

TEKST NR 146

1987

BESTEMMELSE AF BULKRESISTIVITETEN I SILICIUM
- en ny frekvensbaseret målemetode

Fysikspeciale af Jan Vedde

Vejledere : Niels Boye Olsen & Petr Višcor.

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA. Roskilde Universitetscenter, Postbox 260, 4000 Roskilde

Bestemmelse af bulkresistiviteten i silicium

- en ny frekvensbaseret målemetode.

Fysikspeciale af Jan Vedde

IMFUFA tekst nr. 146/87

68 sider

ISSN 0106-6242

Abstract.

Det elektriske respons af krystalinsk Si er analyseret i et sæt af differentiaalligninger. Ligningssystemet består af en transportligning. Med brug af energibåndmodeller, elektriske netværksmodeller samt computersimulering gennemgås den fysiske situation som ligningssystemet beskriver. Det vises at denne models opførsel stemmer overens med øvrige teoretiske forudsigelser i lavfrekvensgrænsen samt med de generelle træk i den observerede opførsel.

De eksperimentelle resultater kan sammenfattes i en elektrisk netværksmodel, og en analyse af denne model viser, at både bulkresistiviteten, bulktætheden af urenheder, ladningsbærer mobiliteten samt prøvens tykkelse kan udledes af en enkelt måleserie.

Der bliver gjort rede for, hvilken betydning eksistensen af et udtyndingslag under overfladen har. For at kunne forklare den komplette frekvens- og temperaturafhængighed af responsfunktionen, kræves yderligere arbejde med at inddrage overfladeeffekter i de opstillede modeller.

Indholdsfortegnelse.

1. Indledning	2
1.2 Specialets indhold	5
2. Den eksperimentelle situation	8
2.1 Systemets opførsel i tiden	10
2.2 Responsteoretisk formulering	16
3. Rumladningen i et statisk elektrisk felt	19
4. Eksperimentelle resultater	25
4.1 Betydningen af ændrede forsøgsbetingelser	35
4.2 Beskrivelse af målingerne i en elektrisk model	36
5. En model med stedafhængig ledningsevne	40
6. En model med både diffusion og driftstrøm	45
6.1 Beskrivelse indenfor energibåndformalismen	44
6.2 Matematisk formulering	48
6.3 Modellens opførsel	52
6.4 Numerisk løsning	53
7. Numerisk simulering af eksperimenterne	56
7.1 Specifikke silicium parametre	57
7.2 Simulering med konstant ledningsevne	58
7.3 En elektrisk netværksmodel	61
7.4 Modellering med overfladeladninger	62
8. Konklusion	65
Litteratur	67

1. indledning.

Under et besøg hos TOPSIL Semiconductor Materials A/S i foråret 1986 blev vi gjort opmærksomme på, at konventionelle resistivitetsmålemetoder ikke er velegnede til måling på højresistive siliciumkrystaller. Da der på IMFUFA gennem længere tid har været arbejdet med ledningsevne målinger på halvledermateriale (El-Den, M.B. et al., 1987 & Christensen, J. et al. 1986), vakte dette selvfølgelig interesse. På IMFUFA er det især frekvensafhængige responsfunktioner, der studeres, og et samarbejde kom i stand, vedrørende udvikling af en frekvensbaseret impedansmålemetode.

Med firepunkts impedansmålemetoden placeres fire elektroder på række med berøring til prøvematerialet. Gennem de yderste to elektroder sendes en konstant strøm, mens potentialefaldet over de inderste to elektroder måles. Udfra geometrisk betemte omregninger kan resistiviteten herved bestemmes. En forudsætning for at kunne anvende firepunktsmålemetoden er, at der måles på et homogent materiale. For lavresistive materialer er dette krav ikke særligt restriktivt, idet et eventuelt udtyndingslag forekommer indenfor en meget lille afstand fra overfladen, og i praksis ses ingen overfladeeffekter, når målehovedet bliver trykket let ned på overfladen. Anderledes forholder det sig med et højresistivt materiale, hvor udtyndingen af ladningsbærer-tætheden kan blive op til $10 \mu\text{m}$ i tykkelse. I dette tilfælde vil den målte impedans afspejle en kombination af overflade- og bulkopførsel.

I praksis er det den specifikke resistivitet eller bulk resistiviteten, der ønskes bestemt. Hermed fås nemlig oplysninger om antallet af ladningsbærere og mobiliteten af disse. Hvis denne størrelse kan udledes fra impedansen målt ved høje frekvenser ($> 1\text{MHz}$), kan man

undgå nogle af de problemer, der forekommer med konventionelle firepunkts målemetoder. Det er dog nødvendigt at have en teoretisk forståelse af, hvad der er årsag til impedansens frekvensafhængighed. Dette er en forudsætning for at kunne afgøre, hvordan bulkresistiviteten evt. indgår i de højfrekvente målinger.

Når der observeres frekvensafhængig ledningsevne i uordnede stoffer, forklares dette sædvanligvis udfra teorier, der bygger på percolation eller på stokastiske processer som hop over, eller tunneling gennem, enten en energibarriere eller mellem to tætliggende tilstande (Dyre, J., 1987).

I dette speciale, der drejer sig om krystalinske halvledere, tages istedet udgangspunkt i de makroskopiske Maxwell ligninger. Frekvensafhængigheden søges hermed forstået udfra udtrykket for ladningsbærerens transport beskrevet ved diffusions- og driftstrømme samt udfra det sæt af grænsebetingelser, der er knyttet til det konkrete problem. I løsningen af disse ligninger indgår størrelsen, af den prøve der måles. Derved er det ikke muligt at udlede en egentlig specifik frekvensafhængig opførsel af prøvematerialet, da den herved fundene specifikke opførsel selv er størrelsesafhængig.

Forholdene kompliceres desværre yderligere, idet besatte tilstande på overfladen giver anledning til makroskopiske elektriske felter, og dermed til dannelse af rumladningsområder nær overfladen af prøven. Eksistensen af disse områder bevirker, at prøven ikke kan opfattes som et homogent "bulk" materiale, men derimod må indeles i zoner med forskellige tætheder af ladningsbærere. Når man i denne situation ønsker at udlede specifikke bulk materialeparameter af målingerne, bliver beregningsforeskriften herfor temmelig kompliceret, og forudsætter bl.a. et nærmere kendskab til overflade-

ladningstæthed.

Grovstrukturen i problemstillingen bliver dermed følgende. Først skal den statiske fordeling af ladningsbærere, som skyldes overfladeladningerne, findes. Hermed kendes også den stedafhængige ledningsevne, som skal benyttes, når det opstillede udtryk for ladningstransporten skal løses. Endelig skal den fundne løsning for ladningsdynamikken transformeres til den frekvensafhængige responsfunktion, som kan sammenlignes med eksperimenterne.

I den endelige model indgår udover de grundlæggende bulk transportprocesser både elektrode karakteristika, besætningen af overfladetilstande samt temperaturafhængigheden af denne. Det har ikke været muligt i dette speciale at få etableret en simuleringsmodel, der indtager samtlige relevante forhold. Den endelige EDB-model beskriver dog den principielle problemstilling, og den kan benyttes til at simulere problemstillingen under visse realistiske forudsætninger.

Den målemetode der lægges op til, kan foretages med en almindelig impedansanalysator, som evt. kan kobles til en computer m.h.p. dataopsamling. Iøvrigt kræves blot elektrisk kontakt med prøvematerialet. Hele måleproceduren kan let automatiseres og evt. computerstyres.

Problemet vedrørende diffusions- og drifttransport af ladninger i et homogent materiale er formuleret og løst af begge mine vejledere Niels Boye Olsen og Pêtr Viscor. Resultaterne heraf divergerer imidlertid m.h.t. ledningsevne opførsel ved høje frekvenser samt m.h.t. størrelsesafhængigheden. Ingen af disse løsninger tager imidlertid hensyn til ledningsevne stedafhængighed p.g.a. overfladeladningerne, hvilket kun kan håndteres ved computersimulering. Peder Voetman Christiansen har

beskrevet transport mekanismerne i en energibåndmodel, og TOPSIL har leveret det undersøgte prøvemateriale, som er højresistivt enkrystalinsk silicium.

1.1. Specialets indhold.

Programmet for specialeforløbet omfatter både teoretiske og eksperimentelle sider. Først og fremmest skal de mekanismer, der bestemmer frekvensopførslen, forstås. Denne forståelse skal herefter formuleres i matematiske ligninger eller et andet modelsprog. Dette skal tjene til at generere forudsigelser, som kan kontrolleres eksperimentelt, og dermed forhåbentlig verificere den grundliggende fysiske forestilling. Det skulle heraf også gerne fremgå, hvordan bulk-ledningsevnen indgår i det målte respons.

Det eksperimentelle program består i at udvikle en metode til at få kontakt med prøvematerialet på. Responsfunktionen skal derpå måles i det frekvensområde, hvor karakteristiske og relevante konturer kan aflæses. Målingerne er således foretaget under varierede forhold m.h.t. prøvens geometri, kontaktmetode, temperatur og målespænding.

De mange effekter og mekanismer som den nuværende forståelse indeholder, giver anledning til en model der er så kompleks, at det er mest hensigtsmæssigt at indføre og beskrive de forskellige delprocesser enkeltvis. De enkelte mekanismer foreligger beskrevet og dokumenteret på forskellig vis. Svarende hertil benyttes i rapporten både elektriske netværksmodeller, hvor ikonerne består af elektriske komponenter som kondensatore og modstande (her er især benyttet: Open University, The, 1972), og energibåndmodeller hvor ikonerne er generaliserede komponenter som lagre, lække, energibånd og samlere (Christiansen, P.V., 1978 & 1979).

I rapportens 2. kapitel, bliver den eksperimentelle situation beskrevet. Beskrivelsen omfatter dels den konkrete måleopstilling i laboratoriet, og dels en generaliseret beskrivelse i responsteoretiske termer. Endvidere bliver den dynamiske udvikling af ladningstæthed, det elektriske felt og potentialet beskrevet m.h.p. at give en fornemmelse for, hvilken fysisk situation der egentlig er tale om.

De effekter der gør sig gældende nær overfladen af en halvleder i et statisk elektrisk felt, bliver gennemgået i kapitel 3. Efter at centrale begreber vedrørende halvlederoverflader er introduceret, bliver de eksperimentelle resultater beskrevet i kapitel 4.

Nu kan modelleringen begynde. Den første model (kapitel 5) består af en serieforbindelse af RC-led, hvori modstanden afhænger af stedet. Denne model er medtaget for at vise et simpelt eksempel på den benyttede diskretiseringsmetode, og det bliver demonstreret, hvordan det frekvensafhængige respons for dette system kan findes ved brug af en elektrisk netværksmodel. I den næste model (kapitel 6) indgår både diffusions- og driftsstrømme. Den bliver først beskrevet med energibåndteknikkens terminologi og dernæst skitseres, hvordan responsfunktionen kan beregnes, når modellen formuleres matematisk med et par lineære differentiaalligninger.

I den færdige beskrivelse af eksperimentet (kapitel 7) benyttes en EDB model, som bringer flere af mekanismerne i spil på en gang. EDB modellen er grundlæggende baseret på to ulineære differentiaalligninger, som bliver løst numerisk. Jeg har kaldt denne model for ABS, da den ABSolut skulle have alt muligt med, og da den simulere den eksperimentelle opførsel i ABSolute enheder, dvs. med de fra litteraturen kendte samt de experi-

mentelt bestemte parametre.

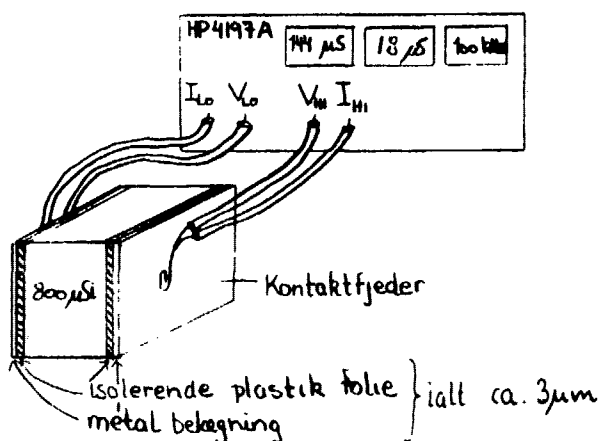
Til slut følger en opsamling og konklusion i kapitel 8. Konklusionen går dels på den endelige models forklaringskraft overfor problemstillingen, og dels overfor mulighederne for at gennemføre den ønskede resistivitetsmålemetode i praksis.

2. Den eksperimentelle situation.

Der er udelukkende foretaget målinger på højresistivt ($> 200 \text{ k}\Omega \text{ cm}$) enkrystallinsk silicium. Der har typisk været tale om rektangulære stykker med et endefladeareal på omkring $\frac{1}{2} - 1 \text{ cm}^2$ og en tykkelse på $\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \text{ mm}$. Med dette valg af geometri, kan vi tillade os at beskrive problemstillingen i kun en dimension.

Der er benyttet to metoder til at få elektrisk kontakt med prøverne på. I det ene tilfælde er der pådampet et lag af guld på de to endeflader. Dette kaldes for ohmske kontakter. For denne kontaktmetode har det givet nogle vanskeligheder at danne et troværdigt udtryk for strømmen gennem elektroderne, og de guldbelagte kontakter er derfor ikke med i den afsluttende EDB-simulering.

Den anden metode at lave kontakter på kaldes for blokerende eller kapacitiv kobling. Et tyndt (ca. $3 \mu\text{m}$) isolerende folie, som er metalbelagt på den ene side, placeres så det lige dækker prøvens to endeflader. Metalbelægningen, som skal vende udad, forbindes til målebroen. Opstillingen kan nedsænkes i en kryostat, så også responsens temperaturafhængighed kan undersøges. Princippet for blokerende kontakter er illustreret i figur 1.



Figur 1. Måleopstilling med blokerende elektroder.

Til målingerne er der benyttet en HP 4192A frekvens-analysator, som måler real- og imaginærdelen af prøvens ledningsevne eller impedans. Med et EDB program der er udarbejdet af Ib Høst Pedersen, bliver målingerne foretaget automatisk over det ønskede frekvensområde. Der foretages 20 målinger pr. frekvensdekade, typisk fra 0,1 kHz til 10 MHz.

De responsfunktioner der benyttes, er den komplekse impedans Z , den komplekse ledningsevne Y samt den komplekse kapacitans C . De størrelser der bliver udtegnede, er realdelene af hhv. Z , Y & C samt evt. imaginærdelen af C . Disse funktioner skrives kort Z' , Y' , C' & C'' . De bliver alle plottet logaritmisk mod logaritmen til frekvensen f . Omsætningen fra den målte komplekse impedans eller ledningsevne til de plottede værdier, sker på grundlag af rent matematiske relationer.

Når målebreen er indstillet til at vise impedansen, kan den eksperimentelle situation beskrives som om en strømkilde forbindes med de to endefladeelektroder. Med de samme to elektroder måles samtidigt spændingen over prøven. Responset er forholdet mellem spændingsoutput og strøminput, dvs. impedansen. Da der skal benyttes to parametre (amplitude og fase) til at karakterisere dette forhold, benyttes kompleks funktionsteori i behandlingen af responset.

Selvom målebreen af konstruktion genererer et sinusformet input, kan vi vælge istedet at beskrive den eksperimentelle situation i direkte (real) tid, hvor den fysiske beskrivelse er mere anskuelig. For at komme fra tidbeskrivelsen over i frekvensbilledet benyttes en Laplace-Stieltje transformation givet ved : $R(s) = \int_0^{\infty} R(t) e^{-st} dt$. Der integreres fra nul til ∞ , og R er responsfunktionen, som på højre siden afhænger af tiden t og på venstre siden af laplacefrekvensen s . Med denne

transformation opnås, at responsfunktionen i begge tilfælde får den samme dimension.

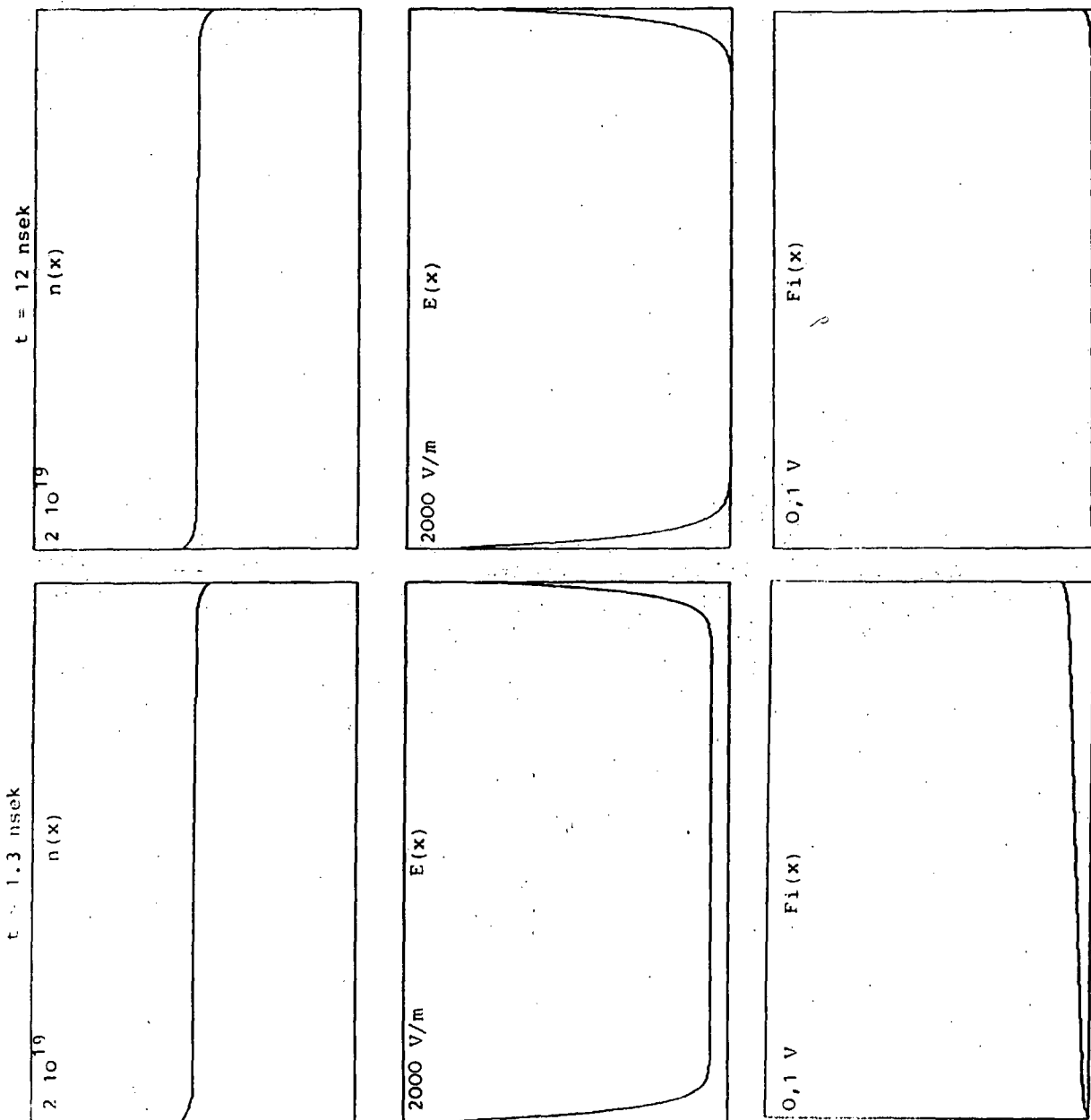
I direkte tid er inputtet givet ved en konstant inputladning, og responset herpå er stadigvæk spændingen over prøven. Det er den tidslige ændring af denne spænding, der i det følgende skal gives en beskrivelse af.

2.1. Systemets opførsel i tiden.

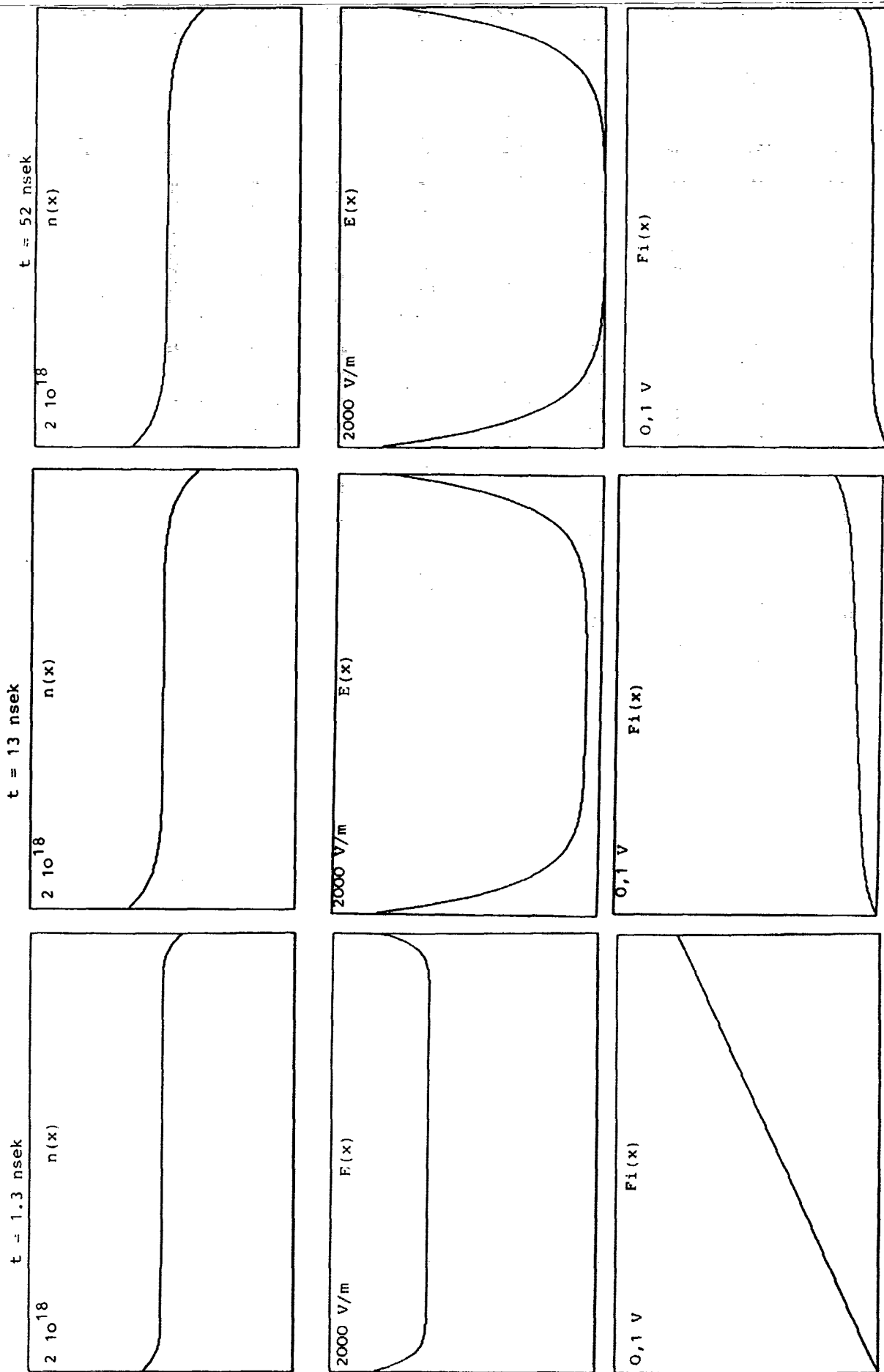
Når der påtrykkes en elektrisk spænding over Si-prøven, vil de mobile ladninger inde i prøven blive trukket gennem prøven af det elektriske felt. Nær overfladerne vil ladningerne afhængigt af feltets retning hhv. ophobes eller udtyndes. I forhold til baggrunden af stationære ioniserede atomer, vil der herved opstå et over- eller underskud af ladning (i det følgende kaldet rumladningen), som afskærmer prøvens midte for det påtrykte elektriske felt. I den følgende beskrivelse regnes kun med en type af mobile ladningsbærere (elektroner), og svarende hertil findes kun en type af stationære (positive) ioner. De områder af prøven, hvor antallet af mobile- og stationære ladninger er det samme, omtales som "bulk". De områder hvor dette ikke er tilfældet kaldes rumladningsområdet eller kontaktområdet.

I opbygningen af rumladningen indgår to processer: diffusion og drift. Til begge disse processer kan vi tilskrive en karakteristisk tid, som angiver hvor hurtigt processen forløber. Afhængigt af forholdet mellem disse tider, vil den dynamiske opbygning af rumladningerne forløbe forskelligt, og også den statiske form af rumladningstætheden ændres herved. Dette er illustreret på figur 2, hvor elektrontætheden (øverst), det elektriske felt (midterst) og det elektriske makropotentiale (nederst) gennem prøven er afbildet. Begge akser er

lineære og nærmest y-aksen er angivet maximumværdien på
 aksen af hhv. elektrontætheden [m^{-3}], den elektriske
 feltstyrke [V/m] og potentialet [V].



Figur 2.1 Den tidslige udvikling af elektrontætheden, det elektriske
 felt og potentialet gennem en prøve på $60 \mu\text{m}$. $n_B = 10^{19} \text{ m}^{-3}$. $Q_0 = -$
 $1.7 \cdot 10^{-7} \text{ [C m}^{-2}\text{]}$.



Figur 2.2 Den tidslige udvikling af elektrontætheden, det elektriske felt og potentialet gennem en prøve på $60 \mu\text{m}$. $n_B = 10^{18} \text{ m}^{-3}$. $Q_0 = -1.7 \cdot 10^{-7} \text{ [C m}^{-2}\text{]}$.



Figur 2.3 Den tidlige udvikling af elektrontætheden, det elektriske felt og potentialet gennem en prøve på $60 \mu\text{m}$. $n_B = 10^{18} \text{ m}^{-3}$, $Q_0 = -1.7 \cdot 10^{-6} \text{ [C m}^{-2}\text{]}$.

Den simulerede prøve har en tykkelse på $60 \mu\text{m}$, og der er benyttet en inputladning på $-1.7 \cdot 10^{-11} [\text{C m}^{-2}]$. På figur 2.1 er bulk elektrontætheden sat til 10^{19} m^{-3} . Hermed bliver den karakteristiske tid for ledningsevne relaxationen $\tau_{\text{rel}} 4.8 \cdot 10^{-10}$ sek (denne tid karakteriserer drifts-processen, definitioner følger i kapitel 6).

Den karakteristiske tid for diffusionsprocessen afhænger af prøvetykkelsen, som for alle eksemplerne i figur 2 holdes konstant. Tiden er væsentlig længere nemlig $1 \mu\text{sek}$. Med den høje ledningsevne (korte ledningsevne relaxationstid) opbygges rumladningen hurtigt, og allerede efter $1,3 \text{ ns}$ er det elektriske felt i midten af prøven næsten helt væk. Det elektriske felt har dog en endelig værdi midt i prøven og potentialet, der findes som integralet af feltet (NB. her vist uden fortegnsskift), vokser ikke kun nær overfladen men også gennem bulk af prøven. Efter 12 ns er det elektriske felt inde i prøven blevet nul. Spændingen over prøven er faldet til en minimumværdi, hvor potentialet midt i prøven er blevet konstant. Efter at afskærmningen er blevet fuldstændig, er det diffusionsprocessen, der dominerer opførselen, og langsomt diffunderer elektronerne ind i en rumlig ligevægtsfordeling. I denne statiske tilstand vil diffusionsfluxen overalt blive kompenseret af en modsat rettet flux, som skyldes drift af ladningsbærere i det elektriske felt.

Til sammenligning er bulk-tætheden på figur 2.2 decimeret. Dette giver anledning til, at ledningsevne relaxations-tiden bliver ti gange længere, dvs. $\tau_{\text{rel}} = 5 \text{ ns}$. Med en decimeret tæthed af elektroner i bulk-materialet og en hertil svarende længere ledningsevne relaxationstid, tager det væsentlig længere tid at opnå den samme grad af afskærmning. Efter 13 ns er afskærmningen midt i prøven nede på det niveau, som den foregående

simulering allerede nåede efter 1.3 ns. Den langsomme diffusionsproces spiller nu en relativt større rolle, og det ses at rumladningen også omfatter en større del af prøven. Det elektriske felt falder mindre stejlt af ind mod midten af prøven, og potentialet vokser dermed op over en større afstand med et større resulterende spændingsfald til følge.

I ovenstående to eksempler har det været forudsat, at der i prøven er tilstrækkeligt med mobile ladninger, så afskærmningen kan foregå idelt, dvs. med en tilsyneladende eksponentiel stedafhængig ladningstæthed som resultat. Såfremt det elektriske felt, der skal afskærmes, er meget stort, kan det vise sig umuligt at afskærme idelt. Der kan f.eks. i et udtyndingslag ikke fjernes flere ladningsbærere end det antal, som findes i udgangssituationen. I modsætning her til vil rumladningsområdet nær den tiltrækkende elektrode i denne beskrivelse kunne akkumulere et vilkårligt stort antal ladningsbærere. Der kræves kun, at diffusionsstrømmen kompenseres af driftstrømmen. For at undgå disse effekter benyttes generelt både eksperimentelt og i simuleringerne så lille en målespænding som muligt.

Effekten er demonstreret på figur 2.3, hvor inputladningen er sat en faktor ti op. Det ses at nærmest den negative elektrode udtyndes elektrontætheden fuldstændigt i en blød kurve, mens den nær den modsatte elektrode vokser meget stejlt.

En høj besætning af overfladetilstande vil også give anledning til ovennævnte effekter. Når dette er tilfældet, etableres nærmest overfladen et udtyndingslag med egenskaber, der afviger fundamentalt fra bulk materialets.

Rumladningens udvikling i tiden er her illustreret

med udgangspunkt i forskellige værdier af den simulerede elektrontæthed, med den heraf følgende ændring af de karakteristiske tider. Dette svarer til at simulere prøven ved to forskellige temperature, men da det kun er forholdet mellem de karakteristiske tider, der har betydning, og da prøvetykkelsen indgår i udtrykket for diffusionstiden, svarer dette fuldstændigt til at simulere forskellige tykkelser af den samme prøve.

Det viste potentialeændring over de to rumladningsområder er netop den spænding, som måles over elektroderne. Også i frekvensbilledet er den målte spænding et udtryk for den dynamiske opbygning af et rumladningsområde i det harmonisk svingende påtrykte elektriske felt. Det er de samme karakteristiske tider, der indgår i det frekvensafhængige respons.

2.2 Responsteoretisk formulering af eksperimentet.

Når forsøget beskrives i direkte tid, er ladningsinputtet $Q(t)$ givet ved en inputladning Q_0 ganget med Hevisides stepfunktion $E(t)$. Som respons herpå måler vi en spænding $V(t)$, og responsfunktionen er dermed en stivhedsfunktion $G(t) = V(t)/Q(t)$. Når der placeres en inputladning på overfladen, giver denne jvf. Gauss lov anledning til et konstant elektrisk felt $E = Q_0/\epsilon A$. Her er A prøvens endefladeareal i planpladegeometrien, og $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ er dielektricitetskonstanten, hvor ϵ_0 er vakuumperrmittiviteten og ϵ_r den relative dielektricitetskonstant, som for silicium har værdien 11.8.

Til tiden $t = 0$ er der ingen rumladning inde i prøven, og den spænding vi måler er lig med det påtrykte elektriske felt ganget med prøvetykkelsen d . Stivheden bliver da :

$$G(0) = V(0)/Q_0 = Ed/Q_0 = d/A\epsilon = 1/C_g,$$

hvor C_g er den geometriske kapacitet, som er givet ved prøvens dimensioner og dielektricitetskonstanten.

Til tiden $t = \infty$ vil afskærmningen være fuldstændig, og spændingen over prøven er givet ved potentialefaldet over de to rumladningsområder. Som det vises i næste kapitel er dette potentialefald pr. kontakt-område givet ved $V_\lambda = Q_0 \lambda / (A \epsilon)$, hvor λ er en karakteristisk længde, der kaldes bulk screening længden. Stivheden til lange tider kan dermed skrives som :

$G(\infty) = 2 V_\lambda / Q_0 = 2\lambda / (A \epsilon) = 2/C_\lambda$, hvor $C_\lambda \equiv \epsilon A / \lambda$ er en kapacitans, som udtrykker hvor meget (rum)ladning, der er oplagret i kontaktområdet.

Ved at oversætte grænseværdierne for stivhedsfunktionens opførsel til ækvivalente elektriske komponenter, har vi taget et indledende skridt i retning af, at retikulere det målte respons i en elektrisk netværksmodel. I kapitel 7 bliver det demonstreret, at vi ved små målespændinger og uden overfladeladninger kan retikulere den observerede opførsel med ovennævnte kondensatore samt en ekstra modstand. Denne modstand er givet ved $d/\sigma A$, hvor $\sigma = ne\mu$ er bulkledningsevnen, som bestemmes af antallet af ladningsbærere n og mobiliteten μ af disse.

Når eksperimenterne viser tegn på tilstedeværelsen af besatte overfladetilstande med et tilhørende statisk udtyndingslag nær overfladen, er spændingsfaldet i langtidsgrænsen givet ved :

$$G(\infty) = \frac{2 V_\lambda + 2 V_{dep}}{Q_0} = \frac{2}{C_\lambda} + \frac{2}{C_{dep}},$$

hvor V_{dep} er spændingsfaldet over udtyndingslaget. Er tykkelsen af udtyndingsområdet l_{dep} , kan spændingsfaldet V_{dep} findes som $V_{dep} = \frac{1}{2} e N_D l_{dep}^2 / \epsilon$, hvor N_D er tætheden af stationære ioner. Vi kan nu indføre endnu en kondensator $C_{dep} \equiv Q_0 / V_{dep}$, der angiver forholdet

mellem inputladningen og spændingsfaldet over udtynningsområdet. Spændingsfaldet afhænger af den konstante tæthed af donorer samt af ladningstætheden på overfladen. I denne situation er responset afhængigt af inputtet, og vi kan ikke længere benytte lineær responsteori.

3. Rumladningen i et statisk elektrisk felt.

Rumladningen $\rho(x)$ er relateret til det elektrostatiske makropotential $\psi(x)$ via Poissons ligning:

$$\nabla^2 \psi = -\rho/\epsilon$$

Denne ligning udtrykker, hvilket elektrisk potential en ladningsfordeling giver anledning til. I en halvleder er ladningstætheden en funktion af makropotentialet. Hermed bliver Poissons ligning til en ulineær differentiaalligning, som ikke altid vil kunne løses analytisk.

I dette kapitel vil vi se på løsningen i den statiske grænse. I den statiske grænse svarende til lange tider afskærmer rumladningen fuldstændigt for det påtrykte felt. Dette skyldes at rumladningen giver anledning til et elektrisk felt, som er lige så stort men modsat rettet det eksternt påtrykte. I midten af prøven er det elektriske felt nul, og også strømmen gennem prøven vil derfor være nul. Denne beskrivelse forudsætter, at der ikke injiceres ladninger gennem overfladen, dvs. at elektroderne er blokerende. Det er også en forudsætning, at der inde i prøven er tilstrækkeligt med ladning til at opveje den feltgenerende ladning på overfladen.

Den ulineære udgave af Poissons ligning skal indføres, ved at omskrive både venstre og højre side af ovenstående udtryk. For venstre siden af udtrykket benytter vi, at tilstedeværelsen af et elektrisk potential ændre energien af elektronerne med et additivt bidrag. I en halvlederkrystal beskrives energien af en elektron i termer af energibånd, og proportionaliteten mellem potentialet og energien kan derfor skrives :

$$-e \psi \propto E_c \propto E_i \propto E_v$$

hvor e er elementarladningen og E_c , E_i og E_v er elektronens energi når den findes i hhv. ledningsevnebåndkanten, det intrinsice energiniveau (defineres senere)

og valensbåndkanten. Vi definerer nu en funktion :

$$u(x) = E_F - E_i(x) / k_b T,$$

som er et udtryk for afstanden mellem fermienergien E_F (det elektrokemiske potential !) og E_i . Da fermienergien i den statiske ligevægts tilstand er konstant gennem hele prøven, giver proportionaliteten mellem ψ og E_i :

$$k_b T (u(x_1) - u(x_2)) = E_i(x_2) - E_i(x_1) = -e(\psi(x_2) - \psi(x_1))$$

Vi kan altså benytte Laplace operatoren ∇^2 på funktionen u istedet for på ψ , ved brug af :

$$\nabla^2 u = -e/k_b T \nabla^2 \psi$$

For højresiden af Poissons ligning finder vi, at rumladningen er givet ved :

$$\rho(u) = e(p - n + N_{D+} - N_{A-}),$$

hvor p & n er tætheden [m^{-3}] af hhv. huller og elektroner, og N_{D+} & N_{A-} er tætheden af ioniserede donor- hhv. acceptor atomer. Vi benytter nu to tilnærmelser, idet vi går ud fra, at alle urenheder er ioniserede, samt at der kan benyttes klassisk statistik for de ladninger, som er aktiverede over båndgabet. For de aktiverede ladninger fås at $n = n_i e^{-u}$ & $p = n_i e^u$, hvor n_i er den intrinsice elektrontæthed, dvs. den elektrontæthed, som findes i et udoteret materiale.

I Poissons ligning er u altså det energiudtryk, som går igen både i bestemmelsen af rumladningen og af det elektrostatiske potential. Med indsættelse af de fundne udtryk fås :

$$\nabla^2 u(x) = \frac{e^2}{k_b T \epsilon} (n_i e^{-u} - n_i e^u + N_{D+} - N_{A-})$$

Når denne ligning er løst for $u(x)$, kender vi både energibåndstrukturen og rumladningens stedafhængighed. Dette blev først gjort af Kingston og Neustadter (Kingston, R.H. et al., 1955) samt uafhængigt heraf af Garrett og Brattain. Der er her benyttet Kingston & Neustadter's notation med energiparameteren u .

Den endelige form af Poissons ligning i en dimension bliver :

$$d^2u / dx^2 = L_D^{-2} (\sinh u - \sinh u_B)$$

Her er debyelængden L_D givet ved :

$$L_D = (\epsilon k_B T / 2 e^2 n_i)^{1/2}$$

u_B er den værdi som u antager, når neutralitetsbetingelsen er opfyldt (bulk), dvs. når

$$N_{D+} - N_{A-} = p - n = n_i (e^{-u_B} - e^{u_B}) = 2 n_i \sinh u_B$$

Kingston & Neustadter integrerer Poissons ligning en gang, og får $du/dx = 1/L_D \cdot F(u, u_B)$, hvor

$$F(u, u_B) = \sqrt{2} (\cosh u - \cosh u_B + (u_B - u) \sinh u_B)^{1/2}$$

Udfra denne "rumladnings"-funktion F , kan flere interessante størrelser findes. F.eks. findes det elektriske felt på overfladen (den udadrettede komponent vinkelret på overfladen) v.h.a. F som : $E_s = -\nabla\psi_s = k_B T / e \cdot du_s / dx = (k_B T / e L_D) F(u_s, u_B)$, hvor u_s er værdien af u på overfladen.

Den samlede rumladning q_{sc} [$C m^{-2}$] lige under overfladen (dvs. under eventuelle ladninger på overfladen), bliver

$$q_{sc} = \epsilon E_s = 2 e n_i L_D F(u_s, u_B).$$

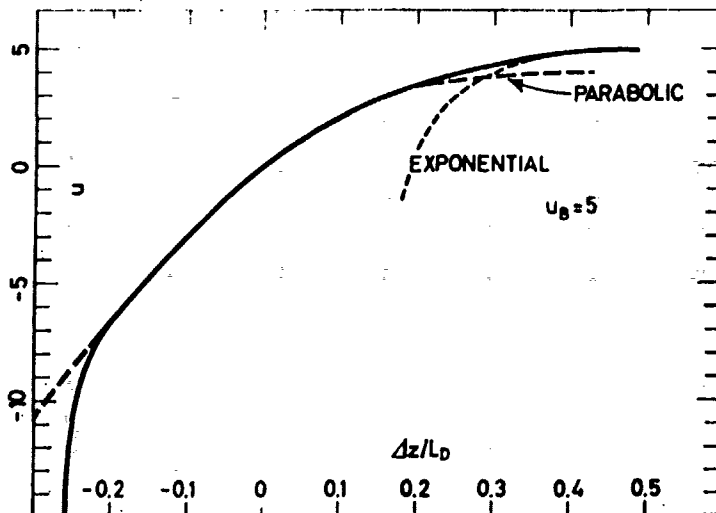
Vi har her benyttet omskrivningen

$$k_B T / e L_D = 2 e n_i L_D / \epsilon.$$

Den løsning der findes v.h.a. F -funktionen, udtrykker hvilken form rumladningsområdet og den tilhørende potentialebarrier skal have, for at Poissons ligning er opfyldt. Der siges således ikke noget om, hvordan denne form opretholdes.

Potentialebarrierens form kan for den viste ligning findes ved numerisk integration. I figur 3 er vist resultatet af denne integration.

Af udtrykket for F ses, at når $u = 0$ og $|u_B| \gg 0$,



Figur 3. Illustration af rumladningspotentialets stedafhængighed. Stedet er angivet i enheder af Debyelængden L_D . $u < u_B = 5$. De stiplede kurver er eksponentielle og paraboliske approksimationer. Taget fra Frankl, D.R., 1967.

d.v.s. når prøven er udtyndet ned til den intrinse ladningstæthed, kan man se bort fra $\cosh u$ leddet i udtrykket for F . Integration af $du/dx = 1/L_D F$ giver da et udtryk af typen $u = 1/L_D \int (A + uB)^{1/2} dx$, hvilket giver en kvadratisk stedafhængighed for potentialet. Dette fremgår også af figur 3.

Det ses også, at $u(x)$ vokser eksponentielt, når $u \sim u_B$. Dette resultat fås ved en Taylorudvikling af F for $|u - u_B| \ll 1$. Udviklingen gir resultatet : $|u - u_B| = A \exp(-x/L_B)$, hvor $L_B \equiv L_D (\cosh u_B)^{-1/2}$ eller $L_B = [\epsilon k_B T / e^2 (n_B + p_B)]^{1/2}$. L_B kaldes bulk screening længden eller den effektive Debye længde, og det er bulk tætheden af elektroner n_B og huller p_B som indgår i dette udtryk.

Grænsen når $u \sim u_B$ svarer til, at der kun er påtrykt en meget lille spænding. Potentialet på overfaden afviger således kun lidt fra værdien i bulk. Denne situation er særlig interessant, når vi ønsker at benytte lineær responsteori i behandlingen af responset. Denne

grænseopførsel skal derfor beskrives lidt nærmere.

Først forenkles problemstillingen yderligere, ved kun at medtage en type af mobile ladningsbærere. Vi benytter, at potentialet kan skrives på formen $u \propto A e^{-x/\lambda}$, hvor $\lambda = (\epsilon k_B T / e^2 n_B)^{1/2}$ er Bulk screening længden med kun en ladningsbærertype. Det elektriske felt og rumladningen findes ved integration af potentialet, og disse funktioner bliver altså også eksponentielt aftagende fra overfladen med den samme halveringslængde λ .

For rumladningen skrives $\rho(x) \sim e^{-x/\lambda}$. Da den samlede rumladning i kontaktområdet skal være af samme størrelse som inputladningen q_0 , bliver udtrykket for ladningstætheden $\rho(x) = -q_0/\lambda e^{-x/\lambda}$. Når denne fordeling integreres fra overfladen ind til midten af prøven (prøvetykkelsen forudsættes at være meget større end λ), fås at den samlede fladeladningstæthed inde i kontaktområdet netop bliver q_0 .

Det elektriske felt inde i prøven findes som summen af det felt, som stammer fra inputladningen og det, der skyldes rumladningen:

$$\begin{aligned} E(x) &= \frac{q_0}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \int_0^x \rho(x) dx = \frac{q_0}{\epsilon} \left(1 - \frac{1}{\lambda} \int_0^x e^{-x/\lambda} dx \right) \\ &= q_0/\epsilon e^{-x/\lambda}. \end{aligned}$$

Potentialfaldet over den halve prøve findes ved integration af det elektriske felt fra overfladen til den halve prøvetykkelse $d/2$. For hele prøven fås dermed spændingsfaldet :

$$\Delta Y = -2 \int_0^{d/2} E(x) dx = -2 \frac{q_0}{\epsilon} \int_0^{\infty} e^{-x/\lambda} dx = -2q_0 \lambda / \epsilon$$

Betragtes hele prøven som en planplade kondensator med ladningen $\pm q_0 A$ på hver plade og et resulterende spændingsfald på ΔY , bliver den ækvivalente kapacitans

for systemet $C = Q/\Delta Y = \epsilon A / 2\lambda$. Det er dette udtryk, der blev benyttet i afsnit 2.2 for grænseopførslen af stivhedsfunktionen.

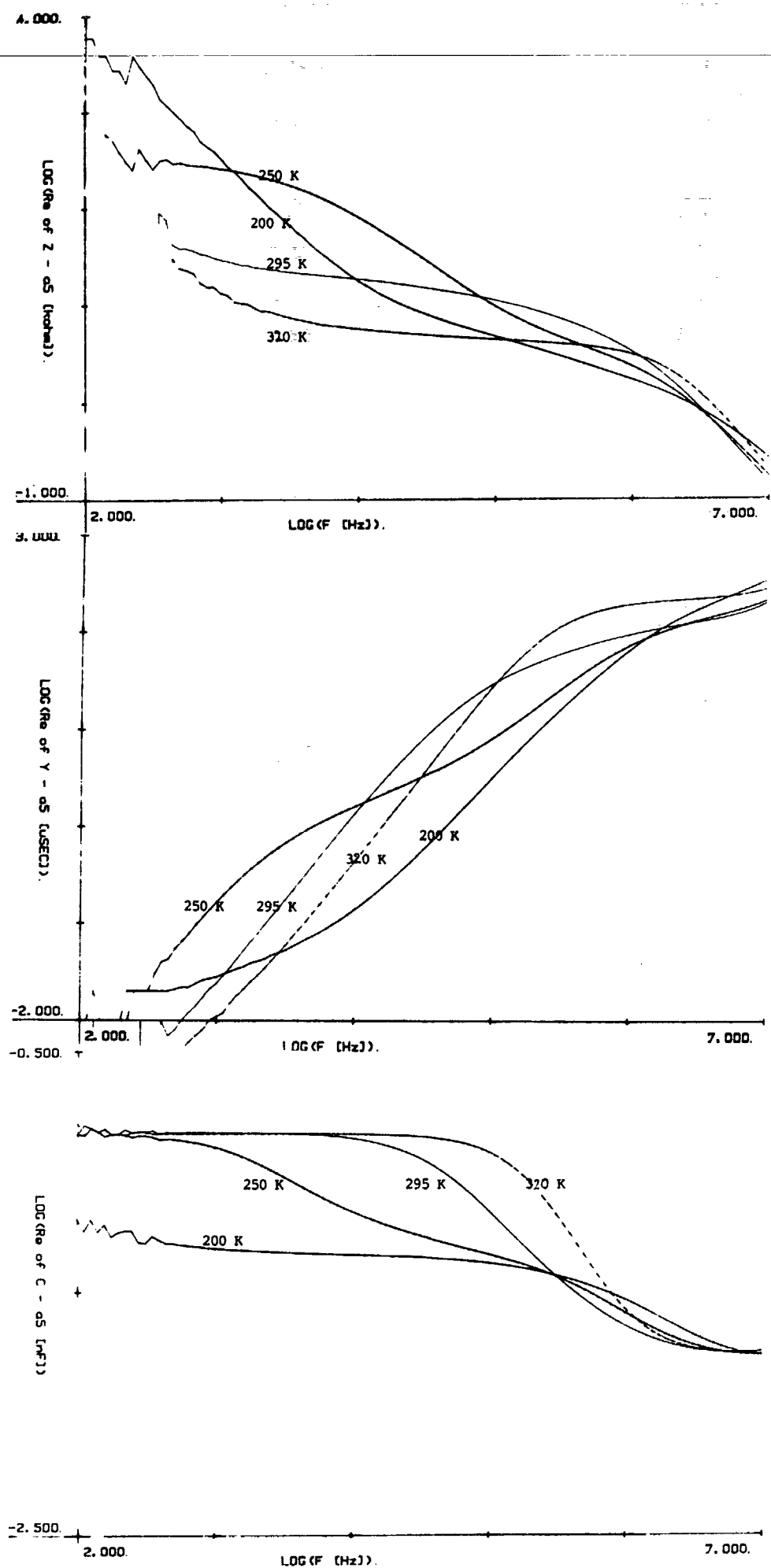
I den statiske grænse når afskærmningen er fuldstændig, må det kræves, at også vores model opfylder Poissons ligning. Det er i denne kontrol, vi kan benytte Kingston & Neustadters resultater, og det er til dette formål, at u -parameteren er indført i EDB-modellen. I modellen regnes der dog ikke med aktivering af ladningsbærere som funktion af det lokale potential.

4. Eksperimentelle resultater.

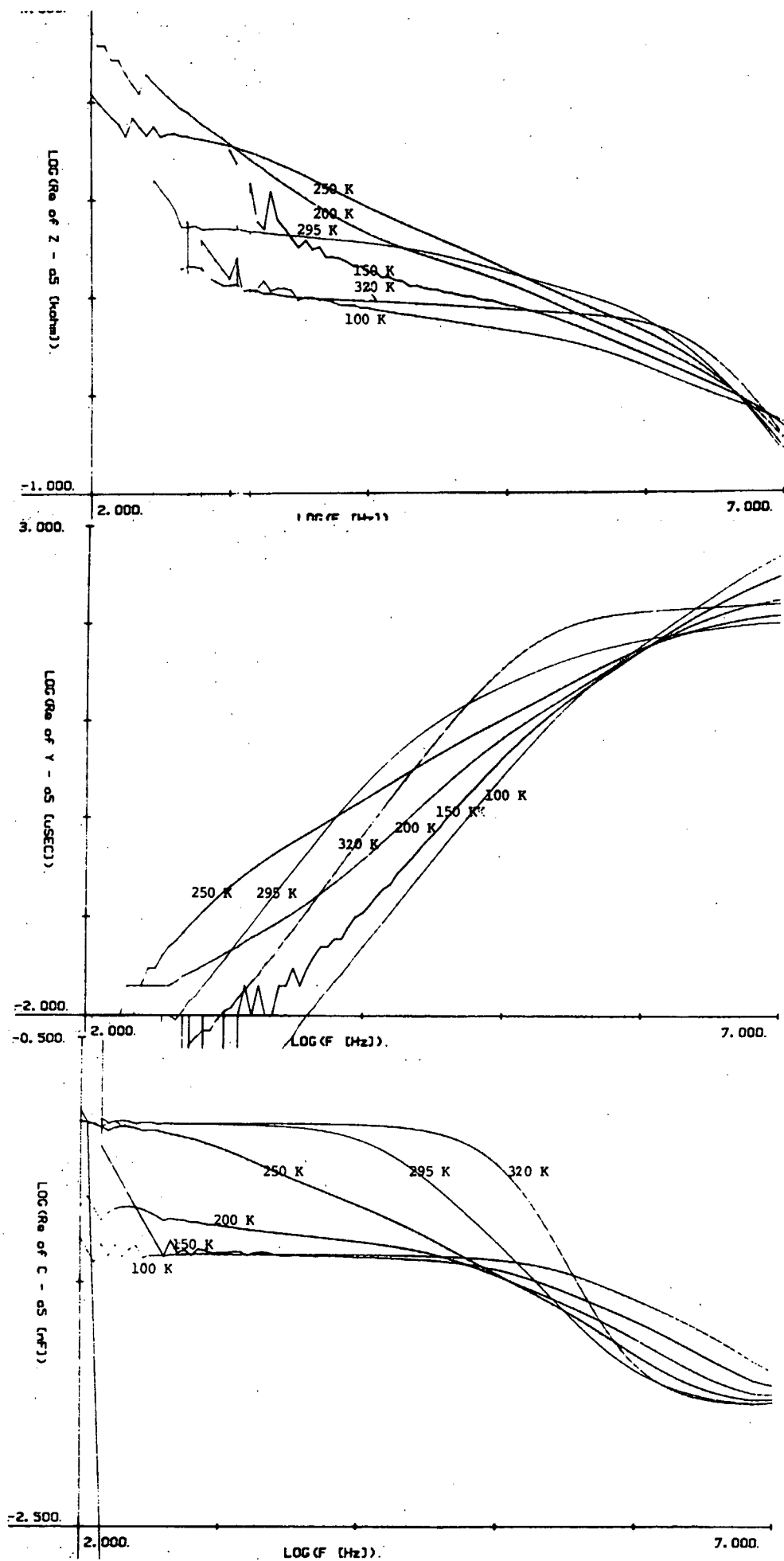
De eksperimentelle resultater, der gengives i dette kapitel, stammer fra målinger på tre prøver, som er taget fra den samme Si-enkrystal. Der er udsavet tre skiver med tykkelserne 0.5, 1.0 og 1.5 mm fra et område af krystallen, hvor resistiviteten er opgivet at ligge konstant omkring 260-280 $\text{k}\Omega\text{-cm}$. Heraf er udskåret tre prøver, alle med et areal på 1.0 cm^2 . Responsfunktionerne er udtegnet for realdelen af hhv. ledningsevnen Y' , kapaciteten C' og impedansen Z' .

Det første sæt af resultater stammer alle fra målinger med blokerende elektroder. I figur 4.1, 4.2 og 4.3 er responsfunktionerne vist for de tre forskellige prøvetykkelser ved forskellige temperature. Impedansfunktionen er især nyttig når elektroderne er blokerende, fordi den direkte er et udtryk responset af Si-prøven. Med en kapacitiv kobling til prøven, er den målte impedans Z_m en sum af foliet's og halvlederens impedans: $Z'_m = Z'_f + Z'_{Si}$. Da det er målt, at foliets impedans kun har en imaginærdel op til i hvertfald 13 MHz, afspejler den målte Z' alene impedansen af Si-prøven. Det eneste problem ved Z' kurverne er, at de er ret konturløse.

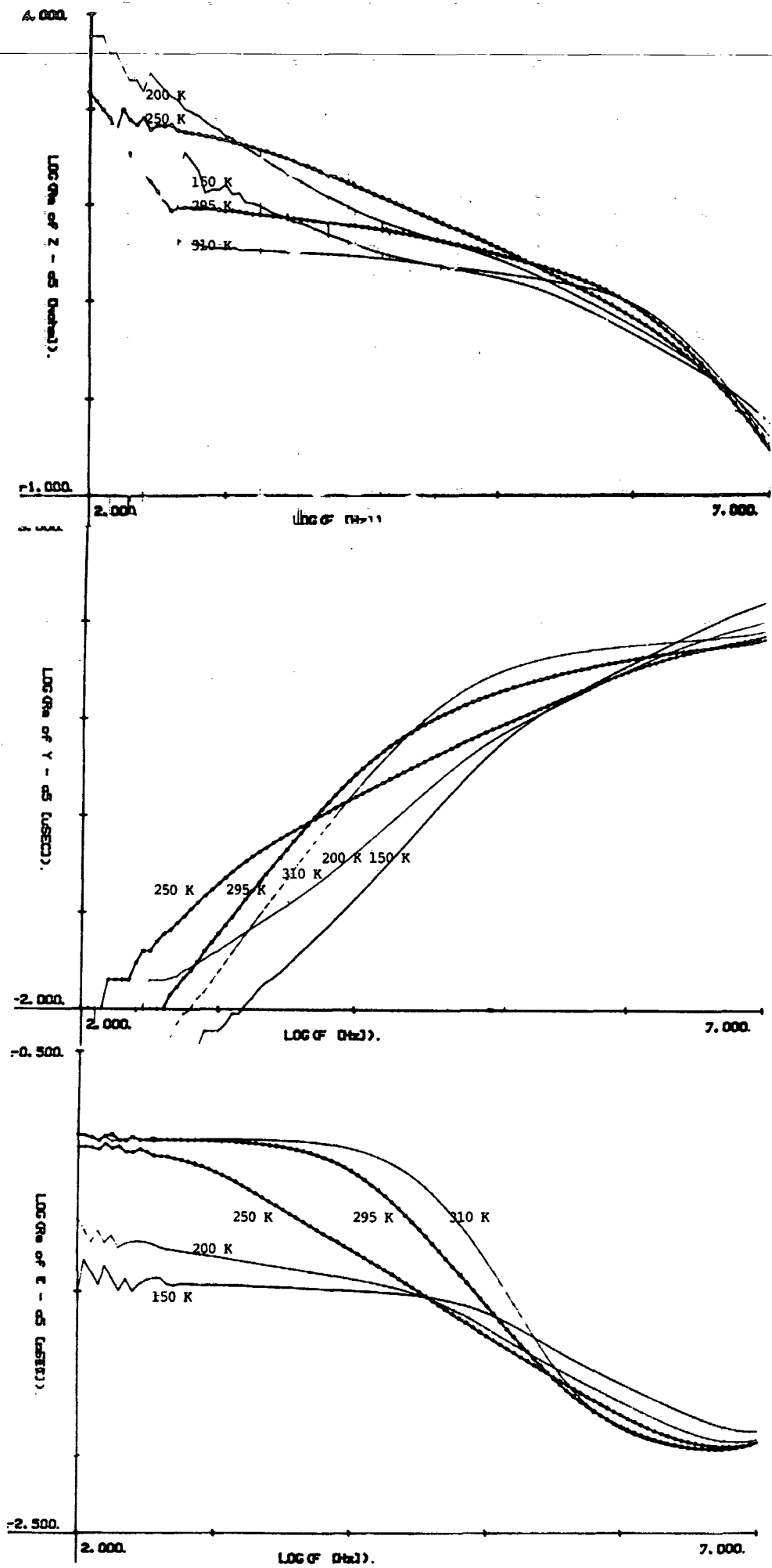
Den lavfrekvente grænseopførsel af Z' fremgår ikke af målingerne, idet impedansen her bliver så høj, at måleapparatets følsomhedsområde overskrides. Ved 320 K er Z' kurven frekvensuafhængig over flere dekader. Det vandrette kurveforløb falder ved høje frekvenser af med en jævn krumning. Når temperaturen falder, bliver det flade stykke afløst af to lineært aftagende forløb. Dette ses mest tydeligt for prøvetykkelsen 1.0 mm ved 200 K. Når de to



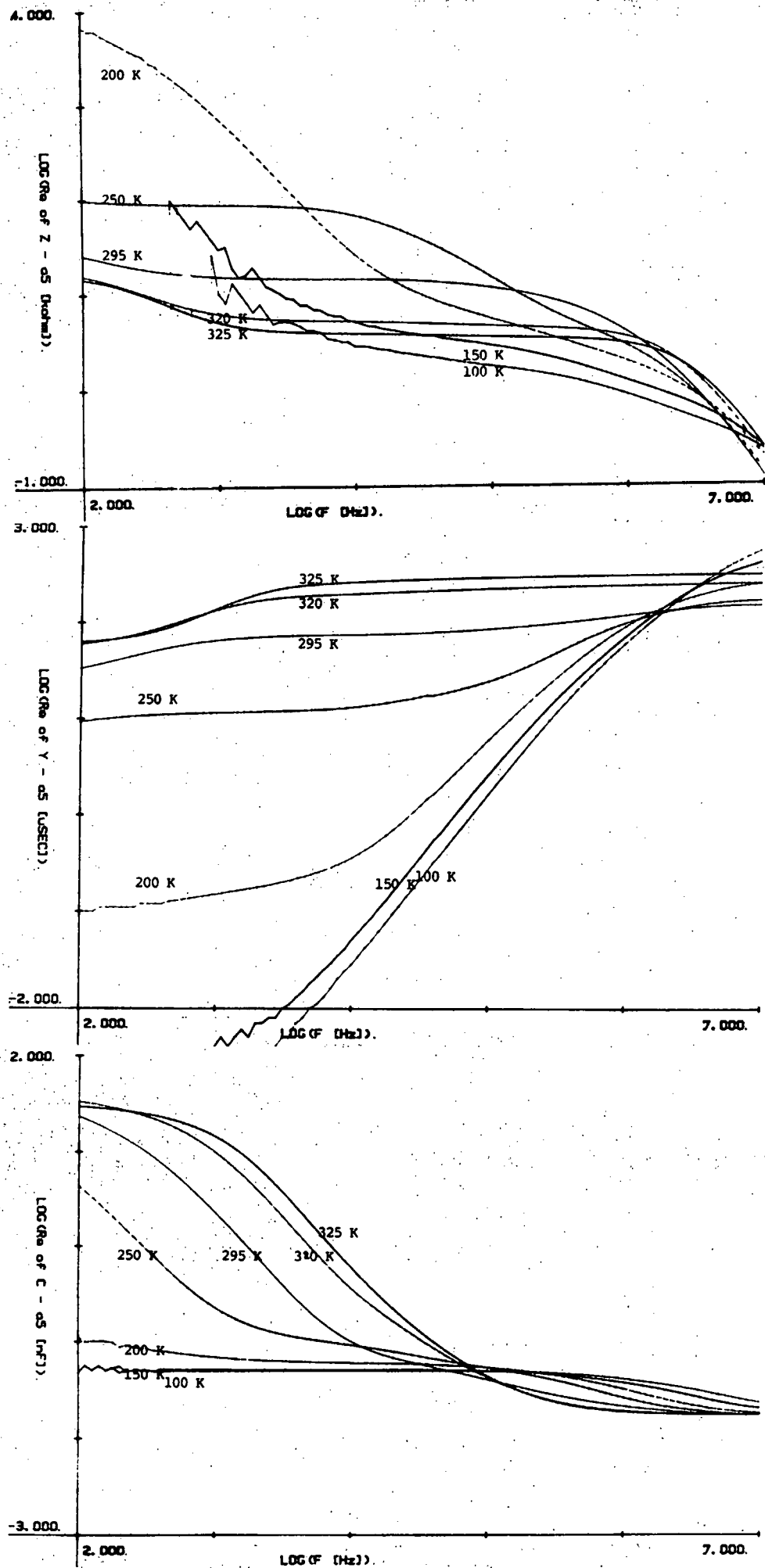
Figur 4.1. Plot af eksperimentelle responsfunktioner ved forskellige temperaturer med blokerende elektroder. Prøvetykkelse 1/2 mm.



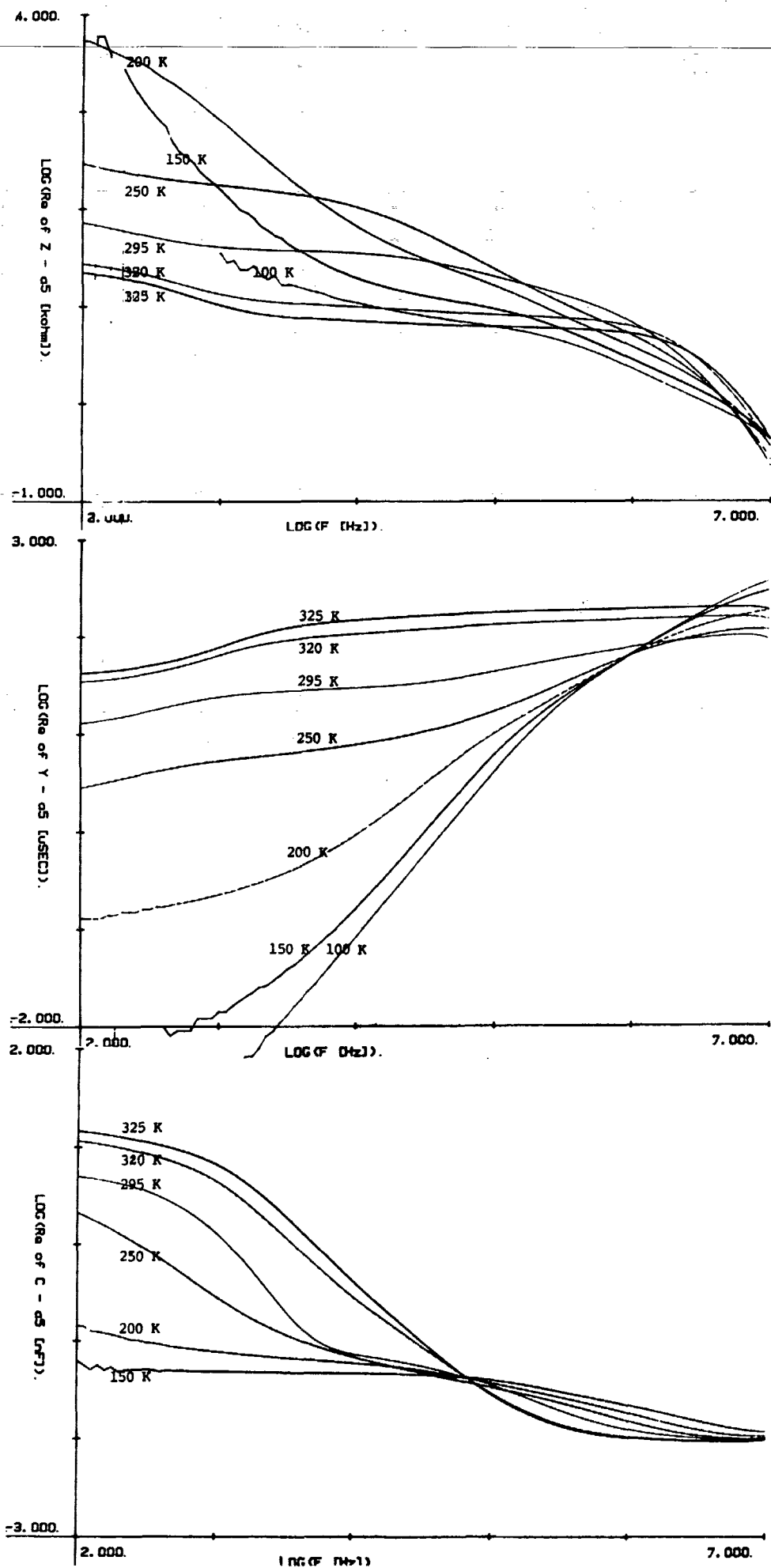
Figur 4.2. Plot af eksperimentelle responsfunktioner ved forskellige temperaturer med blokerende kontakter. Prøvetykkelse 1 nm.



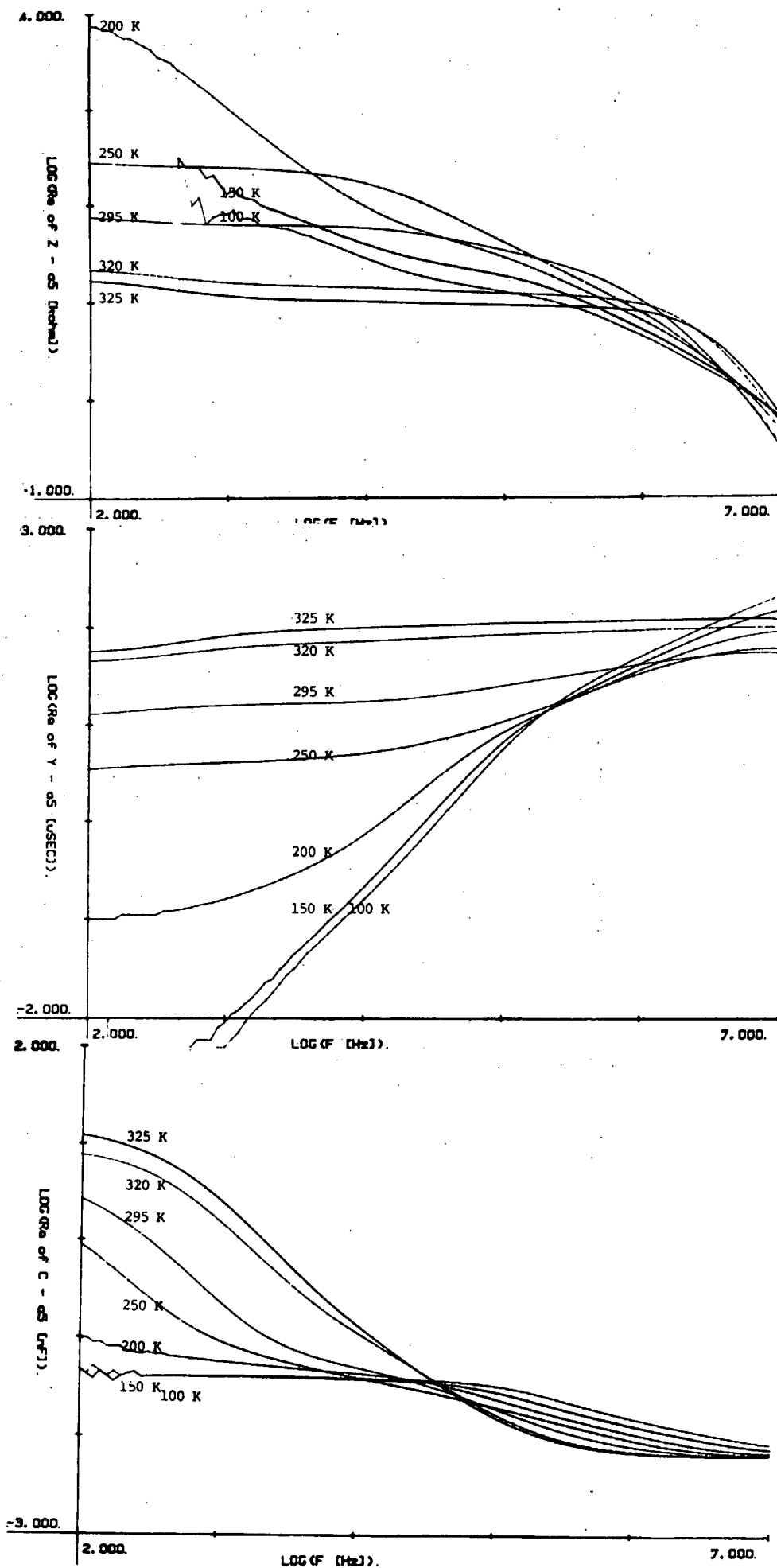
Figur 4.3. Plot af eksperimentelle responsfunktioner ved forskellige temperaturer med blokerende kontakter. Prøvetykkelse 1½ mm.



Figur 4.4. Plot af eksperimentelle responsfunktioner ved forskellige temperaturer med guldpådampede kontakter. Prøvetykkelse $\frac{1}{2}$ nm.



Figur 4.5. Plot af eksperimentelle responsfunktioner ved forskellige temperaturer med gulplatede kontakter. Prøvetykkelse 1 mm.



Figur 4.6. Plot af eksperimentelle responsfunktioner ved forskellige temperaturer med gulplådede kontakter. Prøvetykkelse 1½ mm.

lineære forløb er så klart adskildte, tolkes dette som et udtryk for, at der indgår flere delmekanismer i afskræmningsprocessen, og at det er muligt at udskille disse fra hinanden. Generelt giver den tyndeste prøve anledning til det største spænd i måleresultaterne, når det samme temperaturinterval sammenlignes for flere prøvetykkelser.

Realdelen af ledningsevnen Y' mætter ved høje frekvenser, dvs. bliver uafhængig af frekvensen. Denne mætning må betyde, at vi observerer systemet med en tidsskala, indenfor hvilken den specifikke ledningsevne er konstant. Ved lave temperature, lige før mætningen indtræder, vokser ledningsevnen som $Y' \propto \omega^2$. Denne hældning ses ligeledes ved lave frekvenser, når temperaturen er høj. Mellem disse to ω^2 -opførseler kan endnu et retlinet overgangs-forløb observeres.

Det ω^2 -forløb, som ved lave temperature helt dominerer ledningsevnen, kan forklares ved, at der til lange tider optræder en kondensator i serie med Si-prøven. Dette kan indses ved at udregne udtrykket for ledningsevnen af en serieforbindelse mellem en kondensator og en modstand. Man får ($\tau=RC$) $Z = R + 1/i\omega C \Rightarrow Y' = \omega^2 \tau^2 / [R(1+\omega^2 \tau^2)]$, som for $\omega\tau \ll 1$ giver $Y' \propto \omega^2$. I denne simple RC-model forbindes kondensatoren med det udtyndingslag, der stammer fra overfladeladningerne, mens modstanden identificeres med impedansen af den resterende Si-prøve. Det observeres at den karakteristiske tid for afskæringen τ falder med temperaturen (ω^2 -forløbet rykker mod venstre). Da det er observeret, at kapaciteten af udtyndingslaget bliver temperaturuafhængigt ved meget lave temperature, må dette betyde, at modstanden af hele prøven vokser, når temperaturen falder.

Det ω^2 -forløb som afskærer ledningsevnen ved høje tem-

perature, kan ligeledes forklares som grænseopførslen af en RC-serieforbindelse. Denne gang er det kapaciteten af foliet, der indgår i udtrykket for $\tau = RC$. Da kapaciteten af foliet er temperaturuafhængigt forudsættes igen, at modstanden R vokser med faldende temperatur.

I den kapacitans der er vist på figurerne 4.1-3, ses flere vandrette plateauer. Ved lave frekvenser og høje temperature ser vi en kapacitet C_f , som ved sammenlignende målinger umiddelbart kan identificeres med kapaciteten af folierne. Folierne har en tykkelse på ca 3 μm , og den relative dielektricitetskonstant kan dermed beregnes til at være ca. 3.

Ved høje frekvenser aftager kapaciteten. Da foliernes kapacitet er målt til at være konstant, må det være kapaciteten af Si-prøven vi nu observerer. Når folierne og Si-prøven sidder i en elektrisk serieforbindelse, og når kapaciteten af disse er af samme størrelsesorden, skal kapaciteten af Si-prøven C_{Si} findes fra udtrykket:

$$1/C_m(\infty) = 1/C_f + 1/C_{Si}(\infty),$$

hvor $C_m(\infty)$ er den målte kapacitet ved høje frekvenser. Når den målte kapacitet er mættet (blevet uafhængig af frekvensen), finder vi at $C_{Si}(\infty) = C_g$, hvor C_g er den geometriske kapacitet, som blev indført i afsnit 2.2.

Mellem kapaciteten af folierne og det højfrekvente geometriske niveau kan endnu et flat plateau observeres ved lave temperature. Ved lave temperature må der altså findes en kapacitet i Si-prøven, som er væsentlig mindre end kapaciteten af folierne. Ved høje temperature giver effekten sig kun til kende som et knæk på $C'(\omega)$ kurven mellem de to vandrette grænser. Dette niveau benævnes C_{sc} og tilskrives som før nævnt eksistensen af et udtyndingelag under krystallens overfladen. Dette

niveau synes at gå mod en konstant værdi for meget lave temperature, og er netop den kapacitet, der som ovenfor beskrevet afskærer lavtemperatur ledningsevnen.

Efter at ovenstående målinger blev foretaget, er der på de samme tre prøver pådampet et guldlag på $9 \times 9 \text{ mm}^2$ på begge sider. Herefter er prøverne igen blevet målt ved forskellige temperature med de "ohmske kontakter". Resultaterne heraf er vist på figurene 4.4-6, og skal beskrives i det følgende.

Når der tages højde for ændringen i arealet med de to forskellige kontaktmetoder ($A_1:A_2 = 1.0 \text{ cm}^2 : 0.81 \text{ cm}^2$), er de højfrekvente forløb ved de respektive tykkelser helt identiske. Det er heraf nærliggende at slutte, at den højfrekvente opførsel ikke afhænger af grænsebetingelserne m.h.t. elektroderne, men alene afspejler bulkforholdene kombineret med prøvens størrelse og geometri.

I impedansen måles stort set det samme forløb med de to kontaktmetoder for frekvenser over 1 kHz. Udover det glat krummende bortfald af impedansen ved høje frekvenser, kan der stadig identificeres to lineært aftagende forløb mellem 1 kHz og 1 MHz. Oven i denne opførsel ses, at impedansen får en målelig (dc-)værdi ved 100 Hz (for $T > 150 \text{ K}$). Dette lavfrekvente impedansniveau har generelt en større værdi end det øvrige impedans forløb. Der er derfor tale om en additiv kontaktmodstand mellem guld og silicium, som optræder ved lave frekvenser. Især ved temperature over stuetemperatur gør denne kontaktmodstand sig gældende. Jeg har desværre hverken fået foretaget egentlige dc-målinger eller tilstrækkeligt lavfrekvente frekvensmålinger til at kunne afgøre, om det faktisk er dc-niveauet, der ses ved 100 Hz.

For ledningsevnen ses, at forløbet ved lave temperature

stadig afskæres ved ret høje frekvenser. Dette kan stadigvæk forklares udfra eksistensen af et udtyndingsområde i serie med resten af prøven. Ved temperature over 150 K måles en endelig værdi i den lavfrekvente ledningsevne, og denne værdi vokser med voksende temperatur.

I kurverne af den målte kapacitet ser vi et lavfrekvent niveau, som ikke bliver skåret væk af foliekapacitansen. Denne mætningsværdi ved lave frekvenser vokser med voksende temperatur. Ved lave temperature (< 250 K) dominerer den kapacitet, der tilskrives udtyndingslaget, stadigvæk opførslen helt op til 100 kHz.

4.1. Betydningen af ændrede forsøgsbetingelser.

Betydningen af ændrede forsøgsbetingelser er undersøgt for følgende ekstensive parametre: temperatur, bias-spænding, målespænding og prøvetykkelsen. Analyser af materiale med forskellige resistiviteter er ikke beskrevet. Tværtimod er det forudsat, at alle prøverne har samme specifikke (bulk) resistivitet.

Temperaturens betydning for forsøgsresultaterne er allerede beskrevet ovenfor, men kan uddybes på følgende punkter. Over stuetemperatur vokser mætningsledningsevnen med temperaturen. Dette tilskrives temperaturaktivering af ladningsbærere over båndgabets. For $T < 295$ K vokser mætningsledningsevnen også, men nu med faldende temperatur. Dette kan forklares med, at fononladningsbærer vekselvirkningen falder med temperaturen (metallisk opførsel). I kurverne over ledningsevnen rykker endvidere den frekvens, hvor mætning indtræder mod højere frekvenser ved lave temperature.

I kapacitet målingerne ses det højfrekvente plateau, som giver oplysning om prøvens geometriske kapacitet,

først ved højere frekvenser når temperaturen falder. Mellemløbet C_{sc} er konstant over et stort frekvensområde ved lave temperature. Dette niveau vokser med temperaturen.

Det er blevet undersøgt, om en fast bias spænding har indflydelse på responset. Op til ± 35 V er der ikke observeret nogen effekt heraf.

Responsets afhængighed af størrelsen af den oscillerende målespænding er også undersøgt. I kurverne for C' ses, at kapaciteten falder når oscillationsspændingen kommer over 100 mV. Under 100 mV ses ingen ændringer af kurveforløbet, bortset fra en forøget målestøj. I alle målingerne er benyttet en oscillationsspænding på 100 mV.

Tykkelsesafhængigheden indgår mest entydigt i det temperaturuafhængige niveau for $C'(\infty)$. Dette niveau skalerer som krævet med den reciproke tykkelse. Med folier fås, at den lavfrekvente afskæringskapacitet er uafhængig af prøvetykkelsen. Med guldelektroder falder det lavfrekvente kapacitetsniveau ved høje temperaturer med voksende tykkelse. Ved lave temperature ses, at dette mætningsniveau C_{sc} , som er både temperatur- og frekvensafhængig, falder lidt med voksende prøvetykkelse.

4.2. Beskrivelse af målingerne i en elektrisk model.

Til opsummering af ovenstående komplekse fortolkning af de observerede responsfunktioner og deres afhængighed af ekstensive parametre, vil vi i dette afsnit beskrive resultaterne v.h.a. en elektrisk netværksmodel. Denne elektriske model giver stort set et respons, som er magen til det målte. Fordelen ved en sådan model er, at vi herved kan henvise til en ækvivalent elek-

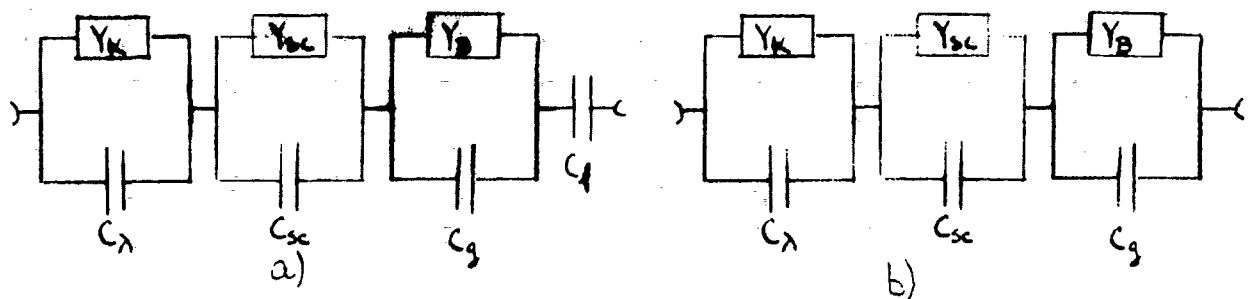
trisk komponent, når en specifik opførsel i målingerne skal beskrives. Netværksmodellen benytter en inddeling af den eksperimentelle situation i tre kategorier, svarende til opførslen ved hhv. høje-, mellem- og lave frekvenser.

Ved frekvenser over ca 1 MHz indgår i responset kun bulkegenskaber og geometriske faktorer. Opførslen kan her modelleres med en parallelforbindelse af den geometriske kapacitet C_g og en komponent Y_B , som giver måtningsværdien af ledningsevnen.

I mellemfrekvens området ses bl.a. en kapacitet, som skyldes eksistensen af et udtyndingsområde - især ved lave temperature. Dette kan modelleres med en meget temperaturafhængig kondensator C_{SC} . Parallelt hermed sidder der en modstand Y_{SC} , som udtrykker, at den specifikke ledningsevne i udtyndingsområdet, kan afvige fra bulkledningsevnen.

I grænsen for lave frekvenser, må der tages hensyn til den benyttede kontaktmetode. Med guldelektroder kan vi modellere opførslen med en kontaktledningsevne Y_k , som parallelforbindes med en kondensator C_λ , som beskriver den statiske afskærmning af det påtrykte felt. Når der benyttes blokerende kontakter, er kapaciteten stadigvæk høj ved lave frekvenser. Vi kan dog ikke se dette måtningsniveauet p.g.a. folierne. Med blokerende kontakter modellerer vi igen den lavfrekvente grænseopførsel med en ledningsevne og en kondensator i parallelforbindelse, og hertil serieforbindes foliekondensatoren. Den retikulerede grovstruktur er vist i figur 4.7.

I figur 4.8 er vist et forsøg på at fitte den eksperimentelle situation med guldelektroder for prøvetykkelsen $1\frac{1}{2}$ mm (svarer til figur 4.6) med denne model.



Figur 4.7. Elektrisk netværksmodel for grovstrukturen af de eksperimentelle resultater med blokerende kontakter a) og med guldpådempe kontakter b).

Der er fittet til fire temperaturer 320 K, 295 K, 200 K og 100 K, og værdierne af de benyttede elektriske komponenter er angivet på figuren i hhv. pF og μ S.

Bortset fra den geometriske kapacitet C_g og C_λ er de alle temperaturafhængige, og følger i grove træk den forventede temperaturafhængighed. I udtrykket for C_λ indgår bulk screening længden, som er temperaturafhængig, men da C_{sc} komponenten ved lavetemperatur dominerer opførslen, fremgår denne temperaturafhængighed ikke af de viste kurver af kapaciteten. Desværre er der ikke foretaget målinger ved frekvenser under 100 Hz, så det har ikke været muligt med netværksmodellen at indfange denne grænseopførsel ved lave temperature.

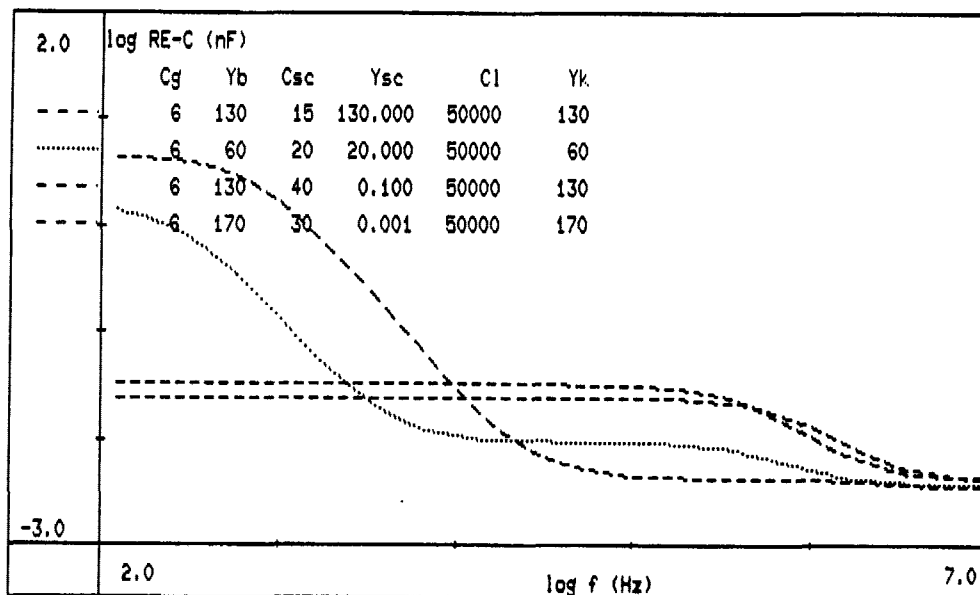
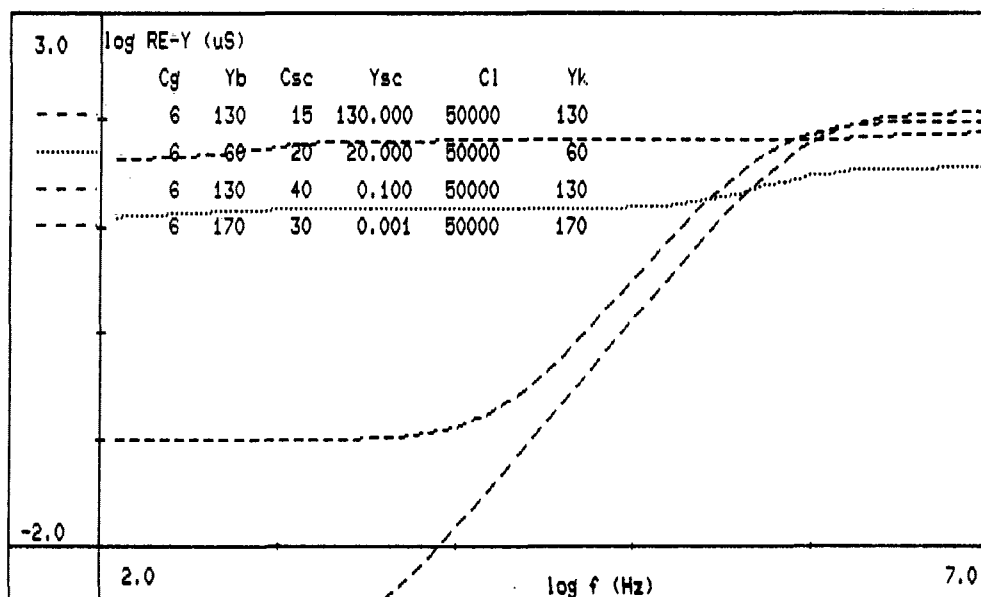
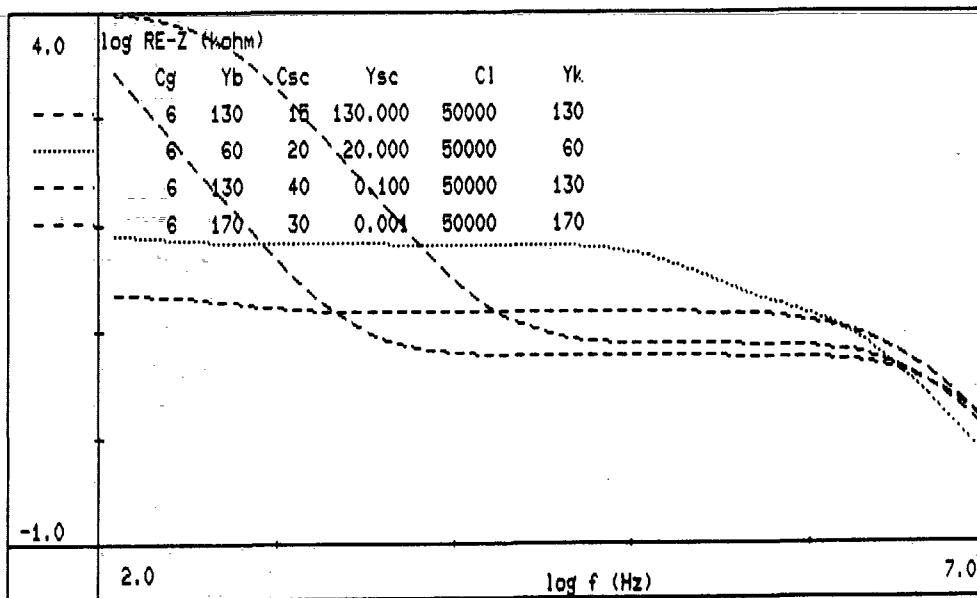
For ledningsevnekomponenterne kan vi benytte de samme værdier for Y_k og Y_B . Denne ledningsevne har en minimumsværdi ved stuetemperatur, og vokser i forhold hertil ved både højere og lavere temperature. Komponentens Y_{sc} falder kraftigt med temperaturen, og udtrykker at udtyndingslaget vokser i tykkelse.

Ved at lege med modeller som denne, bliver det klart, at responset kobler de seks indgående parametre sammen på en meget kompleks måde. Både de frekvenser hvor

kurverne knækker, og størrelserne af af de målte funktionsværdier skal rammes i fittet. Når de karakteristiske tider ikke afviger flere størrelsesordner fra hinanden, indgår hver eneste parameter kritisk i det kurveforløb der ønsket fittet. Heller ikke det analytiske udtryk for responset af denne netværksmodel byder på nogen forenklingsmuligheder, når de karakteristiske tider ligger tæt ved hinanden.

Det program til datastyring af målingerne der er benyttet, indeholder desværre ikke faciliteter, som gemmer måledata. Der har derfor ikke været mulighed for, at foretage en optimering af fittet ved brug af en mindste-kvadraters metode.

Afsluttende skal det demonstreres, hvordan prøvens resistivitet beregnes udfra den højfrekvente måtningsværdi af ledningsevnen. Ved stuetemperatur er ledningsevnen af den guldbelagte $1\frac{1}{2}$ mm prøve aflæst til $Y' = 95 \mu S$. Heraf findes ledningsevnen $\sigma = Y'd/A$ til 1.7 mS/m , hvilket svarer til en resistivitet på $57 \text{ k}\Omega \text{ cm}$, dvs. en værdi der ligger en faktor 5 under den opgivne (overestimerede !) værdi. Antallet af ladningsbærere findes som $n = \sigma/e\mu = 2.2 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, hvor vi for en p-type kryстал benytter $\mu = 0.05 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Heraf findes bulkscreeninglængden til $\lambda = 8.7 \mu\text{m}$ hvilket svarer til en kapacitet på $C_\lambda = 1 \text{ nF}$. Denne værdi ligger indenfor en faktor 3 fra den aflæste, hvilket er ganske godt med de benyttede tilnærmelser (én type af ladningsbærere, evt. ulinearitet m.v).



Figur 4.8. Responsfunktioner beregnet med netværksmodellen fra figur 4.7 b). På figuren er angivet de benyttede værdier af de elektriske komponenter i hhv. pF og μS . Værdierne er valgt så modellen gengiver de eksperimentelle resultater fra figur 4.6 så godt som muligt ved temperaturerne 320 K, 295 K, 200 K og 100 K.

5. En model med stedafhængig ledningsevne.

Som indledning til den kombinerede diffusions- og driftstrømsmodel som beskrives i næste kapitel, vil vi i dette kapitel se på en model, hvor den eneste transportproces er en driftstrøm. En sådan proces kan med elektriske komponenter modelleres som en serieforbindelse af RC-led.

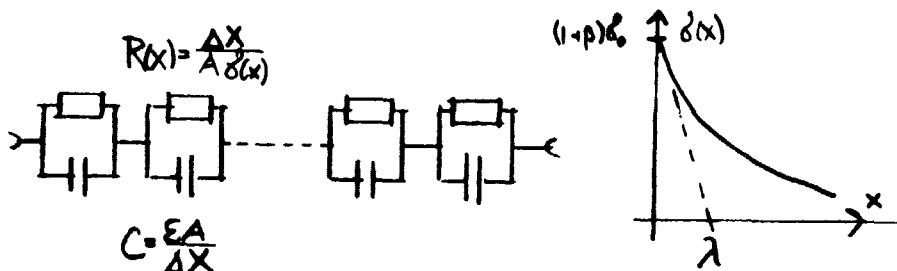
Vi har set tegn på, at der findes besatte lokaliserede tilstande på krystallens overflade. Den ladning der er forbundet hermed, vil som beskrevet i kapitel 3 give anledning til et elektrisk felt inde i krystallen, og de mobile ladninger vil nær overfladen udtynnes. Herved bliver ledningsevnen, som er proportional med ladningstætheden, stedafhængig. Som beskrevet i kapitel 3 kan stedafhængigheden af ladningstætheden for små værdier af rumladningspotentialet tilnærmes en eksponentialfunktion, hvilket benyttes i det følgende.

Modelleringen af ladningstransporten sker ved at diskretisere problemstillingen. Transporten forestilles at foregå i kun en dimension vinkelret på endefladerne. Langs denne x-akse opdeles prøven i tynde celler (skiver) af tykkelsen ΔX . Efter en forestilling om hvad der er den grundlæggende transportmekanisme, specificeres impedansen for denne transportproces på celle niveau. Responsfunktionen, som beskriver den makroskopiske opførsel, findes ved at summere over impedansbidragene for de enkelte celler. Den transportmekanisme der i dette kapitel tages udgangspunkt i, skyldes en simpel elektrisk kraft påvirkning.

Transportprocessen modelleres i en elektrisk netværksmodel som en kæde (elektrisk serieforbindelse) af RC-led. Dette svarer til at vores celle på en gang (elektrisk parallelforbindelse) har kapacitive og ledende

egenskaber. De kapacitive egenskaber er givet ved en kondensator af størrelsen $C = \epsilon A / \Delta X$, mens lede egenskaberne beskrives med en reciprok modstand : $Y = 1 / R = \sigma A / \Delta X$.

Stedafhængigheden af ledningsevnen genereres med udtrykket $\sigma(x) = \sigma_0(1 + \beta e^{-x/\lambda})$. Dette svarer til at majoritetsbærertætheden ved overfladen er forøget med en faktor β , og at dette overskud af ladningsbærere aftager eksponentielt med halveringslængden λ (mobiliteten antages at være konstant). Dette kan også beskrives ved, at funktionen $u(x)$ er lineært aftagende fra overfladen mod en konstant værdi u_B i bulk materialet. Denne stedafhængighed af ledningsevnen regnes her for statistisk, hvilket svarer til at inputladningen $Q_0 \ll Q_{SS}$. Målespændingen giver dermed kun anledning til en ubetydelig ændring af den eksponentielle ladningsfordeling. Modellen er illustreret i figur 5.1.



Figur 5.1. Elektrisk netværksmodel for en endelig kæde af RC-led med stedafhængig ledningsevne.

Ledningsevnen af et enkelt RC-led er $dY = i\omega C + 1/R(x)$

$\Rightarrow dZ = (1/C) / (1/\tau + i\omega)$, hvor $\tau(x) = R(x)C = \epsilon/\sigma(x)$
 er relaxationstiden for elementet, som er stedafhængig.
 Den samlede impedans for en halv prøve fås ved at sum-
 mere over alle impedansbidragene. Når vi i reducerede
 enheder sætter $\epsilon = A = d = 1$ og lader $\Delta X \rightarrow 0$ fås :

$$Z_r(\omega) = \int_0^{d/2} (1/\tau(x) + i\omega_r)^{-1} dx,$$

Integralet kan løses ved at skifte integrationsvariable
 et par gange. Derved fremkommer følgende analytiske ud-
 tryk for impedansen (N.B. Olsen, 1986, stencilat, RUC)

$$Z_r(\omega) = \frac{-\gamma}{1 + i\omega_r} \log\left(\frac{(b-1)/(a-1)}{(b+i\omega_r)/(a+i\omega_r)}\right)$$

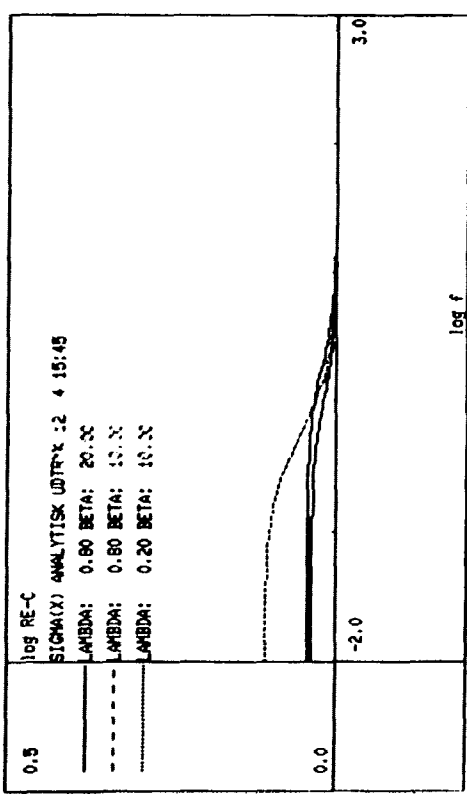
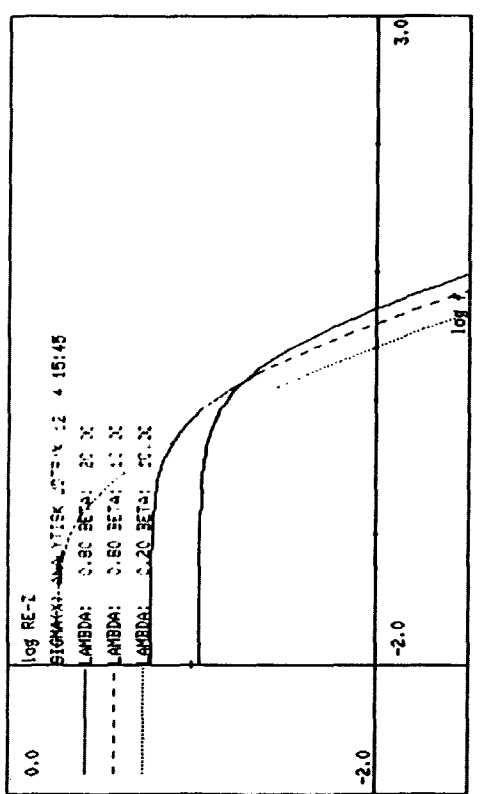
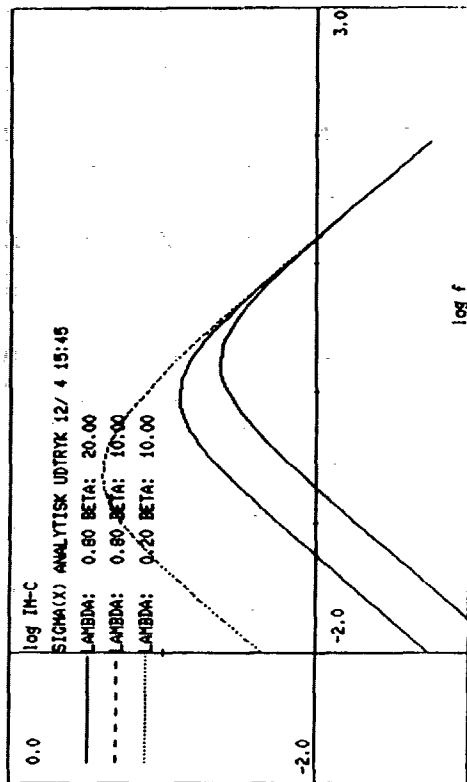
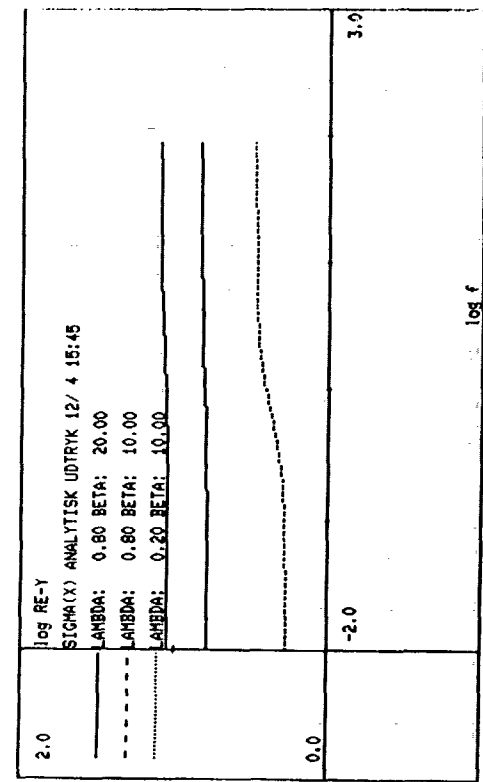
hvor $a = 1 + \beta$, og $b = 1 - \beta e^{-1/\lambda}$.

Dette udtryk er plottet i figur 5.2. Det ses at syste-
 met kvalitativt giver den samme opførsel som ekspe-
 rimenterne ved høje frekvenser.

Samme resultat fremkommer når integralet løses nume-
 risk. Som eksempel er nedenfor vist de programlin-
 jer, der i FORTRAN vil generere den samme impedansfunk-
 tion. Den komplekse funktion beregnes udfra udtrykket
 for elementimpedansen, som direkte kan opskrives. I
 FORTRAN programmet er Z og S deklareret som komplekse
 variable. S er laplacefrekvensen defineret som $s = -i\omega$.
 FRQ er logaritmen til frekvensen, og resultaterne ud-
 skrives på en ekstern fil til senere plotning.

```

COMPLEX*8 Z,S
ACCEPT *, DHALVE,LAMDA,BETA
DX = DHALVE / 100
DO 1000 I = 1,100
  S = CMPLX(0.0,-2*PI*10**(FRQ))
  Z = CMPLX(0,0)
  DO 2000 X = 0,DHALVE,DX
    TAU = 1/( 1 + BETA*EXP(-X/LAMDA) )
    Z = Z + 1/( (1/TAU) + S ) * DX
2000 CONTINUE
WRITE (2,*) FRQ,Z
FRQ = FRQ + (SLUFRQ - STAFRQ)/100
1000 CONTINUE
  
```



Figur 5.2. Diverse responsfunktioner for en kæde af RC-led med ste-
 dafhængig ledningsevne.

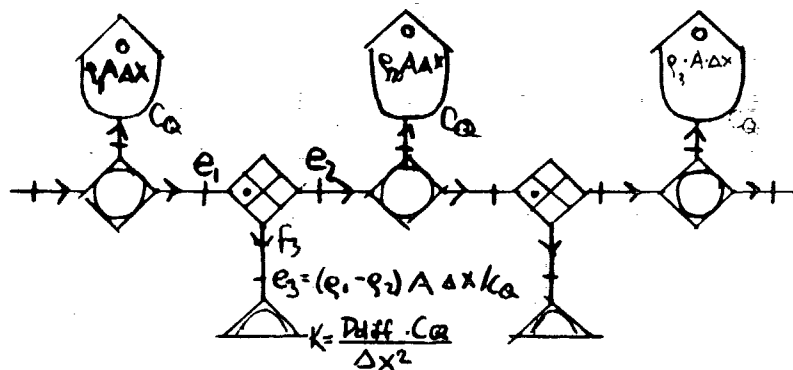
6. En model med både diffusions- og driftsstrømme.

I kapitel 5 beskrev vi en transportproces, hvor det basale element er et RC-led, og den makroskopiske transport blev her identificeret med en drift af ladningsbærere i et elektrisk felt. I denne model tages i midlertid ikke hensyn til, at eksistensen af en tæthedsgradient af rumladning i prøven medfører en diffusion af ladningsbærere jvf. Fick's lov. I næste afsnit vil vi først lave et skelet til modellen bestående af en ren diffusionsproces, og dernæst bliver dette udvidet med det elektriske felt. Selvom det er muligt at skrive den resulterende strømligning op direkte og regne på dette udtryk, vil vi dog beskrive den kombinerede model udfra energibåndformalismen. Vi får herved lejlighed til nærmere at diskutere hvordan de to makroskopiske processer spiler sammen.

6.1. Beskrivelse indenfor energibåndformalismen.

I en energibåndmodel bliver relationerne mellem de mekanismer, der giver anledning til transporten (spændinger) og de strømme, som er et resultatet heraf meget synlige. Opgaven er ligesom i sidste kapitel at specificere transportmekanismerne på celleniveau, og derefter summere over de enkelte cellers impedansbidrag. Med en diskretisering af prøven i celler af rumfanget ΔX regner vi i absolutte enheder, dvs. med antallet af partikler og strømme (i modsætning til koncentrationer og strømtætheder).

Vi skal finde et udtryk for den resulterende strøm gennem et givet tværsnit af prøven. Da en resulterende strøm godt kan skyldes flere samtidigt virkende kræfter, skal det sted, hvor tværsnittet er taget, modelles med en strømsamler (x-samler).



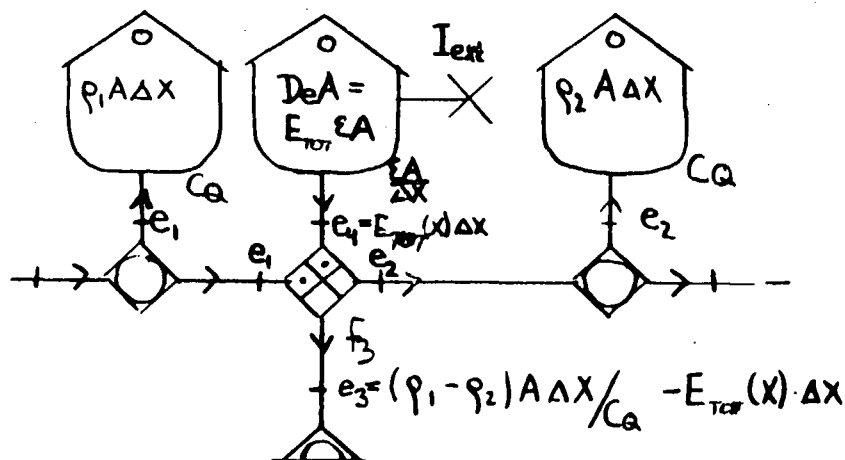
Figur 6.1. Energibåndmodel for en endimensional diffusionsproces.

Energibåndmodellen for en endimensional diffusionsproces er vist i figur 6.1. Når vi regner i absolutte enheder skyldes diffusion tilstedeværelsen af en antalsgradient. Diffusionskraftens størrelse bestemmes udfra forskellen mellem antallet af partikler til højre og til venstre for tværsnittet. Disse størrelser modelleres ved o-lagere for partikler, eller når vi tilskriver hver partikel en elementarladning på e som o-lagre for ladning $Q_i = \rho_i A \Delta x$. Alle lagerne har den samme kapaciteten C_Q . Den spænding som lageret kobler ind til strømsamleren med, er givet ved lagerstørrelsen divideret med kapaciteten. Med de to lagere 1 & 2 hhv. til højre og til venstre for strømsamleren bliver den spænding der mærkes i energibåndet til lækken $e_3 = (e_1 - e_2) = (\rho_1 - \rho_2) A \Delta x / C_Q$.

Lækstørrelsen K er den konstant, som multipliceret med spændingen e_3 giver diffusionsstrømmen $f_3 = K e_3$ gennem tværsnittet. Da diffusionsstrømmen samtidigt er givet ved $J_{\text{dif}} = -D_{\text{dif}} A \delta\rho / \delta x$, hvor D_{dif} er diffusionskonstanten fås at $K = D_{\text{dif}} C_Q / \Delta x^2$.

Når prøven påtrykkes et påtrykt elektriske felt E_{ext} , giver dette anledning til et polarisationsfelt, og samlet beskrives effekten af det eksternt påtrykte felt ved en elektrisk forskydning $D_e = \epsilon E_{ext}$. I energibåndmodellen figur 6.2 er dette felt modeleret ved at koble endnu et o-lager ind til strømsamleren. Kapaciteten af dette lager er cellens geometriske kapacitet $\epsilon A / \Delta X$, og lagerstørrelsen er den elektriske forskydning $D_e A$. Dette lager oplades via det påtrykte elektriske felt fra den eksterne strømkilde I_{ext} . Sammenhængen mellem opladning og eksternt strømkilde er Maxwell ligningen $\text{rot } H = I_{ext} - \partial D_e / \partial t$, hvor størrelsen af H-feltet antages at være forsvindende. Strømmen I_{ext} er ens for alle beregningsceller, og giver anledning til en steadyafhængig opladning af lageret.

Lageret oplades også med strømmen f_4 . Denne opladning giver det elektriske felt, som skyldes opbygningen af rumladningen. Det fremgår ikke af strukturen i modellen, hvordan de to bidrag til det elektriske felt e_4 vægtes og ændres i tiden. Samlet fås i lækbåndet et additivt spændingsbidrag på $e_4 = (D_e A) / (\epsilon A / \Delta x) = D_e \Delta x / \epsilon = E_{ext} \Delta x$, og spændingen i lækbåndet bliver da : $e_3 = (\rho_1 - \rho_2) A \Delta X / C_Q - E_{tot} \Delta X$.



Figur 6.2. Energibåndmodel for en endimensional diffusionsproces af ladede partikler i et elektrisk felt.

Det er muligt at opskrive de makroskopiske transportligninger ud fra impedansen af dette basale element (P.V. Christiansen, stencilat af 2/10 1986, RUC). I det konkrete tilfælde fås dog et noget kompliceret differentialligningsudtryk, som vi ikke skal behandle nærmere.

6.2. Matematisk formulering.

Hvordan det dynamiske element kommer ind i modeleringen, fremgår mere klart af de matematisk formulerede differentialligninger. Når disse ligninger opskrives, er det den eksperimentelle situation i direkte tid, der beregnes. Til tiden $t=0$ placeres en inputladning Q_0 på overfladen af prøvematerialet. Derefter følger vi i tiden, hvordan rumladningsområderne opbygges. De ligninger der beskriver denne fysiske situation, kan opskrives umiddelbart. (i hvertfald efter at have arbejdet lidt med problemstillingen, f.eks. ved at opstille en energibåndmodel herfor). Den formulering der gennemgås her, indeholder de samme forudsætninger som ovenfor, dvs. ledningsevnen regnes for konstant og uafhængig af stedet.

Det differentialligningssystem der skal løses består af en transport- og en kontinuitetsligning. Kontinuitetsligningen udtrykker ladningsbevarelse og den skrives $\delta i / \delta x = -\delta \rho / \delta t$, hvor i er strømtætheden og ρ er ladningstætheden.

Ligningen for strømtætheden indeholder som før både et diffusions- og et driftled. Driftstrømmen skyldes dels det konstante steduaafhængige eksternt påtrykte elektriske felt E_{ext} , og dels det felt der opbygges med rumladningen E_{sc} . Den del af det elektriske felt, der skyldes rumladningen, findes ved at benytte Gauss lov

$E_{sc} = 1/\epsilon \int \Delta\rho(x) \cdot dx$, hvor rumladningen integreres fra prøvens venstre endeflade $-d/2$ til stedet x . Rumladningen $\Delta\rho$ er en fladetæthed, som er givet ved forskellen mellem den stationære ladningstæthed (ioniserede atomer) og fladetætheden af mobile ladninger. $\Delta\rho$ er en nettostørrelse, og vi behøver altså ikke at kende det absolutte antal af stationære og mobile ladninger. Vi har hermed forudsat, at disse findes i tilstrækkeligt antal til, at det fundne funktionsudtryk for $\rho(x,t)$ kan realiseres i praksis (sammenlign med figur 2.3 !). Strømligningen skrives dermed :

$$i(x,t) = -D_{dif} \frac{\delta\Delta\rho(x,t)}{\delta x} + \sigma E_{ext} + \frac{\sigma}{\epsilon} \int_{-d/2}^x \Delta\rho(x) dx$$

Afgørende for løsningen af differentiaalligningssystemet er vores valg af grænsebetingelser. I den eksperimentelle situation der simuleres i næste kapitel, er der benyttet blokerende elektroder. Dette giver som grænsebetingelse, at strømmen gennem overfladen skal være nul $i(-d/2) = i(+d/2) = 0$.

Vi antager endvidere, at forholdene ved de to elektroder er ens. Heraf følger, at ladningstætheden må være antisymmetrisk omkring prøvens midterplan $x=0$. Dette skrives $\rho(x) = -\rho(-x)$.

I ligningsudtrykket indgår udover den både sted- og tidsafhængige variabel $\rho(x,t)$, kun tre ekstensive variable arealet A , prøvetykkelsen d , og tiden t . Af fundamentale fysiske parametre skal vi endvidere kende inputladningen Q_0 samt materialekonstanterne ϵ, σ & D_{dif} .

Når problemet bliver reduceret, viser det sig, at der kun indgår en enkelt fri parameter i transportproblemet. Denne størrelse α er forholdet mellem den dielektriske relaxationstid $\tau_{rel} = \epsilon/\sigma$, og diffusionstiden $\tau_{dif} = d^2/D$; $\alpha = \tau_{rel}/\tau_{dif}$. Dette forhold kan også skrives som $\alpha = \lambda^2/d^2$, hvor λ er diffusions længde.

den : $\lambda = \sqrt{D \tau_{rel}}$. Når vi benytter Einstein relationen for diffusionskonstanten $D_{dif} = k_b T \mu / e$, og for den specifikke ledningsevne skriver $\sigma = n e \mu$, fås : $\lambda = [(k_b T \mu / e) (\epsilon / n e \mu)]^{1/2} = [\epsilon k_b T / n e^2]^{1/2}$. Af denne omskrivning ses, at λ er lig med bulk screening længden.

I det følgende skildres, hvordan den frekvensafhængige stivhedsfunktion $G(\omega)$ beregnes. Som stimulus benyttes real $Q_0 e^{-i\omega t}$ og responset herpå er den komplekse frekvensafhængige spænding $V(\omega)$. Denne spænding beregnes, ligesom den tidsafhængige spænding $V(t)$, som summen af spændingsfaldene $V_{sc}(\omega)$ og $V_{ext}(\omega)$.

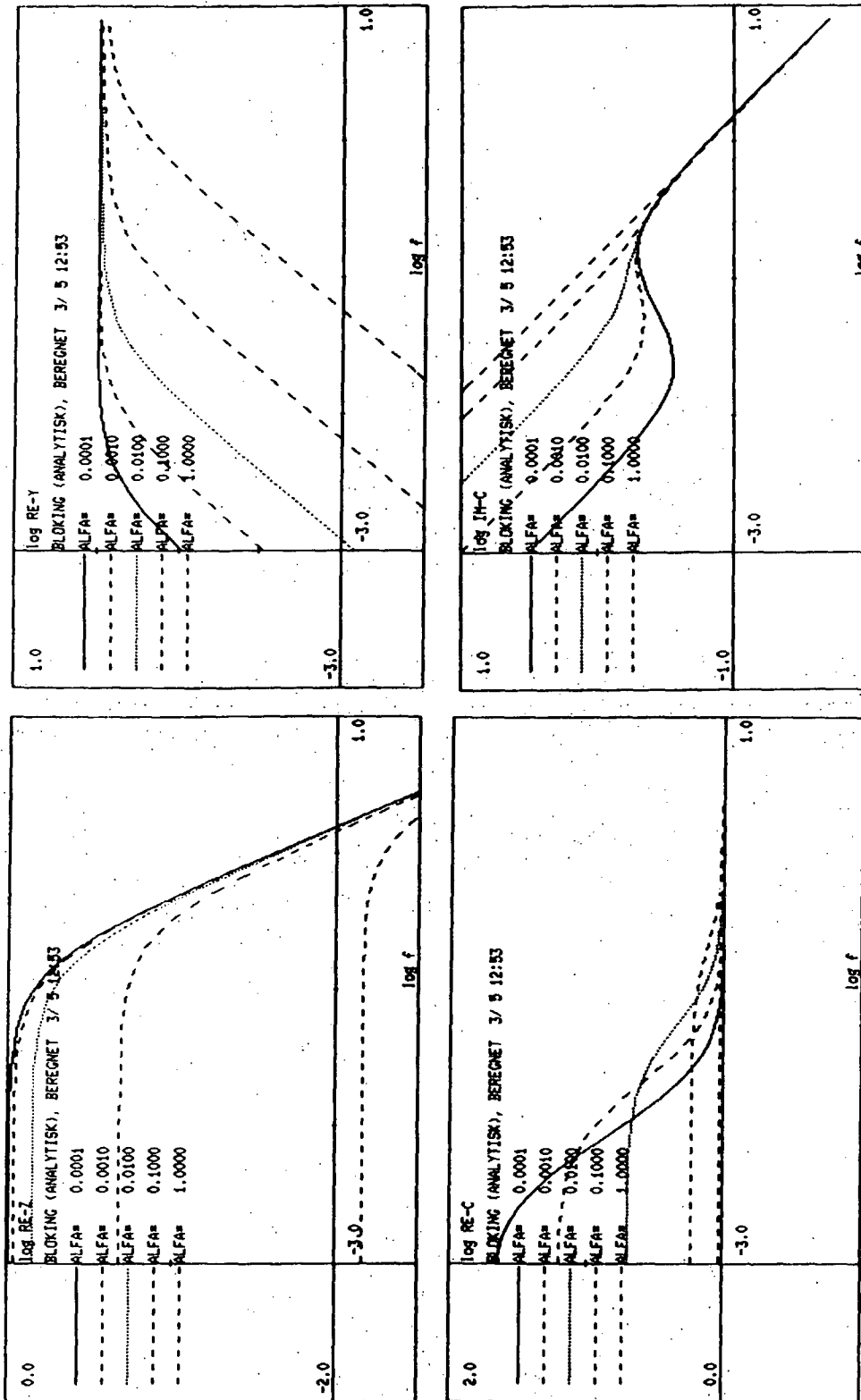
Spændingsfaldet over rumladningen $V_{sc}(\omega)$ findes ved integration over det tilhørende elektriske felt $E_{sc}(x, \omega)$ og for at finde E_{sc} , skal vi nu integrere over den komplekse frekvensafhængige rumladningstæthed $\rho(x, \omega)$. I reducerede enheder fås :

$$G_r(\omega_r) = \frac{1}{\epsilon} \left[\int_{-1/2}^{+1/2} \int_{-1/2}^{+1/2} \rho_r(\xi, \omega_r) d\xi dx + 1 \right]$$

Problemet bliver da at finde et udtryk for ladningstætheden $\rho(\xi, \omega_r)$. Når differentialligningssystemet er omskrevet til reducerede enheder, og vi benytter den blokerende grænsebetingelse for ρ , får vi herfor udtrykket (N.B. Olsen, 1986: note fra sommeren 1986, Norge) $\rho_r(x_r, \omega_r) = a \sinh(k x_r)$, hvor både $k = \sqrt{(1+i\omega_r)/\alpha}$ og a er komplekse størrelser. Når dette udtryk for ladningstætheden indsættes og integralet udregnes, findes impedansen $Z = G/\omega$ heraf :

$$Z_r(\omega_r) = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{1}{1+i\omega_r} \left(1 + \frac{2\sqrt{\alpha}}{i\omega_r\sqrt{1+i\omega_r}} \operatorname{tgh} \frac{\sqrt{1+i\omega_r}}{2\sqrt{\alpha}} r \right) \right]$$

I figur 6.3 er denne funktion udtegnet. Kvalitativt giver denne funktion den samme opførsel som modellen i kapitel 5.



Figur 6.3. Diverse reducerede responsfunktioner for en model med måde diffusions- og driftstrømme. Plottet udfra det analytiske impedansudtryk i afsnit 6.2.

6.3. Modellens opførsel.

Med det udtryk der er beregnet for impedansen, kan den observerede opførsel specificeres med kun en fitteparameter α . Det er derfor interessant at vurdere, om modellen faktisk giver den observerede opførsel, når vi indsætter de eksperimentelt kendte fysiske værdier i udtrykket for α .

Det parameteren α udtrykker, er den relative hastighed af de to fundamentale fysiske processer (ledningsevne-relaxation og diffusion), som bestemmer den makroskopiske opførsel.

Ledningsevne-relaxationen kan beskrives ved en karakteristisk tid $\tau_{rel} = \epsilon/\sigma$. Denne tid er sædvanligvis meget kort (omkring 10^{-10} sek), og er et udtryk for den tid det tager, at afskærme en (polarisations-) ladning. For højresistivt silicium kan denne tid komme helt op omkring 10^{-7} sek.

Diffusionstiden $\tau_{dif} = d^2/D_{dif}$ er et udtryk for, hvor lang tid det tager en partikel at diffunderer gennem prøven. Denne tid afhænger af prøvetykkelsen d , som er en ekstensiv parameter.

Når $\tau_{rel} \ll \tau_{dif}$, ($\alpha \ll 1$) dominerer diffusionsprocessen den makroskopiske opførsel. Vi skal derfor i denne grænse observere samme opførsel, som en diffusion-sproces giver anledning til.

Hvis diffusionstiden sættes ned (hvis prøven gøres tyndere) eller hvis den dielektriske relaxationstid forøges (antallet af ladningsbærere sættes op), vokser α , og effekten af det elektriske felt observeres. Dette giver (jvf. kurverne i figur 6.3) anledning til, at lavfrekvens-bidraget i Y' bliver forsvindende. Dette

svarer igen til, at kun diffusionsprocessen giver bidrag til den lavfrekvente ledningsevne, når vi benytter blokerende elektroder.

Knækket fra C_0 plateauet ned mod C_∞ plateauet flytter mod lavere frekvenser, når α falder. Samtidig hermed vokser det lavfrekvente niveau af kapaciteten. Dette kan tages som udtryk for, at bulkscreeninglængden, som karakteriserer afskærmningen og dermed tykkelsen af rumladningsområdet, falder med α .

6.4. Numerisk løsning.

Differentialligningen kan også løses numerisk. Ligesom i den beskrivelse der blev foretaget indenfor energibåndformalismen (afsnit 6.1), opdeles prøven i diskrete skiver af tykkelsen Δx . Problemet er som før at finde strømmen gennem det plan, der adskiller to naboceller. Denne strøm findes ved hjælp af den samme strømlikning, som blev beskrevet i afsnit 6.2. I reducerede enheder ($\varepsilon = Q_0 = d = A = 1$) kan denne skrives :

$$i_r = 1 + \int_{-1/2}^{x_r} \Delta \rho_r dx_r - \alpha \frac{\delta \Delta \rho_r}{\delta x_r}$$

Strømmen beregnes i direkte tid med en diskretisering af tiden i intervallet Δt . Til tiden $t=0$ forudsættes, at rumladningen er nul overalt ($\Delta \rho_r(x_r, 0) = 0$, for $-1/2 \leq x_r \leq +1/2$) og vi placerer en konstant inputladning Q_0 på overfladen. Efter hvert tidsskridt udregnes strømmen som funktion af stedet, og med kontinuitetsligningen findes en ny rumladningsfordeling. Med blokerende elektroder, er grænsebetingelsen stadig $i_r(-1/2) = i_r(+1/2) = 0$.

Som funktion af tiden beregnes spændingsfaldet over prøven. Dette findes som et integral over det elektriske felt. Det elektriske felt stammer dels fra den rum-

ladning, der er under opbygning, og dels fra inputladningen (samt evt. besatte overfladetilstande) på overfladen.

Den tidslige simulering af rumladningsområdets opbygning fortsætter, indtil afskærmningen er fuldstændig. Dette afgøres, ved at undersøge om spændingen er blevet konstant. Dette krav betyder, at vi for stivhedsfunktionen $G(t) = V(t)/Q_0$ får at $dG(t)/dt \ll 1$. Når $G(t)$ er beregnet indenfor hele den interessante tidsskala, kan denne funktion ved en Laplace-Stieltje transformation oversættes til den tilsvarende komplekse frekvensafhængige responsfunktion :

$$G(\omega) = s \int_0^{\infty} G(t) e^{-st} dt.$$

Ved division med laplace-frekvensen $s = -i\omega$, får vi den ønskede komplekse impedans $Z(\omega) = G(\omega)/s$. Vi benytter her en s -konvention med negativ værdi af $i\omega$, hvorved C' bliver positiv.

Det system vi behandler er ikke ergodisk, hvilket kan ses af at $G(\infty) \neq 0$. Vi skal derfor korrigere for den endelige værdi af $G(\infty)$, hvilket gøres ved at fratrække grænsebidraget $G(t_{\max})$ i den beregnede stivhed $G(t)$.

Grafiske udtegninger af responsfunktionerne fundet ved numeriske løsning af ligningssystemet i reducerede enheder er ikke vist, da de er helt identiske med plottet af det analytiske udtryk (figur 6.3).

Poienten med en numerisk løsning af differential-ligningssystemet er, at vi herved også bliver i stand til at løse det ulineære transportproblem, hvor ledningsevnen er tids- og stedafhængig. Det er denne fysisk mere realistiske situation, der skal håndteres i næste kapitel. I dette tilfælde bliver ledningsevnen i hver enkelt tidsskridt justeret efter den øjeblikkelige

lokale værdi af antallet af ladningsbærere : $\sigma(x,t) = n(x,t)e\mu$. Det er også det ulineære element i udtrykket for strømtætheden, der er årsag til den manglende symmetri i kurven af elektrontætheden i figur 2.3 a).

7. Numerisk simulering af eksperimenterne.

Vi har set, at både en model med stedafhængig ledningsevne (kapitel 5), og en model med diffusions- & driftsstrømme (kapitel 6), giver anledning til ét knæk i Y' kurven og to frekvensafhængige niveauer i C' . Da vi faktisk observerer op til tre Y' -knæk og C' -niveauer, og da der for begge modeller foreligger fysisk rimelige begrundelser, er det nærliggende at kombinere de to modeller.

Vi kan kombinere de to modeller ved direkte at benytte udtrykket $\sigma(x) = \sigma_0(1 + \beta e^{-x/\lambda})$ fra kapitel 5, i udtrykket for strømtætheden $i = \sigma(E_{\text{ext}} + E_{\text{int}}) - D\delta\Delta\rho/\delta x$.

Når dette ligningssystem løses numerisk, viser det sig imidlertid, at denne kombination kun giver anledning til ledningsevnen først rammer sit højfrekvente mætningsniveau ved højere frekvenser end ellers, og giver altså ikke til den ønskede dobbeltstruktur. Hvis vi skal generere to forskellige niveauer i kapaciteten, må vi istedet forsøge at indføre et udtyndingslag nær overfladen, hvor ladningsbærertætheden er udtyndet helt ned til nul, og først et stykke inde i krystallen vokser op mod bulkværdien. En sådan stationær tæthedsprofil vil vi forsøge at generere, ved at inddrage eksistensen af overfladetilstande. Er disse besat i tilstrækkelig høj grad, ved vi fra kapitel 3, at vi kan forvente et udtyndingslag.

Før vi går i gang med at simulere besatte overfladetilstande, vil vi først indføre nogle fysiske parametre, der gør det muligt at regne i absolutte fysiske enheder, dvs. med de fra litteraturen kendte værdier af mobiliteten, energigabet osv.

7.1. Specifikke silicium parametre.

For at kunne beregne størrelsen af elektrontætheden n , skal vi først have defineret den intrinsice elektrontæthed, n_i . Den effektive tæthed af elektron- og hulltilstande ved hhv. ledningsevne- (N_C) og valensbåndkanten (N_V), er givet ved:

$$N_C = 2(2 \pi m_e k_b T / h^2)^{3/2} \quad \text{og} \quad N_V = 2(2 \pi m_h k_b T / h^2)^{3/2},$$
 hvor m_e og m_h er de effektive masser af hhv. en elektron og et hul i krystallen. Det intrinsice energiniveau er defineret som $E_i = [E_g + k_b T \log(N_V/N_C)]/2$, og ligger næsten midt i energigabet. Fra dette energiniveau er den intrinsice elektron tæthed termisk aktiveret: $n_i = \sqrt{N_V N_C} \exp(E_i/k_b T)$. Når vi benytter klassisk statistik, kan den lokale elektrontæthed skrives $n(x) = n_i e^{-u(x)}$, hvor $u(x) = E_F - E_i(x)/k_b T$ er det elektriske potentiale, som blev indført i kapitel 3. Inde i prøven hvor rumladningen antages at være nul (bulk), er elektrontætheden den samme som tætheden af donordatomer N_D , som alle er ioniserede. Værdien af u i bulk materialet bliver derved: $u_B = \ln(n_B/n_i) = \ln(N_D/n_i)$, hvor n_B er bulk tætheden af elektroner.

Når simuleringen skal foretages i absolutte enheder, benyttes udover naturkonstanter også nogle materialekonstanter for silicium (Grove, A.S., 1967 & Sze, S.M., 1969). Det drejer sig om følgende størrelser den relative permittivitet, $\epsilon_r = 11.8$, den effektive elektronmasse, $m_e = 1.06$, den effektive hulmasse, $m_h = 0.58$, energigabet ved 300 K, $E_g = 1.1$ [eV] og elektron mobiliteten ved 300 K, $\mu_e = 0.135$ [$\text{m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$]. Indtil videre regnes der ikke med nogen temperaturafhængighed af energiniveauerne og mobiliteten, så simuleringen giver kun de korrekte værdier ved stuetemperatur. De ekstensive parametre vi skal kende, er følgende:

arealet, A ,
 prøvetykkelsen, d ,
 temperaturen, T samt
 inputspændingen, V_{ext} .

Temperaturafhængigheden kommer kun ind i beregningerne, i forbindelse med diffusionskonstanten og afskærmningslængder.

Vi skal først se på en simulering, hvor vi benytter den lineære drifts- og diffusionsmodel. Modellen er helt den samme som i afsnit 6.2, hvori der blot benyttes konkrete fysiske værdier fra den eksperimentelle situation.

7.2 Simulering med konstant ledningsevne.

I første omgang regnes ledningsevnen σ for konstant, både m.h.t. tiden og stedet. Den eneste regnemæssige forskel fra behandlingen i kapitel 6 består i, at vi i diffusionsleddet tager gradienten af antallet af mobile ladninger $n(x) A \Delta X$, istedet for af rumladningen $\Delta \rho$. Dette medfører, at der sættes en grænse for størrelsen af rumladningen, idet der for et udtyndingsområde højest kan være en rumladning på $N_D e$, svarende til at alle elektroner er fjernet. Når denne grænse er nået, er også denne version af differentiaalligningssystemet ulineær.

I første omgang regner vi dog med, at det påtrykte felt er så lille, at der ikke bliver problemer med at opfylde kravene til en lineær responsteoretisk behandling. Strømligningen bliver, når den skrives i absolutte enheder :

$$I(x,t) = e A D_{\text{dif}} \frac{\delta n(x,t)}{\delta x} + \sigma E_{\text{ext}} + \frac{\sigma}{\epsilon} A \int_0^x \rho(x,t) dx$$

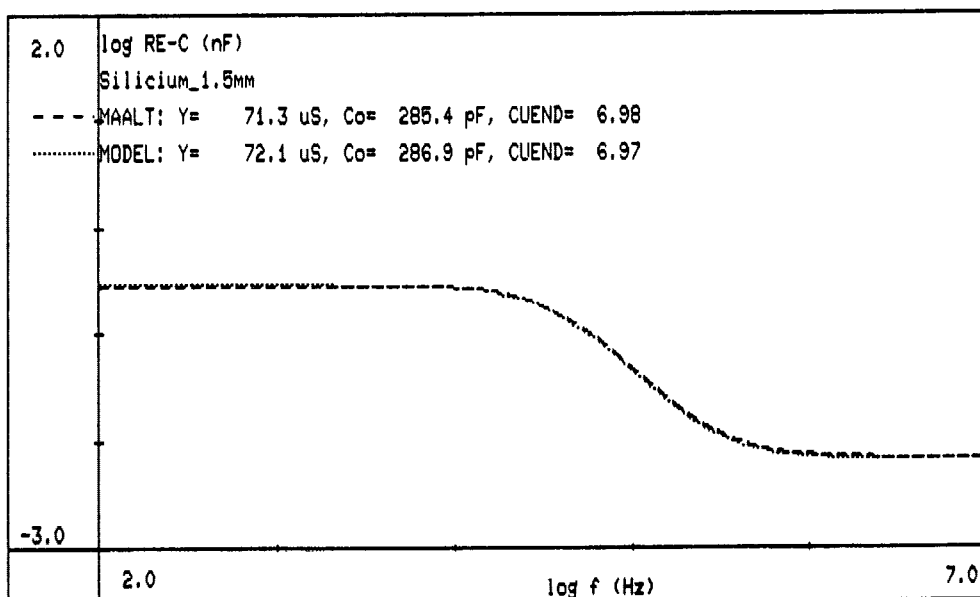
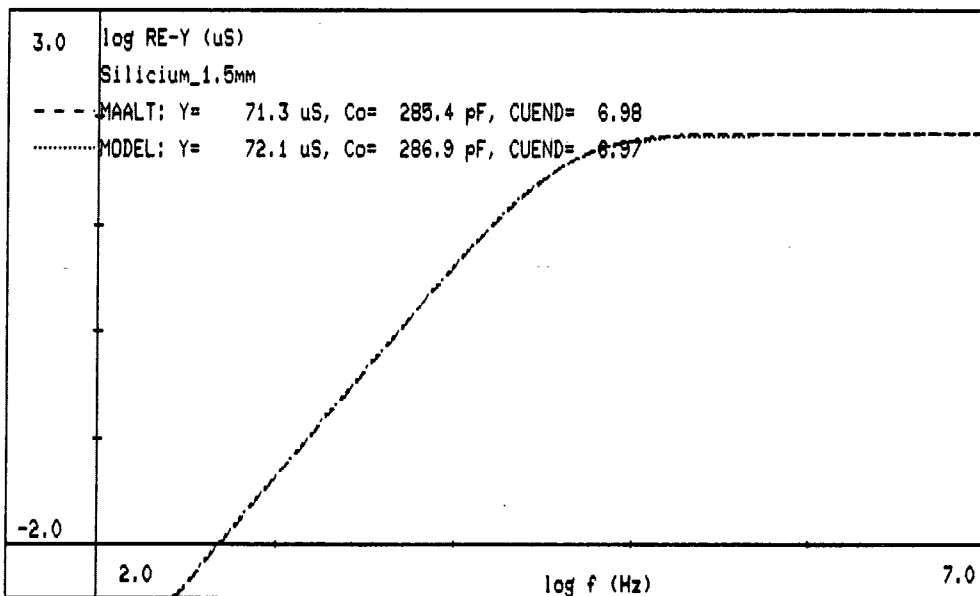
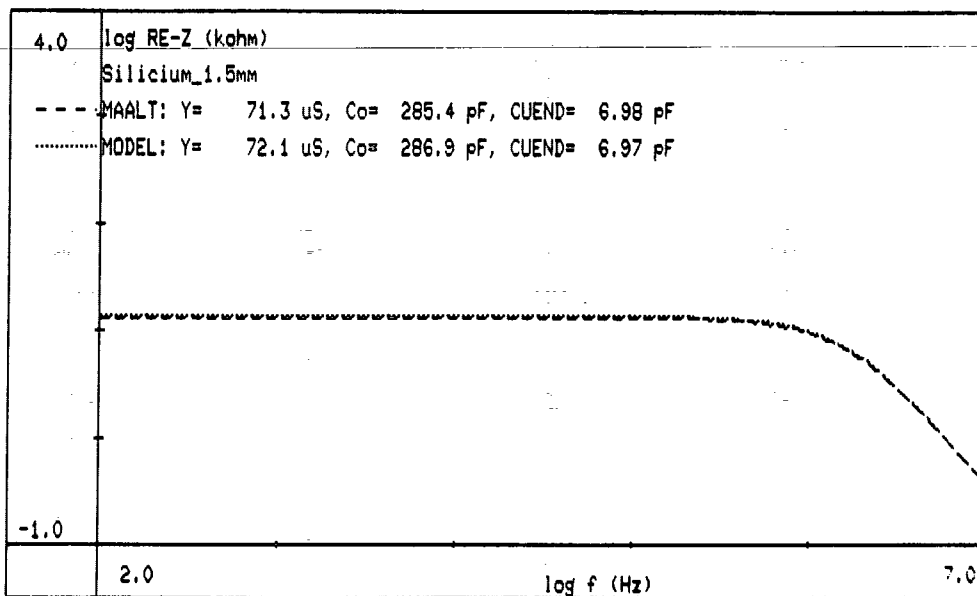
For diffusionskonstanten benyttes Einstein relationen

$D_{\text{dif}} = k_b T \mu / e$, og for gradienten af antaltæthed benyttes $A \delta n / \delta x$ [m^{-1}]. Diffusionsleddet bliver ganget med elektronladningen (negativ), for at få en diffusionsstrøm. For ledningsevnen benyttes $\sigma = n_b e \mu$. Det eksterne elektriske felt beregnes som $E_{\text{ext}} = Q_0 / \epsilon A$. For rumladningen benyttes forskellen mellem den mobile ladningstæthed $n(x)e$, og den konstante tæthed af ioniserede donorer $N_D e$.

Der indgår stadig kun en fri parameter $\alpha = \tau_{\text{rel}} / \tau_{\text{dif}}$ i modellen. Når vi skal simulere et konkret eksperiment, ligger de ekstensive variable fast, og diffusionstiden $\tau_{\text{dif}} = d^2 / D_{\text{dif}}$ er ikke længere nogen variabel. I udtrykket for ledningsevne relaxationstiden $\tau_{\text{rel}} = \epsilon / \sigma$ er kun antallet af ladningsbærere uden bindinger. Den frie fitte parameter bliver dermed $n_B \approx N_D$ (alle donor atomer N_D er ioniserede og $N_D \gg n_i$)

Som eksempel er en prøve med et areal på 1.0 cm^2 og en tykkelse på 1.5 mm simuleret ved stuetemperatur, med fitteparameteren $n_B = 5.0 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$. Resultaterne af simuleringen er vist med den stiplede kurve på figur 7.1, og kan sammenlignes med de eksperimentelle resultater fra figur 4.3 og 4.6. I simuleringen er benyttet de blokerende grænsebetingelser. På figuren er angivet de "målte" værdier af den mættede ledningsevne Y' samt de to niveauer $C'(0)$ og $C'(\infty)$ i kapaciteten for det simulerede forløb. På figuren er endvidere indtegnet responset af en elektrisk netværksmodel (punkteret), med angivelse af de benyttede elektriske netværkskomponenter. Denne model bliver gennemgået i næste kapitel.

Da den benyttede model er identisk med den, som blev benyttet i afsnit 6.4, udviser responsfunktionerne selvfølgelig kvalitativt de samme træk som før. Dette betyder, at vi kun får et enkelt knæk på de simulerede kurver mod to knæk på hver af de målte. Sammenligningen



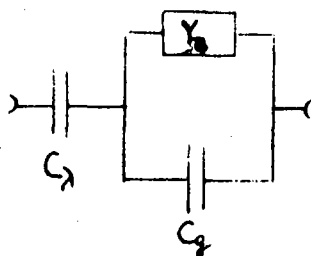
Figur 7.1. Diverse responsfunktioner for en simulering med konstant ledningsevne. På kurverne er angivet de "målte" værdier af karakteristiske størrelser samt ækvivalente netværkskomponenter.

er derfor kun relevant i den højfrekvente grænse. Værdien af fitteparameteren er valgt således, at den modellerede måtningsværdi i Y' stemmer overens med den målte. Denne værdi på $5 \cdot 10^{+16}$ er noget lav, men synes ikke helt urealistisk for højresistivt silicium. Sammenligningen viser, at selvom fitteparameteren er valgt ud fra et kriterie vedrørende fitning af den højfrekvente ledningsevne, stemmer de øvrige karakteristiske størrelser rimeligt overens med de eksperimentelle værdier. Måtningsniveauet af kapaciteten i lavfrekvensgrænsen er dog noget lav.

Den højfrekvente opførsel synes altså at kunne simuleres numerisk med den beskrevne differentiaalligningsmodel. I denne beskrives den primære transportmekanisme, som en kombination af diffusions- og drifttransport i bulk materialet med blokerende grænsebetingelser. Det er kun responset af dette homogene bulk system, der er simuleret med modellen, som altså ser bort fra eksistensen af overfladeladningstætheder.

7.3 En elektrisk netværksmodel.

I dette afsnit skal vi se, hvordan løsningen til det ligningssystem der ovenfor blev løst numerisk med en differentiaalligningsmodel, alternativt kan beskrives med en elektrisk netværksmodel. I denne model benyttes de elektriske komponenter, som blev indført i kapitel 2 i.f.m. gennemgangen af stivhedsfunktionens grænseopførsel. Netværket er opbygget så det gengiver den karakteristiske respons, og er vist i figur 7.2.



Figur. 7.2. Retikulering af drift- og diffusionsmodellen i et elektrisk netværk.

For den ledningsevne der indgår viser det sig, at vi kan benytte bulkledningsevnen, som er givet ved den specifikke ledningsevne og prøvens dimensioner : $Y_B = A \sigma_b / d$. For den parallelforbundne kondensator C_g benyttes prøvens geometriske kapacitet : $C_g = \epsilon A / d$, og i serie hermed indsættes en kondensator $C_\lambda = \epsilon A / \lambda$, der beskriver opførslen af stivheden til lange tider. λ er som beskrevet i kapitel 3 bulk screening længden med en type af ladningsbærere.

I EDB-simuleringen kender vi samtlige de parametre, der skal til for at beregne disse netværkskomponenter. Impedansen af netværksmodellen beregnes udfra udtrykket $Z_{nvm}(s) = 1/sC_\lambda + 1/(sC_g + 1/R_\infty)$, hvor alle størrelser er komplekse. Når værdierne af komponenterne bestemmes, og responset beregnes, fås et kurveforløb, som fuldstændigt overlapper det forløb, der fremkommer ved simuleringen. På figur 7.1 er begge kurver indtegnet, og størrelsen af de beregnede netværkskomponenter er også angivet. Da resultatet for netværksmodellen og simuleringen er overensstemmende, vil vi udfra vort kendskab til λ konkludere, at den statiske løsning til differentialligningsmodellen kan beskrives med en aftagende eksponentialfunktion for både spændingen, det elektriske felt og rumladningen. Herved berettiges ervidere den del af struktureringen af de eksperimentelle resultater, som benytter komponenterne Y_B og C_g jvf. figur 4.7 b.

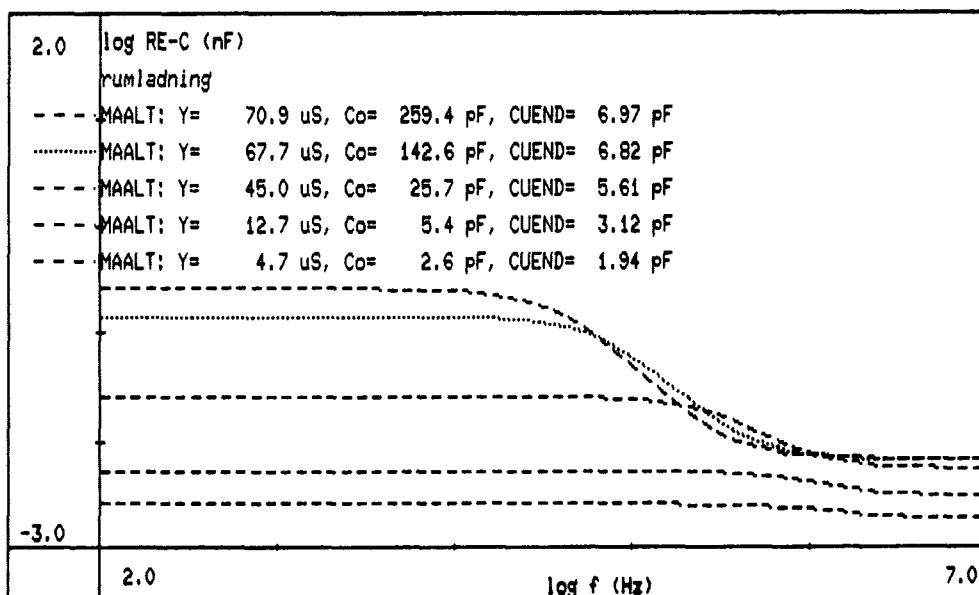
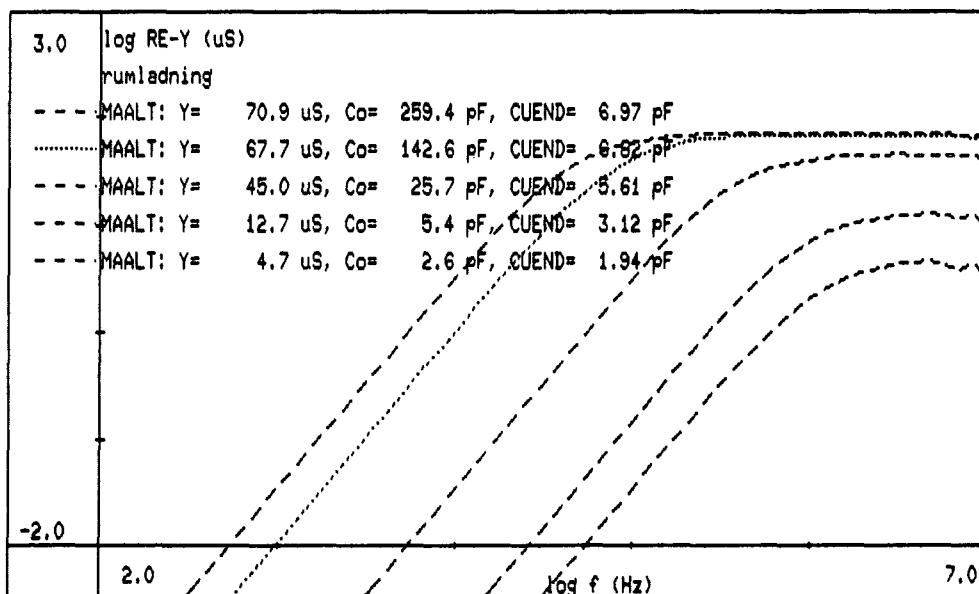
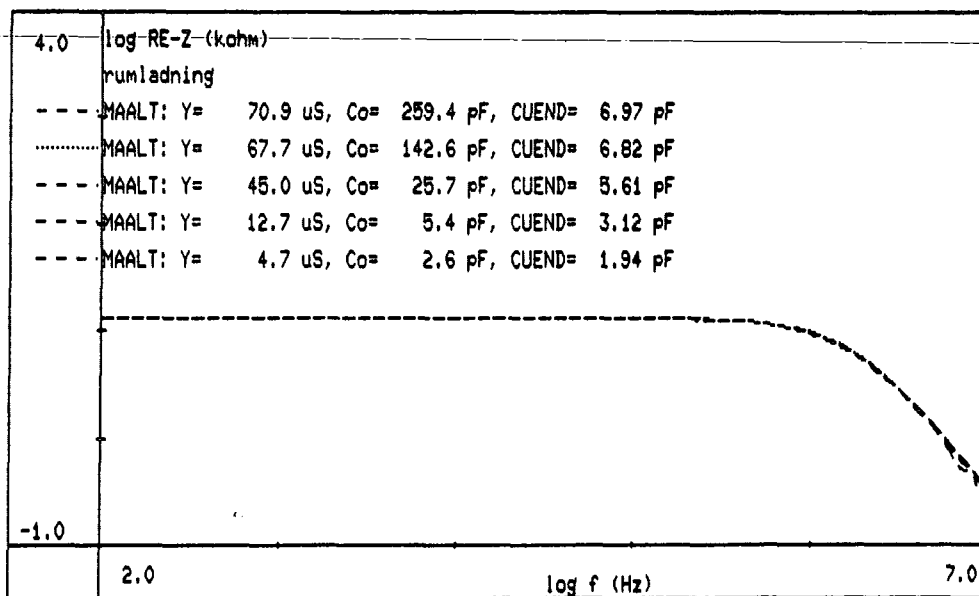
7.4. Modellering med overfladeladninger.

I beskrivelsen af de eksperimentelle resultater i afsnit 4.2 fandt vi, at det er nødvendigt med (mindst) tre RC-led, for at kunne gengive strukturen i resultaterne. Det kan derfor ikke undre, at modelleringen i foregående afsnit kun stemmer overens med målingerne i den højfrekvente grænse. Som det er nævnt flere gange,

er det nødvendigt at inddrage eksistensen af statiske rumladningsfordelinger, hvis vi ønsker at beskrive den eksperimentelle situation i mellem-frekvensområdet.

For at få dette med i den numeriske simulering, skal der først genereres en rumladningsfordeling, der svarer til eksistensen af en ladningstæthed på overfladen. Denne situation kan etableres ved at lade der ladningsfordeling, der er resultatet af en første simuleringskørsel, indgå som en stationær ladningsfordeling i en efterfølgende simulering. I figur 7.3 er vist et eksempel herpå. Der er benyttet stationære overfladeladningstætheder fra $-7 \cdot 10^{-8}$ til $-7 \cdot 10^{-11}$ [C m⁻²], men herudover er betingelserne de samme som for simuleringen af figur 7.1. Når de to figurer sammenlignes, ses, at forløbet af Z' kurverne er helt ens. For ledningsevnen falder mætningsniveauet med voksende rumladning, og afskæringen af ledningsevnen rykker op i frekvens. For kapaciteten falder lavfrekvens niveauet, og dette niveau aftager først højere oppe i frekvens.

Det er ikke muligt at lave en tydelig dobbeltstruktur med to niveauer i kapacitansen og to knæk i ledningsevnekurven, som det observeres eksperimentelt.



Figur 7.3 Responsfunktioner for en simulering med en statisk rumladningstæthed. Rumladningen er genereret med overfladeladningstætheder på $-7 \cdot 10^{-8}$ til $-7 \cdot 10^{-11}$ [$C m^{-2}$].

8. Konklusion.

Der har været flere teoriblokke i funktion til at beskrive de eksperimentelle resultater. I langtidsgrænsen hvor rumladningens form er statisk, kan vi bruge det teoretiske apparat, som blev beskrevet i kapitel 3. Hermed kan det statiske potentialfald beregnes, uanset hvad der er årsag til rumladningen. Teorien virker således også i tilfælde af store overfladeladningstætheder, hvor ulineære effekter må inddrages, og afskærmningen ikke kan beskrives med en simpel eksponentielt aftagende ladningstæthed.

I denne teori indgår imidlertid ingen dynamik. Der indgår ikke elementer, der forklarer, hvorledes opbygningen af rumladningsområdet hænger sammen med et tidsligt varierende elektrisk felt.

I afsnit 6.2 blev det beskrevet, hvorledes det dynamiske element i.f.m. opbygningen af rumladningen kan håndteres. Med et sæt ligninger der beskriver hhv. transporten og ladningsbevarelse samt med et sæt af grænsebetingelser for opførslen ved overfladen, kan den dynamiske opførsel beregnes. Når ligningssystemet er løst med de relevante grænsebetingelser, kan vi v.h.a. lineær responsteori oversætte den tidslige løsning til en frekvensafhængig, hvorved sammenligningen med den eksperimentelle målesituation bliver mulig.

Så længe problemet behandles lineært, er der overensstemmelse mellem de to teoretiske tilgange. Dette er demonstreret i afsnit 7.3, hvor den numeriske simulering af en homogen prøve, giver det samme respons, som en elektrisk netværksmodel, hvor lavfrekvensopførslen er beskrevet ved brug af Kingston og Neustadters begrebsapparat.

Når de eksperimentelle resultater skal beskrives, finder vi, at situationen er væsentlig mere kompleks end teorien tillader (!). En grov ad hoc retikulering af det målte respons i en elektrisk netværksmodel kræver således hele seks parametre.

Det er forudsætningerne om linearitet og homogenitet, som vi må revidere. I beskrivelsen af den reelle situation er vi nødt til at tage højde for den rumladning, der skyldes besatte overfladetilstande. Det er ikke muligt at indføre denne form for inhomogenitet i den numeriske simulering, uden at komme i konflikt med forudsætningerne om linearitet. Den numeriske model kan ikke i den nuværende form håndtere det forhold, at ladningsbærere aktiveres op i ledningsevnebåndet, når dette bånd p.g.a. rumladningspotentialt nærmer fermienerginiiveauet. Måske af denne årsag har simuleringen med overfladetilstande ikke kunnet reproducere den eksperimentelt observerede dobbelte relaxationsstruktur.

Når den eksperimentelle opførsel skal sammenfattes, giver det anledning til et noget kompliceret billede. Det er ikke muligt direkte at bestemme værdierne af alle seks komponenter ved aflæsning. Dog kan bulkledningsevnen bestemmes, når denne mætter ved høje frekvenser, og den geometriske kapacitet kan ligeledes bestemmes ved aflæsning af mætningsniveauet ved høje frekvenser. Udfra bulkledningsevnen kan den specifikke ledningsevne findes, og herved opnås oplysninger om antallet af ladningsbærere og disse mobilitet.

Når komponenten C_{λ} er bestemt udfra lavfrekvensgrænsen af kapaciteten, har vi endnu et mål for antallet af ladningsbærere i bulk. Denne størrelse kan bestemmes direkte, hvilket synes at være et potentielt vigtigt perspektiv for denne målemetodes anvendelse.

Litteratur.

Christensen, J. & J.W. Petersen, 1984: Frekvensafhængig ledningsevne i amorft germanium. IMFUFA tekst nr. 81.

Christiansen, P.V., 1978: Dynamik og diagrammer. IMFUFA tekst nr 8.

Christiansen, P.V., 1979: Semiotik og systemegenskaber (1). IMFUFA tekst nr 22.

Dyre, J., 1987: Hopmodeller for elektrisk ledning i uordnede faste stoffer. IMFUFA tekst nr 137.

El-Den, M.B., N.B. Olsen, I.H. Pedersen & P. Viscor, 1987: The D.C. and the A.C. Electrical Transport in As-SeTe System. IMFUFA tekst nr. 134.

Frankl, D.R., 1967: Electrical Properties of Semiconductor Surfaces.

Garrett, C.G.B. & W.H. Brattain, 1955: Phys. Rev. 99 376.

Grove, A.S., 1967: Physics and Technology of Semiconductor Devices.

Heinisch, H.K., J.-C. Manificier & Y. Moreau, 1985: Electronic charge transport in high-resistivity semiconductors. Phil. Mag. B, 52, 379.

Jonscher, A.K., 1985: The "universal" dielectric dispersion in low-mobility solids. J. Mat. Sci. Lett. 4 980.

Kingston, R.H. & S.F. Neustadter, 1955: Calculation of the Space Charge, Electric Field, and Free Carrier Concentration at the Surface of a Semiconductor. J. Appl. Phys. 26 718.

Kittel, C. & H. Kroemer, 1980: Thermal Physics.

Kreinøe, G., 1980: Dielektrisk relaxation. IMFUFA tekst nr. 28.

Manificier, J.-C., H.K. Heinisch & J. Gasiot, 1979: Theory of Minority-Carrier Injection. Phys. Rev. Lett. 43 708.

Many, A., Y. Goldstein & N.B. Grover, 1965: Semiconductor Surfaces.

Meyer, N.I., 1970: Introduktion til faststoffysik

- med særlig henblik på halvleder-elektronik.

Open University, The, 1972: Electromagnetics and Electronics, TS282.

Popescu, C. & H.K. Heinisch, 1975: Minority carrier injection in relaxation semiconductors. Phys. Rev. B, 11 1563.

Popescu, C. & H.K. Heinisch, 1976: Minority-carrier injection into semi-insulators. Phys. Rev. B, 14 517.

Reitz, J.R., F.J. Milford & R.W. Christy, 1979: Foundation of Electromagnetic Theory.

Rose, A., 1963: Concepts in Photoconductivity and Allied Problems.

Sparnaay, M.J., 1972: The Electrical Double Layer.

Sze, S.M., 1969: Physics of Semiconductor Devices.

Viscor, P., 1986: Frequency and time response in relaxation time semiconductors. Upubliceret.

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projekt rapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinø og Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss. Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh. Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko. Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinarium". Projekt rapport af: Lasse Rasmussen. Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projekt rapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen, Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt. Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projekt rapport af: Gert Kreinø. Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup. Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler. Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint. Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projekt rapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen. Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projekt rapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projekt rapport af: Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality". Af: Helge Kragh.
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE". a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projekt rapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen. Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projekt rapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS". Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DILEMTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber". Projekt rapport af: Gert Kreinø. Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller". Projekt rapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen. Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen. Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE". Projekt rapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk. Vejleder: Stig Andur Pedersen. Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER - MØSSBAUEREFFEKT MÅLINGER". Projekt rapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen. Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITTUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. 1. Af: Bent Sørensen. Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projekt rapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard-Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projekt rapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projekt rapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projekt rapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projekt rapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?".
Projekt rapport af: Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Høytrup.
Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projekt rapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projekt rapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projekt rapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projekt rapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projekt rapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høytrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Høytrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Bernhelm Booss og Jens Høytrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projekt rapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEAR PROGRAMMERING?".
Projekt rapport af: Lone Billmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projekt rapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgaard Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS - OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S. Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "'EN ENERGIANALYSE AF LANDERUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et hørings svar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Ooster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTO - MATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialrapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lillethorup.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDEREN".
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintorp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSISTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSEJNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
 Af: Jens Jæger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS TRANSITION".
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI",
 - flodblindhed som eksempel på matematisk modellering af et epidemiologisk problem.
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye, Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM" - state and trends -
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på studenteroplysninger fra RUC.
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Kattler og Torben J. Andreassen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones og Jimmy Staal.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn Physant.
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE AF KONFIGURATIONSTABELLER".
 Projekt rapport af: Lone Billmann, Ole R. Jensen og Arne-Lise von Moos.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-NELDEL RULE".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING".
 Af: Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE PEIRCE OG FYSIKKEN".
 Af: Peder Voetmann Christiansen
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST -- EUKLIDS FEMTE POSTULAT KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".
 Af: Iben Maj Christiansen
 Vejleder: Mogens Niss.
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERLIG TID".
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
 Fysiklærerforeningen, IMFUFA, RUC.
- 124/86 "OPGAVESAMLING I MATEMATIK".
 Samtlige opgaver stillet i tiden 1974-jan. 1986.
- 125/86 "UVBYG - systemet - en effektiv fotometrisk spektral-klassifikation af B-, A- og F-stjerner".
 Projekt rapport af: Birger Lundgren.
- 126/86 "OM UDVIKLINGEN AF DEN SPECIELLE RELATIVITETSTEORI".
 Projekt rapport af: Lise Odgaard & Linda Szkotak Jensen
 Vejledere: Karin Beyer & Stig Andur Pedersen.
- 127/86 "GALOIS' BIDRAG TIL UDVIKLINGEN AF DEN ABSTRAKTE ALGEBRA".
 Projekt rapport af: Pernille Sand, Heine Larsen & Lars Frandsen.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 128/86 "SMÅKRYB" - en ikke-standard analyse.
 Projekt rapport af: Niels Jørgensen & Mikael Klintorp.
 Vejleder: Jeppe Dyre.
- 129/86 "PHYSICS IN SOCIETY"
 Lecture Notes 1983 (1986)
 Af: Bent Sørensen
- 130/86 "Studies in Wind Power"
 Af: Bent Sørensen
- 131/86 "FYSIK OG SAMFUND" - Et integreret fysik/historie-projekt om naturanskuelsens historiske udvikling og dens samfundsmæssige betingethed.
 Projekt rapport af: Jakob Heckscher, Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Jens Høyrup, Jørgen Vogelius, Jens Højgaard Jensen.
- 132/86 "FYSIK OG DANNEELSE"
 Projekt rapport af: Søren Brønd, Andy Wierød.
 Vejledere: Karin Beyer, Jørgen Vogelius.
- 133/86 "CHERNOBYL ACCIDENT: ASSESSING THE DATA. ENERGY SERIES NO. 15.
 Af: Bent Sørensen.
-
- 134/87 "THE D.C. AND THE A.C. ELECTRICAL TRANSPORT IN AsSeTe SYSTEM"
 Authors: M.B.El-Den, N.B.Olsen, Ib Høst Pedersen, Petr Visčor
- 135/87 "INTUITIONISTISK MATEMATIKS METODER OG ERKENDELSESTEORETISKE FORUDSÆTNINGER"
 MATEMATIKSPECIALE: Claus Larsen
 Vejledere: Anton Jensen og Stig Andur Pedersen
- 136/87 "Mystisk og naturlig filosofi: En skitse af kristendommens første og andet møde med græsk filosofi"
 Projekt rapport af Frank Colding Ludvigsen
 Vejledere: Historie: Ib Thiersen
 Fysik: Jens Højgaard Jensen
- 137/87 "HOPMODELLER FOR ELEKTRISK LEDNING I UORDNEDE FASTE STOFFER" - Resume af licentiatafhandling
 Af: Jeppe Dyre
 Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.

138/87 "JOSEPHSON EFFECT AND CIRCLE MAP."

Paper presented at The International Workshop on Teaching Nonlinear Phenomena at Universities and Schools, "Chaos in Education". Balaton, Hungary, 26 April-2 May 1987.

By: Peder Voetmann Christiansen

139/87 "Machbarkeit nichtbeherrschbarer Technik durch Fortschritte in der Erkennbarkeit der Natur"

Af: Bernhelm Booss-Bavnbek
Martin Bohle-Carbonell

140/87 "ON THE TOPOLOGY OF SPACES OF HOLOMORPHIC MAPS"

By: Jens Gravesen

141/87 "RADIOMETERS UDVIKLING AF BLODGASAPPARATUR - ET TEKNOLOGIHISTORISK PROJEKT"

Projektrapport af Finn C. Physant
Vejleder: Ib Thiersen

142/87 "The Calderón Projektor for Operators With Splitting Elliptic Symbols"

by: Bernhelm Booss-Bavnbek og
Krzysztof P. Wojciechowski

143/87 "Kursusmateriale til Matematik på NAT-BAS"

af: Mogens Brun Heefelt

144/87 "Context and Non-Locality - A Peircan Approach

Paper presented at the Symposium on the Foundations of Modern Physics The Copenhagen Interpretation 60 Years after the Como Lecture. Joensuu, Finland, 6 - 8 august 1987.

By: Peder Voetmann Christiansen

145/87 "AIMS AND SCOPE OF APPLICATIONS AND MODELLING IN MATHEMATICS CURRICULA"

Manuscript of a plenary lecture delivered at ICMTA 3, Kassel, FRG 8.-11.9.1987.

By: Mogens Niss