

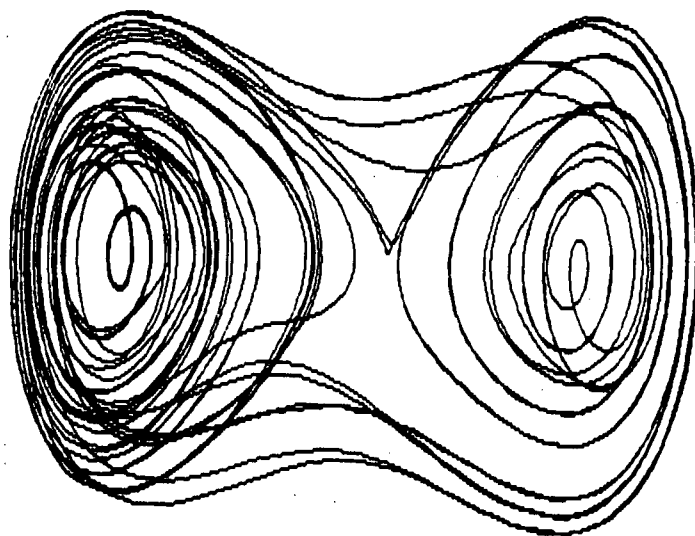
TEKST NR 179a

1989

LÆRERVEJLEDNING M.M.

til et eksperimentelt forløb om kaos

Af
Andy Wierød
Søren Brønd
Jimmy Staal



vejledere:

Peder Voetmann Christiansen

&

Karin Beyer

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER

INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

Teksten er en del af et fysikspeciale om kaos, som spreder sig over tre IMFUFA tekster, nemlig nr. 179a: "Lærervejledning m.m. til et eksperimentelt forløb om kaos", nr. 179b: Elevhefte: "Noter til et eksperimentielt kursus om kaos", og nr. 180: "Kaos i fysiske systemer - eksemplificeret ved et torsionspendul og et dobbeltpendul".

Tekst 179a oplyser om et eksperimentelt forløb om kaos som IMFUFA tilbyder gymnasieklasser. Teksten omfatter apparaturbeskrivelser, vejledning i og eksempel på sammensætning af et forløb. Desuden er der baggrundsstof til diskussioner samt en lang række øvelsesvejledninger m.m.

Tekst 179b er et elevhefte til dette eksperimentelle kursus. Med opstilling af en matematisk model for et ikke-lineært torsionspendul, som det gennemgående eksempel, introduceres deterministisk kaos og en række af de centrale begreber i beskrivelsen heraf, f.eks. uforudsigelighed, ikke-periodicitet, bifurkationer, Poincaré-snit, intermittens og Liapunov-eksponent.

Tekst 180 indeholder udover undersøgelser af karakteristiske bevægelsesmønstre for et ikke-lineært dissipativt torsionspendul og et ikke-lineært konservativt dobbeltpendul, introduktion til områdets teorier, metoder og litteratur. Det er vort håb, at teksten kan fungere som idé-katalog og introduktion for andre studerende, der påtænker projekter indenfor dette emne.

Forord

Dette materiale er en del af et fysikspeciale for Andy Wierød, Jimmy Staal og Søren Brønd. Materialet er tænkt som en selvstændig enhed, som udsendes til klasser og lærere, der skal deltage i den s.k. store øvelse om kaos på RUC. Der er fri adgang til at kopiere materialet, hvis blot kilden opgives. Der er også mulighed for, mod betaling af trykkeomkostningerne, at få et antal eksemplarer herfra. Da apparaturet og de dertil hørende øvelser løbende vil blive videreudviklet, vil vi anbefale, at man retter henvendelse til IMFUFA på RUC og spørger, om nyt materiale er udarbejdet.

Materialet er i to dele: IMFUFA tekst 179a og 179b, der indeholder hhv. lærervejledning og øvelsesvejledninger m.m. og elevhæftet "Noter til et eksperimentelt kursus om kaos på RUC". I Lærervejledningen (Tekst 179a, hvide sider) beskriver vi, hvad vi kan tilbyde: 2 dages kursus på RUC med øvelser og oplæg samt materiale til forudgående bearbejdelse. Dernæst redegør vi for de fornødne elevforudsætninger, samt giver forslag til sammensætning af kursus og øvelser til forløb. Endelig giver vi vort eget forslag til et forløb. Hertil har vi skrevet et perspektiverende baggrundsmateriale, som måske også kan bruges i undervisningen. For uddybende litteratur henviser vi til vort speciale IMFUFA tekst 180

Elevhæfte ("Noter til et eksperimentelt kursus på RUC") (Tekst 179b) henvender sig til deltagende elever. Gennem modellering af torsionspendulet, introduceres de teorier og matematiske redskaber, forløbets øvelser demonstrerer og gør brug af. Stoffet danner samtidigt baggrund for de oplæg, der vil blive givet på RUC.

Øvelsesvejledninger (tekst 179a, lysegule sider) er bygget op om tre emner. Een række, der sigter mod at demonstrere bredden af kaosfænomener. En anden række om modellering af et torsionspendul, og endelig en række computersimulationer heraf med demonstration af bevægelsestyper og analyseredskaber. Øvelsesvejledningerne i den sidste række har nærmest karakter af manualer og kan ikke stå alene. De bør derfor særskilt perspektiveres udfra de sammenhænge, de skal indgå i.

Indholdsfortegnelse

Lærervejledning (Tekst 179a, hvide sider)

Oversigt	
Kursus på RUC: Øvelser, oplæg og forudsætninger	1
Beskrivelse af apparatur og muligheder	2
Sammensætning af forløb	
Forløbet og bekendtgørelsen	7
Eksempel	10
Baggrund	
Hvorfor beskæftige sig med kaosfænomener?	14
Videnskabshistorisk baggrund	18

"Noter til et eksperimentelt kursus på RUC" (Tekst 179b)

Sammenhæng, perspektiver og indhold	
Kap.1: Modellering af torsionspendulet.	
Kap.2: Introduktion til kaos	
Afrunding	
Se den uddybende indholdsfortegnelse foran i hæftet.	

Øvelsesvejledninger (Tekst 179a, lysegule sider)

A: Kaosfænomener kvalitativt

Dobbeltpendul	
Magnetisk perturberet pendul	
Pulserende kemisk proces	
Viscous fingering i Hele-Shaw celle	
Elektronisk iterativ funktionsgenerator/ Feigenbaums tal	
Torsionspendulet: Bifurkationer, Kaos	

B: Modellering af torsionspendul

Bestemmelse af parametre: fjederkonstant, motoramplitude, egenfrekvens og resonans, inertimoment og motorperiodens spændningsafhængighed.	
Sammenligning af model og virkelighed	

C: Computersimulation og databehandling:

Kaos, Bifurkationer; kontinuert og diskret simuleret.	
Ens parameter værdi men varieret begyndelsesbetingelse	

Oversigt

Forløbets dele er forsøgt disponeret på en sådan måde, at der er den størst mulige handlefrihed m.h.t. deres sammensætning. Tilrettelæggelse af forløb sker i samarbejde mellem kursuslederen på RUC og læreren forud for forløbets gennemførelse.

To dages kursus på RUC

Kernen i forløbet er et to dages intensivt arrangement på RUC af i alt 10-14 timers varighed. Tiden bruges til øvelser i grupper og oplæg fra RUC's side.

Oplæg

Øvelserne og baggrunden herfor bliver introduceret gennem tre oplæg af hver ca. 45 min. varighed om følgende emner:

- A: Kaosbegreber, linearitet og ikke-linearitet, veje til kaos, iterative funktioner og Feigenbaums "træ".
- B: Matematiske redskaber til kaosanalyse: faserumsplot, Poincaré snit, returafbildning, evt. Liapunoveksponent.
- C: Demonstration af øvelserne.

Det forudgående arbejde deltagerne har været igennem, vil naturligvis være bestemmende for dybden af den forståelse oplæggene kan formidle.

Øvelser

Jvf. forordet er apparaturet under stadig udvikling, og det er derfor nødvendigt at rådføre sig med IMFUFA på RUC om det aktuelle udbud af øvelser.

På nuværende tidspunkt er flg. opstillinger tilgængelige:

- 1: Et inhomogent torsionspendul med analog dataopsamling og computersimulation heraf.
- 2: Dobbeltpendul. Fotografisk behandling.
- 3: Pendul med magnetisk perturberet potentiale. Fotografisk behandling.
- 4: Pulserende kemisk proces.

Oversigt

5: "Viscous fingering" i sirup i Hele-Shaw celle. Fotografisk behandling.

6: Elektronisk iterativ funktionsgenerator. Feigenbaums tal.

Herudover er der en række mere almindelige fysikforsøg, som går på fastlæggelse af fysiske konstanter i torsionspendulet, f.eks. fjederskonstant, egenfrekvens, motorperiodens spændingsafh. (se øvelsesvejledningerne på de lysegule sider).

Forudsætninger hjemmefra

Forløbet henvender sig primært til gymnasieklasser, hvor eleverne har højt matematikniveau, idet de matematiske redskaber, vi indfører undervejs i forløbet, stiller forholdsvis store krav til deltagernes matematiske forkundskaber. Forløbet drejer sig først og fremmest om samspil og uoverensstemmelse mellem matematisk beskrivelse og analyse på den ene side og beskrivelse af fysiske fænomener på den anden. Målgruppen vil i praksis nok være 3.g'ere med fysik tilvalg. I forløbet indgår der dog matematiske problemstillinger, som i sig selv er interessante, og vi vil f.eks. ikke udelukke et forløb for folk uden fysik tilvalg, som lægger hovedvægten herpå.

Uanset hvilken drejning man giver forløbet, vil det være en stor fordel allerførst at se og diskutere "HVÆLV"-udsendelsen "Det kosmiske kaos". Der er endvidere produceret en video, som introducerer forløbet og apparaturet, og som kan lånes på RUC/IMFUFA.

Desuden vil det være en forudsætning for et tilfredsstillende udbytte af forløbet, at de "Noter til et eksperimentelt kursus på RUC", som er en del af det udsendte materiale, er gennemgået forud for kurset på RUC.

Beskrivelse af apparatur og muligheder

De tre første opstillinger, vi gennemgår, er mekanikopstillinger. De er forsøgt tilrettelagt udfra apparatur, deltagerne kender fra hverdagen eller fra fysiklokalet. Ved fysisk at ændre på opstillingerne fremkommer overraskende forskelle i de karakteristiske bevægelsesmønstre, som herefter

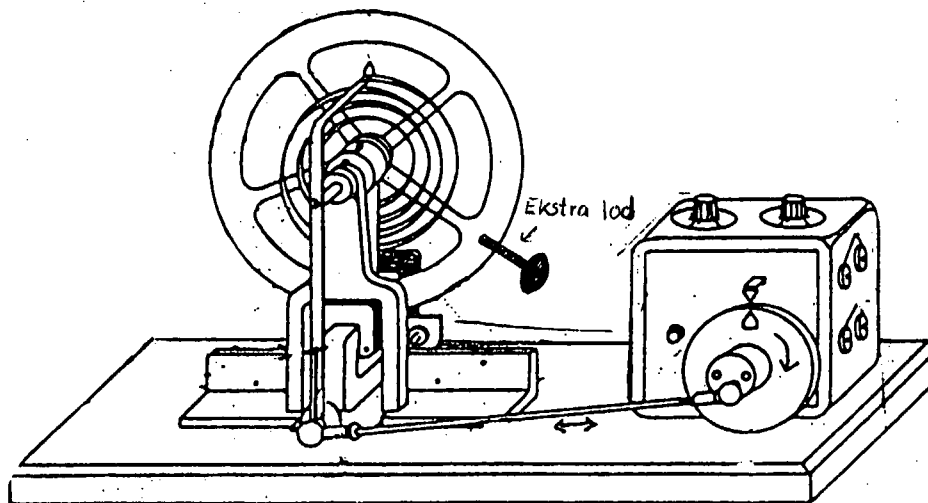
Oversigt

undersøges kvalitativt.

Torsionspendulet er forløbets centrale opstilling. Selve apparatet er et traditionelt udstyr fra Leybold, som vi blot har forsynet med et ekstra lod, hvorved bevægelsesmønstret ændres radikalt. Apparatet er nøje beskrevet i del 2 af dette materiale ("Noter til et eksperimentelt kursus på RUC"), hvor også den matematiske model, som danner baggrund for computer-simulationerne opstilles. Der er både mulighed for simulation og analog dataopsamling af torsionspendulet. Herved adskiller dette apparatur sig fra de øvrige, som kun kan behandles kvalitativt og fotografisk. Udfra forskellige sammensætninger af øvelser (se afs. Sammensætning af forløb) kan følgende emner behandles:

1) Forskelle på torsionspendulet med og uden lod.

Gennem kørsler (simulerede eller på selve torsionspendulet) med og uden lod og med forskellige værdier for parametrene dæmpning og motorspænding, vil man kunne få indtryk af den kvalitative forskel på bevægelsesmønstrene. Her vil man kunne stifte bekendtskab med fænomener som fri harmonisk svingning, dæmpet svingning, tvungen svingning, resonans, bifurkationer, intermittens og kaos.



Oversigt

2) Modellering og simulation.

Hvordan modellerer man, hvorfor og hvad simulerer man. Hvad er det, som giver denne model dens kaotiske karakter?

Hvilke begrænsninger stiller computeren for modellen?

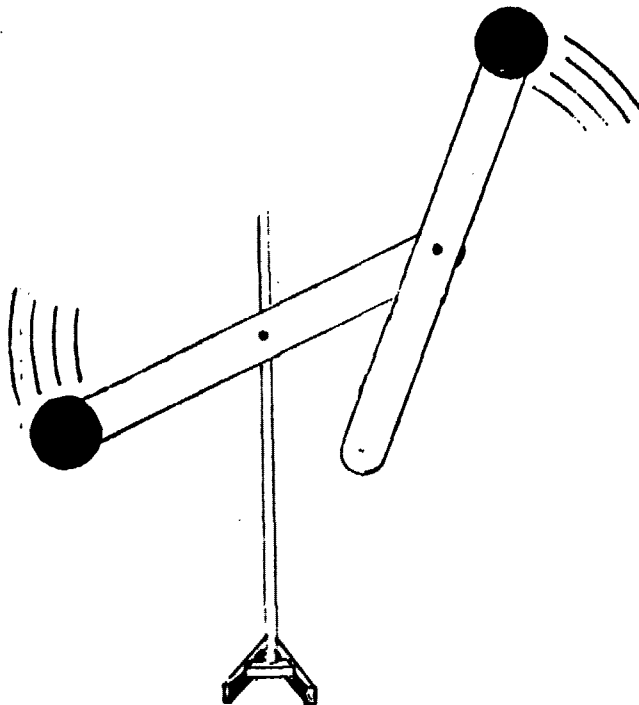
3) Sammenligning mellem simulation og eksperiment.

Hvilken grad af overensstemmelse kan man forlange? Hvordan kan modellen "fittes"? Fastlæggelse af fysiske konstanter.

4) Simulation og databehandling.

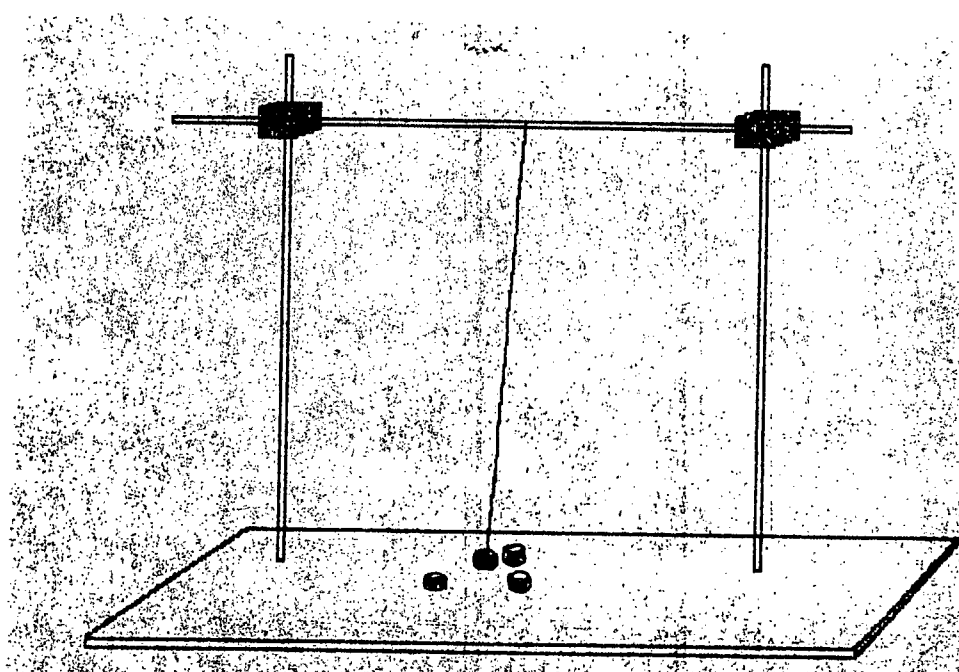
Hvilke matematiske redskaber kan vi bruge til at beskrive kaos med? Hvordan ser kaos ud, og hvilken vej går systemet til kaos?

Dobbeltpendulet er i princippet blot et almindeligt stift pendul, som kan dreje hele vejen rundt omkring sit midtpunkt. Vi har tilføjet et ekstra pendul i den ene ende. Ændringen viser, at der ikke skal ret meget til, førend det velkendte pendul bliver til et ganske ukendt og uigennemskueligt fysisk fænomen. Tilføjelsen af dette ekstra pendul fører nemlig til en radikal ændring af bevægelsesmønstret fra (hvis vi altså ser bort fra friktionen, og dermed fra at bevægelsen dør ud) pæne periodiske svingninger til et bevægelsesmønster karakteriseret ved kaos.



Oversigt

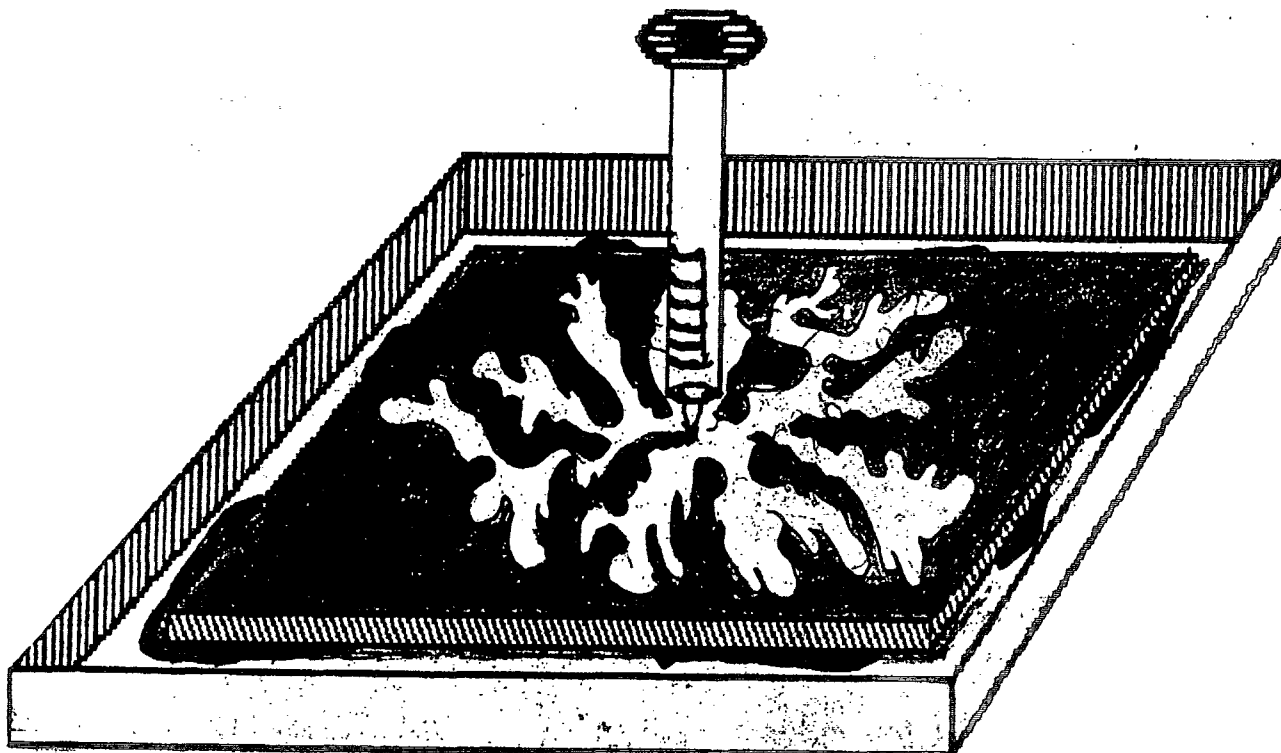
Magnetisk perturberet pendul er ligeledes et almindeligt kendt simpelt sfærisk pendul, hvis bevægelsesmønster vi har ændret ved at gøre kraftfeltet, som pendulet svinger i inhomogent. Vi har ganske simpelt ladet loddet være en magnet, og så anbragt nogle andre magneter, så de frastøder lodmagneten. Når det svinger ses kaotiske bevægelsesmønstre, omend bevægelsen også her dør ud.



Pulserende kemisk proces. Det kemiske forsøg skal demonstrere en reaktion, som ikke går direkte mod en ligevægt, men som i lang tid veksler frem og tilbage mellem forskellige koncentrationer af de indgående reaktanter. Alt efter koncentrationen skifter reagenset farve, og ved at påvirke reaktionens betingelser kan forskellige svingninger i koncentrationerne af reaktanterne iagttages.

Oversigt

Viscous fingering i sirup i Hale-Shaw celle. Dette forsøg illustrerer, hvordan fraktale strukturer kan opstå i kendte medier. Ved under kraftigt tryk at blæse luft ind i et tyndt lag sirup, som ligger mellem to fastspændte plexiglasplader, opstår der ustabile ligevægtssituationer mellem siruppens eftergivenhed og overfladespænding. Den måde, luften deformerer siruppen på, danner et fraktallignende mønster, hvis fraktale dimension søges fastlagt.



Elektronisk funktionsgenerator. Dette apparat kan bruges til at foretage meget hurtige beregninger af den iterative funktion:

$$X_{n+1} = 4 A X_n (1 - X_n)$$

Funktionsgenerator-en regner meget hurtigt og det er derfor muligt at få en fornemmelse af bifurkationer, kaos og vinduer. Generatoren kan også bruges til at fastlægge Feigenbaums tal.

Sammensætning af forløb

Vi vil i dette afsnit forsøge at give en vejledning i sammensætning af øvelser, lærebog og andet materiale til forløb. Først stiller vi forløbet i relation til bekendtgørelsen for fysikundervisningens høje gymnasieniveau. Dernæst redegør vi for de mere praktiske problemer omkring tilrettelæggelsen af den del af forløbet, der foregår på RUC (-kurset). Og endelig giver vi et eksempel på et forløb, som i særlig grad tilgodeser de perspektiver, vi synes, er de mest interessante. Hertil har vi udarbejdet et baggrundsmateriale, som forhåbentlig vil virke inspirerende for læreren, men som samtidigt er tænkt mere eller mindre direkte anvendt som perspektiverende undervisningsmateriale. Vi kan i den forbindelse klart anbefale et samarbejde med dansk og/eller historie omkring disse "meta-perspektiver", men herom senere.

Forløbet og bekendtgørelsen

Alt efter vægtningen af forarbejdet og sammensætningen af de øvelser, de enkelte grupper skal gennemføre, kan forløbet drejes, så det tilgodeser forskellige dele af pensum. Der er mulighed for at lægge ret forskellige synsvinkler i forløbet.

Naturligvis kan kurset indgå som en del af det almindelige eksperimentelle arbejde. Ved gennem forarbejdet i klassen inden besøget på RUC, at lade grupperne selv udvælge øvelser og vægte dele af lærebogen og anden litteratur, kan der laves forskellige forløb. Herved kan en hel klasse (eller enkelte grupper) bruge forløbet som det eksperimentelle projektarbejde, bekendtgørelsen stiller krav om.

Samtidigt hermed kan eleverne gennem forløbet få tilgodeset andre dele af pensum.

Af kernestoffet vil det primært være emnerne mekanik og svingninger, som vil kunne indgå. Oplagt er det også at bekendtgørelsens krav om arbejde med numeriske eksempler kan tilgodeses.

Af dimensionerne vil dele af "fysikkens verdensbillede" og

Sammensætning af forløb

"fysikken i historisk og filosofisk belysning" kunne tilgodeses. Man kunne her tænke sig forløb, som gennem forarbejdet lagde forskellige perspektiver ned over forløbet, f.eks. kaos-fysik kontra klassisk fysik; kaos-fysik og kaos som kulturstrømning; kaos-fysik og verdensbillede. Eller forløb som koncentrerede sig om forskellige emner, så som modellering; kaos-fænomener; kaos-beskrivelse; kaos-matematik; etc.

Emne-forslag.

Nedenfor er en række tematiske forløb beskrevet.

Modellering:

Arbejdet vil ved dette emne koncentrere sig om torsionspendulet. Teorien er umiddelbart tilgængelig i "lærebogen" og øvelsesrække B udføres. For at kunne modellere torsionspendulet er det endvidere nødvendigt at bestemme dæmpningen (såvel faststofgnidningens bidrag som bidraget fra de elektromagnetiske spoler.) Det er dog så vanskeligt, at det er umuligt for eleverne at gennemføre i dette kursus. Derfor bruges den modellering af dæmpningen, vi har udarbejdet. Beskrivelsen heraf er en del af vor specialerapport (tekst 178). Modellen der er opstillet "lærebogen" sammenlignes med den computermodel, vi bruger til simuleringer. Evt. rettelser foretages og øvelsen *Sammenligning mellem model og virkelighed* gennemføres. Desuden kan flg. øvelser gennemføres og sammenlignes: *Torsionspendul; Bifurkationer og kaos*. Computer: *Kaos og Bifurkationer*, kontinuert simuleret. Kvalitativ og kvantitativ overensstemmelse vurderes og diskuteres .

Kaos-fænomener:

Her vil alle apparaterne komme i sving og give baggrund for en kvalitativ forståelse af kaosfænomener. Øvelsesrække A gennemgås. Endvidere gennemføres flg. simuleringer: *Kaos og En parameter-værdi, men varieret begyndelsesbetingelse*.

Diskussion: Hvad er det fælles træk i apparaterne, som gør, at de udviser kaoslignende adfærd? Orden og kaos og linearitet/ikke-linearitet stilles overfor hinanden og diskuteres i relation til det naturvidenskabelige verdensbillede.

Sammensætning af forløb

Kaos-beskrivelse:

Følgende øvelser gennemgås: *Dobbeltpendul, Magnetisk perturberet pendul, Torsionspendul; Bifurkation og kaos. Computer: Kaos, Ens parameterværdi, men varieret begyndelsesbetingelse og Bifurkationer.* De forskellige analysemetoder bruges - hvor det er muligt - på samme data og metodernes forskellighed og egnethed diskuteres.

Kaos-matematik:

Følgende øvelser gennemgås: *Elektronisk iterativ funktionsgenerator/Feigenbaums tal, Viscous fingering i Hele-Shaw-celle.* Af simuleringer gennemføres: *Kaos, Bifurkationer, og Ens parameterværdi, men varieret begyndelsesbetingelse.*

Diskussion: Hvordan kan kaos principielt konstateres i vores torsionspendul-model? Hvorfra i modellen kommer kaoselementerne? Følger modellen bifurkations-vejen til kaos? Er der fraktalt mønster i Poincaré-snittene af "kaos"?

Praktiske begrænsninger

Når det kommer til den praktiske tilrettelæggelse af et kursus, støder man ind i visse begrænsninger. Der er nemlig kun et begrænset antal apparater og ikke ret megen plads. Konsekvensen heraf er, at jo flere grupper, der skal deltage, jo mere forskelligt bliver deres kursus nødt til at være, og des større planlægningsmæssigt puslespil skal lægges. Det eksempel, vi i næste afsnit opstiller, har plads til 4 grupper med 5 elever i hver, hvilket måske allerede er for mange.

Det største problem er nok antallet af apparater. Der er på nuværende tidspunkt: 1 torsionspendul, 2 dobbeltpenduler, 1 magnetisk perturberet pendul, 2 Hele-Shaw-celler, og 5 iterative funktionsgeneratorer.

Derudover er der 3 computere med et simulationsprogram og vores model af torsionspendulet indlagt.

Et andet problem er den fotografiske dataopsamling af en række af øvelserne. Det foregår v.h.a. eet polaroidkamera, og der er kun ét rigtigt godt mørkt rum, som oven i købet er lille. Der kan derfor kun laves én af flg. øvelser ad gangen:

Sammensætning af forløb

Dobbeltpendul, Magnetisk perturberet pendul og Viscous fingering i Hele-Shaw-celle. Den sidste behøver dog ikke at foregå i et mørkt rum.

Det er tanken at oplæggene skal overhøres af alle deltagerne på én gang, og at de to af dem skal lægges om morgnen de to dage. Det tredje (som evt. kan droppes) og rækkefølgen af oplæggene fastlægges i samarbejde med RUC-læreren ud fra kursets sammensætning. RUC-læreren sørger også for, at det materiel deltagerne skal bruge er fremskaffet og umiddelbart tilgængeligt under kurset.

Det er vanskeligt at sætte tid på de enkelte øvelsers varighed. Den er f.eks. afhængig af, om den enkelte øvelse ligger tidligt eller sent i kurset. Nogle af øvelserne kan vi dog med sikkerhed sige er langvarige. Det gælder øvelserne *Bifurkationer og kaos* på torsionspendulet, *Sammenligning af model og virkelighed*, *Ens parameterværdi men varieret begyndelsesbetingelse* samt de diskrete simulationer af *Kaos og Bifurkationer*. Den lange varighed skyldes hhv. lang indsvingningstid (svage attraktorer, hvilket gør det vanskeligt at skelne mellem karakteristiske bevægelsesmønstre og tilfældige indsvingningsmønstre på torsionspendulet), og ønsket om stor datamængde i simulationerne. For simulationerne *Kaos og Bifurkationer* drejer det sig om mellem 1 og 5 timer - jo længere jo bedre! Det gælder derfor om at tilrettelægge kurset sådan, at computerne kan regne mens der er oplæg, pauser og nat.

På de næste sider vil vi gennemgå og begrunde et eksempel på et forløb. (Vi har også indsat et skema til brug ved planlægningen af jeres kursus.)

Eksempel på et kursus

Kurset er sat sammen ud fra en bestræbelse på, at give hver gruppe mulighed for at stifte bekendtskab med alle apparaterne, og samtidig gøre noget mere ud af ét emne. Gruppe 1 og 3 vil således særligt komme til at undersøge computermodellen for kaos og vejen dertil gennem bifurkationer. Gennem arbejdet med computermodellen og den matematiske/grafiske databehand

Sammensætning af forløb

Tidspunkt	gruppe 1	gruppe 2	gruppe 3	gruppe 4
9.30-10.15	Oplæg C	do.	do.	do.
10.30-11.15	Simulering Bifurkation Kontinuert C1	Simulering Bifurkation Kontinuert C3	Torsionspendul bifurkationer og Kaos A6	Magnetisk perturberet pendul A2
11.15-12.00	Simulering Bifurkationer Diskret C2	Simulering Bifurkation Diskret C2		Viscous Fingering A4
Frokost				
12.30-13.15	Oplæg A	do.	do.	do.
13.15-14.00	Gruppe arb. Elektronisk iterativ gen. A5	do.	do.	do.
14.30-15.15	Torsionspendul Bifurkationer og kaos A6	Simulering Kaos Kontinuert C5	Magnetisk perturberet pendul A2	Pulserende kemisk proces A3
15.15-16.00		Simulering Kaos Diskret C3	Simulering Bifurkation Diskret C2	Dobbeltpendul A1
Frokost				
9.30-10.15	Oplæg B.	do.	do.	do.
10.30-11.15	Simulering Kaos Kontinuert C5	Torsionspendul bifurkationer og kaos A6	Dobbeltpendul A1	Simulering Bifurkationer og Kaos C2 og C3
11.15-12.00	Dobbeltpendul A1		Simulering Kaos Diskret C3	Diskret brug 2 computere
Frokost				
12.30-13.15	Simulering Eks. parameterv men varieret begyndelses betingelse C4	Dobbeltpendul A1 Magnetisk pertub. pendul A2	Pulserende kemisk proces A3 Viscous fingering A4	Torsionspendul bifurkationer og kaos A6
14.30-15.15	Simulering n-periode	Sammenligning af model og virkelighed B6	Simulering Kaos Kontinuert C5	Simulering Bifurkation Kontinuert C1
15.15-16.00	Magnetisk perturberet pendul A2		Simulering n-periode	Simulering Kaos Kontinuert C5
Evaluering				

M.h.t. frokost er der et spiserum med komfur og kaffemaskine på instituttet og desuden den centrale kantine med mulighed for køb af mad og drikke.

Sammensætning af forløb

ling i den forbindelse, vægtes den matematiske side af kaosfænomenerne naturligvis stærkere. Gruppe 2 kommer til at lægge særlig vægt på torsionspendulets bevægelsesmønstre, mens gruppe 4 får bedre tid til at gøre noget mere ud af de kvalitative aspekter ved de forskellige øvelser. Tidsplanen er vist på foregående side.

I det første oplæg (C) introduceres apparaterne, og ved at lægge det først, håber vi, at lette deltagerne med at komme igang. Oplægget er en slags velkomst og appetitvækker. Grupperne går efter oplægget igang, med at udføre øvelserne, og det er især vigtigt at gruppe 1 og 2 får startet de diskrete simulationer, inden de går til frokost. Oplæg A introducerer kaos på matematisk vis, og forklarer om bifurkationer. Herved får eleverne forhåbentlig en lidt bedre fornemmelse af, hvad det er, de leder efter. Vi har i forlængelse af oplæg A lagt øvelsen med den elektroniske iterative generator som gruppearbejde i klassen, dels fordi øvelsen giver en god fornemmelse af koblingen mellem matematikken og virkeligheden, og dels for at give computerne tid til at simulere. Herefter går grupperne videre med øvelserne, og det er igen vigtigt at computerne bliver sat igang med de lange simulationer, inden dagen afsluttes. På den første dag skal der ikke lægges for megen tid i forståelsen af de forskellige kurver og plot, som fremstilles. Oplæg B, som er lagt om morgnen den anden dag, introducerer nemlig disse og analysen deraf. Ellers fortsættes med øvelser i grupper til dagens afslutning.

I det hele taget er der ikke tid til megen analyse af resultaterne under dette kursus, som først og fremmest lægger vægt på en kvalitativ demonstration af kaosfænomener og analyseredskaber. Evt. videre og grundigere bearbejdning kan foregå efter kurset i forbindelse med rapportskrivning.

Sammensætning af forløb

Skema til brug ved tilrettelæggelse af kursus:

Tidspunkt	gruppe 1	gruppe 2	gruppe 3	gruppe 4
9.30-10.15				
10.30-11.15				
11.15-12.00				
12.30-13.15				
13.15-14.00				
14.30-15.15				
15.15-16.00				
9.30-10.15				
10.30-11.15				
11.15-12.00				
12.30-13.15				
13.15-14.00				
14.30-15.15				
15.15-16.00				
Evaluering				

Baggrund

I det følgende afsnit vil vi dels udfra et nutidigt samfundsmæssigt perspektiv, men også udfra et bredere videnskabs- og kulturhistorisk perspektiv begrunde, hvorfor vi mener, det er interessant at beskæftige sig med kaosfænomener.

Hvorfor beskæftige sig med kaosfænomener?

I den vestlige verden er der for tiden en vældig interesse for kaosfænomener. Der er umiddelbart to vidt forskellige måder at beskæftige sig med kaosfænomener på. Den ene er nogle meget forskelligartede og bredt favnende bestræbelser på at sætte kaostænkning i centrum for en ny forståelse af omverden og/eller tilværelsen. Denne form for kaostænkning vil vi kalde for kulturel kaostænkning. Den anden form er en (natur)-videnskabelig bestræbelse på at beskrive kaosfænomener. Denne form for kaostænkning vil vi kalde for videnskabelig kaostænkning. Det er vores intention med forløbet omkring denne "*store øvelse om kaos*", at man sætter de to former for kaostænkning op overfor hinanden for at give baggrund for diskussion af sammenhængen og forholdet mellem dem. I materialet og forløbet i øvrigt vil den kulturelle kaostænkning kun blive introduceret overfladisk og vi vil derfor kraftigt opfordre til et tværfagligt samarbejde med humanistiske fag omkring det emne i forbindelse med forløbet.

Men lad os starte med at stille spørgsmålet: *Hvad er baggrunden for den stærke interesse for kaostænkning, der indenfor de seneste år ganske pludseligt er opstået i endog meget brede kredse?*

Der findes naturligvis ikke noget enkelt svar på så bredt et spørgsmål. Vi vil alligevel prøve at give et bud på nogle af de hovedelementer, et svar må indeholde.

Der er for os at se ingen tvivl om, at interessen for den kulturelle kaostænkning begrundes sig i, at den på en eller anden måde betegner et nybrud. En bred dækning i medierne (f.eks. "Hvælv"-udsendelserne) vidner om styrken i interessen.

Baggrund

Samtidig genfindes ordet kaos og andre ord som kan sættes i forbindelse med den kulturelle kaostænkning i mange kunstneriske sammenhænge (f.eks. gallerierne Chaos og Gaia, balletten "Kaos", i titler på musik, i digtning og litteratur). Ydermere har kaostænkning fået en central rolle for en bred vifte af grupper og bevægelser spændende fra religiøse sekter over holistisk filosofi til videnskabsformidlende grupper f.eks. videnskabsgruppen "CHAOS" og folkene omkring tidsskriftet "Paradigma". Anskuer man samlet bredden og styrken af de mange bestræbelser i den kulturelle kaostænkning føler man sig stillet overfor et gennembrud for en ny kulturel strømning.

Et gennemgående fællestræk ved alle de som sagt meget forskellige måder kaostænkningen bruges på i denne kulturelle strømning er, at den ses som et redskab til et opgør med det "ordnede", regelbundne og forudsigelige, der på forskellig måde opleves som snærende bånd på udfoldelse og udvikling. Noget af det, kaostænkningen sammenknyttes med, er netop begreber som uorden, tilfældighed og uforudsigelighed og sammen med den fraktale geometri også ord som helhed og udelelighed. Kaostænkning er blevet et centralt element i en række iorekkelige første-forsøg på en teoretisering af de elementer, som ikke indfanges af de gængse videnskabelige teorier om det "ordnede", regelbundne og forudsigelige. Herigennem er kaostænkningen blevet et holdepunkt for mange forskellige bestræbelser i opgøret med det "ordnede". Det er således næppe forkert at anskue den brede interesse for kaostænkningen som et udtryk for frustration eller utilfredshed med vilkårene for udfoldelsen af det menneskelige, kunsten, fantasien og troen/moralen har. Om ikke andet har den kulturelle kaostænkning således synliggjort et bredt behov for en natur- og eksistensopfattelse, som levner plads til det uordnede, til fantasien, troen og moralen.

Det er klart, at den gængse naturvidenskab over en bred kam opleves som en vigtig del af dette "ordnede", regelbundne og forudsigelige. Ikke alene er naturvidenskaben en integreret del af hele produktionslivet, den er også model for de moderne

Baggrund

samfunds videnskabelighedskriterier. På disse to måder er naturvidenskaben både en vigtig del af det "ordnede", regelbundne og forudsigelige. Ydermere er den med til at strukturere opfattelsen af dette "ordnede", regelbundne og forudsigelige. Det turde derfor være nærliggende om naturvidenskabsfolkene ville benytte kaostænkningen som en lejlighed til at problematisere, perspektivere eller komme bagom den hidtige naturopfattelse.

De fleste naturvidenskabsfolk nærmer sig imidlertid kaosproblematikken fra ganske andre vinkler. Vi skal her tale om to, nemlig en matematisk og en fysisk tilgangsvinkel. Da det i vid udstrækning er de samme matematiske redskaber fysikerne og matematikerne bruger, er der naturligvis i høj grad sammenfald mellem det arbejde disse to videnskabelige bestræbelser munder ud i. Vi bruger begrebet videnskabelig kaostænkning om dette arbejde.

Den matematiske tilgang tager udgangspunkt i opdagelsen af en overvældende kompleksitet i selv ganske simple iterative funktioner og i forlængelse heraf, forsøges det at udvikle matematiske redskaber til beskrivelsen af denne kompleksitet.

Den fysiske tilgang tager udgangspunkt i en bestræbelse på at beskrive og forudsige en lang række fænomeners udvikling som f.eks. vejret, turbolens i væsker og andre fænomener, som hidtil ikke har kunnet beskrives. Kaosteoriene har her ledt til en opdagelse af vigtige fællestræk i den måde disse fænomener udvikler sig på. Det har videre ført til opdagelse af disse træk ved andre og langt simple fænomener, hvilket igen i nogen udstrækning har ført til en problematisering af den måde man hidtil har beskrevet fænomenerne på. Det er først og fremmest her og i det simple kompleksitet, at den videnskabelige kaostænkning knytter an til den brede interesse, til den kulturelle kaostænkning vi har diskuteret ovenfor.

Baggrund

Udfra disse overvejelser har vi opstillet følgende målsætning for forløbet.

Målsætning.

Det er målsætningen med forløbet, at introducere såvel den matematiske som den fysiske tilgang til den videnskabelige kaostænkning. Vi har i materialet forsøgt at stille kaosfænomenerne og den matematiske beskrivelse heraf på den ene side og den gængse(*) naturvidenskab på den anden så skarpt som muligt overfor hinanden udfra et ønske om at give deltagerne grundlag for at kunne diskutere, hvorvidt den videnskabelige kaostænkning, står i modsætning til den gængse fysik. I sammenhæng med et forarbejde som lægger op hertil, håber vi, at forløbet kan bruges som baggrund for diskussioner af, hvorvidt der er sammenhæng mellem den videnskabelige kaostænkning og den kulturelle kaostænkning samt hvorvidt den kulturelle kaostænkning kan være en del af et gennembrud for en ny kulturel strømning.

(*) Med ordet den "gængse" naturvidenskab mener vi den naturvidenskab, som består af den klassiske fysik, relativitetsteori og kvantemekanik. Vi håber derved her at slippe uden om diskussionen om hvorvidt, der er uforenelige modsætninger mellem disse dele af den "gængse" naturvidenskab, omend vi dog langt fra er af den mening, at diskussionen er irrellevant. Tværtimod mener vi, at det foreliggende materiale ville vinde meget ved at blive set i sammenhæng med disse problemer. Vi vil i den forbindelse henlede opmærksomheden på en efterhånden længere række af projekter udgivet i serien "Tekster fra IMFUFA". En samlet liste over disse tekster findes bagest i denne tekst. Vi vil dog især fremhæve flg. titler: Tekst nr 126: "Om udviklingen af den specielle relativitetsteori" af Lise Gade og Linda Jensen; Tekst nr 131 og 132: "Fysik og samfund" og "Fysik og dannelse" af Jakob Heckscher, Søren Brønd og Andy Wierød samt Tekst nr 172 "Fysik og virkelighed" af Erik Lund og Kurt Jensen.

Videnskabshistorisk baggrund

Vi vil i dette afsnit give en kort oversigt over den del af den gængse fysiks grundlæggende udgangspunkter, som umiddelbart står i det mest markante modsætningsforhold til den videnskabelige kaostænkning.

Den gængse naturvidenskab har sit grundlæggende udgangspunkt i Isaac Newtons (1642-1727) klassiske mekanik. Med bogen "*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*" navngav Newton i 1687 en ny måde at anskue naturen på. Den nye anskuelse var kommet til verden i Italien godt hundrede år tidligere og var undervejs i det centrale Europa blevet opfostret af en lang række faddere med Kopernicus (1473-1543), Galilei (1564-1642) og Kepler (1571-1630) blandt de mest fremtrædende. Det virkeligt nye i denne måde at anskue naturen på var den opfattelse, at naturen i sit (d.v.s. Guds) inderste væsen var indrettet matematisk, hvilket jo også kommer klart frem i titlen på Newtons bog. Newton diskuterer imidlertid ikke åbent denne opfattelse; hos ham er det en underliggende antagelse (en *apriori* antagelse).

Hvad Newton mangler i åben diskussion af grundlaget for sin naturanskuelse, finder vi til gengæld hos Galilei, som Newton selv henviser til. Galilei var også på en ganske anden måde end Newton nødt til at argumentere godt for sin anskuelse. Han levede i Italien som på det tidspunkt var under stærkt religiøst pres fra den spanske katolske inkquisition. At gøre oprør mod den veletablerede skolastiske naturanskuelse, bl.a. ved at hævde at solen og ikke jorden var universets centrum, og at forsøge at erstatte skolastikkens holistiske tankegang med et matematisk princip, var at opfatte som det rene kætteri. Selvom Galilei var en mester udi retorikken og tillige en genial debattør, var han dog ikke snu nok til at undgå inkquisitionens dom og tilbragte derfor de sidste 10 år af sit liv i husarrest.

Hvad Galilei mente med ordentlig naturvidenskab, fremgår meget tydeligt af følgende:

Baggrund

"Den er skrevet i denne storslåede bog - jeg mener universet - som står åben for, at de kan betragte den, men den kan ikke forstås, medmindre man først lærer at fatte sproget og tolke tegnene den er skrevet med. Den er skrevet i matematikkens sprog." (Galilei: "Il Saggiatore" 1618, cit. fra Ronan: "Galileo Galilei", 1974, s. 180, vor overs.)

Konsekvensen af denne opfattelse var for Galilei, at man i beskrivelsen af naturen skulle søge at opstille den mest simple matematiske relation mellem de iagttagne fænomener. F.eks. siger han i forbindelse med opstillingen af sin lov for bevægelse på et skråplan:

"Når jeg iagttager en sten i hvile, som så falder fra et højt sted og stadig får nye hastighedstilvækster, hvorfor skulle jeg da ikke tro, at sådanne tilvækster foregår på en såre enkel måde? Dersom vi nu ser nærmere til, finder vi ingen øgning simplere end den, som altid gentages på samme måde." (Galilei: "Discorsi.", s. 160-61, 1638, vor overs.)

Skrevet på nutids-matematisk form - en form der vel at mærke ikke var udviklet på Galileis tid, hvor man udelukkende brugte geometriske argumenter - er det præcis den faldlov vi også kender idag nemlig

$$v = a * t$$

der jo netop siger, at i samme tidsrum (t) øges hastigheden med samme størrelse (a). For at komme frem til denne simple sammenhæng måtte Galilei se bort fra en lang række forstyrrende elementer i sine forsøg, først og fremmest luft- og gnidningsmodstand, og når det gjaldt skråplansforsøg, hvad det gjorde for det meste, også rotationsenergien i kuglen. Men ved et passende valg af størrelser og materialer for kuglerne og underlag og hældning for skråplanet, behøvede han ikke at ændre ret meget på sine resultater for at få dem til at passe med de matematiske forudsigelser. Ved at se bort fra alle de "forstyrrende" elementer, eller rettere; ved at forfine sine forsøg så de forstyrrende elementer fik meget lille betydning, kunne han underbygge sin forudsigelse, sin "lov" med resultaterne fra sine eksperimenter. Vi kan sige, at han opstillede en

Baggrund

matematisk model for eksperimentet, og udfra den viden modellen gav ham, kunne han isolere forstyrrende elementer i eksperimentet.

Opstillingen af selve modellen, nemlig $v = a * t$ kan vi sige bygger på en idealisering eller bedre en reduktion af fænomenet idet der ses bort fra forstyrrende eller komplicerede elementer af fænomenet. Da Galilei først havde denne simple matematiske model for det reducerede fænomen, var han ikke sen til med baggrund i sin opfattelse af naturen, at udbrede gyldigheden af modellen til også at omfatte alle andre skråplansforsøg og det frie fald.

Det er her kernen ligger i den gængse naturvidenskab: opfattelsen af, at man kan opstille en simpel matematisk model for en reduceret/idealiseret version af et fysisk fænomen, og derefter kalde denne model for en lovmæssighed, som i det store og hele beskriver det generelle tilfælde. Altså den opfattelse, at det er de enkle, simple og reproducerbare matematiske relationer og ikke de "forstyrrende" elementer, der er det vigtigste ved naturens fænomener. Galilei diskuterer dette problem ret indgående i sit forfatterskab, og vi vil give et enkelt eksempel herpå.

Flere af Galileis vigtigste bøger er skrevet som dialoger mellem tre debattører. På det sted, hvor vi nu vil lytte med på debatten, diskuterer Salviati (som symboliserer Galilei selv) og Simplicio (der symboliserer den naive skolastiker), om man kan bruge de abstrakte og rene former til at beskrive de mindre perfekte virkelige former.

Simplicio:...det er utvivlsomt materiens ufuldkommenhed, som gør, at tingene i deres konkrete udformning ikke svarer til tingene abstrakt set.

Salviati: Hvorledes svarer de ikke til hinanden? Det, De siger lige nu, beviser, at de svarer nøjagtigt til hinanden.

Simplicio: Hvordan det?

Salviati: Siger De ikke, at på grund af materiens ufuldkommenhed vil et legeme, som skulle være fuldkommen rundt, og en flade, som skulle være fuldkommen plan, ikke konkret set blive til det man forestiller sig, det er abstrakt set?

Simplicio: Det er det, jeg siger.

Salviati: Men det vil sige, at når som helst De tager en materiel kugle og en materiel flade, så tager De en kugle, som ikke er

Eaggrund

fuldkommen og en flade, som ikke er fuldkommen, og så siger De, at sådan en kugle og en sådan flade ikke rører hinanden i et enkelt punkt. Men jeg kan fortælle Dem, at selv abstrakt set må en ikke-materiel kugle, som ikke er nogen fuldkommen kugle, røre en ikke-materiel flade som ikke er fuldkommen plan, - ikke i ét punkt, men med en del af overfladen, så hvad det angår er det det samme, som foregår i det materielle og i det abstrakte. Det ville da være mærkeligt, om udregninger gjort med abstrakte tal ikke bagefter skulle svare til et konkrete guld- eller sølvmonter og varer. Ved De, hvad det er, der sker, Signor Simplicio? Ganske som den, der vil regne med sukker, silke og uld, må fraregne kasser, baller og anden emballage, således må den geometriske filosof, når han i den konkrete praksis vil finde de virkninger, han har bevist i den abstrakte teori, fraregne de materielle hindringer, og kan han gøre det, kan De være vis på, at de konkrete ting ikke passer dårligere sammen end de aritmetriske udregninger. Fejlene ligger altså ikke i det abstrakte eller i det konkrete, eller i geometri og fysik, men hos den beregner, som ikke er i stand til at lave et ordentligt regnskab." (Galilei: "Discorsi...", s. 207-8. Cit. fra : L.Christiansen, "Videnskab og verdensbillede", 1977, s. 77-78, vor fremh.)

Hvad Galilei her siger er, at man godt kan bruge de abstrakte begreber, hvis man altså bare husker at regne det hele med. Men det er kun noget, han siger, så længe han taler om det principielle skel mellem konkret og abstrakt. Når han når til det virkelige, siger han jo netop, at emballagen, de materielle hindringer skal fraregnes. Herved kommer han ind i en modsigelse. For på den ene side forlanger han af Simplicio, at alle ikke-fuldkommenheder skal medregnes i det abstrakte, for at det kan udsige noget om det konkrete, mens han på den anden side mener (og det gælder altså i høj grad også hans egne forsøg), at der skal ses bort fra de materielle hindringer. For Galilei, og senere for næsten alle fysikere, har grænsen mellem fænomenets kerne eller væsen - det som fysikeren har forsøgt at beskrive; fysikerens objekt - og de "materielle hindringer", "emballagen", "forstyrrende elementer" eller hvad man nu skal kalde dem, blevet sat udfra antagelsen om naturens matematiske væsen. For i praksis har det været alt det, som det ikke har været nemt at beskrive matematisk simpelt, der er blevet fraregnet som emballage.

Efter opdagelsen af infinitesimalregningen baseredes næsten al fysisk beskrivelse på differentiaalligningssystemer.

Baggrund

Og som bekendt er det praktisk talt kun de lineære systemer, der kan løses analytisk. Det simple som Galilei efterstræbte bliver i denne version til stræben efter det lineære. A priori antagelsen i Galileis fysik er, at naturen i sit inderste væsen er matematisk simpel. Overført til differentiaalligningsbeskrivelsen bliver det til en antagelse om, at de fysiske fænomeners væsen kan beskrives med de simpleste diff.lign. Det indebærer, at fysiske fænomener, der enten ikke kan beskrives matematisk (f.eks. visse gnidningskræfter) eller, der har karakter af at være ikke-lineære, almindeligvis undsiges modelbehandling udfra antagelsen om deres ikke væsentlige betydning. Eller man kan gøre lineære tilnærmelser til den ikke-lineære model under antagelse af, at virkeligheden ikke afviger væsentligt derfra. Man underforstår, at de lineære elementer af en model er de vigtigste og vægtigste - resten regnes fra som Galileis "emballage". Sagt på en anden måde: Det har på én gang været tilladt at udelade visse elementer af de fysiske fænomener, man beskrev, og samtidigt fastholde, at det var hele fænomenet, man beskrev.

Vi kender situationen fra alle lærebøger og kurser i fysik på alle trin i uddannelsessystemet. Alle beskrevne fænomener reduceres til en matematisk form, som gør det muligt at løse problemerne analytisk. Men det har i de senere år vist sig, at langt de fleste naturfænomener på det makroskopiske niveau hverken er lineære eller tilnærmelsesvis lineære. Og det er her den videnskabelige kaostænkning kommer ind i billedet. Med de moderne computere er det blevet muligt numerisk at løse systemer, hvori der indgår ikke-lineære led. Og der skal ikke nødvendigvis være megen ikke-linearitet i modellen førend løsningernes strukturer er særdeles komplekse og uforudsigelige.

Den side af den videnskabelige kaostænkning er primært blevet dyrket af matematikere og har bla.a. givet anledning til den store interesse for fraktaler og fraktal geometri. Forud for og i forbindelse hermed er der udviklet en lang række matematiske redskaber, som man kan bruge til at

Baggrund

analysere og beskrive disse ikke-lineære differentiaalligninger med.

En anden side af den videnskabelige kaostænkning er primært blevet dyrket af fysikere. Den består i, med baggrund i matematikernes opdagelser og analyseredskaber, at undersøge en lang række af fysiske fænomener, i hvis beskrivelse indgår ikke-lineære led, som man hidtil har set bort fra. Det viser sig, at der i en lang række tilfælde bliver tale om en ganske anden beskrivelse af fænomenet, hovedsagligt karakteriseret ved forskellige former for kaos eller dermed beslægtede fænomener. Det har naturligvis ført til en lang række eksperimenter, hvor man i stedet for som Galilei at forsøge at få de "forstyrrende" elementer til at forsvinde, tværtimod sætter dem i focus. Det har herigennem vist sig, at der nærmest overalt kan findes kaoslignende fænomener, og at det snarere er de tilfælde, der kan beskrives med lineære differentiaalligninger, som er specialtilfælde, mens det ikke-lineære er det generelle.

Det er klart, at denne erkendelse før eller siden må rejse en problematisering af naturvidenskabens grundlæggende antagelse, som jo netop fremhæver fænomenernes matematiske simpelhed, og derigennem også problematiserer hele vor kulturs videnskab og videnskabstro. For hvad vil der ske med den vestlige kulturs verdensanskuelse, hvis Galileis tro på, at naturen følger de simpleste matematiske relationer viser sig at være overtro?

Øvelser: Indholdsfortegnelse

Række A: Kaosfænomener kvalitativt.

- A1:** Dobbeltpendul
- A2:** Magnetisk perturberet pendul
- A3:** Pulserende kemisk proces
- A4:** Viscous fingering
- A5:** Elektronisk iterativ generator/ Feigenbaums tal
- A6:** Torsionspendulet; Bifurkationer og kaos.

Række B: Modellering af torsionspendul.

- B1:** Bestemmelse af fjederkonstant
- B2:** Bestemmelse af motoramplitude
- B3:** Bestemmelse af egenfrekvens og resonans
- B4:** Bestemmelse af inertimoment
- B5:** Bestemmelse af motorperiodens spændingsafhængighed
- B6:** Sammenligning af model og virkelighed

Række C: Computersimulation og databehandling.

- C1:** Bifurkationer kontinuert
- C2:** Bifurkationer diskret
- C3:** Kaos diskret
- C4:** Ens parameter værdi, men varieret begyndelsesbeting.
- C5:** Kaos kontinuert

Kørselsjournal.

Manualmappe.

Lav en tegning
af dobbeltpendulet
og sæt den her.

Øvelsens formål: Øvelsen skal vise forskellen mellem et almindeligt stang-pendul, hvis bevægelsesmønster er periodisk, og et dobbeltpendul, hvis bevægelsesmønster er kaotisk. Det er først og fremmest en kvalitativ demonstration forsøget kan give, idet der ikke er mulighed for nogen talmæssig behandling. Øvelsen leder frem til en diskussion af, hvordan fænomener som disse kan beskrives.

Apparatur: Dobbeltpendul med lysdiode, mørkt rum, fotoapparat.

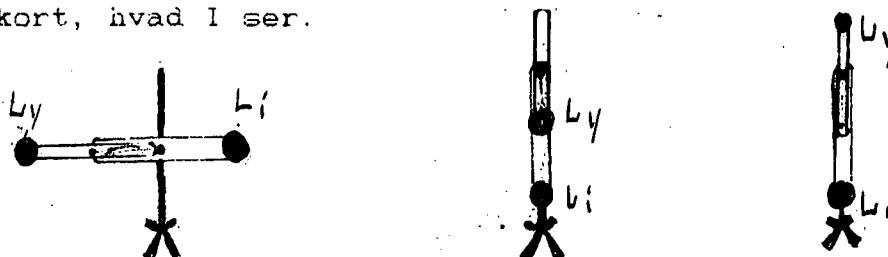
Forsøgets udførelse: Først skal I lave dobbeltpendulet om så det bliver til et almindeligt pendul. Beskriv hvad I gør og hvorfor:

Prøv at sætte pendulet igang med så megen fart, at det kommer hele vejen rundt (pas på den anden side lidt på, for apparatet er ret skrøbeligt!). Beskriv forløbet af pendulots bevægelse:

Lav nu pendulet om igen til dobbeltpendulet. Prøv nu først at

holde den inderste stang fast, og lad den yderste dreje rundt. Beskriv hvad der sker:

Prøv så at starte dobbeltpendulet som tegningerne viser og beskriv kort, hvad I ser.



Prøv så til sidst at starte dobbeltpendulet således, at stængerne drejer hver sin vej, og har mere lidt mere fart på, end de fik, da I startede dobbeltpendulet fra lodret. Beskriv også her kort, hvad I ser:

Når I har en god fornemmelse af, hvordan dobbeltpendulet opfører sig i de forskellige startsituationer, så prøv at få taget et billede af hver situationernes mest karakteristiske træk. Lav altså følgende billedserie: dobbeltpendulet som almindeligt pendul, dobbeltpendulet med den inderste stang holdt fast, dobbeltpendulet startet fra vandret, fra lodret og med stængerne drejende hver sin vej, altså i alt 5 billeder.

Billederne optages ved at sætte pendulet igang på den valgte måde. Vent til det når den karakteristiske bevægelse I vil afbilde, sluk lyset i loftet og tryk på udløserknappen så lukkeren står åben hele tiden, og slip. så når det karakteristiske bevægelsesmønster er forbi. Lav et bilag til rapporten med billederne og kommentér de bevægelsesmønstre de viser, og evt. hvorved de adskiller sig fra det, I ville have haft frem.

Diskussion: Diskutér forskellen på det almindelige stangpenduls og dobbeltpendulets bevægelsesmønstre. Overvej med baggrund i kursusnoterne, hvordan et Poincaré snit kunne laves.

Øvelsens formål: Øvelsen skal vise forskellen mellem et almindeligt pendul, hvis bevægelsesmønster er periodisk, og et magnetisk pendul, som forstyrres af nogle andre magneter, og derved opnår et kaotisk bevægelsesmønster. Det er først og fremmest en kvalitativ demonstration forsøget kan give, idet der ikke er mulighed for nogen talmæssig behandling. Øvelsen leder frem til en diskussion af, hvordan fænomener som disse kan beskrives.

Apparatur: Magnet-pendul med lysdiode, flere magneter og et fotografiapparat, det hele anbragt i et mørkt rum.

Forsøgets udførelse: Først skal I lade pendulet svinge rundt uden de ekstra magneter. Beskriv forløbet af pendulets bevægelse:

Anbring nu først én ekstra-magnet på bordet under pendulet så lod-magneten bliver frastødt fra nulpunktet. Sæt pendulet til at svinge. Beskriv hvad der sker:

Tag så to magneter, og endelig tre. Prøv at få en fornemmelse af, hvordan systemet opfører sig ved at flytte rundt på magneterne. Når I har en god fornemmelse af apparatet og nogle interessante placeringer af de ekstra-magneter, tag så nogle billeder af pendulet med hhv. nul, én, to og tre ekstra-magneter.

Billederne optages ved at sætte pendulet igang på den valgte måde med lysdioden tændt. Vent til det når den karakteristiske bevægelse, I vil afbilde. Sluk lyset i loftet og tryk på udløserknappen så lukkeren står åben hele tiden, og slip når det karakteristiske bevægelsesmønster er forbi. Lav et bilag til rapporten med billederne og kommentér de bevægelsesmønstre de viser, og evt. hvorved de adskiller sig fra det, I ville have haft frem.

Diskussion: Hvilke indre eller ydre forhold/påvirkninger kunne give et almindeligt pendul lidt af de egenskaber, vi har set hos det perturberede pendul? Overvej med baggrund i kursusnoterne, hvordan et Poincaré snit kunne laves.

Materialer :

20 ml 0.1 M H ₂ SO ₄	4 stk. 125 ml klare flasker
40 ml 0.05 M HIO ₃	4 stk. reagensglas
20 ml stivelse-opløsning	2 stk. 10 ml måleglas
	1 stk. 100 ml måleglas

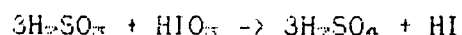
Formål : Hensigten er at se, at kaos også kan være muligt andre steder end i fysikken.

Fremgangsmåde : I et 10 ml måleglas blandes 5 ml H₂SO₄ med 5 ml stivelsesopløsning. Hæld blandingen i flaske 1. Fyld det samme i hver af de øvrige flasker. I hver flaske hældes desuden 100 ml H₂O. Flaskerne nummereres fra 1 til 4. Nummerer også reagensglassene. I de 4 reagensglas skal hældes HIO₃ efter følgende skema (brug det andet 10 ml måleglas!):

Glas nr. 1: 10 ml	Glas nr. 3: 6 ml
Glas nr. 2: 8 ml	Glas nr. 4: 4 ml

Hæld samtidigt indholdet af glas 1 i flaske 1, glas 2 i flaske 2 o.s.v. Ryst let på flaskerne og vent nogle sekunder. Hvad sker der?

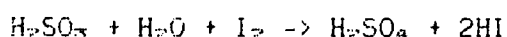
Teori : Reaktionen kan skematisk forklares på følgende måde. Først reagerer sulfitten med iodaten og danner hydrogenodid:



som er klar. Dernæst reagerer hydrogeniodiden med iodaten:



Iod og stivelse danner sammen en kompleks forbindelse, som er blå. Siden reagerer iodkomplekset eller rettere iodet i komplekset med sulfit:



Den sidste reaktion sker øjeblikkelig og resulterer i en klar væske.

Resultater : Gør rede for hvorfor reaktionen svinger, og hvorfor de 4 blandinger ikke gør det lige hurtigt. Hvorfor dør svingningerne ud? Prøv at angive en metode til at opretholde svingningerne.

Øvelsens formål er at skabe et fraktalt mønster i sirup i en Hele-Shaw-celle og forsøge at fastlægge dets fraktale dimension.

Anvendt apparatur: Mørk sirup, Hele-Shaw-celle, fotografiapparat, tællemaske og dobbeltlogaritmisk papir.

Forsøgets udførelse: Hele-Shaw-cellen klargøres ved at skrue vingemøtrikkerne af og forsigtigt lirke den øverste plexiglasplade løs fra den underliggende. Det kan være en hjælp at puste noget luft ind mellem pladerne v.h.a. injektionssprøjten. Hvis den sirup, som er i Hele-Shaw-cellen, er gammel og indtørret rengøres hele Hele-Shaw-cellen med varmt vand og sæbe. Er siruppen frisk kan den derimod godt bruges igen. Eftersø at der er én og kun én afstandsskive på hver skrue. Put nu (evt. yderligere) sirup i en klat på midten af Hele-Shaw-cellen. Sæt sprøjten fast i hullet med stemplet helt skubbet i bund, så siruppen ikke kommer op i sprøjten, når I nu lægger den øverste plexiglasplade på plads (den kan kun vende på én måde) således, at der ikke kommer luftbobler i siruppen. Spænd den øverste skive fast med vingemøtrikkerne. Nu skulle Hele-Shaw-cellen være klargjort.

Tag nu fat om stemplet i sprøjten og hiv det en smule op, så der kommer henved 4 ml sirup op i sprøjten. Når der er det, hiv så med en hurtig bevægelse stemplet helt ud af sprøjten. Sæt så stemplet klar i sprøjten i yderlig stilling.

Anbring Hele-Shaw-cellen på en kraftig lyskilde, så I med fotografiapparatet kan tage et billede når I har lavet det fraktale mønster i siruppen. Vent med at tænde lyskilden til lige før billedet skal tages, for ellers bliver siruppen meget tyndere i konsistensen, og så bliver mønsteret ikke så godt. Mønsteret frembringes ved med et kraftigt tryk at pumpe siruppen og luften i sprøjten ind i Hele-Shaw-cellen.

Når figurens spidser er ved at nå ud til dér, hvor skruerne sidder, så træk lidt op i stemplet igen, hvorved figuren "fryses". Tænd lyskilden og tag et billede.

Fastlæggelse af fraktal dimension:

Frengangsmåden er at tælle, i hvormange $[N(L)]$ af felterne der er figur (dvs. luft) på kanten af en kvadrat med kantlængden L . Læg tællemasken over billedet med en firkant placeret lige over hullet til sprøjten. Se tegningen.

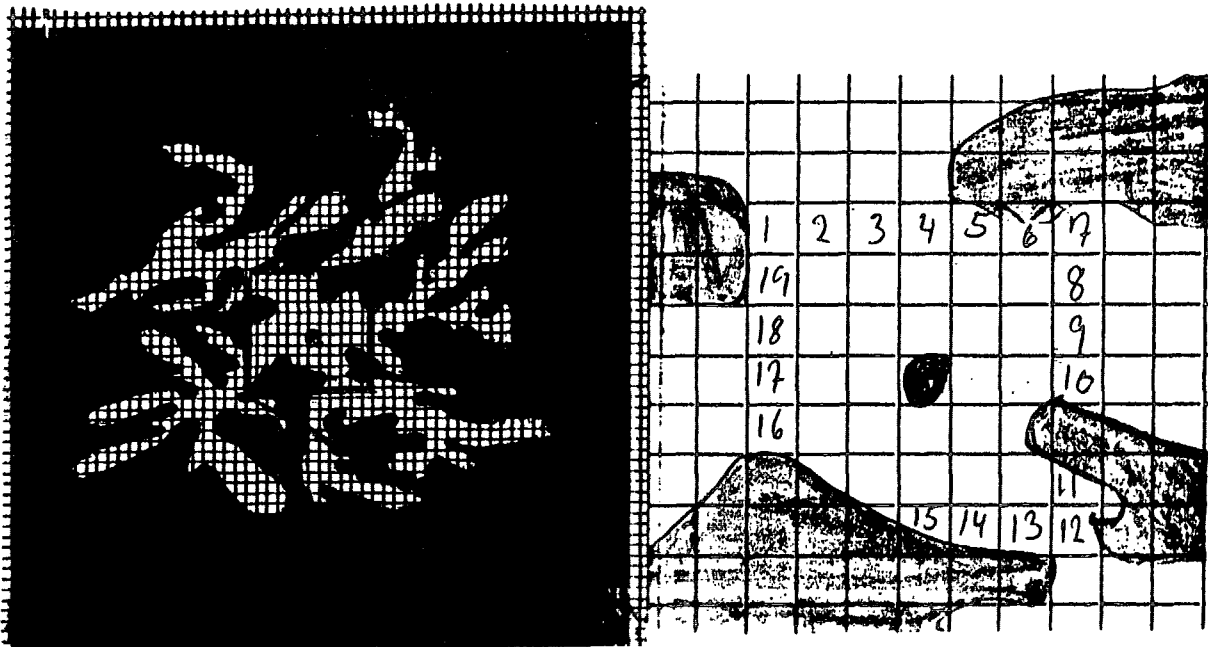


Fig 1. Fraktal figur med tælleark.

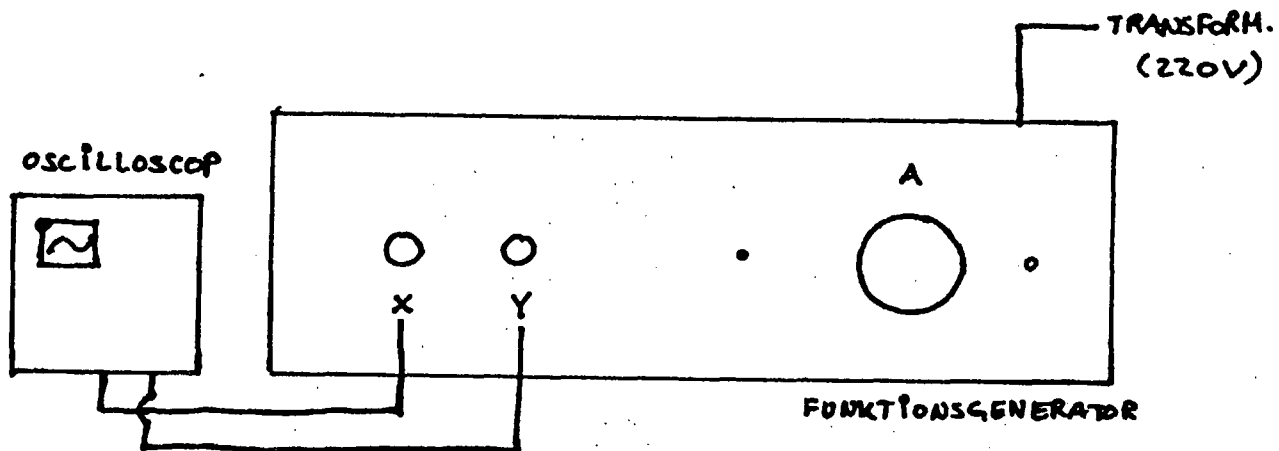
Fig. 2 Kvadrat $L=7$, $N=19$

I skal nu tælle om der er sirup eller figur (luft) i felterne på kanten af kvadratet L . Felter som er mere end halvt optaget af figur regnes som helt optagne, resten som fri. Det første L er 1, thi kantlængden er 1. Det første $N(L)$ er ligeledes 1 - det første felt er jo fyldt. Tallet N skal findes som summen af alle $N(L)$ 'erne, men indtil nu har vi jo kun talt én gang så $N=N(L)=1$. I kan nu plotte det første punkt på det dobbeltlogaritmiske papir, nemlig punktet $L, N=(1,1)$. Næste kantlængde L bliver 3, og her er $N(L)$ så 8, hvis altså alle felter også her er fyldt. Tallet N bliver nu $1+8=9$, og punktet $L, N=(3,9)$. Fortsæt nu med stadig stigende L , til hele figuren er indenfor kvadratet. Plot punkterne og læg den bedst indlagte linie ind, som mest tager hensyn til de punkter, hvor L er mellem 5 og 20. Hældningen på denne linie er figurens fraktale dimension.

Øvelse A5: Elektronisk iterativ generator/Feigenbaums tal.

Apparatur : Funktionsgenerator med transformator, oscilloscop, 2 coaxialkabler.

Opstilling :



Funktionsgeneratoren skal forbindes til oscilloscopet med coaxialkablerne i X-Y mode - spørg læreren hvordan.

Generatoren er en specialbygget kasse, der på et oscilloscop viser punkter (X_n, X_{n+1}) frembragt af den iterative afbildning:

$$X_{n+1} = A \cdot X_n \cdot (1 - X_n)$$

for en bestemt startværdi af X . Ved at dreje på den "store" knap på generatoren kan man variere værdien af A .

Fremgangsmåde og resultater : Lad først A -knapen være i 0-stilling. Drej derefter indtil punktet på oscilloscopet bifurkerer til 2 punkter. Aflæs den aktuelle A -værdi lige over knappen - og kald denne værdi for A_1 . Drej knappen videre indtil hver af de 2 punkter splittes til 2 nye punkter. Noter den pågældne A -værdi og kald den A_2 . Fortsæt denne proces til du/I ikke længere kan skelne bifurkationerne fra hinanden.

Feigenbaums tal, a , bestemmes af udtrykket:

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_{n-1} - A_{n-2}}{A_n - A_{n-1}}$$

Øvelse A5: Elektronisk iterativ generator/Feigenbaums tal.

a har vist sig at være en universel konstant, der genfindes i mange forskellige systemer. Den har værdien $a=4.669201\dots$ - og er et irrationalt tal.

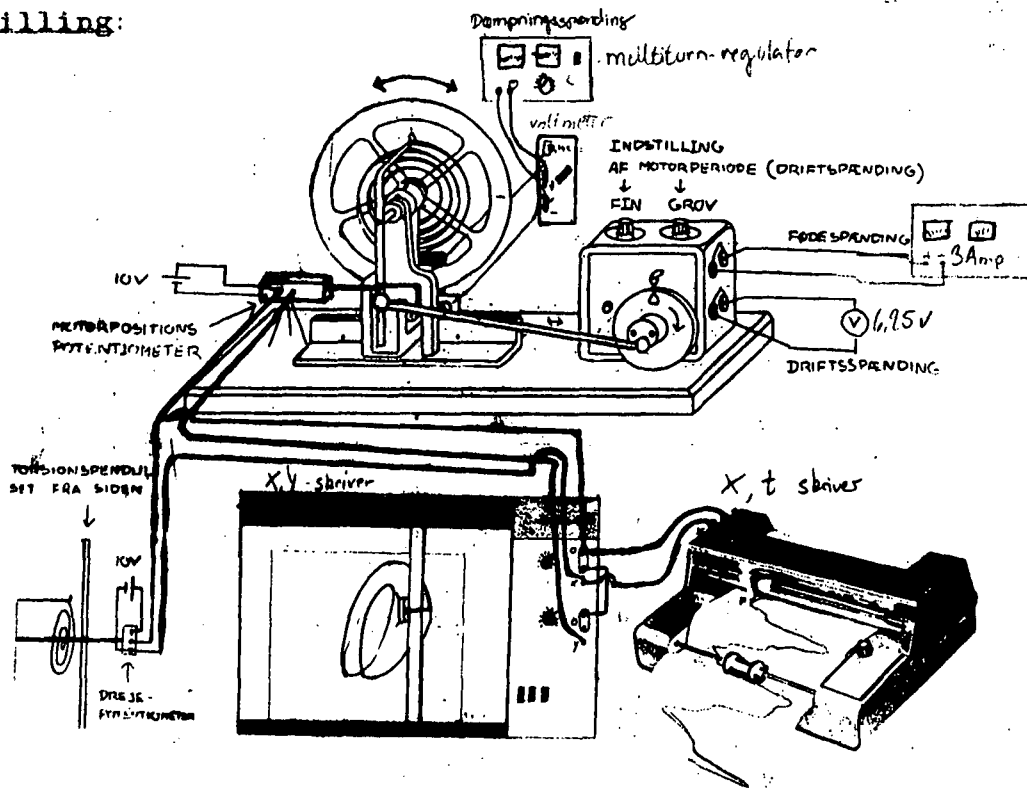
I eksperimentet bliver n højst 5, men forsøg alligevel at udregne en tilnærmet værdi af a , og gør det både for $n=3$, $n=4$ og $n=5$. Forklar hvorfor a -værdien bliver mere upræcis, når n er størst.

Efter systemet er gået i kaos, findes der ind imellem nogle parameterområder (såkaldte vinduer), hvor generatoren udviser periodisk adfærd. Bestem nogle A -værdier, hvor dette er tilfældet.

Formål: At give et kvalitativt overblik over torsionspendulets bevægelsesmønstre.

Apparatur: Torsionspendul med lod, (x,t)-skriver, (x,y)-skriver, 2 voltmetre, ledninger, 3 strømforsyninger, heraf en kraftig (3 Ampere) og en med multiturn spændingsindstilling.

Opstilling:



Skivens udslag måles v.h.a. et drejepotentimeter, der er fastgjort på skivens aksel. Potentiometeret tilsluttes 10 V jævnspænding (sort/brun ledning til $-$ og blå/orange ledning til $+$) Drejepotentimeteret tilsluttes også (x,t)-skriveren (sort til $-$ og orange til $+$) og endvidere til (x,y)-skriverens y-klemme (brug nogle ekstra ledninger til at koble (x,t)- og (x,y)-skriveren sammen). Potentiometeret, som måler motorpositionen, tilsluttes x-klemmen på (x,y)-skriveren (blå ledning til $+$, $-$ forbindes til $-$ ved y-klemmen). Indstil skriverne så kurverne får en passende størrelse.

Et voltmeter tilsluttes den dertil indrettede udgang på motoren (det nederste sæt bøsninger), mens en kraftig strømforsyning tilsluttes det øverste sæt bøsninger. Indstillingsknapperne på motoren skrues helt op, og spændingen

reguleres fra strømforsyningen til 6.25 volt.

Et andet voltmeter tilsluttes dæmpningsspølerne til at måle spændingen herover fra strømforsyningen. Den skal være med multiturn indstilling af udgangsspændingen, da det er vigtigt at kunne indstille den ret præcist.

Frengangsmåde: Indstil dæmpningsspændingen til 4 volt, start motoren. Sørg for at få torsionspendulet til at svinge i den venstre side i f.h.t. tegningen. Torsionspendulet opfører sig langt kedeligere i den højre.

Start (x,t) -skriveren, og sæt pennen ned. Tænd også (x,y) -skriveren, men hold pennen løftet. Når der på (x,t) -skriveren viser sig et enartet mønster, sæt så pennen ned på (x,y) -skriveren, og lad den tegne ca. $\frac{1}{2}$ minut. Løft så pennen igen.

Gennemfør den samme procedure, mens I skruer ned for dæmpningsspændingen i mindre og mindre skridt, efterhånden som torsionspendulet bifurkerer. (I behøver kun at lave (x,y) plot af de interessante). Er I heldige, kan I finde både 1. og 2. bifurkation, den sidste dog ikke stabil.

Hvis I nu er meget heldige og tålmodige, kan I ved at ændre dæmpningsspændingen i meget små skridt, få torsionspendulet til at udvise både intermittens og kaos i den venstre grøft. Hvis torsionspendulet svinger over i højre grøft, så få det til at svinge i venstre igen.

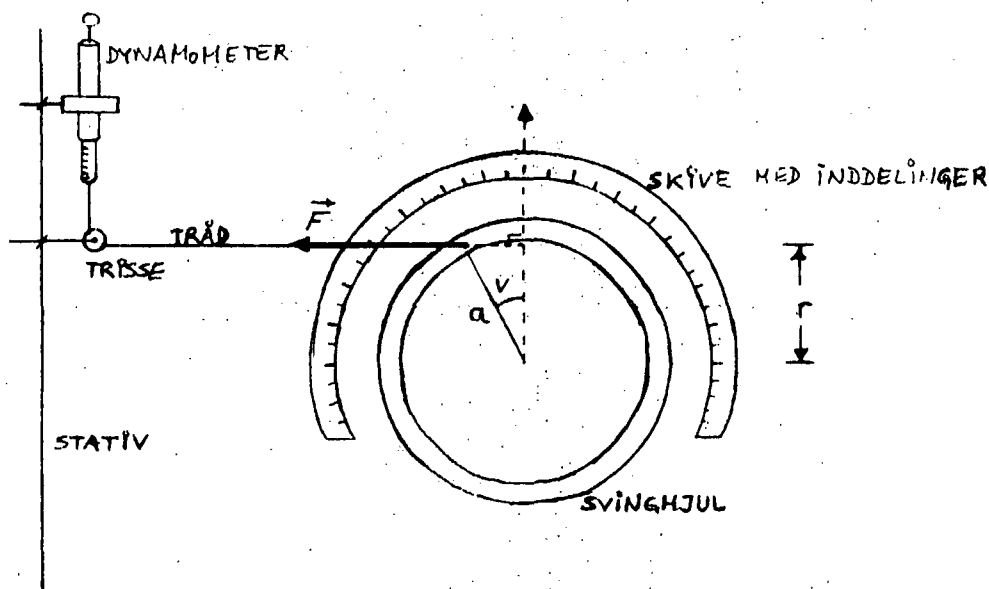
Når I har fundet nogle karakteristiske bevægelsesmønstre, prøv da med de samme dæmpningsspændinger i højre side. Husk at skrive dæmpningsspændingen, og om det var i højre eller venstre side bevægelsen foregik, på hvert plot, så I kan finde rundt i dem senere. Herefter skruer I helt ned for dæmpningsspændingen, og torsionspendulet vil udvise kaos i begge grøfter.

Diskussion: Hvad er det der sker, når torsionspendulet bifurkerer? Beskriv med ord forskellen i bevægelsen hen over bifurkationen. Hvorfor er bevægelserne mon så ustabile? Hvorfor er der mon så stor forskel på bevægelserne i højre og venstre side? I hvor høj grad kan et (x,y) -plot (dvs. motorposition, udsvings-plot) og et faseplot give os den samme information?

Apparatur : Dynamometer med måleområde 1 N, torsionspendul uden lod, rund skive med inddelinger, stativ med muffe, trisse og tråd.

Opstilling : Øvelsen går ud på at bestemme en fjeders drejningsmoment k . Fjederen er fastgjort til et hjul, der kan drejes om en akse gennem dets centrum. Når hjulet drejes, spændes fjederen. Der skal bruges to forskellige opstillinger til øvelsen. Den ene (fig. 1) bruges, når hjulet drejes små vinkler v , mens opstilling II (fig. 2) bruges ved udsving på lidt større vinkler.

Fig. 1 :



Den vinkelrette arm r ses at være $r = a \cdot \cos v$, hvor a er stykket fra hjulets centrum til kraftens angrebepunkt - der hvor tråden er fastgjort. Det er vigtigt, at tråden er helt vandret!

I skal måle samhørende værdier af udsving (vinkel) og kraft. Skiven, der anvendes til bestemmelse af udsving er hverken inddelt i grader eller radianer, men er inddelt i 50 enheder, såfremt den havde været helt rund. De 50 enheder svarer således til 2π rad., hvorfor en enhed på skiven svarer til $2\pi/50$ rad.

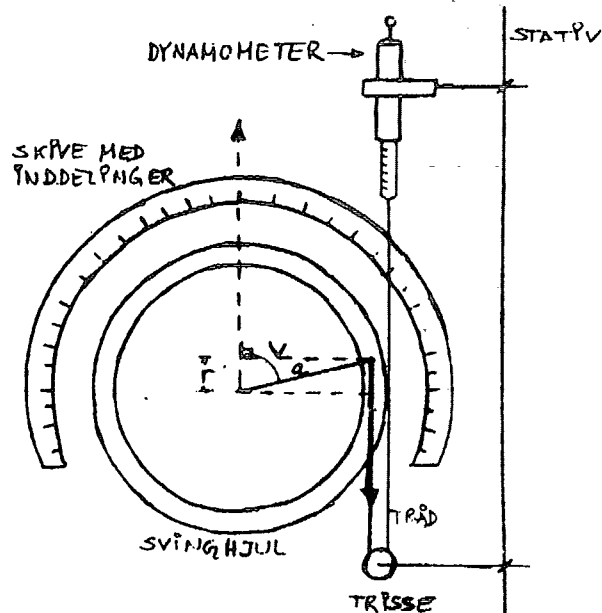


Fig. 2. Armen r ses her at være $r = a \cdot \sin v$.

Teori : Fjederens kraftmoment, M , om omdrejningsaksen er givet ved

$$M = - k v ,$$

hvor v er vinkeludslaget fra ligevægt målt i radianer, og k er fjederkonstanten. Er F den kraft, der holder hjulet vinklen v fra ligevægtspositionen, og r er "armen" fra omdrejningsakse til kraftens angrebepunkt gælder desuden, at

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Hvis r er vinkelret på F har vi således, at

$$r \cdot F = k \cdot v \quad (\Leftrightarrow) \quad k = r \cdot F / v.$$

Resultater : Lav først en serie målinger (4 - 5 stykker), hvor skiven drejes til den ene side med små vinkeludslag. Dernæst gøres det samme med den anden side. Endelig laves en serie målinger (6 - 7 stykker), hvor opstilling II bruges. Lav en tabel som omstående:

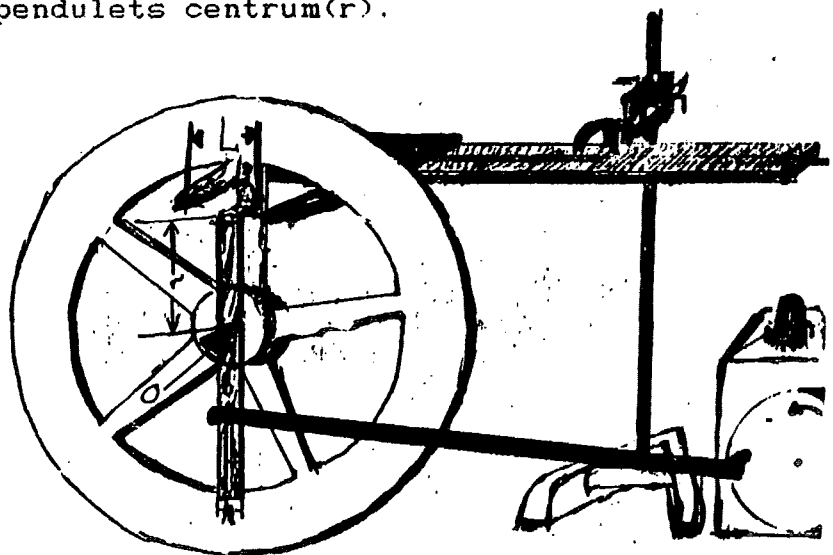
Kraft i	udsving i	udsving i	k
N	inddelinger	radianer	

Bestem middelværdi og spredning af k .

Apparatur: Torsionspendul, stativ, skydelære.

Fremgangsmåde: Flg. størrelser måles: Indikatorpindens vanding (L), indikatorpindens bredde(k), og afstanden fra målestedet til torsionspendulets centrum(r).

Drej motorens svinghjul til indikatorpinden står længst muligt til venstre. Fastspænd skydelæren åben i et stativ, så den faste kæbe netop rører indikatorpindens venstre kant. Drej nu motorens svinghjul så indikatorpinden står



helt til højre, og skyd skydelærens anden kæbe hen så den lige akkurat rører indikatorpindens højre side. Aflæs nu (L) på skydelæren. Afmonter skydelæren og mål bredden af indikatorpinden(k) og endelig afstanden fra indikatorpindens vandrette stykke til torsionspendulets centrum(r).

L= , k= , (L-k)= , r=

(L-k) udgør den dobbeltmotoramplitude målt som korde (i cm). Dette omsættes til radianer udfra flg. geometriske betragtning.

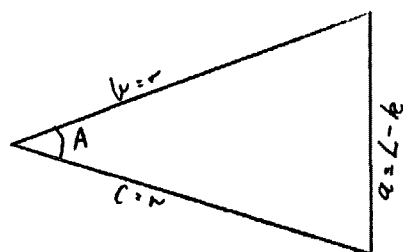
Den trigonometriske ligning for figuren er

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(A)$$

Da benene i dette tilfælde er lige lange kan ligningen reduceres til

$$a^2 = 2b^2 - 2b^2 \cos(A) \Rightarrow \cos(A) = \frac{a^2 - 2b^2}{-2b^2} \Rightarrow$$

$$A = \cos^{-1} \left(1 - \frac{a^2}{2b^2} \right)$$



Heraf fås udsvinget. Da amplituden er defineret som det halve udsving deles A med 2 og herefter fås motoramplituden

$$A^* = \underline{\hspace{2cm}} \text{ rad.}$$

Øvelse B3: Bestemmelse af egenfrekvens og resonans. Side 1

For ethvert svingende system er egenfrekvensen og resonansen af systemet væsentlige egenskaber, der er med til at bestemme systemets bevægelsesmønster (se lærebog s. 11 og 19).

For at bestemme egenfrekvensen skal vi bestemme perioden T for svingningen uden dæmpning og motor. Der gælder

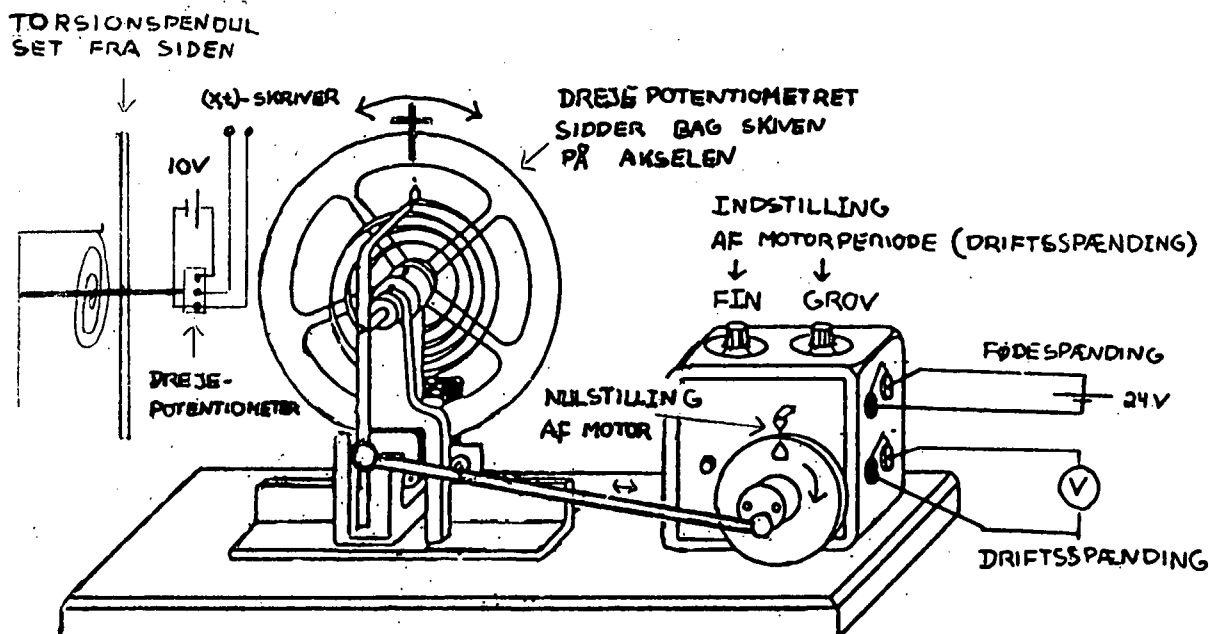
$$\nu = 1/T, \quad (\text{Hz eller s}^{-1}) \quad (1)$$

hvor ν er egenfrekvensen.

Sætter vi motoren igang og således tvinger bevægelsen ind i et bestemt mønster, får vi resonans, når de pålagte svingninger har samme frekvens som egenfrekvensen. Resonansfænomenet kan vi fysisk se indtræde, når vi for en bestemt motorfrekvens ser, at torsionspendulets svingninger får maximal amplitude.

Apparatur: Torsionspendul uden lod, (x,t)-skriver, voltmeter, 2 strømforsyninger og ledninger.

Opstilling:



Skivens udslag (amplitude) måles v.h.j.a. et drejepotentiometer, der er fastgjort på skivens aksel. Potentiometeret tilsluttes 10 V jævnspænding (∴ sort/brun ledning, + blå/orange ledning). Drejepotentiometeret tilsluttes også en (x,t)-skriver (∴ sort ledning, + orange ledning).

Når skiven svinger, drejes akselen og dermed også indstillingen af drejepotentiometeret, og således ændres (i takt (analogt) med bevægelsen)

spændingsfaldet over potentiometeret. Den varierende spænding over drejepotentiometeret registreres af (x,t)-skriveren som en svingende kurve, hvor amplitudens størrelse og T kan bestemmes.

De øverste tilslutningsbøsninger på motoren tilsluttes 24 V jævnspænding. Den reelle spænding over motoren (driftsspændingen) reguleres v.h.j.a. fin/grov indstillingsknapperne. Driftsspændingens størrelse måles med et voltmeter over de to nederste tilslutningsbøsninger på motoren.

Fremgangsmåde:

Indstil (x,t)-skriveren på et passende måleområde for fuldt udslag (fx. 10 V). Indstil ligeledes papirfremførelsestakstigheden på en passende størrelse (6-12 cm/min). Tilslut drejepotentiometeret til skriveren.

Uden motor: Pendulet sættes manuelt i svingninger ved at I drejer skiven ca. 130° til en af siderne og slipper. Når "igangsætningsteknikken" er indøvet tilkobles (x,t)-skriveren, og et (U,t)-plot tegnes. Kontroller, at motorpositionen er i nulstillingen (pil op ad), når I udfører øvelsen.

Med motor: For stigende motorfrekvens (stigende driftsspænding - spring på 0.5 V) registreres amplituden af skivens svingning på (x,t)-skriveren. Notér den tilhørende driftsspænding ved siden af plottet. Når maximal amplitude opnås, er resonansfrekvensen fundet.

Bearbejdning:

Uden motor: Udfra plottene bestemmes T, hvor

$$T = \frac{(\text{længden mellem } x\text{-antal toppe})}{(\text{papirhastighed}) \cdot (\text{antal toppe})} \quad (\text{s})$$

Udfra (1) beregnes den tilhørende egenfrekvens.

Med motor: Udfra plottene måles amplitudens størrelse. Motorfrekvensen beregnes udfra den her opgivne formel

$$\nu = 0.08 \cdot U - 0.10 \quad (\text{s}^{-1})$$

hvor U er driftsspændingen.

- 1) Lav et måleskema med sammenhørende værdier af motorfrekvens og amplitude af svingningen.
- 2) Lav en såkaldt resonanskurve. Afbild amplitudens størrelse som funktion af motorfrekvensen ((U,A)-graf).
- 3) Sammenlign egenfrekvensen og resonansfrekvensen. Hvad er den procentvise afvigelse? Hvad kan I konkludere heraf?
- 4) Hvad afhænger egenfrekvensen af?

Et legemes inertimoment med hensyn til en akse er defineret som

$$I = \sum_j m_j \cdot r_j^2, \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

herved forstås summen af produkterne af de enkelte massedeles masser og kvadratet på deres afstande fra akselen.

Da torsionspendulets masse ikke kan regnes for koncentreret i en bestemt afstand fra akselen, beregnes inertimomentet ved integrationen:

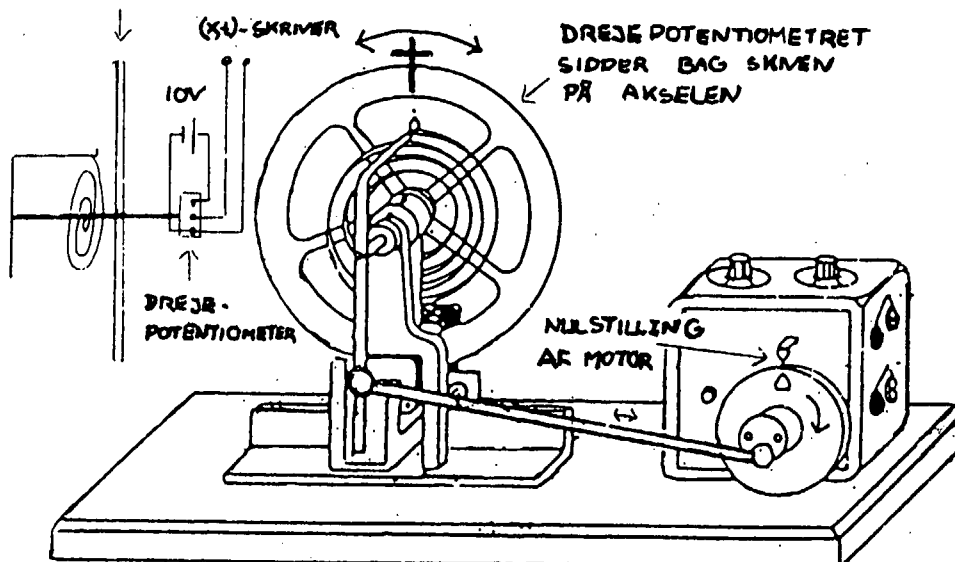
$$I = \int r^2 \cdot dm$$

Da denne integration er temmelig omfattende, bestemmer vi her inertimomentet eksperimentelt.

Apparatur: Torsionspendul med og uden lod, (x,t)-skriver, 1 strømforsyning og ledninger.

Opstilling:

TORSIONS PENDUL
SØT FRA SIDEN



Skivens udslag (amplitude) måles v.h.j.a. et drejepotentiometer, der er fastgjort på skivens akse. Potentiometeret tilsluttes 10 V jævnspænding (: sort/brun ledning, + blå/orange ledning). Drejepotentiometeret

tilsluttes også en (x,t)-skriver (∓ sort ledning, + orange ledning).

Når skiven svinger, drejes akselen og dermed også indstillingen af drejepotentiometeret, og således ændres (i takt (analogt) med bevægelsen) spændingsfaldet over potentiometeret. Den varierende spænding over drejepotentiometeret registreres af (x,t)-skriveren som en svingende kurve, hvor T (svingningstiden) kan bestemmes.

Teori 1. del: I lærebogens kapitel 1.4 opstilles den første model for torsionspendulet uden dæmpning, motor og lod. Løsningen til denne model er

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi),$$

$$\text{hvor } \omega_0 = \sqrt{k/I} \quad (\text{s}^{-1}) \quad (1)$$

og k er torsionskoefficienten. Perioden T for bevægelsen er

$$T = 2 \cdot \pi / \omega_0 \quad (\text{s}) \quad (2)$$

Under forudsætning af, at vi har bestemt k korrekt, kan inertimomentet findes, ved at måle periode T for bevægelsen, idet jf. (1) og (2) at:

$$I = k / \omega_0^2 = k \cdot T^2 / (4 \cdot \pi^2) \quad (3)$$

Fremgangsmåde 1. del: Indstil (x,t)-skriveren på et passende måleområde for fuldt udslag (fx. 10 V). Indstil ligeledes papirfremførehastigheden på en passende størrelse (6-60 cm/min). Tilslut drejepotentiometeret til skriveren.

Torsionspendulet uden lod sættes manuelt i svingninger, ved at I drejer skiven ca. 130° til en af siderne og slipper. Når "igangsætnings-teknikken" er indøvet tilkobles (x,t)-skriveren, og et (U,t)-plot tegnes. Kontrollér, at motorpositionen er i nulstillingen (pil op ad), når I udfører øvelsen.

Bearbejdning 1. del: Udfra plottet bestemmes T, hvor

$$T = \frac{(\text{længden mellem } x\text{-antal toppe})}{(\text{papirhastighed}) \cdot (\text{antal toppe})} \quad (\text{s}) \quad (4)$$

Øvelsesvejledninger

Udfra (3) beregnes inertimomentet for torsionspendulet uden lod. Har I selv udført øvelsen omkring fastlæggelsen af torsionskoefficienten k , bruger I Jeres egen eksperimentelt fundne værdi, ellers benyttes $k = 0.02 \text{ J}$.

Teori 2. del: For torsionspendulet med lod er perioden T for bevægelsen afhængig af tyngdekraftmomentet på loddet. Tyngdekraftmomentet på loddet er (jf. kap. 2.2 i lærebogen) lig:

$$T_{\text{lod}} = - m \cdot g \cdot R \cdot \sin(y)$$

Da tyngdekraftmomentet p.g.a. sinusleddet ikke er en konstant størrelse men ændrer sig med udsvinget y , er perioden T heller ikke konstant. For at eliminere tyngdekraftmomentets bidrag til bevægelsen, lægger vi torsionspendulet ned. Hermed gøres perioden T konstant for alle vinkler. Gennem måling af T kan inertimomentet beregnes på samme vis som før (3).

Fremgangsmåde 2. del: Indstil (x,t)-skriveren på samme vis som i 1. del. Sæt loddet på torsionspendulet og læg det ned, så skiven er helt vandret (evt. må een af Jer holde det vandret). Kontrollér motorpositionen. Torsionspendulet sættes, som i 1. del, manuelt i svingninger. Tilkobl (x,t)-skriveren og lav et (U,t)-plot.

Bearbejdning 2. del: Udfra plottet og ligning (4) bestemmes T . Udfra (3) beregnes det tilhørende inertimoment for torsionspendul med lod. Benyt samme k værdi som før.

Samlet bearbejdning:

- 1) Sammenlign inertimomentet for torsionspendulet uden og med lod. Hvor stor er den procentvise ændring?
- 2) Bliver inertimomentet større eller mindre hvis man skruer loddet længere ind? Og hvorfor?
- 3) Hvorfor eliminerer man tyngdekraftmomentets (på loddet) indflydelse på bevægelsen, når man lægger torsionspendulet ned?

Når vi v.h.j.a. en computer skal simulere, hvorledes torsionspendulets bevægelsesmønster udvikler sig over tid, er det nødvendigt at fastlægge de parametre, der indgår i den model, vi har opstillet for systemet.

I model 3 og 4 i lærebogen indgår der bl.a. parameteren motorvinkelfrekvensen ω_{MO} , hvor

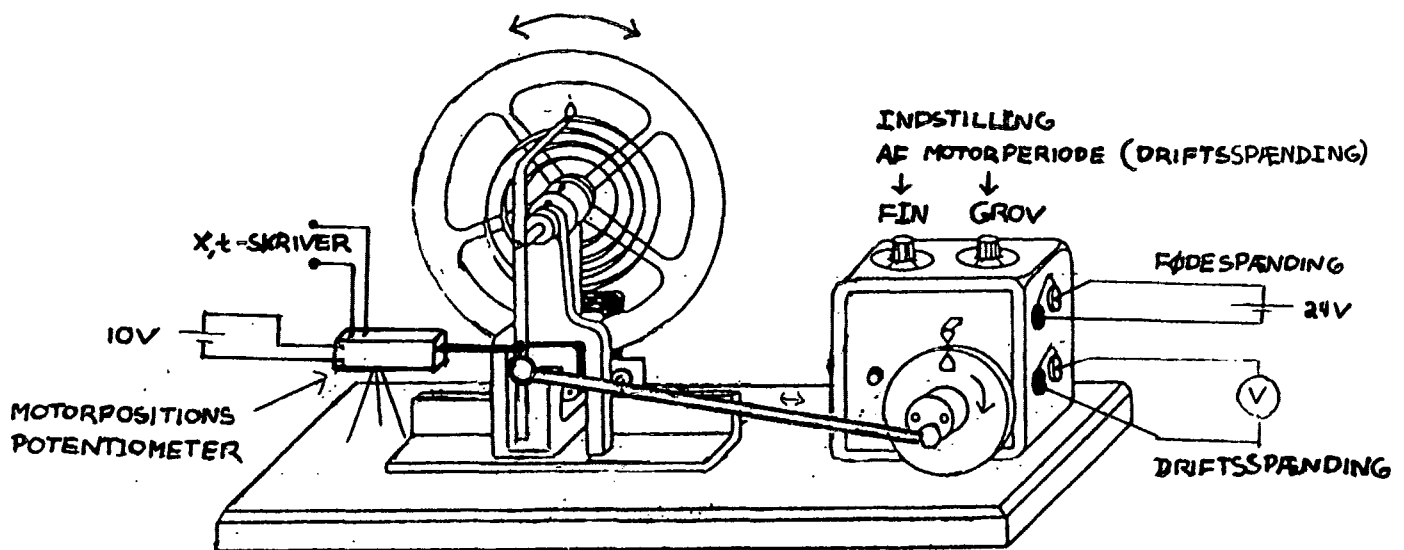
$$\omega_{MO} = 2 \cdot \pi / T \quad (s^{-1}) \quad (1)$$

Gennem fastlæggelsen af motorperioden T kan vi altså v.h.j.a. (1) beregne motorvinkelfrekvensen ω_{MO} .

Da motorperioden er afhængig af, hvilken spænding vi sætter over motoren, er det nødvendigt at fastlægge, hvilken sammenhæng der er mellem motorperiode og varierende motorspændinger.

Apparatur: Torsionspendul (med eller uden lod), voltmeter, (x,t)-skriver, 2 strømforsyninger og ledninger.

Opstilling:



De øverste tilslutningsbøsninger på motoren tilsluttes 24 V jævnspænding. Den reelle spænding over motoren (driftsspændingen) reguleres v.h.j.a. fin/grov indstillingsknapperne. Driftsspændingens størrelse måles med et voltmeter over de to nederste tilslutningsbøsninger på motoren.

Motorpositionen måles v.h.j.a. et potentiometer, der er fastspændt til motordrivarmen. Potentiometeret tilsluttes 10 V jævnspænding (- sort/brun ledning, + blå/orange ledning). Potentiometeret tilsluttes også en (x,t)-skriver (- sort ledning, + blå ledning).

Når motordrivhjulet roterer, skubbes motordrivarmen og dermed også potentiometerarmen frem og tilbage, og således ændres (i takt med bevægelsen) spændingsfaldet over potentiometeret. Den varierende spænding over potentiometeret registreres af (x,t)-skriveren som en tilnærmelsesvis harmonisk svingning, hvoraf T kan bestemmes.

Fremgangsmåde: Indstil (x,t)-skriveren på et passende måleområde for fuldt udslag (fx. 10 V). Indstil ligeledes papirfremførelses hastigheden på en passende størrelse (6-12 cm/min).

For 10 forskellige driftsspændinger (mellem 0 og 15 V), plottes et (u,t)-graf (med mindst 10 svingninger) på (x,t)-skriveren.

Prøv Jer lidt frem med forskellige indstillinger af (x,t)-skriveren, så I får pæne udskrifter (dvs. hvor det er let at tælle svingningerne).

Bearbejdning: Udfra plottene bestemmes T, hvor

$$T = \frac{(\text{længden mellem } x\text{-antal toppe})}{(\text{papirhastighed}) \cdot (\text{antal toppe})} \quad (\text{s})$$

Udfra (1) beregnes den tilhørende motorvinkelfrekvens.

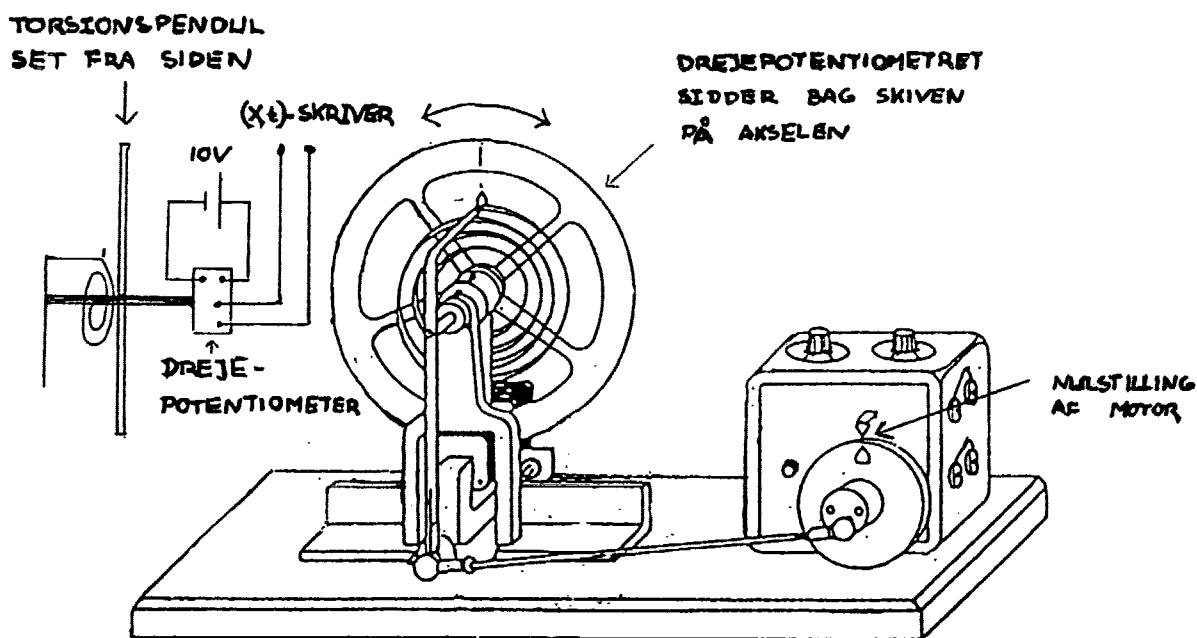
- 1) Lav et måleskema med sammenhørende værdier af driftsspænding, motorperiode og motorvinkelfrekvens.
- 2) Lav et (U, ω_m) -graf og vurder, om der er en simpel sammenhæng mellem motordriftsspænding og motorvinkelfrekvens. Hvis I finder en sådan, så skriv det matematiske udtryk for sammenhængen.
- 3) Giv en bedømmelse af, hvorvidt det vil være rimeligt at antage, at vi kan holde motorperioden konstant.
- 4) Diskutér om bevægelsen er harmonisk.

I enhver form for modellering af virkeligheden er man selvfølgelig interesseret i, at modellen såvel kvantitativt som kvalitativt svarer til den virkelighed, man kan observere. Mange systemer er dog så komplicerede, at en kvantitativ overensstemmelse mellem model og virkelighed er et umuligt krav at honorere. Torsionspendulet er, trods den simple opbygning, netop sådan et system. Her må vi (ihvertfald for den fuldt udbyggede model), nøjes med den kvalitative overensstemmelse. Alligevel er en sådan model meget brugbar, idet vi ved computersimulationerne bl.a. kan ændre parameterværdier og startbetingelser mere præcist, vi kan lave Poincaré- og returafbildninger, og fordi vi kan se på systemet isoleret for en ændring ad gangen.

I denne øvelse skal I undersøge, hvorvidt den 4. model (men her uden motor) for torsionspendulet (kap. 2.2 i lærebogen) såvel kvantitativ som kvalitativt stemmer overens med torsionspendulets faktiske bevægelser.

Apparatur: Computer med printer, Torsionspendul med lod, (x,t)-skriver, 1 strømforsyning og ledninger

Opstilling:



Skivens udslag (amplitude) måles v.h.j.a. et drejepotentiometer, der er fastgjort på skivens aksel. Potentiometeret tilsluttes 10 V jævnspænding (∴ sort/brun ledning, + blå/orange ledning). Drejepotentiometeret tilsluttes også en (x,t)-skriver (∴ sort ledning, + orange ledning).

Når skiven svinger, drejes akselen og dermed også indstillingen af drejepotentiometeret, og således ændres (i takt (analogt) med bevægelsen)

spændingsfaldet over potentiometeret. Den varierende spænding over drejepotentiometeret registreres af (x,t)-skriveren som en dæmpet svingning der nærmer sig ligevægt.

Fremgangsmåde 1 - Måling på torsionspendulet:

Indstil (x,t)-skriveren på et passende måleområde for fuldt udslag (fx. 10 V). Indstil ligeledes papirfremførelses hastigheden på en passende størrelse (6-60 cm/min). Tilslut drejepotentiometeret til skriveren.

Torsionspendulet uden lod sættes manuelt i svingninger, ved at I drejer skiven ca. 130° til en af siderne og slipper. Når "igangsætnings-teknikken" er indøvet tilkobles (x,t)-skriveren, og et (U,t)-plot tegnes. Kontroller, at motorpositionen er i nulstillingen (pil op ad), når I udfører øvelsen. Udfør målingen for forskellige indstillinger af (x,t)-skriveren.

Fremgangsmåde 2 - Simulation af torsionspendul

- 1) Gennemfør manualen "Opstart"
- 2) Gennemfør manualen "Simulations opstart", hvor følgende parametre sættes: B=0, S=0, T=22.5, A=0, Q=0, M=0.

Level 1 (le(1)=udsvinget) sættes til 2.27 (130°)

Starttid sættes til 0, sluttid til 22.5 og lagring skal være kontinuert.

- 3) Når simulationen er færdig (og gemt) laves skalering og (t,u)-plot v.h.j.a. "Plotmanualer".

Lav evt. flere screen-dumps med forskellige skaleringer - forsøg at ramme den samme skalering, som den I foretog på (x,t)-skriveren.

Bearbejdning Udfra plottene bestemmes T, hvor T for bevægelsen på

(x,t)-skriveren er lig:

$$T = \frac{\text{(længden mellem x-antal toppe)}}{\text{(papirhastighed)} \cdot \text{(antal toppe)}}$$

screendumpet er lig:

$$T = \frac{\text{(tiden for x-antal toppe)} \text{ (aflæst på akse)}}{\text{(antal toppe)}}$$

- 1) Hvad er forskellen på kvantitativ og kvalitativ overensstemmelse?
- 2) Sammenlig perioden T for målingen på torsionspendulet og fra simulationen. Hvad er den procentvise afvigelse?
- 3) Tag et plot fra målingen på torsionspendulet og et fra simulationen og tegn det over på mm-parir i et nyt koordinatsystem. Pas på - enhederne skal passe sammen.
- 4) Vurdér i hvilken grad man kan tale om kvantitativ og/eller kvalitativ overensstemmelse mellem model og virkelighed?

Reset maskinen og gennemfør "Opstart manual"

Hvis I allerede har gennemført øvelsen "Bifurkationer diskret" så load den ind i maskinen igen. Det gøres ved fra "CTS-menuen" at taste <3> for "Load modeldata". Skærmen ser nu således ud→

Modelfiler: Patn: C:\cts\gym\

```
TORSIMUL.M00      TORSIMUL.M02
TORSIMUL.M02      TORSIMUL.M03
TORSIMUL.M99      TORSIMUL.R99
135168 Bytes free
```

Angiv Datafil: (TORSIMUL.M01) >

Tast omhyggeligt TORSIMUL.mXX, hvor mXX er det tal I gemte "Bifurkationer diskret" med. Husk lige, at det skal være på den selv samme maskine, hvor I lavede simulationen, for det er jo dér og kun dér, den er gemt. Tjek en ekstra gang inden i taster <RETURN>.

(Hvis ikke I har lavet den øvelse, så load blot TORSIMUL.m99, som er en tilsvarende simulation, vi har lavet.)

Maskinen spørger nu om resultatfil skal indlæses, hvortil tasteres <j> for ja. Maskinen loader nu alle simulationens data ind igen. Når det er sket, kommer man igen til "CTS-menuen". Herfra tasteres nu 7 for "Runskærm replay". Maskinen spørger om der skal være sat skala, hvortil tasteres <n>. Nu tegnes graferne igen. Når maskinen er færdig hermed, skal I beslutte jer for, hvilken bifurkation I vil undersøge nærmere. Mærk jer, hvor den pågældende bifurkation er på runskærmen. Tryk så på mellemrumstangenten, hvorved I igen kommer til "CTS-menuen". Lav endnu en runskærm replay, men nu skal I stoppe replayet ved tryk på mellemrumstangenten, når maskinen når til det sted I ville undersøge. Skriv tallene for tiden, udsvinget, impulsmomentet og dæmpningsspændingen præcist ned. Hvis I vil undersøge flere bifurkationer, så find dem på samme måde og skriv tallene ned.

Gennemfør nu igen manualen "Simulations opstart".
Parameterværdierne er allerede sat i den diskrete simulation, så de skal ikke ændres.
Derimod skal følgende Levels sættes til de værdier, I noterede fra replayet:

1 (udsvinget)

2 (impulsmomentet)

Start ny kørsel som anvist i manualen.

Starttidspunktet sættes til præcis den tid, I noterede fra replayet. Sluttidspunktet sættes til 100 højere end starttidspunktet.

Når maskinen spørger om der skal lagres D (iskret) el. K (kontinuert) tastes <k>.

Når simulationen er færdig laves (t,u)-plot og faseplot.

Diskussion: Hvordan ville et Poincaré-snit af bifurkationen se ud? Hvordan ville et Poincaré-snit af situationerne h.h.v. før og efter bifurkationen se ud. Hvordan skulle de laves? Gør det, hvis I kan. (Tip: noget med diskrete simulationer med velvalgte faste dæmpningsspændinger og begyndelsesbetingelser og begyndelsestid.)

Resæt maskinen og gennemfør "Opstart manual"

Gennemfør manualen "Simulations opstart"

Følgende konstanter sættes

B=3

S=1

T=10000

Starttid sættes til 0 og sluttid til 10000. Når maskinen spørger

(K)ontinuert eller (D)iskret lagring

tastes <d> for diskret lagring.

Når simulationen er færdig (det tager ca. 3 timer!) laves flg. plot v.h.a. plot-manualerne: (u,D)-plot, Poincaré-snit og returafbildning. De to sidste er i og for sig meningsløse (diskutér hvorfor), men giver en interessant illustration af kørselens forløb, når det tegnes. Kig godt efter, for det går meget hurtigt.

Diskutér, hvad det er, (u,D)-plottet viser sammenlignet med Feigenbaums træ. Hvad er forskellen på den måde, dette "figentræ" er fremstillet og så den måde Feigenbaums træ fremstilles? Hvorfor ses der mon ikke vinduer?

Reset maskinen og gennemfør "Opstart manual"

Som altid vil der være tale om en vis indsvingning fra startbetingelserne til det karakteristiske bevægelsesmønster. For at komme uden om det, gennemføres simulationen i to omgange. Gå frem som vi nu beskriver:

Gennemfør manualen "Simulations opstart"

Følgende konstanter sættes

$$1.2 < B < 1.25$$

$$S = B$$

$$T = 10000$$

S sættes til samme værdi som B, da vi skal have fast dæmpning under simulationen. Maskinens forslag til starttid accepteres ved at taste <RETURN>, og sluttiden sættes til 10000. Når maskinen spørger

(K)ontinuert eller (D)iskret lagring

tastes <d> for diskret lagring.

Når simulationen er nået til ca. $T=200$ stoppes den ved samtidigt at trykke på <SHIFT> og <ESC> og derefter på mellemrumstangenten. I kommer så til "CTS-menu". Gem modeldata en gang til under samme navn og nummer, som I gjorde med de først tilrettede 'startmodeldata'. (Følg "Simulations opstart"-manualens punkt 2.) Herved gemmes de samme modeldata, men samtidigt også de værdier u (udsvinget) og w (vinkelhastigheden) har indsvinget sig til. Når de nye 'startmodeldata' er gemt, kommer man tilbage til "CTS-menuen" og der taster <6> for

<6> - Fortsæt fra nuværende tilstand

Maskinen beder os nu angive start og sluttider men vi taster bare <RETURN> som accept af de allerede definerede tider. Maskinen beder os nu angive om der skal være

Fortsat lagring (j/n)

hvortil vi taster <n>. Simulationen fortsættes nu fra punkt 4 i manualen "Simulations opstart".

Når simulationen er færdig (det tager ca. 3 timer!) laves flg. plot v.h.a. plot-manualerne: (u, D) -plot, Poincaré-snit og returafbildning.

Diskutér, hvordan dette bevægelsesmønster kan bestemmes som kaotisk. Er der tale om en tilfældig bevægelse, eller kan vi identificere en kaotisk attraktor? Hvordan kunne kaos yderligere fastslås?

Hvis der er tid kan I evt. prøve at gennemføre en kontinuert simulation med den diskrete simulations 'Endmodel-data' ved at gennemføre "Simulations opstart"-manualen direkte fra punkt 3. Når maskinen spørger

(K)ontinuert eller (D)iskret lagring

tastes <k> for kontinuert lagring.

Når denne simulation er gennemført, gemmes den under et nyt MXX og RXX-tal (punkt 5) og indføres for sig selv i kørselsjournalen. Følgende plot fremstilles: (t,u)-plot og faseplot.

Formålet med denne øvelse er på en kvalitativ måde, at undersøge modellens følsomhed for variationer af begyndelsesbetingelserne, når modellen befinder sig i en kaossituation. Først gennemføres en kort diskret lagret 'indsvingningssimulation'. Værdierne for parametre og variable bruges som udgangspunkt for variationerne af begyndelsesbetingelserne, og der køres en kontinuert simulation heraf. Heraf vil ses at de forskellige begyndelsesbetingelser fører til vidt forskellige kvantitative udviklinger. Ved i forlængelse heraf at lave diskrete simulationer af begge de varierede kørsler, kan det kontrolleres, at det stadig er den samme kaotiske attraktor, som er bestemmende for systemet. Man kan heraf konkludere, at en kvantitativ beskrivelse er umulig, mens en kvalitativ beskrivelse af systemet v.h.a. attraktoren er relevant.

Resæt maskinen og gennemfør "Opstart manual"

Som altid vil der være tale om en vis indsvingning fra startbetingelserne til det karakteristiske bevægelsesmønster. For at komme uden om det, gennemføres simulationen i to omgange. Gå frem som vi nu beskriver:

Gennemfør manualen "Simulations opstart"

Følgende konstanter sættes

1.21.25

S=B

S sættes til samme værdi som B da vi skal have iast dæmpning under simulationen. Maskinens forslag til starttid accepteres ved at taste <RETURN>, og sluttiden sættes til 400. Når maskinen spørger

(K)ontinuert eller (D)iskret lagring

tastes <d> for diskret lagring.

Efter denne 'indsvingningskørsel' laves den første kontinuerte simulation. Da de startmodeldata, I skal bruge, allerede er lavet og ligger i maskinen - det er jo 'Modeldata' for 'indsvingningskørslen' - kan vi gå direkte til simulationen: følg anvisningerne i manualen "simulations opstart" fra punkt 3.

Starttid sættes til 0 og sluttid til 400. Der skal tastes <k> for kontinuert kørsel.

Når simulationen er færdig laves (t,u)-plot og billedet gemmes (se "plot-manualer" under "Videre billedbehandling"). Nedskriv skalaværdierne for u i plottet)

Herefter skal den næste kontinuerte simulation startes. Gå til "CTS-menuen" (tryk <q> når I er på "Grafisk menu"). Tast <3> for "Load modeldata" og tast

TORSIMUL.MXX,

hvor XX er det tal 'indsvingningskørselens' 'Modeldata' blev gemt under. Tjek med det I har skrevet i kørselsjournalen, og at der findes en TORSIMUL.MXX inden I taster <RETURN>. Gennemfør nu manualen "Simulations opstart" fra punkt 1 til og med punkt 5. Under rettelse af modeldata, er den eneste rettelse der skal foretages, den, at level 1 (LE(1)=udsvinget) gøres en lille bitte smule større. Gør den f.eks. 0.0001 større. Ellers sættes modellen som ovenfor (starttid 0, sluttid 400, og lagring <k>) Der laves også her (t,u)-plot. Hvis ikke u har de samme skalaværdier, som i den første kørsel, skal u skaleres (se under "videre billedbehandling"). (t,u)-plottet med de rigtige skalaværdier gemmes (se under "videre billedbehandling"). De to (t,u)-plot "trækkes fra hinanden" (se under "videre billedbehandling"), og dette billede gemmes også.

Nu skal der gennemføres diskrete simulationer af hver af de to kontinuerte simulationers 'Modeldata'. Den sidste af disse er allerede klar i maskinen, og fra "CTS-menuen" kan manualen "Simulations opstart" følges fra punkt 3, idet maskinens forslag til starttid accepteres ved at taste <RETURN>, og sluttiden sættes til 6000, og lagring skal være <d> for diskret.

Når simulationen er færdig laves (u,D)-plot og Poincaré-snit.

Derpå gennemføres den anden diskrete simulation. Fremgangs

måden er som følger:

Gå til "CTS-menuen" (tryk <q> når I er på "Grafisk menu").
Tast <3> for "Load modeldata" og tast

TORSIMUL.MXX

XX er det tal den første kontinuerte simulations 'Modeldata' blev gemt under. Tjek med det I har skrevet i kørselsjournalen, og at der findes en TORSIMUL.MXX inden I taster <RETURN>. Gennemfør nu manualen "Simulations opstart" fra punkt 3 til og med punkt 5. Starttid sættes som maskinen foreslår, sluttid 6000, og lagring <d> for diskret). Der laves også her (u,D)-plot og Poincaré-snit. Hvis ikke u har de samme skalaværdier, som i den første kørsel, skal u skaleres (se under "videre billedbehandling"). (u,D)-plottet med de rigtige skalaværdier gemmes (se under "videre billedbehandling"). De to (u,D)-plot og de to Poincaré-snit "trækkes fra hinanden" (se under "videre billedbehandling"), og disse billededer gemmes også.

Diskuter betydningen af de billeder som viser forskellene på de varierede kørsler (differens-billederne).

Reset maskinen, og gennemfør "Opstart manual".

Gennemfør dernæst manualen "Simulations opstart"

Følgende konstanter sættes:

$$0 < B < 1$$

$$S = B$$

S sættes altså til det samme som B, idet vi skal have den samme dæmpning gennem hele simulationen. Maskinens forslag til starttid accepteres ved at taste <RETURN>, og sluttiden sættes til 200. Når maskinen spørger:

(K)ontinuert eller (D)iskret lagring

tastes <k> for kontinuert lagring

Når kørslen er gennemført og gemt, laves et (t,u)-plot og et faseplot, se manualer herom.

Beskriv i kort form, hvilken bevægelse simulationen svarer til på det rigtige torsionspendul.

Diskutér hvordan man kan afgøre om dette bevægelsesmønster er kaotisk.

Manual mappe

Opstart manual..... 1 s.

Simulations opstart .. 2 s.

Plot-manualer.....3 s.

Opstart maunal

Tænd maskinen på on/off knappen foran på computeren. Efter ca. 3 sek. ses denne skærm →

```
C:\>
```

Indtast nu "cd cts" og <RETURN> (det som står i anførselstegn skal du skrive, mens det som står i kantet parantes henviser til en tast du skal trykke på. Skriv nu "torsimul" og tryk <RETURN>.

```
C:\CTS>
```

Nu ser skærmen således ud →
Tryk på tast <3>

```
CTS MENU      Model: TORSIMUL   Kørsel: 0      Path:C:\cts\qvm\
0 - Vis modeldata
1 - Print modeldata
2 - Rediger modeldata
3 - Load modeldata
4 - Save modeldata
5 - Ny kørsel
6 - Forsæt fra nuværende tilstand
7 - rUnskærn replay
8 - Grafisk menu
9 - Tryk liste
A - indlæsning af data fra ASYST
I - Initialiser Model
D - DOS Shell
Q - afslut CTS
```

Ingen aktuelle modeldata. valg Initialiser model eller Load modeldata

Skærmen giver nu en oversigt over de allerede gemte kørsler.

Tryk blot <RETURN>

Maskinen beder os angive om resultatfil skal lades. Tast <n> for nej.

```
Modelfiler:      Path: C:\cts\qvm\
TORSIMUL.M00     TORSIMUL.M02     TORSIMUL.M02     TORSIMUL.M02
TORSIMUL.R02     TORSIMUL.M03     TORSIMUL.R03     TORSIMUL.999
TORSIMUL.M99     TORSIMUL.R99     TORSIMUL.99E
135168 Bytes free
```

fil: (TORSIMUL.M00)

Nu ser vi denne skærm →
Det er "CTS-menuen", hvorfra programmet styres. Maskinen er nu startet op og er klar til at simulere.

```
CTS MENU      Model: TORSIMUL   Kørsel: 2      Path:C:\cts\qvm\
0 - Vis modeldata
1 - Print modeldata
2 - Rediger modeldata
3 - Load modeldata
4 - Save modeldata
5 - Ny kørsel
6 - Forsæt fra nuværende tilstand
7 - rUnskærn replay
8 - Grafisk menu
9 - Tryk liste
A - indlæsning af data fra ASYST
I - Initialiser Model
D - DOS Shell
Q - afslut CTS
```


Simulations opstart

Enhver simulation startes fra "CTS-menuen", hvis skærmbillede ser således ud →

```

CTS MENU          Model: TORSIMUL   Periode: 2
-----
0 - Vis modeldata
1 - Print modeldata
2 - Rediger modeldata
3 - Load modeldata
4 - Save modeldata
5 - Nul tærskel
6 - Følg fra nuværende tilstand
7 - Rul ned og replav
8 - Grafisk menu
9 - Træk liste
* - Indlæsning af data fra ASYST
I - Initialiser Model
O - DOS Shell
C - Avslut CTS
  
```

Man kan komme hertil ved at gennemføre "opstart manual".

1. Først skal modeldata rettes til, så simulationen foregår på de betingelser vi ønsker. Tast derfor <2> for redigering af modeldata.

```

Model: TORSIMUL   1 0 skrift. med 1274
Simulation af Torsionstil. 505 skrift. og levelso tilg. vejledning.
---
M: 0 1e 0 0      :   Tid (0-levelso): 01      Output variabel:
M: 1 1e 0 0      :   :                               :   :   J05 (mg (rad)
M: 2 1e 0 0      :   :                               :   :   U1 (kg/cm. (N/m)
M: 3 1e 0 0      :   :                               :   :   U2 (kg/cm.cm. (N)
M: 4 1e 0 0      :   :                               :   :   Pr. mot. (kg. (rad)
---
Dataene konstanter
---
m 0.1273 motorAmplitude (rad)      Antal runde: 000 0
r 0 0 motorCentralfors (N/m)      Reference Level: L0= 1
m 0.25 motorAmplitude (rad)      Output interval: 0.1e 1.0
m 0 02 tvngsaec. (m/s^2)
---
* 0.54e-03 Inercti af hul (kg.cm 2)
---
m 0.41e-03 Masse af støvsilke (kg)
---
m 16e-03 restorationskoeff. (1)
---
m 0 0 system fra kørsum. (1) skrift. og levelso tilg.
m 3 3 begyndelse af kørsum. (1) skrift. og levelso tilg.
m 0 0 Slut-tærskel (kg/cm.cm) (N)
---
* 15e-03 kørsum. (rad)
  
```

Skærmen ser nu således ud →

Først skal modeldata have et navn. Tryk <i> for ny Instruks. Nu kan navnet (f.eks. "Kaos, gruppe 4, d.14/5, nr. X", hvis der er tale om en kaos-kørsel) taster ind. Afslut med <RETURN>.

Nu skal parametrene (konstanterne) sættes til de værdier, der er angivet i øvelsesvejledningen. Det gøres ved først at taste <k> for nye data for K(onstanter, og dernæst taste f.eks.: "B=1.2983e-4" <RETURN>. Fortsæt med næste f.eks. "S=1.10998e-4" <RETURN> osv. indtil den sidste værdi er fastsat. HUSK at et decimal komma altid tastes som et punktum! Tast så <RETURN>. Hvis levelvariablene skal sættes tastes <l> og nummeret på levelvariablen efterfulgt af den ønskede værdi angivet i øvelsesvejledningen indtastes med <RETURN> bagefter. Når al retning er færdig tastes igen <RETURN> og "CTS-menuen" kommer frem. Nu skal disse 'start-modeldata' gemmes til evt. senere brug. Det er meget vigtigt at være omhyggelig hermed. Ved fejltastning kan maskinen gå ned, og så skal der startes helt forfra!!

2.

Tryk <4> for "Save modeldata".

Denne skærm fremkommer →

```

Gem modeldata:
-----
TORSIMUL.M00      TORSIMUL.M02
TORSIMUL.M02      TORSIMUL.M03
TORSIMUL.M99      TORSIMUL.M99
  35105 bytes free
  
```

Find et tal til modeldata som ikke allerede er brugt og tast omhyggeligt "TORSIMUL.SXX"

Tjek det inden du taster <RETURN>

Husk at indføre tallet (XX) i kørselsjournalen under modeldata start.

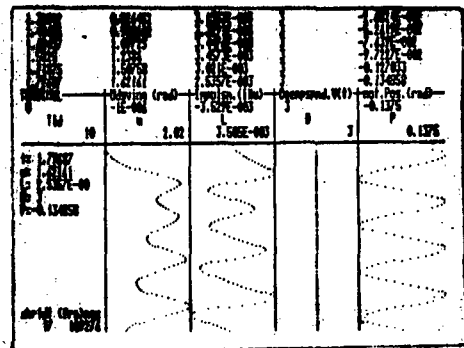
Simulations opstart

3. Nu er maskinen klar til at simulere. Tast <5> for "Ny kørsel". Maskinen beder os angive starttiden og foreslår (0). Det i øvelsesvejledningen angivne indtastes og der slutes med <RETURN>. Maskinen beder os så angive sluttidspunktet og foreslår igen (0). Det ønskede indtastes og der afsluttes med <RETURN>. Maskinen beder os endelig angive, om data skal lagres Kontinuert eller Diskret, og der tages enten <k> eller <d>, som angivet i øvelsesvejledningen.

4.

Følgende "RUN-skærm" vises →

Maskinen beder os angive om der sættes skala. Tast <n> og simulationen starter. På skærmen tegnes graferne for u =udsvinget, i =impulsmomentet (som er proportionalt med



vinkelhastigheden idet $L=WI$, hvor I er inertimomentet) og D =Dæmpningsspændingen til tiden t . Løbende vises også værdierne for disse og for tiden t . Det kan kobles fra ved samtidigt at trykke på <CTRL> og <ESC>-tasterne. Herved går simulationen en del hurtigere.

Simulationen kan afbrydes ved samtidigt at trykke på tasterne <SHIFT> og <ESC>, og derefter på mellemrumstangenten, hvorved vi kommer til "CTS-menuen".

Kører maskinen simulationen færdig skifter den, enten selv eller ved et tryk på mellemrumstangenten, tilbage til "CTS-menuen".

5. Hvis den ellers er interessant, skal kørslen nu gemmes. Fremgangsmåden er som da 'startmodeldata' blev gemt. Vær igen meget omhyggelig! Tast <4> for "Save modeldata". 'Modeldata' skal gemmes under "TORSIMUL.MXX" <RETURN>, hvor XX er det samme tal som blev anvendt i SXX. Maskinen beder os angive, om vi ønsker en resultatfil oprettet. Vi taster omhyggeligt "TORSIMUL.RXX" samt <RETURN>. Alle data er nu gemt, og maskinen går tilbage til "CTS-menu", hvorfra videre valg tages.

Plot-manual

At plotte kræver nogle data at plotte. Der skal altså enten være kørt en simulation eller loades en resultatfil ind i programmet.

Som vanligt startes fra "CTS-menuen", som ser sådan ud →

Tast <8> for at komme til

```
CTS MENU          Model: TORBIRA   Kørset: 0
0 - Vis modeldata
1 - Print modeldata
2 - Rediger modeldata
3 - Load modeldata
4 - Save modeldata
5 - Ny kørsel
6 - Fortsæt fra nuværende tilstand
7 - rUnsave model
8 - Grafisk menu
9 - Tryk liste
A - Indlæsning af data fra ASYST
I - Initialiser Model
D - DOS Shell
Q - afslut CTS
```

"Grafisk menu", som ser således ud →

Gå nu til instruktionen nedenfor for det ønskede plot.

Når man er færdig med et plot og evt. videre behandling deraf,

kommer man tilbage til "Grafisk menu ved at trykke på mellemrumstangenten.

```
Grafisk menu          Inopi aktuel graf
1 - Skalering
2 - Plot
3 - 3D-Projektion
4 - Flere på samme plot
5 - Return map
6 - Intervaller vises (titel)
7 - Sidemenu
----- her bruges de pålæste tegning eller tryk på (PAC) -----
H - hent billedet fra andre lag
G - gem billedet i andre lag
O - lavt aktuelt billede med billedet fra andre lag
S - Save billedet i fil
L - Load billedet fra fil
D - udfør 3D-projektion med billedet fra andre lag
I - udfør 3D-projektion med billedet fra andre lag
Q - exit menu og billedet
```

(t,u)-plot:

Tryk <2> for plot, og maskinen beder os angive variabel for vandret akse. Vi taster <t>. Maskinen beder os så angive variabel for lodret akse, og vi taster <u> for udsvinget. Maskinen beder os angive, om vi ønsker punkterne forbundet eller ej. Tast <j> og kurven tegnes på skærmen.

```
XY-PLOT
Output variable:
T          Tid
U          Udsving (rad)
L          Impulsm. (I*W)
D          Dæmpspnd. V(t)
P          mot.Pos. (rad)
```

(u,motorposition)-plot

Fremgangsmåden er som for (t,u)-plot, blot sættes u (udsvinget) ud ad vandret akse og p (motorPositionen) op ad den lodrette akse.

Faseplot

Fremgangsmåden er også som for (t,u)-plot, blot sættes u (udsvinget) ud ad vandret akse og L (impulsmomentet, som er proportionalt med vinkelhastigheden) op ad den lodrette akse.

Plot-manual

(u,D)-plot :

Plot af udsvinget som funktion af dæmpningsspændingen D. Plottet er kun meningsfuldt som afbildning af simulationer med varierende D. Fremgangsmåden er som for (t,u)-plot, blot sættes u ud ad 1.aksen, t op ad 2.aksen, og punkterne forbindes ikke. Når akserne vælges som beskrevet, er det fordi, det giver en bedre grafik til visse afbildninger.

Poincaré snit

Poincaré snittet er et faseplot af en kørsel med diskret lagring, og laves på samme måde som beskrevet for faseplottet, blot skal punkterne her ikke forbindes

(t,u,L)-plot

Fra "Grafisk menu" tasteres <3> for 3D-Projektion. Maskinen beder os så efter tur angive variabelen for hhv. 1. 2. og 3. akse. Den beder os igen angive om punkterne skal forbindes, hvortil tasteres <j>. Skærmen viser nu det perspektiv, plottet laves i, og angiver, at det kan ændres ved at trykke på "piletasterne". Tryk på mellemrumstangenten når plottet ønskes udført.

Returafbildning

Returafbildningen er kun meningsfuld for diskrete kørsler!

Fra "Grafisk menu" tasteres <5> og skærmen kommer til at se sådan ud →

Maskinen beder os angive, hvilken variabel returafbildningen skal foretages for, og vi kan taste <u>

for (udsvinget) eller <l> for (impulsmomentet) efterfulgt af <RETURN>. Maskinen beder os dernæst angive, hvormange "skridt" m, der skal være mellem hvert punkt i afbildningen. Normalt sættes m til 1 ved blot at taste <RETURN>, men andre værdier kan vælges, og forskellen i returafbildningerne studeres.

Return map	
Vandret:	$u(n \cdot m \cdot \Delta t)$
Lodret:	$u((n-1) \cdot m \cdot \Delta t)$, for $n = 0..(m-1)$
Output variable:	
T	Tid
u	Udsving (rad)
L	Impulsm. (I#w)
D	Dæmpning V(t)
P	rot. Pos. (rad)

Plot-manual

Videre billed-behandling

Billeder kan gemmes ved at taste <s>. Maskinen skriver "Gem billede:" og vi taster et passende navn (f.eks. kørselens navn og et nummer) kun bestående af almindelige bogstaver og tal uden mellemrum eller tegn. Nedskriv også dette navn FULDSTÆNDIGT PRÆCIST i journalen, og afslut med <RETURN>.

Allerede gemte billeder kan hentes frem igen. Skærmen skal vise et billede. (Hvis ikke man lige har tegnet et billede, kan man komme dertil ved at gennemføre et almindeligt (t,u)-plot som ovenfor beskrevet). Tast <l> for "load billede fra fil" og tast navnet på billedet FULDSTÆNDIGT PRÆCIST. Ved tastefejl går maskinen ned, og den skal startes op helt forfra! Tjek inden der trykkes <RETURN>.

Billeder kan også printes, snak med RUC-læreren herom.

Akserne kan skaleres, hvis billedet evt. skal sammenlignes med et andet. Det gøres ved at gå tilbage til "Grafisk menu" ved at trykke på mellemrumstangenten. Her tasteres så <l> for "skalering", hvorpå maskinens anvisninger følges.

Billeder kan lægges oven i hinanden eller trækkes fra hinanden. Det gøres ved først at gemme det første billede som beskrevet ovenfor. Når det er gjort, tasteres <g> for "gem billede i indre lager". Herefter hentes det billede som skal lægges oven i eller trækkes fra frem på skærmen ved at taste <l> for "load billede fra fil" og taste navnet på billedet FULDSTÆNDIGT PRÆCIST. Ved tastefejl går maskinen ned, og den skal startes op helt forfra! Tjek inden der trykkes <RETURN>. Når dette billede er kommet på skærmen, tasteres <o> hvis billederne skal lægges oven i hinanden, eller <x> hvis de skal trækkes fra hinanden.

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projektrapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss. Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh. Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko. Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum". Projektrapport af: Lasse Rasmussen. Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projektrapport af: Jan Christensen og Jeanne Mørtensen. Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt. Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projektrapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup. Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler. Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings af an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint. Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen. Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projektrapport af: Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality". Af: Helge Kragh.
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE". a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projektrapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen. Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projektrapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS". Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber". Projektrapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller". Projektrapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen. Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen. Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MANGDELÆRE". Projektrapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk. Vejleder: Stig Andur Pedersen. Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER MØSSBAUEREFFEKTIVITÄT". Projektrapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen. Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. I. Af: Bent Sørensen. Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Beirnhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Høytrup.

Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høytrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Høytrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Beirnhelm Booss og Jens Høytrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Beirnhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?".
Projektrapport af: Lone Biilmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussann Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 ""EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Linear programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et hørings svar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialrapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lillethorup.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDALDEREN".
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSYSTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lilli Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOCREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
 Af: Jens Jäger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS TRANSITION".
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG ØR INGEN EPIDEMI",
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM" - state and trends -
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIE TIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Katler og Torben J. Andreasen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Heddal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS II".
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONTIGENSTABELLER".
 Projekt rapport af: Lone Biilmann, Ole R. Jensen og Arne-Lise von Moos.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING".
 Af: Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
 Af: Peder Voetmann Christiansen
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
 Fysiklærerforeningen, IMFUFA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBY, 8 - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-klassifikation af B-, A- og F-stjerner".
 Projekt rapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
 Projekt rapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
 Projekt rapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅKRYB" - en ikke-standard analyse.
 Projekt rapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
 Lecture Notes 1983 (1986)
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-projekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.
 Projekt rapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"
 Projekt rapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA. ENERGY SERIES NO. 15."
 Af: Bent Sørensen.
-
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM"
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen, Petr Visčor
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER"
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi"
 Projekt rapport af Frank Colding Ludvigsen
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling
 Af: Jeppe Dyre
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 119/86 "DET ER GÅNSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".
 Af: Iben Møj Christiansen
 Vejleder: Mogens Niss.

- 138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."
Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek
Martin Bohle-Carbonell
- 140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"
By: Jens Gravesen
- 141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"
Projektrapport af Finn C. Physant
Vejleder: Ib Thiersen
- 142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek og
Krzysztof P. Wojciechowski
- 143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"
af: Mogens Brun Heefelt
- 144/87 "Context and Non-Locality - A Peircan Approach
Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.
By: Peder Voetmann Christiansen
- 145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"
Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987
By: Mogens Niss
- 146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"
- en ny frekvensbaseret målemetode.
Fysikspeciale af Jan Vedde
Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Višćor
- 147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"
redigeret af: Mogens Brun Heefelt
- 148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"
af: Peter Colding-Jørgensen DLH
Albert Chr. Paulsen
- 149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"
by: Petr Višćor
- 150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"
by: Petr Višćor
- 151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"
Matematikprojekt af:
Birgit Andresen, Keld Nielsen og Jimmy Staal
Vejleder: Mogens Niss
- 152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
Krzysztof P. Wojciechowski
- 153/87 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KRÆFTER"
Et eksempel på humanistisk teknologihistorie
Historiespeciale
Af: Hans Hedal
Vejleder: Ib Thiersen
- 154/87 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"
By: Jeppe Dyre
- 155/87 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"
by: Michael Pedersen
- 156/87 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"
by: Jeppe C. Dyre
- 157/87 "STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."
by: Michael Pedersen
- 158/87 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"
by: Jeppe Dyre
- 159/87 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"
by: Bent Sørensen
- 160/87 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"
by: Jens Gravesen
- 161/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: Dirichlet feedback control problems"
by: Michael Pedersen
- 162/87 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"
AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich, Mette Vedelsby
- 163/87 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"
Af: Finn Langberg, Michael Jarden, Lars Frellesen
Vejleder: Jesper Larsen
- 164/87 "Vurdering af matematisk teknologi
Technology Assessment
Teknikfolgenabschätzung"
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med
Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen
- 165/87 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"
by: Jens Gravesen

166/88 "Grundbegreber i Sandsynligheds-
regningen"

Af: Jørgen Larsen

167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"

Af: Jørgen Larsen

167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte
modeller"

Af: Jørgen Larsen

168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"

Laboratorie-simulering og MARS-analoger
undersøgt ved Mössbauerspektroskopi.

Fysikspeciale af:

Birger Lundgren

Vejleder: Jens Martin Knudsen
Fys.Lab./HCØ

169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL
TIL EN METAFYSIK."

Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist"
1891-93.

Introduktion og oversættelse:

Peder Voetmann Christiansen

170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"

Samtlige opgaver stillet i tiden
1974 - juni 1988

171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"

af: Johnny Tom Ottesen

172/88 "FYSIK OG VIRKELIGHED"

Kvantemekanikkens grundlagsproblem
i gymnasiet.

Fysikprojekt af:

Erik Lund og Kurt Jensen

Vejledere: Albert Chr. Paulsen og
Peder Voetmann Christiansen

173/89 "NUMERISKE ALGORITMER"

af: Mogens Brun Heefelt

174/89 "GRAFISK FREMSTILLING AF

FRAKTALER OG KAOS"

af: Peder Voetmann Christiansen

175/89 "AN ELEMENTARY ANALYSIS OF THE TIME
DEPENDENT SPECTRUM OF THE NON-STATONARY
SOLUTION TO THE OPERATOR RICCATI EQUATION

af: Michael Pedersen

176/89 "A MAXIUM ENTROPY ANSATZ FOR NONLINEAR
RESPONSE THEORY"

af : Jeppe Dyre

177/89 "HVAD SKAL ADAM STÅ MODEL TIL"

af: Morten Andersen, Ulla Engström,
Thomas Gravcsen, Nanna Lund, Pia
Madsen, Dina Rawat, Peter Torstensen

Vejleder: Mogens Brun Heefelt

178/89 "BIOSYNTESSEN AF PENICILLIN - en matematisk model"

af: Ulla Eghave Rasmussen, Hans Oxvang Mortensen,
Michael Jarden

vejleder i matematik: Jesper Larsen
biologi: Erling Lauridsen