

**TEKST NR 172**

**1988**

**FYSIK  
OG  
VIRKELIGHED**

- Kvantemekanikkens grundlagsproblem i gymnasiet.

Fysikprojekt af:

Erik Lund og

Kurt Jensen

Vejledere:

Albert Chr. Paulsen og

Peder Voetmann Christiansen

**TEKSTER fra**

**IMFUFA**

**ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER**  
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES  
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

-----  
IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, 4000 Roskilde

FYSIK OG VIRKELIGHED - kvantemekanikkens grundlagsproblem i  
gymnasiet

Projektrapport af Kurt Jensen og Erik Lund

IMFUFA-tekst 172/88

160 sider

ISSN 0106-6242  
-----

A B S T R A C T

Dette projekt omhandler kvantemekanikkens grundlagsproblem og undervisning heri i gymnasiet.

Projektet falder i tre dele. Første del forsøger at gennemgå grundlagsproblemet set fra fysikkens synsvinkel. Vi gennemgår Bohr-Einstein diskussionerne 1927-35, Bohm og Aharonov's videreudvikling af E.P.R.-tankeeksperimentet, Bell-ulighederne og Aspect-eksperimenterne.

Anden del omhandler den mere filosofiske/videnskabsteoretiske side af sagen. Vi ser på Københavnerskolens, Bohm's og Dirac's syn på kvantemekanikken.

Tredje del ser på hvilke problemer, der er ved undervisning i dette emne, og vi overvejer hvad der kan gøres ved undervisningens tilrettelæggelse for at afhjælpe disse problemer.

---\*\*000\*\*---

# FYSIK OG VIRKELIGHED

- Kvantemekanikkens grundlagsproblem i gymnasiet.

Fysikprojekt af:

Erik Lund og

Kurt Jensen

Vejledere:

Albert Chr. Paulsen og

Peder Voetmann Christiansen

## I N D H O L D S F O R T E G N E L S E

FORORD .....	5
KAPITEL 1: INDLEDNING OG PROBLEMFOMULERING .....	7
1.1 Forhistorie	7
1.2 Problemformulering	8
1.3 Disposition for resten af rapporten	10
1.4 Begrebsdefinitioner og pædagogisk målsætning	11
.1 Den samfundsmæssige relevans af fysik og fysik- undervisning (Rekrutteringsproblemet; Demokrati- aspektet)	11
.2 Dannelsesidealet (Dannelse; Dannelsesindholdet - dannelsens mål; Kvantemekanik og dannelse)	14
KAPITEL 2: "FYSIKKAPITLET" .....	19
2.0 Indledning	19
2.1 Bohr-Einstein diskussionerne 1927 og '30	19
2.2 Er kvantemekanikken fuldstændig ?	22
.1 Einstein, Podolsky og Rosen's artikel (Vores kritik af E.P.R. artiklen)	22
.2 Niels Bohr's svarartikel (Vores kritik af Bohr's svarartikel)	26
2.3 Mod en eksperimentel afklaring	31
.1 Et skridt videre	32
.2 Skjult-variabel-teori	35
.3 Andre udledninger af Bell-uligheder	43
2.4 En eksperimentel afklaring	51
.1 Principperne i Aspect's 1. eksperiment	52
.2 Bell's ulighed i forhold til Aspect	53
.3 Kvantemekanikken og Aspect	54
.4 Aspect's andet og tredje eksperiment	57
2.5 Opsamling	59

KAPITEL 3: "FILOSOFIKAPITLET" .....	63
3.1 Københavnerskolen .....	65
.1 Før 1935: Como 1927 og Solvay-kongressen 1927 .....	65
.2 Paradokser og tankeeksperimenter .....	68
.3 Efter 1935 .....	71
3.2 P.A.M. Dirac: Moderat københavnerskolefortolkning .....	73
.1 En løs gennemgang af forskellige af Dirac's grundfysiske arbejder .....	75
.2 Dirac's metode og syn på fysikken .....	79
3.3 David Bohm: Helheden og den indfoldede orden .....	82
.1 Fragmentering og helhed .....	82
.2 Om orden, mål og struktur i fysikken .....	83
.3 Kvant- og relativitetsteoriens forening .....	86
.4 En ny orden: Den indfoldede orden .....	87
3.4 Mange-verden teorien .....	90
3.5 Opsamling .....	92
.1 Den naturfilosofiske diskussion: Vore begreber og "virkeligheden" (Realisme/Nominalisme; Hvornår er teorier "gode") .....	92
.2 De populærvidenskabelige og pædagogiske aspekter .....	99
 KAPITEL 4: "UNDERVISNINGSKAPITLET" .....	 101
4.0 Indledning .....	101
4.1 Relevansen .....	101
.1 Relevansen i forhold til gymnasiefaget fysik - specielt set i lyset af den nye læseplan .....	102
.2 Relevansen i forhold til den generelle samfundsudvikling .....	103
.3 Relevansen i forhold til den enkelte elev .....	104
.4 Sammenfattende om målet med at undervise i kvantemekanikkens grundlagsproblem og om prioriteringsovervejelser i den forbindelse .....	106
4.2 Betingelserne .....	108
.1 De ydre rammer og kravene til undervisningens indhold og placering (Gymnasiets struktur; Fysikfagets struktur; Kvantemekanikkens grundlagsproblem som undervisningsemne; Det enkelte gymnasiums faciliteter og lærerkorps) .....	108

4.2.2	Eleverne og undervisningssituationen (Elevernes kognitive formåen; Socioøkonomisk og sociokulturel baggrund; Elevstrategier, elevholdninger og elevernes sociale netværk)	112
4.3	Metoderne	127
.1	Læreprocessen, samt metoder til valg og tilrettelæggelse af undervisningsmaterialerne (Ausubel's teori for kognitiv udvikling; Tilpasning af undervisningsmaterialet til elevernes kognitive færdigheder og udviklingstrin; Erfaringspædagogik)	128
.2	Organiseringen af vort stofområde (Kvantefysikkens begrebslige struktur)	135
.3	Subsumers og advance organisers (Måling $\Leftrightarrow$ virkning; Determinisme/tilfældighed; Bølge-partikeldualiteten; Grænser for viden: videnskabens mening)	137
.4	Anvendelsen af CAT på beskrivelsen af den begrebslige struktur	142
4.4	Opsamling	145
.1	Gruppernes betydning for den indholdsmæssige planlægning af forløbet (Kønsmæssige skævheder; Socialgruppemæssige skævheder; Forskellige elevstrategier)	146
.2	Betydningen for den tidslige planlægning af forløbet (Planlægning i forhold til resten af gymnasieforløbet; Forløbets udvikling)	148
.3	Grundlagsproblemet og vore dannelsesidealer/målsætning i forhold til skolens og elevernes virkelighed	150
LITTERATURLISTE .....		153

## F O R O R D

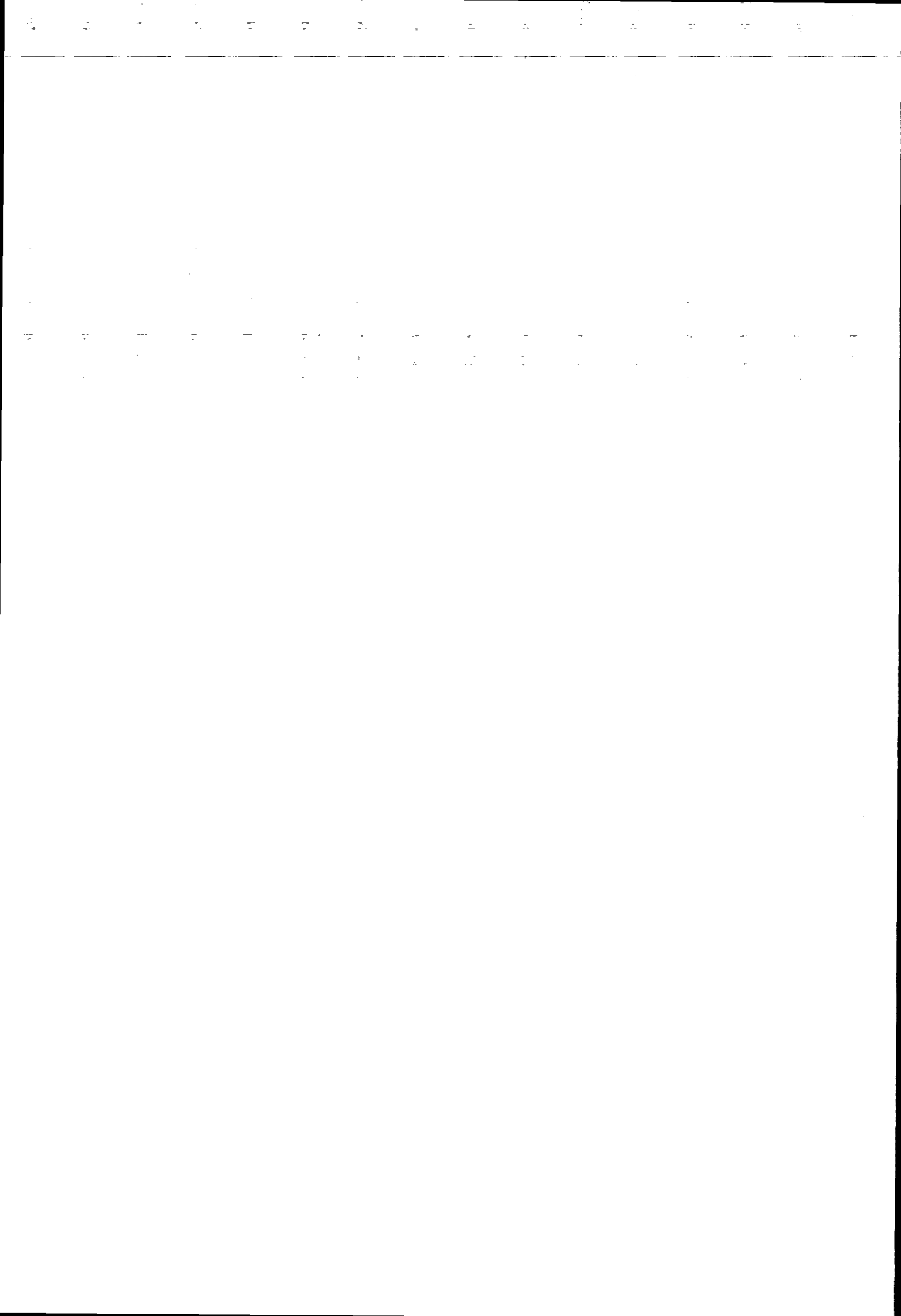
Dette projekt er skrevet på fysikuddannelsen i tiden mellem efterårssemestret 1986 og efterårssemestret 1987. For Eriks vedkommende skulle projektet dække breddemodulbindingen, mens det for Kurts vedkommende skulle dække dybdemodulet.

Da vi afleverede det var projektet hverken gennemskrevet eller færdigt, i den forstand at vi var nået så langt som vi oprindeligt havde forestillet os, men efter at have brugt  $1\frac{1}{2}$  år på det mente vi, vi havde brug for at få det lagt bag os. Nu, næsten eet år senere og efter at have indføjet diverse rettelser, har vi så valgt at få det udgivet i instituttets tekstrække.

Oprindeligt var det meningen at projektet skulle hjælpe gymnasielærere med planlægning af undervisning i projektets emne: Kvantemekanikkens grundlagsproblem. Selv om vi ikke mener, vi er nået langt nok til at foreslå egentlige undervisningsforløb, og selv om vi ikke har gennemarbejdet det faglige med henblik på konkret formidling til gymnasielærere (f.eks. er bra-ket-notationen i kapitel 2 måske at "skyde over målet"), er det dog vort håb, at dele af projektet kan finde anvendelse her. Den væsentligste grund til, at vi har valgt at få projektet udgivet trods dets oplagte mangler, er dog, at vi håber, det kan inspirere andre fysikstuderende, enten til at færdiggøre vores arbejde, eller i almindelighed til at arbejde med didaktiske problemstillinger.

Endelig skal vi her benytte lejligheden til at takke Peder og Albert for god vejledning, Niels, Frank og Tomas for godt arbejde og hyggelig deling af grupperum, samt sidst men ikke mindst Lars for "livsnødvendig" hjælp omkring projektafleveringen.

december 1988, Kurt & Erik





# K A P I T E L 1

## "Indledning og problemformulering"

### 1.1 Forhistorie.

Udgangspunktet for dette projekt var et ønske om at få rede på, for vort eget vedkommende, hvad det var for noget med al denne her "nye fysik", og hvilke ændringer af vores og andre menneskers "verdensbilleder" og virkelighedsopfattelse, den nye fysik måtte medføre. Dette har været det centrale hele vejen, og deraf kommer også projektets utrolig originale titel.

Videre var det vores agt at forsøge at give et aktivt bidrag til en afklaring af begreberne i den almindelige bevidsthed. Dette er en naturlig følge af at gå på formidleruddannelser - gymnasielæreruddannelsen hhv. kommunikationsuddannelsen - og det førte os til sidst over i det foreliggende undervisningsorienterede projekt. Forinden havde vi dog i lang tid arbejdet ud fra nogle mere abstrakte, teoretiske vinkler: Først i et forsøg på at indkredse, ad hvilke vilde og snørklede veje videnskabelige nybrud og omvæltninger med tiden siver ned og optages i den almindelige (under-) bevidsthed, og derpå i et forsøg på at forstå, hvorledes denne nedsivning og assimilering finder sted i den enkeltes hovede. At hovedvægten til slut er gledet over på en konkret formidlingsdiskussion i forhold til gymnasiet er til dels begrundet i den igangværende reform af fysikundervisningen, som vil stille store krav til lærerkorpsets fantasi og omstillings-evne, men også til udviklingen af baggrundsmaterialer til den ændrede undervisning, som lærerne kan støtte sig til under denne omstilling.

## 1.2 Problemformulering.

Den endelige problemformulering for projektet er, jvf. ovenstående, blevet tvedelt. Den første del er primært rettet mod os selv, og har at gøre med at få nogenlunde fod på den moderne fysik og dennes filosofiske og andre konsekvenser. Begrebet "den moderne fysik" har vi naturligvis måttet koge ned, og vi har valgt at koncentrere os om det såkaldte "grundlagsproblem" i kvantemekanikken, som ganske vist er blevet grundigt tygget igennem af mange andre før os, men som på den anden side også kan siges at ligge ved selve roden af de filosofiske og erkendelsesteoretiske problemer, kvantemekanikken har rejst. Vi vil derimod lægge mindre vægt (læs: stort set slet ikke behandle) andre dele af den moderne fysik - man kunne ellers nævne f.eks. kvantefeltteorierne, elementarpartikelforskningen eller superstrengteorierne, som har været stærkt i vælten de seneste år - mod til gengæld at søge en virkelig omfattende og dybtgående forståelse grundlagsdiskussionen og baggrunden herfor. (Dette materiale skal dog, jvf. ovenstående, også gerne kunne tjene som reference for gymnasielærere, der vælger at inddrage dette emne i undervisningen.)

Den anden del af problemformuleringen retter sig derimod udad, mod udviklingen af nogle metoder til formidling af kvantemekanik og "filosofisk fysik" og mod en forståelse af, hvilket formål denne formidling skal tjene i en samfundsmæssig og dannelsesmæssig sammenhæng.

Vi har valgt at formulere følgende problemstilling:

"Med hvilket formål og hvorledes kan en diskussion om kvantemekanikkens grundlag bedst placeres og gennemføres i gymnasiets fysikundervisning?"

Denne problemformulering rummer de centrale perspektiver, men er også ret omfattende, og den kan angribes med forskellige udgangspunkter.

Et udgangspunkt på problemet kunne være at overveje, hvilke kognitive/erkendelsesmæssige problemer og perspektiver (eller generelt formidling), der kunne være i emnet "kvantemekanikkens grundlagsproblem". Som vi ser det, kan emnet berøre nogle væsentlige problemstillinger omkring forholdet mellem indlæring, erkendelse, forestillingsverden m.m. i den enkelte elevs hoved (dvs. et kognitivt udgangspunkt).

Et andet udgangspunkt kunne være at se på hvilke undervisnings-/uddannelsesmæssige perspektiver og problemer, der kunne være ved undervisning i emnet. At arbejde med problemet fra dette udgangspunkt kan gøres på forskellige niveauer: Fra et politisk målsætningsniveau og fra et mere praktisk undervisningsniveau (der er naturligvis en kontinuert overgang fra det ene niveau til det andet: Uddannelsespolitik - Formål med undervisningen - Bekendtgørelser - Undervisningsplanlægning - Undervisningsudførelse).

Vi har valgt at tage udgangspunkt i undervisningen dvs. det andet udgangspunkt. Det betyder ikke, at vi ikke beskæftiger os med kognitive problemer, faktisk er det kognitive væsentligt i arbejdet på de forskellige niveauer med undervisning, fordi undervisningen jo i sidste ende skal forstås af eleverne. Men også andre ting har betydning for undervisningen. Men det er stadig meget bredt. Vi derfor anlagt en praktisk vinkel på undervisningen i emnet, dvs. vi har søgt at sætte os i lærerens sted. Det er således ikke vores hensigt at bruge en masse tid og plads i projektet på at diskutere den kommende bekendtgørelse eller undervisningspolitik i almindelighed, men vi ønsker at nå så langt vi kan i retning af at angive et konkret forløb, som skal imødegå de problemer og udnytte de perspektiver, der er ved undervisning i emnet. Af tidsmæssige grunde har vi dog måttet give afkald på selv at prøve at undervise i emnet i praksis.

### 1.3 Disposition for resten af rapporten.

Som følge af denne måde at formulere projektets problemstillinger på, må en række forudsætninger først bringes på plads.

For det første er det helt nødvendigt at få klargjort, hvilke pædagogisk-politiske mål - hvilke dannelsesidealer - der ligger til grund for vores arbejde, og hvad vi mener med en række centrale begreber i den forbindelse. En sådan redegørelse er en betingelse både for den senere behandling og prioritering af projektets indhold og ikke mindst for forståelsen af problemformuleringen selv. Disse ting tager vi op i det følgende - sidste - afsnit i dette indledningskapitel.

Dernæst er det nødvendigt med en konkret redegørelse for den fysiske, kvantemekaniske, baggrund for projektet - ikke mindst hvis projektet skal kunne tjene sit erklærede formål: At være til nytte for gymnasielærere, der ønsker noget baggrundsmateriale omkring grundlagsproblemet, Aspect-eksperimenterne og de forskellige former for filosofiske konklusioner. Kapitel 2 er derfor helliget en gennemgang - kronologisk, sådan da - af debattens forløb, i form af detaljerede gennemgange af en række af de centrale originalartikler. Hensigten med dette er at præsentere for fysiklæreren de betydeligste argumenter, regnestykker og fortolkninger, der har udgjort knudepunkterne i den fysiske debat, som har ført fra diskussionerne mellem Bohr og Einstein om kvantemekanikkens status frem til Aspect's eksperimentelle demonstration af, at Bell's uligheder rent faktisk brydes i eksperimenter af den type, der først blev foreslået i den berømte EPR-artikel.

Kapitel 3 følger derpå den fysiske gennemgang op med en oversigt over en række af de forskellige forsøg på videre fortolkning af kvantemekanikken. Disse fortolkninger har ofte netop karakter af virkelighedsopfattelser og verdensbilleder, der lægges frem som alternativer til de gængse, rationelle og lokale forestillinger, naturvidenskaben almindeligvis anses at arbejde ud fra, og ofte vil netop disse aspekter være dem, eleverne har hørt mest

om i forvejen, og som er årsagen til, at deres interesse er vakt. En dybere diskussion af grundlagsproblemet kan meget vel tage sit udgangspunkt i et arbejde med at undersøge, i hvilket omfang der er fysisk belæg for de forskellige udlægnings- og ekstrapolationer, og under alle omstændigheder vil det være vigtigt for læreren at have en mulighed for at komme elevernes spørgsmål inden for disse områder i møde.

Endelig i kapitel 4 vender vi tilbage til diskussionen om formidling af grundlagsproblemet, og prøver at nå frem til en forståelse af, i hvilket omfang og på hvilke måder, det er muligt, væsentligt og relevant at inddrage kvantemekanikken og dens filosofiske implikationer i gymnasieundervisningen.

#### 1.4 Begrebsdefinitioner og pædagogisk målsætning.

Som nævnt finder vi det påkrævet, før vi går videre med en mere konkret diskussion af kvantemekanikkens grundlagsproblem, at gøre rede for vores opfattelse af fysikkens og fysikundervisningens rolle i samfundet, og for det dannelsesideal - den pædagogisk-politiske målsætning - der ligger til grund for projektet.

##### 1.4.1 Den samfundsmæssige relevans af fysik og fysikundervisning.

Den samfundsmæssige nødvendighed af, at der uddannes tilstrækkelig mange unge med en baggrund i bl.a. fysik, samt af at de unge får en "fornuftig" og tidssvarende uddannelse, er almindelig anerkendt, men også et temmelig tomt slagord, i og med at der kan anlægges og bliver anlagt et utal af forskellige tolkninger og vægtninger af, hvad dette i praksis skal indebære.

Rekrutteringsproblemet.

I den ene ende af skalaen er begrundes fysikkens nødvendighed med samfundets behov for teknisk-videnskabelig arbejdskraft og det deraf afledte behov for, at et tilstrækkeligt antal unge vælger sådanne uddannelser på videregående niveau. Dette behov er blandt andet fremført og dokumenteret af "Knud Larsen-udvalget" (under en række implicitte og eksplicitte forudsætninger, vi overhovedet ikke vil diskutere her), og det forhold at søgningen til disse uddannelser er utilstrækkelig kalder udvalget for et "flaskehalsproblem". Flaskehalsproblemet i denne sammenhæng begynder i virkeligheden langt tidligere, idet valget af disse videregående uddannelser fordrer, at de unge forinden vælger at skaffe sig de nødvendige forudsætninger herfor i det sekundære (gymnasiale) uddannelsessystem. Fysik er et væsentligt element i disse forudsætninger, og derfor bliver det, samfundsøkonomisk, et væsentligt problem, når eleverne i gymnasiet, og i særlig høj grad pigerne, i vidt omfang fravælger netop fysik relativt tidligt\*. Problemet er ikke nyt, og det er heller ikke begrænset til Danmark - tværtimod har det været opfattet som et problem ihvertfald i hele den vestlige verden de sidste tyve år.

Den politiske støtte til de sidste mange års reformarbejde indenfor fysik, herunder også den nye læseplan, udspringer af dette forhold, og der findes efterhånden en betydelig mængde af forskning, som forsøger at afdække årsagerne til den ringe appel, særlig fysik åbenbart har til unge (og igen: særlig til pigerne). Forklaringerne rækker fra overvejelser over de unges forestillinger om jobfunktion og ansvarsbevidsthed blandt videnskabsfolk, over undersøgelser af kønsrollemønstre og andre former for kulturmønstre blandt forskellige grupper af unge i forhold til de arbejdsformer og værdier, der lægges i fysikundervisningen, til forklaringer baseret på opfattelsen af faget i sig selv som værende svært og krævende. Følgelig foreslås der også forskellige typer af løsningsmodeller, rækkende fra forsøg på at ændre fagets

---

\*Dette er påvist i flere forskellige undersøgelser. Her skal henvises til "-En årgang siger sin mening om gymnasiet" af K. Brink Lund et. al. G.F.Rapport nr.5 Århus Universitet 1985 s.21

image blandt de unge (pigerne, ikke mindst), til forsøg på at gøre faget "lettere" og mindre skræmmende.

### Demokratiaspektet.

I den anden ende af skalaen af begrundelser for fysik og fysikundervisning finder vi det politiske aspekt: Hensynet til en demokratisk udvikling af samfundet. Som verden ser ud idag er videnskab og teknik en væsentlig faktor i udviklingen, og meget ofte er reel deltagelse i beslutningerne umulig for folk, der ikke har blot en smule kendskab til videnskabens og teknologi-udviklingens processer. Med andre ord, jo færre, der gennem deres uddannelse skaffer sig forudsætninger for at kunne følge med i debatter om teknologi, videnskab og samfundsudvikling, jo færre bliver der også til reelt at træffe beslutningerne, og dette er ikke nogen ønskværdig udvikling, set fra en demokratisk synsvinkel.

En af de nævnte forudsætninger for at undgå en sådan udvikling er kendskab til fysik. Fysikfaget har tre roller her:

- For det første bygger megen ny teknologi - halvledere, laser, superledning, satelitter, etc. - på fysikken, og ikke mindst på den moderne fysik, kvantefysikken. En bevidstgørelse i forhold til naturen.
- For det andet har fysikken en væsentlig ideologisk rolle, idet fysikken hidtil i manges øjne har stået som mønster-eksemplet på den objektive, eentydige, værdifrie videnskab. Folk har støttet på fysikkens sikre udsagnskraft, og dette har kunnet udnyttes til at lade fysikere, ingeniører og andre med baggrund inden for naturvidenskaberne optræde i ekspertrøller, som dels har forhindret andre i at blive hørt, dels måske ikke engang har været sagligt berettigede (selv om folk nok er blevet mere skeptiske efter debatten om atomkraft). En ideologisk bevidstgørelse.
- For det tredje mener vi, at naturvidenskab og dermed også fysik er en nødvendig forudsætning for at forstå, hvad der sker på forskellige forskningsinstitutioner og produkt-

udviklingsafdelinger i privat regi samt hvilken rolle de spiller i teknologiudviklingen. En sociologisk bevidstgørelse.

#### 1.4.2 Dannelsesidealet.

Af de to ovennævnte begrundelser for relevansen af fysikundervisning hælder vi klart til den sidste: Ønsket om at bidrage til en demokratisering af samfundet, og ikke mindst beslutningerne omkring teknologien. Følgelig kan vi også være enige i, sådan da, at der er et "rekrutteringsproblem" omkring fysik, og at det vil være godt, om fagets image som tørt, afsondret og pigefjendsk bliver ændret, således at flere vil turde vælge fysik og aktivt søge et udbytte. Men vi får nok ikke Industrirådet eller Knud Larsen til at erklære sig enige i vores syn på almindelse og dannelsesidealer.....

#### Dannelse.

Begrebet dannelse er centralt for et projekt som dette. Det er en del af gymnasiets formål at være "alment dannende", og vægtningen mellem de "alment dannende" og de "studieforberedende" elementer i gymnasiet har været genstand for megen diskussion, ikke mindst på det seneste omkring gymnasiereform-debatten. Men definitionen af, hvad "dannelse" er, er der ikke altid enighed om.

Brønd og Wierød (B&W) har i et tidligere projekt på fysikuddannelsen (Brønd & Wierød 1986b) i detaljer undersøgt dannelsesestænkningens forhold til naturvidenskaben, især fysik, fra midten af det 18. århundrede og frem til idag. I projektet, særlig i indledningen, giver B&W en efter vor mening meget præcis og fyldestgørende gennemgang af dannelsesbegrebet, og vi skal derfor kort referere deres udlægning.



Dannelse - at være dannet - er ifølge B&W næsten pr. definition en kvalitet, en god egenskab. Men dannelse kan også betegne en proces, nemlig den proces, mennesker gennemgår for at blive dannede. B&W sidestiller mere eller mindre begrebet dannelse med begreberne opdragelse og socialisering, og betragter dermed dannelsesprocessen som en proces, der forløber såvel indenfor som udenfor uddannelsessystemet, parallelt hermed, som redskab for socialisationen. Det er vigtigt at skelne mellem ovenstående dannelsesbegreb - som altså er det, vi har valgt at henvise til, når vi bruger ordet "dannelse" eller "dannet" - og så den mere "almindelige" anvendelse af ordet: som betegnelse for et bestemt dannelsesindhold, nemlig den "klassiske" eller "encyklopædiske" dannelse (forskellen mellem disse to behøver vi ikke at gå i detaljer med), dvs. i hovedsagen evnen til at begå sig i det pænere selskab; at være velopdragen, vidende, velbevandret i de samtaleemner, man "bør" være velbevandret i.

#### Dannelsesindholdet - dannelsens mål.

Det dannelsesindhold, vi ønsker at lægge i undervisningen, er først og fremmest antiautoritært og frigørende. Vi ønsker ikke at formidle en undervisning, der indsocialiserer eleverne til en tro på videnskaben som noget ophøjet og evigt urørligt. Tværtimod skal eleverne lære, at videnskaben også er menneskeskabt, og selv om naturvidenskaberne har forrygende udsagnskraft om mange ting, så spiller politiske og økonomiske forhold også ind på beregningerne og beslutningerne i mange tilfælde. En af forfatterne til dette projekt skrev i en tidligere rapport:

"Det primære formål med fysikundervisningen bør altså være at afmystificere videnskaben, og at give folk den viden, der er nødvendig for at de kan medvirke til en demokratisk kontrol med teknologien." (Lund 1984, p.10)

Og, kunne man tilføje, for at de tør medvirke i beslutningerne.

Kvantemekanik og dannelse.

Som nævnt i starten af dette afsnit er der bred enighed om, at undervisning i fysik generelt er vigtig og relevant såvel for eleverne som for samfundet. Det er straks mindre indlysende, hvorvidt det samfundsmæssigt set er synderlig væsentligt at bruge en masse krudt på at prøve at få eleverne til at forstå kvantemekanikkens grundlagsproblem. Det er trods alt et svært emne, og det ligger overordentlig fjernt fra elevernes hverdag, etc. Vi er da også klare over, at der ligger en fare, når man vælger et emne som dette, for at øge forvirringen og fremmedgørelsen, selv om man havde det modsatte som hensigt.

Under afsnittet om demokratispektet nævnte vi tre typer bevidstgørelse: i forhold til naturen, ideologisk og sociologisk bevidstgørelse. Hvis vi specielt taler om en bevidstgørelse af eleven i forhold til teknologiudviklingen, ses det, at den moderne fysik, og specielt kvantefysikken, er vigtig med hensyn til de tre typer bevidstgørelse. Man kan indvende at en historisk tilgang til problemet teknologiudvikling kan bibringe eleven en sociologisk og ideologisk bevidstgørelse i det mindste på en mere overskuelig måde. Vi er enige i, at der ligger væsentlige potentialer i en historisk tilgang, netop fordi den i højere grad åbner op for at se nutiden i perspektiv og fordi fysikken er enklere (det er sværere at lære eleverne kvantemekanik end varmelære). Men vi mener ikke man kommer uden om en nutidig tilgang, fordi det er vigtigt, at eleverne oplever en relevans mht. nutiden.

Essensen i vores begrundelse for at ville bruge kvantemekanikkens grundlagsproblem i undervisningen trods de tidligere nævnte indvendinger er, at en kritisk stillingtagen til de nye teknologier, og en mere afslappet holdning til videnskaben som autoritet, netop kan befordres gennem en vis indsigt i kvantefysikken. B&W kommenterer dette sådan i forbindelse med fysiklærerforeningens forslag til revision af gymnasiefaget fysik:

"En sådan gennemgang (vores bem.: gennemgang af den moderne fysik) ville nemlig naturligt lede over i diskussionen om naturvidenskabelig metode og dens begrænsninger".  
(Brønd & Wierød 1986b, p.174)

Vi mener ligesom B&W, at kvantemekanikken er et af de steder, hvor man for alvor kan demonstrere, at videnskaben er menneskeskabt og ikke altid hverken endelig eller entydig, selv om den er nok så godt et redskab. For en kritisk demokratisk udvikling er det såre vigtigt at hævde en modvægt mod alvidenheden og eksper-tisen, og hvis dette kan støttes gennem at bruge tid på kvante-mekanikkens grundlagsproblem, så er det i sig selv en god begrundelse - blot skal det naturligvis ikke gå over i en afvisning af videnskaben som helhed: Frigørelsesprocessen skal ledsages af en forståelse af, hvor langt fysikkens og dens metoder alligevel rækker, for denne viden/kunnen er et vigtigt aktiv, anvendt med omtanke. Dette har, som allerede tidligere nævnt (afsnit 1.3), været en af vore centrale ideer med dette projekt. At eleverne netop ikke oplever fysikken som historisk og menneskelig betinget fremgår - ihvert fald for to elevers vedkommende - af følgende citat:

I: 'Kan I huske hvilke emner I havde i 1.g.'

A: 'Usikkerhedsberegninger havde vi, og så havde vi varme og mekanik og vands densitet og luftdensitet, messing og kalorimeter og de der ting.'

I: 'Havde I noget ellære også?'

B: 'Ja det havde vi.'

I: 'Hvad synes I om de emner - var det nogle spændende emner?'

A: 'Jammen det kan jo ikke være anderledes - det hører under fysik.'

I: 'Ja, men man kunne godt have valgt nogle andre emner. Fysik er jo mange ting.'

B: 'Nå.'

(K. B. Lund et.al. 1985 s.64)

En yderligere grund til, at det kan være gavnligt at bruge tid på dette emne, er hensynet til fysikundervisningens image. I det

førnævnte tidligere projekt (Lund 1984) var grundtanken at søge at forbedre på fysikundervisningen gennem en tættere og mere omfattende inddragelse af praktisk arbejde. I det her foreliggende projekt er det appellen til elevernes filosofiske nysgerrighed, der står i centrum. Luftige diskussioner om verdensbilleder, helhed i kosmos osv. har berøringsflader langt uden for den "almindelige" fysikundervisning, og bare rygtet herom kan måske være med til at gøre fysikken mere åben og mindre tør, og dermed måske mere tiltrækkende. Med andre ord kan emnet muligvis bruges som materiale i den affektive side af læreprocessen, som modsætning til den kognitive læring. Om og hvordan dette argument kan bruges skal vi vende tilbage til sidst i projektet.

## K A P I T E L 2

### "Fysikkapitlet"

#### 2.0 Indledning.

Det er meningen med dette kapitel at give læseren en indføring i kvantemekanikkens grundlagsproblem, uden de helt store krum-spring. Krum-springene er overladt til kapitel 3. Kapitlet her falder i tre afsnit: Et om E.P.R. diskussionen i 1935, et om den teoretiske udvikling mod en eksperimentel afklaring, med hoved-vægten lagt på Bell's uligheder og Bohm & Aharonov's nytolkning af E.P.R. Til slut kommer en redegørelse for Aspect-eksperimen-terne og deres resultater. Men først en kort beskrivelse af Bohr-Einstein diskussionerne i 1927 og 1930.

#### 2.1 Bohr-Einstein diskussionerne 1927 og '30.

Omkring 1927 var kvantemekanikken ved at få sin endelige ud-formning, og Bohr havde i den forbindelse fostret tanken om kom-plementaritet (Robertson 1979 p.122).

Einstein havde hele tiden været skeptisk overfor kvanteteori-en (Jammer 1974 p.122). På Solvay-kongressen i Bruxelles i 1927 fremlagde Einstein en række tankeeksperimenter med det formål kritisk at belyse den nye teori (for en mere præcis og grundig gennemgang se Jammer 1974 p. 127-132 og Bohr 1958 p. 55-67). Ved Einstein's første eksempel betragter vi en opstilling med en smal spalte, hvor igennem der er passeret en partikel, som har bølge-egenskaber. Partiklen rammer nu indersiden af en halvkugle. Et

øjeblik før partiklen rammer skærmen må bølgefunktionen være udsmyrt over hele halvkuglen, hvilket - ifølge den Born'ske statistiske fortolkning af bølgefunktionen - er et udtryk for, at vi ikke ved, hvor den vil ramme. Men idet partiklen rammer halvkuglen, er bølgefunktionen i løbet af ingen tid gået fra en udstrækning over hele halvkuglen til kun at eksistere i et punkt. Dette betegnes almindeligvis som bølgefunktionens kollaps. Det synes at stride mod relativitetsteorien. Bohr's (Heisenberg's og Born's) svar gik ud på at relativitetsteorien gjaldt for fysiske kollaps. Men bølgefunktionen skulle netop ikke opfattes fysisk men som en sandsynlighedsfordeling, og der var derfor heller ikke tale om et fysisk kollaps. Bølgefunktionen var et begreb. Dette argument må have forekommet Einstein noget kunstigt, når bølgefunktionen dog var så konkret.

Det andet tankeeksperiment, som Einstein fremførte, var det såkaldte dobbeltspalteeksperiment. Eksperimentet går ud på, at man sender elektroner mod en skærm med 2 parallelle spalter, og et stykke bag skærmen er der en fotografisk plade, som registrerer, hvor den enkelte elektron rammer efter passagen af de to spalter. Hvis vi lukker en af de to spalter, får vi en udtværet top på den fotografiske plade, svarende til, at elektronerne har ændret impuls ved vekselvirkning med kanten af spalten. Vi ser altså, at elektronerne har klare partikelegenskaber. Hvis man derimod har begge spalter åbne, får vi et interferensmønster, som kun kan forklares ved at tillægge elektronerne bølgeegenskaber. Men hvordan kan elektronen vælge, at den i det ene tilfælde ønsker at optræde som partikel, mens den i det andet tilfælde ønsker at optræde som bølge. Bohr's forklaring tager udgangspunkt i komplementaritetsbegrebet. Det er simpelthen sådan, at vi med den ene opstilling kun kan måle elektronens partikelegenskaber, mens vi med den anden opstilling kun kan måle dens bølgeegenskaber, og det er ikke muligt både at måle dens bølge og partikelegenskaber samtidigt. Einstein søgte på forskellig måde at konstruere eksempler, hvor det kunne lade sig gøre. F.eks. kunne vi sætte en lille lampe op ved hver spalte, så vi ved lysets refleksion kunne se, hvilken spalte elektronen var passeret igennem. Men Bohr viste, at gjorde vi det, ville lysets vekselvirkning med

elektronen (udveksler impuls) betyde, at vi ikke ville få et interferensmønster, svarende til, at vi målte elektronens partikelegenskaber. Bohr afviste alle Einstein's forsøg på at måle elektronens partikel- og bølgeegenskaber samtidig ved at insistere på, at hele måleopstillingen skal tages i betragtning. Einstein måtte opgive at anfægte kvantemekanikken med disse eksempler.

Men i 1930 ved den næste Solvay-kongres fremlagde Einstein et tankeeksperiment, som skulle vise kvantemekanikkens inkonsistens. Eksperimentet gik ud på at betragte en kasse med fotoner. Den står på en meget præcis vægt. På kassen er monteret en lukkermekanisme, som kan lukke en foton ud ad gangen, og i forbindelse med denne lukkermekanisme er der et ur, som kan give os viden om, hvornår denne foton er lukket ud af kassen. Vi kan således opnå kendskab til ændringen i kassens energi ( $\delta E$ ) som følge af, at der er lukket en foton ud. Samtidig har vi kendskab til tidspunktet ( $t$ ), hvorpå denne ændring indtraf. Dette er i modstrid med kvantemekanikken, idet der eksisterer en usikkerhedsrelation mellem energi og tid (Bohr 1958 p. 67-73 og Jammer 1974 p. 132-136).

Efter noget besvær fik Bohr fundet den forklaring, som skulle redde kvantemekanikken (Nørretranders 1986 p. 119). Bohr tog udgangspunkt i, hvordan vi vejer ting. For at veje kassen er det nødvendigt at hænge den i en fjeder eller lignende, hvor den forskyder sig i tyngdefeltet efter dens masse. Men idet fotonen forlader kassen, vil kassen netop forskyde sig i tyngdefeltet. En sådan forskydning i tyngdefeltet påvirker tiden i følge relativitetsteorien, og denne lille ændring i tiden er nok til at redde usikkerheden mellem  $\delta E$  og  $t$ . Det imponerende ved Bohr's modargumentation var dels, at han formåede at vende Einstein's relativitetsteori mod ham selv og dels, at den tog sit udgangspunkt i, at han betragtede hele måleopstillingen. Dette havde Bohr hele tiden hævdet var nødvendigt.

## 2.2 Er kvantemekanikken fuldstændig?

Der skulle gå 5 år før Einstein igen forsøgte at angribe kvantemekanikken; denne gang dog ikke dens konsistens (modsigelsesfrihed) men dens fuldstændighed. Einstein var i mellemtiden udvandret fra Tyskland til USA. Artiklen, hvori kvantemekanikkens fuldstændighed angribes, er skrevet sammen med to unge amerikanske fysikere N. Rosen og B. Podolsky (Einstein et al. 1935).

Østrigeren Kurt Gödel havde i 1931 indenfor matematikken vist, at hverken beviset for en teoris fuldstændighed eller modsigelsesfrihed kunne føres på systemets betingelse. Og hvis man antog, at teorien var modsigelsesfri, førtes man logisk til, at teorien var ufuldstændig. Det vil sige, at indenfor matematikken gøres spørgsmålet om en teoris modsigelsesfrihed til et meta-matematisk spørgsmål. Matematikeren kan tro på, at hans teori er modsigelsesfri. Og hvis han tror på det, er han tvunget til at opgive dens fuldstændighed (Voetmann Christiansen 1983 p.14).

E.P.R.'s artikel kan ses som et forsøg på at vise det samme indenfor fysikken.

### 2.2.1 Einstein, Podolsky og Rosen's artikel.

I artiklen forsøger E.P.R. at anfægte kvantemekanikken som en fuldstændig teori. Den første del af deres argumentation tager udgangspunkt i, hvad de kalder en tilstrækkelig betingelse for, hvad de vil kalde virkeligt:

"Hvis vi, uden på nogen måde at forstyrre et system, kan forudsige værdien af en fysisk observabel med sikkerhed (dvs. med sandsynligheden 1), så eksisterer der et element af fysisk virkelighed svarende til denne fysiske observable" (vores oversættelse)



Med tilstrækkelig betingelse menes der, at det kan være muligt at finde noget, som er virkeligt, men som ikke opfylder ovenstående betingelse. Men alt som opfylder ovenstående betingelse er virkeligt.

Udfra denne betingelse opstiller E.P.R. en nødvendig betingelse for, hvad de vil kalde en fuldstændig teori:

"Ethvert element af fysisk virkelighed må have sit sidestykke i den fysiske teori" (vores oversættelse)

Man kan her bruge deres tidligere beskrevne tilstrækkelige betingelse for, hvad der er virkeligt, til at give ordene "fysisk virkelighed" en mening. De slutter herefter, at hvis kvantemekanikken er fuldstændig, så kan to fysiske observable, som er komplementære i kvantemekanisk forstand, (dvs. hvor vi ikke kan have nogen præcis viden om størrelsen af begge observable samtidig) ikke have samtidig virkelighed.

E.P.R. behøver nu "bare" at finde et eksempel på, at observable, hvis kvantemekaniske operatorer ikke kommuterer, har samtidig virkelighed. Det er her det såkaldte E.P.R.-tankeeksperiment kommer ind i billedet. De starter med at forestille sig to systemer, som før en given tid ( $T$ ) vekselvirker. Man kan forestille sig det som et atom, der henfalder. De viser nu, at hvis vi måler på system 1 efter  $T$ , kan vi også slutte os til system 2's tilstand uden at forstyrre system 2.  $\Psi$ , som er den fælles bølgefunktion for de to systemer kan nemlig skrives

$$\Psi = \sum_n \psi_n(x_2) u_n(x_1) \quad (2.2.1,1)$$

hvilket kan betragtes som, at vi har udviklet  $\Psi$  på  $u_n$ , som er egenfunktionerne til en operator for en fysisk observabel ved system 1.  $\psi_n(x_2)$  beskriver system 2's tilstand. Idet vi måler på partikel 1 kollapser bølgefunktionen ned til et enkelt led  $\psi_k(x_2) u_k(x_1)$ . Hvis man derimod tilsvarende havde udviklet  $\Psi$  over nogle egenfunktioner  $v_s$  til en anden operator for en fysisk observabel ved system 1 ( $\Psi = \sum_s \varphi_s(x_2) v_s(x_1)$ ), ville man efter må-

ling på partikel 1 kunne skrive  $\Psi = \varphi_r(x_2)v_r(x_1)$ . E.P.R. slutter herefter:

"Vi ser derfor, at som konsekvens af to forskellige målinger på system 1, efterlades system 2 i tilstande med to forskellige bølgefunktioner. På den anden side set kan der - eftersom de to systemer ikke længere vekselvirker - ikke være tale om forstyrrelser på system 2 som konsekvens af noget, som er sket ved system 1. Dette er naturligvis nærmere en præcisering af, hvad der menes med vekselvirkning. Derfor er det muligt at tilskrive to forskellige bølgefunktioner (i vores eksempel  $\psi_k$  og  $\varphi_r$ ) til den samme virkelighed" (vores oversættelse)

Dette er naturligvis en meget central slutning i E.P.R.-artiklen, og vi vil senere analysere nærmere, hvordan vi mener den skal forstås.

Hvis E.P.R. herefter kan finde et tilfælde, hvor  $\psi_k$  og  $\varphi_r$  er egenfunktioner til hver deres operator, og hvor disse operatorer ikke kommuterer, da har de vist, at to komplementære observable kan have samtidig virkelighed. E.P.R. giver et sådant eksempel, hvor de to komplementære observable er impuls og sted i forhold til den anden partikel.

Vi viste tidligere, at E.P.R. havde udledt, at hvis kvantemekanikken er fuldstændig, så kan to komplementære fysiske observable ikke have samtidig virkelighed. Ved at antage, at kvantemekanikken er fuldstændig, dvs. at den også må kunne bruges i forhold til det gennemgåede eksempel, førtes vi i eksemplet til en afvisning af at to fysiske observable kunne have samtidig virkelighed. Det må betyde, at kvantemekanikken er ufuldstændig.

Vores kritik af E.P.R.-artiklen

Stilen i artiklen er holdt som en meget logisk udledning af, at kvantemekanikken er ufuldstændig. De stiller først de metafysiske antagelser op, som de bygger på. Dernæst bygger de næsten udelukkende på kvantemekanikken og almindelig logik. Det eneste sted i artiklen, hvor denne meget stringente stil brydes, er den tidligere citerede slutning, hvor  $\Psi_k$  og  $\varphi_r$  siges at have samtidig virkelighed. Her antager de, at ingen forstyrrelser kan udbrede sig fra system 1 til system 2, fordi de er fysisk adskilt (de vekselvirker ikke). Det vil sige de antager - selvom det ikke står eksplicit - at når to systemer vekselvirker er der tale om, at virkning må forstås fysisk. Hvis virkning skal forstås fysisk, må relativitetsteorien sætte nogle grænser for, hvornår noget vekselvirker, idet virkning da ikke kan udbrede sig med højere hastighed end lysets. Det er denne antagelse, som senere er blevet kaldt antagelsen om lokalitet. Citatet er et forsøg på at slutte fra et kriterium for, hvornår en fysisk observabel er virkelig - og dermed to fysiske observable er virkelige hver for sig - til, at to fysiske observable er virkelige samtidig.

Det mest restriktive kriterium (i forhold til kriteriet for, hvornår en fysisk observabel er virkelig) for, hvornår to observable er virkelige samtidig, må være at kræve, at man kan forudsige deres værdi samtidig uden at forstyrre systemet. Dette kan naturligvis ikke lade sig gøre ved E.P.R.-tankeeksperimentet, fordi det ikke er muligt at måle to komplementære størrelser som f.eks. impuls og sted ved system 1 samtidig. E.P.R. kommenterer også et sådant kriterium sidst i artiklen på følgende måde:

"Faktisk ville man ikke nå vores konklusion, hvis man insisterede på, at to eller flere fysiske observable kun kan opfattes som samtidige elementer af virkeligheden, hvis de kan forudsiges samtidig. Udfra dette synspunkt vil de fysiske observable P og Q ikke være samtidigt virkelige, fordi enten den ene eller den anden, men ikke begge samtidigt, kan forudsiges. Dette ville gøre, at virkeligheden af P og Q afhænger af målepro-

cessen på det første system, som på ingen måde forstyrrer det andet system. Ingen fornuftig definition af virkeligheden kan forventes at opfylde dette" (vores oversættelse).

Man kunne derefter forstille sig, at man målte på to partikelpar. Men det eneste, som er fælles for de to partikelpar, er den fælles bølgefunktion  $\Psi$ . Vi kan derfor ikke sige, at fordi vi ved måling på partikel 1 i partikelpar nr. 1 kunne forudsige  $\psi_k$  for partikel 2 i det første partikelpar, også kan forudsige  $\psi_k$  for partikel 2 i det andet partikelpar. E.P.R.'s slutning skal derfor nærmere forstås på den måde, at hvis vi måler  $u_k$  ved det første partikelpar og dermed kan forudsige, at  $\psi_k$  kan beskrive partikel 2's tilstand, så kan vi slutte, at den første fysiske observabel har virkelighed. Hvis vi dernæst måler  $v_r$  på partikel 1 i det andet partikelpar, og dermed også forudsiger  $\varphi_r$  for partikel 2, da må de tilhørende fysiske observable ikke bare begge være virkelige, men også begge tilhøre samme virkelighed, fordi det eneste, der adskiller de to situationer, er måleprocessen ved partikel 1, og den kan ikke influere på partikel 2's tilstand eller virkelighed.

E.P.R. viser altså, at hvis man kan godtage deres kriterier for

- 1) Virkelighed (tilstrækkeligt kriterium)
- 2) Fuldstændigheden af en teori (nødvendigt kriterium)
- 3) Lokalitet (er ikke eksPLICIT formuleret)

tvinges man til at opgive kvantemekanikkens fuldstændighed.

### 2.2.2 Niels Bohrs svarartikel.

E.P.R.-artiklen kom som et chok for Niels Bohr og medarbejderne ved instituttet på Blegdamsvej (Nørretranders 1986 p.131). Alt blev lagt til side for hurtigst muligt at "opklare denne misforståelse" og skrive en svarartikel.

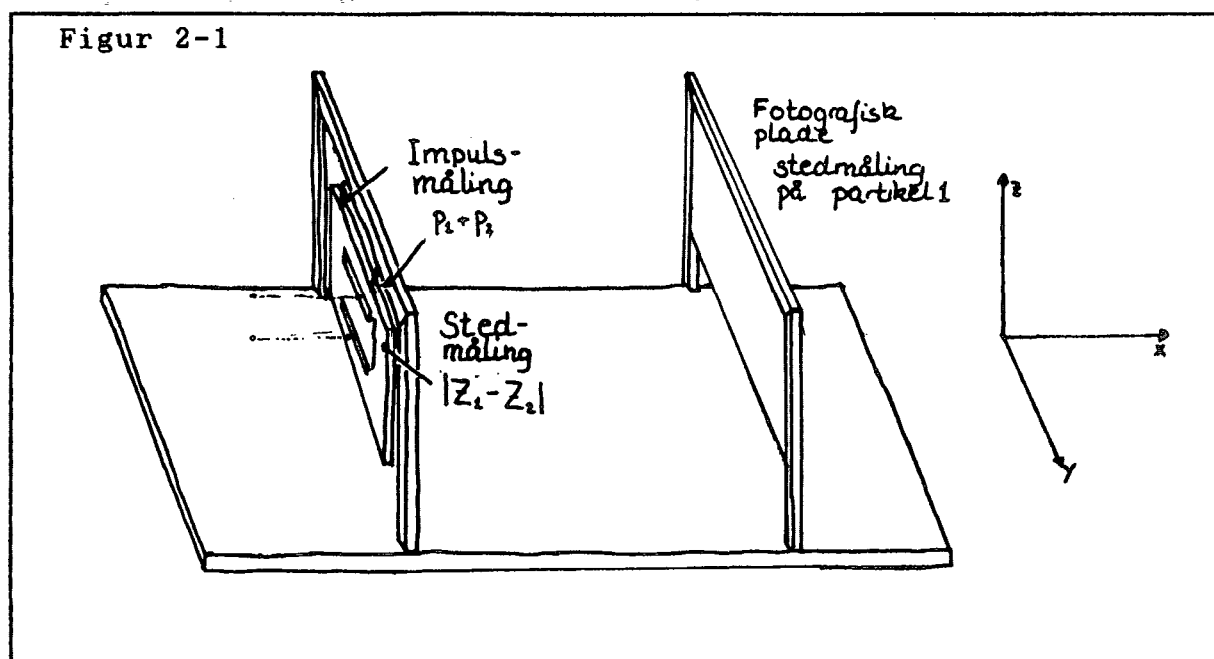
I svarartiklen (Bohr 1935a) fornemmer man, at Bohr opfatter angrebet mod kvantemekanikken som endnu et forsøg på at dømme teorien udfra klassisk bestemte forestillinger. Bohr søger således i artiklen at angribe E.P.R.'s virkelighedskriterium, idet han opfatter vendingen "uden at forstyrre systemet" som en klassisk forestilling om, at det er muligt at adskille den objektive virkelighed fra vores påvirkning af den. Han mener, at E.P.R.'s virkelighedskriterium er flertydigt, når det bruges på de fænomener, som kvantemekanikken søger at forklare. For at give en entydig forklaring af et sådan fænomen er det nødvendigt at have måleopstillingen med i sin beskrivelse. Måleopstillingen er med til at bestemme, om de fænomener, vi observerer, skal forstås udfra partikel- eller bølgebeskrivelsen. Derudover genfremstiller Bohr begrebet komplementaritet, udfra hvilket han mener, kvantemekanikken er fuldstændig.

Bohr søger at forklare disse begreber og pointer ved hjælp af en diskussion af en række tankeeksperimenter. Vi vil ikke her referere alle disse tankeeksperimenter og diskussionen af dem, idet der for så vidt ikke er noget nyt i dem. Der er dog en af pointerne, som i sagens natur er ny. Det er den direkte replik til E.P.R.'s virkelighedskriterium. Bohr foreslår et tankeeksperiment, som skulle være ækvivalent til E.P.R.'s tankeeksperiment. Det skal siges, at Bohr i sin beskrivelse af dette tankeeksperiment er meget uklar, og den nedenstående skal derfor opfattes som vores forsøg på at give Bohr's ord mening.

Måleopstillingen består af en skærm med to parallelle spalter, som er smalle sammenlignet med afstanden imellem dem. Skærmen er monteret således til et stativ, som udgør måleopstillingens referenceramme, at vi kan måle skærmens impuls i forhold til referencerammens z-akse (se figur 2-1 og 2-2). Dette betyder, at skærmen ikke er rigidt fastspændt til stativet, idet vi ellers ikke kunne måle dens impuls. To partikler passerer gennem hver sin spalte, og de to partiklers samlede impuls i z-retningen før passagen er kendt. Hvis vi måler skærmens impuls før og efter passagen, kan vi gennem impulsbevarelse slutte os til summen af de to partiklers impuls i z-retningen efter passagen. Samtidig kender vi

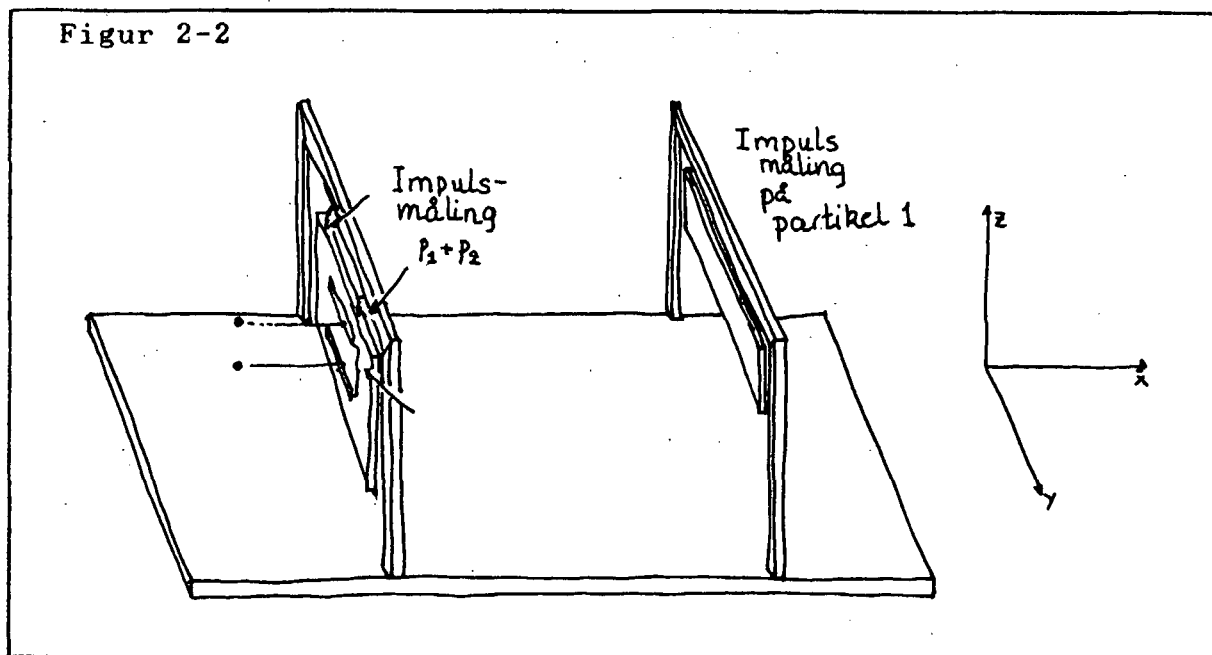
partiklernes indbyrdes afstand i z-retningen  $|z_1 - z_2|$ , idet vi ved, de passerede igennem hver deres spalte samtidigt. Dette er i overensstemmelse med kvantemekanikken da:

$$\begin{aligned} [(\hat{z}_1 - \hat{z}_2)(\hat{p}_{z_1} + \hat{p}_{z_2})] &= \hat{z}_1 \hat{p}_{z_1} + \hat{z}_1 \hat{p}_{z_2} - \hat{z}_2 \hat{p}_{z_1} - \hat{z}_2 \hat{p}_{z_2} \\ &\quad - (\hat{p}_{z_1} \hat{z}_1 - \hat{p}_{z_1} \hat{z}_2 + \hat{p}_{z_2} \hat{z}_1 - \hat{p}_{z_2} \hat{z}_2) \\ &= [\hat{z}_1 \hat{p}_{z_1}] - [\hat{z}_2 \hat{p}_{z_2}] \\ &= 0 \end{aligned}$$



Vi kan nu ved en ekstra måling på eksempelvis impulsen på partikel 1 slutte os til partikel 2's impuls i z-retningen. Eller vi kunne måle partikel 1's sted-z-komponent og vi kunne bruge vores viden om  $|z_1 - z_2|$  til at sige noget om partikel 2's sted-z-komponent. Men Bohr siger videre, at når vi måler partikel 1's z-impuls har vi afskåret os fra at bruge  $|z_1 - z_2|$  til at sige noget om partikel 2's sted i z-retningen, da  $[\hat{z}_1 \hat{p}_{z_1}] = i\hbar$ . Det omvendte gør sig selvfølgelig også gældende; altså hvis vi måler partikel 1's z-komponent i rummet, har vi udelukket os fra at sige noget om partikel 2's impuls via impulsbevarelse. Vi kan altså vælge mellem to måleopstillinger, hvor den ene giver anledning til en forudsigelse af partikel 2's impuls og dens sted er ubestemt. Bohr mener derfor heller ikke, det giver nogen mening at tale om, at z-stedkomponenten er virkelig, når vi ikke

kan forudsige den ved denne opstilling. Ved den anden opstilling, hvor vi måler  $z$ -stedkoordinaten på partikel 1, kan vi tilsvarende slutte os til partikel 2's stedkoordinat, men vi har helt afskåret os fra at bruge vores viden om den samlede impuls til at sige noget om partikel 2's impuls, fordi vi ikke med denne opstilling kan måle partikel 1's impuls. Tilsvarende giver det ifølge Bohr ved den anden opstilling heller ikke nogen mening at tillægge impulsen nogen virkelighed.



Bohr konkluderer herefter:

"Fra vores synsvinkel ser vi nu, at formuleringen af det førnævnte kriterium for fysisk virkelighed - foreslået af E.P.R. - rummer en flertydighed mht. udtrykket "uden på nogen måde" at forstyrre systemet. Selvfølgelig er der ikke tale om mekaniske forstyrrelser af det undersøgte system under det sidste stadium af måleprocessen. Men selv på dette stadium er der grundlæggende spørgsmålet om en indflydelse på selve de betingelser, som definerer de mulige typer af forudsigelser vedrørende systemets fremtid."

(Vores oversættelse)

Vores kritik af Bohrs svarartikel

Mange har forsøgt at forstå, hvad Bohr egentlig mener med dette citat. J.S. Bell, som vi senere skal høre mere om, kommenterer dette citat således i Lars Becker Larsens film "Atomfysik og virkelighed": "It's totally obscure to me".

Det, som efter vores mening er svært at forstå, er, at Bohr på den ene side hele tiden har forklaret det komplementære udfra objektets mekaniske vekselvirkning med måleopstillingen, mens han på den anden side ikke mener, der er tale om mekaniske forstyrrelser i E.P.R.-tankeeksperimentet. Men hvilke forstyrrelser er der så tale om? Spørgsmålet er her: hvad menes med ordene ".en indflydelse på selve de betingelser.." ?

Ved at kræve, at begge egenskaber ved partikel 2 skal kunne forudsiges i samme eksperiment, har Bohr insisteret på, at hele opstillingen skal betragtes under et. Vi kan ikke udføre målinger på partikel 1 uden at forstyrre partikel 2. Dette fører til et brud med lokalitetsantagelsen.

Med sine synspunkter i artiklen anfægter Bohr ikke bare den klassiske forestilling om determinisme (det er for så vidt den, som angribes i den mekaniske forklaring af vekselvirkningerne ved måleprocessen), men hele den klassiske forestilling om, at der eksisterer en virkelighed uafhængig af os. Bohr's synspunkt er, at en sådan forestilling ikke kan opretholdes i den atomare verden. Men hans argumentation forekommer os noget kryptisk. Det virker som om Bohr på forhånd antager, at det komplementære ved begreberne (her impuls og sted) ikke bare kan forstås udfra den mekaniske forståelse af vekselvirkningen mellem objekt og måleinstrumenter, men må stikke dybere, og at det komplementære er en nødvendig konsekvens af begreberne i sig selv. Den forståelse af det komplementære i kvantemekanikkens fænomenverden må nødvendigvis føre til en afvisning af E.P.R.'s kriterium for, hvad der er virkeligt.



Bohr har således i sit svar erkendt, at de logiske slutninger i E.P.R.'s argumentation holder, men han har, ved at forudsætte den ovenstående fortolkning af det komplementære, anfægtet E.P.R.'s forestilling om virkeligheden. Derved er det hele blevet gjort til et spørgsmål om, hvorvidt man tror på komplementaritetsbegrebet i Bohr's udgave eller på E.P.R.'s forestilling om en virkelighed.

### 2.3 Mod en eksperimentel afklaring.

Efter Bohr's artikel holdt diskussionen af kvantemekanikkens grundlagsproblem stort set op. Bohr havde svaret på en sådan måde, at det var et spørgsmål om, hvorvidt man troede på Bohr's komplementaritetsprincip eller på E.P.R.'s virkelighedskriterium. En sådan diskussion lå udenfor fysikkens felt. Derudover var der et behov for arbejdsro til at arbejde med at bruge den nye teori på nye felter. Følgende Rosenfeld-citat kan måske fortælle noget om dette:

"Dette angreb kom som lyn fra en klar himmel. Dets virkning på Bohr var bemærkelsesværdig. Vi var på det tidspunkt midt inde i fæhlende forsøg på at udforske betydningen af fluktationer i ladnings- og strømfordelinger, hvilket stillede os overfor gåder af en art, vi ikke var stødt på i elektrodynamikken"

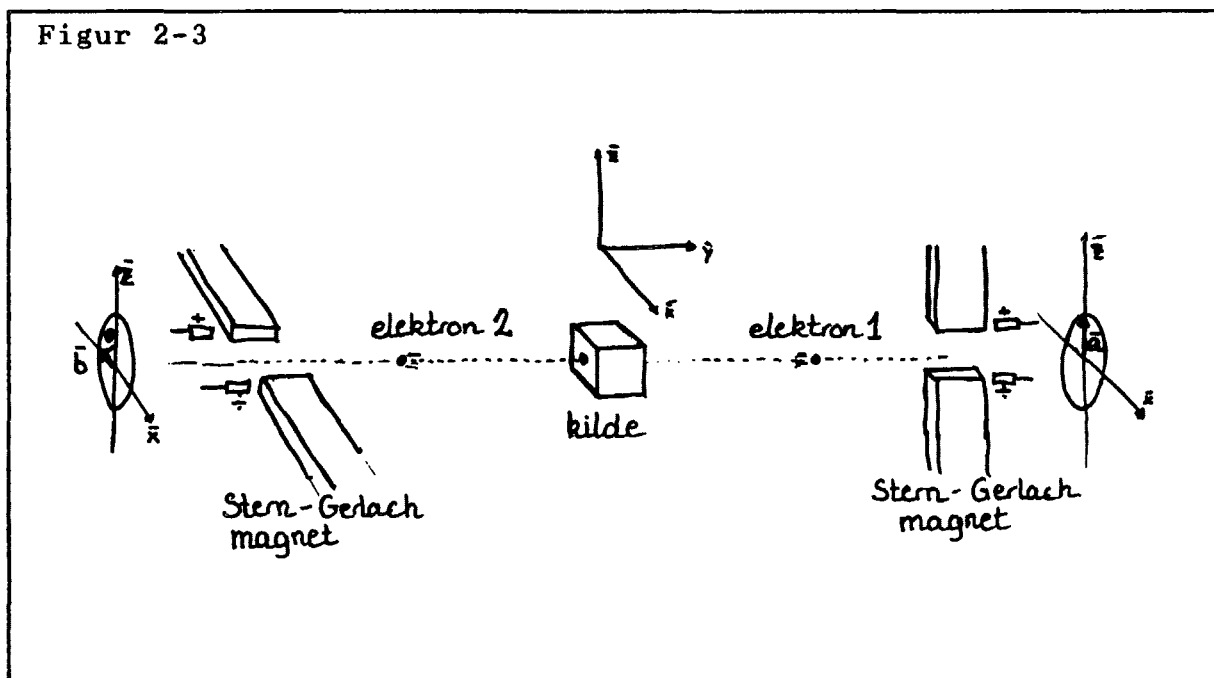
(Nørretranders 1986 p.131)

Mange fysikere har formentlig også stillet sig temmelig uforstående overfor denne filosofiske strid, og har primært accepteret Bohr's komplementaritetsbegreb på grund af Bohr's autoritet, og fordi kvantemekanikken havde givet en (ganske vist matematisk abstrakt) forklaring på mange yderst mærkværdige paradokser i mikrofysikken. J.C. Polkinghorne skriver i sin bog "The Quantum World" om fysikernes manglende filosofiske forståelse:

"Din gennemsnitlige kvantemekaniker er omtrent ligeså filosofisk interesseret som din gennemsnitlige automekaniker" (s.33 (vores oversættelse))

2.3.1 Et skridt videre.

Der skulle gå 22 år før striden mellem Bohr og E.P.R. igen blev taget op. Det var amerikaneren David Bohm og israeleren Y. Aharonov, som kom med forslag til, hvordan det oprindelige tankeeksperiment kunne gøres til en virkelig eksperimentel situation, hvor det kunne afgøres om kvantemekanikkens forudsigelser holder, udsat for den situation, som E.P.R. foreslår i deres tankeeksperiment. (Bohm & Aharonov 1957)



Bohm og Aharonov's idé var at måle spinprojektioner på to forskellige akser og bruge dette som de to komplementære størrelser. E.P.R's argumentation kan så føres helt analogt. Lad os antage, at vi måler på elektroner, som er spin- $\frac{1}{2}$  partikler. Med

Stjern-Gerlach magneter kan vi måle spinprojektionen på en given akse ( $\bar{a}$ ), henholdsvis  $+\frac{1}{2}\hbar$  eller  $-\frac{1}{2}\hbar$ . Den "første" partikel kan tilskrives tilstandsvektorerne  $|1\bar{a}+\rangle$  og  $|1\bar{a}-\rangle$ , henholdsvis for spinprojektioner  $+\frac{1}{2}\hbar$  eller  $-\frac{1}{2}\hbar$  på  $\bar{a}$ . Tilsvarende kan vi tilskrive den anden elektron tilstandsvektorerne  $|2\bar{a}+\rangle$  og  $|2\bar{a}-\rangle$ . Lad os herefter forestille os, at vi har to elektroner, som for  $t < t_0$  vekselvirker og befinder sig i singlet-tilstanden. Det samlede system kan herefter tilskrives følgende tilstandsvektor (her og i det følgende betegner (1) "lokalrealistiske" udtryk, og (q) "kvantemekaniske"):

$$|e_{12}(q)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\bar{a}+\rangle|2\bar{a}-\rangle - |1\bar{a}-\rangle|2\bar{a}+\rangle) \quad (2.3.1,1)$$

Hvis de to elektroner separeres til  $t=t_0$  uden at deres spin påvirkes, og ikke kan vekselvirke (i henhold til relativitetsteorien) for  $t > t_0$ , kan E.P.R.'s tankeeksperiment ses meget simpelt. For hvis vi på partikel 1 har målt spinprojektioner på  $\bar{a}$  til  $+\frac{1}{2}\hbar$  ved vi, at den samlede tilstandsvektor  $|e_{12}(q)\rangle$  er kollapset til  $|1\bar{a}+\rangle|2\bar{a}-\rangle$  og vi må derfor have påvirket partikel 2. Men de to partikler kunne jo netop ikke vekselvirke ?

Som lokalrealister forestiller vi os, at systemet hele tiden har været i denne tilstand. Eller i hvert fald siden  $t_0$ . Bohm-Aharonov foreslår en lokalrealistisk teori, hvor elektronerne går ind i en bestemt tilstand ved separationen (defineret som der, hvor bølgefunktionen for de to elektroner ikke mere "overlapper"). Vi kunne skrive det således:

$$|e_{12}(1)\rangle = |1\theta\mu-\rangle|2\theta\mu+\rangle \quad (2.3.1,2)$$

hvor  $\theta$  og  $\mu$  er de to vinkelparametre i sfæriske koordinater.  $\theta$  og  $\mu$  varierer fra partikelpar til partikelpar.

En tilsvarende situation kan skabes med fotoner og måling af polarisation. Vi forestiller os igen et system bestående af to partikler, som vekselvirker indtil  $t_0$ . Vi antager, at de kan tilskrives den samlede tilstandsvektor:

$$|f_{12}(q)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1x\rangle|2y\rangle - |1y\rangle|2x\rangle) \quad (2.3.1,3)$$

hvor x og y angiver deres polarisationsretning. x og y står vinkelret på hinanden. Igen må vores lokal-realistiske teori tilskrive fotonerne en "præcis" polarisationsretning efter  $t_0$ , hvor de to fotoners bølgefunktion ikke mere "overlapper". Antagelsen er, at de fotoner går ind i en bestemt polarisationstilstand efter separationen. Ifølge (2.3.1,3) må deres polarisationsretning stå vinkelret på hinanden. Vi kunne derfor tilskrive systemet følgende tilstandsvektor:

$$|f_{12}(l)\rangle = |1\bar{a}\rangle|2\hat{a}\rangle \quad (2.3.1,4)$$

hvor vi må antage, at  $\bar{a}$  med lige stor sandsynlighed kan have alle retninger i rummet.  $\hat{a}$  behøver heller ikke at være en fast retning i rummet efter spaltningen. De to fotoner kan således godt være cirkulært polariseret.

De to polarisationsfiltre indstilles nu så vi måler polarisationsretningen vinkelret på hinanden ved de to fotoner. Ifølge kvantemekanikken vil vi have en korrelation mellem de to fotoner, som betyder, at hvis den ene foton passerer filtret vil den anden også gøre det. Det skyldes, at den samlede bølgefunktion  $|f_{12}(q)\rangle$  først kollapser i måleøjeblikket. Hvis vi forestiller os, at vi først har målt partikel 1's polarisation i x-retningen og den er passeret, så ved vi ifølge (2.3.1,3), at partikel 2 er polariseret i y-retningen. Dette gør sig ikke gældende for (2.3.1,4), fordi den antages at være kollapset ved separationen. Hvis vi for simpelhedens skyld forestiller os dem lineært polariseret, vil vi således kun med sikkerhed vide, at de begge ville passere polarisationsfiltrene, hvis vi målte i  $\bar{a}$ . Men  $\bar{a}$  var fordelt med lige sandsynlighed i alle retninger, og vi kan derfor ikke vide, om vi måler langs  $\bar{a}$ . Sandsynligheden for, at partikel 1 passerer filtret, er derfor helt uafhængig af måleresultatet ved partikel 2 og omvendt. Vi kunne således godt forestille os, at eksempelvis partikel 1 var passeret, og partikel 2 ikke var. De to teorier giver derfor helt forskellige forudsigelser af det samme eksperiment, og man kunne i princippet have testet dem. Men

dette eksperiment var det ikke muligt teknisk at udføre i 1957. Bohm-Aharonov refererer derfor nogle spredningseksperimenter, hvor det mere indirekte testes, hvilken af de to teorier, der holder. Disse eksperimenter dømmer til kvantemekanikkens fordel.

Dette markerede et væsentligt skridt fremad i retning af at gøre E.P.R.-tankeeksperimentet til et virkeligt eksperiment. Dels er spinmålinger på to akser en mere enkel eksperimentel måde at finde to ikke-kommuterende størrelser på end sted- og impulsmålinger som foreslået af E.P.R. Dels viser Bohm-Aharonov, at muligheden for at måle en forskel mellem lokalrealistiske teorier og kvantemekanikken (i forbindelse med spredningseksperimentet) vil være meget ringe ved impuls- og stedmålinger. Det ville være nemmere at måle en sådan forskel ved spinmålinger. Senere skulle det vise sig at være helt afgørende med spinmålinger, fordi det er nødvendigt med diskrete fysiske størrelser for at kunne opstille en almen lokalrealistisk forudsigelse, som er forskellig fra kvantemekanikkens (Bell-ulighederne).

### 2.3.2 Skjult-variabel-teori.

Her bliver vi nødt til at gribe tilbage i historien, idet forestillingen om skjulte variable har betydning for de videre skridt mod at skabe en eksperimentel situation, som kunne afgøre E.P.R.'s kriterier om lokalitet og virkelighed overfor Bohr's komplementaritetsbegreb.

Forestillingen om skjulte variable er egentlig temmelig indlysende. Den går ud på at forklare det statistiske element, som kvantemekanikken rummer, med variable, som kvantemekanikken ikke rummer. Denne situation kendes fra andre felter i fysikken. I teorien for Brownske bevægelser postulerede man et dybere liggende niveau, dvs. det atomare, for at kunne forklare dem. Spørgsmålet er, om man ved en antagelse om et sådant sub-kvante-niveau kan finde nogle variable, som vil forklare det statistiske element i kvantemekanikken.

Selvom Einstein aldrig direkte erklærede sig som tilhænger af skjult-variabel-teori lå det dog i luften, at han ønskede en sådan teori. Den afsluttende bemærkning i E.P.R.-artiklen kan forstås som et håb om, at en sådan teori kan udvikles. Bohr, derimod, troede selvsagt ikke på, at et sådan dybere liggende niveau fandtes. Han mente, at virkeligheden var komplementær i sig selv, og at det ingen mening gav at lede efter en dybere liggende forklaring, fordi vores sprog sætter nogle begrænsninger for, hvad vi kan forstå. Vi må således affinde os med kun at kunne beregne sandsynligheder som forudsigelse af udfaldet af et eksperiment. Dette vil blive beskrevet mere udførligt i næste kapitel.

Von Neumann mente i 1932 at have bevist, at en skjult-variabel-teori ikke kunne forudsige det samme eksperimentelle udfald som kvantemekanikken (Nørretranders 1986 p.137). Men det lykkedes senere David Bohm at lave en sådan teori med skjulte variable. Bohm's teori var en videreudvikling af nogle ideer, de Broglie tidligere havde fremsat om skjult-variabel-teori (Bohm 1986 p.95). De går ud på at betragte bølgefunktionen som en såkaldt bærebølge, dvs. en bølge, som skaber et felt, som kan styre partiklen. For at forklare det statistiske ved de atomare fænomener antages dette felt at fluktuere kraftigt, set i det atomare niveau. Disse fluktuationer i feltet skulle forklare elektronens enkeltvist "tilfældige" placering på den fotografiske plade (ved f.eks. dobbeltspalteeksperimentet), det atomare henfald m.m. Feltets fluktuationer skulle finde sin forklaring i et subkvantniveau.

Bohm's teori var på flere måder utilfredsstillende. Dels giver den ikke nogen forklaring på årsagen til dette felt (dvs. bølgefunktionen i den ordinære kvantemekanik), og dels er kvantefeltet et højst mærkværdigt felt, fordi det kollapser, så snart vi måler på partiklen, og det har således en stærk ikke-lokal karakter. Men formålet var også primært at vise, at det kunne lade sig gøre at lave en sådan teori. Og når en skjultvariabel-teori var mulig, kunne der også eksistere andre og bedre. Teorien lagde dog

ikke i første omgang op til modsætninger ved forudsigelsen af eksperimenter i forhold til kvantemekanikken. Der var derfor også mange, der mente, at teorien var ligegyldig, fordi man aldrig ville kunne afgøre ekperimentelt, hvilken af de to teorier, der var den rigtige.

Udfra et forsøg på at finde en skjult-variabel-teori som var lokal, fandt ireren John S. Bell frem til, at det ikke var muligt at fremstille en sådan teori, som stemte overens med kvantemekanikken i alle tilfælde (Bell 1964). Men de få tilfælde, som ikke stemte overens, var ikke tidligere undersøgt. Bell's udgangspunkt var Bohm-Aharonov's omformulering af E.P.R.-paradokset. Han undersøgte om en lokal-realistisk skjult-variabel-teori kan give den samme forudsigelse af udfaldet af Bohm-Aharonov's udgave af E.P.R.-paradokset som kvantemekanikken. Mere konkret undersøgte han, om en lokalrealistisk skjult-variabel-teori kan forudsige den samme korrelation mellem de to partiklers spinprojektion, som kvantemekanikken forudsiger.

Bohm-Aharonov's eksperiment går ud på at måle spin på to separerede elektroner i singlet tilstanden. Dvs. at de kvantemekanisk kan tilskrives følgende bølgefunktion:

$$|e_{12}(q)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\bar{a}+\rangle|2\bar{a}-\rangle - |1\bar{a}-\rangle|2\bar{a}+\rangle) \quad (2.3.2,1)$$

Det ses let, at den ene Stern-Gerlach magnet vil vise +1, mens den anden vil vise -1, hvis de begge er indstillet således, at spinprojektionerne på a måles ved begge. Vi drejer nu Stern-Gerlach magneten ved den anden elektron vinklen  $\theta$ , således at vi måler spinprojektionerne på akse b ved elektron 2. S.-G. magneten ved elektron 1 lader vi stå; den måler stadig ved akse a. Vi ønsker nu i første omgang at beregne den kvantemekaniske korrelationsfunktion:

$$C_{(q)}(\bar{a}, \bar{b}) = \sum_{m,n} m \cdot n \cdot P_{mn} \quad (2.3.2,2)$$

hvor m og n angiver de mulige udfald - altså +1 og -1 - ved de to målinger, henholdsvis ved elektron 1 og 2.  $P_{mn}$  er sandsynligheden

for et bestemt udfald af de to målinger; eksempelvis  $m=+1$  ved elektron 1 og  $n=-1$  ved elektron 2. Disse sandsynligheder kan beregnes af:

$$P_{mn} = (\langle m \ n | s_{12} \rangle)^2 \quad (2.3.2,3)$$

Herefter kan sandsynligheden for hver af de fire mulige udfald beregnes:

$$\begin{aligned} P_{1,1} &= \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 1\bar{a}+ | \langle 2\bar{b}+ | | 1\bar{a}+ \rangle | 2\bar{a}- \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle 1\bar{a}+ | \langle 2\bar{b}+ | | 1\bar{a}- \rangle | 2\bar{a}+ \rangle) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\langle 2\bar{b}+ | 2\bar{a}- \rangle)^2 \end{aligned} \quad (2.3.2,4a)$$

$$\begin{aligned} P_{1,-1} &= \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 1\bar{a}+ | \langle 2\bar{b}- | | 1\bar{a}+ \rangle | 2\bar{a}- \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle 1\bar{a}+ | \langle 2\bar{b}- | | 1\bar{a}- \rangle | 2\bar{a}+ \rangle) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\langle 2\bar{b}- | 2\bar{a}- \rangle)^2 \end{aligned} \quad (2.3.2,4b)$$

$$\begin{aligned} P_{-1,1} &= \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 1\bar{a}- | \langle 2\bar{b}+ | | 1\bar{a}+ \rangle | 2\bar{a}- \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle 1\bar{a}- | \langle 2\bar{b}+ | | 1\bar{a}- \rangle | 2\bar{a}+ \rangle) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\langle 2\bar{b}+ | 2\bar{a}+ \rangle)^2 \end{aligned} \quad (2.3.2,4c)$$

$$\begin{aligned} P_{-1,-1} &= \left( \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 1\bar{a}- | \langle 2\bar{b}- | | 1\bar{a}+ \rangle | 2\bar{a}- \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle 1\bar{a}- | \langle 2\bar{b}- | | 1\bar{a}- \rangle | 2\bar{a}+ \rangle) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\langle 2\bar{b}- | 2\bar{a}+ \rangle)^2 \end{aligned} \quad (2.3.2,4d)$$

Spin- $\frac{1}{2}$  partikler transformerer som følger:

$$|2\bar{a}+\rangle = \cos(\theta/2) |2\bar{b}+\rangle - \sin(\theta/2) |2\bar{b}-\rangle \quad (2.3.2,5a)$$

$$|2\bar{a}-\rangle = \sin(\theta/2) |2\bar{b}+\rangle + \cos(\theta/2) |2\bar{b}-\rangle \quad (2.3.2,5b)$$

Indsættes dette i (2.3.2,4a-d) fås:

$$\begin{aligned} P_{1,1} &= \frac{1}{2} (\langle 2\bar{b}+ | 2\bar{b}+\rangle \sin(\theta/2) + \langle 2\bar{b}+ | 2\bar{b}-\rangle \cos(\theta/2))^2 \\ &= \frac{1}{2} \sin^2(\theta/2) \end{aligned} \quad (2.3.2,6a)$$



$$\begin{aligned}
 P_{1,-1} &= \frac{1}{2}(\langle 2\bar{b}-|2\bar{b}+\rangle \sin(\theta/2) + \langle 2\bar{b}-|2\bar{b}-\rangle \cos(\theta/2))^2 \\
 &= \frac{1}{2}\cos^2(\theta/2) \qquad (2.3.2,6b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{-1,1} &= \frac{1}{2}(\langle 2\bar{b}+|2\bar{b}+\rangle \cos(\theta/2) - \langle 2\bar{b}-|2\bar{b}+\rangle \sin(\theta/2))^2 \\
 &= \frac{1}{2}\cos^2(\theta/2) \qquad (2.3.2,6c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{-1,-1} &= \frac{1}{2}(\langle 2\bar{b}-|2\bar{b}+\rangle \cos(\theta/2) - \langle 2\bar{b}-|2\bar{b}-\rangle \sin(\theta/2))^2 \\
 &= \frac{1}{2}\sin^2(\theta/2) \qquad (2.3.2,6d)
 \end{aligned}$$

Vi kan herefter indsætte dette resultat i (2.3.2,2) og vi får:

$$\begin{aligned}
 C_{(q)}(\bar{a}, \bar{b}) &= (+1)(+1)\frac{1}{2}\sin^2(\theta/2) + (+1)(-1)\frac{1}{2}\cos^2(\theta/2) \\
 &\quad + (+1)(-1)\cos^2(\theta/2) + (-1)(-1)\frac{1}{2}\sin^2(\theta/2) \\
 &= \frac{1}{2}\sin^2(\theta/2) - \frac{1}{2}\cos^2(\theta/2) \\
 &\quad - \frac{1}{2}\cos^2(\theta/2) + \frac{1}{2}\sin^2(\theta/2) \\
 &= \sin^2(\theta/2) - \cos^2(\theta/2) \\
 &= -\cos\theta \\
 &= -\bar{a} \cdot \bar{b} \qquad (2.3.2,7)
 \end{aligned}$$

Udfaldet af spinmålingen ved den første partikel betegnes A. Det afhænger af, hvilken retning vi har indstillet Stern-Gerlach magneterne i. Den akse, langs hvilken vi måler, betegnes  $\bar{a}$ . Derudover antager vi, at udfaldet afhænger af en skjult variabel  $\lambda$ , som ikke kendes nærmere. Stern-Gerlachmagneten kan enten vise spin op eller ned, hvilket vi betegner +1 eller -1. Dvs.:

$$A(\bar{a}, \lambda) = \pm 1 \qquad (2.3.2,8)$$

Tilsvarende med målingen på den anden partikel:

$$B(\bar{b}, \lambda) = \pm 1 \qquad (2.3.2,9)$$

Vi ved, at hvis Stern-Gerlachmagnetene indstilles langs samme akse, vil den ene vise spin "op" og den anden spin "ned". Det betyder:

$$A(\bar{a}, \lambda) = -B(\bar{a}, \lambda) \quad (2.3.2,10)$$

Hvis  $\rho(\lambda)$  er sandsynlighedsfordelingen for  $\lambda$  kan korrelationsfunktionen opstilles for den lokalrealistiske teori:

$$C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) = \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) B(\bar{b}, \lambda) d\lambda \quad (2.3.2,11)$$

hvor  $\mathcal{R}$  står for, at der skal integreres over hele  $\lambda$ -rummet.

$\rho(\lambda)$  er naturligvis normeret:

$$\int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) d\lambda = 1 \quad (2.3.2,12)$$

(2.3.2,11) kan ved (2.3.2,10) omskrives:

$$C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) = - \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) d\lambda \quad (2.3.2,13)$$

Dernæst kan korrelationsfunktionen  $C_{(1)}$ , også udregnes for andre måleakser, f.eks.  $\bar{a}$  og  $\bar{c}$ :

$$C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c}) = - \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{c}, \lambda) d\lambda \quad (2.3.2,14)$$

Vi undersøger herefter størrelsen:

$$\begin{aligned} C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c}) &= - \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) d\lambda + \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{c}, \lambda) d\lambda \\ &= \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) [A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{c}, \lambda) - A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda)] d\lambda \\ &= \int_{\mathcal{R}} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) [A(\bar{c}, \lambda) - A(\bar{b}, \lambda)] d\lambda \quad (2.3.2,15) \end{aligned}$$

Da  $A(\bar{b}, \lambda) = \pm 1$  må der gælde:

$$(A(\bar{b}, \lambda))^2 = 1 \quad (2.3.2,16)$$

(2.3.2,15) kan derfor omskrives:

$$\begin{aligned}
 C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c}) &= \int_{\Gamma} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) (A(\bar{b}, \lambda))^2 [A(\bar{c}, \lambda) - A(\bar{b}, \lambda)] d\lambda \\
 &= \int_{\Gamma} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) [A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) - 1] d\lambda
 \end{aligned} \tag{2.3.2, 17}$$

Vi tager nu den numeriske værdi på begge sider af lighedstegnet.

$$\begin{aligned}
 |C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c})| &= \left| \int_{\Gamma} \rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) [A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) - 1] d\lambda \right|
 \end{aligned} \tag{2.3.2, 18}$$

Da  $\left| \int f(x) dx \right| \leq \int |f(x)| dx$  altid gælder fås:

$$\begin{aligned}
 |C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c})| &\leq \int_{\Gamma} |\rho(\lambda) A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) [A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) - 1]| d\lambda
 \end{aligned} \tag{2.3.2, 19}$$

Da  $A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) = \pm 1$  må der også gælde  $|A(\bar{a}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda)| = 1$ . Derfor:

$$\begin{aligned}
 |C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c})| &\leq \int_{\Gamma} \rho(\lambda) |[A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) - 1]| d\lambda
 \end{aligned} \tag{2.3.2, 20}$$

Da  $A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) - 1$  er negativt eller 0 må der gælde:

$$|A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) - 1| = 1 - A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) \tag{2.3.2, 21}$$

Derfor:

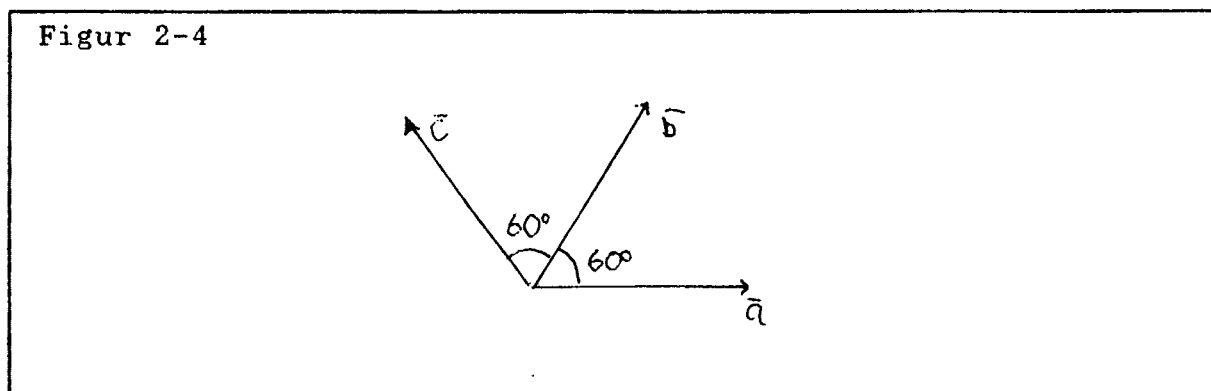
$$\begin{aligned}
 |C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c})| &\leq \int_{\Gamma} \rho(\lambda) [1 - A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda)] d\lambda \\
 |C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c})| &\leq \int_{\Gamma} \rho(\lambda) d\lambda - \int_{\Gamma} \rho(\lambda) A(\bar{c}, \lambda) A(\bar{b}, \lambda) d\lambda \\
 |C_{(1)}(\bar{a}, \bar{b}) - C_{(1)}(\bar{a}, \bar{c})| &\leq 1 + C_{(1)}(\bar{b}, \bar{c})
 \end{aligned} \tag{2.3.2, 22}$$

Det kan ikke umiddelbart gennemskues, om dette er i modstrid med kvantemekanikkens forventningsværdi. Men vi kan jo prøve at

se om uligheden bliver brudt, hvis vi indsætter kvantemekanikkens forventningsværdi:

$$|-\cos\theta_{ab} + \cos\theta_{ac}| \leq 1 - \cos\theta_{bc} \quad (2.3.2,23)$$

Vi skal nu bare finde et tilfælde, hvor denne ulighed er brudt, dvs. et sæt vinkler mellem  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  og  $\vec{c}$ . Lad os undersøge det tilfælde, hvor der er  $60^\circ$  mellem alle vektorer:



$$|-\cos 60^\circ + \cos 120^\circ| \leq 1 - \cos 60^\circ$$

$$1 \leq \frac{1}{2} \quad (2.3.2 24)$$

Vi (og Bell) har hermed vist, at det ikke er muligt at konstruere en lokalrealistisk skjultvariabel-teori, som giver helt de samme forudsigelser som kvantemekanikken. Og dette er endda vist med meget få antagelser. Men dette var ikke det afgørende fornyende.

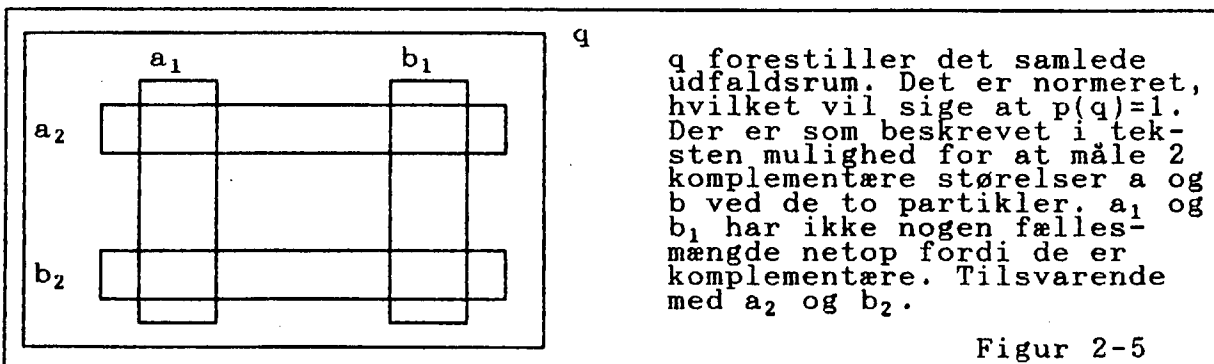
Det virkelig fornyende var, at Bell kunne opstille en ulighed, som lokalrealistiske teorier ville overholde, men som kvantemekanikken ville bryde. Det kunne derfor nu afgøres eksperimentelt, om virkeligheden var lokalrealistisk. Tilmed var de eksperimentelle situationer, hvor uligheden kunne brydes, meget specielle og endnu uafprøvede. Der skulle dog gå nogle år endnu, før det var muligt rent teknisk at afprøve dette.

Samtidig kan det ses, at Bohm-Aharonov's omskrivning af E.P.R.-tankeeksperimentet er afgørende, fordi disse beregninger ikke kunne have ladet sig gøre med impuls og sted som de komplementære størrelser. Dels er det nødvendigt med fysiske observabler, som måles diskret. Dels er det nødvendigt, at de måles på samme måde rent fysisk.

### 2.3.3 Andre udledninger af Bell-uligheder.

Efter Bell er der kommet andre formuleringer og udledninger til. Vi skal her se på nogle af disse. Dels skal vi se på en mere populær udgave, som Mermin introducerede i *Physics Today*, og som Peder Voetmann Christiansen har brugt i sit oplæg til filmen "Atomfysik og virkelighed" (Becker Larsen 1985). Og dels skal vi se en udledning ved Emilio Santos, som gør det til et spørgsmål om den klassiske logik holder!

Men først er det nødvendigt at se på de forskellige eksperimentelle situationer, hvor vi forventer Bell-uligheder. Den ene situation er den, vi indtil nu mest har beskæftiget os med; nemlig spinmålinger på  $\frac{1}{2}$ -spins partikler (f.eks. elektroner) med Stern-Gerlach magneter. Her er vi interesseret i korrelationsfunktioner for forskellige indstillinger af Stern-Gerlach magneterne. Bell-uligheden for denne situation har vi allerede udviklet (2.3.2,21). Den anden situation involverer polarisationsmålinger på fotoner. Her er vi interesseret i coincidenssandsynlig-



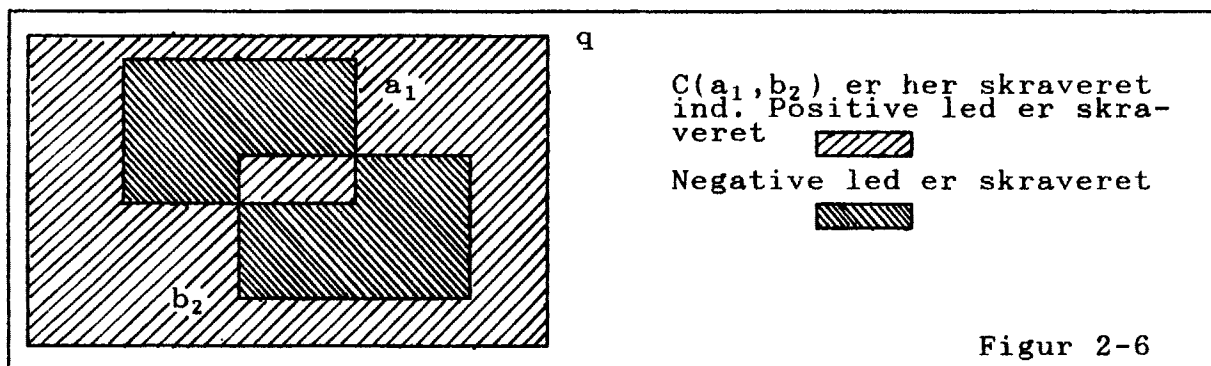
heder, dvs. sandsynligheder for, at begge fotoner passerer polarisationsfiltrene.

Vi starter med at se på Santos' udledning (Santos 1986). Vi benævner de to komplementære størrelser a og b. Det kan være spinmålinger eller polarisationsmålinger. Hvis det er størrelser ved partikel 1, vi måler, skriver vi  $a_1$ . Tilsvarende med  $a_2$ ,  $b_1$  og  $b_2$ .  $p(a_1)$  er således sandsynligheden for, at foton 1 passerer polarisationsfiltret ved en bestemt indstilling. Vi starter med at se på korrelationsfunktionen og eksperimenter med måling af spin. Korrelationsfunktionen var defineret (2.3.2,2):

$$C(a_1, b_2) = \sum_{m,n} m \cdot n \cdot P_{mn} = P_{1,1} + P_{-1,-1} - P_{-1,1} - P_{1,-1} \quad (2.3.3,1)$$

Vi benævner nu sandsynlighederne på følgende måde: a svarer til resultatet +1 ved en given indstilling. 'a (ikke a) svarer til resultatet -1 ved samme indstilling af S.-G-magneten.  $P_{1,1}$  etc. kan nu skrives på følgende måde:

$$C(a_1, b_2) = p(a_1 \wedge b_2) + p('a_1 \wedge 'b_2) - p('a_1 \wedge b_2) - p(a_1 \wedge 'b_2) \quad (2.3.3,2)$$



Idet vi antager normering fås:

$$p('a_1 \wedge 'b_2) + p(a_1 \wedge b_2) + p('a_1 \wedge b_2) + p(a_1 \wedge 'b_2) = 1 \quad (2.3.3,3)$$

I den boolske logik gælder:

$$p(a_1) = p(a_1 \wedge' b_2) + p(a_1 \wedge b_2) \quad (2.3.3,4)$$

$$p(b_2) = p('a_1 \wedge b_2) + p(a_1 \wedge b_2) \quad (2.3.3,5)$$

Benyttes dette i (2.3.3,2) fås:

$$\begin{aligned} C(a_1, b_2) &= 1 - p(a_1 \wedge' b_2) - p('a_1 \wedge b_2) \\ &\quad - p('a_1 \wedge b_2) - p(a_1 \wedge' b_2) \\ &= 1 - 2p(a_1 \wedge' b_2) - 2p('a_1 \wedge b_2) \\ &= 1 - 2p(b_2) - 2p(a_1) + 4p(a_1 \wedge b_2) \end{aligned} \quad (2.3.3,6)$$

Hvis vi finder ekstremer for størrelsen:

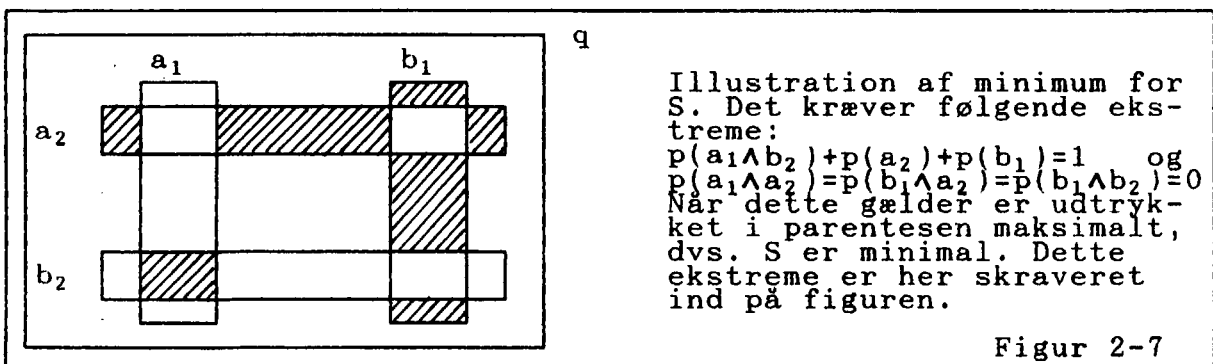
$$S = C(a_1, a_2) + C(b_1, a_2) + C(b_1, b_2) - C(a_1, b_2) \quad (2.3.3,7)$$

vil vi genfinde Bell's ulighed som udledt (2.3.2,21).

$$\begin{aligned} S &= 1 - 2p(a_1) - 2p(a_2) + 4p(a_1 \wedge a_2) + 1 - 2p(b_1) \\ &\quad - 2p(a_2) + 4p(b_1 \wedge a_2) + 1 - 2p(b_1) - 2p(b_2) \\ &\quad + 4p(b_1 \wedge b_2) - 1 + 2p(a_1) + 2p(b_2) - 4p(a_1 \wedge b_2) \\ &= 2 - 4[p(a_2) + p(b_1) - p(a_1 \wedge a_2) - p(b_1 \wedge a_2) \\ &\quad - p(b_1 \wedge b_2) + p(a_1 \wedge b_2)] \end{aligned} \quad (2.3.3,8)$$

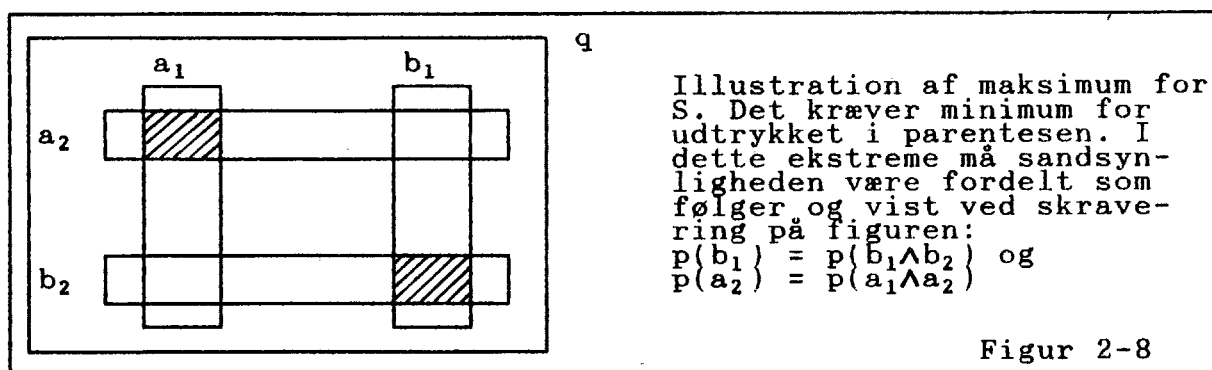
S må være minimal, når vi ved, at hvis partikel 1 er i tilstand a så er partikel 2 i tilstand b. Det betyder, at  $p(a_1 \wedge b_2) + p(a_2) + p(b_1) = 1$ , og alle andre led er 0. Derfor:

$$S \geq -2 \quad (2.3.3,9)$$



S må være maximal, når de negative led er størst. Det må være tilfældet, når partikel 2 kun er i tilstand a, hvis partikel 1 samtidig er i tilstand a. Det betyder at  $p(a_2) = p(a_1 \wedge a_2)$ . Samtidig må der gælde, at partikel 1 kun er tilstand b, hvis partikel 2 er i tilstand b. Det betyder  $p(b_1) = p(b_1 \wedge b_2)$ . I dette ekstreme er S derfor:

$$S = 2 - 4p(a_1 \wedge b_2) \quad (2.3.3,10)$$



Da  $p(a_1 \wedge b_2) \geq 0$  fås:

$$S \leq 2 \quad (2.3.3,11)$$

Vi kan derfor stille følgende ulighed op:

$$-2 \leq C(a_1, a_2) + C(b_1, a_2) + C(b_1, b_2) - C(a_1, b_2) \leq 2 \quad (2.3.3,12)$$

For at sammenligne med (2.3.2,21) siges  $b_1$  at være lig med  $b_2$ , dvs. at der måles langs samme akse. Det må betyde at  $C(b_1, b_2) = -1$ .

$$-1 \leq C(a_1, a_2) + C(b_1, a_2) - C(a_1, b_2) \leq 3 \quad (2.3.3,13)$$

Vi ser nu på venstre side af uligheden. Hvis  $a_1 = \bar{a}$ ,  $b_1 = b_2 = \bar{b}$  og  $a_2 = \bar{c}$  fås følgende:

$$1 + C(\bar{b}, \bar{c}) \geq C(\bar{a}, \bar{b}) - C(\bar{a}, \bar{c}) \quad (2.3.3,14)$$

Ligheden med (2.3.2,22) er slående!



Vi kan nu forsøge at udlede uligheden med coincidens-sandsynligheder. Det er den ulighed, som bringes i anvendelse ved forsøg med polarisationsmålinger på fotoner. Vi ser igen på S:

$$S = 2 - 4\{p(a_2) + p(b_1) - p(a_1 \wedge a_2) - p(b_1 \wedge a_2) - p(b_1 \wedge b_2) - p(a_1 \wedge b_2)\} \quad (2.3.3,15)$$

$p(a_1 \wedge a_2)$  er eksempelvis coincidenssandsynligheden for indstillingen  $a_1$  ved partikel 1 og  $a_2$  ved partikel 2. Tilsvarende med  $p(b_1 \wedge a_2)$ ,  $p(b_1 \wedge b_2)$  og  $p(a_1 \wedge b_2)$ .

Fra før ved vi, at S opfylder følgende ulighed:

$$\begin{aligned} -2 &\leq S \leq 2 \\ -\frac{1}{2} &\leq \frac{1}{4}S \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.3.3,16)$$

Dvs.:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} &\leq \frac{1}{2} - p(a_2) - p(b_1) + p(a_1 \wedge a_2) + p(b_1 \wedge a_2) \\ &\quad + p(b_1 \wedge b_2) + p(a_1 \wedge b_2) \\ &\leq \frac{1}{2} \\ p(a_2) + p(b_1) - 1 \\ &\leq p(a_1 \wedge a_2) + p(b_1 \wedge a_2) + p(b_1 \wedge b_2) - p(a_1 \wedge b_2) \\ &\leq p(a_2) + p(b_1) \end{aligned} \quad (2.3.3,17)$$

Dette er uligheden med coincidenssandsynligheder og den ulighed, som vi senere skal bruge i forbindelse med Aspect's eksperimenter. I den forbindelse vil vi også vise modstriden med kvantemekanikken.

Dernæst vil vi gennemgå den populære udledning af Bell-uligheder. Gennemgangen er mere eller mindre et referat af Peder Voetmann Christiansen's gennemgang i hæftet til filmen "Atomfysik og virkelig". De Bell-uligheder, vi her ønsker at opstille, er dem for coincidenssandsynligheder. Vi forestiller os at polarisationsfiltrene har tre faste indstillinger med  $60^\circ$  imellem. Indstillingen er ens ved begge målesteder. Vi antager hernæst, at

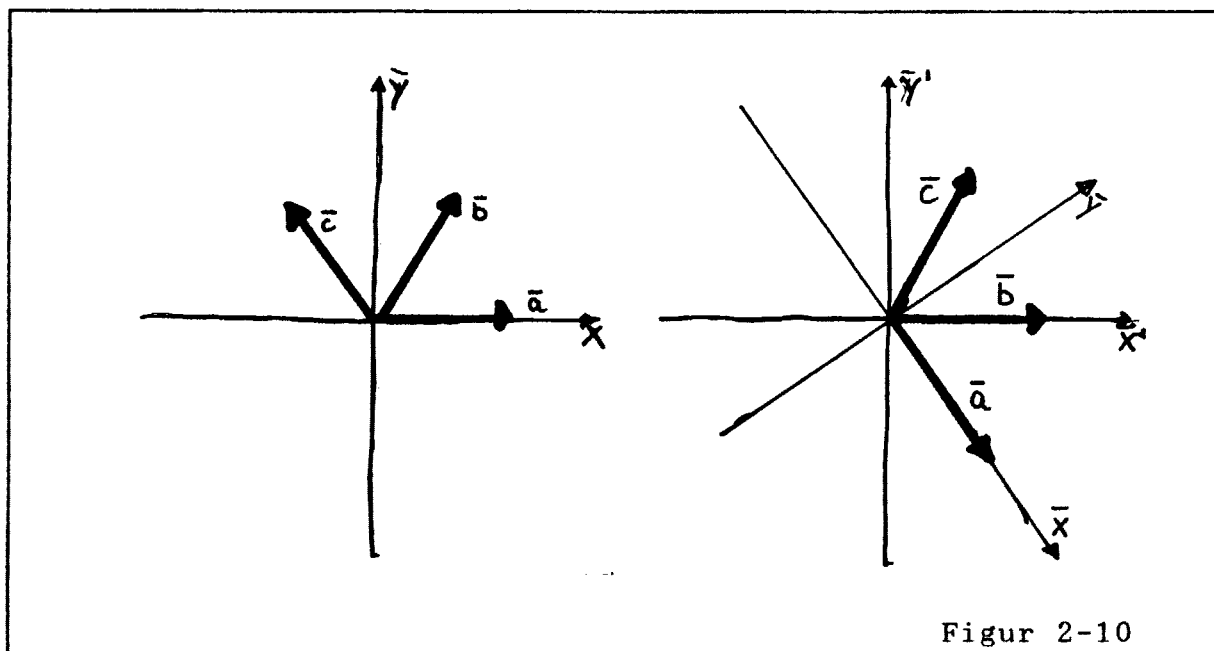
en fotons tilstand kan karakteriseres ved, hvilke af de 3 indstillinger, den vil passere. Hvis vi indfører en notation, hvor 1 står for, at fotonen passerer en af indstillingerne, og 0 for, at den ikke gør det, kan vi opstille følgende skema for karakterisering af tilstandene:

indstillinger	Tilstande							
	000	100	010	001	110	011	101	111
1 (0°)	0	1	0	0	1	0	1	1
2 (60°)	0	0	1	0	1	1	0	1
3 (120°)	0	0	0	1	0	1	1	1
notation	000	100	010	001	110	011	101	111

Skemaet viser tilstandene vandret og indstillingerne af polarisationsfiltrene lodret. 0 står for, at de ikke vil passere og 1 står for at de vil passere.

Figur 2-9

Hvis vi antager, at det er ligemeget udfra hvilken linie vi fastsætter vores faste indstillinger af polarisationsfiltret, dvs. at der er rotationssymmetri, må tilstande med lige mange nuller optræde lige hyppigt. For hvis man drejer denne udgangslinie 60° vil 1 føres over i 2, 2 over i 3 og 3 over i 1.



Det betyder, at hvis en sådan ændring af måleopstillingen ingen indflydelse har på måleresultatet, så må

$$p(010) = p(100) = p(001) = q \quad (2.3.3,16)$$

Tilsvarende:

$$p(110) = p(101) = p(011) = r \quad (2.3.3,17)$$

Tilstand 000 og 111 tildeles hver deres sandsynlighed:

$$p(000) = p \quad \text{og} \quad p(111) = s \quad (2.3.3,18)$$

Da den samlede sandsynlighed må være 1 kan vi opstille følgende ligning:

$$s + p + 3(q+r) = 1 \quad (2.3.3,19)$$

	000	001	010	100	110	011	101	111	
	p	q	q	q	r	r	r	s	
11	0	0	0	1	1	0	1	1	q+s+2r
12	0	0	0	0	1	0	0	1	r+s
13	0	0	0	0	0	0	1	1	r+s
21	0	0	0	0	1	0	0	1	r+s
22	0	0	1	0	1	1	0	1	q+s+2r
23	0	0	0	0	0	1	0	1	r+s
31	0	0	0	0	0	0	1	1	r+s
32	0	0	0	0	0	1	0	1	r+s
33	0	1	0	0	0	1	1	1	q+s+2r

Skema over hvilke tilstande der passerer ved forskellige indstillinger af polarisationsfiltrene. Øverste vandrette række angiver de 8 tilstande. Næste række deres sandsynlighed. Første lodrette række angiver indstillinger af polarisationsfiltrene. Yderste lodrette række angiver sandsynligheden for coincidens ved de 9 indstillinger.

Figur 2-11

Vi ønsker nu at undersøge, hvilke tilstande der giver anledning til coincidens ved hvilken kombination af polarisationsfiltrenes indstillinger. For at overskue dette laver vi et skema. Vi antager nu, at kilden er af en sådan beskaffenhed, at de to fotoner er i samme tilstand.

Vi kan forholdsvis enkelt overbevise os om, at coincidenssandsynligheder for de tre dobbeltindstillinger 11, 22, 33 har en fast værdi. For da begge fotoner er i samme tilstand ved vi, at hvis den ene foton har passeret det lineære polarisationsfilter, så har den anden det også. Det vil sige, at coincidenssandsynligheden ved de tre indstillinger svarer til sandsynligheden for, at en vilkårlig foton passerer et lineært polarisationsfilter  $p(a)$ . Der må derfor gælde:

$$\begin{aligned}q + s + 2r &= p(a) \\s + r &= p(a) - (q+r)\end{aligned}\tag{2.3.3,20}$$

(2.3.3,19) kan omskrives:

$$q + r = (1-p-s)/3\tag{2.3.3,21}$$

Da  $p$  og  $s$  jo ikke kan være negative fås:

$$q + r \leq \frac{1}{3}\tag{2.3.3,22}$$

Bruges dette i (2.3.3,20) fås:

$$r + s \geq p(a) - \frac{1}{3}\tag{2.3.3,23}$$

$p(a)$  må være en halv, fordi det svarer til sandsynligheden for, at upolariseret lys passerer et lineært polarisationsfilter indstillet langs akse  $a$ . Denne sandsynlighed er en halv, men dette kan og skal naturligvis afprøves eksperimentelt. Vi får derfor:

$$r + s \geq \frac{1}{6}$$

$r + s$  svarer til  $p(60^\circ)$ . Altså:

$$p(60^\circ) \geq \frac{1}{6}$$

Santos' udledning giver også dette resultat for en vinkel på  $60^\circ$  mellem akserne (se afsnit 2.4.2, venstre del af uligheden 2.4.2,4).

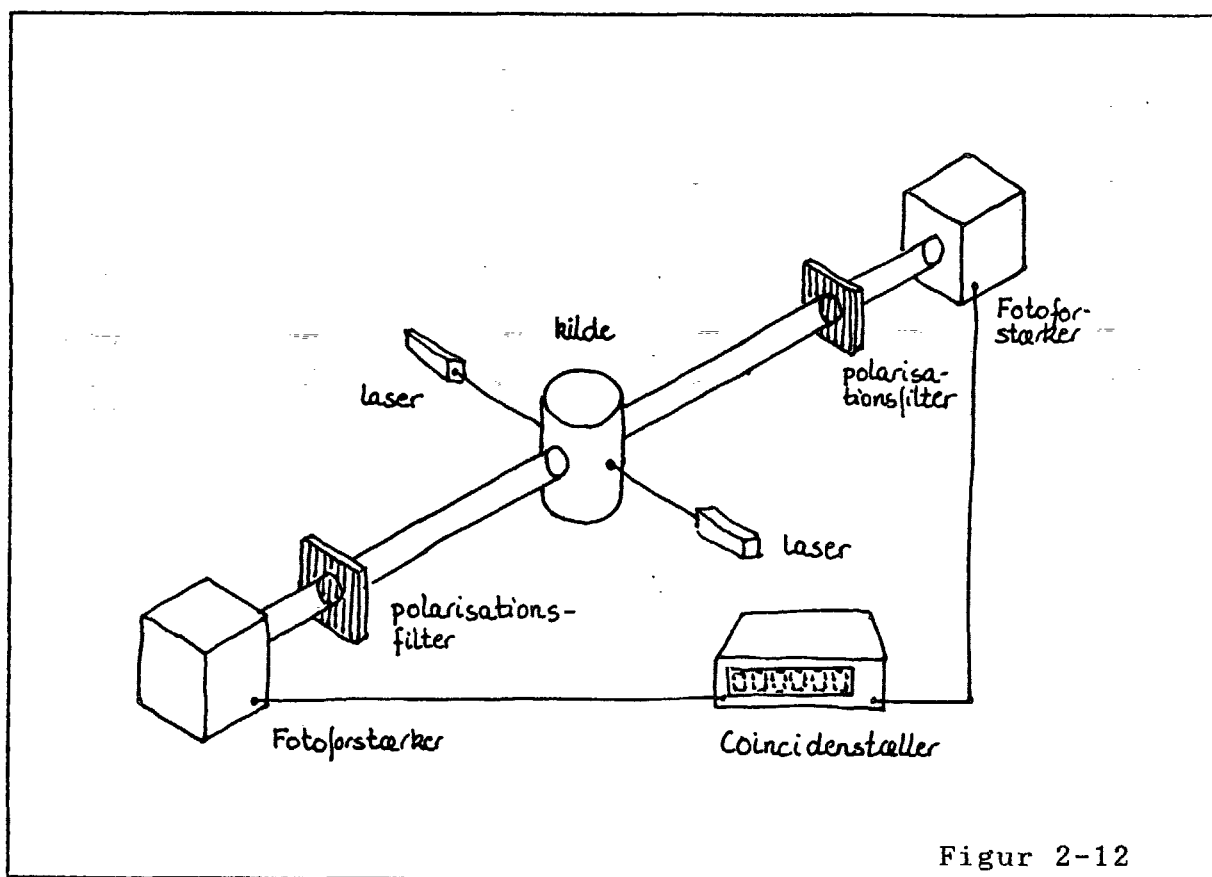
#### 2.4 En eksperimentel afklaring.

Vi så i forrige afsnit, at Bohm og Aharanov formulerede en eksperimentel situation, hvor der var uoverensstemmelser mellem en lokalrealistisk teori og kvantemekanikkens forudsigelser af resultatet. Senere udviklede Bell den lokalrealistiske forudsigelse til en ulighed for korrelations- eller coincidensmålinger for et topartikelsystem. Disse uligheder kunne vises at være i modstrid med kvantemekanikken i visse situationer.

Der har siden været udført en del eksperimenter, som på forskellig måde søger at afprøve Bell's uligheder i forskellig udgave. Vi vil ikke her komme nærmere ind på de forskellige eksperimenter (der henvises til d'Espagnat 1979 p.128, Andersen 1983, Clauser & Shimony 1978, p.1883). Vi vil dog her komme nærmere ind på Aspect-eksperimenterne, som går for at være de mest gennemarbejdede og pålidelige til dato.

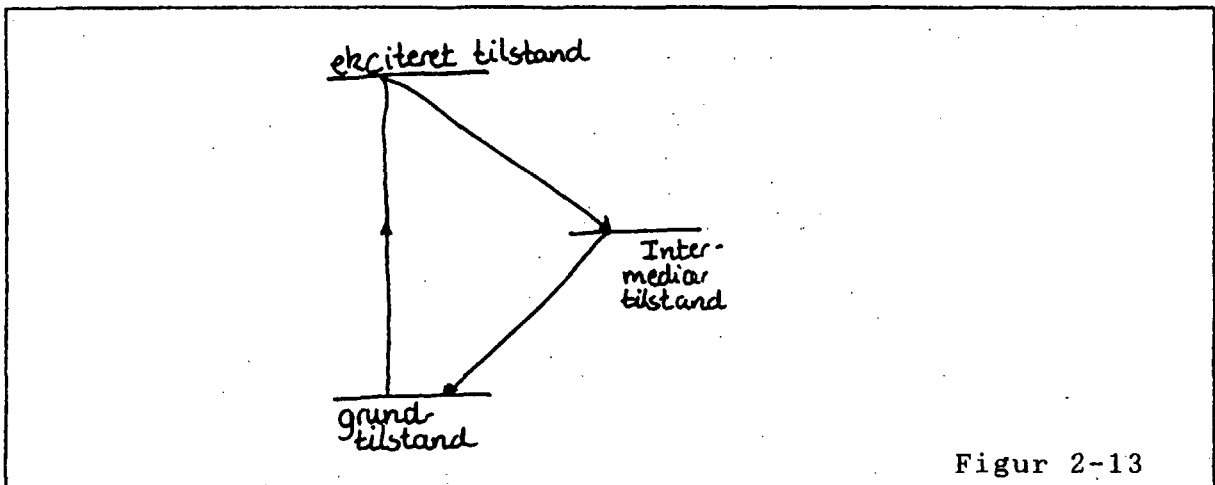
##### 2.4.1 Principperne i Aspect's 1. eksperiment.

Selve opstillingen (figur 2-12) består af en kilde, som udsender de omtalte fotonpar, hvis polarisationsegenskaber er korrelerede. Kilden består af calcium. Fotonparrene dannes ved, at to lasere er fokuseret mod samme punkt i calciumkilden. Her exciteres calcium-atomer til en højere energetisk tilstand. Disse exci-



Figur 2-12

terede atomer henfalder dog igen under udsendelse af to fotoner. Disse to fotoner har korrelerede polarisationsegenskaber, fordi henfaldet sker via en intermediær tilstand (figur 2-13). Fotonerne forlader kilden i hver deres retning og bevæger sig mod hver deres polarisationsfilter. Såfremt fotonen passerer polarisationsfiltret, indfanges den i fotoforstærkeren, som sender et elektrisk signal til en coincidenstæller. Der er dog placeret filtre mellem polarisationsfiltrene og fotoforstærkerne, som skal sørge for, at "forkerte" fotoner ikke når frem til fotoforstærkeren (vi ved fra kilden, hvilken bølgelængde fotonerne har). De to fotoforstærkere er forbundet til en coincidenstæller og en del anden elektronik, men vi nøjes her med at betragte coincidenstælleren (Aspect et al. 1981). Den tæller de tilfælde, hvor begge fotoner har passeret deres respektive polarisationsfiltre og er blevet registreret af fotoforstærkerne.

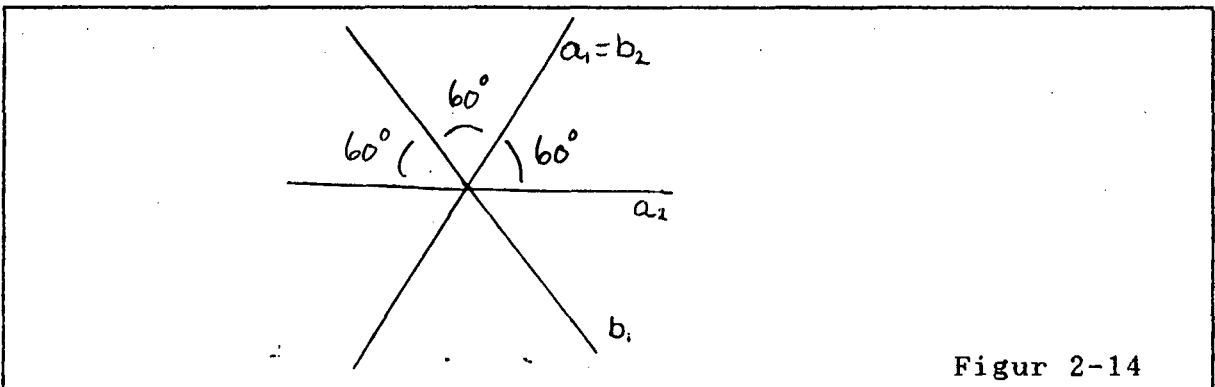


Figur 2-13

2.4.2 Bell's ulighed i forhold til Aspect.

Vi fandt tidligere følgende Bell-ulighed:

$$\begin{aligned}
 p(a_2) + p(b_1) - 1 &\leq p(a_1 \wedge a_2) + p(b_1 \wedge a_2) \\
 &\quad + p(b_1 \wedge b_2) - p(a_1 \wedge b_2) \\
 &\leq p(a_2) + p(b_1) \qquad (2.4.2,1)
 \end{aligned}$$



Figur 2-14

Vi vælger  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  og  $b_2$  således at  $a_1$  og  $b_2$  svarer til polarisationsmålinger langs samme akse, mens vinklen mellem  $a_1$  ( $b_1$ ),  $a_2$  og  $b_2$  er  $60^\circ$  (se figur 2-14). Såfremt der er rotationsinvarians i polarisationsfiltrenes plan (dette må naturligvis afgøres eksperimentelt) fås:

$$p(60^\circ) = p(a_1 \wedge a_2) = p(b_1 \wedge a_2) = p(b_1 \wedge b_2) \quad (2.4.2,2)$$

Dette indsættes i Bell-uligheden og vi får:

$$p(a_2) + p(b_1) - 1 \leq 3p(120^\circ) - p(0^\circ) \leq p(a_2) + p(b_1) \quad (2.4.2,3)$$

$p(0^\circ)$  må svare til sandsynligheden for, at en foton passerer et lineært polarisationsfilter, da vi ved, at de to fotoner er polariseret i samme retning. Hvis vi igen antager rotationsinvarians må sandsynligheden for, at en enkelt foton passerer et lineært polarisationsfilter svare til, at vi sender upolariseret lys mod et lineært polarisationsfilter. Hvis  $p(a_1)$  således er normeret i forhold til det samlede antal fotoner, må den være  $\frac{1}{2}$ , og tilsvarende for de øvrige. Bell-uligheden bliver derfor:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &\leq 3p(60^\circ) \leq \frac{3}{2} \\ \frac{1}{6} &\leq p(60^\circ) \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.4.2,4)$$

Dette er Bell-uligheden for Aspect's opstilling.

### 2.4.3 Kvantemekanikken og Aspect.

Vi starter med at indlægge et koordinatsystem med x-y planet vinkelret på fotonernes udbredelsesretning. Hvis polarisationsfilteret står i x-retningen kan vi forestille os to måleværdier: en, hvis fotonen er passeret, og en, hvis den ikke er. Dette svarer til, at den operator, som svarer til fotonens polarisation i x-retningen, kan have to egenværdier og to tilsvarende egenfunktioner. Hvis fotonen er polariseret i x-retningen ved vi med sikkerhed, at den passerer filtret, og det betyder, at det må være den ene egentilstand. Den tilhørende egenfunktion skrives  $|1x\rangle$ , hvilket betyder "foton 1 polariseret i x-retningen". Hvis fotonen tilsvarende er polariseret i y-retningen ved vi, at den



ikke kan passere filtret, og derfor må det være den anden egen-tilstand. Dens egenfunktion kaldes tilsvarende  $|1y\rangle$ . Tilsvarende kan vi tilskrive foton 2 følgende tilstandsvektorer  $|2x\rangle$  og  $|2y\rangle$ . Kilden, som bruges i Aspect-eksperimentet, er af en sådan type, at den udsender fotoner, som befinder sig i den såkaldte singlet tilstand. Det betyder, at deres samlede tilstandsvektor kan skrives på følgende måde:

$$|f_2 12\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1x\rangle|2x\rangle + |1y\rangle|2y\rangle) \quad (2.4.3,1)$$

Vi kan nu dreje koordinatsystemet med vinklen  $\theta$ . Da fotonen er en spin-1 partikel, transformerer dens tilstandsvektor som en almindelig vektor. Dvs.:

$$|1x\rangle = \cos\theta |1x'\rangle - \sin\theta |1y'\rangle \quad (2.4.3,2a)$$

$$|1y\rangle = \cos\theta |1y'\rangle + \sin\theta |1x'\rangle \quad (2.4.3,2b)$$

$$|2x\rangle = \cos\theta |2x'\rangle - \sin\theta |2y'\rangle \quad (2.4.3,2c)$$

$$|2y\rangle = \cos\theta |2y'\rangle + \sin\theta |2x'\rangle \quad (2.4.3,2d)$$

Vi ønsker nu at skrive  $|f_2 12\rangle$  i det mærkede koordinatsystem:

$$\begin{aligned} |f_2 12\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[(\cos\theta |1x'\rangle - \sin\theta |1y'\rangle)(\cos\theta |2x'\rangle - \sin\theta |2y'\rangle) \\ &\quad + (\cos\theta |1y'\rangle + \sin\theta |1x'\rangle)(\cos\theta |2y'\rangle + \sin\theta |2x'\rangle)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos^2\theta |1x'\rangle|2x'\rangle - \cos\theta \cdot \sin\theta |1x'\rangle|2y'\rangle \\ &\quad - \cos\theta \cdot \sin\theta |1y'\rangle|2x'\rangle + \sin^2\theta |1y'\rangle|2y'\rangle \\ &\quad + \cos^2\theta |1y'\rangle|2y'\rangle + \cos\theta \cdot \sin\theta |1y'\rangle|2x'\rangle \\ &\quad + \cos\theta \cdot \sin\theta |1x'\rangle|2y'\rangle + \sin^2\theta |1x'\rangle|2x'\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[(\cos^2\theta + \sin^2\theta) |1x'\rangle|2x'\rangle \\ &\quad + (\cos^2\theta + \sin^2\theta) |1y'\rangle|2y'\rangle] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1x'\rangle|2x'\rangle + |1y'\rangle|2y'\rangle) \quad (2.4.3,3) \end{aligned}$$

hvilket betyder at systemet er rotationssymmetrisk omkring z-aksen. Det vil sige, at selvom vi drejer begge polarisationsfiltre med vinklen  $\theta$ , vil vi få samme resultat.

Vi vil nu beregne sandsynligheden for at finde coincidens ved en vinkel  $\theta$  mellem de to polarisationsfiltre. Sandsynlighedsamplituden må være:

$$A(\theta) = \langle 1x \ 2x' | f_2 | 12 \rangle \quad (2.4.3,4)$$

Vi ønsker nu at udtrykke  $\langle 1x \ 2x' |$  ved vinklen mellem de to polarisationsfiltre.

$$\langle 1x | \langle 2x' | = \langle 1x | (\cos\theta \langle 2x | + \sin\theta \langle 2y |) \quad (2.4.3,5)$$

Indsættes (2.4.3,5) i (2.4.3,4) fås:

$$\begin{aligned} A(\theta) &= \langle 1x | (\cos\theta \langle 2x | + \sin\theta \langle 2y |) \frac{1}{\sqrt{2}} (|1x\rangle |2x\rangle + |1y\rangle |2y\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos\theta \langle 1x | 1x \rangle \langle 2x | 2x \rangle + \cos\theta \langle 1x | 1y \rangle \langle 2x | 2y \rangle \\ &\quad + \sin\theta \langle 1x | 1x \rangle \langle 2y | 2x \rangle + \sin\theta \langle 1x | 1y \rangle \langle 2y | 2y \rangle) \end{aligned} \quad (2.4.3,6)$$

På grund af ortogonalitet forsvinder de tre sidste led og vi får:

$$A(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta \langle 1x | \langle 2x | |1x\rangle |2x\rangle \quad (2.4.3,7)$$

Da  $\langle 1x | 1x \rangle \langle 2x | 2x \rangle = 1$  på grund af normering fås:

$$A(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta \quad (2.4.3,8)$$

Coincidenssandsynligheden  $p_{(q)}(\theta)$  er herefter:

$$p(\theta) = A^2(\theta) = \frac{1}{2} \cos^2\theta \quad (2.4.3,8)$$

Det skal her bemærkes, at  $p(\theta)$  ikke svarer til den faktisk målte coincidenssandsynlighed, fordi fotoforstærkerne har en meget lav effektivitet.

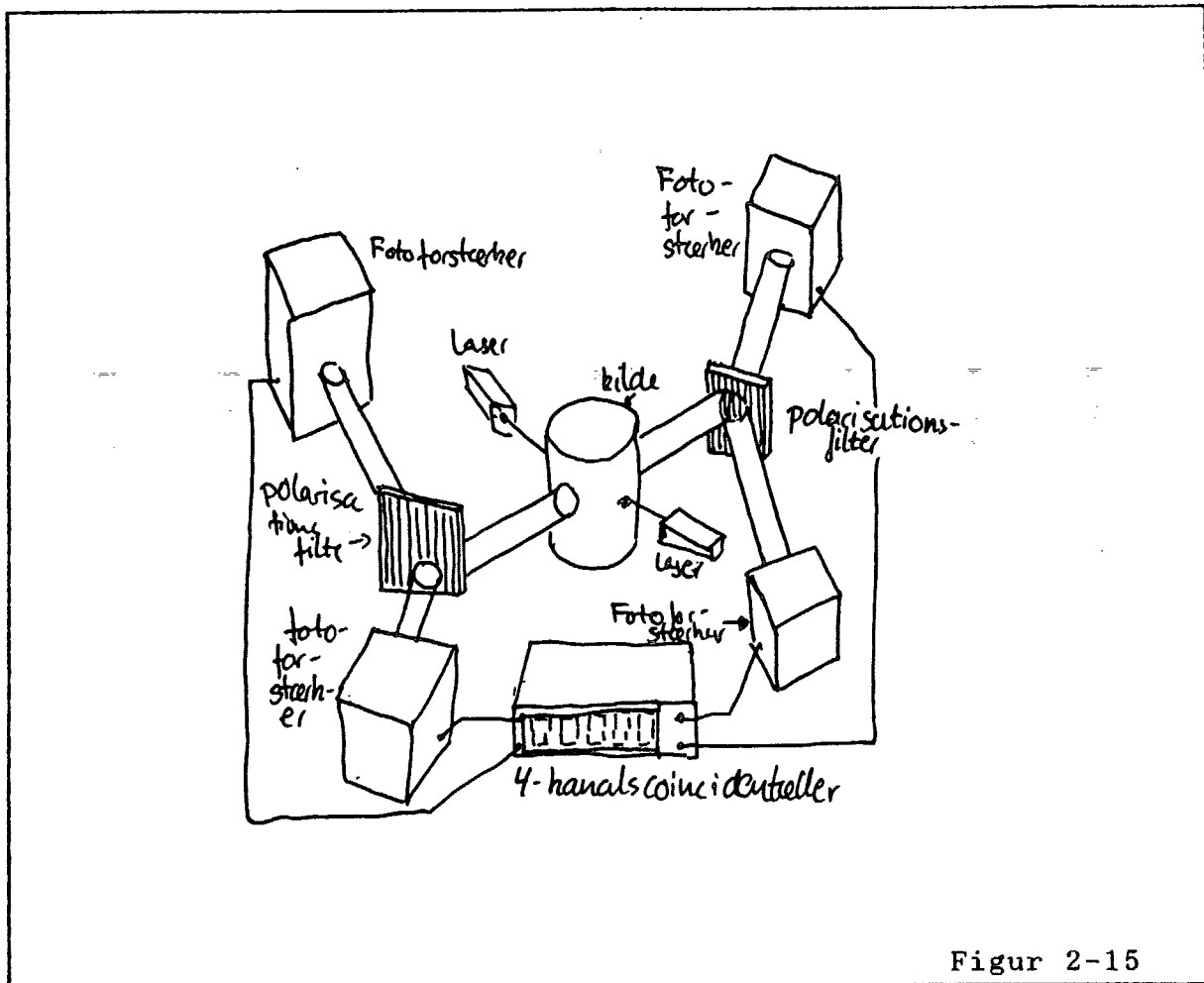
Hvis vinklen mellem de to polarisationsfiltres indstilling er  $120^\circ$  fås:

$$p(60^\circ) = \frac{1}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \quad (2.4.3,9)$$

#### 2.4.4 Aspect's andet og tredje eksperiment.

Udfaldet af Aspect's første eksperiment følger kvantemekanikkens forudsigelser (endda temmelig præcist). Dette betyder dog ikke, at E.P.R. tog fejl ved at mene, at kvantemekanikken var ufuldstændig, men det betyder, at en af deres antagelser ikke holder. Enten er det nødvendigt at droppe lokaliteten, eller også må realismen droppes. Men før man vil acceptere at droppe nogle af disse metafysiske antagelser, er det nødvendigt, at udfaldet af eksperimentet accepteres. Og der er forskellige usikre momenter i eksperimentet (Nørretranders 1985 p.173-176). For det første er fotoforstærkernes effektivitet meget ringe. Det hænger sammen med, at der måles på lavenergetiske fotoner. Aspect korrigerede for dette ved at antage, at fotoforstærkernes effektivitet er lige lav for alle tilstande. For det andet har Aspect ved noget ekstra elektronik (vi har ikke beskrevet dette) søgt at måle tilfældig coincidens, dvs. coincidens, som beror på fejl eller støj i fotoforstærkeren. For det tredje kunne man forstille sig, at et signal (hidtil ukendt men overholdende relativitetsteorien) kunne brede sig fra hver af de to polarisationsfiltre og "fortælle" fotonerne, hvilke polarisationstilstande de skulle tage ved separationen.

For det fjerde er hele opstillingen (også det andet og tredje eksperiment) bundet sammen med elektronik (ledningerne mellem fotoforstærkere og coincidenstællere). Med et ideelt logisk udgangspunkt kan man sige, at den lokale antagelse i EPR-artiklen ikke er opfyldt i Aspect-eksperimenterne. En sådan indvending kunne man få afprøvet ved at vente med at sammenligne målingerne fra fotoforstærkerne til efter eksperimentet er udført. Eksempelvis kunne man opsamle "klikkene" fra fotoforstærkerne på hver deres bånd og bagefter sammenligne båndene for at finde coincidens. Ideelt set er indvendingen rigtig, men spørgsmålet er, om den dog ikke er for spekulativ.

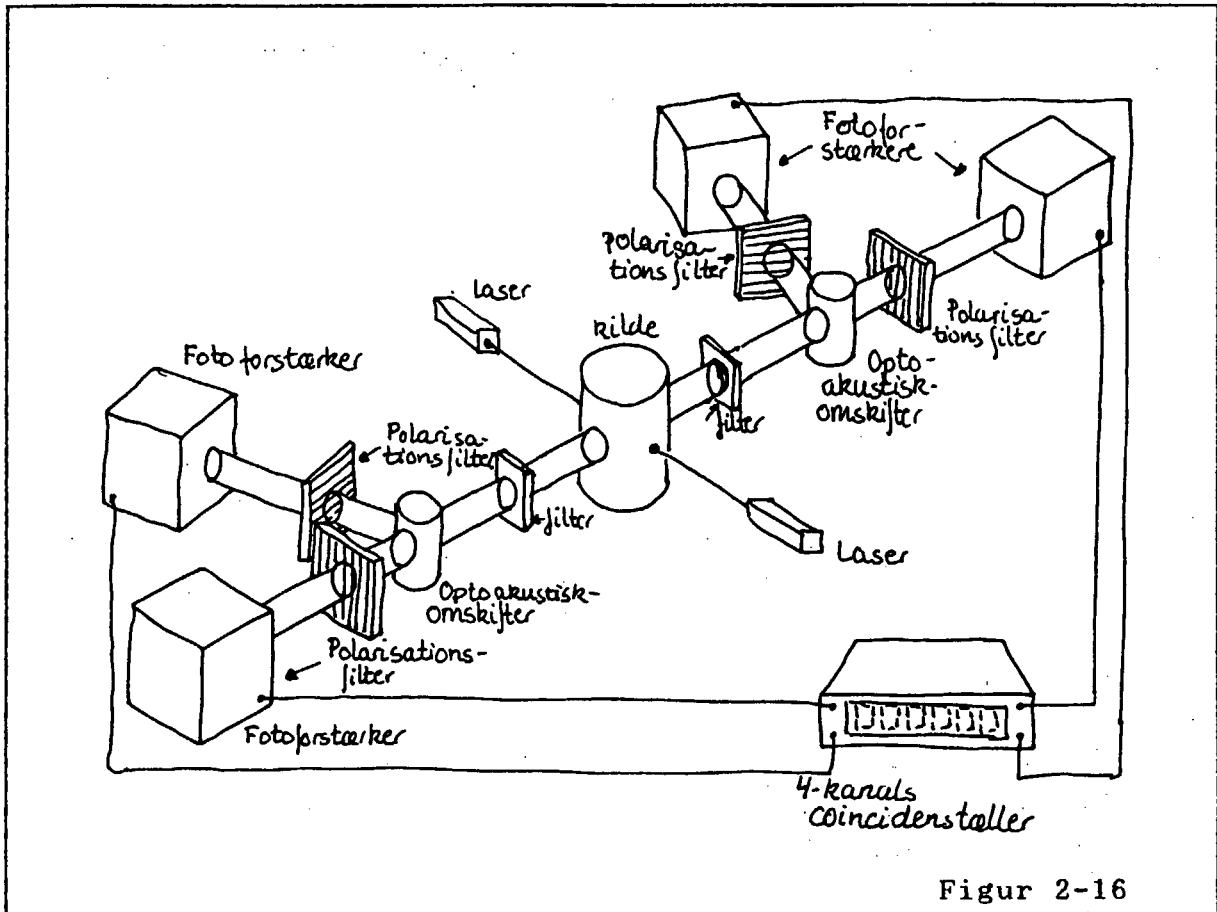


Figur 2-15

Aspect's andet og tredje eksperiment forsøger at tage højde for den anden og den tredje af disse indvendinger. Ved det andet eksperiment er polarisationsfiltrene af en anden type. De fungerer på den måde, at de fotoner, som ikke passerer polarisationsfiltrene, reflekteres, således at der også kan måles på dem. Man kan således bruge Bell-ulighederne for korrelationsfunktioner. Dette forsøg giver en langt bedre statistik. Men også her giver eksperimentet overensstemmelse med kvantemeknikken, endda selvom man undlader at korrigere for tilfældig coincidens.

Det tredje Aspect eksperiment (Aspect et al. 1982) forsøger at tage højde for den anden af indvendingerne. Det gøres ved at indsætte en opto-akustisk omskifter, som helt tilfældigt sender fotonerne i to forskellige retninger; mod hver sit polarisationsfilter (se figur 2-16). De to polarisationsfiltre, hvor fotonen

tilfældigt bliver sendt mod et af dem, kan indstilles forskelligt. Fotonerne kan således ikke på forhånd vide, hvilke polarisationsegenskaber, der vil måles, og kan således heller ikke indrette sig derefter.



Figur 2-16

Også udfaldet af dette eksperiment brød Bell's uligheder.

## 2.5 Opsamling.

Vi har set hvordan E.P.R. på baggrund af tre antagelser kunne vise at kvantemekanikken måtte være ufuldstændig. De tre antagelser var:

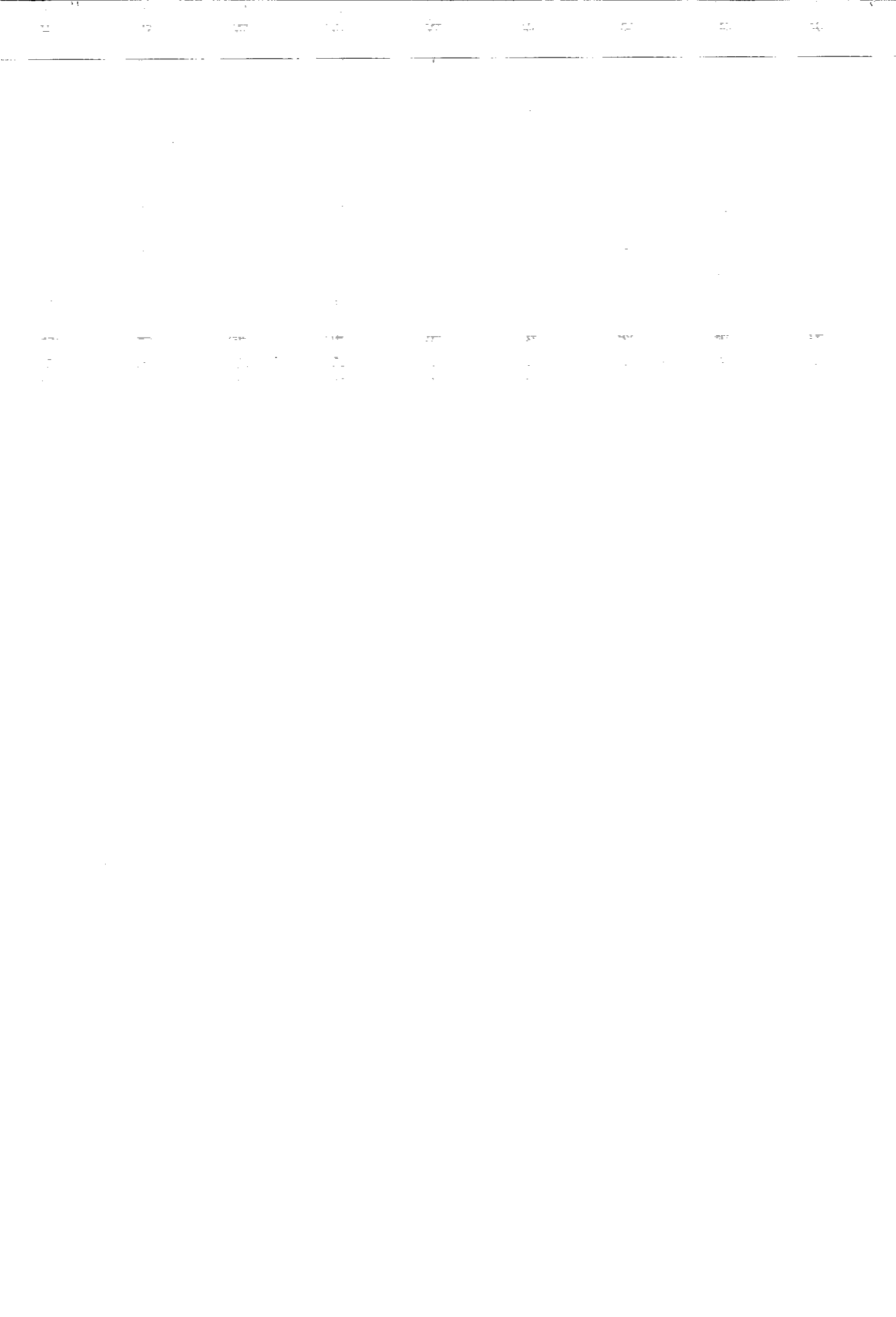
- et kriterium for, hvornår en teori var fuldstændig
- et kriterium for, hvornår en fysisk observabel er virkelig
- en antagelse om, at årsager er lokale

Bohr's svar angriber ikke det logiske i E.P.R.'s udledning, men han søger at argumentere for, at det andet kriterium er skræddersyet til at anfægte kvantemekanikken. Bohr's argument forekommer os dog ikke overbevisende, især fordi han i hele sin indledende argumentation taler om mekaniske vekselvirkninger mellem objekt og måleinstrumnet, mens han i sin konklusion fastslår, at der ikke er tale om mekaniske vekselvirkninger. Bohr har, ved at svare kryptisk, fremkaldt en situation, hvor det er et spørgsmål om tro, hvem man mener, har ret - E.P.R. eller Bohr. Uenigheden omhandler altså især E.P.R.'s virkelighedskriterium.

Efter arbejder af Bohm og Bell m.fl. bliver det mange år senere muligt at teste, hvorvidt en teori byggende på E.P.R.'s kriterier for virkelighed og lokalitet (en lokal-realistisk teori) er den rigtige type teori for kvantemekanikkens fænomenområde. Først omformer Bohm & Aharonov E.P.R.'s tankeeksperiment fra at være målinger på impuls og sted til spin- eller polarisationsmålinger langs to akser. Senere igen lykkes det Bell at vise, at lokal-realistiske teorier skal overholde nogle uligheder ved Bohm & Aharonov's tankeeksperiment, som kvantemekanikken ville bryde.

Det er disse uligheder, som Aspect-eksperimenterne søger at teste. Aspect mener at have vist, at Bell-ulighederne er brudt. Der har dog været indvendinger mod Aspect's eksperimenter. En indvending har blandt andet været, at målingen ved de to fotoner ikke sker lokalt, men sker i en fælles coincidentstølle med ledninger til fotoforstærkerne. Dette hævdes at være imod den oprindelige ide, hvor målingerne foretages lokalt, med sikkerhed helt uafhængig af hinanden. Men hvis man accepterer udfaldet af Aspect's eksperimenter, tvinges man til at opgive teorier, som er lokal-realistiske. I dette tilfælde kan vi sige, at een af de to præmisser (lokalitet og realisme) ikke holder i E.P.R.'s artikel.

Det er, hvad man maksimalt kan slutte af Aspect's eksperimenter. Når nogen således mener, at det er vist, at kvantemekanikken er fuldstændig, eller at Bohr havde ret i E.P.R.-diskussionen, er det altså urigtigt. Det eneste, vi kan sige - hvis vi accepterer udfaldet af Aspect-eksperimenterne - er at en af de to præmisser i E.P.R.-artiklen ikke holder.





### K A P I T E L 3

#### "Filosofikapitlet"

Det er meningen med dette kapitel at give læseren en oversigt over, hvilke forskellige fortolkninger og fortolkningsmuligheder, kvantefysikken, og særlig de aspekter, der er forbundet med grundlagsproblemet, giver anledning til med hensyn til "den virkelige, fysiske verden". Kvantefysikkens filosofi diskuteres og påkaldes i mange sammenhænge, lige fra nyreligiøs mystik til fysiske fagtidsskrifter. Ofte vil interesse i og bekendtskab med den moderne fysik hos "almindelige" mennesker, f.eks. gymnasieelever, udspringe netop af artikler og diskussioner om sådanne filosofiske fortolkninger, og vores egen interesse i emnet er naturligvis også blandt andet affødt heraf.

Vi antager, at i det omfang folk (gymnasieelever) har stiftet bekendtskab med disse diskussioner, vil det almindeligvis have været i de populære og populærvidenskabelige udgaver heraf. Fritjof Capra's bog "Fysikkens Tao" var på det nærmeste en kultbog i 1970'erne, og i forbindelse med Bohr's 100 års fødselsdag - som tidsligt fulgte lige efter, og i høj grad blev kædet sammen med, afslutningen af Aspect's eksperimenter i Paris - var aviser og boglader fulde af mere eller mindre saglige causerier over "arven efter Bohr". Forskellige guru-bevægelser har taget kvantemekanikken til indtægt for deres form for livssyn, og på fysikfronten i øjeblikket kommer jævnligt meddelelser om en ny, 10-dimensional (26-dimensional, 506-dimensional) verdensspaghettiorden, som giver anledning til nye spekulationer i aviser og populærvidenskabelige tidsskrifter om verdens "virkelige" beskaffenhed. Den stadige diskussion om disse fysisk-filosofiske emner vidner om den fascination og den nysgerrighed, studiet af naturen og de

store sammenhænge fortsat afføder, og det er da også vores hensigt at spille på denne fascination i pædagogisk øjemed.

I kapitlet her vil vi imidlertid ikke beskæftige os med den populærvidenskabelige ende af diskussionen. Tværtimod vil vi først og fremmest søge at redegøre for de forskellige positioner i forhold til grundlagsdiskussionen inden for fysikernes egne rækker. Vi har selv haft stor nytte af populære fremstillinger af forskellig slags - Tor Nørretranders' "Det udelelige" og J.C. Polkinghorne's "The Quantum World"; for blot at tage et par af de mere seriøse eksempler - og vi anser det for overordentlig vigtigt i en pædagogisk sammenhæng at kende til de fremstillinger og synsvinkler, eleverne selv møder frem med. Men vi mener desuden, at fysikernes egne tanker om problemet, og deres indbyrdes diskussioner, kan være både instruktive og perspektiverende, og vi har derfor set det som vores opgave her at søge at afdække de forskellige standpunkter og gøre dem tilgængelige som baggrundstof, på samme måde som vi i det foregående kapitel søgte at gennemgå "fysikken bagved".

Vi koncentrerer derfor vores gennemgang om nogle af de vigtigste positioner - "skoler" - inden for fysikernes egen kreds: Først og fremmest københavnerskolen, som er den "officielle" filosofi omkring kvantemekanikken, samt Dirac-formalismen, som er mere pragmatisk og afilosofisk i sin tilgang, og som er den i praksis mest anvendte filosofi. Desuden vil vi referere Bohm, der står for en radikal omfortolkning af kvantemekanikken, og endelig skal vi se på en af de mere bizarre teorier, der kan begrundes ved at forfølge kvantemekanikken tilstrækkelig langt: Mangeverden-teorien. De populærvidenskabelige og pædagogiske aspekter vender vi siden tilbage til i opsamlingen på kapitlet.

Flere temaer fra naturfilosofien træder frem i gennemgangen af disse fortolkninger. Her skal nævnes to sådanne relevante temaer. Det ene er diskussionen om, hvorvidt vores begreber er funderet i en selvstændig eksisterende virkelighed (realisme), eller de kun er navne opfundet af vores bevidsthed (nominalisme). Det ses, at dette er en meget central konflikt i det foregående kapitel, som

tog udgangspunkt i E.P.R.'s diskussion om kvantemekanikkens fuldstændighed. Det andet centrale tema er spørgsmålet om, hvornår en teori er "god": Det vedrører sådanne ting som gyldighedsområde, forklaringskraft, determinisme, matematisk skønhed og enkelhed, etc. Også disse sider af debatten skal vi vende tilbage til i opsamlingen.

### 3.1 Københavnerskolen.

Københavnerskolen er den fortolkning af kvantemekanikken, som Bohr og hans gæster og medarbejdere på Blegdamsvej i København (Heisenberg, Dirac, Jordan, Pauli m.fl.) udarbejdede mellem 1920 og ca. 1935. Københavnerskolen er imidlertid ikke en skole i gængs forstand (dvs. en bestemt filosofisk skole). Det vil endda være forkert at sige, at alle var enige om kvantemekanikkens fortolkning. F.eks. er det tydeligt, at Dirac ikke helt igennem var enig med Bohr. Heller ikke Heisenberg var - i hvert fald i starten - enig med Bohr. Og ind imellem kan det endda være svært at afgøre, om Bohr var enig med sig selv. Eksempelvis brugte Bohr begrebet komplementaritet meget forskelligt. Københavnerskolen må nærmest karakteriseres som et fælles sæt af ideer, og til en vis grad en fælles attitude til kvantemekanikkens fortolkningsproblemer. Vi vil her dele københavnerskolens fortolkning af kvantemekanikken op i tiden før 1935 og tiden efter 1935. Udgangspunktet er taget i Bohr's holdning og i mindre grad andre af københavnerskole-folkene.

#### 3.1.1 Før 1935: Como 1927 og Solvay-kongessen 1927.

Bohr gav ved disse to lejligheder næsten identiske foredrag om fortolkningen af kvantemekanikken. Det er disse to foredrag, som er grundlaget for den tidlige københavnerskole.

Udgangspunktet er, at "kvantet er udeleligt"; det såkaldte kvantepostulat. Bohr mener, eksperimenterne gør det rimeligt at antage, at kvantets udelelighed er universel. Konsekvensen af kvantepostulatet er, at alle elementære processer foregår diskontinuert. Eksempelvis kan et atom kun befinde sig i bestemte energitilstande. Når elementære processer er diskontinuerte, dvs. foregår ved udveksling af energikvanter, kan vi kun redegøre for vekselvirkningen mellem objekt og måleinstrument ned til en mindsteværdi (kvantet). Eller sagt på en anden måde: vekselvirkningen mellem objekt og måleinstrument er ukontrollerbar. I den klassiske fysik antager man, at vi kan redegøre for den vekselvirkning, der er mellem objekt og måleinstrument. Det kan vi ikke i kvantefysikken.

En anden konsekvens af kvantets udelelighed er, at vi må opgive en samtidig stringent rum-tid beskrivelse og kausal beskrivelse, som eksisterer i den klassiske fysik. Ved en omskrivning af ligningerne:  $E = h \cdot \nu$  og  $p = h \cdot k$ ; hvor  $E$  er energien,  $\nu$  er frekvensen,  $k$  er bølgetallet,  $p$  er impulsen og  $h$  er Planck's konstant, får vi:

$$E \cdot T = p \cdot \lambda = h$$

hvor  $\lambda$  er bølgelængden og  $T$  er svingningstiden. Mens energi og impuls er knyttet til partikelbeskrivelsen, er svingningstiden og bølgelængden knyttet til bølgebeskrivelsen. Dette kaldes bølgepartikeldualiteten. Partikelbeskrivelsen indbefatter en præcis rum-tidbeskrivelse, mens bølgebeskrivelsen ikke er afgrænset i rum og tid. En måde at forsøge at forbinde de to beskrivelser på er at identificere bølgefeltets gruppehastighed med en translatorisk hastighed. Men gør vi det, føres vi til usikkerhedsrelationerne:

$$\delta t \cdot \delta E \geq h ; \delta x \cdot \delta p_x \geq h ; \delta y \cdot \delta p_y \geq h ; \delta z \cdot \delta p_z \geq h$$

En af de vigtigste nye ting i Bohr's foredrag var indførelsen af komplementaritetetsbegrebet til at beskrive den kvantemekaniske betragtningsmåde. At to begreber er komplementære vil sige at de

er gensidigt udelukkende og gensidigt fuldbyrdende, begge nødvendige og sande beskrivelser, men hver for sig ikke fuldstændige eller entydige. Med tiden udstrakte Bohr komplementaritetsbegrebet til at omfatte ikke blot fysiske størrelser og beskrivelsesformer, men også f.eks. forholdet mellem studiet af livet som sådan og studiet af processerne i levende organismer (der jo ofte fordrer, at man skiller den levende organisme ad, hvorved den ophører med at være levende).

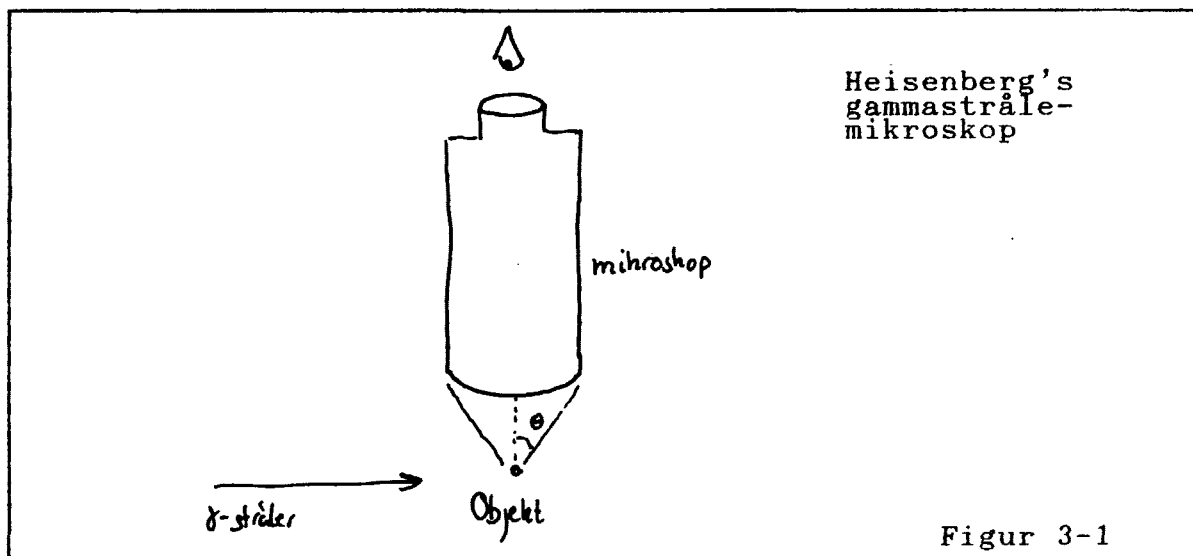
Bohr betragtede usikkerhedsrelationerne som et eksempel på det komplementære ved rum-tidbeskrivelsen og brugen af kausalitet, fordi energi og impuls netop er knyttet til brugen af energi og impulsbevarelse i den klassiske fysik og dermed brugen af det kausale i fysikken, mens  $t$  og stedkoordinaterne  $x$ ,  $y$  og  $z$  selv sagt er til for en præcis sted-tidbeskrivelse.

Da den klassiske fysik forudsætter en sådan beskrivelse samtidig, fører Bohr's ræsonnement også til en tilbagevisning af den klassiske fysiks beskrivelsesmåde. Men det er vigtigt at holde fast i de begreber, vores sprog gør brug af (impuls, sted, energi m.v.), fordi vores sprog nødvendigvis er udviklet i forhold til vores makroskopiske erfaringsverden. Når vi skal redegøre for vores instrumenter og målinger, er vi nødt til at gøre det i sproget. Derfor må vi også erkende, at sproget sætter nogle grænser for, hvor præcist vi kan beskrive mikroverdenen.

Bohr's tidlige version af københavnerskolen er især en replik til determinismen i den klassiske mekanik. I denne er en præcis redegørelse for tid, sted, energi og impuls mulig, dvs. determinisme. I kvantefysikken må vi vælge; enten bruger vi en præcis rum-tid beskrivelse eller også bruger vi de kausale sammenhænge mellem energi og impuls. Kvantefysikken er altså indeterministisk. Men kun til en vis grænse. Usikkerhedsrelationerne sætter denne grænse.

## 3.1.2 Paradokser og tankeeksperimenter.

Et væsentligt træk ved udviklingen af kvantemekanikken, og ikke mindst ved udviklingen af den københavnske fortolkning heraf, var brugen af tankeeksperimenter og tilsyneladende paradokser med det formål at få afklaret begreber og sammenhænge. Et af de første teoretiske paradokser i forhold til den klassiske fysik var usikkerhedsrelationerne. Einstein's forskellige angreb på kvantemekanikken sigtede i starten på at bryde usikkerhedsrelationerne; således det tidligere beskrevne (kap. 2) meget snedige tankeeksperiment med en kasse ophængt i en fjedervægt, hvor man lader en foton slippe ud, og derpå måler massedifferencen. Et andet tankeeksperiment, der glimrende illustrerer usikkerhedsrelationerne, er Heisenberg's gammastrålemikroskop. For at illustrere usikkerhedsrelationen forestillede Heisenberg sig et mikroskop, igennem hvilket vi kan se et objekt. Men for at vi kan se objektet, er det nødvendigt at belyse det (se figur 3-1). Hvis lyset reflekteres fra objektet, således at det når ind i mikroskopet, vil vi kunne "se" objektet. Et sådan mikroskop har



imidlertid en vis nedre grænse for, hvor præcist det kan stedbestede objektet. Den er approksimativt givet ved:

$$\delta x \sim \lambda / \sin\theta$$

hvor  $\delta x$  usikkerheden i stedbestemmelsen i x-aksens retning, er lysets bølgelængde, og  $\theta$  angiver vinklen vist på figur 3-1. Samtidig kan vi kun vide, at fotonen har ramt linsen, men ikke præcist hvor. Derfor må dens usikkerhed i impulsens x-komponent approksimativt være givet ved:

$$\delta p_x \sim 2p \sin\theta$$

Fra disse udtryk kan vi nu udlede udtrykket:

$$\delta x \cdot \delta p_x \sim 2p\lambda \sin\theta / \sin\theta = 2p\lambda$$

Da  $p = h/\lambda$  får vi:

$$\delta x \cdot \delta p_x \sim 2h \geq h$$

hvilket overholder usikkerhedsrelationen.

Nu kunne man indvende: jamen vi kunne jo bare måle mikroskopets rekyl. Men gør vi det, så kræver kvantemekanikken, at mikroskopet nu er at betragte som objektet, og så gentager legen sig. Vi kan altså aldrig få mere præcise oplysninger om et objekts sted og impuls, end usikkerhedsrelationen foreskriver.

Umiddelbart leder det tanken hen i retning af en mekanisk fortolkning af usikkerhedsrelationen, fordi der hele tiden tales om en mekanisk vekselvirkning mellem objekt og måleinstrument (de reflekterede fotoner). Bohr brugte derimod Heisenberg's gammastrålemikroskop til at vise det ukontrollerbare i vekselvirkningen mellem objekt og måleinstrument. I første omgang fører det til en afvisning af en samtidig stringent rum-tidbeskrivelse og brug af kausale argumenter (impuls og energibevarelse) i forhold til mikrofysikken. Disse to egenskaber er komplementære i mikrofysikken. Det er dette, Bohr lægger vægt på, og som bliver udgangspunktet for en videre fortolkning af kvantemekanikken.

Schrödingers kat er et andet af kvantefysikkens klassiske paradokser. Det handler om, hvad bølgefunktionen egentlig er for

en størrelse, og hvad det vil sige at den kollaberer. Paradokset går ud på, at en stakkels kat er spærret inde i en kasse. I kassen er der radioaktive atomer placeret foran et Geiger-Müller rør. Sandsynligheden for, at et atom henfalder under udsendelse af stråling, som opfanges og derved måles af Geiger-Müllerrøret, i løbet af den næste halve time er  $\frac{1}{2}$ . Når Geiger-Müllerrøret registrerer henfaldet sendes en dødbringende gas ud i kassen. Efter en halv time må systemets tilstand kunne skrives som en superposition af to bølgefunktioner, der beskriver hhv. en død kat,  $\Psi_{\text{død}}$ , og en levende kat,  $\Psi_{\text{liv}}$ .

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{\text{død}} + \Psi_{\text{liv}})$$

Spørgsmålet er nu: Hvornår kollaberer  $\Psi$ ? Københavnerskolen mener, at det sker, når vi måler, dvs. når mikroverdenen sætter sig makroskopiske spor. Men katten er makroskopisk, så når den er død, så er  $\Psi$  kollaberet. Andre mener, at bølgefunktionens kollaps sker, når systemets ændrede tilstand bliver os bevidst. Atter andre mener, at bølgefunktionen "bare" udtrykker vores viden om systemet.

Et andet paradoks kaldes "Wigner's ven". Dette paradoks stammer fra 1961, men udtrykker den samme tankegang som det ovenstående. Wigner's ven står og ser på en Stern-Gerlachmagnet. Wigner ved, at de elektroner, som Stern-Gerlachapparatet skal måle på, med lige stor sandsynlighed kan have spin "op" eller spin "ned". På et tidspunkt spørger Wigner sin ven, om Stern-Gerlachapparatet viser op eller ned. Spørgsmålet er nu igen: Hvornår kollaberer bølgefunktionen? Københavnerskolen vil mene, at det sker, idet Stern-Gerlachmagneten tvinger elektronen til at afbøjes enten den ene eller den anden vej i magnetfeltet, og derefter giver et makroskopisk spor ved en af de to følere.

Københavnerskolen har nu delt verden op i to: en makroskopisk verden, som kan beskrives med den klassiske fysik, og en mikroverden, som kun kan beskrives med kvantefysikken. Men hvor går grænsen? Bohr mente, grænsen kunne trækkes forskellige steder og definerede derfor heller ikke nogen grænse. Et problem frem-



kommer, hvis vi tænker tilbage på Heisenberg's gammastrålemikroskop. Vi husker, at hvis vi mente, at vi kunne måle mikroskopets rekyl på klassisk vis, dvs. uden at usikkerhedsrelationen gjaldt, kunne vi også bryde usikkerhedsrelationen på det mikroskopiske plan. Kvantemekanikken krævede her, at mikroskopets rekyl også var begrænset af usikkerhedsrelationen. Kvantemekanikken krævede således at den var en universelt gældende teori; ihvert fald skulle den også være gyldig i forhold til målingen af mikroskopets rekyl. Samtidig kan kvantemekanikken ikke selv redegøre for målesituationen. Det kan bedst ses, hvis vi tænker os en bølgefunktion, som både beskriver elektron og Stern-Gerlachmagnet; altså både objekt og måleinstrument, eventuelt også Wigner's ven og Wigner selv. En sådan bølgefunktion vil naturligvis være meget kompleks, og vi vil naturligvis ikke kunne regne os frem til den. Men den må dog findes, hvis kvantemekanikken skal være universel. Da bølgefunktionen udvikler sig kontinuert i tiden, må vi forestille os, at målingen langsomt bliver mere og mere makroskopisk. Men københavnerskolen kræver, det sker diskontinuert; bølgefunktionen kollaberer. Det er således ikke helt banalt at afgrænse kvantemekanikkens gyldighedsområde.

### 3.1.3 Efter 1935.

Efter 1935 accepteres Bohr's argumentation fra 1927 almindeligvis om ikke som konsistent så dog meget svær at angribe. Einstein accepterede teorien som konsistent. Derimod skiftede debatten karakter og blev mere metafysisk. En del af debatten handlede om, hvilken status kvantepostulatet havde. Var kvantet udeleligt, eller var det muligt at finde såkaldte skjulte variable, som kunne forklare kvantet, og dermed det diskontinuerte i elementarprocesserne? Et andet tema var de erkendelsesteoretiske konsekvenser af kvantefysikken. For Bohr og københavnerskolen blev det centrale forståelsen af bølgefunktionens kollaps, dvs. selve målesituationen. Hvad sker der, når vi måler på en elektron? Hvad er grunden til usikkerhedsrelationen? Det var en udbredt opfattelse, at usikkerhedsrelationen skyldes, at man,

idet man måler, forstyrrer objektet med sine måleinstrumenter, på en måde, som man ikke kan gøre rede for. En sådan opfattelse vil vi kalde en mekanisk fortolkning af usikkerhedsrelationerne. Denne opfattelse ligger til grund for E.P.R.'s kriterium for, hvad de vil kalde for virkeligt ("...uden på nogen måde at forstyrre objektet...").

Københavnerskolen formulerede en helt anden fortolkning. Pascual Jordan var faderen til denne fortolkning, som Bohr senere tilsluttede sig. Ifølge Jordan vekselvirker måleinstrumentet ikke bare med måleobjektet; det skaber simpelthen de egenskaber, der skal måles! Jordan selv formulerede det således:

"....elektronen er tvunget til en beslutning. Vi tvinger den til at tage en bestemt position; før var den i almindelighed enten her eller der; den havde endnu ikke truffet sin beslutning mht. en bestemt position." (Jordan: Erkenntnis 4, p.215-252, her citeret efter Jammer 1974, p.161)

Denne holdning blev som sagt den accepterede i København. Bølgefunktionen i den kvantemekaniske formalisme er den optimale beskrivelse af naturen. Bølgefunktionen beskriver et partikelsystems tilstand i mikrofysikken. Men når vi ønsker at måle på sådanne partikler eller partikelsystemer, så kollaberer bølgefunktionen, fordi vi tvinger partiklen til at give et makroskopisk spor (f.eks. aktivering af et korn på en fotografisk plade).

Hvis vi ser tilbage på den tidligere gennemgang af Bohr's svar på E.P.R.'s artikel, husker vi, at Bohr ikke kunne acceptere E.P.R.'s kriterium for, hvad der kan betragtes som værende virkeligt. Bohr er nominalist, idet han uden videre fraskriver kvanteformalismen nogen virkelig betydning - eller hvis Bohr er realist, er han det i hvert fald ikke i almindelig forstand. I første omgang slipper københavnerskolen dermed ud af nogle besværligheder, som udspringer af, at kvanteformalismen i sig selv mangler det element af diskontinuitet, som målingen er udtryk for. Det er svært at finde belæg i Bohr's skrifter for, at han

afviste enhver realisme på det mikrofysiske område. Derimod har hans assistent i de senere år, Aage Petersen, citeret ham for følgende:

"Der er ingen kvanteverden. Der er kun en abstrakt kvantefysisk beskrivelse. Det er forkert at tro, at fysikkens opgave er at finde ud af, hvordan naturen er. Fysikken angår, hvad vi kan sige om naturen."

Bohr har ikke argumenteret for en total afvisning af en eksisterende virkelighed, men mener ikke, det er fysikkens opgave at beskrive en sådan. Ikke desto mindre mener mange nuværende tilhængere af københavnerskolen, at det er absurd og ligegyldigt at tale om en kvantevirkelighed. Derudover mener de heller ikke det er rigtigt at bruge billeder for at forstå fænomener på det mikrofysiske område. Der er kun en ting, der dur: den kvantemekaniske formalisme. Det er dette, som almindeligvis betegnes "billedforbudet". For disse københavnerskolefolk har arbejdet af Bell, Bohm m.fl. været dødsdømt på forhånd. Bohr's assistent gennem mange år, Leon Rosenfeld, har eksempelvis betegnet Bohm's skjult-variabelteori som "et kortlivet henfaldsprodukt fra det attende århundredes mekaniske filosofi."

Vi mener dog ikke, der er belæg for en så stejl holdning i Bohr's argumentation. Den er ingen steder så streng, at man kan sige, at han definitivt har tilbagevist enhver mulighed for en realistisk opfattelse af naturen (mikrofysikken).

### 3.2 P.A.M. Dirac: Moderat københavnerskolefortolkning.

Cambridgefysikeren Paul Dirac var en af hovedpersonerne bag kvantemekanikkens udvikling mellem 1925 og 1935. Hans vigtigste bidrag til kvantemekanikken er udviklingen af en egentlig kvantemekanisk formalisme byggende på den såkaldte "q-number algebra", samt hans relativistiske kvanteteori for elektronen.

Dirac var i modsætning til Bohr, Einstein, Schrödinger m.fl. ikke synderlig optaget af de filosofiske implikationer af kvantemekanikken. Han var primært interesseret i den teoretisk matematiske udvikling af kvantemekanikken. Alligevel er Dirac's holdning til kvantemekanikken og fysikken interessant i denne sammenhæng. En af grundene er, at Dirac rent faktisk udviklede flere af de mest grundlæggende teorier i kvantemekanikken, og at han i sit bra-ket system udviklede en matematisk simpel metode til at behandle mikrofysikken på. Bra-ket-systemet er den mest anvendte formalisme blandt fysikere, og man kunne derfor også forestille sig, at Dirac derigennem havde påvirket adskillige fysikers opfattelse af kvantemekanikken. En anden grund er, at selvom Dirac ikke ytrede sig direkte om de filosofiske aspekter af kvantemekanikken, så skinner nogle holdninger dog igennem ved Dirac's måde at søge efter nye teorier.

Et godt udtryk for Dirac's holdning til disse forskellige filosofiske diskussioner mener vi fremgår af følgende citat fra Heisenberg's bog "Del og helhed":

"I mellemtiden havde Dirac sluttet sig til vores gruppe; han, der dengang var knap 25 år, havde endnu ikke meget tilovers for tolerance. 'Jeg ved ikke, hvorfor vi her taler om religion' indskød han. 'Når man er ærlig - og det skal man jo som naturvidenskabsmand være frem for noget andet - må man indrømme, at der i religionen udelukkende udtales forkerte postulater for hvilke, der ingen som helst motivering findes i den virkelige verden'"

"'Jeg kan principielt ikke bruge religiøse myter til noget' svarede Dirac, 'allerede fordi de forskellige myter strider mod hinanden. Det er jo et rent tilfælde, at jeg er født i Europa og ikke i Asien, og deraf kan det dog ikke afhænge, hvad der er sandt, og altså heller hvad jeg skal tro. Jeg kan kun tro, hvad der er sandt.'" (Heisenberg 1971)

3.2.1 Dirac's grundfysiske arbejder.

Vi skal her se på nogle af Dirac's grundfysiske arbejder, dels indenfor kvantemekanikken (bra-ket-systemet, den relativistiske kvanteligning for elektroner), dels hans teori for magnetiske monopoler og dels hans overvejelser over kosmologiske konstanter. Vi lader gennemgangen knytte sig tæt til Helge Kragh's "Methodology and philosophy of science in Paul Diracs physics"; IMFUFA-tekst nr. 27, 1980 (i det følgende blot benævnt Kragh). Alle citater herfra er vore egne oversættelser fra engelsk.

Bra-ket-formalismen.

Bra-ket-systemet består af to vektorer i Hilbert-rummet; bra-vektoren ( $\langle |$ ) og ket-vektoren ( $| \rangle$ ). Ket-vektoren beskriver det umålte kvantesystems tilstand, mens bra-vektoren beskriver indstillingen af vores måleinstrumenter. For at få en forventningsværdi, dvs. en sandsynlighed for en bestemt måling specificeret ved bra-vektoren, skal vi gange de to vektorer sammen og tage absolutkvadratet heraf ( $|\langle | \rangle|^2$ ). Forskellige regneregler kan så bruges til behandling af bra- og ket-vektorerne. I Dirac's notation er der således en klar skelnen mellem systemet og os som observatører. Vi må antage, at Dirac mener, at der eksisterer en virkelighed uafhængigt af os. Men denne virkelighed er vi nødsaget til at beskrive meget abstrakt, idet Dirac beskriver den med en vektor i Hilbert-rummet. Imidlertid er bra-ket-formalismen et såre nyttigt og let håndterligt redskab i hænderne på moderne fysikere så der er sjældent nogen, der bekymrer sig om disse bagvedliggende antagelser.

Den relativistiske ligning for elektronen.

Et andet af Dirac's væsentlige bidrag til kvantemekanikken er den relativistiske ligning for elektronen. Gennem hele sin karriere som fysiker havde Dirac som et af sine vigtigste program-

punkter at forene kvantemekanikken og relativitetsteorien, i det mindste til et punkt, hvor de ikke direkte modsage hinanden, og selv nåede han med sin teori for elektronen et stykke af vejen. På det tidspunkt, hvor Dirac begyndte arbejdet med sin teori, havde man spekuleret på to veje ad hvilke den urelativistiske kvantemekanik måske kunne gøres relativistisk. Det ene var at tilføje kvantemekanikken relativistiske korrektioner. Problemet ved disse forsøg var, at de førte til resultater, som var inkonsistente med relativitetsteorien, f.eks. som ikke var Lorentz-invariante. En anden vej at gå var at udvide de kvantemekaniske metoder til det relativistiske område. Dette førte til teorier, som ikke kunne forklare spektroskopiske fænomener, som involverer spin. Dirac søgte derfor efter en teori, som var lige så generel som den urelativistiske kvantemekanik.

Han udarbejdede sin teori udfra generelle principielle betragtninger, hvilket bl.a. vil sige, at bølgeligningen skulle være Lorentz-invariant og af første ordens tidsafledet. Invarians ved forskellige transformationer er et vigtigt redskab ved Dirac's tænkning.

I Dirac's teori benyttes en bølgefunktion bestående af fire komponenter, mens det var vist, at to komponenter var nok til at forklare de to retninger ved elektronens spin. De to af komponenterne var derfor uden fysisk begrundelse. Desuden førte løsningen af Dirac's bølgeligning til, at der kunne eksistere elektroner med negativ energi. Især dette førte til en alvorlig kritik af Dirac's teori, fordi partikler med negativ energi ville opføre sig højst mærkeligt.

Dirac fandt frem til en forklaring, som tog sit udgangspunkt i, at alle de negative tilstande var fyldt op af elektroner ("Dirac havet"). Hvis det lykkedes at excitere en elektron fra Dirac-havet, ville vi opleve det som en positivt ladet partikel, fordi der nu ville være et "hul", dvs. en ubesat tilstand i "Dirac-havet". Dirac identificerede i første omgang denne partikel med protonen, men denne forklaring førte igen til to indvendinger. Dels kunne det vises, at man så ikke kunne opretholde antagelsen

om massebevarelse, som ansås for en grundlæggende betingelse. Dels skulle de mange elektroner i de negative energitilstande betyde en uendelig ladningstæthed, og dermed et uendeligt potentiale. Den første indvending måtte Dirac acceptere. den anden søgte han at forsvare ved at antage, at kun ændringer i det "fyldte Dirac-hav" førte til ændringer i det elektriske potential. Senere fandt man positronen, elektronens anti-partikel, hvad der fik Dirac til at formode, at også protonen havde en anti-partikel.

### Magnetiske monopoler.

Et tredje af Diracs bidrag til fysikken er hans teori for magnetiske monopoler. I den klassiske elektromagnetisme er elektricitet og magnetisme forenet, men på en ikke helt symmetrisk måde. Det skyldes, at Maxwell afviste monopoler i sin teori, fordi der ikke fandtes eksperimentel begrundelse for dem. Men i elektromagnetismens mere moderne formuleringer er der plads til magnetiske monopoler. Dirac viste, at hvis kvantemekanikken blev generaliseret en smule, ville eksistensen af monopoler kunne indpasses heri. Dirac kunne vise, at monopolens magnetiske styrke så måtte være kvantiseret i henhold til følgende:

$$\mu = n \cdot \mu_0 \quad \text{hvor} \quad \mu_0 = \hbar \cdot c / 2e \quad (3.2.1,1)$$

hvor  $n$  er et helt tal. Udover ønsket om en symmetrisk (og dermed smuk) teori, ønskede Dirac også at forklare den elektriske elementarladning. Selvom forklaringen ikke kom på den måde, Dirac havde forventet, viste det sig, at hvis monopoler eksisterede, ville de også levere forklaringen på elementarladningen ved (3.2.1,1). Dirac har således vist, at der ikke eksisterer teoretiske argumenter mod magnetiske monopoler (hvilket er forskelligt fra at sige, at monopoler er en konsekvens af teorien). Derfra slutter Dirac, ligesom han gjorde det for anti-elektronen:

"Under disse omstændigheder ville man blive overrasket, hvis ikke naturen havde gjort brug af det"

(Dirac 1931, efter Kragh p. 46)

Det bekymrede ikke Dirac, at man endnu ikke havde observeret magnetiske monopoler eksperimentelt. Hans forsøgte dog at forklare denne manglende observering af monopolerne ved at vise, at det krævede enorme energier at separere to monopoler.

Teorien var ikke genstand for den store interesse. Der blev kun publiceret meget få reaktioner på hans teori. Da Price et. al. i 1975 mente, de havde observeret en magnetisk monopol i den kosmiske stråling, viste Dirac det heller ikke selv den store interesse. Tilsvarende blev Dirac efter opdagelsen af positronen spurgt, om det gav anledning til glæde og tilfredshed, og han svarede:

"Jeg tror ikke det giver lige så megen tilfredshed, som at få ligningerne til at passe." (Kragh p. 49)

### Kosmologiske konstanter.

I løbet af trediverne blev Dirac mere og mere bekymret over udviklingen inden for kvantemekanikken. Kvanteelektrodynamikken, mente han, fører:

"...til så kompliceret matematik, at man ikke kan løse selv de mest simple problemer akkurat, men må gøre brug af grove og upålidelige approksimationer. Sådan en teori er overordentlig ubehagelig at skulle arbejde med, og af generelle filosofiske grunde føler jeg den må være forkert." (Dirac 1941, efter Kragh p. 50)

13 år senere, efter fremkomsten af renormaliseringsteknikken etc., udtrykker Dirac stadigvæk følgende om kvantefeltteorien:

"Den nuværende kvantefeltteori er kompliceret og grim. Den har intet af den enkelhed og skønhed, som er kendetegnende for en god fysisk teori. Disse karaktertræk



findes i vid udstrækning i den relativistiske mekanik alene og i kvantemekanikken alene, men forsvinder ved vores nuværende metode til at forene de to."

(Dirac 1954, efter Kragh p.50)

Formentlig af denne grund forlod Dirac kvantemekanikken som sit arbejdsfelt i midten af trediverne. Et af resultaterne blev hans teori for kosmologiske konstanter. Udgangspunktet for Dirac's teori var de meget store dimensionsløse konstanter. Her kan nævnes:

$\Gamma = e^2 \cdot G \cdot M \cdot m \approx 2,3 \cdot 10^{39}$	$\Gamma$ : Forholdet mellem Coulomb-kraften og tyngdekraften mellem en elektron og en proton
$\tau_0 = t_0 \cdot m \cdot c^3 / e^2 \approx 7 \cdot 10^{38}$	$\tau_0$ : Universets alder i forhold til den tid, det tager lyset at tilbagelægge en klassisk elektrons diameter ( $T = e^2 mc^3$ )
$\delta = m \cdot c^3 / e^2 \cdot H \approx 10^{39}$	$\delta$ : Universets radius i forhold til den klassiske radius af elektronen
$\mu = \rho \cdot c^3 / H^3 \cdot M \approx 10^{78}$	$\mu$ : Universets masse i forhold til massen af en proton

hvor:

M	er protonens masse
m	er elektronens masse
G	er gravitationskonstanten
e	er elementarladningen
c	er lysets hastighed
H	er Hubble's konstant
$\rho$	er den gennemsnitlige densitet i rummet
$t_0$	er universets alder

Dirac bemærkede, at disse dimensionsløse konstanter faldt i klumper ( $10^0$ ,  $10^{39}$  og  $10^{78}$ ) og mente, at dette var et fundamentalt naturfænomen. Udfra denne analyse gav Dirac sig til at se på forholdene mellem disse konstanter. Til eksempel:  $\tau_0^2 \approx (10^{39})^2 = 10^{78} \approx \mu$ . Dette kunne være et argument for, at antallet af nukleoner i universet ville øges med kvadratet på tiden. Dirac var ikke glad for dette og afviste denne mulighed kort tid efter, men vendte tilbage til den senere. Et andet eksempel er, at  $\Gamma \approx \tau_0$ , hvilket betyder, at e, G, M eller m ændrer sig med tiden. Dirac antog, at det var G, som var omvendt proportional med tiden:  $G \sim \tau^{-1}$ . Han mente, at alle disse store dimensionsløse konstanter er forbundet med hinanden ved simple matematiske relationer. Igen

ser man Dirac's tro på, at matematikken er noget grundlæggende ved naturen.

Dirac's teori blev modtaget med megen kritik, fordi den blev opfattet som det rene tankespind, uden forbindelse til virkeligheden, i modsætning til udledning af lovmæssigheder udfra naturfænomenerne.

### 3.2.2 Dirac's metode og syn på fysikken.

Vi skal her se på Dirac's metode og syn på forholdet mellem natur, fysik og matematik. Under gennemgangen af den relativistiske kvantemekanik så vi, at Dirac søgte en teori, som overholdt generelle principper. En sådan teori (den relativistiske bølgeligning) mente Dirac måtte være Lorentz-invariant og rumme første ordens tidsafledning. Dirac søgte på den måde efter en forening af to fysiske teorier: kvantemekanikken og relativitetsteorien. Dirac mente, at fysikken bør stræbe efter en forenet teori, som beskriver hele fysikken, og at alle specielle teorier skal være konsistente med denne generelle teori. Det betyder ikke, at alle teorier skal kunne udledes af denne generelle teori, men de skal være i overenstemmelse med den. Det betyder heller ikke, at man altid skal foretrække store foreninger i fysikken fremfor en stykvis løsning af problemerne.

I sin søgen efter "generelle" fysiske teorier mente Dirac, at matematikken var grundlæggende, fordi naturen grundlæggende er matematisk. Af den matematik, som matematikere og fysikere kan formulere, vælger naturen den smukkeste og enkleste (af disse to begreber mener Dirac det smukke har fortrin). Disse to ord er meget svære at definere, og er i sidste ende et spørgsmål om smag og tradition.

Et andet væsentligt princip er et, vi kan kalde "fuldstændighedshedsprincippet". Kort fortalt går det ud på, at enhver fysisk mulighed i en generel teori også vil udnyttes af naturen. Det

ses, at dette princip ligger til grund for Dirac's opdagelse af elektronens antipartikel og teorien for magnetiske monopoler.

Teoriernes fysiske indhold er ikke i centrum i Dirac's metode. Det centrale er den matematiske egenskab (skønhed og enkelhed) ved naturen, og det er det, som skal være ledestjernen for den teoretiske fysiker. Eksperimenterne og de fysiske fortolkninger kommer i anden række, som en metode til at konfrontere teorien med naturen. Selv hvis der kan findes eksperimentelt "modbevis" mener han ikke, at teorien nødvendigvis skal droppes. Denne opfattelse er helt i modstrid med den almindelige opfattelse af, at eksperimenterne giver anledning til udvikling af nye teorier (eksperimentel induktiv metode), og den fører nærmere til en opfattelse af, at teorierne skaber nye eksperimenter.

På trods af, at Dirac havde denne opfattelse af matematiks centrale rolle, havde han ikke nogen stram og rigid holdning til matematik, men betragtede nærmere, ligesom Heaviside (der oprindeligt opfandt  $\delta$ -funktionen) matematikken som en eksperimentel videnskab. Dette kan bl.a. ses i Dirac's udvikling af  $\delta$ -funktionen, som matematikerne ikke syntes om, fordi de ikke fandt den konsistent med den øvrige matematik, og i hans teorier for kosmologiske konstanter. Dirac argumenterede for sin  $\delta$ -funktion på følgende måde:

"Uanset dette [at  $\delta$ -funktionen ikke er en rigtig funktion] kan man bruge  $\delta(x)$  som om den var en rigtig funktion til praktisk talt alle kvantemekanikkens formål, uden at få forkerte resultater."

(Dirac 1927, efter Kragh p.83)

Dirac bruger begrebet "natur" meget. Han bruger det nærmest på samme måde som Einstein bruger begrebet "gud". "Gud" kan have skabt verden på den eller den måde. I det hele taget må man sige, at Einsteins og Diracs syn på matematikkens og eksperimentets rolle i den teoretiske fysik ligner hinanden.

Dirac mener til gengæld ikke, at de fysiske love styrer naturen på den måde, som vores mentale billeder synes at vise. F.eks. skriver Dirac:

"Naturens fundamentale love styrer ikke verden, som den viser sig i vores mentale billeder, på nogen særlig direkte måde, men istedet kontrollerer de et substratum om hvilket vi ikke kan forme mentale billeder uden at indføre irrelevante elementer."

(Dirac 1930, efter Kragh p. 26)

Udfra dette mener vi at kunne sige, at Dirac's opfattelse af begrebet "natur" ikke skal forstås som et udtryk for, at der eksisterer en virkelighed, som vi kan danne os mentale billeder af. Der er derimod tale om en forståelse af begrebet "natur" som en virkelighed (et "substratum"), som ikke kan opfattes med mentale billeder, men er ret abstrakt.

### 3.3 David Bohm: Helheden og den indfoldede orden.

David Bohm er, som det blev beskrevet i kapitel 2, den som lavede den første skjultvariabelteori, og den som omformulerede E.P.R.'s tankeeksperiment til en praktisk afprøvelig form: spinmålinger på de to partikler. Men Bohm har derudover også især i de senere år udviklet sin egen fortolkning af kvantemekanikken, eller måske nærmere den nyere fysik, fordi Bohm til en vis grad forsætter i Einsteins fodspor for at udvikle en forenet feltteori.

Hvor Bohr og københavnerskolen fokuserer meget på sproget og dets begrænsninger for vores muligheder for at erkende, fokuserer Bohm først og fremmest på tanken og dens begrænsninger for vores muligheder for at erkende. Sproget er naturligvis centralt også for Bohm, men han bruger det nærmest som et sted hvor den menne-

skellige tænkings historie kan analyseres. Det skyldes, at vores tænkning naturligtvis har sat sig spor i vores sprog.

### 3.3.1 Fragmentering og helhed.

En vigtig egenskab ved vores tænkning er fragmenteringen. Fragmentering vil sige, at vi mener at kunne opdele verden i mindre dele, som vekselvirker. På den ene side er fragmentering i mange tilfælde nødvendig for at tænke. Eksempelvis mener Bohm, at det tidspunkt, hvor mennesket kunne skelne mellem sig selv og naturen, var et væsentligt fremskridt for den menneskelige tænkning. Men hvis denne fragmentering misbruges sætter den nogle væsentlige grænser for vores tænkning. Vi tror tit, at fordi vi tænker fragmentarisk så er verden også fragmentarisk indrettet. Mennesket bruger altså tankens fragmentering som en opfattelse af verden og mennesket egen placering i verden. Mennesket får således en fragmentarisk selvforståelse, og derfor begynder det selv at splitte verden op, uden egentlig at være klar over det. Det paradoksale ved dette er, at mennesker har en indre længsel efter helhed (ordet helbred er således afledt af ordet hel!). Det er altså vigtigt, at vi indser, at fragmentering "bare" er en måde at tænke på, som især er nyttig på praktiske og tekniske områder, men som ikke dermed giver et "ægte" eller fuldstændigt billede af verden.

### 3.3.2 Om orden, mål og struktur i fysikken.

Den klassiske fysik bygger på en bestemt orden og et bestemt mål. Vi kunne kalde den: den kartesianske og absolutte tids mål og orden. Alt kan beskrives i det kartesianske koordinatsystem. Den euklidske geometri gælder, og der eksisterer en absolut tid, som er uafhængig af rummet. Udfra en sådan orden og et sådant mål er bestemte strukturer mulige. Det karakteristiske ved denne struktur er forestillingen om, at alle ting kan beskrives ved det

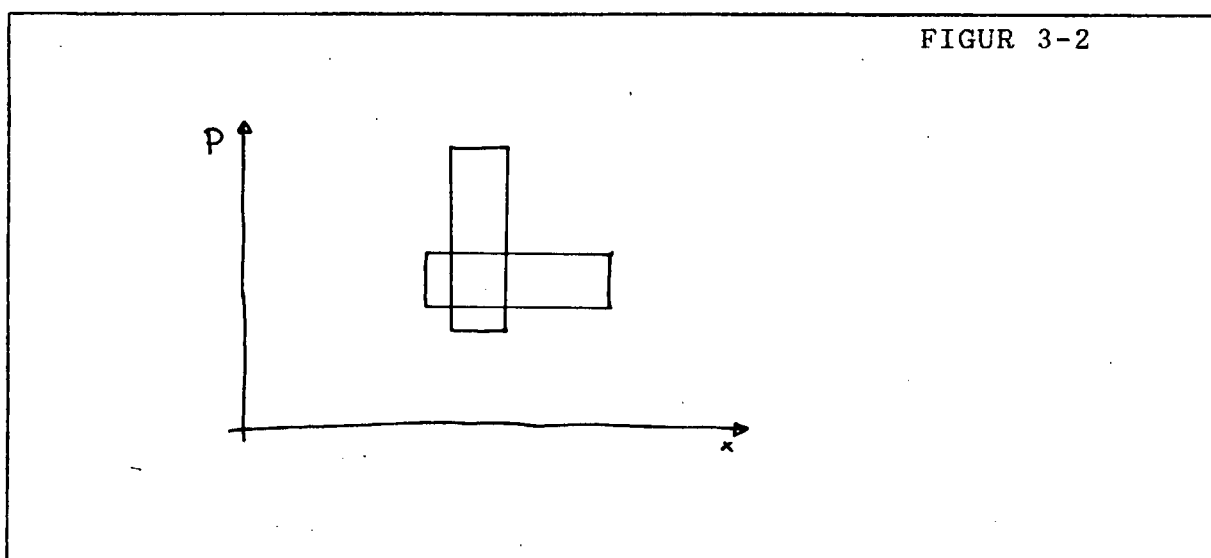
tilnærmelsesvist faste legeme eller den udstrækningsløse partikel. Fysikkens love udtrykker så forholdet mellem disse partiklers bevægelse. Fysikken rummer også kausale love, således at enhver udefra kommende forstyrrelse forårsager en specificérbar virkning. Lovende er deterministiske, idet systemet kan beskrives fuldstændigt udfra dets begyndelsestilstand.

Relativitetsteorien er den første til at sætte spørgsmålet ved en klassiske fysiks orden og mål. Einstein indså, at lysets hastighed var noget specielt. Det var ikke muligt for en partikel at have lysets hastighed. Lysets hastighed var snarere en horisont, vi aldrig kunne nå. Relativitetsteorien indfører et relativistisk tidsbegreb: tiden er relativ i forhold til referencesystemets hastighed. Denne nye tidsorden medførte også nye strukturer. Indenfor relativitetsteorien kunne man ikke bruge ideen om faste legemer, idet det ville medføre hastigheder større end lysets. Men heller ikke ideen om udstrækningsløse partikler er tilfredsstillende, fordi det vil medføre uendelige felter.

Bohm mener istedet, at faste legemer skal udtrykkes som begivenheder eller bevægelse. Han illustrerer dette ved at erstatte ordet "verdenslinie" (en partikels koordinater i et rum-tidsdiagram) med "verdensrør". Indeni røret er en uendelig kompleks proces igang. Udenfor røret kan dets påvirkning af andre "rør" skrives som "pæne" felter etc. Einstein arbejdede som bekendt på en forenet feltteori, hvor partikler var steder, hvor feltet var særlig intenst; de såkaldte singulariteter. Vi ser altså, at relativitetsteorien også fører til et opgør med strukturen i den klassiske teori (at alt kan deles op i selvstændige men vekselvirkende dele), fordi feltets singulariteter bliver svagere og smelter sammen med andre singulariteter. Vi er snarere nødt til at beskrive verden som en udelt helhed, mener Bohm.

Kvantemekanikken kom senere til i mindst lige så væsentlig grad at revidere den klassiske fysiks struktur på mange af de samme punkter som relativitetsteorien. Men på vigtige punkter, hvor der var forskelle, var det umuligt at tilpasse de to nye teorier til hinanden. Den diskontinuitet, som virkningskvantets

udelelighed medfører, er en første meget umiddelbar ændring af den klassiske struktur, hvor alt kan beskrives kontinuert. Bølgefunktionen rummer en anden væsentlig ændring af den klassiske struktur. Bølgefunktionen beskriver et systems muligheder i en given situation. Kvadratet på bølgefunktionen udtrykker sandsynligheden for disse forskellige muligheder. Dermed bliver sandsynlighedsbegrebet et helt anderledes centralt begreb i fysikken. I den klassiske fysik er sandsynlighedsbegrebet et udtryk for en manglende viden om systemet. I den kvantemekaniske struktur er det noget mere fundamentalt.



Et vigtigt brud med strukturen i den klassiske fysik udtrykkes i Heisenbergs usikkerhedsrelationer. De sætter en grænse for, hvor præcist vi kan observere to kanonisk konjugerede observable samtidig. Hvis vi ser på figur 3-2 siger Heisenbergs usikkerhedsrelation, at arealet af de figurer, som sætter grænsen for præcisionens nøjagtighed er  $h$ . Også i den klassiske mekanik kan der forekomme vekselvirkninger mellem objekt og måleinstrument, men her antages det, at vi ved hjælp af teorier kan korrigere for disse vekselvirkninger. Den klassiske determinisme er således begrænset i kvantemekanikken. Det, der i kvantemekanikken bestemmer firkantens form i faserummet, er målebetingelserne. Bohm tager dette som et udtryk for en udelt helhed. Det giver ingen mening at analysere måleopstillingen (splitte opstillingen op i enkelte dele), det er nødvendigt at betragte den som et hele.

Den udelte helhed betyder, at den klassiske fysiks struktur (at man kan analysere verden som bestående af enkelte dele, som vekselvirker) må opgives. Her er Bohm helt på linie med Bohr.

### 3.3.3 Kvantte- og relativitetsteoriens forening.

Det er som tidligere nævnt ikke nemt at forene kvanteteorien og relativitetsteorien, tiltrods for, at de begge ser nogenlunde de samme begrænsninger i den klassiske fysiks orden og struktur. Men de er i deres erstatninger af den klassiske fysik, som vi skal se, noget forskellige og ikke forenelige.

Signalbegrebet er helt centralt i relativitetsteorien. Hvis vi ser på en afsender og en modtager af et sådant signal, så kræver relativitetsteorien, at et sådant signal kan modtages og afsendes kontinuert idet det bevæger sig fra en singularitet i det forenede felt til en anden singularitet. Kvantemekanikken forudsætter, at noget sådan sker diskontinuert, jævnfør kvantiseringen af en elektrons energitilstande i et atom. Relativitetsteorien kan altså ikke indpasses i kvantemekanikken og kvantemekanikkens tilstandsbegreb kan ikke indpasses i relativitetsteorien.

Bohm mener, at de nuværende forsøg på at forene relativitetsteorien og kvantemekanikken, som eksempelvis kvantefeltteorien, er utilfredsstillende, selvom han medgiver, at den i det væsentligste giver korrekte forudsigelser. Men han mener, at teorien rummer alvorlige modsigelser og har en del vilkårlige træk. Det betyder, at teorien lader sig tilpasse kendsgerninger på samme måde som epicyklerne kunne tilpasses de iagttagede planetbaner på en nærmest tilfældig måde i antikkens og middelalderens astronomi, hvorved f.eks. grækerne kunne opretholde deres orden (den himmelske sfære var fundamental forskellig fra den jordiske sfære, og den skulle beskrives ved cirkler). I den forstand er Bohm enig med Dirac.



Bohm ser situationen på den måde, at det er demonstreret, at den gamle orden ikke holder, og man har formuleret nye kendsgerninger rent matematisk. Men vi mangler at finde en ny orden. Han skriver bl.a.:

"Vi har endnu ikke befriet os fra den gamle orden i tænkning, sprogbrug og iagttagelse. Vi mangler således at få øje på en ny orden. Som hos Galilei må dette indebære at kunne se nye forskelle, så man erkender at meget af det, som man har ment var grundlæggende i de gamle ideer, er mere eller mindre korrekt men ikke af primær betydning."

#### 3.3.4 En ny orden: Den indfoldede orden.

For at nå frem til en ny orden fremhæver Bohm her nogle sider af det tidligere skrevne, som ligger tæt op af Bohr's synsvinkel. Han mener, at vores iagttagelser ikke kan skelnes fra observationsmetoden, apparaterne og den teoretiske forståelse. De er en udelte helhed. Hvis vi ser på linsen som et apparat til at gøre observationer med i fysikken, så har den forstærket den klassiske fysiks forestilling om orden og struktur. Det skyldes, at der er en en-til-en struktur mellem det objekt, vi ser på og det billede, vi får frem gennem linsen. Hvert punkt på objektet har sin analogi på billedet bagved linsen. Det har således ledt den klassiske fysik's fysikere til at tro på deres ide om, at verden kan analyseres i selvstændige vekselvirkende dele. En sådan orden kalder Bohm for udfoldet.

Holografiet er et eksempel på et apparat, som understreger den udelte helhed. Ved holografiet er det således ikke sådan, at et bestemt punkt på holografiet svarer til et bestemt punkt på objektet. Denne type apparater er blevet mere almindelige ved kvantemekanikkens gennembrud. Spredningsforsøg er netop et eksempel på en sådan observationsmåde. Hver del af holografiet afbilder

helheden. Vi kan sige, at hver del rummer helheden indfoldet i sig. Bohm kalder denne orden den indfoldede orden.

Bohm giver et andet billede på den indfoldede orden. Dette billede illustrerer overgangen mellem den indfoldede og den udfoldede orden. Vi skal forestille os to koncentriske cylindre med en sej væske imellem (eksempelvis glycerol). Vi kan rotere den ene cylinder i forhold til den anden om deres fælles akse på langs. Hvis vi placerer en blækdråbe i den seje væske (vel at mærke blæk, som ikke opløses i væsken) og drejer rundt, vil blækdråben blive trukket ud i væsken. Dråben vil således blive til en grå masse i væsken, og hvis vi drejede uendeligt mange gange rundt, ville den blive jævnt fordelt i væsken. Dette kan betragtes som den indfoldede orden, fordi dråben nu er spredt i hele mellemrummet. Analogien til hologrammet gælder ikke helt (vi siger derfor, at det er et billede på den indfoldede orden), fordi vi kunne, hvis vi ville, analysere dråbens bestanddele punkt for punkt i den seje væske. Hvis vi nu drejede cylinderen den modsatte vej rundt, ville vi kunne opnå at samle dråben igen. Vi kan således bruge det som et billede på en jævn overgang mellem den indfoldede og udfoldede orden. Endelig kunne vi forestille os, at vi placerede en dråbe i væsken og drejede cylinderen mange gange rundt (i princippet uendelig mange gange rundt), således at dråben var helt tværet ud i væsken, hvorpå vi placerede en anden blækdråbe i væsken. Hvis vi drejede cylinderen den modsatte vej rundt, ville vi til sidst få samlet den første dråbe og spredt den anden. Ingen af dråberne kan være udfoldet samtidig. Dette kan bruges som et billede på Bohr's komplementaritetsbegreb.

Som tidligere nævnt har den klassiske fysik beskæftiget sig med den udfoldede orden. Det kartesianske koordinatsystem har haft til opgave at beskrive den udfoldede orden. Både relativitetsteorien og kvantemekanikken har vist behovet for at betragte den indfoldede orden som den primære relevante. Man må forestille sig, at man i fysikken må udvikle en anden beskrivelsesmåde end de kartesianske koordinater.

Det diskontinuerte i kvantemekanikken kan også beskrives med billedet af blækråber i den seje væske. Vi placerer en dråbe, roterer cylinderen  $n$  gange, placerer en ny dråbe lidt foran den første og drejer cylinderen  $n$  gange. Vi gentager dette nogle gange. Hvis vi nu drejer cylinderen hurtigt den modsatte vej vil vi umiddelbart se det som en kontinuert bevægelse af en partikel gennem væsken. Men det er kun fordi vores øjnes opløsning ikke kan skelne de forskellige udfoldningssteder i rækken. Dette illustrerer, at det ikke giver nogen mening at tale om partikelbaner på kvantenivauet, fordi imellem de eksponerede korn på den fotografiske plade er "elektronen" indfoldet, svarende til, at dråben er spredt i væsken. På samme måde kan de mærkelige kvantespring beskrives.

E.P.R. paradokset kan forstås udfra, at korrelationen mellem de to partikler skabes, fordi de to partikler "befinder" sig på et indfoldet virkelighedsplan. Aspect-eksperimenterne er så sindrige, at de faktisk kan registrere denne korrelation på det udfoldede plan.

Bohm giver os på denne måde en mulighed for rent intuitivt og visuelt at forstå nogle af kvantemekanikkens paradokser. Bohm og hans medarbejdere har forsøgt at udvikle hypotesen om den indfoldede orden til en egentlig matematisk teori.

Ord som teori og hypotese er ord, vi forbinder med forsøget på med tanken at erkende virkeligheden. En teori er en måde at betragte verden på, og ikke, som det oftest gøres til, en form for viden om hvordan verden er. En hypotese er antagelse eller en ide, udfra hvilken vi med tanken kan skabe en teori. Bohm mener ikke man kan føre bevis for at en hypotese er universel. Da vores teorier bygger på hypoteser, ser vi altså, at en opfattelse af, at nogle teorier er sande og andre usande, er absurd. Teorier kan vise sig at være rimelige til forklaring af visse områder og utilstrækkelige til andre. Eksempelvis kan man ikke sige, at den klassiske fysik er usand og den nye fysik er sand. Det er snarere sådan, at den klassiske fysik er begrænset ved sin måde at se verden på. Kvantemekanikken og relativitetsteorien ser på verden

på en anden måde, som har et større gyldighedsområde. Men altså ikke almengyldigt.

Bohm er altså enig med E.P.R. i det urimelige i påstanden om kvantemekanikken fuldstændighed. Omvendt lægger Bohm ligesom Bohr vægt på forskellen mellem teori og virkelighed. Bohm vil formentlig være enig med Bohr i dennes skelnen imellem, hvad vi kan sige om naturen og hvad den er, som det kommer til udtryk i det tidligere Aage Petersen citat. Men han vil afgjort være uenig i københavnerskolens konklusion: lad os droppe al den realisme-snak. Bohm ville sige, javel fysikken er om hvad vi kan sige om naturen, men vores fysiske teorier bygger på hypoteser mht. naturen.

Den største forskel mellem Bohm og københavnerskolen er en forskel i attitude. Bohm "tillader" sig at danne sig billeder af, hvad der sker på kvanteniveauet. Han indser ligesom Bohr, at sproget naturligtvis sætter nogle grænser for vores erkendelse, men mener i højere grad end Bohr, at det er muligt at udvikle sprogets begreber, så de kan bruges i forhold til kvanteniveauets virkelighed. Bohm er således realist omend ikke på samme "naive" måde som E.P.R. Han tager i højere grad de erkendelsesmæssige konsekvenser af relativitetsteorien og kvantemekanikken alvorligt.

### 3.4 Mangeverden-teorien.

Her til sidst i dette kapitel skal vi ganske kort behandle mangeverden-teorien som et eksempel på en af de mere "vilde" teorier, der er udviklet, og som tit er dem, der når offentligheden. Grunden til, at vi har valgt en sådan teori, er derfor også, at det tit vil være teorier af denne slags, eleverne har hørt om.

Mangeverden-teorien blev oprindeligt udarbejdet af Hugh Everett III i 1957. Formålet var, ligesom for københavnerskolen, at slippe uden om visse ubehageligt uforståelige træk ved kvantemekanikken, først og fremmest omkring bølgefunktionens kollaps. Teorien blev genstand for interesse fra en gruppe fysikere, som ønskede at forene kvantemekanikken med den generelle relativitetsteori. I en sådan forenet teori mente de ikke, der var plads til en skelnen mellem måleinstrumenter og måleobjekter. Den generelle relativitetsteori kræver, at begge dele beskrives i samme teori. Til gengæld mente de ikke, at diskrete fysiske værdier i et lukket system var i modstrid med den generelle relativitetsteori.

Problemet var altså at skabe en fortolkning af målesituationen, hvor der ikke skelnes mellem måleobjekt og måleinstrument på samme måde som i den traditionelle fortolkning af kvantemekanikken (københavnerskolen). Man slipper for denne skelnen, hvis man kan bortforklare bølgefunktionens kollaps. Tilhængerne af mangeverden-teorien antager derfor, at idet vi måler, splitter universet op i alle de mulige udfald. Vi ser bare kun det ene udfald af målingen. På den måde synes det for os, som bølgefunktionen kolliderer. Men vi bliver "snydt", fordi vi kun opholder os i et af de mange universer.

Udover det absolut mystiske i denne fortolkning er der også forskellige indvendinger. For det første er spørgsmålet, hvordan vi skal forstå målinger på objekter, som har fysiske observable, hvis egenværdier ligger i kontinuerte bånd; altså hvor det mulige udfald er kontinuert. Skal det forstås som en række "universer" liggende meget tæt op ad hinanden, eller er det et univers? Et andet spørgsmål, man kunne stille sig, var hvorfor observatøren befinder sig i netop det ene univers, hvor det faktiske udfald af målingen findes.

Vi mener, at det er uhensigtsmæssigt at drage så vidtgående konsekvenser for at forene kvantemekanikken og den generelle relativitetsteori. At det er en hel uholdbar form for realisme

illustreres vist bedst af dette citat fra J.C. Polkinghorne's bog "The Quantum World":

"'Er du ombord på et fly, som er ved at styrte ned?' spørger de. 'Vær ikke bange, der er andre verdener i hvilke kvantefluktuasjonerne er gået i andre spor, som forebygger styrtet. Kulstofkopierne i disse verdener vil fortsat leve'" (Polkinghorne 1986, p.68)

### 3.5 Opsamling.

I det foregående har vi forsøgt at afklare forskellige skolars forhold til konsekvenserne af grundlagsproblemet. Vi skal nu sammenfatte disse opfattelser, dels i forhold til de temaer i naturfilosofien, vi nævnte i dette kapitels indledning, dels i forhold til de mere populære varianter af diskussionen og den pædagogiske sammenhæng.

#### 3.5.1 Den naturfilosofiske diskussion: Vore begreber og "virkeligheden".

##### Realisme/nominalisme.

"Realisme" og "realistisk" er vigtige udtryk i grundlagsdiskussionen, som vi har set i dette og det foregående kapitel. Modsætningen til realisme er nominalisme, ikke f.eks. idealisme: Realismediskussionen handler ikke om, hvorvidt der findes en materiel verden eller ej, og heller ikke om "sand" eller "falsk" bevidsthed, men derimod om indholdet og karakteren af vore begreber.

Denne diskussion kan følges helt tilbage til antikken, hvor såvel Platon som Aristoteles beskæftiger sig hermed (se f.eks.

Ludvigsen 1987). Spørgsmålet de stiller er (bl.a.), hvorvidt begreberne (universalia: begrebet "hest", f.eks.) er reelle? Platon mener ja, men de er transcendent, dvs. at begreberne eksisterer som overordnede og selvstændige ideer i deres egen "ideverden". Aristoteles mener også ja, men hævder at begreberne er immanente, dvs. at de findes i verden og "bor" i tingene (enhver hest indeholder begrebet "hest").

I senmiddelalderen - hvor al videnskab foregår i kirkeligt regie, men fortsat på platonisk og aristotelisk grundlag - tages diskussionen op i en ny form af William af Ockham, som hævder at nej, begreberne er ikke reelle, hverken i betydningen selvstændigt eksisterende eller tingene iboende: Begreberne er blot vore navne for tingene. Denne opfattelse kaldes nominalisme, og den såkaldte "universaliestrid" omkring status af universalia - realisme versus nominalisme - bølgede længe frem og tilbage, indtil William af Ockham og nominalisterne gik af med sejren. (William af Ockham er i øvrigt ham med ragekniven: Kriteriet om, at en teori ikke bør indeholde flere begreber end strengt nødvendigt, dvs. at man skal bortskære parametre, der ikke er logisk betingede af resten af teorien. Man ser også her, hvilken status begreberne har ifølge William: Vi navngiver dem selv, og kan frit vælge de ud, vi ønsker at benytte).

I det 19. århundrede førtes den nominalistiske tradition videre af bl.a. Hume, som mente, at selv begreber som årsag og virkning blot var vore etiketter. Også den kantianske filosofi, og den berømte "Ding an sich", som ikke kan sanses eller erkendes, knytter an til denne debat. I det 20. århundrede har først og fremmest den logiske positivisme stået som eksponenter for nominalismen, med dens strenge krav om at holde sig til det, der kan måles eller udledes logisk, og om at undgå metafysiske udsagn.

Hensigten med denne korte (desværre nok også rigeligt overfladiske) historiske ekskurs er at vise, hvorledes forskellige positioner i kvantedebatten har deres rødder og paralleller tilbage i gamle diskussioner.

Bohr er således tydeligvis nominalist, ganske særligt i Aage Petersen's citat, i og med at han fraskriver kvanteformalismen enhver betydning ud over den at fungere som værktøj for vore beregninger og forudsigelser angående det sandsynlige udfald af givne eksperimenter. "Kvantemekanikken angår hvad vi kan sige om naturen", siger Bohr. Hermed er ikke sagt, at han benægter at der findes en materiel virkelighed, men denne virkelighed som sådan er ihvertfald ikke kvantemekanisk som sådan; den er beskrevet af os ved hjælp af kvanteformalismen og ved hjælp af vore klassisk, makroskopisk funderede begreber, som er ganske utilstrækkelige til at beskrive kvanteniveauet, men som er det eneste vi kan have. Komplementaritetsbegrebet understreger dette: Ved hjælp af flere forskellige, komplementære beskrivelser kan vi gøre os håb om at få en bedre fornemmelse hvad kvantemekaniske observationer indebærer, men enkeltvis er vore begebenheder slet ikke dækkende. Af dette følger også det såkaldte billedforbud: Man må ikke forestille sig elektronen som en lille hård kugle, ej heller som en bølgepakke eller en sky uden om en atomkerne - man må slet ikke danne sig sådanne billeder, for hvert af dem fanger kun nogle få aspekter ved elektronen, og gør een blind overfor andre aspekter. Det eneste sikre er at holde sig til kvanteformalismen, som er ganske billedfri, for kvanteformalismen tillader os i det mindste at opstille nogle sikre forudsigelser og sandsynlighedsfordelinger for vore målinger på elektronen.

Einstein, derimod, er realist (i aristotelisk forstand, mere eller mindre), med det virkelighedskriterium, E.P.R. artiklen opstiller. Her henvises der til, at vi under passende forudsætninger - nemlig når vi kan forudsige noget med 100 % sikkerhed - kan gå ud fra, at vore begreber korresponderer med virkelige træk ved dette "noget": At begrebet "impuls" udtrykker et virkeligt eksisterende træk ved elektronen, f.eks., således at elektronen har en impuls af en given størrelse, uafhængigt af vor beskrivelse heraf.

Dirac taler om et "substratum", under den sansbare virkelighed, hvortil vor forestillingsevne ikke rækker. Ket-vektorerne



er udtryk for dette substratum, og det er også på dette niveau, naturlovene opererer. Men det vigtigste for Dirac er at afdække matematikken i naturen - han ser nærmest naturen (substratum) som matematisk, og matematikken som den formende faktor. Man kan f.eks. tænke på hans "fuldstændighedsprincip": Formodningen om, at når den matematiske formalisme viser en mulighed for en partikel eller en sammenhæng, så har naturen efter al sandsynlighed også udnyttet denne, uanset om man eksperimentelt har bekræftet det. Sådanne teser ligger tæt op ad den platoniske realisme.

Bohm har også en klart realistisk tilgang i sine forsøg på at nytolke kvantemekanikken. Fortolkningen af Schrödingerligningen som en reelt eksisterende "pilotbølge" for partiklen er således stik imod københavnerskolen, og i det hele taget udtrykker forsøget på at udvikle en holdbar teori for skjulte variable "under" kvantemekanikken grundlæggende et ønske om at kunne fortolke verden som reelt eksisterende, og begreberne som havende et virkeligt indhold, frem for at de blot skulle være matematiske hjælperedskaber. Lige som Dirac forestiller Bohm sig et "substratum" - han kalder det subkvanteniveauet, og det har en ganske anden karakter end Dirac's, men alligevel - et niveau under den verden, vi kan sanse og erfare, men med reel virkning herpå. Modsat Dirac tilskriver Bohm imidlertid dette subkvanteniveau reelle egenskaber, f.eks. holobevægelse og indfoldede ordener, hvor Dirac's substratum tilsyneladende først og fremmest er et niveau af muligheder og matematiske abstraktioner. Det ses, at Bohm's opfattelse på mange måder ligner Einstein's "aristoteliske" realismebegreb.

Endelig har vi Everett og mangeverden-teorien, som i denne sammenhæng næsten er den sværeste at behandle. På den ene side fristes man af deres ikke-tællelige antal af virkeligheder til nærmest at betragte dem som "ekstrem-realister", men på den anden side bygger selve ideen jo netop på en ekstrapolation af københavnerfortolkningen til et punkt, hvor den kendsgerning, at kvantemekanikken ikke kan beskrive bølgefunktionens kollaps, ikke længere er vigtig, fordi alle mulighederne realiseres alligevel. Imidlertid mener vi ikke at kunne se den samme forsigtighed med

hensyn til bølgefunktionens reelle betydning her som hos københavnerskolen - begrebsligt set må man nok sige, at de opfatter bølgefunktionen som væsentligt mere end et blot og bart matematisk værktøj, dvs. væsentlig mere reel.

### Hvornår er teorier "gode" ?

En væsentlig del af diskussionen og kritikken mod kvantemekanikken har anfægtet dens kvaliteter som teoribygning betragtet - ikke teknisk, for der er fuldkommen enighed om kvantemekanikkens kvaliteter som værktøj, men filosofisk, fordi den så hårdnakket benægter, at det nogensinde skulle være muligt at få mere at vide end den kan fortælle, og fordi den på en nogle punkter synes at klare vanskeligheder og paradokser simpelthen ved at erklære dem irrelevante eller ikke-eksisterende.

Et af angrebepunkterne, som ikke mindst Einstein bearbejdede grundigt, er indeterminismen, som følger af kvantets udelelighed og usikkerhedsrelationerne. Dette er baggrunden såvel for E.P.R. artiklens påstand om ufuldkommenhed som for Bohm's og andres forsøg på ved hjælp af skjulte variable at komme frem til en deterministisk forklaring på kvantefluktuationer. Det er selve naturvidenskabens grundlæggende selvforståelse, der her er på spil, så frustrationerne er ikke så mærkelige: Siden antikken har formålet med videnskaben været at finde årsagerne til, at ting sker - men kvantemekanikken påstår ganske enkelt, at sådanne årsager ikke findes, og at det ikke nytter at lede, og en sådan påstand må naturligvis bevirke en fornemmelse af, at tæppet rives væk under ens fødder.

Et andet kritikpunkt, som særlig Dirac har fremhævet, men som mange har forsøgt at løse, er uforeneligheden af kvanteteorien med den generelle relativitetsteori. Også dette forhold binder i kvantets særegne egenskaber, i dette tilfælde først og fremmest diskontinuiteten, der følger af kvantespringet. Selv om såvel relativitetsteorien som kvanteteorien for så vidt bringer det klassiske paradigme - opdeleligheden af fænomenerne i enkeltde-

le, der vekselvirker - til opløsning, til fordel for en mere sammenhængende beskrivelse, så sker dette ud fra helt forskellige præmisser. Relativitetsteorien arbejder med feltligninger, og betoner kontinuitet, lokalitet og kausalitet, mens kvanteteorien betoner præcis de modsatte egenskaber. To vigtige kriterier for, om fysiske teorier er "gode" - fyldestgørende, smukke, overbevisende - er dels, at nye teorier skal kunne forklare det samme som de hidtidige plus noget mere, og skal have de gamle teorier i sig som grænsetilfælde, og dels at de skal harmonere med andre teorier, der bringer forståelse til andre delområder af virkeligheden, eller ihvertfald ikke være i modstrid med disse. Det første kriterium opfylder kvantemekanikken på glimrende vis, men det kniber svært med det andet. Siden Dirac udarbejdede elektronens relativistiske bølgeligning er der ganske vist sket en del, men Dirac's indvendinger mod kvanteelektrodynamikken gælder fortsat: Den indeholder mange ad hoc antagelser, som ikke kan begrundes fysisk, og den kræver nogle tvivlsomme matematiske kunstgreb, for ikke at ende i divergenser og singulariteter hele tiden. Den er med andre ord ikke nogen særlig smuk teori, selv om den i praksis viser sig at virke.

Et tredje kritikpunkt mod kvantemekanikken er dens manglende evne til at behandle selve målingen - bølgefunktionens kollaps. Dette har på den ene side ført til teorier som den her omtalte mangeverden-teori, hvor man simpelthen ophæver problemet. Københavnerskolen benægter ligeledes, at der er tale om et problem: Fordi man kun betragter kvantemekanikken som et værktøj uden virkelig betydning, kan man også tillade sig at sige, at værktøjet jo netop er beregnet på at forudsige resultatet af en måling, og at det ikke af den grund behøver at skulle sige noget om målingen som sådan. Bølgefunktionen kollapser, men det vedrører jo ikke værktøjet. For folk med en mere realistisk indstilling til bølgefunktionen er denne fortolkning imidlertid ikke tilfredsstillende, og man kan da også sige, at E.P.R.'s paradoks netop vedrører dette kollaps: At det tilsyneladende sker momentant, uanset om systemet, der er beskrevet ved bølgefunktionen, er udstrakt i rummet.

Endelig som et sidste punkt skal vi også komme ind på en mere generel diskussion om teoriers kvalitet: Forholdet mellem matematisk skønhed, som f.eks. Dirac fandt så vigtigt, og fysisk forståelighed ("Anschaulichkeit"), som bl.a. Bohr betoned kraftigt. Disse to kvaliteter har visse ting fælles: F.eks. kravet om enkelhed (som også udtrykkes i Ockham's rasekniv) og om klarhed. Men de er også i nogen grad modstridende: Anskuelighed og forståelighed fordrer en vis nærhed til de begreber, man anvender almindeligvis til at forstå og anskue med, mens den matematiske skønhed ofte opnås gennem en meget høj grad af abstraktion. Bohr vægter således den fysiske forståelse/fornemmelse af teoriens betydning og indhold, og må derfor beskrive den i klassiske, komplementære termer. Dirac søger at undgå de tvetydigheder, der nødvendigvis må være forbundet med en verbal forståelse og en intuitiv anskuelighed, og stræber i stedet efter en klar og utvetydig matematisk formulering af teorien, i første omgang uden at skele særligt til det fysiske betydningsindhold af de matematiske symboler, selv om dette nødvendigvis medfører, at kun matematiske specialister har en mulighed for at få del i denne klarhed.

Af den ovenstående gennemgang kunne man få det indtryk, at kvantemekanikken faktisk ikke er nogen "god" teori - der er i sandhed mange kritikpunkter. Imidlertid har kvantemekanikken en stor fordel, som opvejer megen kritik, og som bevirker, at diskussionen om kvantemekanikkens grundlagsproblem ikke netop regnes for det vigtigste emne i fysikken: Den virker, og den virker over et utrolig stort felt af fænomener og størrelsesordener. De fleste vælger derfor at undlade at bekymre sig om filosofien bag teorien, så længe der ikke derved opstår problemer i den praktiske anvendelse - og det er der ikke noget, der tyder på vil ske.

### 3.5.2 De populærvidenskabelige og pædagogiske aspekter.

På baggrund af de ovenstående punkter er der ikke noget at sige til, at spillerummet for smarte og opsigtsvækkende fortolkninger er stort - der er mange kritikpunkter, man kan bruge som afsæt for spekulationer, og samtidig har teorien jo nogle uomtvistelige tekniske styrker. Der er heller ikke noget at sige til, at fortolkningerne først og fremmest knytter an til Bohm, Bohr og Einstein, som alle søger den fysiske forståelse, og derfor også udtrykker sig i et mere jordnært sprog.

Pædagogisk set er der imidlertid en alvorlig konflikt mellem Dirac's ønske om den rene matematiske indsigt på den ene side, og elevernes krav om/behov for mere konkret, fysisk-fænomenologisk indsigt på den anden. På den baggrund er det med bekymring, man må konstatere, at den moderne videnskab tilsyneladende følger Dirac, og lader matematikken udvikle før den fysiske forståelse. Der er ingen tvivl om, at jo mere abstrakt-matematisk de fysiske teorier bliver, jo vanskeligere bliver de at formidle på en engagerende måde, og jo mere overlades fysikken til specialisterne. Dette var ikke netop den udvikling, vi ønskede os i indledningen.

På den anden side kan man til gengæld også spørge, om ikke der kunne være håb hos f.eks. Bohm, hvis teoretiske arbejde går i en retning, der er radikalt forskellig fra den "traditionelle" fysik, i og med at han søger at bygge nye ordener, og søger at bygge på helheder. Konkret må man nok formode, at teorier og forestillinger som f.eks. Bohm's holografiske verdensbillede, og Capra's kosmiske dans og østlige mystik, nemmere kan forstås fysisk-intuitivt, hvorefter man kan komme i den ejendommelige situation, at skolefysikken ryger bag af dansen i forhold til de populærvidenskabelige eller mystisk prægede fremstillinger.



## K A P I T E L 4

### "Undervisningskapitlet"

#### 4.0 Indledning.

Dette kapitel skal behandle de undervisningsmæssige aspekter af problemområdet, dvs. præsentationen og placeringen af kvantemekanikkens grundlagsproblem som gymnasiestof. Dette er naturligvis affødt af vores intention om at gøre projektet anvendeligt som baggrundsmateriale for interesserede gymnasielærere, sådan som vi gjorde rede for i problemformuleringen.

Kapitlet indeholder betragtninger over emnet ud fra tre synsvinkler: Relevansen af at undervise gymnasieelever i kvantemekanikkens grundlagsproblem; betingelserne for tilrettelæggelsen af en sådan undervisning; og metoderne, denne undervisning kan (må) betjene sig af.

#### 4.1 Relevansen.

Der er flere grunde til at vi har fundet det relevant at beskæftige os med kvantemekanikkens grundlagsproblem, og at gøre os anstrengelser for at gøre vores arbejde anvendeligt i gymnasiet. Nogle af disse grunde vedrører gymnasiet og fysikfaget som sådan, andre har med den generelle samfundsudvikling at gøre, mens atter andre ser på eleverne individuelt og deres udbytte af undervisningen. I alle tilfælde er den egentlige drivkraft dog selvfølgelig vores egen kommende funktion som gymnasielærere eller formidlere i bredere forstand: Vi vil gerne forberede os på

at formidle også dette svære emne. Men derom er der jo ikke så meget mere at sige.

#### 4.1.1 Relevansen i forhold til gymnasiefaget fysik - specielt set i lyset af den nye læseplan.

Den væsentligste umiddelbare begrundelse for, at der netop nu er brug for projekter som dette i forhold til gymnasiet (dvs. som gør, hvad dette projekt tilsigter at gøre), er den igangværende reform af gymnasiet, der blandt andet også omfatter en radikalt fornyet læseplan i fysik\*. Forskellene mellem den hidtidige ("gamle") og den nye læseplan viser sig på flere områder: Der er f.eks. nogle væsentlig grundigere kvalitative formålsbeskrivelser og -begrundelser i den nye læseplan, hvor den gamle stort set "begrunder" fysikkens vigtighed med at fysik er vigtigt, og om målet med undervisningen siger, at eleverne skal lære fysik, punktum. Der er til gengæld ikke nær så detaljerede emnelister i den nye læseplan. Man har begrænset sig til en række overskriftsagtige stikord, i stedet for at pinde tingene helt ud, sådan som det er gjort i det kompedium, der hører til og uddyber den gamle bekendtgørelse.

Den vigtigste forskel, set fra vort synspunkt, er dog, at en stor del af undervisningen tænkes tilrettelagt i tematiske forløb, med mulighed for projekter af flere ugers varighed, og at der i den nye læseplan derfor indgår to former for indholdsbeskrivelse. Dels er der, som hidtil, den ovennævnte liste over stofområder, der igen er pindet ud i en række emner, som skal gennemgås i løbet af undervisningen. Dette kaldes i den nye læseplan for "Kernestoffet". Omfanget heraf er skåret ned i forhold til den gamle læseplan, dvs. antallet af emner er beskåret, for at give plads til de nye elementer i læseplanen, men det er ikke

---

\* Den nye læseplan var ikke endeligt udmøntet i en bekendtgørelse, da projektet blev skrevet, og vi har derfor arbejdet ud fra forslagene i den rapport, der udkom februar 1987 fra Udvalget vedr. fysik i gymnasiet (DGHF 1987). Denne rapport vil i det følgende blot blive omtalt som "den nye læseplan", omend den rigtige bekendtgørelse siden er udkommet.



tanken at der skal slækkes på dybden og grundigheden i behandlingen af de enkelte emner. Den nye del af indholdsbeskrivelsen kaldes "Dimensioner" og repræsenterer en beskrivelse af:

"dels undervisningens mål dels den sammenhæng, hvori fagets begreber og metoder formidles" (DGHF 1987, p.11)

Dimensionerne og den tematiske undervisning lægger op til - kræver - at der i løbet af de næste få år udarbejdes en række nye undervisningsmaterialer ("temahæfter"). Disse temahæfter vil skulle have en karakter, som ikke hidtil har været særlig almindelig i gymnasiet, til trods for at tankerne i den nye læseplan i vid udstrækning er udviklet af fysiklærergruppen i gymnasiet gennem mange års debatter og forsøgsarbejde. Man kan sige, at vores intention med dette projekt er at give lærere og forfattere et baggrundsmateriale til brug ved udarbejdelsen og anvendelsen af temahæfter om den moderne fysiks grundlag og dens konsekvenser for vore verdensbilleder.

#### 4.1.2 Relevansen i forhold til den generelle samfundsudvikling.

Som nævnt i kapitel 1.4 er der bred enighed om, at undervisning i fysik generelt er vigtig og relevant såvel for eleverne som for samfundet. Det er straks mindre indlysende, hvorvidt det samfundsmæssigt set er synderlig væsentligt at bruge en masse krudt på at prøve at få eleverne til at forstå kvantemekanikkens grundlagsproblem. Vi mener dog nok, der trods alt kan gives et par argumenter til fordel for at bruge tid på "filosofisk fysik" og kvantemekanik.

Det første argument er helt enkelt, at kvantefysik er grundlaget for en betydelig del af den moderne teknologi - tænk blot på halvledere, lasere, superledning etc. - og derfor har stor samfundsøkonomisk betydning. Gymnasieelever bliver naturligvis ikke allesammen, og ikke uden videre (uddannelse), til teknologer, som skal bruge et dybere fagligt kendskab til kvantefysik-

ken. For teknologiudviklingen er det imidlertid også vigtigt, at så mange som muligt har et grundlag at bygge videre på her, således at de kan deltage i implementeringen af den nye teknologi på mere kvalificeret vis.

Det andet argument forholder sig lidt mere kritisk til teknologiudviklingen. Essensen heri er, at også en kritisk stillingtagen til de nye teknologier kan befordres gennem en vis indsigt i kvantefysikken. Det gælder dels den umiddelbare, konkrete forholden sig til en bestemt teknologi, men det rigtigt vigtige ligger på det ideologisk og sociologiske plan. Kvantemekanikkens grundlagsproblem er et af de steder, hvor man for alvor kan anfægte den rationalistiske og reduktionistiske opfattelse (og bibringe eleverne en ideologisk - men ikke sociologisk - bevidstgørelse), som vi ser som et af de centrale problemer i den fremherskende opfattelse af teknologiudviklingen, og som netop henter sin begrundelse i naturvidenskabens udsagnskraft og tilsyneladende rationalitet og objektivitet. For en kritisk demokratisk udvikling er det såre vigtigt netop at få plads til mere helhedsprægede, "hensynsfulde" synspunkter, og at hævde en modvægt mod alvidenheden og ekspertisen, og derfor er det også velbegrundet at søge dette netop i fysikundervisningen gennem at bruge tid på kvantemekanikkens grundlagsproblem. Dette har, som allerede tidligere nævnt (afsnit 1.4), været en af vore centrale ideer med dette projekt.

#### 4.1.3 Relevansen i forhold til den enkelte elev.

Vi skal her gå lidt mere detaljeret ind på nogle af de problemstillinger, vi har omtalt i de to foregående afsnit. Det er nemlig vores opfattelse både at alle de nævnte problemstillinger til syvende og sidst mødes i og omkring den enkelte elevs hovede - bevidst eller ubevidst - og at undervisningen i sidste ende må lægges an på at være til reel gavn for den enkelte elev som det afgørende kriterium.

Vi har allerede i kapitel 1.4 beskæftiget os generelt med danselsesprocessen, og vi har gjort rede for hvilke kundskaber og egenskaber, vi finder det vigtigt at arbejde på at opnå. I forhold hertil kan beskæftigelse i skolen/gymnasiet med kvantemekanikkens grundlagsproblem have flere roller at spille.

For det første vil beskæftigelse med kvantemekanikken som sådan naturligtvis forekomme overordentlig relevant for de af eleverne, der interesserer sig for naturfænomener og deres teknologiske anvendelse, og som måske går og planlægger en karriere som ingeniør eller fysikforsker. Grundlagsproblematikken vil her måske kunne synes unødigt påklistret, men kan måske på den anden side netop inspirere videlysten, fordi det går direkte til kernen af kvantefysikkens besynderlige verden, samtidig med at det omhandler relativt nye forskningsarbejder m.m. og måske kan koble til nye teoribygninger. Vores kritiske ambitioner har det svært, hvis undervisningsforløbets begrundelse får denne form, men lidt kan der vel hænge ved.

For det andet vil kvantemekanikkens grundlagsproblem forekomme væsentligt for de, der i forvejen har kendskab til og interesse for filosofi, ikke mindst de, der har læst Bohr, Capra, Bohm og andre "fysikmystikere". Her vil den alvorligste "fare" for vore ambitioner givetvis ligge i en "over-mystificering" af forløbet, således at de samfundsideoologiske aspekter fordamper. Denne fare kunne muligvis imødegås ved at vælge en mere historisk betoning, og en betoning af selve forskellen mellem "kvante-paradigmet" og det klassiske paradigme, dvs. af kausalitet/determinisme i forhold til kvantemekanikken.

Den form for relevans, vi ønsker at betone, er mere generel men også mere indirekte, i og med at den i vidt omfang må forklares og "pådattes" eleverne. Vi søger jo netop med dette emne at påvise, at fysikkens egne, højt berømmede metoder bringer den selv i alvorlige filosofiske vanskeligheder, for derigennem at give eleverne mulighed for at frigøre sig fra en overdreven frygt og autoritetstro overfor fysikkens alvidenhed og ufejlbarlighed. Men denne frigørelsesproces skal ledsages af en forståelse af,

hvor langt fysikkens og dens metoder alligevel rækker, for denne viden/kunnen er et vigtigt aktiv, anvendt med omtanke. Dette tvedelte mål virker imidlertid ikke nødvendigvis særlig relevant for eleverne på forhånd, hvorfor en grundig gennemtænkning af, hvorledes emnet skal præsenteres og tilrettelægges, er nødvendig.

4.1.4 Sammenfattende om målene med at undervise i kvantemekanikkens grundlagsproblem, og om prioriteringsovervejelser i den forbindelse.

Der følger af det ovenfor sagte tre væsentlige prioriteringer, vi må gøre os, før vi kan gå videre med tilrettelæggelsen af et egentligt undervisningsforløb.

For det første må vi - desværre - gøre os nogle overvejelser over, hvilke "subgrupper" af elever, vi primært vil henvende os til. Eleverne er jo en ret forskelligartet gruppe, og det er ikke givet, at et undervisningsforløb vil appellere til alle i lige høj grad, uanset hvor godt det er skruet sammen - nærmest tværtimod.

Heraf følger den næste vigtige prioritering: Vil vi prioritere færdighedstilegnelse, vil vi prioritere at give eleverne nogle oplevelser med fysikken, eller vil vi prioritere "samfundsrelevansen", dvs. de førnævnte dannelsesaspekter. I en vis forstand har vi naturligvis allerede svaret på dette, eftersom hele ideen bag valget af grundlagsproblematikken som emne jo er, at dette emne kan medvirke til at frigøre og bevidstgøre eleverne og danne dem til kritiske, aktive mennesker; demokrater, om man vil. Den form for prioritering, vi her taler om, handler imidlertid mere om den umiddelbare motivation af eleverne, dvs. grunden til, at de vil finde emnet et studie værd til at starte med, og dette er ikke spor selvfølgeligt ud fra vores dybere hensigter med forløbet.

Endelig må vi også træffe beslutning om, hvor i gymnasieforløbet arbejdet med grundlagsproblemet bedst kan placeres: Skal det lægges i fællesforløbet (1. eller 2. g), eller skal det udskydes til tilvalget i 3. g., og hvad kan man opnå i de forskellige alternativer. Umiddelbart ville vi jo helst have så mange elever som muligt med, dvs. have emnet placeret i fællesforløbet, men der kan være andre fordele forbundet med at vente: F.eks. større modenhed, bedre matematiske forkundskaber og måske mere tid.

Vi vil vende tilbage til disse ting i afsnit 4.2, hvor vi gennemgår hhv. betingelserne for og metoderne i undervisningen. Vi kan imidlertid allerede nu opstille nogle mulige tilgangsvinkler til grundlagsproblemet, der kan tjene som eksempelgrundlag i det følgende (det skal understreges at disse tre forløb markerer tre ekstremer mht. hvad der vægtes i forløbet):

- A: "Fysik-matematik-forløbet", som stiler efter at gennemgå grundlagsproblemet kvantefysisk, og hvor de matematiske aspekter og metoder vil have betydelig vægt. Dette forløb vil give lejlighed for eleverne til at skaffe sig egentlige færdigheder inden for kvantemekanikken, og måske give anledning til nogle "aha-oplevelser" af matematisk art.
- B: "Fysik-filosofi-forløbet", som stiler efter at skabe overblik over de filosofiske grundproblemer og konsekvenser af kvantemekanikken, og som tager udgangspunkt f.eks. i Bohr-jubilæet, i Capra's bøger eller lignende. Appellen i dette forløb er først og fremmest oplevelsen af fysikken som historisk og menneskeskabt, og derfor ikke urørlig, ufejlbarlig eller entydig.
- C: "Fysik-eksperiment-forløbet", hvis indgang vil være at lade eleverne opleve tilsyneladende uforklarlige og modstridende resultater fra forskellige eksperimenter, f.eks. med fotoner eller elektroner samt eventuelt computersimuleringer af mere indviklede forsøg som Aspect's 3. forsøgsopstilling. (Man kunne måske endda tænke sig et computerstyret "Aspect 4", hvor forskellige hypoteser om

udfaldet blev lagt ind). Appellen her vil være færdigheder i laboratoriearbejde samt oplevelsen af naturen som "mærkelig". Også dette forløb kan lægges lidt historisk an.

#### 4.2 Betingelserne.

I dette afsnit skal vi forsøge at ridse op, hvilke betingelser gymnasievirkeligheden i praksis sætter for gennemførelsen af undervisningen generelt, og specielt med hensyn til kvantemekanik og filosofi.

##### 4.2.1 De ydre rammer og kravene til undervisningens indhold og placering.

##### Gymnasiets struktur.

Gymnasiet er som helhed under forandring. Tidligere skulle eleverne på hver af de to linier efter 1. g. vælge mellem 3-4 forskellige grene, således at de i 2. og 3. g. havde time med deres "stamklasse" ca. halvdelen af tiden, og sammen med "grenklassen" den anden halvdel. Dette er nu ved at blive afløst af et system, hvor fællesforløbet på hver af de to linier bliver to år, mens 3.g. bliver baseret på et relativt frit tilvalg for størstedelen af timernes vedkommende, meget lig systemet i HF. Begrebet grenklasser ophører altså mere eller mindre med at eksistere. Ud over denne ændring vil gymnasiereformen også medføre, at tolkningen af, hvilke fag der har "almendannende" funktioner, udvides, hvilket bl.a. vil sige, at matematikerlinien får mere sprogundervisning, mens den sproglige linie sandsynligvis får en eller anden form for naturfagsundervisning (en kombination af biologi, kemi og fysik), om hvilket der dog ikke endnu foreligger ret mange detaljer.

De grundlæggende elementer i gymnasieskolens opbygning laves der dog ikke afgørende om på. Gymnasiet vil fortsat være delt i de to linier, vil fortsat være tre-årigt med ca. 30 undervisningstimer om ugen, vil fortsat i det væsentlige være bogligt orienteret og holde sig inden for sine egne fysiske rammer (ingen systematiske, etablerede samarbejder med produktionslivet og samfundslivet uden for skolen), og vil fortsat hovedsageligt arbejde med enkeltlektioner, og sommetider dobbelttimer, som deler skoledagen op typisk på 5-6 fag. At grenklasserne forsvinder i 2. g. vil gøre det lettere at arrangere tværfaglige forløb og heldagsekskursioner, hvilket længe har været en af de strukturelle vanskeligheder i gymnasiet - en vanskelighed, som kan komme til at vise sig i skærpet form i 3. g. til gengæld - men en række andre, velkendte problemer, såsom skoledagens opsplittethed og løsrevethed, laves der ikke om på. De generelle rammer vil på mange områder være uforandrede.

#### Fysikfagets struktur.

Ligesom grenstrukturen kommer også fysikfaget til at undergå betydelige forandringer i det nye gymnasium. På den matematiske linie bliver der nu 3 ugentlige timer i hvert af de to år på fællesforløbet, og vælges fysik i 3. g. også, får man 5 ugentlige timer det sidste år. Hvis man derudover vælger matematik ved siden af, skal man som tredje fag tage kemi - uvist af hvilken grund - og så har man alle de tilvalgstimer, man skal have.

Kernestoffet er uddybet en del i beskrivelsen af tilvalgsfaget i forhold til fællesforløbets beskrivelse, men dimensionerne er de samme alle tre år:

"Den nære omverden. Eleverne skal gennem arbejde med udvalgte eksempler opnå kendskab til, at fænomener i den nære omverden kan forklares på fysisk grundlag.

Et sammenhængende verdensbillede. Eleverne skal opnå et indtryk af fysikkens opfattelse af verden og af fysikken som en sammenhængende naturbeskrivelse.

Naturvidenskab og idehistorie. Eleverne skal få indblik i videnskabsteori og kendskab til vekselvirkningen mellem den fysiske erkendelse og kultur og tankegang i øvrigt.

Teknik. Eleverne skal opnå kendskab til nogle konkrete anvendelser af fysikkens resultater og metoder i moderne teknik.

Teknologi og samfund. Eleverne skal se eksempler på, at fremskridt indenfor fysikken ofte er nært forbundet med den samfundsmæssige, teknologiske og sociale udvikling. (DGHF 1987, p. 21f)

I rapporten er der lagt megen vægt på, at overgangen fra folkeskolens til gymnasiets fysikundervisning skal gøres mere glidende, hvilket bl.a. vil sige, at stofmængden i 1. g. skal mindskes, og at der skal være en progression i stoffets sværhedsgrad hen gennem 1. g. Desuden skal der i 1. g. lægges vægt på de dimensioner, der berører elevernes erfaringsverden bedst (den nære omverden, teknik, det moderne verdensbillede), og på at lave en undervisning, der "...peger ud over den aktuelle situation i fysiklokalet." (DGHF 1987, p. 21).

#### Kvantemekanikkens grundlagsproblem som undervisningsemne.

Det er klart, at af de fem dimensioner i beskrivelsen af fysikfaget er den, der passer bedst både til emnet i sig selv og til vores ambitioner med at tage det om, "fysik og idehistorie". I den nye læseplan anbefales det, at denne dimension udskydes til relativt sent i forløbet og ikke prioriteres højt, og samtidig kan man af vægtningen af kernestoffet læse, at kvantemekanikken som fysisk disciplin ikke er prioriteret særlig højt. I løbet af



de to første år skal eleverne indenfor "Atom- og kernefysik" arbejde bl.a. med fotoelektrisk effekt, mens de indenfor "Bølgelære" skal bruge tid bl.a. på interferensfænomener. I kernestoffet for fysik på højt niveau er kvantefysiske emner slet ikke nævnt, men der er dog åbnet for, at klassen selv kan vælge at arbejde med andre emner end kernestoffet i en betydelig del af tiden, herunder også at arbejde med uddybning af kernestoffet fra de to første år. Årsagen til, at emnet har fået denne placering, er naturligvis dets sværhed og dets relative fjernhed fra elevernes erfaringsverden. Ikke desto mindre betyder denne vægtning at vi kommer til at gå på tværs af anbefalingerne i læseplanen - men ganske vist også med nogle andre intentioner - hvis vi fortsat ønsker at introducere grundlagsproblematikken som et væsentligt led i almindannelsen. Vi skal kort ridse op, hvorledes vi forestiller os de tre tidligere (i afsnit 4.1.4) beskrevne typer af forløb placeret i fysikundervisningen.

For fysik-matematik-forløbet er dette problem ikke så stort, idet dette forløb formentlig er det, der bedst passer ind i de tanker, udvalget bag den nye læseplan har gjort sig. En matematisk og teknologisk præget indgang til emnet, sådan som vi f.eks. har set det lagt op i et af de to temahæfter til den "gamle" fysikundervisning (Hansen & Parbo 1981), kan kun lade sig gøre i 3. g. på tilvalg i fysik, og helst også med tilvalg i kemi og matematik desforuden. Selv her vil det endda være forbundet med betydelige vanskeligheder (det omtalte temahæfte når faktisk at blive temmelig omfattende), men hvis det lykkes vil eleverne til gengæld kunne opleve en gensidig berigelse af fagene fysik og matematik (og måske kemi), samt opleve styrken i denne form for matematisk-deduktiv-videnskabelig tænkning.

Afhængigt af elevernes ønsker og skolemæssige "forhistorie" kan man vælge at lægge tyngdepunktet i tre forskellige dimensioner: Enten kan man, som nævnt i starten, bruge dimensionen "Fysik og idehistorie" som indgang, hvor man naturligt ville søge at gå E.P.R.-diskussionen igennem og søge at skabe et grundlag for en egentlig forståelse af Aspect-eksperimenterne. Man kunne også tage "Et sammenhængende verdensbillede" som udgangspunkt, hvilket

blandt andet ville være nærliggende i et integreret forløb med matematik og kemi. Endelig kan man gennem dimensionen "Teknologi og samfund" tage udgangspunktet i kvantefysikkens teknologiske betydning, og søge at kontrastere den ret ukritiske måde, hvorpå "almindelige" forskere anvender kvantemekanikken, med det faktum at der i en eller anden forstand er dette grundlagsproblem.

Fysik-filosofi-forløbet kræver ikke nær samme matematisk-gymnastiske evner, og kan alene af den grund bedre lægges lidt tidligere i elevernes gymnasieforløb. Også denne tilgang har været taget i det "gamle" gymnasium, blandt andet ud fra Lars Becker-Larsens film "Fysik og Virkelighed" om Aspect-eksperimenterne, samt et hæfte beregnet til "det valgfrie emne" efter samme princip som de ovenfor nævnte (Jakobsen 1983). I et sådant forløb er det nærliggende at tage udgangspunkt i den fascination, al snakken om "nye verdensbilleder", "kosmisk enhed" og hvad der ellers måtte være, ofte vækker hos eleverne - uden for skolen, i første omgang. Denne fascination kunne måske udnyttes til at vække interessen for en gennemgang af E.P.R.-diskussionens (historiske) forløb, og af hvilke konsekvenser, Aspect's resultater har haft for vort verdensbillede samt hvilke man ikke med rette kan hævde, de har.

Et sådant forløb ville kunne lægges f.eks. i 2. g., og det er helt oplagt at lægge det under dimensionerne "Fysik og idehistorie" eller "Et sammenhængende verdensbillede" - den sidsnævnte eventuelt med et spørgsmålstegn til sidst.... Derudover byder der sig nogle interessante muligheder for fagsamarbejder, f.eks. med dansk (sproget), historie (Danmark og Tyskland i 30'erne), eller måske religion (Kierkegaard, vedisk videnskab)(!)

Fysik-eksperiment-forløbet kunne ligeledes lægges i 2. g. Indgangen til dette forløb ville være interesse for teknik og praktisk arbejde snarere end filosofiske besynderligheder som ovenfor, og foruden de to ovennævnte dimensioner kunne man også tænke sig dette forløb passet ind under dimensionen "Teknik", eller måske endda "Den nære omverden", hvis man som eksempler valgte nogle "hverdagsteknologier", hvor kvanteeffekter satte sig

umiddelbart synlige spor. For eksempel kunne man vælge at lade eleverne udføre eksperimenter med interferens og med fotoelektrisk effekt (bølge-partikel-dualitet), eller, i fællig med kemi, at gøre sig overvejelser over Newton'sk himmelmekanik i forhold til atomernes forbløffende stabilitet (de er altså ikke bare "mini-planetsystemer"). Endelig kunne man, som nævnt, måske anvende computersimuleringer, dels af Aspect-eksperimenterne, dels af de klassiske tankeeksperimenter (samt evt. et "4. Aspect-forsøg" uden forbindelsen mellem de to ender af måleopstillingen) hvor man kunne lægge forskellige antagelser om "virkeligheden" ind, og se på konsekvenserne for udfaldene. Det væsentlige i denne sammenhæng er at pointere, at formålet med eksperimenterne er at stille eleverne overfor nogle tilsyneladende indbyrdes modstridende måleresultater, og efterhånden, via tankeeksperimenterne, arbejde sig hen mod en slags fænomenologisk forståelse af kvantemekanikkens grundprincipper og positionerne i E.P.R.-diskussionen. Dermed ender forløbet naturligvis alligevel i "Idehistorie" og "Verdensbillede"-dimensionerne.

#### Det enkelte gymnasiums faciliteter og lærerkorps.

Det siger næsten sig selv, at ud over de ovenstående mere generelle overvejelser, spiller de konkrete rammer på det enkelte gymnasium en væsentlig rolle for mulighederne for at planlægge og gennemføre undervisning. Vi skal kun kort komme ind på et par vigtige punkter, da ændringer heri ligger uden for dette projekts rækkevidde.

Skolens faciliteter, for det første, sætter nogle grænser for mulighederne især for at gennemføre eksperimentelt betonedede forløb. Det gælder dels fysiksamlingen og de tilhørende elevvelseslokaler, samt midlerne til at udbygge og vedligeholde disse. Men det gælder også spørgsmålet om, hvorvidt eleverne har adgang til dataudstyr, som kan styre mere komplicerede forsøgsopstillinger eller helt simulere klassiske forsøg (hvis ellers egnet software kan skaffes). Sådan som vi ovenfor har beskrevet det eksperimentelt orienterede forløb udgør netop datasimuleringer et

vigtigt led - vigtigt især fordi det muliggør gennemgang af ret komplicerede forsøg på kortere tid end ellers.

For det andet må man også tage hensyn til, hvilke muligheder og traditioner, der er på den pågældende skole for fagsamarbejder og tværfaglige undervisningsforløb, herunder også mere ualmindelige samarbejder mellem f.eks. fysik og dansk eller fysik og historie. Eftersom det emne, vi her beskæftiger os med, som nævnt ovenfor byder på nogle oplagte muligheder for utraditionelle samarbejder, og eftersom sådanne samarbejder efter vores mening kan være meget velegnede til at nedbryde nogle af grænserne og noget af det "afsondrede" ved fysikken, må dette aspekt ved tilrettelæggelsen af undervisningen ikke overses.

#### 4.2.2 Eleverne og undervisningssituationen.

Helt afgørende for, om en undervisning er godt eller mindre godt tilrettelagt, og om den opfylder sine erklærede formål, er om den passer til de elever, der skal udsættes for den. Meget tyder på, at den nuværende fysikundervisning ikke passer særlig godt til særlig mange elever - i det mindste vælger elever i stort tal den fra tidligt, som nævnt tidligere. Vi skal derfor i dette afsnit se på en række forhold omkring den enkelte elevs motivation og engagement; formåen og forhåndsviden - såvel omkring fysik i almindelighed som kvantefysik og filosofi i særdeleshed - som funktion af køn, alderstrin, socialgruppe, hjemlig baggrund, adfærds- og kulturmønstre og hvad vi nu ellers kan finde på.

Først imidlertid lige en bemærkning om vort baggrundsmateriale til de følgende overvejelser. Generelt er det svært at finde empirisk materiale, der direkte behandler danske elevers adfærd i og respons på fysikundervisningen. Vi er bestemt ikke de første, der har fundet ud af dette; således skriver forfatterne bag projektet "Piger og Fysik - et problem og en udfordring for skolen?":

"Vi fik det indtryk, at danske undersøgelser lidt forenklet kan siges at falde i to grupper. Den ene gruppe undersøgelser er udført af naturfagsfolk og består af kvantitative opgørelser over pigers og drenges uddannelsesvalg, karakterer, præstationer ved faglige tests og indstilling til undervisningens indhold og metoder. Den anden gruppe består af uddannelsesforskning som behandler gymnasieelevers skoleadfærd og levevilkår generelt eller pigesocialisation i almindelighed, uden at inddrage de specielt skæve forhold til de teknisk-naturvidenskabelige fag og uddannelser." (Beyer et al. 1983).

Dette forhold har tilsyneladende ikke ændret sig i den forløbne tid. Til gengæld findes der en del udenlandsk stof, som med forsigtighed kan sammenholdes med oplysningerne i de ovennævnte danske undersøgelser. Dette er hvad vi har gjort, uden at vi dermed skal påstå, at vi har foretaget noget særlig dybtgående litteratursøgningsarbejde eller at vi har fuldstændig overblik over, hvad der totalt set findes af dansk eller udenlandsk materiale.

#### Elevernes kognitive formåen.

Elevernes intellektuelle modenhed er et aspekt, som den danske forskning kun sjældent har behandlet direkte. I USA og Storbritannien er der derimod lavet mange undersøgelser over, hvorledes eleverne tænker og hvorvidt undervisningsmaterialernes sværhedsgrad matcher elevernes intellektuelle færdigheder. Centralt i denne forskning står Piaget's udviklingspsykologiske teori, enten som teoretisk ramme for arbejdet eller som "angrebsmål". Vi skal i det følgende referere dele af denne forskning, primært efter Michael Shayer & Philip Adey: "Towards a science of science teaching" (Shayer & Adey 1981, i det følgende betegnet S & A).

Piaget og hans medarbejdere har oprindeligt udviklet deres teorier om børns kognitive udvikling strikt med det formål at beskrive denne udvikling. Kernen i Piaget's teori er antagelsen om, at børns kognitive udvikling foregår i stadier, som afløser hinanden i en fast rækkefølge. Hvert stadium karakteriseres ved bestemte måder at behandle information på - bestemte operationer - og overgangen fra et stadium til det følgende sker nogenlunde samtidig for alle erfaringsområder for det enkelte barn, og på nogenlunde samme alderstrin for alle børn. Stadierne kalder Piaget for

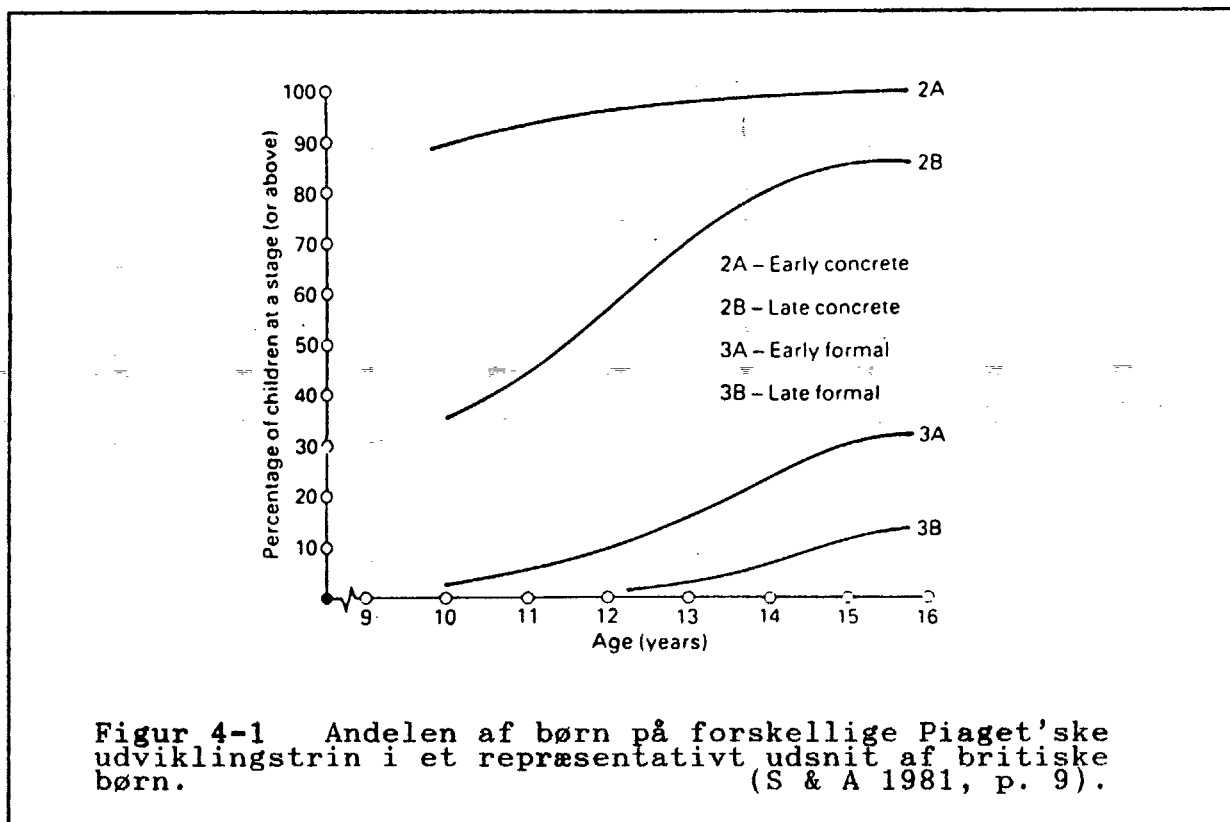
- det senso-motoriske stadium (ækvilibrium nås ved ca. 2 år)
- det præ-operationelle stadium (            --"--            6-7 år)
- det konkret-operationelle stadium (        --"--            10-11 år)
- det formelt-operationelle stadium (        --"--            14-15 år)

Betegnelsen ækvilibrium bruger Piaget til at angive, at et nyt stadiums tænkemønstre - operationelle "skemaer" - er færdigudviklede. Herefter foregår tilegnelsen og bearbejdelsen af erfaringer "glat" - ny viden assimileres i barnets eksisterende kognitive struktur ved hjælp af disse "skemaer", uden at det giver anledning til større erkendelsesmæssige konflikter. På et tidspunkt vil disse mønstre imidlertid forekomme barnet utilstrækkelige, og barnet tvinges gennem akkomodation af nye erfaringer til at tage nye skemaer i brug og når efterhånden et nyt ækvilibrium - et nyt stadium i udviklingen. Denne proces gentages, indtil barnet når det formelt-operationelle stadium.

Piaget's teori er udviklet på baggrund af en overordentlig stor mængde kliniske undersøgelser, blandt andet i form af minutøse analyser af, hvorledes børn i forskellige aldre forholder sig til deres omverden. Denne "omverden" har Piaget og hans medarbejdere standardiseret i en række opgaver, ofte med karakter af "fysikøvelser", som børnene har skullet forklare. Børnenes svar har så kunnet disseskeres, og derudfra har man kunnet påvise de ovennævnte "skemaer", dvs. et forholdsvis lille antal karakteristiske måder, de forskellige børn har grebet opgaverne an på.

Netop fordi mange af Piaget's opgaver har behandlet den fysiske omverden - f.eks. hvorfor nogle ting flyder mens andre ikke gør - og fordi hans metoder har dette objektive og kliniske præg og er uafhængige af det enkelte barns personlighed, har det været oplagt at bygge videre herpå ved udvikling af metoder til analyse af undervisning specielt i naturvidenskabelige emner. Man har udviklet disse metoder i to retninger: For det første har man konstrueret forskellige prøver, som kan gives til store antal elever samtidigt med henblik på at afgøre deres kognitive niveau, dvs. deres udviklingsstadium. For det andet har man udviklet nogle principper for analyse af undervisningsmaterialerne med henblik på at afgøre, hvilke krav de stiller til elevernes formåen og operationelle færdigheder. Tilsammen kan disse to former for redskaber bruges til at afgøre, om elever og undervisning matcher med hensyn til kognitivt udviklingstrin. Vi skal kort vende tilbage til disse redskaber i afsnit 4.3.1.

Det kommer næppe som nogen stor overraskelse for mange, når undersøgelserne resulterer i, at undervisningsmaterialerne ofte viser sig at stille for store krav til eleverne. Derimod må det siges at være bemærkelsesværdigt, at flertallet af eleverne tilsyneladende ikke overhovedet når til det afsluttende, formelt-operationelle stadium, inden de forlader skolen. S & A har i deres undersøgelse lavet en under-inddeling af de to sidste stadier i et "early" og et "late" stadium, og har derpå konstrueret et antal prøver - Science Reasoning Tests (SRTs) - med opgaver på forskellige niveauer, som de har udsat et antal elever i engelske og walisiske skoler for. Undersøgelsen omfatter et repræsentativt udsnit på ialt 12.000 børn i alderen 11-16 år, og som figur 4-1 viser har kun ca. 30 % af børnene nået det formelt-operationelle stadium i 16-års alderen, og heraf kun ca. 12 % hvad S & A kalder "late formal". Omkring 15 % af børnene er stadig på "early concrete" stadiet når de forlader skolen.



Der er dog flere ting at sige til disse resultater. For det første er det jo ikke sikkert, de opstillede prøver rent faktisk måler det, der var hensigten. For det andet er der bestemt ikke enighed blandt forskerne om gyldigheden af Piaget's teori - mange mener, at udviklingen foregår kontinuert, og at de observerede forandringer alene skyldes det stadigt voksende erfaringsgrundlag efterhånden som børnene bliver ældre; andre er skeptiske overfor antagelsen om, at skiftene i tankemønstre sker samtidig for alle erfaringsområder. Piaget selv slår i en artikel fra 1972 til lyd for, at formelt-operationelle evner udvikles samtidig med en begyndende specialisering i retning af barnets "professionelle" lyster og evner, og at udviklingen af de formelt-operationelle skemaer og tankemønstre derfor i højere grad end de foregående stadiers påvirkes af erfaringsgrundlaget, således at de fortrinsvis udvikles inden for de felter, der har barnets særlige interesse (Piaget 1972).

Alligevel er det svært at benægte, at den ovenfor refererede undersøgelse på en eller anden måde viser noget om, hvad eleverne



kan klare af krav fra f.eks. fysikundervisningen til deres intellektuelle evner. Desuden er fem ud af de ialt syv forskellige SRTs (hver af eleverne har fået mindst to tests) udviklet direkte fra Piaget's egne opgaver, og et krydscheck på en mindre gruppe (550 elever), der har fået alle syv prøver, viser pæn overensstemmelse, såvel samlet som for den enkelte elev (S & A 1981, p. 64ff). Vi mener, at man på baggrund af S & A's oplysninger i det mindste må acceptere, at de forskellige prøver måler omtrent det samme, og at det, de måler, er af betydning for undervisning i naturvidenskab. Vi finder såvel S & A's resultater som den Piaget'ske teori, der er undersøgelsens fundament, både overbevisende og nyttige i sammenhæng med vort projekt.

Tilbage står så at finde ud af, i hvilket omfang S & A's resultater kan overføres på det danske gymnasium. Der er især to forhold, der gør en sådan overførsel vanskelig: For det første rækker den britiske undersøgelse kun til 16-års alderen, hvor danske børn jo kun lige er begyndt i gymnasiet. For det andet er det britiske skolesystem meget forskelligt fra det danske, både hvad rammer og traditioner angår.

Den første af disse indvendinger synes umiddelbart at kunne tilbagevises alene ved et kig på figur 4-1, hvor kurverne klart ser ud til at flade af omkring 15-års alderen, således at man kunne formode, at de viste forhold derefter ikke ændredes mere. Denne konklusion drager S & A imidlertid ikke, og det er da heller ikke svært at forestille sig, at andre forhold, f.eks. den nært forestående skoleafslutning og eksamen kan øve indflydelse på de 16-åriges præstationer. Når yderligere tallene skal bruges på danske elever, bliver en sådan ekstrapolation helt uholdbar, men på den anden side kan man nok tillade sig at antage, at proportionerne som de fremgår af de britiske resultater vil være omtrentlig rigtige for den danske folkeskoles afsluttende klassers vedkommende (den britiske skole starter to år tidligere end den danske, hvorfor britiske elever afslutter "grade 12", når danske elever går ud af 10. klasse).

Den anden indvending mener vi heller ikke skal tillægges for stor vægt. Ganske vist er der store forskelle mellem det britiske og det danske skolesystem, men undersøgelsen relaterer sig jo specielt til undervisning i naturvidenskabelige fag, og selv om der også på dette område er væsentlige forskelle, er det næppe berettiget at tale om britisk og dansk fysikundervisning som to helt forskellige fag. I det omfang kulturfaktorer eventuelt spiller ind på tempoet for udviklingen gennem de forskellige stadier, må dette formodes at påvirke hele elevgruppen og hele faget - og for øvrigt er de kulturelle og socioøkonomiske forskelle mellem Storbritannien og Danmark trods alt ikke så store endda.

Vores konklusion bliver derfor alt i alt, at man med forsigtighed kan tillade sig at bruge de britiske resultater. Når man yderligere tager i betragtning, at gymnasiet rekrutterer ca. 35 % af en ungdomsårgang, og antagelig fortrinsvis den skolemæssigt bedste del, får man som resultat, at man i fysikundervisningen må gå ud fra, at op til halvdelen af eleverne ikke evner at tænke formelt-operationelt, når de starter i 1. g., og yderligere at det er usikkert, om dette vil ændre sig væsentligt i løbet af gymnasiet, når dette betragtes samlet (dvs. uden at tage hensyn til en eventuel yderligere sortering gennem valgfaget i 3. g., frafald etc.). Dette sidste burde dog gøres til genstand for undersøgelser, men de relativt få danske projekter, der har været inde på forskning af den her beskrevne art (Paulsen 1983; Nielsen & Thomsen 1983a), har som de britiske beskæftiget sig med aldersgruppen 13-16 år, og ikke med de afsluttende gymnasieårsgange.

#### Socioøkonomisk og sociokulturel baggrund.

Elevernes sociale, økonomiske og kulturelle baggrund er af væsentlig betydning for deres præstationer i gymnasiet, og hermed også i fysikundervisningen. En forskergruppe fra AUC (Jensen & Winther 1979; 1980) har fremskaffet statistiske oplysninger om en årgang elever fra otte gymnasier i Nordjylland vedrørende deres karakterer i de forskellige fag, deres grenvalg og deres forældres (forsørgerens) erhverv, for at undersøge denne betydning

nøjere. Forskergruppen har brugt oplysningerne om forældres erhverv til at lave tre forskellige gruppeinddelinger af eleverne: Inddeling efter socialgruppe, inddeling i forhold til placering i produktionsapparatet (politisk-økonomisk), samt inddeling efter hjemmets "gymnasienærhed".

Krydstabuleringer mellem disse inddelinger på den ene side og elevernes præstationer på den anden giver som første resultat, at mellemlagenes børn (børn fra næstøverste socialgruppe; børn af offentligt ansatte i by; børn af højtuddannede, akademisk beskæftigede) klarer sig bedst i gymnasiet. Dette er jo ikke i sig selv overraskende.

For at undersøge, hvorledes de forskellige grupper af elever klarer sig i de enkelte fag i forhold til resten af eleverne, har forskergruppen lavet en rangordning af eleverne efter karakterer, og bruger derpå som parameter procentdelen af den samlede elevgruppe, der ligger under en given elev. På denne måde knyttes der til hver enkelt elev og for hvert enkelt fag en talstørrelse, der ikke afhænger af fagets samlede karakterniveau eller spredningen heri. Krydstabulering af disse data med oplysninger om elevernes baggrund viser, at selv om de førnævnte mellemlagsbørn generelt klarer sig bedre end resten i alle fag, er forskellen væsentlig større i nogen fag - f.eks. dansk, historie og samfundsfag - end i andre - f.eks. matematik og fysik. Forskellen er så stor, at forskergruppen konsekvent skelner mellem "matematiske" og "konverserende" fag og konstaterer, at mens mellemlagsbørnene generelt klarer sig væsentlig bedre i de "konverserende" fag end i de "matematiske", så gør nærmest det omvendte sig gældende for børn fra ufaglærte, gymnasiefjerne miljøer. Krydstabuleringerne viser også, at mF-grenen udgør en undtagelse, idet forskellene mellem de forskellige grupper af elever her er svundet ind til næsten ingenting for stort set alle fags vedkommende.

AUC-undersøgelsen er således "gået udenom" eleverne selv, og har holdt sig til de indsamlede statistiske data. Grunden hertil er frygt for, at spørgsmål omkring social status etc. ville blive for personlige og følelsesmæssigt ladede for eleverne at svare

objektivt på, uanset at de naturligtvis ville være sikret fuldstændig anonymitet (ligesom de selvfølgelig var i den her foretagne undersøgelse). Til gengæld har forskergruppen givet sig til at spekulere videre ud fra tallene, med henblik på alligevel at finde nogle forklaringsmodeller, der kunne overføres på klas-situationen. De har blandt andet anvendt nogle teorier, lavet af en mand ved navn Bernstein, som søger at stille et begrebsapparat op til karakteristik af kommunikationsformerne i familien inden for forskellige sociale lag - de såkaldte "sociolingvistiske koder". AUC-forskerne har ved hjælp heraf forsøgt at beskrive, hvad der stilles af krav til børnene i familien i de forskellige grupper i undersøgelsen, og hvorledes disse krav stilles, samt at sammenholde dette med, hvad de mener karakteriserer de enkelte fag med hensyn til krav og undervisningsformer.

De fundne korrelationer mellem elevernes baggrund og karakterer i de forskellige fag stemmer godt overens med de antagelser og hypoteser, forskergruppen har gjort ud fra teorien om "sociolingvistiske koder": At en væsentlig del af forskellene på elevernes præstationer i de forskellige fag kan forklares ud fra, om fagets krav til eleverne med hensyn til svarformer, disciplin og nysgerighed, etc., stemmer med de krav og kommunikationsformer, eleverne er vant til hjemmefra.

At tilrettelægge en undervisning, der tager hensyn til sådanne forhold, og som søger at undgå at favorisere nogen grupper på andres bekostning, vil være meget vanskeligt, med mindre man har en usædvanlig homogen klasse, socioøkonomisk set. I realiteten vil det kræve, at man i høj grad individualiserer undervisningen og tilpasser den til hver enkelt elev for sig, og dette kræver, realistisk set, mere af læreren end han(/hun) har ressourcer til at opfylde.

#### Elevstrategier, elevholdninger og elevernes sociale netværk.

Elevernes egne synspunkter og holdninger til fysikundervisningen, og deres adfærd og strategier overfor skolen og kammerat-skabsgruppen, har vi endnu ikke været inde på, men det er nok så

vigtige faktorer at forholde sig til. God undervisning kræver, at eleverne oplever stoffet som vedkommende og undervisningssituationen som stimulerende, og det kræver igen blandt andet at eleverne betragtes som personer og føler sig taget alvorligt som sådan, og ikke blot fremtræder som kliniske eller statistiske objekter, eller som beholdere, der skal fyldes viden på. Vi har allerede i afsnit 1.4 gjort rede for, hvilke mål vi har for undervisningen og som vi søger at få eleverne til at forfølge. Vi skal nu referere et antal undersøgelser af, hvorledes eleverne selv forholder sig til skolen, til fysikfaget, til undervisningen og til hinanden.

Observationer af interaktionen i klasserummet mellem lærer og elever, og mellem eleverne indbyrdes, er et væsentligt led i en række af de undersøgelser, vi har brugt - nemlig dem, der har med gymnasieforskningen som sådan at gøre - og sådanne klasseobservationer kan give meget værdifulde oplysninger om de forskellige elevers respons på undervisningen, og på skolen i det hele taget. Vi har ikke kendskab til, at der skulle være foretaget sådanne undersøgelser specielt i danske fysikklasser, men som en første tilnærmelse vil vi gå ud fra, at de typer af elevstrategier, som bl.a. folk fra Institut for Pædagogik, KU; samt folkene bag Gymnasieprojektet (Larsen et al. 1982; Adrian et al. 1982), har fundet frem til for gymnasieundervisningen generelt, også kan sige noget om fysikundervisningen.

En måde at anvende klasseobservationer på er at forsøge at inddele eleverne efter deres adfærd i timerne. Begrebet "de stille piger" anvendes ofte, og det er også almindeligt at snakke om "aktive" og "passive" elever. En af de undersøgelser, vi har brugt her (Larsen et al. 1982), beskriver fire typer af strategier overfor skolen:

- den offensive strategi, hvor eleven konstant markerer sig overfor læreren og supplerer denne - mere eller mindre kvalificeret - ud fra en (sjældent bevidst) forestilling om, at dette er hvad systemet opfatter som den rigtige, engagerede adfærd

- den reproducerende strategi, hvor eleven ligeledes er aktiv - omend ikke nødvendigvis på eget initiativ i klasseoffentligheden - først og fremmest med helt nøjagtig reproduktion af lektien/det gennemgæede
- den defensive strategi, hvor eleven så vidt muligt holder sig i baggrunden, uanset at vedkommende måske kan svare udmærket på det aktuelle spørgsmål eller emne. Denne strategi ses som et udtryk for, at eleven ønsker at undgå at gøre sig uheldigt bemærket, såvel overfor læreren (systemet) ved forkerte svar som overfor kammeratskabsgruppen ved for "dygtige" eller for "dumme" svar
- den diffust-protesterende strategi, hvor eleven ofte laver uro i timerne, saboterer dem direkte, eller simpelthen ikke følger med men læser tegneserier eller lignende, som en form for demonstration mod tvangen og disciplineringen, der er indbygget i systemet, og som eleven principielt forventes at følge

Et vigtigt "men" ved samtlige disse inddelinger er, at de refererer til timer med verbal undervisning, og ikke uden videre kan overføres på f.eks. laboratoriearbejde, som det findes i fysik, kemi og biologi. Elever, der er passive og defensive i den "almindelige" undervisning, kan meget vel vise sig at være både dygtige til og glade for praktisk arbejde (f.eks. "tekniker-drenge"), mens omvendt elever, der viser sig dygtige til reproduktion af bogligt lærestof, kan være helt fortabte, stillet overfor et krav om at skulle få et praktisk forsøg til at virke. At sådanne forskelle i elevstrategier imidlertid eksisterer, også i fysikundervisningen, har den ene af dette projekts forfattere ved selvsyn konstateret i et tidligere projekt (Lund 1984). I øvrigt mener vi, at disse skift i holdning til og adfærd i undervisningen, alt efter undervisningens karakter og indhold, netop kan illustrere effekten af forskellene i de "sociolingvistiske koder", vi omtalte i foregående afsnit.

For at belyse, hvad der ligger bag de observerede adfærdsmønstre, har flere af de nævnte, store undersøgelser og rapporter, f.eks. Marianne Kristiansen og 3.C, samt Gymnasieprojektet, gen-

nemført interviewundersøgelser med elever enkeltvis og gruppevis. Herigennem har eleverne fået mulighed for at fortælle om deres holdninger til skolen og til deres hverdag, deres opfattelse af forskellige former for undervisning, deres forhold til kammeraterne i klassen, etc. Som klasseobservationerne er disse undersøgelser fortrinsvis udført i humanistisk og samfundsfagligt regie, mens undersøgelser med direkte relevans for de naturvidenskabelige fag ikke er gjort.

Derimod er der, såvel i Danmark som i udlandet, lavet en del spørgeskemaundersøgelser omkring fysikundervisningen, ofte men ikke altid i forbindelse med opgaveark til belysning af elevernes faglige og kognitive niveau á lá Piaget, med henblik på at udforske elevernes holdninger til forskellige dele af fysikundervisningen og forskellige typer af emner heri. Som eksempel kan nævnes den serie af undersøgelser, to forskere fra Århus Universitet har udført på en årgang elever på matematisk linie i århusianske gymnasier 1982-1985 (Nielsen & Thomsen 1983a-b; 1985; 1986).

De kønsmæssige skævheder i fysikundervisningen er efterhånden genstand for generel og betydelig opmærksomhed, blandt andet i sådanne undersøgelser af elevernes holdninger og præferencer ved hjælp af spørgeskemaer eller interviews. Det er en kendsgerning at piger generelt scorer lavere karakterer end drenge i fysik, at de fravælger faget hyppigere og tidligere, og at deres holdninger til faget er markant forskellige fra drengenes (Beyer et al. 1983; Sjøberg & Imsen 1987; Nielsen & Thomsen 1983b; 1985; Ormerod & Duckworth 1971).

I selve undervisningen viser dette sig i flere ting. Dels har drenge oftest bedre forudsætninger fra barnsben af for at deltage i fysikundervisningen, både fordi de har beskæftiget sig mere med "tekniske" genstande og fordi de får lov at være nysgerrige og uregerlige og udforskende, mens piger oftere stilles overfor forventninger om at "opføre sig pænt" (Beyer et al. 1983; Ormerod & Duckworth 1971). Følgelig er pigerne handicappede, når der skal arbejdes med apparatur, og der kan også argumenteres for, at deres initiativlyst generelt er stækket, hvilket vil sige at de

ikke i samme grad tør manipulere med begreberne og prøve sig frem heller verbalt i fysikundervisningen, hvor jo netop forholdet mellem begreberne og den virkelighed, de beskriver, er svært at få hold på. Et nøglebegreb omkring pigers forhold til fysik er selvtillid - eller mangel på samme - og pigerne vil tendentielt optræde mere passivt, mere defensivt, i fysikundervisningen, selv om de i andre fag ofte vil anvende en reproducerende strategi.

Et andet aspekt er pigers og drenges forskellige værdinormer, som kommer til udtryk blandt andet i hvordan de to køn prioriterer forskellige typer af emner i fysikundervisningen: Piger prioriterer f.eks. områder, der har med mennesker og naturfænomener at gøre, hvor drenge i højere grad prioriterer teknisk og "rent fysisk" betonede emner (Sjøberg & Imsen 1987; Beyer et al. 1983; Nielsen & Thomsen 1983a-b, 1985). Disse emner viser sig så også at være de, der almindeligvis vægtes mest i undervisningen.

Et tredje aspekt, som også er almindeligt hørt i debatten, er det forhold, at fysik anses for at være et maskulint domæne, og at piger, der klarer sig godt i fysik, derfor vil blive anset som "sære" og "ufeminine" af såvel pigekammeratskabsgruppen som af drengene (af hvilke den første gruppe faktisk viser sig at være den vigtigste) (Sjøberg & Imsen 1987). Disse mekanismer virker naturligvis ikke på et fuldt ud bevidst plan, men det betyder alligevel, at pigernes socialisering sker under et pres i retning bort fra fysik og interesse i fysik. Medvirkende hertil er også lærerindflydelse, rolleforbilleder m.m., hvor det formentlig er af stor betydning, at der er så få kvindelige fysiklærere i gymnasiet (Beyer et al. 1983).

Et fjerde aspekt af pigernes holdning til gymnasieundervisningen handler pigernes holdning til forskellige arbejdsmetoder i undervisningen. A. S. Pedersen beskriver denne således:

"I den 1.g forsøgsklasse jeg observerede i blev det meget hurtigt tydeligt, at der var et markant skift i pigernes aktivitet, lyst til at snakke og diskutere, alt afhængig af om undervisningen foregik som klasseoverhøring og åben dis-



kussion eller om der var gruppearbejde. I gruppearbejdet var pigerne aktive og med, talte og diskuterede, mens de fleste af dem klappede i som en østers, når hele klassen skulle overhøres eller diskutere, dvs. når kommunikations-situationen skifter fra en defineret til en ikke-defineret. i princippet åben - offentlig - form."

(A. S. Pedersen og I. Frimodt-Møller red. 1983 p.63)

Tilsammen betyder disse forhold, at der ved udformningen af undervisningen - her i kvantemekanikkens grundlagsproblem - må tage et særligt hensyn til pigernes behov. Meget af vanskeligheden bunder i problemer omkring socialisering og fagets image, og disse ting ændres bestemt ikke fra den ene dag til den anden. På den anden side er der ingen grund til at forværre situationen ved blot at fortsætte i den sædvanlige skure. Stoffet må derfor præsenteres og vægtes på en måde, så det også reflekterer pigernes værdier, og ikke mindst må læreren passe på hvilke signaler han (!) sender ud omkring fysik og køn.

#### 4.3 Metoderne.

Det foregående afsnit, 4.2, behandlede betingelserne for undervisningen: Først og fremmest forhold omkring gymnasiet og gymnasiefysikfaget, samt omkring eleverne. I dette afsnit skal vi gå mere i detaljer med metoderne ved tilrettelæggelsen af undervisningen, under hensyntagen til de betingelser, vi har diskuteret ovenfor.

#### 4.3.1 Læreprocessen, samt metoder til valg og tilrettelæggelse af undervisningsmaterialerne.

Et væsentligt element i vore anstrengelser for at gøre stoffet tilgængeligt i undervisningssammenhæng har været at strukturere stoffet - eller tænke over, hvorledes dette kunne gøres - således at betingelserne for meningsfuld læring kunne bringes til veje. "Meningsfuld" skal her forstås i dobbelt forstand: Meningsfuld i forhold til vore pædagogiske intentioner - indlæringsmålet; det, vi ønsker at opnå ved at undervise i emnet - og meningsfuld for den enkelte elev, dvs. forståeligt og anvendeligt, som en integreret del af hans/hendes kognitive struktur.

I den sidste betydning stammer begrebet fra Ausubel's teori for kognitiv læring, som er een (blandt flere) teorier for, hvorledes læring og kognitiv udvikling foregår og bedst understøttes. Denne teori udgør den ene af de tre teoretiske grundpiller i vort arbejde med undervisningsaspekterne i projektet. Piaget's udviklingspsykologi, som vi allerede har præsenteret, udgør den anden, mens den tredje er den erfaringspædagogiske tradition.

#### Ausubel's teori for kognitiv udvikling.

David Ausubel's teori for kognitiv udvikling har sine rødder tilbage i 1960'ernes amerikanske uddannelsesdebat. Dengang blev den udviklet som et modtræk mod den omsiggribende bølge af "discovery learning" forløb, som et forsvar for boglig/verbal læring. Indledningsvis var der ingen, der rigtig hørte på dette, men efterhånden som problemerne i de "åbne" forløb blev tydeligere, genopdagedes også Ausubel.

Til forskel fra Piaget's udviklingspsykologi er Ausubel's teori lavet udtrykkeligt med det formål at foreskrive, hvorledes undervisningsstof bør tilrettelægges for at understøtte meningsfuld læring. En anden vigtig forskel er, at mens Piaget fokuserer på barnets måde at operere med begreber og erfaringer på, koncentrerer Ausubel's teori sig om begrebernes indbyrdes sammenhæng

og forhold til hinanden, og siger i virkeligheden ikke så meget om, hvordan eleven tilegner sig begreberne og knytter dem til sine øvrige erfaringer. I dagens udviklingspsykologiske og didaktiske debat fremstår Piaget og Ausubel ofte som værende i opposition til hverandre, men en meget stor del af de tilsyneladende modsætninger bunder i, at debattørerne ikke rigtig har gjort sig ovenstående skelnen klar - de to teorier behandler i virkeligheden to forskellige aspekter af den samme sag, og er ikke nødvendigvis gensidigt udelukkende.

Nøglepunkterne i Ausubel's teori (som vi her refererer efter hans medarbejdere Novak (Novak 1978) og Miller (Miller 1980)) er disse:

- at "Den vigtigste enkelte faktor for læreprocessen er hvad den lærende allerede ved"
- at folks, og dermed også gymnasieelevers, viden og erfaringer er organiseret i begreber, der af Novak præciseres til at være "regularities of facts", hvilket igen vil sige "regularities of events"
- at begreberne er organiseret hierarkisk i bevidstheden (omend de hver især kan indgå i flere forskellige hierarkier: F.eks. nævner Novak eksemplet "ærter", der i ernæringsmæssig sammenhæng hører til kategorien "grøntsager", mens de i biologisk sammenhæng kaldes "frugter", der jo dækker over andet og mere end det, grønthandleren kalder "frugt")
- kognitiv udvikling vil derfor i Ausubel's forstand sige udvikling af dette netværk af begrebshierarkier: Underdeling og berigelse af de enkelte begreber gennem nye erfaringer (hvilket Ausubel beskriver ved begreberne "subsumption" og "progressive differentiation"), samt erkendelse af nye forbindelser mellem begreberne og hierarkierne (af Ausubel kaldet "integrative reconciliation", "superordinate learning" og "obliterative subsumption", f.eks. når konkrete eksempler på generelle lovmæssigheder bliver ligegyldige og derfor glemmes i takt med, at den mere overordnede sammenhæng tilegnes)

- meningsfuld læring er da den proces, der foregår, når nye erfaringer og nye begreber knytter sig til individets eksisterende kognitive struktur og udvikler og beriger denne, i modsætning til udenadslæring, hvor det indlærte ikke forbindes med individets øvrige viden, og derved forbliver meningsløst. Såvel Novak som Ausubel understreger forskellen mellem skalaen "meningsfuld læring - udenadslæring" og skalaen "receptiv læring - selverfaret læring (discovery learning)", for derigennem at argumentere for, at receptiv (verbal) læring kan være lige så effektiv som selverfaret læring (det selvopdagede), forudsat at stoffet er lagt til rette på en måde, så det er meningsfuldt for eleverne
- forudsætningen for meningsfuld læring er, at der findes relevante ankerpunkter - "subsumers" i Ausubel's terminologi - i elevens eksisterende kognitive struktur; med andre ord, om eleven i forvejen har begreber, som det nye stof på en eller anden måde kan forbinde sig med og berige. Er stofområdet nyt, således at der ikke umiddelbart kan findes anvendelige, relevante "subsumers", må man først have forberedt eller indarbejdet nogle begreber, der kan udfylde denne rolle. Disse kalder Ausubel for "advance organisers", men også for disse gælder, at de skal have nogle sikre ankerpunkter i den eksisterende kognitive struktur, hvis den efterfølgende indlæring skal blive meningsfuld for eleven

Ausubel bruger, foruden de ovennævnte begreber, også begrebet "assimilation" meget, og kalder faktisk sin teori for "assimilationsteori". Imidlertid er begrebet hos Ausubel lidt forskelligt fra Piaget's assimilationsbegreb. Hos Piaget er ordet en betegnelse for den konfliktfri tilegnelse af begreber og viden, i modsætning til "akkomodation". Hos Ausubel betegner ordet derimod alle former for tilknytning af nye begreber til den eksisterende struktur, vel at mærke ved meningsfuld læring. Forskellen i brugen af dette ord har utvivlsomt sin andel i de mange diskussioner og misforståelser mellem tilhængere af de to skoler.

Ausubel's teori indebærer, at det ved tilrettelæggelse af undervisning i et stofområde bliver en vigtig opgave grundigt at undersøge/overveje, hvilke begreber og begrebshierarkier, der skal fungere som "subsumers" for det nye stof, samt at tilrettelægge den begrebslige struktur i stoffet omhyggeligt, så meningsfuld læring bliver mulig. Det er vel at mærke ikke tilstrækkeligt blot ved at slå tilbage og se, hvad der blev gennemgået sidste år - man må undersøge konkret, hvilke begreber eleverne rent faktisk evner at operere sikkert med (bemærk igen, at der ikke her tales om, hvordan der opereres med begreberne). Kan der ikke umiddelbart udpeges egnede subsumers, må underviseren sørge for, at eleven udvikler nogle, ved at anvende nogle af sine forestillinger og begreber fra andre områder som "advance organisers". I afsnit 4.3.2 skal vi forsøge at gøre os sådanne overvejelser omkring vort emne her: Kvantemekanikkens grundlagsproblem.

#### Tilpasning af undervisningsmaterialet til elevens kognitive færdigheder og udviklingstrin.

Vi har allerede kort nævnt nogle af de redskaber, der er udviklet på basis af Piaget's teorier (se afsnit 4.2.2), især de prøver, Shayer & Adey har udviklet til at bestemme elevernes kognitive stade: De såkaldte Science Reasoning Tests (SRT's). I dette afsnit skal vi kort beskrive den anden halvdel af Shayer & Adey's værktøjer, nemlig deres Curriculum Analysis Taxonomy (CAT) (Shayer & Adey 1981, ch. 8), hvis formål er at analysere undervisningsmaterialet, således at man kan få et indtryk af, om det i svarhedsgrad passer til elevernes kognitive stade.

Anvendelsen af taxonomier som Shayer & Adey's CAT forudsætter, at man splitter sit undervisningsmateriale op i enkeltdele, og derpå forsøger så kort og klart som muligt at beskrive, hvad formålet med hvert enkelt element er, dvs. hvad eleverne skal gøre i hver del og hvad de skal kunne bagefter. Taxonomien kan derefter hjælpe en til at afgøre, hvilke krav, de enkelte elementer stiller til eleverne, og dermed om eleverne har mulighed for at få det ønskede udbytte af undervisningen.

CAT er opdelt i to afsnit: Et, der beskriver hvilke typer af matematiske og logiske operationer, elever på et givet stadium kan arbejde med (f.eks. hvordan barnet bruger og forstår modeller, sandsynligheder eller bogstavregning), og et, der beskriver hvorledes de typisk forholder sig til naturvidenskabelige opgaver og problemer (i hvilket omfang de evner at separere variable, om de kan stille et måleprogram op, etc.). Det første afsnit har 6 kategorier, mens det andet har 9 (af hvilke dog primært 4 er møntet på fysikundervisning).

Ved at sammenligne de formål, man har opstillet for elementerne i sit undervisningsforløb, med beskrivelserne i disse forskellige kategorier, vil man kunne placere hvert af formålene som hørende til et bestemt stadium. Hvis altså man har gjort forarbejdet godt nok. Man kan så bruge CAT til at gøre materialet forståeligt på flere niveauer, hvis man bliver opmærksom på, at noget forekommer for svært for ens elever, gennem måske at ændre rækkefølgen i gennemgangen eller at indlægge nogle flere trin, eller man kan vælge at udskyde hele forløbet, hvis ikke der viser sig muligheder for på denne måde at differentiere undervisningen, så alle elever får et udbytte.

Vi skal ikke her gå mere i detaljer med indholdet i Shayer & Adey's CAT, da dette kræver, at man har nogle detaljerede forløbsbeskrivelser til sin rådighed som eksempler. Senere (i afsnit 4.3.4) vil vi imidlertid forsøge at bruge taxonomien på nogle af de begreber, vi mener man kan bruge i et undervisningsforløb, og da også give eksempler på, hvorledes disse beskrivelser er formuleret, og hvorledes man selv skal have formuleret undervisningselementernes formål, for at kunne bruge et sådant værktøj.

### Erfaringspædagogik.

Erfaringspædagogikken har sine rødder i udviklingen af arbejderuddannelserne i Tyskland i 1960'erne og 1970'erne, f.eks. ved Oskar Negt. Tankerne bagved er imidlertid forlængst blevet over-

ført på udviklingsarbejder omkring andre uddannelsesstyper, herunder også gymnasieundervisningen, og meget af den gymnasieforskning, vi refererer til i dette projekt, har erfaringspædagogikken som teoretisk ramme, f.eks. Gymnasieprojektet (Adrian et al. 1982).

Det oprindelige sigte med erfaringspædagogikken var at inddrage undervisningssubjektets (arbejderens) umiddelbare erfaringer som grundlag og udgangspunkt for undervisningsforløbet, for derigennem at sætte ham i stand til at forstå sin egen situation, i bredest mulige forstand. Uddannelsen lagde derfor stor vægt på den subjektive relevans ved tilrettelæggelsen og gennemførelsen af forløbet. Den subjektive relevans er det, som eleven selv føler er relevant, i modsætning til den objektive relevans, som er omgivelsernes opfattelse af, hvad der er relevant for eleven. Erfaringspædagogikken er en progressiv og samfundskritisk tradition, i og med at den betoner subjektets handlemuligheder overfor sin egen situation som det væsentlige mål med undervisningen, gennem afsløring af de undertrykkelsesmekanismer, subjektet er underlagt, og gennem at modgå den fremmedgørelse, der forhindrer ham i at gennemskue årsagen til disse mekanismer.

Hensigten med at overføre erfaringspædagogikken på gymnasieuddannelserne var dobbelt. Dels skete det som led i en generel dannelsesdiskussion, hvor man netop lagde vægt på det samfundskritiske aspekt (elevernes handlemuligheder overfor deres egen situation) og på at nedbryde den undertrykkelse og fremmedgørelse, der lå (ligger) i en autoritær undervisningsform, og i et undervisningsstof, der var defineret ovenfra ud fra kriterier, eleverne ikke selv kunne forstå, endsige vælge. Det andet formål var at bøde på den isolation, såvel gymnasiet som fysikfaget mærkede, netop fordi stoffet var udvalgt ud fra "indre" kriterier, og dermed ofte forekom eleverne fjernt og uvedkommende.

Denne dobbelte hensigt er vi, som det ses af afsnit 1.4, enige i. En af de ting, vi føler som en væsentlig mangel i både Ausubel's og Piaget's teorier, er overvejelser over de affektive sider af undervisningen og tilrettelæggelsen af stoffet. Teorier-

ne er tilsammen glimrende redskaber til at hjælpe en med at sikre sig, at stoffet er logisk meningsfuldt lagt an, og at eleverne har mulighed for at tilegne sig det, men de er aldeles blottede for råd om, hvordan man udvælger stoffet, så det føles meningsfuldt af eleverne, og så de har lyst til at beskæftige sig med det. Læring er en aktiv proces, og elevernes motivation og vilje til at engagere sig i stoffet er en mindst lige så vigtig faktor for læringen som deres kognitive beredskab. Vi er ikke enige i den opfattelse, der tilsyneladende ligger bag Ausubel's teori: At skønheden ved den logiske opbygning af stoffet er belønning nok og motivation nok for eleverne til at gå i lag med det. Til gengæld mener vi, at Ausubel's påstand om, at "den vigtigste enkelte faktor for læreprocessen er hvad den lærende allerede ved" i virkeligheden kan fortolkes bredt nok til at kunne rumme også de affektive sider af elevernes erfaringer, og således være i overensstemmelse med erfaringspædagogikken på dette punkt.

Specielt i fysikundervisningen vil de relevante erfaringer (ud over naturligvis det kognitive udbytte af den tidligere fysikundervisning) falde i tre grupper. For det første vil eleverne have nogle erfaringer med natur og teknik fra deres dagligdag uden for skolen. For det andet vil de have nogle erfaringer med fysikken som "samfundsformende faktor" - dels økonomisk-teknologisk (f.eks. i forbindelse med atomkraft-debatter), og dels kulturelt (f.eks. i forbindelse med diskussionen om kvantemekanikens filosofiske konsekvenser). Endelig for det tredje vil de have nogle emotionelle oplevelser med fysikfaget og fysikundervisningen, dvs. med de emner, former og holdninger, den forudgående fysikundervisning har udtrykt.

Ud fra erfaringspædagogikkens dobbelte sigte bliver det en vigtig opgave for læreren ved tilrettelæggelsen af undervisningsforløb at opfylde kravet om subjektiv relevans for eleverne. Ved at inddrage elevernes erfaringer som et vigtigt led i emnevalget, og ved at pege på, hvorledes de kan anvendes konstruktivt i forløbet, kan læreren komme langt i den retning. I et tidligere projekt af en af forfatterne til denne rapport (Lund 1984), blev vægten i undervisningsforløbet især lagt på praktisk arbejde, med



det formål dels at inddrage nogle af elevernes hverdagserfaringer (omkring energiomsætning), dels at give dem nogle positive skoleerfaringer (selvstændig planlægning af arbejdet, og aktiv deltagelse i stedet for passiv lytning). Det emne, vi i dette projekt har valgt, søger at forholde sig dels til nogle erfaringer med den kulturelle og eksistentielle debat, den moderne fysik har affødt, dels til erfaringer med fysikken som et urørligt, utvetydigt og skræmmende værk, afdækket stykkevis af genier gennem århundreder (at sådanne forestillinger om fysikken eksisterer blandt gymnasieelever, og de fleste andre mennesker med, for den sags skyld, bekræftes blandt andet i de elevundersøgelser, vi omtalte i afsnit 4.2.2). De tre forskellige undervisningsforløb, vi skitserede i afsnit 4.1.4 og 4.2.1, er således først og fremmest valgt ud fra overvejelser over, hvilke erfaringer eleverne har og hvad der vil forekomme relevant og motiverende for dem, selv om det ikke blev sagt på den måde dér. Vi vender tilbage til disse overvejelser i sidste afsnit.

#### 4.3.2 Organiseringen af vort stofområde.

Vi har altså tre forskellige sæt af metoder at anvende som hjælpemidler ved tilrettelæggelsen af undervisningsforløb om kvantemekanikkens grundlagsproblem: Ausubel's "assimilationsteori" om den hierarkiske strukturering af begreberne; Piaget-skolens redskaber til analyse af kognitive stadier og krav til operationelle skemaer; samt erfaringspædagogikkens krav om stoffets subjektive relevans for eleverne.

I dette afsnit skal vi først diskutere emneområdet begrebslige struktur. Derpå skal vi se på, hvilke "advance organisers" der tænkeligt kan udvikles i undervisning i gymnasiet. Sluttelig skal vi kort komme ind på, hvorledes Piaget-skolens redskaber, f.eks. Shayer & Adey's "Curriculum Analysis Taxonomy", bedst anvendes på dette trin af undervisningstilrettelæggelsen.

Kvantefysikkens begrebslige struktur.

Vi har i løbet af projektet arbejdet på at afdække de forskellige begrebslige sammenhænge indenfor emnet, i det håb at få opstillet nogle begrebshierarkier i Ausubel'sk forstand, som kunne være os til hjælp i udviklingen af undervisningsforløb. Det er for så vidt også lykkedes for os, men til gengæld har alle vore forsøg på at fremstille disse hierarkier grafisk vist sig helt umulige at gengive på tryk i en forståelig form, selv om de har været til stor hjælp og inspiration for os selv i processen. Vi vil derfor nøjes med at forsøge at beskrive hierarkiet med ord, og i øvrigt appellere til vore læsers overbærenhed, hvis også dette viser sig uigennemskueligt. Til gengæld vil vi anbefale andre, som står overfor at skulle planlægge undervisningsforløb i nye emner, at prøve for sig selv at organisere begreberne grafisk i forhold til hinanden, da dette er både inspirerende og praktisk.

Som det helt centrale begreb - "toppen" af hierarkiet - finder vi kvantet (kvantepostulatet): At virkninger ikke kan blive uendeligt små, men at de er kvantiserede, og at kvantet er udeleligt. I næste niveau, arrangeret i en ring uden om (under) kvante-begrebet, har vi placeret de tre begreber "diskontinuitet", "partikel/bølge-dualitet" og "vekselvirkning", som vi har fundet var de vigtigste nøgleord for forståelsen/beskrivelsen af den kvantemekaniske teoribygning. Derpå følger en række andre grundbegreber i kvantemekanikken, f.eks. "tilstand", "måling", "usikkerhed", "måleapparat", "komplementaritet" m.fl. Disse er alle forbundet indbyrdes og over- og underordnet hver andre på mangfoldige og komplekse måder, hvilket faktisk var det største problem at gøre rede for grafisk. Som en del af strukturen på dette niveau har vi desuden lavet en særlig kasse med "Eksperimentelle begrundelser" for kvanteteorien ("Interferens", "fotoelektrisk effekt", "kemisk stabilitet", etc.), selv om disse også kunne spredes ud på de mere abstrakte begreber som eksempler. Dette har vi gjort dels af hensyn til kvanteteorien historiske udvikling, dels for at understrege, at disse eksperimentelle eksempler kan tjene som selvstændige, begrebslige indgange til

emnet. Vi har også lavet en særlig kasse i begrebshierarkiet med begreber, der vedrører grundlagsproblemet, f.eks. "lokalrealisme", "bølgefunktionens kollaps", m.fl. Her har vi, af gode grunde, forsøgt at udvikle begrebshierarkiet lidt mere detaljeret.

Endelig som et ekstra niveau i skitsen har vi søgt at vise, hvorledes kvantemekanikken kommer i berøring med en række andre teoribygninger og områder, f.eks. "relativistisk kvantemekanik", "kvantefeltteori", "kosmologi", "kemi", m.fl. Det ses, at det især er begreberne tilstand og usikkerhed (usikkerhedsrelationerne), der er forbindelsesled til andre teoribygninger (begrebshierarkier), hvoraf man kan slutte, at jo bedre disse begreber indlæres, og jo mere man formår at demonstrere disse sammenhænge, jo mere meningsfuld vil læringen være for eleven.

#### 4.3.3 Subsumers og advance organisers.

Indledningsvis er der nok ikke sket noget ved at konstatere, at der næppe kan findes relevante subsumere hos flere end måske en enkelt eller to elever i en klasse. "Subsumer"-begrebet henfører til egentlig faglig relevante og korrekte begreber, som det nye stof direkte kan tilordnes og videreudvikle - man kan som eksempel tænke på børn, der lærer at kende forskel på "eg", "bøg" og "lind": Begrebet "træ" vil de oftest have i forvejen, og det vil naturligt fungere som subsumer. I læreprocessen vil det selv blive differentieret gennem erkendelsen af, at der findes forskellige slags træer.

Kvantemekanikken er imidlertid (antager vi nu) et helt nyt felt for eleverne, og der vil kun være få og spredte referencer i deres kognitive struktur, der berører dette stofområde. Som mulige eksempler herpå kunne man tænke sig, at de fra kemiundervisningen måske har en forestilling om elektroner og elektron-"skal-ler", ligesom man kan forestille sig, at de har hørt om Bohr. Men det er ikke, hvad man ville kalde oplagte subsumere: Selv om de

måske har hørt ordene "kvantum" og "Planck's konstant", og selv om de nok kender nogen, der har set et billede af Bohr, så vil disse begreber ikke være tilstrækkelig solidt forankrede til, at de kan fungere som stabile forbindingspunkter for nye begreber, og bære en differentiering af en grad som den, der lægges op til i et undervisningsforløb.

Konsekvensen af manglen på relevante subsumere må nødvendigvis blive, at vi i den konkrete planlægning først og fremmest tænker over, hvad stoffet så skal knyttes an til, dvs. hvorledes vi kan præsentere og udvikle nogle begreber, der kan fungere som advance organisers, og hvilke konsekvenser, valget heraf vil få for den begrebslige struktur i undervisningsforløbet.

En god advance organiser har to kvaliteter: For det første skal den referere tydeligt til nogle begreber og sammenhænge, eleven allerede kender til og behersker. For det andet skal den kunne udvikles til også at referere tydeligt til et eller flere centrale begreber i det nye stof, og således selv kunne fungere som reference (subsumer) i det efterfølgende forløb. Forskellen på en subsumer og en advance organiser er altså først og fremmest, at den førstnævnte er et begreb inden for rammerne af det stof, der skal læres - inden for teorien - mens den sidstnævnte forbinder sig til andre emner og hierarkier i den kognitive struktur - uden for teorien. Her tager Shayer & Adey i øvrigt fejl, når de forestiller sig advance organisers som stærkt teori-ladete begreber, og derfor kritiserer Ausubel's strategi for kun at være tilgængelig for elever på "3B: late formal" stadiet (Shayer & Adey 1981, p. 86f). Vel skal begrebet være centralt i forhold til det nye stof, men i den sammenhæng er begrebet udifferentieret til at begynde med. Der hvor elevernes kognitive færdigheder - operationelle skemaer - spiller ind, er ved de processer, hvorunder begrebet differentieres, dvs. hvor det anvendes i nogle sammenhænge og derved efterhånden får en mere nuanceret betydning og større teoretisk kraft.

Vi har overvejet ialt fire forskellige måder at gribe sagen an på; fire forskellige "advance organisers". Vi har nedenfor ridset

det overordnede begrebslige forløb i hver af disse op, og for eksemplets skyld er vi gået noget mere i detaljer med den første. Først skal vi imidlertid nævne et par ting, man bør være opmærksom på. Den ene er, at de her skitserede forløb er begrebslige forløb, ikke nødvendigvis kronologiske forløb, selv om der selvfølgelig er en vis overensstemmelse. De er altså en slags "halvfabrikata" for de egentlige undervisningsforløb. Den anden ting er, at selv om disse begrebslige forløb, ligesom de tidligere nævnte tematiske forløb, er udvalgt og præsenteret med forskellige grupper af elever - forskellig skolemæssig forhistorie og forskellig interessebaggrund - i bagehovedet, så er det to forskellige ting. Områdets begrebslige struktur har med den logiske og kognitive sammenhæng at gøre, mens den tematiske opbygning primært handler om elevernes motivation og engagement. Syntesen af disse to tilgange er selve kernen i tilrettelæggelsen af et godt undervisningsforløb (men vi må desværre indrømme, at helt så langt er vi ikke nået i dette projekt og emne).

Vi har tænkt på følgende mulige advance organisers:

- \* måling  $\Leftrightarrow$  virkning
- \* determinisme/tilfældighed
- \* bølge-partikel-dualiteten
- \* grænser for viden: videnskabens mening.

#### Advance organiser 1: Måling $\Leftrightarrow$ virkning.

I fysikundervisningen kender alle elever til det at foretage en måling. De kender også (ihverfald efter et års tid) til usikkerhedsberegninger, og ved sådan omtrent, at grunden til, at man laver disse beregninger først og fremmest er, at der forekommer aflæsningsfejl, samt at der er eksternt betingede variationer og fejlkilder i forhold til den "ideelle" måling. Endelig har de en forestilling netop om denne "ideelle" måling: At den i princippet kan gøres vilkårligt præcis, og at den desuden er passiv i forhold til objektet, dvs. at objektets tilstand ikke forandrer sig.

Kernen i at bruge målebegrebet som advance organiser er, som det første, at illustrere for eleverne, at denne sidste forestilling er forkert, og at målingen nødvendigvis må indebære en virking på objektet, dvs. en vekselvirkning mellem objekt og måleapparat, da måleapparatet jo nødvendigvis må påvirkes for at kunne virke. Som det andet skal eleverne bringes til en erkendelse af, at målingen i sig har et element af diskontinuitet, og at information som princip er diskontinuert. Det tredje, centrale begreb, der skal udvikles ud fra diskussionen af måling/virkning, er usikkerhedsbegrebet, som i første omgang skal knyttes sammen med vekselvirkningsbegrebet, og i anden omgang vises som et generelt princip på grund af diskontinuiteten. Som beskrevet i foregående afsnit (4.3.2) står disse begreber meget centralt i kvanteteori- en, således at begge kravene til en advance organiser er opfyldt her.

I øvrigt går forløbet ud på at stabilisere, udbygge og differentiere disse begreber ved hjælp af eksempler og "underbegreber". Et vigtigt eksempel er dobbeltspalte-eksperimentet, fordi det demonstrerer bølge-partikel-dualiteten, og samtidig noget vigtigt om målingen: Målingen er en punktmåling (et korn på den fotografiske plade), mens tilstanden før målingen har bølgekarakter (ellers kunne interferensen ikke opstå). Punktet er diskontinuert, bølgen er kontinuert. Hermed har man også grundlag for at introducere begrebet komplementaritet, selv om det ikke i dette forløb kommer til at spille den helt centrale rolle. Heisenberg's Gammastrålemikroskop er et andet vigtigt eksempel i denne sammenhæng, fordi det illustrerer en side af usikkerhedsproblematikken, og desuden viser noget om betingelserne for at måle. Yderligere et par vigtige begreber er bølgefunktionen og bølgefunktionens kollaps, samt diskussionen af hvornår dette kollaps egentlig sker og hvori det består. Disse begreber kræver en vis matematisk dybde i behandlingen, men en hel del vil kunne forstås intuitivt eller forklares med analogier.

Denne stadige udbygning af begreberne når efterhånden frem til det begreb, der er forløbets mål: Begrebet om Grundlagsproblemet. Bølgefunktionens kollaps ligger på sin vis uden for kvanteteori-

ens rækkevidde - men bølgefunktionen er et meget centralt værktøj i kvantemekanikken, og omfatter ikke bare enkeltpartikler men hele systemer, også systemer med makroskopisk udstrækning. En konsekvens af usikkerhedsbegrebet og den måde, bølgefunktionen virker på er, at det er målingen i sig selv, der skaber de observerede egenskaber - og så har E.P.R., Bell og Aspect tilsammen formået at demonstrere ganske overbevisende, at når bølgefunktionen for et system med makroskopisk udstrækning kollapser som følge af, at der et sted i systemet udføres en måling, så defineres samtidig - momentant - egenskaber for andre dele af systemet, som før var ubestemte. Med andre ord, der optræder virkning på afstand, uden om relativitetsteorien, eller også optræder der virkninger uden lokal årsag.

Sideløbende kan man give sig til at trække nogle af de linier op, som var centrale i dannelsesdiskussionen: At fysikken ikke selv kan gøre rede for sit grundlag på "videnskabelig" vis, at videnskabsmænd også kan blive ret uenige om, hvad ligningerne betyder, men at fysikken trods alt har en imponerende styrke, når den med sine egne metoder formår at vise sine grænser, etc. etc.

#### Advance organiser 2: Determinisme/tilfældighed.

Udgangspunktet for valget af denne modsætning som advance organiser er, at eleverne måske tidligere, i andre sammenhænge eller i forbindelse med den Newton'ske fysik, har stiftet bekendtskab med diskussionen om, hvorvidt vi har en fri vilje, eller om alt er forudbestemt, når det een gang er sat igang. Laplace's dæmon, som sidder og holder regnskab med alle bevægelser, kan dermed forudsige alle handlinger, etc. Den klassiske fysik rummer en sådan opfattelse, mens kvantemekanikken opererer med en grænse for denne determinisme og således indfører tilfældighed i fysikken.

Advance organiser 3: Bølge-partikel-dualiteten.

En tredje mulighed for advance organiser tager udgangspunkt i, at eleverne tidligere i deres fysikundervisning har stiftet bekendtskab med partikel- og bølgebeskrivelsen eksempelvis for lys. Herudfra kan man udvide dette til elektroner, til hvilke eleverne ikke almindeligvis vil knytte en bølgebeskrivelse. Videre kan man vise, at måling altid kræver partikelformen (er diskontinueret), hvorimod de "ubørte partikler" (elektroner, fotoner etc.) altid kan beskrives med en bølgefunktion. Når vi måler må vi derfor opgive bølgebeskrivelsen; bølgefunktionen kollaberer.

Advance organiser 4: Grænser for viden: Videnskabens mening.

En fjerde mulighed for advance organiser bygger på elevens forestilling om, at videnskab på den ene side søger en fuldstændig forklaring/beskrivelse, mens det på den anden side er den almindelige opfattelse, at der er grænser for, hvad man kan opnå viden om ("...der er mere mellem himmel og jord..."). I den klassiske fysik er det muligt at opretholde en fuldstændig beskrivelse, men den klassiske fysik kan ikke forklare mikroskopiske fænomener. Kvantemekanikken kan til gengæld forklare de mikroskopiske fænomener, men må opgive en fuldstændig beskrivelse, fordi den opererer med en mindste virkning (kvantet). Dette fører til usikkerhed og tilfældighed, men kvantemekanikken kan opsætte grænser for disse.

4.3.4 Anvendelsen af CAT på beskrivelsen af den begrebslige struktur.

Ovenfor har vi ikke gjort særlig meget ud af at beskrive de finere formåls- og procesbeskrivelser for de forskellige elementer i de begrebslige strukturer. Dette er dels på grund af, at de begrebslige forløb rent faktisk ikke er kronologiske forløb,



og at der ikke er sagt særlig meget om de midler, undervisningen konkret skal betjene sig af, og dels er grunden, at de begrebslige strukturer jo i en vis forstand er formålet med undervisningen. Forslag til mere konkrete, detaljerede undervisningsforløb havde vi forestillet os at lave ud fra en syntese af de to forskellige indholdsmæssige tilgange, vi har beskæftiget os med i dette projekt: De begrebslige strukturer og de tematiske sammenhænge. Så vidt er vi som sagt desværre ikke nået.

Deraf følger imidlertid, at der kun er begrænsede muligheder for at anvende Shayer & Adey's CAT eller lignende teknikker på det stadium af undervisningsplanlægningen, vi er nået til - disse kræver for det meste en væsentlig mere specifik forløbsbeskrivelse. Nogle forhold kan dog allerede nu trækkes frem, som eksempler på, hvilke typer af overvejelser, der indgår i CAT.

For det første er det selvfølgelig helt afgørende vigtigt, at det eller de begreber, der skal fungere som advance organiser, kan forstås og anvendes af eleverne, både i den sammenhæng, det i forvejen er kendt af eleverne, og i den nye sammenhæng, som det skal være anker for. Da vi konstaterede, at man måtte gå ud fra at op til halvdelen af eleverne ikke magter sammenhænge, der stiller krav om formelt-operationelle skemaer, er det vigtigt at sikre sig, at de processer, hvorunder begrebet etableres som advance organiser, holder sig på "2B: late concrete" stadiet.

Umiddelbart ser dette ud til at være nemmest at opfylde for det første af vore fire eksemplers vedkommende: Eleverne kender som sagt selve det at foretage en måling, og at erkende, at dette nødvendigvis må medføre en virkning begge veje kræver, at eleverne kan arbejde med reciprocitet, hvilket netop ifølge CAT er en konkret-operationel ("late concrete") evne. For de øvrige begrebers vedkommende ser det derimod umiddelbart ud som om de kræver formelt-operationelle tænkemønstre: Determinisme kræver evne til at forstå en formel model, medmindre man først får udviklet nogle passende konkrete analogier som f.eks. Laplace's dæmon (men hvad holder dæmonen så styr på?). Bølge-partikel-dualiteten kræver dels evne til at skille modsætninger (tidlig-konkret), men også

evne til, i forbindelse med bølgebegrebet her, at operere med konkrete modeller (3A), da bølgen her jo er en bølge i "ingen-ting". Videnskab/grænser for viden er sværere at vurdere i denne sammenhæng, men kan få nogle af de samme vanskeligheder som determinisme-begrebet. Vi er dog af den opfattelse, at det for alle de her foreslåede advance organisers vil være muligt at finde metoder til at få dem etableret på.

For det andet mener vi, man bør forsøge at anvende CAT på de forskellige elementer og delforløb i det samlede undervisningsforløb, i det omfang man kan skille dem ad. Her har vi naturligvis i realiteten allerede defineret en række delformål (elementer) på forhånd, alene ved at vælge emnet, og disse kan analyseres, i det mindste med henblik på at udpege problemområder. Vi skal her nævne nogle få:

- et formål er at lade eleverne opleve nogle forsøg (der typisk vil ligge på niveau 2B til 3A, f.eks. fotoelektrisk effekt og interferens), hvor resultaterne kan erkendes på forskellige niveauer: som gensidigt udelukkende (stadium 2A); med begrebet bølge-partikel-dualitet (3A: konkret model), samt at forstå dette som en principiel egenskab: Komplementaritet (3B).
- et andet formål er, at eleverne skal forstå kvantet som en mindste virkning (2B), og som en øvre grænse for nøjagtigheden af målinger af "kanonisk konjugerede variable" (dette ord alene forudsætter 3B, da det fordrer kendskab til imaginære størrelser m.m., mens selve usikkerhedsrelationen blot fordrer adskillelse af variable: 2B), og at dette er udtryk for en fundamentalt diskontinuert egenskab ved naturen, i modsætning til den klassiske mekanik (3B: formel model).

Det ses, at man ved hjælp af sådanne overvejelser og analyser kan få et indtryk af, hvad de forskellige led i formålet/forløbet kræver af eleven, og hvorvidt der er noget at hente for alle elever, eller om der er et laveste nødvendige kognitive niveau,

som vil udelukke nogle af klassens elever fra at få et udbytte af forløbet. Dette er et af de vigtige formål med CAT-analysen.

#### 4.4 Opsamling.

Denne opsamling er blevet noget anderledes end vi oprindeligt havde regnet med. Det skyldes selvfølgelig, at kapitel 4 ikke er mundet ud i egentlige forslag til undervisningsforsøg, hvilket nok også var for ambitiøst. Tanken var på dette sted at vurdere disse forskellige forløb i forhold til de forskellige elevgrupper og elevernes kognitive stade. I stedet vil vi prøve at forholde de forskellige elevgrupper til de indholdsmæssige krav til undervisningen, vi har beskrevet i det foregående: Dels de tre typer tematiske forløb, vi opridsede i afsnit 4.1.4, og dels de fire advance organisers, vi nys har foreslået i afsnit 4.3.3. Det skal igen betones, at disse indholdsmæssige krav skal forstås som tilgange til planlægningen af undervisningsforløb, og ikke som endelige forløb i sig selv. Der er således rum til at planlægge undervisningen - også på den indholdsmæssige side - således, at den medreflekterer eksempelvis pigernes behov. Afsnittet her skal netop søge at vejlede læreren om, hvordan dette rum forvaltes til fordel for de forskellige elevgrupper. Det kan nødvendigvis ikke blive hverken udtømmende eller specielt præcist (læs: handlingsorienteret), idet vores overordnede rubricering af eleverne ikke siger noget udtømmende om de sociale forhold og mekanismer, der hersker i en klasse. Vi mener dog, at grupperne er ret almengyldige og er repræsenterede i stort set alle klasser.

Til sidst skal vi søge at trække op, hvad kravene til denne indholdsmæssige vægtning betyder for vores intentioner med hensyn til ideologisk bevidstgørelse.

4.4.1 Elevgruppernes betydning for den indholdsmæssige planlægning af forløbet.

Vi har tidligere i kapitel 4 beskrevet forskellige skævheder med hensyn til de forskellige elevgruppers motivation etc. for fysikundervisningen. Det drejer sig om:

- kønsmæssige skævheder
- socialgruppemæssige skævheder
- kognitive skævheder
- endelig er der de nævnte typer af strategier, eleverne anlægger overfor skolen

Kønsmæssige skævheder.

Den første skævhed/forskel, man kan se her, er at pigerne ofte anlægger helhedsprægede synsvinkler på deres omgivelser, i modsætning til drengene, samt at pigerne hyppigt prioriterer, hvad vi vil kalde "nære" og "menneskelige" emner (naturfænomener, menneskets fysik), mens vi med vores filosofiske intentioner i højere grad vægter de abstrakte og fjerne emner. Det er således nødvendigt at administrere det indholdsmæssige rum, således at pigernes krav betones. Det mener vi bedst gøres ved det eksperimentelt orienterede forløb, hvor netop naturforståelsen kan betones. Selv om pigernes force ikke er det eksperimentelle, på grund af deres manglende tekniske erfaringer og gåpåmod, er det alligevel her, muligheden er for at knytte kvantemekanik til "nære" og "menneskelige" emner.

Pigernes manglende tekniske erfaringer må man søge at råde bod på bl.a. ved hjælp af arbejdsformen og sammensætningen af arbejdsgrupper. Eksempelvis kunne man forestille sig, at pigernes muligheder i det eksperimentelle arbejde ville blive forbedrede, hvis der blev sammensat rene pige grupper, fordi drengene så ikke automatisk ville tage sig af apparaterne og lade pigerne tilbage. En anden ting er, at det har vist sig, at pigerne klarer sig langt

bedre i eksperimentel kemi (Beyer et al. 1983). Dette kan skyldes at kemiforsøgene er langt mere opskriftbetonede og netop ikke kræver teknisk snilde i samme grad som fysikforsøg, men det var måske værd at undersøge, om et samarbejde med kemi, som foreslået tidligere, ville stille pigerne lidt bedre.

#### Socialgruppemæssige skævheder.

På baggrund af Ålborgundersøgelsen kunne man frygte, at en ændring i gymnasiet i retning af at gøre fysik til et mere "konverserende" fag vil øge de sociale skævheder i fysikfaget. At dømme efter materialet i de to rapporter er der en klar tendens til, at de socialt betingede forskelle er mindre udtalte i mat-fys-kemi faggruppen end i f.eks. dansk, historie etc., omend de stadig er tydelige. Ud fra dette kan der være pointer i at vægte forløbet i retning af det eksperimentelle eller matematiske forløb, fordi der her dog er noget at forholde den "flyvske diskussion" til; henholdsvis eksperimenter & naturen og matematikken & lovmæssighederne.

#### Kognitive skævheder.

Det er her vigtigt, at formentlig kun ca. 50 % af eleverne mestrer formelt operationel tænkning - dette er, hvad vi med den yderste forsigtighed har turdet udlede af engelske undersøgelser. For at den sidste halvdel ikke skal gå tabt på gulvet fra starten, er det derfor nødvendigt, at undervisningen starter på det konkrete operationelle niveau. Det lægger dermed nogle bånd på, hvorledes det indholdsmæssige rum i undervisningen skal administreres, og hvilke advance organisers, man kan forvente eleverne forstår.

Det er imidlertid vanskeligt at forholde dette til de tre typer forløb, fordi disse reelt siger meget lidt om, hvorledes læringen skal foregå. Dette er således i højere grad noget man (NEJ, ikke os, ikke i dette projekt) skal have i baghovedet, når

man går i gang med at forberede og fordybe sig indholdsmæssigt i et konkret forløb.

#### Forskellige elevstrategier.

De forskellige elevstrategier, vi løseligt ridsede op i afsnit 4.2.2, er svære at forholde direkte til den indholdsmæssige side af undervisningen. Disse elevstrategier er indsocialiseret tidligt i elevernes skolekarriere, de vedrører den totale skolesituation, og de hænger i det hele taget nøje sammen med elevernes hele personlighed. Det er derfor nødvendigt at læreren stort set betragter disse strategier som absolutte betingelser - det er ikke sandsynligt, at de uden videre ændrer sig. Vi mener, det i højere grad giver anledning til overvejelser over, hvordan man skal undervise, i stedet for i hvad, idet disse strategier først og fremmest forholder sig til den sociale situation i klassen og til vekselspillet mellem klasse og lærer.

#### 4.4.2 Betydningen for den tidslige planlægning af forløbet.

Med "tidslig planlægning" tænker vi her på to ting. For det første tidslig planlægning i forhold til resten af gymnasieforløbet, dvs. spørgsmålet om, på hvilket klassetrin vores forløb skulle placeres, og hvad det ville være smart at de havde haft forinden. For det andet den interne, tidslige planlægning og afvikling af forløbet selv: Hvad skal man starte med, hvornår skal dette og hint drages ind, og hvor lang tid kan der højst bruges på det og det element i forløbet.

#### Planlægning i forhold til resten af gymnasieforløbet.

Ser man på de fire advance organisers kan vi konstatere, at de fordrer en vis indsigt i den klassiske mekanik og den klassiske fysik i det hele taget, på et eller andet tidspunkt. For den

første og den tredje advance organiser's vedkommende stammer begreberne direkte fra omegnen af fysikken, og de betinger dermed f.eks. kendskab til, hvad en måling er, etc. Men selv om erfaringerne, hvorfra det andet og det fjerde af de fire begreber skal opbygges, ikke stammer fra fysikken selv i første omgang, så skal de stadigvæk tjene som ankerpunkter for det nye stof, og heri er jo "de klassisk beskrevne måleapparater", for blot at tage et enkelt tilfældigt valgt eksempel, temmelig centrale.

Vi forventer altså, først og fremmest, at eleverne er bekendte med, hvad en måling indebærer, og med usikkerhedsberegninger i den sammenhæng etc. Desuden er det i praksis også nødvendigt, at de ved, at lys kan beskrives både som bølger og partikler, dvs. at de har haft lidt bølgelære el. lign. Hvad der iøvrigt kræves af de fire organiseres hver især er lidt mere forskelligt, og der er desuden også betydelige frihedsgrader til at indrette sig efter, hvad eleverne faktisk har været igennem. Det korte af det lange forbliver dog, at forløbet næppe kan lægges for tidligt i elevernes gymnasietid; de skal have nået at få en vis erfaring med fysik. Dette peger i retning af, at forløbet må lægges i 2.g eller 3.g.

Herudover stiller bekendtgørelser og deslige også nogle krav til hvor forløbet kan placeres. I udkastet til ny læseplan er de kvantefysiske emner i kernestoffet placeret i fællesdelen (mellemniveauet). Dermed har forfatterne til udkastet angivet, at de finder emnet for vigtigt til at det skal være forbeholdt de gymnasister, der vælger fysik på højt niveau, dvs. i 3. g., men på den anden side er det samlede omfang selvfølgelig alt i alt ikke så stort. Det samlede resultat af disse overvejelser bliver da nok, at man vil vælge at lade et emne som det, vi her har foreslået, indgå i planen i 2. g.

Forløbets udvikling.

Hvad vi kan sige her af stærkt begrænset af, at vi ikke har udviklet noget egentligt forløb, endsige prøvet at undervise i det. Vort grundlag for at anvende Shayer & Adey's Curriculum Analysis Taxonomy (CAT) med henblik på at analysere undervisningsmaterialer er derfor tilsvarende begrænsede, og vi har valgt at lade det blive ved de spæde prøver, vi gjorde i afsnit 4.3.4. Vi skal dog skynde os at tilføje, at det efter vor mening kan være et godt og nyttigt redskab - hvis altså man har noget at analysere.

Derimod kan vi sige noget om, hvorledes de forskellige temaer skal vægtes hen gennem forløbet. På baggrund af pigernes krav til undervisningen mener vi, som tidligere nævnt, at man med fordel kunne vægte forløbet i retning af et naturfysisk/eksperimentelt forløb. Dette bør gøres fra starten for at få pigerne med, mens man hen mod forløbets slutning kan nærme sig et mere filosofisk orienteret forløb.

Advance organisers skal naturligvis lægges i starten af forløbet for at have mening. Samtidig skal det her understreges, at det er vigtigt at eleven har en solid forståelse af det begreb, der skal fungere som advance organiser, da det ellers mister sin værdi, således at resten af forløbet næppe kan lykkes. Da vi ovenfor fremførte, at det var væsentligt at vægte naturfysiske/eksperimentelle forløb, mener vi derfor også, at den første og den tredje af de organisers, vi har foreslået, vil være bedst egnede.



4.4.3 Grundlagsproblemet og vores dannelsesidealer/målsætning i forhold til skolen og elevernes virkelighed.

Vi skal i dette sidste afsnit søge at give et svar på, om vores forestilling om grundlagsproblemet's potentiale i forhold til den pædagogiske målsætning, vi stillede op, nu også kunne holde, og på om eleverne nu også opfatter grundlagsproblemet så relevant som vi havde forestillet os.

Vi mener stadig, at grundlagsproblemet har nogle potentialer i retning af at motivere eleverne for fysikken, dvs. i retning af at forekomme (subjektivt) relevant. Men vi er trods alt ikke lige så optimistiske nu som da vi indledte projektet. Dengang var avisoverskrifterne præget af Bohr-jubilæet; det var noget der blev talt om, og vi forventede, at eleverne også gjorde det. I skrivende stund er denne interesse døet bort, og hvad angår fysik er overskrifterne nu snarere præget af superstreng (spaghettirum mm.) og superledning. Hvis vi skulle formulere et undervisningsforløb over grundlagsproblemet idag ville vi nok nedtone vor tro på elevernes interesse og engagement i emnet. Med andre ord er den subjektive relevans af et givet emne - grundlagsproblemet, f.eks. - ret konjunktur-bestemt, når det kommer til stykket, og hvis man tænker i undervisningsplanlægning på længere sigt; f.eks. fremstilling af temahæfter eller lignende, skal man nok passe på med at lægge for megen vægt på emnets umiddelbare aktualitet. Det betyder naturligvis ikke, at det så kan være ligegyldigt med den subjektive relevans; vi mener fortsat, at det er en vigtig overvejelse, når man vælger emner til det næste undervisningsforløb.

Derimod mener vi stadig, at kvantemekanikkens grundlagsproblem har nogle potentialer i sig i en helt anden retning: At vise, at fysikken er menneskeskabt, og ikke helt igennem så objektiv, absolut og urørlig, som den ellers i gymnasiet gerne vil give udtryk for. Det er det ene skridt hen mod en ideologisk bevidstgørelse af eleverne omkring fysikkens status. Det andet skridt skulle være, samtidigt at vise at fysikken, anvendt rigtigt, har en stor udsagnskraft. Her kan man have sin frygt for, at dette

ikke når eleverne, da det kræver en mere indgående beherskelse af kvantemekanikken. Men det kunne der eventuelt rådes bod på i et andet forløb om f.eks. teknik og fysik.

Vores største betænkelighed er nu nok spørgsmålet om det realistiske i at undervisningen kan tilrettelægges, så eleverne opnår den frigørelse og handlekraft overfor fysikken, som var vor hensigt - det objektivt relevante (eller en del heraf) - med forløbet. Elevens følelse af subjektiv relevans (i det omfang, de har en sådan følelse) antager vi kommer fra den filosofiske ende af projektet. Den objektive relevans (den ideologiske bevidstgørelse) kræver, at eleven har forstået hvad der er det mystiske i den der kvantefysik, og måske frem for alt hvad der ikke er mystisk i kvantemekanikken. Der fordres altså en vis forståelse af kvantemekanikken, og spørgsmålet er så, om det er realistisk at tro, at eleverne opnår en sådan forståelse for grundlagsproblemet på den tid, der kan afsættes til forløbet ("kan" er bestemt ved to parametre: 1) i forhold til bekendtgørelse/læseplan; 2) i forhold til, hvad elevernes interesse kan bære). Vi kan ikke for alvor besvare dette, for dette ville netop kræve, at vi udformede et forløb efter de ovenfor beskrevne retningslinier, og derefter skaffede os nogle erfaringer med at undervise ud fra dette - der er vist ikke andet at sige, end at hvis man ønsker et svar, så PRØV SELV !! Vi frygter dog, at det bliver ret svært på grund af de lange "kundskabslinier": Der er langt fra eksempelvis "måling  $\Leftrightarrow$  virkning" til "kvantemekanikkens grundlagsproblem" - mange trin i begrebshierarkiet. Og spørgsmålet er nu: Er der tid? Rækker elevens motivation langt nok til at gå den lange vej? Hermed er vi landet i et helt centralt problem for de naturvidenskabelige fag, og måske i særlig grad fysik: Vanskeligheden ved at forene det subjektivt og det objektivt relevante - relevansparadokset.

## L I T T E R A T U R L I S T E

- Adams, S.F.: "Is the physical Universe real ?"  
Physics Education 22 p.34-40. 1987
- Adrian, H.; Dideriksen, M.; Mortensen, M.; Walter, J.:  
" - noget der bare ikke minder om bøger....  
Metoder til undersøgelse af gymnasieelevers  
hverdagsliv"  
1. rapport fra gymnasieundersøgelsen, Køben-  
havn 1980
- Adrian, H.; Dideriksen, M.; Mortensen, M.; Walter, J.:  
" - tretten års erfaring.... Gymnasieelevers  
lektielæsning, fritid og fremtidshåb"  
2. rapport fra gymnasieundersøgelsen, Køben-  
havn 1980
- Adrian, H.; Dideriksen, M.; Mortensen, M.; Walter, J.:  
" - man sidder og hører så meget.... Elever-  
nes erfaringer og interesse i gymnasieunder-  
visningen"  
3. rapport fra gymnasieundersøgelsen, Aalborg  
1982
- Andersen, T. J.: "'Aspecteksperimenterne' - skjulte variable i  
kvantemeknikken ?"  
IMFUFA-tekst nr. 57 Roskilde 1983
- Aspect, A. et. al.: "Experimental Tests of Realistic Local  
Theories via Bell's Theorem"  
Physical Review Letters 47 no.7 p.460-463  
1981

*Fysik og Virkelighed*

- Aspect, A. et. al.: "Experimental Test of Bell's Inequalities  
Using Time-Varying Analyzers"  
Physical Review Letters 49 no.25 p.1804-1807  
1982
- Becker Larsen, L.: "Atomfysik og virkelighed"  
Hæftet til filmen af samme navn.  
Statens filmcentral 1985
- Bell, J. S.: "On the Einstein, Podolsky, Rosen paradox"  
Physics 1 no.3 p.195-200 1964
- Beyer, K.; Blegaa, S.; Olsen, B.; Reich, J.; Vedelsby, M.:  
"Piger og fysik - et problem og en udfordring  
for skolen ?"  
IMFUFA-tekst nr. 71 Roskilde 1983
- Blædel, N.: "Harmoni og enhed"  
Rhodos København 1985
- Bohm, D.; Aharonov, Y.:  
"Discussion of experimental proof for the  
paradox of Einstein, Rosen and Podolsky"  
Physical Review 108 no.4 p.1070-1076 1957
- Bohm, D.: "Causality and Chance in Modern Physics"  
Routledge & Kegan Paul Ltd. London 1957
- Bohm, D.: "Helhed og den indfoldede orden"  
Forlaget Ask 1986
- Bohr, N.: "Atomfysik og menneskelig erkendelse 1"  
J.H. Schultz forlag København 1957
- Bohr, N.: "Atomfysik og menneskelig erkendelse 2"  
J.H. Schultz forlag København 1964

- Bohr, N.: "Atomteori og naturbeskrivelse"  
J.H. Schultz forlag København 1958
- Bohr, N.: "Can Quantum-Mechanical Description of  
Physical Reality be Considered Complete ?"  
Physical Review 48 p.696-702 1935
- Bohr, N.: "Quantum Mechanics and Physical Reality"  
Nature 136 p. 65 135
- Brønd, S. & Wierød, A.:  
"Fysik og Dannelse"  
IMFUFA-tekst nr. 132 Roskilde 1986
- Brønd, S.; Wierød, A.; Hekscher, J.:  
"Fysik og Samfund"  
IMFUFA-tekst nr. 131 Roskilde 1986
- Clauser, J.F. & Shimony, A.:  
"Bell's theorem: experimental tests and  
implications"  
Rep.Prog.Phys. 41 p.1882-1927 1978
- Claussen, C. & Felsager, B.:  
"Om naturens mindste byggesten I-VIII"  
Artikelserie i Naturens Verden 1980-85
- Dirac, P.A.M.: "The principles of Quantum Mechanics"  
4. udg. Oxford University Press Oxford 1974
- Dirac, P.A.M.: "The Evolution of the Physicist's Picture of  
Nature"  
Scientific American 208 no.5 p.45-53 1963
- Direktoratet for gymnasieskolerne og HF:  
"Tema/7 - Fysik i gymnasiet: Rapport fra  
Udvalget vedr. fysik i gymnasiet"  
DGHF København 1987

*Fysik og Virkelighed*

- Einstein, A.; Podolsky, B.; Rosen, N.:  
"Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete ?"  
Physical Review 47 p.777-780 1935
- Entwistle, N.J. & Duckworth, D.:  
"Choice of Science Courses in Secondary School: Trends and Explanations"  
Studies in Science Education 4 p. 63-82 1977
- d'Espagnat, B.: "The Quantum Theory and Reality"  
Scientific American 241 no. 5 p.128-140 1979
- Hansen, W.H. & Parbo, H.:  
"Elementær Kvantemekanik"  
Forlaget Systime 1981
- Head, J.: "What can psychology contribute to science education ?"  
School Science Review June 1982 p. 631-642
- Heisenberg, W.: "Del og helhed"  
Thanning & Appel København 1971
- Heisenberg, W.: "Fysik og filosofi"  
Thanning & Appel København 1971
- Jakobsen, K.: "Fysik og Virkelighed"  
F&K forlaget 1985
- Jammer, M.: "The philosophy of Quantum Mechanics. The Interpretations of Quantum Mechanics in Historical Perspective"  
John Wiley & Sons New York 1974

Jensen, F.V. & Winther, O.P.:

"Social oprindelse og fagkarakterer i gymnasieskolen - en undersøgelse af to nordjyske studenterårgange"

Aalborg Universitetscenter 1979

Jensen, F.V. & Winther, O.P.:

"Fagkarakterer i gymnasieskolen sammenholdt med køn og social oprindelse - en undersøgelse af to nordjyske studenterårgange (2. delrapport)"

Aalborg Universitetscenter 1980

Jensen, J.H. & Niss, M.:

"Nogle artikler om matematik, fysik og almen-  
dannelse"

IMFUFA-tekst nr. 84 Roskilde 1984

Kragh, H.:

"Methodology and philosophy of science in  
Paul Diracs physics"

IMFUFA-tekst nr. 27 Roskilde 1979

Kragh, H.:

"Historiske studier i den nyere atomfysiks  
udvikling"

IMFUFA-tekst nr. 35 Roskilde 1980

Kristiansen, M. & 3.c:

"Helt ærlig.... Om unge i gymnasiet"

Information København 1981

Landau, L.D. & Lifshitz, E.M.:

"Quantum Mechanics (non-relativistic theory).

Course of Theoretical Physics Volume 3"

3.udg. Pergamon Press Oxford 1977

Larsen, G.H.; Laursen, P.F.; Westh, D.M.:

"Gymnasiehverdag - teori og observation"

Københavns Universitet 1982

*Fysik og Virkelighed*

- Larsen, G.H.; Laursen, P.F.; Westh, D.M.:  
"Undervisningsform, elev- og lærerbevidsthed"  
Københavns Universitet 1984
- Ludvigsen, F.C.: "Mystisk og naturlig filosofi. En skitse af  
kristendommens første og andet møde med  
græsk filosofi."  
IMFUFA-tekst nr. 136 Roskilde 1987
- Lund, E.: "Et praktisk forsøg med en praksis med forsøg  
i"  
Fysikprojekt, unpubl., RUC 1984
- Lund, K.B.; Nielsen, H.; Nielsen, L.; Svenningsen, M.;  
Thomsen, P.V.: "3.gm, marts 1985 - en årgang siger sin  
mening om gymnasiet"  
GymnasieFysik, rapport nr. 5  
Århus 1985
- Mikkelsen, A.; Nielsen, H.; Thomsen, P.V.:  
"Fysik i gymnasiet - lærernes mening"  
GymnasieFysik, rapport nr. 4  
Århus Universitet 1984
- Miller, R.L.: "Ausubelian psychology - help for learning  
difficulties"  
Physics Education 15 no. 3 p. 186-190 1980
- Nielsen, H. & Thomsen, P.V.:  
"Hverdagsforestillinger om fysik"  
GymnasieFysik, rapport nr. 1  
Århus Universitet 1983
- Nielsen, H. & Thomsen, P.V.:  
"1.g, 1982 - erfaringer og holdninger hos nye  
gymnasiaster"  
GymnasieFysik, rapport nr. 2  
Århus Universitet 1983



- Nielsen, H. & Thomsen, P.V.:  
"1.gm, maj 1983 - en årgang siger sin mening om 1.g"  
Gymnasiefysik, rapport nr. 3  
Århus Universitet 1983
- Novak, J.D.: "An Alternative to Piagetian Psychology for Science and Mathematics Education"  
Studies in Science Education 5 p. 1-30 1978
- Nørretranders, T.: "Det udelelige - Niels Bohrs aktualitet i fysik, mystik og politik"  
Gyldendal København 1985
- Ormerod, M.B. with Duckworth, D.:  
"Pupils' attitudes to science - a review of research"  
NFER Windsor 1975
- Paulsen, A.C.: "Elevforudsætninger i fysik - en test i 1.g med kommentarer"  
IMFUFA-tekst nr. 69 Roskilde 1983
- Pedersen, A.S. & Møller, I.F. (ed.):  
"Piger i gymnasiet og på HF - overlevelse eller frigørelse ?"  
Forlaget Emmeline, Gadstrup 1983
- Piaget, J.: "Intellectual Evolution from Adolescence to Adulthood"  
Human Development 15 p. 1-12 1972
- Polkinghorne, J.C.: "The faith of a physicist"  
Physics Education 22 p. 12-14 1987
- Polkinghorne, J.C.: "The Quantum World"  
Penguin Books Middlesex 1986

- Ravn, I.: "Den indfoldede orden. En indføring i David Bohms fortolkning af kvantemekanikken"  
Paradigma 1 no. 3 p.8-14 1987
- Robertson, P.: "The Early Years. The Niels Bohr Institute 1921-1930"  
Akademisk Forlag, København 1979
- Salam, A. & Wigner, E.P. (ed.): "Aspects of Quantum Theory"  
Cambridge University Press Cambridge 1972
- Santos, E.: "The Bell Inequalities as Tests of Classical Logic"  
Physics Letters A 115 no.8 1986
- Shayer, M. & Adey, P.: "Towards a Science of Science Teaching - Cognitive development and curriculum demand"  
Heinemann London 1981
- Sjøberg, S. & Imsen, G.: "Gender and science education"  
Senter for Realfagsundervisning, Oslo Universitet 1987
- Sokoler, T.: "Kvantemekanik eller sund fornuft - Aspekter ved Aspect-eksperimenterne"  
Projektrapport ved NAT-BAS, RUC, upubl. 1986
- Voetmann Christiansen, P.: "Retur til virkeligheden"  
Gamma nr. 52 marts 1983 p. 12-30
- Voetmann Christiansen, P.: "Context and Non-locality - A Peircean Approach"  
IMFUFA-tekst nr. 144 Roskilde 1987

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projekt rapport af: Anne Jensen, Løna Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelser muligheder af natur og samfund. Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss  
Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh.  
Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko.  
Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum". Projekt rapport af: Lasse Rasmussen.  
Vejleder: Anders Madsen.
- 
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projekt rapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen.  
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt.  
Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projekt rapport af: Gert Kreinøe.  
Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup.  
Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler.  
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings af an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.  
Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen.  
Vejleder: Jørgen Larsen
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projekt rapport af: Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality". Af: Helge Kragh.
- 
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE". a+b  
1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projekt rapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dydemodul/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projekt rapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS". Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DILLENTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskens viscoelastiske egenskaber". Projekt rapport af: Gert Kreinøe.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller". Projekt rapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.  
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen.  
Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÅNGDELERE". Projekt rapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.  
Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER MØSSBAUEREFFEKT MÅLINGER". Projekt rapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen.  
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. 1.  
Af: Bent Sørensen.  
Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".  
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".  
Fire artikler.  
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".  
ENERGY SERIES NO. 2.  
Af: Bent Sørensen.
- 
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".  
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.  
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.  
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VEKSTØKONOMIEN".  
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".  
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.  
Vejleder: Per Nørregaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".  
ENERGY SERIES NO. 3.  
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".  
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".  
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".  
ENERGY SERIES NO. 4.  
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".  
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.  
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-1+1 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".  
Projektrapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.  
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".  
ENERGY SERIES NO. 5.  
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".  
Projektrapport af: Lis Ellertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".  
Projektrapport af: Preben Nørregaard.  
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".  
ENERGY SERIES NO. 6.  
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.  
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".  
Projektrapport af: Lis Ellertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".  
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".  
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.  
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.  
En biografi.  
Af: Else Høytrup.  
  
Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -  
En undersøgelse af matematisk økologi.  
Projektrapport af: Troels Lange.  
Vejleder: Anders Madsen.
- 
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-  
Skjulte variable i kvantemekanikken?  
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.  
Vejleder: Perler Voetmann Christiansen.  
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.  
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".  
ENERGY SERIES NO. 7.  
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.  
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.  
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".  
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.  
Vejledere: Jens Høytrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.  
En biografi 2. rev. udgave.  
Af: Else Høytrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".  
ENERGY SERIES No. 8.  
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".  
Af: Bernhelm Booss og Jens Høytrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".  
Projektrapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.  
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".  
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.  
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOLDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEAR PROGRAMMERING?".  
Projektrapport af: Ione Billmann og Lars Boye.  
Vejleder: Mogens Brun Høeffelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.  
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgaard Olsen.  
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"  
- en test i l.g med kommentarer.  
Aft: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".  
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreassen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.  
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"  
- et problem og en udfordring for skolen?  
Aft: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN I TVIL OG PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.  
Aft: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"  
- økologisk contra traditionelt.  
ENERGY SERIES NO. 9  
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.  
Vejleder: Bent Sørensen.
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.  
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.  
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"  
- Case: Lineær programmering.  
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.  
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjerneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et hørings svar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.  
ENERGY SERIES No. 10  
Aft: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"  
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.  
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.  
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjerneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".  
Specialrapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".  
Projektrapport af: Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.  
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".  
Aft: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSafhængig ledningsevne i amorft germanium".  
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.  
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND".  
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.  
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":  
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1  
Aft: Bent Sørensen  
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".  
Aft: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".  
Specialrapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".  
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2  
Aft: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".  
Aft: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".  
Aft: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".  
Aft: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".  
Aft: Albert Chr. Paulsen.
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".  
1. Lærervejledning  
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.  
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".  
2. Materiale  
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.  
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".  
Aft: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".  
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.  
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".  
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3  
Aft: Bent Sørensen.
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".  
Aft: Bjarne Lillethorup.  
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".  
Aft: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDALDEREN".  
Aft: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".  
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.  
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSISTEMETS OPBYGNING".  
Aft: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".  
Aft: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".  
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.  
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".  
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.  
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".  
 Af: Jens Jäger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE  
 GLASS REANITION".  
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL AF AC HOPPING CONDUCTIVITY".  
 Af: Jeppe C. Dyre.  
 Contributions to the Third International Conference  
 on the Structure of Non - Crystalline Materials held  
 in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".  
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI".  
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modelle-  
 ring af et epidemiologisk problem.  
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye,  
 Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling  
 Møller Pedersen.  
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CUR-  
 RICULUM" - state and trends -  
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIE TIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på  
 studenteroplysninger fra RUC.  
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Kat-  
 ter og Torben J. Andreasen.  
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".  
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".  
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones  
 og Jimmy Staal.  
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION  
 FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".  
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal,  
 Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn  
 Physant.  
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".  
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE  
 AF KONFIGURATIONSTABELLER".  
 Projekt rapport af: Lone Billmann, Ole R. Jensen  
 og Anne-Lise von Moos.  
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".  
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-  
 NEDEL RULE".  
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FUERNVARMEOPTIMERING".  
 Af: Jacob Mørch Pedersen.  
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE  
 FEYNMAN OG FYSIKKEN".  
 Af: Peder Voetmann Christiansen
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT  
 KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".  
 Af: Iben Maj Christiansen  
 Vejleder: Mogens Niss.
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".  
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".  
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".  
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".  
 Fysiklærerforeningen, IMFUA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".  
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBY, 8 - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-  
 klassifikation af B-, A- og F-stjerner".  
 Projekt rapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".  
 Projekt rapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak  
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE  
 ALGEBRA".  
 Projekt rapport af: Pernille Sand, Heine Larsen &  
 Lars Frandsen.  
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅKRYB" - om ikke-standard analyse.  
 Projekt rapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.  
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"  
 Lecture Notes 1983 (1986)  
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"  
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-  
 projekt om naturanskuelsens historiske udvikling  
 og dens samfundsmæssige betingethed.  
 Projekt rapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd,  
 Andy Wierød.  
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius,  
 Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"  
 Projekt rapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.  
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA.  
 ENERGY SERIES NO. 15.  
 Af: Bent Sørensen.
- 
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM"  
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen,  
 Petr Visčor
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSES-  
 TEORETISKE FORUDSÆTNINGER"  
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen  
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens  
 første og andet møde med græsk filosofi"  
 Projekt rapport af Frank Colding Ludvigsen  
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen  
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE  
 FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling  
 Af: Jeppe Dyre  
 Vejledere: Niels Boye Olsen og  
 Peder Voetmann Christiansen.

- 138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."  
Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.  
By: Peder Voetmann Christiansen
- 139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"  
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek  
Martin Bohle-Carbonell
- 140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"  
By: Jens Gravesen
- 141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"  
Projektrapport af Finn C. Physant  
Vejleder: Ib Thiersen
- 142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"  
by: Bernhelm Booss-Bavnbek og  
Krzysztof P. Wojciechowski
- 143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"  
af: Mogens Brun Heefelt
- 144/87 "Context and Non-Locality - A Peircan Approach"  
Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.  
By: Peder Voetmann Christiansen
- 145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"  
Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987  
By: Mogens Niss
- 146/87 "BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM"  
- en ny frekvensbaseret målemetode.  
Fysikspeciale af Jan Vedde  
Vejledere: Niels Boye Olsen & Petr Višćor
- 147/87 "Rapport om BIS på NAT-BAS"  
redigeret af: Mogens Brun Heefelt
- 148/87 "Naturvidenskabsundervisning med Samfundsperspektiv"  
af: Peter Colding-Jørgensen DLH  
Albert Chr. Paulsen
- 149/87 "In-Situ Measurements of the density of amorphous germanium prepared in ultra high vacuum"  
by: Petr Višćor
- 150/87 "Structure and the Existence of the first sharp diffraction peak in amorphous germanium prepared in UHV and measured in-situ"  
by: Petr Višćor
- 151/87 "DYNAMISK PROGRAMMERING"  
Matematikprojekt af:  
Birgit Andersen, Keld Nielsen og Jimmy Staal  
Vejleder: Mogens Niss
- 152/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PROJECTIONS AND THE TOPOLOGY OF CERTAIN SPACES OF ELLIPTIC BOUNDARY VALUE PROBLEMS"  
by: Bernhelm Booss-Bavnbek  
Krzysztof P. Wojciechowski
- 153/87 "HALVLEDERTEKNOLOGIENS UDVIKLING MELLEM MILITÆRE OG CIVILE KRÆFTER"  
Et eksempel på humanistisk teknologihistorie  
Historiespeciale  
Af: Hans Hedal  
Vejleder: Ib Thiersen
- 154/87 "MASTER EQUATION APPROACH TO VISCOUS LIQUIDS AND THE GLASS TRANSITION"  
By: Jeppe Dyre
- 155/87 "A NOTE ON THE ACTION OF THE POISSON SOLUTION OPERATOR TO THE DIRICHLET PROBLEM FOR A FORMALLY SELFADJOINT DIFFERENTIAL OPERATOR"  
by: Michael Pedersen
- 156/87 "THE RANDOM FREE ENERGY BARRIER MODEL FOR AC CONDUCTION IN DISORDERED SOLIDS"  
by: Jeppe C. Dyre
- 157/87 "STABILIZATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY FINITE DIMENSIONAL BOUNDARY FEEDBACK CONTROL: A pseudo-differential approach."  
by: Michael Pedersen
- 158/87 "UNIFIED FORMALISM FOR EXCESS CURRENT NOISE IN RANDOM WALK MODELS"  
by: Jeppe Dyre
- 159/87 "STUDIES IN SOLAR ENERGY"  
by: Bent Sørensen
- 160/87 "LOOP GROUPS AND INSTANTONS IN DIMENSION TWO"  
by: Jens Gravesen
- 161/87 "PSEUDO-DIFFERENTIAL PERTURBATIONS AND STABILIZATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS: Dirichlet feedback control problems"  
by: Michael Pedersen
- 162/87 "PIGER & FYSIK - OG MEGET MERE"  
AF: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen,  
Jette Reich, Mette Vedelsby
- 163/87 "EN MATEMATISK MODEL TIL BESTEMMELSE AF PERMEABILITETEN FOR BLOD-NETHINDE-BARRIEREN"  
Af: Finn Langberg, Michael Jarden, Lars Frellesen  
Vejleder: Jesper Larsen
- 164/87 "Vurdering af matematisk teknologi  
Technology Assessment  
Technikfolgenabschätzung"  
Af: Bernhelm Booss-Bavnbek, Glen Pate med  
Martin Bohle-Carbonell og Jens Højgaard Jensen
- 165/87 "COMPLEX STRUCTURES IN THE NASH-MOSER CATEGORY"  
by: Jens Gravesen

166/88 "Grundbegreber i Sandsynligheds-  
regningen"

Af: Jørgen Larsen

167a/88 "BASISSTATISTIK 1. Diskrete modeller"

Af: Jørgen Larsen

167b/88 "BASISSTATISTIK 2. Kontinuerte  
modeller"

Af: Jørgen Larsen

168/88 "OVERFLADEN AF PLANETEN MARS"

Laboratorie-simulering og MARS-analoger  
undersøgt ved Mössbauerspektroskopi.

Fysikspeciale af:

Birger Lundgren

Vejleder: Jens Martin Knudsen  
Fys.Lab./HCØ

169/88 "CHARLES S. PEIRCE: MURSTEN OG MØRTEL  
TIL EN METAFYSIK."

Fem artikler fra tidsskriftet "The Monist"  
1891-93.

Introduktion og oversættelse:

Peder Voetmann Christensen

170/88 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK"

Samtlige opgaver stillet i tiden  
1974 - juni 1988

171/88 "The Dirac Equation with Light-Cone Data"

af: Johnny Tom Ottesen