstillinger (som vi skal se på senere), er det kun få der har benyttet sig af mulighederne for at få udført symbolske manipulationer. Der findes idag en række programpakker, der kan udføre symbolske manipulationer, og mange af dem kan køre på såvel mikrodatamater som PC'ere. Kendte eksempel på symbolmanipulationsprogrammer er f.eks. 'MUMATH' og 'DERIVE', som begge er beskrevet i [36] (i denne sammenhæng kan det oplyses, at der i

tidsskriftet "Notices of the American Mathematical Society" jævnligt beskrives forskellige matematikprogrammer, som kan køre på PC'ere). Blandt de symbolske operationer, som disse programmer ofte kan udføre, kan nævnes algebraiske transformationer og løsning af ligninger der involverer polynomier, rationelle funktioner og algebraiske udtryk; matrixoperationer; symbolsk beregning af differentialkvotienter og integraler; løsning af differentiaalligninger; beregning af potensrækker for en given funktion; og summering af rækker. Mange af programmerne kan udføre de symbolske manipulationer relativt hurtigt, og output er ofte i sædvanlig matematisk notation (specielt i programmerne af nyere dato).

2.3.1 Forventninger

Der er kun få erfaringer med symbolmanipulationer på datamat i matematikundervisningen, men fortalere for denne form for anvendelse af datamaten mener, at der er mindst 4 forskellige måder, hvorpå disse anvendelser kan få afgørende indflydelse på matematikundervisningen.

- For det første betyder den automatiske formelmanipulation, at man på alle undervisningsniveauer kan behandle udtryk af større kompleksitet end ved traditionelle manipulationer i hånden.
- For det andet betyder datamaten som redskab i forbindelse med symbolske manipulationer, at vægten kan lægges på begrebsmæssig forståelse og planlægning, der f.eks. er essentiel i forbindelse med problemløsning, istedet for på den ofte kedelige regnetekniske del af symbolmanipulationer.
- For det tredje kan anvendelsen af programmer til symbolmanipulation måske være med til at sætte en mere eksperimenterende og udforskende adfærd igang hos de studerende i forbindelse med algebraiske ræsonnementer. De vil hurtigere kunne undersøge mønstre i algebraiske ræsonnementer, der som det næste kan lede til opdagelse af vigtige generelle principper.
- Endelig kan anvendelse af datamaten gøre undervisningen mere relevant for de studerende, set i forhold til den verden de lever i, f.eks. ved at kunne behandle flere realistiske anvendelser og foretage større modelleringer.

2.3.2 Problemer

Der kan blive et voksende pres, specielt i 'servicekurserne' for at få reduceret matematikbehovene, da symbolmanipulatorer kan erstatte rutineprocesserne. Det sker f.eks. i forbindelse med ingeniøruddannelserne, hvorfra der signaleres, at de studerende under alle omstændigheder vil anvende sådanne systemer efter endt uddannelse [12], og det er derfor nødvendigt, at de studerende lærer at benytte sådanne værktøjer korrekt. Det anføres samtidig, at det er nødvendigt med nye argumenter for nogle teknikker - der skal uddannelsesmæssige argumenter på bordet fremfor anvendelsesargumenter. Det gælder f.eks. i forbindelse med differentiation og integration [12].

Ovennævnte pres fra forskellige sider gør det ekstra vigtigt, at problemer og farer ved anvendelse af symbolmanipulatorer kommer frem i lyset, og bliver diskuteret. F.eks. er der en vis frygt for, at de studerende i forbindelse med løsning af problemer vil handle uden omtanke, og at der sker en afledning fra matematiske spørgsmål [3]. En anden frygt tager udgangspunkt i, at det generelt er sværere at finde fejl i algebraiske algoritmer end i numeriske, og studerende er desværre tilbøjelige til at stole fuldt ud på datamaternes resultater. Et af argumenterne fra ingeniøruddannelserne for at anvende symbolmanipulatorer, var dog netop at få de studerende til at anvende sådanne systemer korrekt, og det vil bl.a. sige at forholde sig kritisk til resultaterne fra sådanne systemer.

Jeg kan i forbindelse med problemet med fejl i symbolmanipulatorer nævne, at jeg sommeren 1989 havde lejlighed til at afprøve en nyere avanceret programpakke kaldet 'Mathematica' udviklet af Stephen Wolfram Research [75], og det viste sig, at systemet bl.a. havde fejl i den symbolske integrationsrutine.

En advarsel, som også bør tages i betragtning er, at anvendelsen af symbolmanipulationssystemer ikke bør resultere i en reduktion i niveauet i matematiske forudsætninger. Et af formålene med anvendelser af datamater er at fremme et skift fra rene beregningsfærdigheder til mere komplekse fortolkningsfærdigheder, men det kræver en stærk teoretisk matematisk baggrund [71].

Vigtigheden af opbygning af metaviden hos de studerende understreges også i debatten, bl.a. ved ICME 6 i Budapest, 1988. Man må skelne mellem faglig/teknisk viden og metaviden. Den faglige/tekniske viden ligger i de nuværende SymbolManipulationSystemer (SMS) i form af algoritmer. Metaviden refererer til organiseringen af denne viden på en eller anden måde, så den optimale strategi i en konkret beregning opnås. SMS er som regel bedst til at håndtere den tekniske side af algebra og analyse, og i mindre grad den metaviden, som ofte er nødvendig for at strukturere den faglig/teknisk viden. Man forsøger dog også ofte at håndtere ihvertfald et eller andet minimum af metaviden i SMS. Det kan ses i selv i så gamle systemer som SAINT (1961) og SIN (1967). Disse programmer var bl.a. beregnet til symbolsk integration og analytisk løsning af differentiaalligninger. I programmerne lå der ikke bare faglig/tekniske algoritmer. Der var også indlejret nogle

løsningsstrategier i forbindelse med ovennævnte operationer (det kan iøvrigt i denne sammenhæng nævnes, at SIN oprindeligt udgjorde en basis for integrationsrutinen i det meget anvendte og avancerede SMS kaldet 'MACSYMA', som på nuværende tidspunkt kun kører på større datamater [46]).

Endelig er der god grund til at stille spørgsmålet - Hvad sker der, når datamaten er slukket? Vil de studerende kun kunne imitere, hvad de har set vha. datamaten, eller opnår de en dybere forståelse? Spørgsmålet blev diskuteret ved ICMI-konference i Strasbourg i 1985, og her var der enighed om, at værdien af en stor del af arbejdet ved datamater, afhænger stærkt af et opfølgende arbejde. Opfølgningen skal sikre, at datamaten ikke gør alt arbejdet, og giver alle svarene. Mange traditionelle aktiviteter skal stadig udføres [64].

2.3.3 Erfaringer

Der er foretaget enkelte undersøgelser mht. anvendelsen af programmer til symbolmanipulation i matematikundervisningen, f.eks. i forbindelse med undervisning i differentialregning og integralregning. Disse viser, at bruges der sådanne programmer, betyder det, at der kan lægges større vægt på begrebsudviklingen og problemløsning (som forventet), og denne balanceforskydning giver de studerende en større forståelse og færdighed mht. disse aspekter i forbindelse med det aktuelle område [31]. Et konkret eksempel på anvendelse af et SMS kaldet 'MAPLE', viste desuden en øgning af de studerendes motivation og entusiasme, og det lettede bekymringerne mht. at skulle huske formler og lave lange udregninger [3].

Der er således noget, der tyder på, at anvendelse af symbolmanipulatorer kan have en positiv effekt på de studerendes udbytte af undervisningen, men det er igen et åbent spørgsmål, hvor balancen mellem anvendelsen af sådanne værktøjer og traditionelle manipulationer i hånden skal ligge, for at opnå den optimale indlæring. Måske kan en for ensidig brug af symbolmanipulatorer på elementært niveau, give alvorlige problemer for de studerende, når der skal undervises i mere avancerede emner.

2.4 Grafik

En meget oplagt anvendelse af datamaten i matematikundervisningen, er grafiske fremstillinger i 2 og 3 dimensioner. De fleste af os kan godt lide at få visualiseret forskellige matematiske begreber, både fordi det i mange sammenhænge synes at lette forståelsen, men også fordi vi ofte bedre kan huske et billede end en formel. Grafiske illustrationer kan konkretisere abstrakt matematik. Det er f.eks. et godt værktøj til illustration af kontinuerte og diskontinuerte funktioner, areal under en kurve, retningsfelt og intet steds differentiable funktioner, såvel som på mange andre områder [64].

Et eksempel på et program henvendt til de danske gymnasier, hvor det bl.a. er muligt at få visuelle fremstillinger af begreber indenfor differentialregning og integralregning er programmet GRAFMAT [33]. Programmet der består af en række delprogrammer, er udviklet på IMFUFA ved Roskilde Universitetscenter af Jens Ole Back, Heine Larsen m.fl..

2.4.1 Grafiske billeder af matematiske funktioner

En af de mest populære anvendelser af datamaten er at tegne grafer for funktioner eller relationer, og her er mulighederne også virkelig gode. Typiske graftegningsprogrammer giver brugeren mulighed for at få tegnet en eller flere funktioner eller relationer i 2 eller 3 dimensioner. Brugeren taster sine funktioner eller relationer ind, vælger intervaller og evt. skalering, og får derefter lavet et plot. Nogle programmer giver mulighed for at arbejde med familier af funktioner, hvor man har en eller flere parametre i et funktionsudtryk. Brugeren angiver så selv en startværdi for parameteren, skridtlængde samt antal skridt, og programmet ændrer så automatisk parameterens værdi i henhold til de foreskrevne værdier, samtidig med at de tilhørende funktioner tegnes. Et eksempel på sådant et program er det danske 'MULTIGRAF' udviklet på IMFUFA på RUC af Jens Ole Back, Heine Larsen m.fl.. MULTIGRAF er et delprogram af en større program-pakke kaldet MULTIMAT [55].

Der kunne nævnes mange andre tekniske muligheder i forbindelse med disse graftegningsprogrammer, men det vil føre for vidt at gå mere i detaljer på dette sted. Istedet henvises læseren til f.eks. [55] og [74].

2.4.2 Tegneværktøjer til geometri

Noget der også er meget populært internationalt set er anvendelse af skildpaddegrafik i programmeringssproget Logo. Denne form for grafik bliver brugt mest til at forbedre de studerendes generelle ræsonnementsevne, men der er også en tendens til at fokusere mere på specifikke matematiske begreber [31].

Herhjemme eksisterer der forskellige 'for-danskede' udgaver af 'skildpadde-delen' i Logo. Et eksempel er flere forskellige udgaver af sproget 'Myresnak', der først og fremmest er tænkt som et værktøj til folkeskolens matematikundervisning, men der er også udgaver af sproget, som er rettet mod gymnasiet (f.eks. Myresnak (ICL) udviklet af Torben Holde [39]).

Skildpaddegrafikken er blevet anbefalet til mange forskellige undervisningsniveauer, men den er ligesom det danske Myresnak, hovedsageligt blevet anvendt på folkeskoleniveau og på begyndende gymnasieniveau til mikroverdener, hvor der bliver lagt vægt på at få de studerende til at arbejde eksperimenterende. For den interesserede læser kan der f.eks. indhentes yderligere information omkring mikroverdener i Seymour Papert's bog 'Mindstorms'

[61] eller i den oversatte udgave af bogen kaldet 'Den totale Skildpaddetur' [62].

Meget af det der gøres med tegneværktøjer i geometri, kunne teknisk set ligeså godt gøres i hånden af de studerende, hvis de er omhyggelige og tager sig god tid. Men det er netop tiden, der er en vigtig faktor. Når der ikke skal bruges en masse tid på selve tegningen, bliver der mere tid til planlægning, eksperimenteren og reflektion, og det giver mulighed for et forbedret udbytte af undervisningen.

2.4.3 Forventninger

De fleste grafiske anvendelser fokuserer på at forbedre forståelsen og den faglige kunnen indenfor traditionelle matematiske emner. Der er dog tendens til at foreslå vigtige ændringer mht. vægt og mål [31].

I traditionel matematikundervisning lægges der stor vægt på, at de studerende kan tegne koordinatsystemer og tegne grafer i disse. Graferne skal så danne udgangspunkt for nærmere funktionsanalyse. Nu er der imidlertid mulighed for at spare den ofte væsentlige tid, der bruges på at tegne grafer. Man kan flytte vægten fra konstruktion til planlægning, eksperimenter og fortolkning. I forlængelse af dette kan bemærkes, at der også er mulighed for at skabe en fuldstændig ny grafikorienteret præsentation af traditionelle matematiske emner. I Vesttyskland er der blevet lavet et kursus kaldet "Elementary Analysis", hvor begreber i forbindelse med grænser, differentiation og integration gives i en form, der visualiserer alle definitioner, og de fleste resultater kan opdages geometrisk [31].

Anvendelse af graftegningsprogrammer kan også ændre lærer/studererollen. Mange studerende oplever undervisningen som et formelt spil, hvor de skal gætte eller deducere sig frem til de rigtige svar på spørgsmål, som læreren har stillet, og som denne i forvejen kender svaret på. Hvis de studerende anvender datamater til at eksperimentere, f.eks. i forbindelse med analyse af forskellige typer funktioner, vil der hurtig kunne opstå situationer, hvor læreren ikke længere kender svaret på forhånd. Klasseværelset vil således kunne blive rammen omkring et samarbejde mellem lærer og studerende, hvor målet er at forklare det, der ses på datamatens skærm.

2.4.4 Problemer

Nu skal hele situationen omkring anvendelse af grafik på datamater ikke males for lyserød. Der er også grund til at advare om al for stor optimisme.

Grafiske illustrationer vha. datamater er som tidligere anført meget populære, og man kan læse om mange konkrete anvendelser i tidsskrifter som f.eks. 'Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.', men det er som regel i anekdotiform, som lærernes personlige oplevel-

ser og indtryk. Ofte fremhæves anvendelserne som værende meget anvendelige i en lang række sammenhænge [51], [3], men der eksisterer kun meget få (videnskabelige) undersøgelser, hvor målet er at belyse, hvordan og hvorfor grafiske illustrationer kan forbedre indlæringen [60].

Samtidig tilrådes der forsigtighed, da der godt kan opstå misforståelser [71]. F.eks. har det vist sig, at studerende faktisk har problemer med at udvikle fortolkningsevner mht. grafer. Mange studerende er f.eks. tilbøjelige til at sammenkæde grafen for en funktion, med den fysiske situation som funktionen modellerer. Beder man f.eks. en studerende om at tegne en graf, der illustrerer sammenhæng mellem tid og fart på en vogn i en rutschebane, vil svaret typisk være en graf, der ganske enkelt kopierer rutschebanen's profil [31]. I forlængelse af denne advarsel skal det dog nævnes, at man tilsyneladende kan afhjælpe problemet med det samme værktøj, som giver anledning til bekymringerne. I [13] kan man læse om en fysiker fra Tufts Universitet i USA, der i sin undervisning bemærkede, at mens de studerende godt kunne lære at plote grafer, der repræsenterede hastigheder og accelerationer, havde de praktisk talt ingen intuitiv fornemmelse af relationen mellem aktuel bevægelse og grafen, som beskriver denne bevægelse (altså det samme problem som tidligere anført). Hans løsning var imidlertid at bruge et program, der via passende ydre enheder kunne måle og give en grafisk afbildning af hastighed og acceleration i "real time" af objekter, som bevægede sig gennem rummet. Få timers arbejde med dette værktøj, gav både de studerende og instruktører en bemærkelsesværdi ny fornemmelse af sammenhængen mellem grafiske afbildninger og fysiske bevægelser. De studerende kunne efter kort tid betragte et objekt's bevægelse, og derefter tegne en overraskende præcis graf, der beskrev dets hastighed og acceleration.

En anden type problem man skal være opmærksom på er, at der en række fælder indbygget i grafiske fremstillinger, f.eks. kan uheldige skaleringer i forbindelse med graftegninger give det indtryk at to vidt forskellige funktioner har samme graf. En utilstrækkelig teoretisk viden hos de studerende kan således få meget uheldige konsekvenser, og det bringer os endnu engang frem til den observation, at det er meget vigtigt, at der er den rigtige balance mellem anvendelsen af datamater og formel matematikundervisning, der inkluderer graftegninger i hånden.

2.5 Multipel repræsentation i matematik undervisning

En af datamatens stærkeste sider i forbindelse med undervisning er den lethed, hvormed man kan skifte fra en repræsentation af information til en anden. Dette kan være meget anvendeligt, når en studerende forsøger at forstå et matematisk begreb eller forsøger at løse et matematisk problem. Forskellige repræsentationsformer kan f.eks. også hjælpe, hvis den studerende skal bevæge sig fra konkret tænkning omkring en ide eller fremgangsmåde, over til en stærkere abstrakt symbolsk form.

Nu er det selvfølgelig ikke nogen ny ide, at repræsentere matematiske objekter på flere forskellige måder. Det gør man også i traditionelle matematikbøger, hvor en funktion f.eks. ofte angives både ved en matematisk foreskrift, en tabel og en graf. Datamaten betyder imidlertid, at denne ide med multipelrepræsentationer får en række nye dimensioner. For det første er det meget let at lave dynamiske fremstillinger af matematiske objekter. Som jeg har nævnt tidligere kan man f.eks. ændre værdien for en parameter i et funktionsudtryk, og så vil denne ændring straks kunne afspejles i funktionens graf. Dette ville være langt mere besværligt, hvis man f.eks. kun havde kridt og tavle, eller papir og blyant til sin rådighed. Datamaten giver desuden den enkelte studerende mulighed for at arbejde fleksibelt med de former for repræsentationer, som den pågældende studerende foretrækker (også helt utraditionelle repræsentationsformer), og samtidig vil datamaten kunne give et korrigerende feedback til den studerende, hvor det nu er passende. Dette ville aldrig kunne lade sig gøre med f.eks. en bog.

Kombinerer man nogle af de tidligere behandlede værktøjer til numeriske og symbolske beregninger og grafiske illustrationer i passende rammer, vil man kunne fremstille et program, der giver mulighed for multipelrepræsentation. Der findes da også en lang række af sådanne programmer. Et spændende og avanceret eksempel på sådant et program er kaldet STELLA. Dette program er et værktøj til modelleringer af dynamiske systemer. Brugeren kan modellere et system med datamat-grafik-billeder af ledningsrør, ventiler og reservoirer. Når brugeren har afsluttet sin modellering og modeldata er indlæst, løser datamaten det underliggende differentiaalligningssystem, og afbilder systemets opførsel. Dette er også et eksempel på, at man med datamaten til rådighed, kan arbejde med mere realistiske problemstillinger på en effektiv måde, også selvom man måske ikke har den matematiske færdighed, der normalt ville være en forudsætning dette arbejde.

Ovenstående eksempel med STELLA, hvor datamaten udfører mange af de matematiske beregninger i forbindelse med en problemløsning, bringer os til et nyt spørgsmål. Hvorlænge kan man undervise 'intelligente' mennesker i færdigheder, som en 'dum' datamat kan udføre hurtigere og bedre med et passende program? Måske vil det i fremtiden være en ny form for viden de studerende skal opnå via matematikundervisningen. Der skal måske i højere grad fokuseres på matematiseringsprocessen, valg af passende værktøjer og fortolkning af de beregnede resultater. Imidlertid er der mange matematiklærere, der tror, at den begrebsmæssige forståelse, der stadig er vigtig, kun kan opnås ved forudgående omfattende regning i hånden, og at matematiske metoder må bygge på et sundt matematisk grundlag og logiske udledninger.

2.6 Behandling af mere realistiske problemer, herunder simulering og modellering

Uanset hvor den tidligere diskuterede balance mellem regneoperationer i hånden og anvendelse af datamaten bør ligge for at give

de studerende et optimalt udbytte af undervisningen (det optimale udbytte behøver ikke være defineret som det samme for f.eks. matematikstuderende og ingeniørstuderende), så er der ingen tvivl om, at datamatanvendelser betyder, at der kan behandles mere interessante og realistiske problemstillinger med store datamængder, i undervisningen. Statistik er et af de områder, hvor der traditionelt indtages en generel positiv holdning til anvendelsen af datamater [31]. Man er her meget opmærksom på datamatens muligheder, og benytter sig af dem. Der er mange forskellige programpakker, hvori der ligger en lang række forskellige standardoperationer indenfor statistik. På statistikkurset på RUC's Naturvidenskabelige Basisuddannelse i foråret 1990 anvendes et eksempel på sådan et program. Programmet hedder 'ISP', og der er udarbejdet en lille let overskuelig manual til programmet, hvor nogle af programmet's muligheder beskrives [47].

Der er også lovende erfaringer med anvendelsen af datamater i forbindelse med mere generel modellering og simulation. Det er f.eks. fremført, at anvendelse af datamater åbner muligheden for samarbejde mellem matematik og andre fag [17], og det giver de studerende dybere forståelse af modelbegreber i forbindelse med relationerne mellem den virkelige verden og matematik. Modeleringsværktøjer tillader mere fleksible ændringer og udvidelser af modeller, og numeriske og grafiske værktøjer kan vise konsekvensen af modeller fra forskellige synsvinkler.

Samtidig er der risici forbundet med ovennævnte anvendelser af datamaten. Hvis man i for høj grad fjerner rutineberegninger fra matematikundervisningen til fordel for mere realistiske anvendelser, simuleringer og modelleringer, vil den blive mere krævende for alle studerende, og måske for krævende for nogle. Dette skyldes bl.a., at sammenkædningen af matematik til andre områder er en ambitiøs aktivitet, med eller uden datamater. Blandt mange matematiklærere er der enighed om, at der i en lang række situationer stadig er behov for papir og blyant. Desuden vil det måske i en række tilfælde være mere hensigtsmæssigt kun at inddrage datamater i undervisningen i 'virtuel form', dvs. at kun eksistensen af kraftige datamater, skal tages i betragtning [72].

2.6.1 Blackboxes

Der er imidlertid også en anden, og måske i virkeligheden mere graverende fare forbundet med behandling af mere realistiske problemstillinger, simuleringer og modelleringer. Faren er specielt udtalt, hvis de programmer der anvendes er såkaldte 'blackboxes' (og det vil de ofte være, ved denne form for anvendelser), dvs. brugeren får svar på sit problem, uden at det på nogen måde er muligt at se, hvordan datamatem har løst problemet.

Man kan selvfølgelig påstå, at 'blackbox-situation' har eksisteret i mange år, for studerende har godt nok tidligere udført algoritmerne selv, men ofte uden at have forstået dem. F.eks.

skriver Judith Gal-Ezer og Gideon i [32], at traditionelle tabeller anvendt i matematikundervisningen, er blackboxe, som de studerende bruger uden den mindste forståelse for deres oprindelse og konstruktion.

Imidlertid er problemet forstærket i kraft af anvendelsen af datamater, da en gennemsnitsstuderende vha. af disse nu kan få udført langt mere omfattende og komplicerede matematiske operationer end tidligere, hvor operationerne skulle udføres i hånden. Samtidig bliver output fra avancerede blackboxe mere og mere visuelt imponerende, og dermed for mange mennesker mere overbevisende. Da denne form for anvendelse kan få vidtrækkende konsekvenser, f.eks. hvis anvendelsen er en simulering af processerne i en atomreaktor, der tænkes placeret lige op ad en million-by, er det vigtigt at stille spørgsmål som f.eks. - Hvordan får man de studerende til kritisk at vurdere svarene fra disse blackboxe? Hvormeget og hvad skal de studerende vide for at kunne foretage denne kritiske vurdering?

Ovennævnte spørgsmål er både relevante i forbindelse med undervisningen af de studerende, der i en eller anden forbindelse kommer til at anvende avancerede blackboxe, og for de studerende der under en eller anden form bliver tilskuere til sådanne anvendelser. Flertallet af Danmarks befolkning er tilskuere, hvis de blackboxe vi snakker om f.eks. er de makro-økonomiske modeller kaldet SMEC og ADAM. Disse modeller spiller en betydelig rolle i forbindelse med debatten om landets økonomiske situation og om de foranstaltninger, der gøres eller påtænkes gjort for at gribe ind i udviklingsforløbet med den ene eller anden hensigt [57].

Det skal for en ordens skyld på dette sted indskydes, at når jeg taler om blackboxe, tænker jeg ikke kun på implementeringen af matematiske modeller, det er blot et vigtigt eksempel. En blackbox kan f.eks. også være et generelt stykke værktøj med indbyggede numeriske, symbolske og grafiske procedurer.

'Sensibiliseringen' af de studerende mht. til blackboxe kan f.eks. ske ved, at man starter med at arbejde med løsningen af meget simple problemstillinger. Her skal de studerende opleve, hvilke problemer der f.eks. udspringer af, at vi kun kan arbejde med endelige strukturer og processer i datamaten. Det er f.eks. min erfaring fra undervisning i et kursus i numerisk analyse på RUC's Naturvidenskabelige Basisuddannelse, at det er meget lærerigt for de studerende, at se hvilke ulykker afrundingsfejl kan give anledning til i forbindelse med løsningen af et eller andet givet problem.

Når alle de fundamentale fejlkilder i forbindelse med blackboxe på datamater er behandlet i et passende omfang, kan man inddrage anvendelse af større professionelle programpakker i undervisningen til løsning af mere eller mindre realistiske problemer. Her er det som regel ikke muligt at gå i detaljer med de basale grundprincipper, som et konkret system bygger på. Dette skyldes dels, at sådanne systemer ofte er meget komplekse og svære at forstå samt, at man i de fleste tilfælde ikke har de anvendte metoder beskrevet, og ikke har adgang til kildeteksten. Her må

tingene gribes mere overordnet an. Systemerne kan f.eks. afprøves med nogle opgaver, hvor resultatet enten kendes i forvejen, eller hvor det vha. plausibilitet kan ses, hvis noget går galt.

At de studerende ikke kender detaljerne i forbindelse med de professionelle programpakker, skulle ikke betyde, at de føler sig fuldstændigt magtesløse. De forudgående forløb med behandling af simple problemstillinger vha. simple redskaber, skal sikre at de kender noget til de grundlæggende begrænsninger i enhver datamat-baseret blackbox (her tænkes først og fremmest på de begrænsninger, som netop opstår pga. datamaten. Andre faktorer der selvfølgelig også bør inddrages i undervisningen, er f.eks. begrænsninger som udspringer af mangelfuld matematisk teori eller oversimplificeringer af det der modelleres, hvis blackboxen er en matematisk model).

Læsere som er specielt interesseret i farerne ved datamatbaserede blackboxe kan f.eks. henvises til [14] og [50].

2.7 Kunstig intelligens og ekspertsystemer

Indenfor datalogi anvendes der store ressourcer på forskning i kunstig intelligens, dvs. i at få datamaten til at behandle information på samme måde som vi mennesker gør. I forbindelse med udvikling af programmeler til matematikundervisning er der flere projekter, hvor man forsøger at udnytte teknikkerne indenfor kunstig intelligens. Man forsøger at lave programmer, der på mange måder opfører sig som en matematiklærer ville have gjort det. Datamatbaserede indlæringsomgivelser er efterkommere af tidligere forsøg på datamat-assisteret-instruktion (DAI) eller på engelsk 'Computer Assisted Instruction' (CAI). Systemerne hedder idag 'intelligente' vejledningssystemer eller på engelsk 'Intelligent tutoring systems'.

Anvendelsen af datamat-assisteret-instruktion til indlæring af grundlæggende færdigheder i matematik, har givet signifikant gode resultater specielt hos 'svage' studerende. De lærte bedre, hurtigere og mere [71]. Her i Skandinavien er der også eksempler på succes ved anvendelser af DAI, f.eks. har erfaringerne ved universitetet Tampere i Finland vist, at 65-80 % af de studerende følte arbejdet med DAI motiverende, 61-66 % følte det effektivt, og 65-72 % følte det brugervenligt [71].

Nogle af de første af ovennævnte type programmer, var en slags øvelsesprogrammer, hvor datamaten opstiller nogle problemer, som den studerende skulle løse, og datamaten gav straks respons på den studerendes løsningsforslag. Denne form for programmer er stadig populære. Programmerne er meget anvendelige, når nødvendige færdigheder skal skærpes. Efterhånden er der også kommet programmer af denne type, som både fremmer strategisk tænkning på højere niveau såvel som rutine i løsning af standardproblemer.

En måde datamaten kan simulere undervisning på, er via programmeret undervisning. Her er der tale om programmer, der kan an-

vendes uafhængig af lærer og lærebøger. Der er stadig nogle af disse programmer i brug, men tendensen går i retning af, at datamater som vejledere kun skal indgå som en del af undervisning/indlærings miljøet.

Noget af det mest spændende indenfor undervisningsprogrammer er udviklingen af 'intelligente' vejledningssystemer i forbindelse med mange forskellige matematiske områder. I sådant et system skal der ligge mange forskellige former for viden. Der skal selvfølgelig ligge omfattende mængde faglig viden, men der skal bl.a. også ligge psykologisk viden, viden til bestemmelse af fejlmønstre hos den studerende, og der skal ligge en række undervisningsstrategier. Et sådant system kan f.eks. give den studerende information. Den studerende skal så løse nogle problemer i forbindelse med denne information. Hvis den studerende går i stå eller laver fejl i forbindelse med løsning af ovennævnte problem, skal programmet kunne stille en 'diagnose', dvs. det skal kunne bestemme fejlmønstret hos den studerende, og gribe ind, der hvor det gik galt, f.eks. via en ny undervisningsstrategi.

Det skal bemærkes, at den sidste type programmer er meget komplicerede. Der er en voldsom udvikling i forbindelse med datamatværktøjer, der fungere som eksperter på forskellige områder indenfor matematikken. Forskning indenfor 'cognitive science' giver en omfattende beskrivelse af begrebsmæssige og proceduremæssige fejl indenfor disse faglige områder [59]. Men når den første form for systemer skal kombineres med den opnåede viden fra 'cognitive science' for at opnå fleksible og forstående 'intelligente' vejledningssystemer, så begynder det for alvor at blive svært.

Der er imidlertid noget der tyder på, at det er anstrengelserne værd [31]. Det ser på nuværende tidspunkt ud til, at disse 'intelligente' vejledningssystemer er et meget effektivt tilbehør (og somme tider en erstatning) for sædvanlig lærerstyret undervisning. Det skal dog bemærkes, at selv 'intelligente' vejledningssystemer på nuværende tidspunkt nok er mest velegnet på gymnasieniveau og i de første studieår på de højere læreanstalter. Det er nemlig ekstremt svært at lave godt software til de mere avancerede dele af matematikken, hvor kompleksiteten kan være meget stor. Ved sidste ICME-konference i Budapest 1988, var der ikke demonstration eller beskrivelse af et eneste softwareprodukt til undervisning på 'anden-dels-niveau' [29].

Som afslutning på dette afsnit er det værd at bemærke, at designanstrengelserne mht. til ovennævnte vejledningssystemer også kaster noget anvendeligt af sig, hvis man skal belyse traditionel matematikundervisning. For at designe en god datamatvejleder, er det nemlig nødvendigt at foretage et intensivt studium af den måde studerende behandler ny information på, og det er nødvendigt at gøre sig klart, hvor det er mest sandsynligt, at der kan opstå problemer i forbindelse med indlæring og problemløsning. Det er nødvendigt med modeller for indlæring før man kan implementere effektive indlæringsstrategier [71], og det er nødvendigt med en dybdegående analyse af de undervisningsstrategier en god og

effektiv vejleder må være i besiddelse af.

2.8 Interaktiv video

Datamaten er på en række punkter overheadprojector og tavle overlegen, f.eks. mht. dynamiske grafiske illustrationer af matematiske begreber. Datamaten er også videofilm overlegen pga. muligheden for interaktion [18]. Men måske er datamaten + kunstig intelligens + interaktiv video et af de vigtigste tekniske hjælpemidler i matematikundervisning i den kommende fremtid.

Jeg vil ikke i denne rapport behandle mulighederne med interaktiv video nærmere, men istedet henviser til f.eks. [16], [20], [76] og [77].

2.9 Lommeregnerens muligheder

Jeg har på nuværende tidspunkt stort set kun betragtet de muligheder anvendelsen af datamater giver matematiklærerne i deres undervisning, ihvertfald hvad angår andet end elementær aritmetik. Men det er også meget diskuteret, hvad lommeregneren skal betyde i forbindelse med mere komplicerede områder, som f.eks. grafik og symbolmanipulation.

Erfaringer viser, at superlommeregnerne som HP-28S f.eks. kan hjælpe studerende til at se den tætte forbindelse mellem anvendelser, beregninger og teori [56]. En superlommeregner som HP-28S har både numeriske, symbolske og grafiske rutiner. Den kan f.eks. både lave numerisk og symbolsk integration, samt tegne kurver for forskellige brugerdefinerede funktioner. Anvendelsen af superlommeregnerne reducerer ikke bare matematikundervisningen til det rene trykknapperi, men kan også bringe nogle teoretiske begreber tættere på den ikke så matematikmindedede studerende [56].

Superlommeregnerne tillægges altså nogle af de samme positive egenskaber som datamater, og der er delte meninger om, hvilken konsekvens det skal få. Nogle matematiklærere mener f.eks. at man skal anvende lommeregnerne istedet for datamater pga. lettere transport, lavere omkostning, og lettere accept hos lærere i andre fag [3]. Andre mener, at lommeregnerne ikke bør anvendes i undervisningen pga. dårlige udtryksmuligheder med det lille display [19].

Jeg er personligt af den mening, at man både skal anvende disse superlommeregnerne og datamater, og udnytte de fordele de hver for sig har (de studerende vil kunne komme til at arbejde med begge dele efter endt uddannelse). Lommeregnerne er f.eks. som anført ovenover prisbillig og let at transportere, mens datamaten f.eks. stadig har en fordel i et større display, et større tastatur, en mus eller en berøringsskærm og lettere tilslutning til ydre enheder. Lidt ud i fremtiden vil den eneste forskel mellem superlommeregnerne og datamater anvendt i undervisningen, måske udelukkende være den fysiske størrelse, og hvis sådanne forskelle

også udlignes, er spørgsmålet om der skal anvendes lommeregner eller datamat, ikke længere relevant.

2.10 Algoritmer og programmering

Det meste af det der er blevet skrevet indtil nu har knyttet sig til anvendelsen af færdige programmer i matematikundervisningen. I dette afsnit skal vi se lidt nærmere på nogle af de vigtige spørgsmål, som knytter sig til algoritmisering og programmering i matematikundervisningen.

Tidligere har hovedideen blandt mange forsøg på at trække datamaten ind i matematikundervisningen været at lægge større vægt på algoritmer [65]. Da datamater oprindeligt blev inddraget i matematikundervisningen, skulle de studerende næsten altid selv skrive programmer i et eller andet programmeringssprog. Dette skyldtes dels, at der på dette tidspunkt ikke var de samme værktøjer til at få løst problemer på datamater, som vi har idag, men man formodede også, at den analyse (herunder opstilling af en algoritme) der var nødvendig for at kunne skrive et program på egen hånd, ville forbedre den studerendes forståelse af den underliggende matematik [31]. Man siger normalt, at man ikke har forstået et emne, før man kan undervise andre i det. Det at nedbryde et problem i delproblemer som til sidst kan løses på en datamat, skulle bringe os igennem den samme proces.

Der er mange som mener, at det er vigtigt for de studerende at lære effektive algoritmer til løsning af vigtige matematiske problemer, samt at de udvikler generelle evner til at skabe algoritmiske løsninger til nye problemer. Ledende fagdidaktikere fra Vesttyskland har argumenteret for en mere algoritmisk indgangsvinkel til matematikundervisningen [65]. I bogen "Elementarmathematik vom algorithmischen Standpunkt" har Arthur Engel f.eks. skitseret, hvorledes talteori, geometri, kombinatorik, sandsynlighedsregning og simulering kan behandles via algoritmeaspektet.

Trods de ovennævnte optimistiske erklæringer, må man nok generelt sige, at der ikke længere er de samme forhåbninger at spore mht. programmerings værdi i forbindelse med matematikundervisning, som for 20 år siden [31]. Der er dog stadig mange, som prøver at eftervise positive effekter ved algoritmisering/programmering, og i forbindelse med ICMI-konferencen i Strasbourg 1985 blev det anført, at både programmering og anvendelse af færdigt software har vist sig at være af stor værdi, men at det er nødvendigt med videre undersøgelser [64].

Vi skal i det følgende se på nogle områder indenfor matematikundervisning, hvor algoritmer og programmering har indgået under en eller anden form.

2.10.1 Dybere forståelse og logisk tænkning

Som det fremgår af ovenstående bemærkninger, skulle analysen i forbindelse med programmering kunne forbedre forståelsen af den underliggende matematik. F.eks. skriver Knuth i 1981, at forsøget på at formalisere ting som algoritmer, leder til en meget dybere forståelse end, hvis vi kun prøver at forstå tingene ad traditionel vej [44]. I [21] skrives der, at studium af anvendte algoritmer kan give en bedre forståelse, og læreren har mulighed for at checke forståelsen f.eks. ved at fjerne dele af algoritmen, og lade de studerende tilføje det der mangler, eller ved at lade de studerende konstruere algoritmen fra bunden. Forsythe skriver, at den automatiske datamat fremtvinger i virkeligheden den præcision i tankegangen, som er et af målene med al matematikundervisning [44], og i [51] går forfatterne ind for programmering i mindre omfang for at fremme logisk tænkning og forstærke forståelsen af metoder.

Der kunne nævnes mange flere eksempler på folk, som er overbeviste om værdien af de aktiviteter, der knytter sig til programmering, men som regel er disse erklæringer ikke underbygget med videnskabelige undersøgelser.

2.10.2 Fra passiv til aktiv tænkning

Det er svært at få de studerende fra passiv til aktiv tænkning. En mulighed er programmering [64]. Et programs virkemåde og datastrukturer kan være anvendelige modeller for matematiske enheder. F.eks. kan en For-sætning, hvis krop er en simpel sum repræsentere den matematiske enhed

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

som giver mange studerende problemer [64]. Et andet eksempel, som ville passe ind på folkeskoleniveau, er hvis man satte studerende til at skrive et pascalprogram til simpel brøkregning, hvor brøkerne blev repræsenteret ved records med 2 heltalsfelter (et for tæller og et for nævner). En sådan aktivitet ville hjælpe eleverne til at tænke på brøker, som ordnede par af heltal [64].

Programmeringen skal tvinge de studerende til at være kognitiv aktive omkring de processer og datastrukturer de implementerer.

2.10.3 Problemløsning

I forbindelse med problemløsning kunne man f.eks. forvente, at studerende der har programmeret

- Er mere aktive og systematiske i både planlægnings- og løsningsfasen.
- Gør mere brug af på hinanden følgende approximationer til løsninger.
- Gør mere brug af variable og ligninger.

- Er mere tilbøjelig til at checke og korrigere for fejl i de forsøgte løsninger.

Der er til dags dato kun undersøgelser, der kan bekræfte, at studerende, der har programmeret, er mere tilbøjelige til systematisk at afprøve forskellige veje i forbindelse med problemløsning, og at de er mere tilbøjelige til at fortage check og korrigere for fejl i mulige løsninger. De øvrige ovennævnte formodninger er på nuværende tidspunkt ikke bekræftet [31].

2.10.4 Eksperimenter på datamat og programmering

Jeg mener, at en af de mest interessante anvendelser af datamaten i matematikundervisningen, ligger i muligheden for at eksperimentere. Ulf Grenander beskriver i sin bog 'Mathematical Experiments on the computer' datamaten som matematikerens laboratorium, hvor interaktiv programmering er absolut nødvendig. Det foretrukne programmeringssprog er her APL, som ifølge forfatteren ikke har en eksisterende rival, som seriøst kan konkurrere med henblik på anvendelse til matematiske eksperimenter på datamaten (bogen er fra 1982). Grenander skriver, at der er mange områder indenfor matematikken, hvor eksperimenter ikke er nogen hjælp, men i andre kan det være meget anvendeligt, også nogle gange i situationer, hvor det ikke i første omgang så sådan ud.

2.10.5 Programmering i Logo

Der er speciel interesse omkring effekten og muligheder i forbindelse med programmering i Logo. Der er opnået større forståelse på en række områder f.eks. mht. Logo's rolle i kraft af skildpaddegeometri, der ikke kun giver en kontekst for geometriske aktiviteter, men som også åbner mulighed for at udtrykke og udforske en række algebraiske og mere generelle matematiske idéer [71].

En af dem der har påstået, og stadig påstår, at programmering kan forbedre indlæringen i matematik er Seymour Papert. Han har bl.a. i sin bog 'Mindstorms' [61] beskrevet, hvorledes elever på folkeskoleniveau har opnået gode resultater mht. til matematisk forståelse via programmering i Logo. Hos Seymour Papert indgår programmering i en mikroverden. Programmering fører til at eleverne bedre forstår deres handlinger. Brugen af programmeringsbegreber som beskrivende sprog, letter fejlretning. En anden meget vigtig side af arbejdet med datamaskiner er, at læreren og eleven kan indgå i et virkeligt intellektuelt samarbejde. Eleven får mulighed for at lære ved at gøre som læreren (og ikke som læreren siger), og en af de ting læreren gør, er at forfølge problemet, indtil det er forstået, og løst (hvis det kan lade sig gøre).

Trods den tidligere nævnte formindskede tro på den gavnlige effekt af programmering, er der stadig mange, som interesserer sig for, hvorledes man vha. programmering i Logo, kan ændre

undervisningsmiljøet og målene i forbindelse med matematikundervisningen. I [40] ses Logo som et middel i matematikundervisningen til at skabe aktivitet, og som god omgivelse til matematiske aktiviteter. Børn kan lære vigtige matematiske ideer igennem programmering i Logo, og det kan gøre matematiske ideer og processer i skolen mere funktionelle og interessante for eleverne. Forfatterne er overbevist om, at alle vigtige elementer angående relationer mellem lærer - elev, alle interessante aspekter ved undervisning generelt og matematikundervisning specielt, kan blive fremhævet særligt igennem overvejelser via Logo-brug. Læreren tager sin holdning til undervisning og børn op til overvejelse og ændrer undervisningsstil. Der kan herigennem ske virkelige ændringer i skolen.

Hvis læseren er yderligere interesseret i programmering i Logo kan der f.eks. henvises til Seymour Paperts bog 'Mindstorms' [61], og til 'Turtle geometry' [1]. I den sidstnævnte kilde, der også er en bog, arbejdes der videre med nogle af Paperts ideer, men med henblik på anvendelse på gymnasieniveau og indledende universitetsniveau (Papert arbejde i "Mindstorm" er stort set kun rettet mod undervisning på folkeskoleniveau).

2.10.6 Programmering kan også hjælpe de svage studerende

Nu kan nogen måske frygte, at hvis programmering blev gjort til en del af matematikundervisningen, så vil de 'traditionelt' svage studerende blive ladet i stikken. Det behøver imidlertid ikke være tilfældet, og der er faktisk eksempler på det modsatte. I [11] beskrives en undervisningsmodel, hvor programmering indgår som en vigtig ingrediens. Modellen skal afhjælpe nogle af de problemer, som de 'svage' studenter har i matematik. Forfatterne har gode erfaringer med deres undervisningsmodel, og regner med, at den også vil kunne bruges i forbindelse med undervisningen af 'normale' high school studenter.

Også Papert har påvist, at elever der blokerer overfor traditionel matematikundervisning, kan have succes med programmering i Logo, og ad denne vej få mere generel succes med matematik.

I næste afsnit er der endnu et eksempel på, at også traditionelt svage studerende kan have glæde af programmering.

2.10.7 Andre erfaringer med programmering

Der er mange flere end dem jeg allerede har nævnt, som melder om gode erfaringer i forbindelse med programmering i matematikundervisningen. Det vil imidlertid ikke i denne sammenhæng være hensigtsmæssigt, at begynde at referere fra alle de eksempler jeg har stødt på i mit litteraturstudium, og jeg vil derfor nøjes med at anføre et par typiske eksempler.

Ehud Bar-On [10] har anvendt programmeringsvejen i forbindelse med seks forskellige emner i matematik (funktioner, sandsynlighedsspil, plane kurver, rekursive funktioner, kurve fitting og

symmetri grupper). Det drejer sig om undervisning af dygtige high-school studerende, matematiklærere og universitetsstuderende. Den vigtigste egenskab ved programmeringsvejen var dens evne til at danne bro mellem det konkrete og de abstrakte begreber og operationer, og mellem det intuitive og de formelle matematiske strukturer.

I Sverige har man siden i starten af 1970 arbejdet med datamater i matematikundervisningen. Man har arbejdet med 2 former for integration, nemlig:

- dels ved anvendelse af færdige programmer
- dels ved mindre programmeringsopgaver

En af dem, der har nogle erfaringer fra gymnasieskolen i Sverige er Lars-Eric Björk [17]. Han skriver om matematikundervisning, hvor programmering har indgået i matematiske eksperimenter. Gennem matematiske eksperimenter, stimuleres elevernes kreativitet og selvstændige tankegang. Målet er at give eleverne øget forståelse for forskellige begreber, og ikke at give indsigt i programmeringsmæssige detaljer. Det er muligt at foretage eksperimenter i undervisningen og herigennem er der mulighed for at anvende elevernes kreativitet. Disse metoder har også en positiv effekt på de elever, der traditionelt anses for at være svage i matematik.

Som afsluttende bemærkning skal det nævnes, at en vigtig forudsætning for positive resultater i forbindelse med programmering i matematikundervisningen, er en positiv indstilling til programmering hos de studerende. Imidlertid er der lande, hvor de studerende faktisk er uvillige til at tage kurser, hvor programmering indgår, mens de tilsyneladende gerne vil tage kurser, hvor anvendelsen af færdigt software indgår [3].

2.10.8 Selve implementeringen er ikke det afgørende

Nu er det ikke selve implementeringen ved programmering, der først og fremmest forventes at fremme forståelse af matematik eller gøre de studerende bedre til problemløsning. Implementeringen har måske kun en motiverende effekt, f.eks. i form af den betydning det har at kunne afprøve sine løsninger på datamaten (der kan dog også være tale om andre effekter f.eks. i forbindelse med forståelsen af variabelbegrebet [4]). Det der efter manges mening er det afgørende, når vi taler om positiv effekt ved programmering i forbindelse med matematikundervisning, er design og konstruktion af en passende algoritme. F.eks. skriver Lovasz [49], at man bør skelne mellem en algoritme og dens implementering som et datamatprogram. Algoritmen er det matematiske objekt, mens programmet afhænger af maskinen og eller programmeringsproget.

2.10.9 Farer ved programmering

Det anføres flere steder i litteraturen, at programmering ikke er uden risiko. F.eks. vil der altid være mulighed for, at de studerende kommer til at fokusere på programmeringsmæssige detaljer fremfor på matematikken [70], [51], [69]. Det er lærerens opgave at sørge for det rette fokus.

Det skal i denne forbindelse også nævnes, at det er en udbredt opfattelse, at programmering meget nemt tager for lang tid, og at det derfor ikke er tilrådeligt at inkludere denne form for aktivitet i matematikundervisningen. Der er også mange der mener, at man hellere skal anvende færdigt programmel i matematikundervisningen. F.eks. skriver David Edelman, Dave Hawley m.fl., at der er en klar fordel ved at anvende færdige program-pakker, fremfor at skulle programmere selv. Det er f.eks. lettere at arbejde med åbne spørgsmål. Når man er fri for at skulle programmere, kan man i højere grad sætte fokus på, hvad man gør og hvorfor. Det er især en fordel for dem, som ikke er vant til at programmere og arbejde med datamater [26].

2.10.10 For tidligt at lukke bogen

James T. Fey skriver i [31], at selvom det ikke er lykket at vise en bred positiv effekt af generel programmering på generel problemløsning, er det for tidligt at lukke bogen på dette område. Det kan således tænkes, at man har drømt om alt for dramatiske effekter som følge af selvstændig programmering. Måske har programmering rent faktisk positive effekter, og det kan bare være, at de er ikke så fremtrædende, at de er opdaget endnu. James T. Fey bemærker også, at man måske endnu ikke ved, hvordan man opnår den optimale undervisning i programmering, og man ved måske endnu mindre om, hvorledes man får de studerende til at forbinde programmering og matematik.

2.10.11 Yderligere litteratur

Jeg har allerede givet en del referencer til litteratur omhandlende algoritmisering og programmering i matematik, men for de interesserede læsere kan jeg oplyse, at der også er lavet lidt herhjemme. F.eks. har Hans Marcher på Jonstrup Statseminarium igennem flere år beskæftiget sig en del med emnet, i forbindelse med matematikundervisning som liniefag. Hans Marcher har gode erfaringer med programmering i matematikundervisningen, og han har skrevet en rapport, hvori der gøres rede for en del af disse erfaringer [53].

På AUC beskæftigede en matematikgruppe sig i efteråret 1989 med algoritmisk matematikundervisning. De har først gjort sig nogle generelle overvejelser omkring emnet, og derefter lavet et konkret forslag til en algoritmisk fremstilling af lineær algebra, med henblik på anvendelse i et valgfrit forløb i gymnasiet. De studerende har beskrevet deres arbejde i en udmærket rapport

[6], som vil være værd at læse, hvis man er interesseret i algoritmitsering af matematik.

Endelig vil jeg henvise til en diskussion omkring algoritmisk matematik mellem forskellige matematikere, herunder nogle verdensanerkendte. Diskussionen er beskrevet i [54].

KAPITEL 3. UNDERSØGELSER, EKSPERIMENTER OG KREATIVITET

En meget vigtig mulighed som følge af anvendelse af datamater i matematikundervisningen er, at de studerende kan undersøge og opdage matematik med datamaten som redskab. Der kan lægges større vægt på en kreativ og eksperimenterende adfærd hos de studerende, hvor de selv tilegner sig ny matematisk viden. Jeg har i kapitel 2 været inde på denne stærke side ved anvendelse af datamater flere gange, men det er så vigtig en egenskab, at jeg vil behandle denne mulighed selvstændigt nu, hvor vi har set på en række mere konkrete anvendelsesmuligheder.

Michael Atiyah [5] skriver, at datamaten har vist sig at være en stor praktisk hjælp for matematikere i alle faser af deres arbejde, men at den vigtigste måske ligger i den undersøgende og eksperimenterende fase. Jeg tror personligt, at man kan sige noget tilsvarende i forbindelse med undervisning, selvom det selvfølgelig er på et andet niveau. Der ligger naturligvis en stor hjælp i, at de studerende kan få beskrevet et eller andet på forhånd givet matematisk begreb vha. f.eks. grafik, men det bliver først rigtigt interessant, hvis man kan få dem til at undersøge og eksperimentere på egen hånd som et led i, at de selv skaber sig ny matematisk viden. Datamaten vil kunne lette og måske igangsætte en undersøgende og eksperimenterende adfærd hos de studerende [5]. Et konkret eksempel kunne være, at datamaten bliver brugt i studiet af forskellige rækker (er der f.eks. konvergens eller divergens) [17].

3.1 Hvorfor er selvstændig undersøgelse og opdagelse vigtig ?

Nu kan man selvfølgelig spørge sig selv om, hvorfor selvstændig undersøgelse og opdagelse er så vigtig. Der gives mange gode begrundelser forskellige steder i litteraturen (f.eks. i [64]), og nogle af dem er givet ved -

- Aktiv indlæring gør, at man bedre forstår og husker matematikken, og det kan give en større selvtillid i forbindelse med f.eks. problemløsning.
- Opdagelse og undersøgelse skærper evnen til at tænke.
- Opdagelse af matematik kan give de studerende den såkaldte 'aha-oplevelse', så arbejdet med matematik går hen og bliver en æstetisk oplevelse.
- Opdagelse giver studerende mulighed for selv at opdage, at en kendt idé er anvendelig i en helt ny kontekst, og matematik som et universalværktøj bliver måske herved bedre erkendt.
- Opdagelse i forbindelse med anvendelseseksempler er

måske den bedste måde at se matematik's anvendelighed på for den studerende.

- På den ene side foreslår teorien adskillige eksperimenter, som gør matematiske ideer levende og konkrete. På den anden side kan eksperimenter føre til nye resultater, som så kan analyseres teoretisk. For at citere Euler - "Det er ved observation, at vi opdager nye egenskaber, som vi dernæst gør vores bedste for at bevise" [32].

Opdagelse og undersøgelse kan altså ændre mange ting ved den studerendes opfattelse af matematik, men der er også grund til at passe lidt på. Eksperimenter er en vigtig, men ofte negligeret del af matematik. Matematik er imidlertid ikke en eksperimentel videnskab som f.eks. fysik, matematik har en ekstra vital ingrediens nemlig beviser, og dette bør fremhæves af og få betydning for matematikundervisningen [64].

3.2 Hvordan kan datamaten hjælpe ved undersøgelse og opdagelse ?

Ved ICME-konference i Budapest i 1988 var et af hovedspørgsmålene, blandt dem der beskæftigede sig med datamatanvendelser i matematikundervisningen - 'Hvordan kan vi hjælpe eleverne til at blive kreative brugere af datamater i forlængelse af deres egne evne til at skabe ideer ?' [71]. Judith Gal-Ezer og Gideon Zwas foreslår i [32], at 1/4 af tiden i matematik, anvendes i laboratorier med datamater. De skriver at laboratorieomgivelser stimulerer kreativitet, og gør fremskridt med individuel hastighed mulig, og fremmer indlæring ved opdagelse. I denne session fungerer læreren som laboratorie-instruktør.

Jeg er også af den opfattelse, at man kan få de studerende til at arbejde mere undersøgende og eksperimenterende i matematikundervisningen, når de har adgang til datamater, med det rigtige software (software kan evt. blot være et programmeringsprog). Vha. datamater kan man nemlig i forbindelse med mange matematiske problemstillinger foretage ret omfattende analyse af problemerne, uden at det nødvendigvis betyder mange timers hårdt, og til tider uoverskueligt arbejde. Datamaten gør nu det arbejde på få sekunder, som før tog studerende flere timer at udføre i hånden. De studerendes energi flyttes således fra det mere regneorienterede til en mere kreativ og eksperimenterende behandling af matematiske problemer.

De konkrete værktøjer i forbindelse med en mere undersøgende og eksperimenterende tilgang til matematik, kunne f.eks. være et program til grafiske illustrationer i 2 og 3 dimensioner [70], et værktøj til numerisk analyse eller et symbolmanipulations-system. Man kan selvfølgelig også forestille sig anvendelser af avancerede 'intelligente' vejledersystemer, som eksplicit lægger

op til undersøgende og eksperimenterende adfærd, men de er ingen forudsætning for denne form for undervisning.

3.3 Nogle forudsætninger for succes

Der er imidlertid nogle ting, som skal tages i betragtning, når datamaten anvendes i forbindelse med opdagelse og undersøgelser:

- Man kan ikke bare lade de studerende eksperimentere, det er nødvendigt med en velgennemtænkt arbejdsplan. Der skal dog også inkluderes mere åbne sessioner [51].
- Man må starte med lette opgaver, så den studerende får selvtillid, og føler sig uafhængig af lærerens detaljerede vejledning.
- Lærere er som regel ikke vant til denne undervisningsform, og behøver derfor uddannelse. Det er specielt testning af, hvad de studerende har lært, der er vanskeligt.

Erfaringer viser dog, at det er muligt at opnå succes med denne form for undervisning, med rig belønning. Vanskelighederne kan klares, og lærere kan med passende uddannelse føle sig trygge ved denne form for undervisning [64].

KAPITEL 4. PROBLEMLØSNING

I forlængelse af foregående kapitel, hvor vi så på datamatens potentialer i forbindelse med en undersøgende og eksperimenterende adfærd hos de studerende, er det naturligt som det næste skridt, at se på datamatens muligheder i forbindelse med problemløsning. Vi har tidligere set på den rolle programmering kan spille i forbindelse med problemløsning. Vi skal nu se lidt nærmere på, hvilken rolle en mere generel anvendelse af datamaten vil kunne spille i denne sammenhæng.

I mange lande er man ved at bevæge sig væk fra den strukturalistiske og formalistiske matematikundervisning, mod en mere uformel matematikundervisning. I strukturalistisk matematikundervisning er matematikkens struktur af fundamental betydning, og matematik ses som et organiseret lukket system, der bygger på nogle grundaksiomer og en deduktionsteori [2]. Der er også andre tendenser at spore, nemlig en forskydning fra produktorienteret til procesorienteret undervisning. Dette skal ses i sammenhæng med, at der lægges større vægt på at inddrage problemløsning, anvendelser og modellering i undervisningen [2].

Ovenstående udvikling skal nok ses i lyset af, at den strukturalistiske matematikundervisning har haft en begrænset succes. De fleste lærere er interesseret i, at de studerende kan bruge deres matematiske færdigheder i praksis, og dette sker sandsynligvis bedst via aktiv problemløsning. De studerende skal altså i højere grad lære at matematisere. Det skal dog foregå med ansvar, dvs. de skal forholde sig kritisk til anvendelser af matematik.

Datamaten kan indgå som et stærkt værktøj i forbindelse med aktiv problemløsning, på samme måde som den kan bruges til at fremkalde en kreativ og eksperimenterende adfærd hos de studerende. Noget af det der er vigtigt i forbindelse med problemløsning, er netop, at de studerende kan arbejde kreativt og eksperimenterende.

Der stilles ikke mindre krav til de studerendes forståelse af underliggende matematiske begreber i forbindelse med problemløsning og anvendt matematik, nok snarere tværtimod. Der skal derfor lægges stor vægt på begrebsindlæring, og her kan datamaten også anvendes [2].

Det anføres flere steder, at med de rigtige programpakker til sin rådighed er der mulighed for problemløsning, se f.eks. [51].

Af praktiske forsøg med problemløsning, hvor der er foretaget en evaluering af forløbet, kan nævnes et forsøg udført af Paul Ernest [28]. Han beskriver et forsøg omkring problemløsning under anvendelse af mikrodatamater. Forsøget giver dog ikke noget egentlig positivt resultat (heller ikke noget negativt), men det gives der en række gode forklaringer på, som så kan benyttes i nye forsøg. Der var f.eks. kun tale om 2 1/2 times arbejde ved datamater, hvilket ifølge professionelle 'forsøgse-

valueringsfolk' er alt for lidt, hvis man med nogen videnskabelig rimelighed skal kunne udtale sig om effekten [Personlig samtale med Bo Jacobsen fra Pædagogisk institut, KU].

KAPITEL 5. ÆNDRINGER I BEKENDTGØRELSEN

Med udgangspunkt i alle de muligheder som datamaten og avancerede lommeregnere giver matematiklærerne i deres undervisning, samt de nye krav der stilles som følge af den teknologiske udvikling, er det naturligt at spørge om, hvad anvendelsen af datamater og lommeregnere skal betyde for bekendtgørelserne i matematik. Nogle anfører f.eks., at anvendelser af datamaten i undervisningen tager tid, og at der derfor alene af den grund må udgå nogle emner fra de traditionelle bekendtgørelser (det må dog ikke være på bekostning af matematiske begreber) [3].

Datamater kan berige eksisterende bekendtgørelser, og således hjælpe lærerne i den nuværende undervisning, men det er også nødvendigt med nye mål og fjernelse af gamle. Nu er det klart, at de påkrævede ændringer vil afhænge af den sammenhæng, hvori matematikken indgår. Der skal selvfølgelig ikke foretages de samme ændringer i en bekendtgørelse for matematikstuderende og ingeniørstuderende. Jeg vil imidlertid ikke gøre noget specielt for at skelne i denne rapport, men hovedsageligt ridse nogle generelle ændringsforslag op.

5.1 Kedelige manipulationer skal nedprioriteres

Et generelt ændringsforslag er f.eks. at kedelige manipulationer bør udføres på datamater, når det er muligt (her tænkes f.eks. på manipulationer, som kan udføres vha. numeriske og symbolmanipulationsværktøjer). I stedet skal der lægges større vægt på færdigheder mht. observering, udforskning, indsigt og intuition, gøre forudsigelser, teste hypoteser, lede forsøg, simulere osv. [64]. Desuden er beviser blevet mere vigtige. Man skal udnytte intuitiv forståelse opnået via undersøgelser på datamater til mere strenge matematiske argumenter. Maskinresultater i stedet for håndregning, øger behovet for streng matematisk argumentation.

Desuden bør datamaten bruges til at behandle et langt bredere udsnit af mere komplekse og realistiske anvendelser, da det bl.a. kan fremme den begrebsmæssige forståelse [71]. For ingeniørstuderende, der normalt er meget motiverede, og ser efter begrundelser for og udvikling af matematiske ideer indenfor deres eget område, kunne det evt. ske i for form af et i samarbejde mellem matematikere og ingeniør-personale [3]. Der er dog nogle, som giver dog udtryk for, at det er nødvendigt, at de studerende kender de underliggende matematiske begreber før anvendelse af en programpakke. Anvendelsen skal så forstærke forståelse og sætte de studerende i stand til at kunne anvende matematik på en bredere vifte af problemer [51].

Det er så et åbent spørgsmål, hvor vigtigt det er, at de studerende udfører nogle af ovenstående kedelige operationer i hånden, af hensyn til deres forståelse af matematiske begreber,

og hvis det kan påvises at have nogen betydning, hvor balancen mellem dette 'håndarbejde' og anvendelsen af datamaten, så skal ligge [73]. Nogle mener dog, at netop den lange tid, der traditionelt anvendes på løsning af rutine opgaver i hånden i matematik, ofte forhindrer en tilstrækkelig forståelse af fundamentale matematiske begreber [71]. Omvendt betyder det selvfølgelig ikke, at der slet ikke skal regnes opgaver i hånden.

Det skal retfærdigvis på dette sted indskydes, at der også er nogle som mener, at der stadig skal lægges størst vægt på ren matematik. De er nemlig bange for, at nogle rige matematiske erfaringer ellers vil forsvinde [73]. Der er også nogle, som måske nok mener, at der ikke længere skal lægges så stor vægt på de rutinemæssige manipulationer, men som samtidig føler, at der er grund til at advare. F.eks. skriver Michael Atiyah, at når man kan få datamaten til at udføre rutineberegninger, betyder det, at der skal lægges mere vægt på at forstå processerne, der er involveret og mindre på selve beregningsteknikken. Det kan umiddelbart se ud som en undervisningsmæssig forbedring, hvor slid og sløb bliver fjernet og forståelsen forstærket. Men livet er ikke så simpelt, og en kraftig stolen på maskiner, kan lede til svind af de menneskelige evner, der er involveret, på samme måde som bilen har undermineret folks evne til at bruge deres ben. Måske vil vi se et modstykke til jogging i form af aritmetik som mental terapi [5]. Atiyah giver desuden også udtryk for en vis frygt, for at matematiske problemer vil blive løst vha. brutal kraft, uden at man derved opnår ny indsigt (et eksempel er løsning af 4-farveproblemet, hvor der blev checket hundredevis af tilfælde vha. datamaten). Omvendt kan det, at man ved at noget gælder selvfølgelig inspirere til at finde et mere elegant, kortere eller mere indlysende bevis [5].

Konsekvenserne ved at benytte datamater til at forskyde balancen mellem færdighed, begreber og problemløsning i matematikbekendtgørelser, er nok et af de vigtigste forskningsområder indenfor anvendelsen af datamater i matematikundervisning i de kommende år. Der er undersøgelser, som tyder på, at det vil være rigtig at foretage justeringer, men der er mange områder, der kræver langt bedre belysning, før der er et tilstrækkeligt grundlag for mere radikale ændringer [31].

5.2 Ændring af emnevalg

Den generelle teknologiske udvikling, anvendelsen af datamaten og udviklingen indenfor datalogi, skaber et behov for nye emner i matematikbekendtgørelsen [73]. Det anføres f.eks. fra forskellige sider, at det er nødvendigt at lægge større vægt på diskret matematik [58]

Med hensyn til de konkrete emner i bekendtgørelsen melder der sig nogle spørgsmål [73], f.eks.

- Vil datalogi ændre eller erstatte matematik på nogle områder ?

- På hvilken måde vil den relative vigtighed af forskellige dele af matematikken ændres ?
- Hvilken rolle vil alternative tankeformer som f.eks. algoritmeorienteret matematik komme til at spille ?

Der er mange, som har meninger omkring ændringer af emnelisten i bekendtgørelser. F.eks. mener Martin Risnes (Norge), at man bør overveje reduktion i den traditionelle matematiske analyse i videregående skoler og på højere læreanstalter til fordel for f.eks. permutationer, kombinatorik, relationer, grafteori og netværk, bare for at nævne nogle eksempler. Sådanne emner vil være af interesse for dem, som skal arbejde videre med matematik eller datalogi, såvel som for fremtidige matematiklærere [65].

Andre steder kan man støde på lidt mere flydende udsagn, som f.eks. - Hvis vægten skal flyttes fra produkt til proces, må der findes passende emner, som gør eksperimentel matematik muligt [64].

Eller et lidt mindre flydende udsagn - For ofte gives de studerende det indtryk, at matematik er som latin, ekstremt død og ikke særligt anvendeligt, og der er generelt et for stort gab mellem undervisning og forskning. Et aktuelt emne på forskningsfronten som f.eks. kaos (hvor datamaten spiller en vigtig rolle som redskab), kan så tages op. Mange studerende på 'undergraduate' niveau er slet ikke klar over, at der er matematisk forskning [3]. Det er dog ikke alle, der mener, at der skal dannes bro over gabet mellem forskningsområder og undervisningsområder. F.eks. mener Michael Atiyah [5], at gabet bør være der, fordi der er for stor variation i, hvad der er populært forskningsmæssigt til, at man kan inkludere sådanne områder i en bekendtgørelse. Jeg er dog personligt af den opfattelse, at det kan være udmærket med den slags eksempler, hvis det kan gøre i form af et 'valgfrit' emne.

Jeg vil ikke gå nærmere ind i diskussionen omkring ændringer i bekendtgørelsen mht. til emner, men interesserede læsere kan f.eks. henvises til [63] og [66].

5.3 Ændring af rækkefølgen af emner

Der er mange, som mener, at der i forlængelse af datamatanvendelser, bør foretages en ombytning af den traditionelle rækkefølge af emner i bekendtgørelsen. Vi skal se nogle eksempler på nogle mere eller mindre konkrete forslag.

I [64] gøres der nogle overordnede overvejelser omkring tidspunktet for behandling af forskellige emner. Det bliver f.eks. foreslået, at differentiaalligninger behandles meget tidligere end det traditionelt sker, fordi det er lettere at forstå vha. nye grafiksystemer. Tilsvarende er der måske andre emner, som

kan behandles tidligere end før, fordi forståelsen af de involverede begreber lettes via grafik. Det anføres imidlertid også, at før man foretager permanente ændringer, er det nødvendigt at studere, hvorvidt en sådan omordning i rækkefølgen af emner evt. kan lede til en bedre eller hurtigere forståelse af fundamentale begreber eller sætninger.

Ehud Bar-On og Shmuel Avital fremkommer med et konkret ændringsforslag i [9]. De går ind for en tidligere behandling af udtrykket $(f(x+h)-f(x))/h$, da dette begreb er meget anvendeligt i dagligdagen, hvor der er tale om hastighedsændringer (f.eks. hastighedsændringer af inflation eller arbejdsløshed). Den algebraiske fremstilling (som involverer grænseværdibegrebet) kan godt være vanskelig, men ved en numerisk behandling på en datamat bliver begrebet lettere at forstå, og det kan derfor behandles tidligere end man traditionelt gør i matematikundervisningen.

KAPITEL 6. LÆRERROLLE OG LÆRERUDDANNELSE

Det er vigtigt at få diskuteret, hvad datamatanvendelser kan komme til at betyde for lærerrollen i matematikundervisningen, da det i sidste ende er lærerne der afgør, hvordan undervisningen bliver gennemført i praksis. Der kan være meget langt mellem det, der står i en bekendtgørelse, og det der sker i undervisningen. Desuden er det nødvendigt at se på behovet for læreruddannelse, i forbindelse med datamatanvendelser.

Der er mange som mener, at datamater kun er værktøjer, og at de aldrig vil kunne erstatte en lærer i at forklare matematiske ideer og udvikle matematisk forståelse hos de studerende [3], men samtidig er det en almindelig opfattelse, at rollerne for lærere og studerende vil ændre sig betydeligt i det næste årti, som følge af datamatanvendelser (selvfølgelig afhængig af den konkrete brug af datamaten) [64], [71].

Der er 2 overordnede måder at anvende datamaten på i matematikundervisningen:

- 1) Som elektronisk tavle, der selvfølgelig er mere avanceret og giver flere muligheder end en kridttavle eller en overheadprojector, men hvor funktionen er den samme. I denne situation er det traditionelle undervisningsmønster med læreren som informationsgiver bevaret.
- 2) Som redskab for de studerende. Her er undervisningssituationen ændret, og lærerens rolle vil ikke være den samme som i den traditionelle undervisningssituation.

Den første måde at anvende datamaten på kan godt have en stor værdi (f.eks. i forbindelse med dynamiske grafiske illustrationer), og vil selvfølgelig kunne være en stor hjælp for læreren i en lang række undervisningssituationer. Imidlertid ligger de mest interessante perspektiver i anvendelsen af datamaten som redskab for de studerende. Vi skal se nærmere på, hvad sådan en anvendelse vil betyde for lærerens rolle i matematikundervisningen.

6.1 Læreren har ikke den samme kontrol

Læreren har ikke den samme kontrol som ved den traditionelle undervisning. Der vil blive tale om et samspil mellem de studerende og datamaten (det konkrete samspil vil bl.a. afhænge af softwaren), som f.eks. hjælper de studerende til at opdage og undersøge matematiske begreber. Lærerens rolle vil være ændret fra at være forelæser (informationsgiver) til at blive vejleder/rådgiver/koordinator [64], [71], [38]. I denne forbindelse er

der iøvrigt grund til at mane til forsigtighed fra lærersiden. Forsøg på Danmarks Lærerhøjskole ved Viggo Sadolin har vist, at en lærers velmente bemærkninger i forbindelse med nogle elevers arbejde ved datamaten, fuldstændig kan ødelægge en igangværende frugtbar diskussion omkring et matematisk problem [Personlig samtale med Viggo Sadolin fra Matematisk institut på Danmarks Lærerhøjskole].

6.2 Feedback

De studerende har et stort behov for at kunne vurdere deres egne præstationer i form af et feedback [7]. Her kan datamaten være til hjælp f.eks. via 'spørgsmålsbanker'. Datamaten kan registrere den studerendes fejl eller fremskridt og handle derefter. Den givne feedback vil ikke have den samme karakter, som hvis det var en lærer der gav den, specielt vil den studerende ved fejl føle sig mindre utilpas, når det er datamaten, der gør opmærksom på fejlen, end når feedback-opgaven pålægges en mere eller mindre utålmodig lærer [29]. Dette har iøvrigt også den gode sideeffekt, at de studerende er mere vedholdende i at finde frem til en løsning, når der foreligger et problem [51]. Læreren får vha. datamaten mulighed for at blive mere fri og positiv i sin væremåde overfor de studerende. Da læreren endvidere lettes for hele tiden at skulle aktivere den enkelte studerende og sørge for, at denne kommer videre, vil han/hun have mere tid til at danne sig et mere overordnet indtryk af aktiviteterne i klassen, og evt. hjælpe den del af de studerende som har de største problemer. Vi opnår altså en mindre stresset lærer.

Feedback fra datamater til de studerende kan imidlertid også give læreren problemer. Hvis læreren f.eks. bruger datamatens registrering til lokalisering af den enkelte students eventuelle problemer, vil han/hun måske få for meget information på den enkelte studerende, og der er for lidt støtte mht., hvad der skal gøres med informationen [71].

6.3 Læreruddannelse

En vigtig forudsætning for en fornuftig udvikling mht. datamat anvendelser i matematikundervisningen er læreruddannelser, hvor alle datamatens muligheder i undervisningen bliver behandlet. Det gælder ligefra anvendelser, hvor datamaten bliver brugt som elektronisk tavle, til anvendelser hvor datamaten udgør en individuel indlæringsomgivelse f.eks. i form af avancerede datamatmikroverdener [4].

Der er imidlertid et problem med læreruddannelser, da tilrettelæggelse af de nødvendige kurser er en kompliceret og tidskrævende proces. Når kurset endelig er klar til afholdelse, er der gode chancer for, at den hardware og software kurset bygger på er forældet [2] (her stilles tingene måske lidt på spidsen, men problemet er reelt nok, især hvis ressourcerne er knappe, og det samme efteruddannelseskursus skal løbe over flere år).

Selvom der bliver oprettet kurser med henblik på uddannelse af matematiklærere, vil specielt den sidste form for undervisning (mikrodatamatverdener) kræver meget af læreren. Ikke alene skal han/hun sætte sig ind i datamatens muligheder (det kræver kendskab til både hardware og software), de skal også omstille sig fra en undervisningsform, hvor kontrollen i høj grad ligger hos læreren, til en undervisningsform, hvor det kan være svært at bevare overblikket over hele undervisningssituationen [64].

Selvom der er eksempler på, at lærere der ikke har noget særligt edb-kendskab inddrager datamatstøttet indlæring i undervisningen med et godt resultat [69], kan man generelt ikke se bort fra de problemer ovenstående form for undervisning vil give den enkelte lærer, og tiden der skal bruges til at sætte sig ind i hardware og software vil ikke være en engangsforestilling, da der hele tiden sker en udvikling på dette område, og det kan måske igen give anledning til overvejelser omkring den detaljerede planlægning af undervisningen [64].

KAPITEL 7. DATAMATENS PÅVIRKNING AF INDLÆRINGSMILJØET

Et vigtigt spørgsmål i forbindelse med anvendelsen af datamater i matematikundervisningen, er hvorledes det påvirker det sociale indlæringsmiljø.

Ved ICMI-konferencen i Strasbourg 1985 [64], blev der f.eks. stillet følgende spørgsmål -

- Hvad sker der de studerende imellem, ved datamatanvendelser ?

og ved ICME 6 i Budapest 1988 [4], blev der stillet følgende spørgsmål -

- Hvad betyder datamatanvendelser for undervisningsstil og socialstruktur i klasseværelset ?

Der er tale om et spørgsmål, som er åben for videre undersøgelser, da der tilsyneladende ikke er sket så meget på dette område.

I belysningen af ovennævnte spørgsmål vil jeg bl.a. tage udgangspunkt i en undersøgelse foretaget på Trondheim Universitet i Norge, i min egen undervisning i forbindelse med et kursus i numerisk analyse, samt i en række artikler, rapporter og bøger som behandler problemet mere eller mindre indgående.

7.1 Præcisering af nogle begreber

Inden vi tager fat på ovennævnte spørgsmål vil jeg kort præcisere begreberne **undervisning** og **indlæring**. Der skal skelnes mellem undervisning og indlæring, da det er to forskellige processer. Indlæring er en individuel psykologisk proces, mens undervisning er en social pædagogisk proces [7]. Indlæringen er et mål for undervisningen, men indlæringen er i sidste ende produktet af den enkeltes egen aktivitet. Derfor er det vigtigt at aktivere de studerende mentalt, men også fysisk, da fysisk aktivitet ofte støtter mental aktivitet. De fleste af os har nok oplevet, at det kan være en hjælp at snakke højt med sig selv i forbindelse med løsningen af et eller andet problem, eller at forklare problemet for andre, selv når der ikke kommer et modspil.

7.2 Typer af undervisningsprogrammer

Datamaters indflydelse på indlæringsmiljøet afhænger naturligvis af den konkrete anvendelse. Fungerer datamaten f.eks. som en elektronisk tavle, som læreren betjener sig af, eller fungerer den som et redskab for den enkelte studerende, eller grupper af studerende ? Desuden afhænger indflydelsen af de programmer, som

anvendes. Er det f.eks. "lineære" programmer til træning i løsning af rutine opgaver, eller er det programmer, hvor der lægges vægt på, at den studerende skal arbejde eksperimenterende og udforskende med mere eller mindre åbne problemstillinger.

Jeg vil ikke se indflydelsen i lyset af alle former for anvendelser, men kun i lyset af den form for anvendelse, hvori jeg ser de største muligheder, og som jeg derfor finder mest interessant. Det er anvendelser, hvor der lægges op til, at studerende bruger datamaten eksperimenterende og udforskende.

7.3 Arbejdet på Trondheim Universitet

I en artikel af Bodil Ask [7] beskrives en undersøgelse foretaget på Trondheim Universitet, hvor målet var at belyse datamaten's indflydelse på indlæringsmiljøet.

På Trondheim Universitet bestræber man sig på at opbygge undervisningsprogrammer på en sådan måde, at de giver mulighed for at aktivere de studerende. De studerende skal have mulighed for at påvirke programmet, og programmet skal kunne påvirke de studerende. De "lineære" programmer bliver spået en meget kort fremtid.

Et godt undervisningsprogram skal ifølge Bodil Ask motivere de studerende til at udforske mulighederne i faget, til at eksperimenter og manipulere med lærebogsstoffet, istedet for selv at blive udsat for manipulation. På denne måde skal indsigt og forståelse under anvendelse af programmet kunne udvikle sig på en bedre måde end ved traditionel undervisning.

Bodil Ask skriver desuden, at når datamater placeres blandt studerende ændres hele indlæringsituationen. Hvis studerende i en traditionel indlæringsituation bliver sat igang med en egenaktivitet, har de tendens til at isolere sig med lærebøger og opgaver, og de skjuler deres arbejde for hinanden (det kan også ske selvom de studerende arbejder i grupper). Når datamaten anvendes kan andre se, hvad den enkelte laver, og det er ikke længere på samme måde muligt at skjule sig. Den enkelte studerende er blevet en del af en social situation.

Ovenstående bemærkninger er alt sammen formodninger, som man kan sidde ved et skrivebord og påstå. Ved Trondheim Universitet har man på **Senter for Datastøttet Læring** imidlertid efterprøvet formodningerne i praksis igennem flere undersøgelser.

Bodil Ask gør i sin artikel [7] kort rede for en undersøgelse foretaget i forbindelse med faget elektronik. Selvom det ikke er matematik, mener jeg, at undersøgelsens resultater sagtens kan bruges, når vi diskuterer anvendelsen af datamater i matematikundervisningen. Undersøgelsen er et observationsstudie, hvor 110 studerende blev observeret over 4 dage. De studerende blev inddelt i øvelsesgrupper, som hver især skulle gennemgå et øvelsesoplæg. I forbindelse med løsning af opgaver brugte de et simu-

leringsprogram, der var udviklet af 'Senteret for Datastøttet Læring' efter de principper, der tidligere er opstillet for et godt undervisningsprogram. Formålet med anvendelsen af programmet, var at give de studerende en bedre forståelse og indsigt i faget.

Der var konstant 2-3 observatører tilstede under forsøget. En af observatørene havde som opgave at vurdere, hvordan maskinen rent teknisk præsenterede det faglige stof, mens en anden observatør skulle være mere optaget af, hvordan brugen af datamaterne influerede på indlæringsmiljøet og den pædagogiske proces. Det skal bemærkes, at for de studerende optrådte observatørerne blot som personer, der skulle sørge for at tingene fungerede tilfredsstillende teknisk set. De studerende vidste således ikke, hvad observatørerne i virkeligheden var optaget af.

De typiske erfaringer der blev gjort mht. påvirkningen af det sociale indlæringsmiljø kan kort angives som følger:

- studenterne arbejdede sammen to og to.
- de snakkede sammen og drøftede opgaven.
- de kommenterede forskellige løsningsstrategier.
- de diskuterede hvorfor ting ikke virkede præcis som de havde forestillet sig.
- de underviste hinanden, forstået på den måde, at en af dem kom med en forklaring, som enten blev godtaget, eller som blev brugt som diskussionsgrundlag.
- nogen gange var der mere end 2 studerende involveret i diskussionen, gerne et par til, som havde det samme problem.
- nogen gange kommenterede sidestuderende de andres arbejde. De så arbejdet, fordi det var offentligt.

Selvom indlæringen som tidligere anført er en individuel psykologisk proces, oplevede observatørerne, at den under anvendelse af datamater kommer til at foregå i et aktivt socialt indlæringsmiljø, som i meget høj grad påvirkede de studerende på en god måde. De studerende var aktive og konstruktive, ikke bare overfor datamaten, men også overfor hinanden.

Efter observationsperiodens afslutning, blev de studerende sat til at besvare et spørgeskema. På nær et par undtagelser, gav samtlige studerende (der var identiske med en årgang på den elektroniske linie på Norges Tekniske Højskole) udtryk for, at de havde haft et lærerigt udbytte af øvelserne. Flere syntes, at de havde fået væsentlig bedre indsigt i, hvad det egentligt drejede sig om, og de syntes, at de havde fået teorien illustreret så godt, at de forstod den på en praktisk måde.

7.4 Kommentarer til undersøgelsen på Trondheim Universitet

Der skal ikke være nogen tvivl om, at det også er min opfattelse, at anvendelsen af datamater i mange tilfælde kan have en positiv indflydelse på det sociale indlæringsmiljø, og det er da også den erfaring flere andre har gjort, se f.eks. [53] og [23]. Specielt kan det have en god indflydelse på de studerendes samarbejde i grupper. Jeg mener imidlertid ikke, at dette altid vil ske automatisk. Det er min personlige oplevelse fra undervisningen i et kursus i numerisk analyse på RUC's Naturvidenskabelige Basisuddannelse, at der også er mulighed for at isolere sig, når der arbejdes ved datamater. Isoleringen sker måske bare på en anden måde, end når der arbejdes med papir og blyant. Det kan f.eks. ske ved, at det er en enkelt person i en gruppe, der styrer hele forløbet ved datamaten, mens den anden eller de andre (hvis der er mere end to i gruppen) forholder sig mere passive, og derved på en måde skjuler sig. Dette problem med dominerende studerende er iøvrigt også noget, der bemærkes fra andre sider, f.eks. skriver Martin Risnes i [65], at Seymour Papert påpeger, at ligesom arbejdet ved datamater kan have en god indflydelse på samarbejde mellem studerende, så kan der også kan opstå sociale problemer ved anvendelsen af datamater, f.eks. ved at dominerende elever bliver endnu mere dominerende, og det kan igen føre til et elitepræget skolesystem.

Når observatørerne ikke har oplevet dette i undersøgelsen på Trondheim Universitet, må det enten være fordi alle studerende har været meget motiverede for at lære noget, eller også har de studerende svaret uærligt på spørgeskemaerne, kombineret med, at observatørerne ikke har dannet sig et tilstrækkelig sandt billede af undervisningen.

Hvorvidt der sker et effektivt gruppearbejde afhænger nok dels af de studerendes indbyrdes 'faglige styrkeforhold', det faglige stofs sværhedsgrad, det anvendte programs brugervenlighed og filosofien bag programmet (indbyrdes der f.eks. til eksperimenterende og udforskende adfærd, og dermed også til diskussion). Jo mere jævnbyrdige de studerende er fagligt set, jo mere sværhedsgraden passer til de studerendes faglige niveau, jo mere brugervenligt programmet er, og jo mere programmet lægger op til at de studerende skal eksperimentere og udforske - jo mere vil datamaten efter min mening bevirke en styrkelse af det sociale indlæringsmiljø. Der er naturligvis andre faktorer end de nævnte, der spiller en rolle for gruppearbejdet's succes ved arbejdet ved datamater, men jeg har taget dem med, jeg ser som de vigtigste.

Nu er det selvfølgelig ikke givet, at man ikke kunne have opnået de samme positive resultater på Trondheim Universitet, med en række passende tilrettelagt øvelser uden datamater. Men hvis der foreligger et godt undervisningsprogram til de studerendes rådighed, er det som om den gode sociale indlæringsituation

opstår af sig selv [7].

7.5 Individuel undervisning

I dette kapitel har det indtil nu, ligesom været underforstået, at arbejdet med datamater foregår i grupper. Men der er selvfølgelig også mulighed individuelt arbejde ved datamater. Frank P. Belcastro skriver i [15], at det ikke er en hemmelighed, at ingen bog er lige god for alle studerende, eller at en konkret forklaring kan være tilfredsstillende for de fleste, men for svær for nogen, og for let for andre. Tilsvarende er ingen metode i f.eks. problemløsning lige god for alle studerende. Det er min opfattelse, at dette problem f.eks. kan løses igennem individuel anvendelse af datamater. De studerende kan f.eks. arbejde med 'intelligente' vejledningssystemer med flere indlæringsstrategier, og de studerende behøver således ikke komme igennem præcis det samme forløb, i forbindelse med indlæringen af et eller andet emne.

Jeg er selvfølgelig ikke uopmærksom på, at ovennævnte forslag i manges øjne kan få meget uheldige konsekvenser for det sociale indlæringsmiljø. F.eks. ville de studerende have lettere ved at isolere sig (dog ikke i væsentlig højere grad, end ved traditionel undervisning), og måske vil der også åbnes op for et elitepræget undervisningssystem, hvor de dygtigste i kraft af den individuelle indlæring ville nå meget længere end de svage.

KAPITEL 8. FAKTISKE FORHOLD

Vi har tidligere i rapporten set på en hel række af de muligheder, som datamaten giver matematiklærerne på forskellige undervisningsniveauer, og vi har set, at der er nogle af disse lærere, som er gået aktivt ind i anvendelserne. En helt anden ting er så, hvordan det mere generelt forholder sig med hensyn til anvendelsen af datamater i matematikundervisningen, og det skal vi se lidt nærmere på i dette kapitel.

8.1 Hvad sker der i de enkelte lande ?

Generelt kan man sige, at der er større forskel mellem de enkelte landes bekendtgørelser end i undervisningen i praksis. I lande hvor man i høj grad udelukker lommeregner og datamater fra bekendtgørelsen, er der et anseeligt antal lærere, som alligevel anvender dem. Omvendt - i lande hvor anvendelsen af lommeregner og datamater integreres i bekendtgørelsen, er der mange lærere, som ikke anvender dem eller nedprioriterer anvendelser [73].

Ved ICME 6 i Budapest i 1988 kom der også nogle tal og erfaringer frem mht. omfanget af anvendelser af datamater blandt matematiklærere -

England - 33 % bruger aldrig datamat, 39 % meget sjældent og 12 % mere end en gang om ugen.

USA - Der har været et stort kommercielt erhversprojekt, som involverede 700 000 studerende på 400 skoler. Erfaringerne herfra lød på større hastighed, og væsentlig højere score i forbindelse med prøver. Tiden som blev sparet, blev anvendt til problemløsning. 70 % af lærerne har adgang til datamater. 30 % af dem anvendte ikke datamaten (1987-tal).

Taiwan - Der er mange datamater til rådighed på skoler, men kun usædvanlige lærere bruger dem i undervisningen.

Danmark - 1988 trådte en ny bekendtgørelse i kraft, og den gør anvendelser af datamater tvungen. De fleste lærere har haft et kort kursus, men mange er usikre mht. anvendelser af datamater.

Vi kan se, at selv i et land som England, er det utroligt få matematiklærere, som anvender datamaten i større omfang, og det er endda selvom brugen af mikrodamer i matematikundervisningen understreges fra officiel side, som en essentiel færdighed, og som et essentiel kriterie for valg af indhold, og hvor 'National Council of Teachers of Mathematics', har anbefalet, at der skal gøres fuld brug af datamaters styrke i matematikundervisningen

på alle undervisningsniveauer [27].

8.2 Udviklingen på gymnasieområdet i Danmark

I Danmark har der været afholdt en del efteruddannelseskurser for matematiklærer på gymnasierne, på foranledning af matematiklærerforeningen. Her har målet været, at give matematiklærerne et indblik i nogle af de muligheder datamaten giver dem i deres undervisning. Det sker igennem en række teoretiske oplæg, samt ved praktisk arbejde ved datamater. Ved det praktiske arbejde anvendes f.eks. programmer som GRAFMAT [33], MULTIMAT [55] og Dymos [24]. De anvendelser, der lægges op til på disse kurser, er imidlertid ret traditionelle, hvor man i hovedtrækkene anvender datamaten til løsning af nogle opgaver, som ellers ville skulle løses i hånden eller vha. lommeregner, og der lægges vægt på traditionelle færdigheder (man kan få et udmærket indtryk af de typiske anvendelser, ved at kigge i en samling arbejdsvejledninger til GRAFMAT og MULTIMAT, som er udgivet af matematiklærerforeningen i efteråret 1989 [34]). Desuden er deltagelse på sådant et kursus, langt fra tilstrækkeligt til at gennemsnitslæreren vender tilbage til sin arbejdsplads, og begynder at tænke i konstruktive baner omkring datamatanvendelse i matematikundervisningen. Det er i det hele taget min opfattelse, at det på mange af landets gymnasier er ret begrænset, hvad der sker mht. datamatanvendelser. Udviklingen foregår på få gymnasier, og det der sker er som regel ret traditionelt (traditionelt skal her opfattes på samme måde som beskrevet i forbindelse med efteruddannelseskurser).

Dette indtryk har jeg dels fået via deltagelse i et af de ovennævnte efteruddannelseskurser (som observatør), dels igennem en lang række samtaler med forskellige gymnasielærere og dels ved at følge debatten i LMFK-bladet.

Nu er det selvfølgelig ikke kun lærerne det kommer an på, hvis anvendelsen af datamater skal foregå optimalt, er det også nødvendigt med nogle materielle ressourcer. Det er nødvendigt med ændringer af klasseværelserne. F.eks. kan man have en stor monitor eller en 'transviewer' (dvs. en gennemsigtig dataskærm, som kan lægges på en overheadprojector) i klasseværelset. Udenfor klasseværelset skal de studerende have let adgang til datamater, og lærerne skal have datamater til forberedelse [64].

8.3 Udviklingen på de højere læreanstalter

På de højere læreanstalter vil de nye muligheder med datamaten også kunne have betydning for nogle af lærernes forskning, og den tid de bruger på at sætte sig ind i et nyt værktøj, vil således også gavne deres forskning. Men for dem, hvor det ikke er tilfældet, vil fristelsen nok være stor mht. at droppe datamaten, og i stedet bruge tiden på forskningsarbejde, specielt fordi anvendelsen af datamater mange gange vil være et skridt ud i mørket, og fordi presset på de højere læreanstalter er stort mht. forskningsresultater [64].

En anden væsentlig begrundelse for, at mange lærere på højere læreanstalter holder fast ved den traditionelle undervisningsform, er nok den store afstand mellem forelæsning for hundrede eller flere studerende, og så klasseværelser/datamatlaboratorier, hvor de studerende arbejder ved datamater. For at slå bro over denne afstand, er det nødvendigt med store investeringer i materiel og menneskelige ressourcer [64].

Ved personlige samtaler med lærere på flere af landets højere læreanstalter (det gælder RUC, KU, OU, AU, AUC, DTH, DIA og KVL), har jeg fået det indtryk, at det er meget begrænset, hvad der bruges af datamater med henblik på at forbedre de studerendes forståelse af den matematik, der undervises i. I det omfang datamaten bliver brugt, er det langt hen ad vejen som et beregningsværktøj (f.eks. i forbindelse med numerisk analyse). Den ringe interesse for datamatens pædagogiske muligheder, kan måske et stykke af vejen forklares med nogle af ovenstående bemærkninger. Men det kan selvfølgelig også skyldes, at man på de enkelte institutter, hvor man underviser i matematik, har sat sig nøje ind i datamatens muligheder i en undervisningssammenhæng, og på den baggrund har besluttet, at den traditionelle undervisning er den bedste. Det skal dog bemærkes, at hvis det er den sidste forklaring, der gør sig gældende, så er disse overvejelser en velbevaret hemmelighed for omverdenen, og det er ikke blevet nævnt under de ovennævnte samtaler. Her er eksistensen af sådanne overvejelser snarere blevet afkræftet.

8.4 Hvad med software til matematikundervisningen ?

Der findes efterhånden store mængder software, der er beregnet til matematik. Det meste er mere eller mindre avancerede systemer til professionel brug. Det er på nuværende tidspunkt meget småt med forståelse af sådanne systemers eventuelle pædagogiske muligheder, samt af den eventuelle dramatiske effekt, de vil kunne få på matematikundervisningen [64].

Der udvikles også mindre avancerede programmer specielt til undervisning, men de er ofte svære at få fat i, fordi der ikke sker en egentlig distribution (det er f.eks. ofte enkeltpersoner eller grupper af personer på et universitet eller en skole, der udvikler specielt til deres uddannelser). Bl.a. pga. utilgængeligheden er der idag heller ikke opnået den store forståelse af sådanne programmers effekt på undervisning og indlæring [64].

Der er et stort behov for udvikling af professionelle undervisningssystemer, men produktion af undervisningssystemer, som kan anbefales til større udbredelse er en dyr og kompliceret affære. Det vil involvere fundamental forskning baseret på observationer af materiale i anvendelse parallelt med nyudvikling af materiale. I sådant et arbejde kunne inkluderes matematikere, undervisere, psykologer, dataloger, grafikdesignere, redaktører og udgivere [64].

Læsere der er interesseret i, hvad man skal være specielt op-

mærksom på, når man skal vurdere eller selv udvikle et stykke software til matematikundervisning, kan f.eks. henvises til [43] og [13]. Det kan desuden i denne forbindelse nævnes, at der jævnligt anmeldes programmer til matematik (både til kommercielle anvendelser, forskning og undervisning) i tidsskriftet 'Notices of the American Mathematical Society', hvor der er en speciel spalteplass kaldet 'Computers and Mathematics'. Det skal iøvrigt bemærkes, at indlæggene i denne spalteplass er helt 'friske' og ikke 1-2 år, som man ofte ser i andre tidsskrifter. Dette betyder måske nok, at indlæggene ikke har været igennem det helt store vurderingsapparat, men til gengæld er de forskellige nyheder aktuelle, når de kan læses i tidsskriftet.

8.5 Mangel på lærebøger

Der er også et problem med lærebøger, som understøtter anvendelsen af datamater. Der er mangel på bøger, som integrerer anvendelse af datamaten i matematikundervisningen, og den enkelte lærer er derfor ofte henvist til selv at skulle fremstille undervisningsmateriale, såfremt han/hun f.eks. ønsker at belyse matematiske begreber vha. datamaten [4]. Dette er med til at lægge yderligere et pres på den lærer, som ønsker at anvende datamaten i sin undervisning, og det kan måske forårsage, at anvendelsen aldrig bliver realiseret (det skal bemærkes, at der naturligvis tænker på de bøger, som behandler emner, hvor der ikke er tradition for anvendelse af datamater. Det kan f.eks. være emner indenfor matematisk analyse).

Der er dog nogle bøger herhjemme (og der er så småt flere på vej), som i mindre omfang lægger op til anvendelser af datamaten i matematikundervisningen. F.eks. sker det i bogen 'Analytisk geometri og funktioner' [22], som er en bog beregnet til gymnasiet. Her lægges der op til analyse af forskellige funktioners grafer vha. MULTIGRAF. Der er desuden som tidligere nævnt, blevet udgivet et hæfte med arbejdsvejledninger til GRAFMAT og MULTIMAT. Et andet eks. er to bøger til kurset i lineær algebra på DTH [37]. Her lægges der også op til datamatanvendelser, og f.eks. har programmet 'Matlab', som er specielt beregnet til lineær algebra, været anvendt som supplement til kurset.

Imidlertid er det stadigvæk ret traditionelle anvendelser af datamaten, der lægges op til alene igennem opgaveformuleringerne. Det skal dog bemærkes, at anvendelserne inkluderer en mere undersøgende og eksperimenterende fremgangsmåde i f.eks. funktionsundersøgelser. Dette sker nok som en naturlig følge af den lethed, hvormed man f.eks. kan få tegnet familier af funktioner.

8.6 Behov for videnskabelige undersøgelser

Som det fremgår flere steder tidligere i rapporten, er der mangel på videnskabelige undersøgelser, som kan dokumentere effekten af anvendelserne af datamaten i matematikundervisningen.

Det blev også ved ICME 6 anført som en generel anskuelse, at det er meget småt med overbevisende resultater omkring positive og negative effekter, som følge af anvendelsen af datamater i matematikundervisningen [3]. Der er masser af gode ideer mht. hvordan man skal anvende datamaten, og der er lovende resultater, men det er vigtigt at undgå uhensigtsmæssig brug. En konkret anvendelse bør bygge på en saglig evaluering, der viser, at det er den bedste metode i en given indlæringsituation [51]. Med andre ord er det vigtigt, at gå bag meninger, entusiasme og ønsketænkning, og foretage nogle sande analyser til belysning af datamaternes muligheder i undervisningen. Sådant forskning som nødvendigvis indebærer praktiske forsøg, må udsættes for en kritisk evaluering [64], [2].

Manglen på overbevisende videnskabelige undersøgelser mht. effekten af datamatanvendelser i matematikundervisningen, kan måske også tillægges en stor del af skylden for, at det kun er så få lærere både herhjemme og i udlandet, der anvender datamaten i deres undervisning, samt at dem der gør det, stort set kun bruger den som et beregningsværktøj eller graftegningværktøj i den traditionelle undervisning.

8.7 Behov for informationskanaler

Selvom det er meget småt med videnskabelige undersøgelser mht. effekten af datamatanvendelser, så sker der trods alt lidt. Værdien af sådanne undersøgelser er imidlertid ret begrænset, hvis resultaterne ikke kommer ud til en bredere skare af matematiklærere og andre som har indflydelse på udviklingen indenfor matematikundervisning. Der er derfor behov for nogle informationskanaler, så man kan orientere sig om nuværende muligheder og igangværende forskningsprojekter.

Der findes en række internationale tidsskrifter, hvor man idag har mulighed for at informere andre om sine resultater, og hvor andre har mulighed for at orientere sig. Imidlertid ville det være langt mere effektivt med en international samarbejdsaftale, hvor det blev besluttet, at informationerne skulle samles i et bestemt tidsskrift, så den enkelte lærer ikke behøver at følge med i 20 forskellige tidsskrifter, bare for at dække sig nogenlunde ind. En alternativ løsning for Danmark, kunne være, at der var nogen, der blev betalt for at indsamle relevant information fra de mange tidsskrifter, og så viderebringe den i et 'lokalt tidsskrift'.

8.8 Hvad burde der gøres i Danmark ?

Jeg ser et stort problem i, at det er utroligt spredt, hvad der sker mht. datamatanvendelser i matematikundervisningen i Danmark. Ser vi f.eks. på gymnasieområdet, er det i virkeligheden kun meget lidt, der er sket i den daglige undervisning i løbet af de sidste 10 år, hvor datamaten's rolle i matematikunder-

visningen har været diskuteret herhjemme i bl.a. LMFK-bladet (i [45] kan man følge udviklingen fra foråret 1979 til foråret 1985). Ved personlige samtaler har jeg erfaret, at der stadig er mange gymnasier, hvor hovedparten af matematiklærerne stort set ikke anvender datamaten i deres undervisning, og det skyldes vel og mærke ikke velbegrundede undladelser, men i høj grad usikkerhed overfor datamaten og dens muligheder.

Problemet er først og fremmest efter min mening, at der ikke har været nogen kvalificeret central styring af udviklingen. Det der er sket, har i meget høj grad været afhængig af enkeltpersoners frivillige indsats, og selvom der er flere som har ydet en stor indsats, så er det bare ikke nok på længere sigt.

Der bør efter min mening være et eller flere videnskabelige institutter (ligesom f.eks. Senter for Datastøttet Læring i Norge), som beskæftiger sig med anvendelsen af datamater i undervisningen generelt, og altså også med anvendelser i matematikundervisningen. Herfra kan der udvikles forskellige systemer, med henblik på anvendelse i matematikundervisningen, og der kan afholdes mindre pilotprojekter, som skal belyse anvendelser af ovennævnte undervisningssystemer i undervisningen. Det er imidlertid også vigtigt, at der foretages forsøg i større målestok (da resultaterne fra pilotprojekter ofte ikke kan overføres direkte til det virkelige klasseværelse), og her er det nødvendigt med et tæt samarbejde med lærere fra forskellige undervisningsinstitutioner. Måske skal en del af personalet på ovennævnte institut eller institutter bl.a. rekrutteres fra forskellige undervisningsinstitutioner. Der kan f.eks. arrangeres en eller anden form for orlovsordning. Der skal således være en fast stab af medarbejdere samt en gruppe af folk udefra, som løbende bliver fornyet. Medarbejderne udefra skal sikre, at instituttet eller institutterne hele tiden har folk med friske erfaringer fra den virkelige undervisningsverden, og det kan forhåbentlig sikre en dynamisk udvikling, som både bygger på erfaring og nytænkning.

Jeg forestiller mig, at sådant et institut også kan indgå i et internationalt samarbejde omkring udvikling og analyse af avancerede indlæringsmiljøer, hvor der bl.a. anvendes viden og teknikker indenfor kognition og kunstig intelligens. Dette ville sikre, at også Danmark fik noget at skulle have sagt, i forbindelse med den type datamatanvendelser, som jeg personligt tror komme til at indgå i fremtidens undervisning, ikke kun i matematik, men i mange forskellige faglige sammenhænge.

Måske skal man passe på med for store forventninger til datamaten. F.eks. skrives der i rapporten fra ICMI-konferencen i Strasbourg 1986 - "There is a danger that false advertising by computer companies and software developers, and a pressure from various sections of society, could lead to ill-designed, over-optimistic innovation and, in turn, to a backlash comparable with that of the 1970s resulting from the hasty introduction of 'New Math'".

Men på den anden side er jeg, som anført ovenover, af den overbevisning, at avancerede datamatbaserede 'intelligente' vejledere sammen med andre former for datamatanvendelser, vil

komme til at spille en væsentlig rolle i fremtidens undervisning internationalt set, og hvis man ikke fra de bevilligende myndigheder i Danmark tager højde for denne udvikling, så vil vi ikke få noget at skulle have sagt i denne sammenhæng, og det kan videre komme til at betyde, at vores uddannelsessystem kommer til at halte flere år efter andre landes.

KAPITEL 9 AFRUNDING

Vi har nu set på en række af de muligheder (og problemer), som datamaten internationalt giver matematiklærere på flere forskellige undervisningsniveauer. Vi har desuden set på den nuværende situation mht. datamatanvendelser på gymnasier og højere læreanstalter herhjemme, og jeg har været inde på, hvilke foranstaltninger jeg finder nødvendige, hvis en fornuftig fremtidig udvikling skal kunne sikres. Der kunne have været skrevet meget mere, og de enkelte områder kunne have været behandlet meget dybere. Imidlertid har jeg været nødt til at begrænse mig pga. manglende tid. Som nævnt i starten af rapporten, er dette skriftlige arbejde afslutningen på et projekt, som var planlagt til at løbe indtil 1. september 1991, men som jeg af personlige grunde har valgt at stoppe pr. 1. marts 1990.

Jeg håber dog, at læseren alligevel på baggrund af rapporten har kunne dannet sig overordnet et indtryk af udviklingen omkring datamatanvendelser i matematikundervisningen, både herhjemme og i udlandet, og det skulle meget gerne fremgå, at vi her har at gøre med et vigtigt område, som det vil være uansvarligt, blot at overlade til andre eller til tilfældighederne.

LITTERATURLISTE

- [1] Abelson, H., and diSessa, A., (1981): 'Turtle Geometry', The MIT Press, Cambridge, Mass., London, England.
- [2] Action group 4, (1988): 'Senior secondary school (age 15-19)', Fra [41], s.143-158.
- [3] Action group 5, (1988): 'Tertiary (post-secondary) academic institutions', Fra [41], s.159-176.
- [4] Action group 6, (1988): 'Pre-service teacher education', Fra [41], s.177-190.
- [5] Atiyah, M., F., (1985): 'Mathematics and the Computer Revolution', Fra [42], s.43-51.
- [6] Andersen, H., Højbjerg, M., m.fl., (1989): 'Algoritmisk matematik - et nyt perspektiv', Institut for elektroniske systemer, afdeling for matematik og datalogi, Aalborg Universitetscenter.
- [7] Ask Bodil, (1989): 'Læringsteknologiens påvirkning av det sosiale læringsmiljøet', Institutt for Informatikk, Universitet i Trondheim.
- [8] Bacciotti, A., Boieri, P., and Moroni, P., (1986): 'An introduction to linear differential systems with the aid of personal computers', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 17, no. 1, s.31-37.
- [9] Bar-On, E., and Avital, S., (1986): 'Rate of change over an interval as a property of functions: an algebraic and numerical approach', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 17, no. 1, s.71-77.
- [10] Bar-On, E., (1986), Computers and Education, 10, s.393.
- [11] Bar-On, E., and Or-Bach, R., (1988): 'Programming mathematics: a new approach in introduction probability to less able pupils', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 2, s.281-297.
- [12] Barozzi, G., and Clements, R., R., (1987): 'The potential uses of computer algebra systems in the mathematical education of engineers', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 18, no. 5, s.681-683.
- [13] Barwise, J., and Etchemendy, J., (1989): 'Creating Courseware', Notices of the American Mathematical Society, Vol 36, No 1, s.32-40.
- [14] Bavnbek, B., B., and Pate, G., (1989): 'Information Technology and Mathematical Modelling, The Software Crisis, Risk and Educational Consequences', Computers & Society, s.4-22.

[15] Belcastro, F., P., (1988): 'Teaching alternative mathematical procedures', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 1, s.165-168.

[16] Berry, J., and Huntley, I., (1986): 'Video - a new resource in the teaching of mathematics', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 1, s.165-168.

[17] Björk, L., E., (1982): 'Datorer och miniräknare i svensk gymnasieskola. En översigt från matematikens synpunkt', Fra [68], s.58-73.

[18] Bowtell, G., and Haines, C., R., (1988): 'Starting up with Micro-Net in mathematical science', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 5, s.719-722.

[19] Bratbergsengen, K., (1982): 'Databehandling og matematikk i den videregående skole. Teknologiske muligheter', Fra [68], s.112-128.

[20] Burghes, D., and Kennett, D., (1988): 'Interactive video for mathematics teaching', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 5, s.705-710.

[21] Calmet, J., (1987): 'The role of computer-based symbolic manipulation package in mathematics teaching for engineers', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 18, no. 5, s.663-680.

[22] Clausen, Flemming, Printz, Poul og Schomacker Gert, (1989): 'Analytisk geometri og funktioner', Munksgaard.

[23] Dolcetta, I., C., Emmer, M., Falcone, M., Vita, S., F., (1988): 'The impact of new technologies on teaching calculus: a report of an experiment', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 5, s.637-657.

[24] Dymos, (1987): 'Lærevejledning til Dymos', Fysiklærerforeningens Software Forum Aarhus, F&K-forlaget.

[25] Dörfler, W., and McLone, R., R., (1986): 'Mathematics as a School subject', Perspectives on mathematics education, Papers Submitted by Members of the Bacomet Group, D. Reidel Publishing Company, s.49-97.

[26] Edelman, D., Hawley, D., Haynes, D., and Huntley, I., (1986): 'Comments on using data analysis packages in the teaching of modelling', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 17, no. 5, s.589-603.

[27] Ernest, P., (1988): 'Using microcomputers with 15 year olds to retrain transformation geometry skills', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 2, s.269-279.

[28] Ernest, P., (1988): 'An investigation into the use of microcomputers to teach mathematical problem-solving skills to

13 year olds', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 6, s.807-818.

[29] Ershov, A., (1988): 'Computerization of schools and Mathematical education', Fra [41], s.49-65.

[30] Evans, J., R., (1987): 'The modeling process and creative thinking', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 18, no. 1, s.1-8.

[31] Fey, James, (1989): 'Technology and mathematics education: A survey of recent developments and important problems', Educational Studies in Mathematics, vol. 20, s.237-272.

[32] Gal-Ezer, J., and Zwas, G., (1988): 'Computational aspects of rational versus polynomial interpolations', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 5, s.567-579.

[33] GrafMat-programmerne, (1987) + GrafMat version 2, (1988): Matematiklærerforeningen.

[34] GrafMat og MultiMat, Arbejdsvejledninger, (1989): Matematiklærerforeningen.

[35] Grenander Ulf, (1982): 'Mathematical Experiments on the Computer', Academic Press.

[36] Grinberg, E., L., (1989): 'The Menu with the College Education', Notices of the American mathematical society, vol 36, no. 7, s.838-842.

[37] Hansen, P., S., Bendsøe, M., P., og Nielsen, H., B., (1987): 'Lineær algebra - Datamatorienteret - 1 + 2', Matematisk Institut, Numerisk Institut, DTH.

[38] Hesselund Hans, (1984): 'Udvikling af undervisningsprogrammel', Teknisk forlag.

[39] Holde Torben, (1988): 'Myresnak (ICL)', Katalog over edb-programmer til undervisning, Landscentralen for Undervisningsmidler, s.234-235.

[40] Hoyles, C., and Noss, R., (1987): 'Synthesizing mathematical conceptions and their formalization through the construction of a Logo-based school mathematics curriculum', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 18, no. 4, s.581-595.

[41] ICME 6, Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education, (1988): Rapport fra den sjette ICME afholdt i Budapest 1988.

[42] ICMI Study Series (1985): 'The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching', Cambridge University Press.

[43] Johnson, H., C., (1987): 'What one looks for in software for teaching mathematics', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 2, s.319-330.

[44] Knuth, D., E., (1974): 'Computer Science and its relation to Mathematics', Mathematical Association, s.323-343.

[45] Langberg Finn, (1985): 'Datalære i gymnasiets matematik-undervisning', 1. modul projekt, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.

[46] Langberg Finn, (1988): 'Symbolmanipulation', Datalogispeciale, Datalogi, Roskilde Universitetscenter.

[47] Larsen, J., (1990): 'Introduktion til ISP', Roskilde Universitetscenter.

[48] Loughnane, R., J., (1988): 'Teaching mathematics through the medium of high resolution graphics', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 2, s.319-330.

[49] Lovász, L., (1988): 'Algorithmic mathematics: 'An old aspect with a new emphasis', Fra [41], s.67-78.

[50] Maass, J., and Schlöglmann, W., (1988): 'The mathematical world in the black box - significance of the black box as a medium of mathematizing', Cybernetics and Systems: An international Journal, vol 19, s.295-309.

[51] Mackie, D., and Scott, T., D., (1988): 'Using computers to enhance the learning of mathematics', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 19, no. 1, s.83-88.

[52] Markinson, G., J., and Morarji, H., L., (1989): 'Tutorial and investigative software for teaching numerical analysis', Int. J. Math. Educ. Sci., Technol., vol. 20, no. 1, s.95-103.

[53] Marcher, Hans, (1987): 'Rapport om forsøg med liniefaget Matematik/Regning i årene 1982-86 under Jonstrup Statsseminariums læreruddannelsesforsøg'.

[54] Maurer, S., B., (1985): 'The Algorithmic Way of Life is Best; reflektions by R. G. Douglas, B. Korte, P. Hilton, P. Renz, C. Smorynski, J. M. Hammersley and P. R. Halmos', College Math. Journal 16, s.2-16.

[55] MultiMat-programmerne (1987) + MultiMat version 2, (1989): Matematiklærerforeningen.

[56] Nievergelt, Y., (1988): 'The HP-28S brings computations and theory back together in the classroom', Notices of the American Mathematical Society, Vol 35, No 6, s.799-804.

[57] Niss, M., og Hermann, K., (1982): 'Beskæftigelsesmodellen i SMEC III', Nyt Nordisk Forlag, Arnold Busck.

[58] Niss, M., (1987): 'Application and modelling in the mathematics curriculum - state and trends', Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., vol. 18, no. 4, s.487-505.

[59] Ohlsson, Stellan, (1987): 'Some principles of intelligent tutoring', Artificial intelligence and education, vol. 1, Ablex publishing, 355 Chestnut St., Norwood, NJ 07648, s.203-237.

[60] Ohlsson, Stellan, (1987): 'Sense and reference in the design of interactive illustrations for rational numbers', Artificial intelligence and education, vol. 1, Ablex publishing, 355 Chestnut St., Norwood, NJ 07648, s.308-344.

[61] Papert, Seymour, (1980): 'Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas (Basic Books, New York, NY).

[62] Papert, Seymour, (1983): 'Den totale Skildpaddetur, Børn, datamaskiner og kreative tanker', dansk oversættelse af Paperts bog 'Mindstorm' ved Lise Dalgaard og Birte Kjær Jensen, GAD.

[63] Ralston, A., (1981): 'Computer Science, Mathematics, and the undergraduate curricula i both', American Mathematical monthly, 88, s.472-485.

[64] Report of the Strasbough Meeting, (1985): Fra [42], s.1-38.

[65] Risnes, M., (1982): 'En ny matematiklærer?', Fra [68], s.74-81.

[66] Seidman, S., B., and Rice, M., D., (1985): 'A fundamental course in higher mathematics incorporating discrete and continuous themes', Fra [42], s.95-106.

[67] Simon, B., and Wilson, R., M., (1988): 'Supercalculators on the PC', Notices of the American mathematical society, s.978-1001.

[68] Staupe, A., og Wibe, J., (1982): 'Matematikk - Databehandling, Debatskrift om reform av skolematematikkens innhold', J. W. Cappelens Forlag.

[69] Staupe, A., (1982): 'Ferdige programmer, datamaskinassistent læring', Fra [68], s.95-111.

[70] Tall, D., and West, B.: 'Graphic Insight into Calculus and Differential Equations', Fra [42], s.107-119.

[71] Theme group 2, (1988): 'Computers and the teaching of mathematics', Fra [41], s.215-236.

[72] Theme group 6, (1988): 'Mathematics and others subjects', Fra [41], s.277-291.

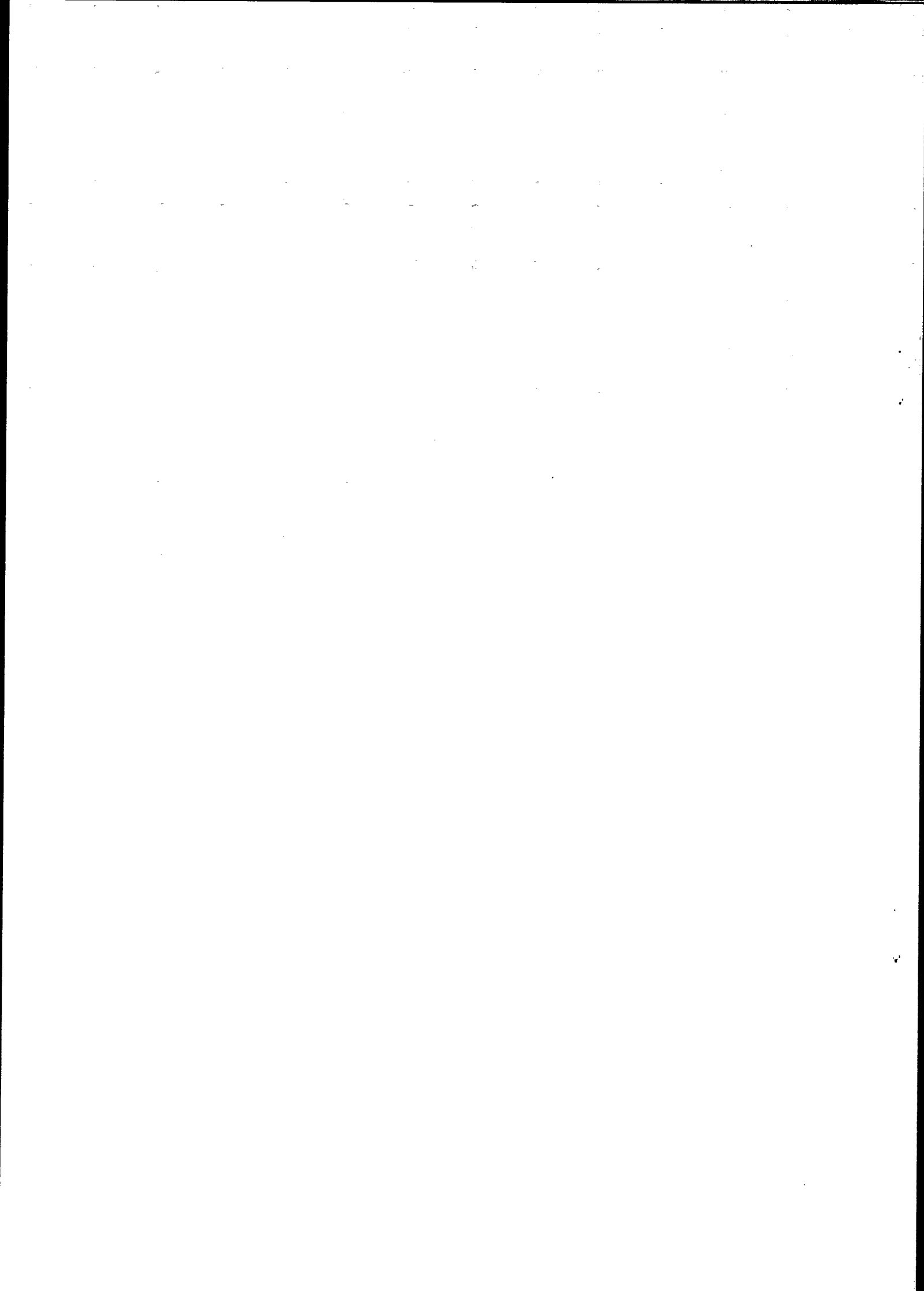
[73] Theme group 7, (1988): 'Curriculum towards the year 2000', Fra [41], s.293-310.

[74] Våge, J., (1988): 'Brukerveiledning for graf-X-pert Pluss', Senter for datastøttet læring, Trondheim Universitet, Norge.

[75] Wolfram, S., (1988): 'Mathematica - A system for doing mathematics by computer', Addison-Wesley publishing company.

[76] Wright, B., (1988): 'Does Domesday have a place in the Mathematics Classroom?', Teaching Mathematics and its application, vol. 7, no.2, s.75-81.

[77] Wright, B., (1989): 'Innovation and New Technologies', Interactive Showcase International, vol. 1, no. 1.



- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projekt rapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen.
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss. Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh. Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko. Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Dollorum Vinarium". Projekt rapport af: Lasse Rasmussen. Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projekt rapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen. Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt. Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projekt rapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup. Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler. Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings af an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint. Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.).
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen. Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projekt rapport af: Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS" - with special emphasis on the role of reality". Af: Helge Kragh.
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE". a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projekt rapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen. Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodul/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projekt rapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS". Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber". Projekt rapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller". Projekt rapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen. Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen. Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MENDELÈRE". Projekt rapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk. Vejleder: Stig Andur Pedersen. Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER - GER MOSSBAUEREFFEKT MÅLINGER". Projekt rapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen. Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. 1. Af: Bent Sørensen. Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIE TEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Heddal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedesen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Høytrup.

Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høytrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Høytrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Bernhelm Booss og Jens Høytrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?".
Projektrapport af: Lone Billmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projekt rapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFVLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projekt rapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Linear programmering.
Projekt rapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et hørings svar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projekt rapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".
Special rapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projekt rapport af: Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSafhængig LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Special rapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Special rapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
-
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projekt rapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projekt rapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projekt rapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lillethorup.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDALDEREN".
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projekt rapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSISTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIQNINGER".
 Af: Jens Jøger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS REANITION".
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL AF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI",
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM" - state and trends -
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Kattler og Torben J. Andreassen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONFIGURATIONSTABELLER".
 Projekt rapport af: Lone Biilmann, Ole R. Jensen og Arne-Lise von Moos.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING"
 Af: Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
 Af: Peder Voetmann Christiansen
-
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST -- EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANEDAMMEN".
 Af: Iben Maj Christiansen
 Vejleder: Mogens Niss.
- 120/86 "ET ANPAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
 Fysiklærerforeningen, IMFUA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBYG - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-klassifikation af B-, A- og F-stjerner".
 Projekt rapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
 Projekt rapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
 Projekt rapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅKRYB" - om ikke-standard analyse.
 Projekt rapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
 Lecture Notes 1983 (1986)
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-projekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.
 Projekt rapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"
 Projekt rapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA. ENERGY SERIES NO. 15.
 Af: Bent Sørensen.
-
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM"
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen, Petr Visčor
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER"
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi"
 Projekt rapport af Frank Colding Ludvigsen
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling
 Af: Jeppe Dyre
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

- 138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."
Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek
Martin Bohle-Carbonell
- 140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"
By: Jens Gravesen
- 141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"
Projektrapport af Finn C. Physant
Vejleder: Ib Thiersen
- 142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek og
Krzysztof P. Wojciechowski
- 143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"
af: Mogens Brun Heefelt
- 144/87 "Context and Non-Locality - A Peircan Approach"
Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"
Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987
By: Mogens Niss
- 146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"
- en ny frekvensbaseret målemetode.
Fysikspeciale af Jan Vedde
Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Višćor
- 147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"
redigeret af: Mogens Brun Heefelt
- 148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"
af: Peter Colding-Jørgensen DLH
Albert Chr. Paulsen
- 149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"
by: Petr Višćor
- 150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"
by: Petr Višćor
- 151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"
Matematikprojekt af:
Birgit Andresen, Keld Nielsen og Jimmy Staal
Vejleder: Mogens Niss
- 152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
Krzysztof P. Wojciechowski
- 153/87 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KRÆFTER"
Et eksempel på humanistisk teknologihistorie. Historiespeciale
Af: Hans Hedal
Vejleder: Ib Thiersen
- 154/87 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"
By: Jeppe Dyre
- 155/87 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"
by: Michael Pedersen
- 156/87 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"
by: Jeppe C. Dyre
- 157/87 "STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."
by: Michael Pedersen
- 158/87 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"
by: Jeppe Dyre
- 159/87 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"
by: Bent Sørensen
- 160/87 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"
by: Jens Gravesen
- 161/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: Dirichlet feedback control problems"
by: Michael Pedersen
- 162/87 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"
AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich, Mette Vedelsby
- 163/87 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"
Af: Finn Langberg, Michael Jarden, Lars Frellesen
Vejleder: Jesper Larsen
- 164/87 "Vurdering af matematisk teknologi Technology Assessment Teknikfolgenabschätzung"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen
- 165/87 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"
by: Jens Gravesen

- 166/88 "Grundbegreber i Sandsynlighedsregningen"
Af: Jørgen Larsen
- 167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"
Af: Jørgen Larsen
- 167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte modeller"
Af: Jørgen Larsen
- 168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"
Laboratorie-simulering og MARS-analoger undersøgt ved Mossbauerspektroskopi.
Fysikspeciale af:
Birger Lundgren
Vejleder: Jens Martin Knudsen
Fys.Lab./HCØ
- 169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL TIL EN METAFYSIK."
Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist" 1891-93.
Introduktion og oversættelse:
Peder Voetmann Christiansen
- 170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"
Samtlige opgaver stillet i tiden 1974 - juni 1988
- 171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"
af: Johnny Tom Ottesen
- 172/88 "FYSIK OG VIRKELIGHED"
Kvantemekanikkens grundlagsproblem i gymnasiet.
Fysikprojekt af:
Erik Lund og Kurt Jensen
Vejledere: Albert Chr. Paulsen og Peder Voetmann Christiansen
-
- 173/89 "NUMERISKE ALGORITMER"
af: Mogens Brun Heefelt
- 174/89 "GRAFISK FREMSTILLING AF FRAKTALER OG KAOS"
af: Peder Voetmann Christiansen
- 175/89 "AN ELEMENTARY ANALYSIS OF THE TIME DEPENDENT SPECTRUM OF THE NON-STATONARY SOLUTION TO THE OPERATOR RICCATI EQUATION"
af: Michael Pedersen
- 176/89 "A MAXIUM ENTROPY ANSATZ FOR NONLINEAR RESPONSE THEORY"
af: Jeppe Dyre
- 177/89 "HVAD SKAL ADAM STÅ MODEL TIL"
af: Morten Andersen, Ulla Engström, Thomas Gravesen, Nanna Lund, Pia Madsen, Dina Rawat, Peter Torstensen
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 178/89 "BIOSYNTESSEN AF PENICILLIN - en matematisk model"
af: Ulla Eghave Rasmussen, Hans Oxvang Mortensen, Michael Jarden
Vejleder i matematik: Jesper Larsen
biologi: Erling Lauridsen
- 179a/89 "LÆRERVEJLEDNING M.M. til et eksperimentelt forløb om kaos"
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer
- 179b/89 "ELEVHÆFTE: Noter til et eksperimentelt kursus om kaos"
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
Vejledere: Peder Voetmann Christiansen
Karin Beyer
- 180/89 "KAOS I FYSISKE SYSTEMER eksemplificeret ved torsions- og dobbeltpendul".
af: Andy Wierød, Søren Brønd og Jimmy Staal
- 181/89 "A ZERO-PARAMETER CONSTITUTIVE RELATION FOR PURE SHEAR VISCOELASTICITY"
by: Jeppe Dyre
- 183/89 "MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, MODELLING. APPLICATIONS AND LINKS TO OTHER SUBJECTS - State. trends and issues in mathematics instruction
by: WERNER BLUM, Kassel (FRG) og MOGENS NISS, Roskilde (Denmark)
- 184/89 "En metode til bestemmelse af den frekvensafhængige varmfylde af en underafkølet væske ved glasovergangen"
af: Tage Emil Christensen
-
- 185/90 "EN NÆSTEN PERIODISK HISTORIE"
Et matematisk projekt
af: Steen Grode og Thomas Jessen
Vejleder: Jacob Jacobsen
- 186/90 "RITUAL OG RATIONALITET i videnskabers udvikling"
redigeret af Arne Jakobsen og Stig Andur Pedersen
- 187/90 "RSA - et kryptisk system"
af: Annemette Sofie Olufsen, Lars Frellesen og Ole Møller Nielsen
Vejledere: Michael Pedersen og Finn Munk
- 188/90 "FERMICONDENSATION - AN ALMOST IDEAL GLASS TRANSITION"
by: Jeppe Dyre
- 189/90 "DATAMATER I MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ GYMNASIET OG HØJERE LÆREANSTALTER
af: Finn Langberg