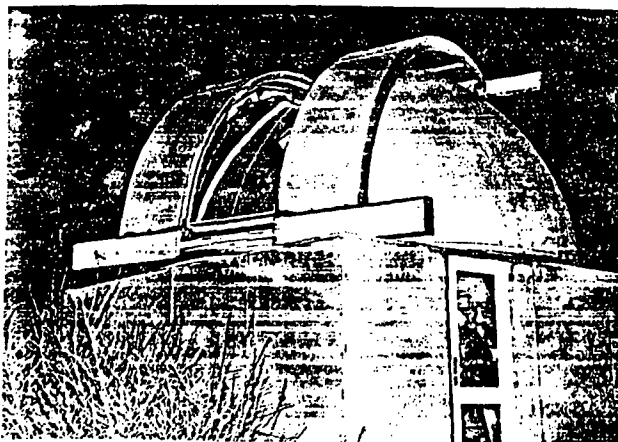


uvby, β -systemet

- en effektiv fotometrisk
spektralklassifikation af
B-, A- og F-stjerner.



Projektrapport af:
Birger Lundgren

Vejleder:
Helge Kastrup

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

uvby, β -systemet

- en effektiv fotometrisk spektralklassifikation
af B-, A- og F-stjerner.

IMFUFA tekst nr. 125/86

118 sider

ISSN 0106-6242

ABSTRACT:

Stjernespektre er oftest meget komplicerede, og derfor søger man at klassificere stjerner efter nogle få karakteristiske, astrofysiske egenskaber.

Stjernespektre vil især være karakteriseret ved temperaturen og trykket i stjerneatmosfæren samt ved grundstofhyppigheden. Simple fotometriske systemer er da etableret med henblik på en sådan spektralklassifikation.

Det Strömgen'ske uvby, β -system bygger på fotoelektrisk fotometri i 4 forskellige bølgelængdeområder omkring det optiske spektralområde samt på liniestyken af Balmerlinien $H\beta$.

Fluxen af 4-farvemålingerne definerer farveindeksene c_1 og m_1 , der udtrykker dels Balmer-springets størrelse og dels metallinitetsindtrykket i det kontinuerte spektrum.

For B-, A- og F-stjerner, hvor Balmerlinierne er dominerende, vil Balmerlinie-indeks β og farveindeks c_1 være et tilfredsstillende mål for temperatur og tryk i stjerneatmosfæren, og videre vil farveindeks m_1 være et godt mål for grundstofhyppigheden i stjernerne.

Der viser sig empirisk at være en sammenhæng mellem β -indeks og stjernens absolutte lysstyrke, og ved anvendelse af stjernens tilsyneladende lysstyrke kan afstanden til stjernen bestemmes. Dette har stor betydning for undersøgelse af galaktiske strukturer. Generelt vil kalibrering af de fotometriske indeksi og de astrofysiske parametre have betydning i mangfoldige astrofysiske studier.

FORORD.

Nærværende projektrapport er udarbejdet på baggrund af et eksperimentelt projekforløb fra studieåret 1979/80 på FYSIK-2 ved Københavns Universitet.

Det nævnte FYSIK-2 projekt omhandlede afstandsbestemmelse af B-type stjerner ved hjælp af fotoelektrisk $H\beta$ -fotometri, og det blev udarbejdet af undertegnede samt 2 medstuderende, Morten Stig Christensen og Martin Frank Olsen, med vejledning fra Erik Heyn Olsen, Københavns Universitets Observatorium i Brorfelde.

Resultaterne af disse sene og kolde natteobservationer i marts og april 1980 er anvendt i den sidste del af dette RUC-projekt. Det er sket som et konkret eksempel på en eksperimentel anvendelse af det i rapporten beskrevne fotometriske system.

Projektets formål er formuleret i 3 delmål, der dækker hvert af projektrapportens 3 dele:

1. At skitsere simple astrofysiske modelovervejelser i relation til det udstrålede stjernespektrum, og med dette grundlag at give en generel beskrivelse af den kvalitative spektralklassifikation.
2. At give en beskrivelse af den kvantitative spektralklassifikation, uvby, β -systemet, anvendt på B-, A- og F-stjerner, og videre at give en empirisk kalibrering af M_v og β .
3. At give en simpel praktisk anvendelse:
Afstandsbestemmelse af B-type stjerner ved hjælp af fotoelektrisk $H\beta$ -fotometri.

Projektet er således struktureret i 3 dele, der er tilstræbt at være uafhængige af hinanden. Det betyder, at læsere med forskellige forudsætninger eller interesser i højere grad kan gå direkte til sagen.

Af hensyn til de læsere, der ikke er i besiddelse af et grundigt, elementært kendskab til astrofysikken, kan del 1 derfor opfattes som en introduktion eller resumé af den del af astrofysikken, der udgør grundlaget for uvby, β -systemet.

Det er således i del 2, at projektets egentlig centrale emne, uvby, β -systemet, beskrives, og del 3 udgør en eksperimentel anvendelse af dette fotometriske system.

Projektet kan med lidt god vilje læses af en matematisk-fysisk student - dog kan modelbetragtningerne for en stjerneatmosfære (kap. 1.1) umiddelbart synes overvældende at hoppe ud i, men en overfladisk læsning af dette kapitel vil ikke give nogen nævneværdige problemer senere.

Men mere konkret er projektet henvendt til især alle fysikstuderende og fysiklærere, der har en astrofysisk/astronomisk interesse. Dels vil projektet egne sig som udgangspunkt for yderligere teoretisk eller eksperimentel arbejde med uvby, β -fotometrien, og dels vil det kunne anvendes i en undervisningssituation.

Specielt kan jeg forestille mig, at matematisk-fysiske klasser, der i valgfrie emner vil arbejde med fotometri, kunne have glæde af materialet. Især hvis dette er et praktisk anvendt valgfrit emne, er der derfor givet en grundig beskrivelse af apparatur, data, procedure og beregninger, således at det eksperimentelle forløb er direkte reproducerbart.

Baggrunden for, at jeg har valgt så utraditionelt emne som RUC-projekt, er simpelthen min egen interesse for emnet. At det specielt blev uvby, β -systemet skyldes, at jeg igennem FYSIK-2 projektet derved har fået mere end blot et elementært kendskab, samt at det tillige har været spændende at opleve i praksis, hvilke talrige informationer, der kan hentes af spektret fra en meget fjern og tilsyneladende punktformet lysgiver på himlen. Samtidig har jeg derved også opnået at færdiggøre et ikke helt tilfredsstillende FYSIK-2 projekt.

Til sidst vil jeg endnu engang takke Morten Stig Christensen og Martin Frank Olsen - uden dem havde der slet ikke været noget projekt - og ikke mindst Erik Heyn Olsen, der gav os en usædvanlig opbakning og frie hænder, da vi fik mulighed for at lave et eksperiment projekt ved Observatoriet i Bror-felde.

Jeg vil også rette en stor tak til Lone Gross, der som bibliotekar ved Observatoriet i København, imødekommende har stillet sig selv og sit bibliotek til rådighed for min utrættelige litteratursøgen her i vinter.

Endelig vil jeg rette en særlig tak til min vejleder, Helge Kastrup, der med interesse har læst og diskuteret projektet undervejs, til trods for, at han har måtte afse en del af sin fritid til dette.

RUC, den 20. marts 1986

Birger Lundgren

INDHOLDSFORTEGNELSE:

INDLEDNING.	side	7
1. STJERNESPEKTRE OG KVALITATIV KLASSIFIKATION AF STJERNER.		9
1.1. SIMPLE MODELANTAGELSER FOR EN STJERNE-ATMOSFÆRE.		11
1.1.1. Absorptions- og emissionskoefficienten.		12
1.1.2. Strålingsligevægtsbetingelsen.		14
1.1.3. Den grå atmosfære.		15
1.1.4. Eddington-approximationen.		15
1.1.5. Hydrostatisk ligevægt.		17
1.2. DET UDSTRÅLEDE STJERNESPEKTRUM.		19
1.2.1. Saha-ligningen.		21
1.2.2. Linienspektret.		21
1.2.3. Boltzmann-fordelingen.		23
1.2.4. Liniestyrker.		24
1.3. STØRRELSESKLASSESYSTEMER.		26
1.3.1. Følsomhedsfunktionen.		26
1.3.2. Størrelsesklasser.		27
1.3.3. Absolut størrelsesklasse.		27
1.3.4. Farveindeks.		28
1.3.5. UBV-systemet.		29
1.3.6. Interstellar rødfarvning.		31
1.4. KLASSIFIKATIONSSYSTEMER.		33
1.4.1. Spektraltypen.		33
1.4.2. HR-diagrammet.		35
1.4.3. Masse-lysstyrke relationen.		37
1.4.4. Luminositetsklasser.		38
1.4.5. 3-dimensional klassifikation.		40

2.	uvby, β -SYSTEMET FOR B-, A- og F-STJERNER.	41
2.1.	DEFINITION AF uvby, β -SYSTEMET.	44
2.1.1.	Definition af de fotometriske indeks.	46
2.1.2.	Farveexces og strömgrennotationen.	49
2.1.3.	Rödfarvningseffekter på B-, A- og F-stjerner.	51
2.1.4.	($[m_1]$, $[c_1]$)-diagrammet.	53
2.2.	BESKRIVELSE AF 2-DIMENSIONAL SPEKTRALKLASSIFIKATION.	55
2.2.1.	De tidlige spektraltyper, B0-B9.	56
2.2.2.	De mellemliggende spektraltyper, A0-A3.	59
2.2.3.	De sene spektraltyper, A4-F9.	61
2.3.	SEKUNDÆRE EFPEKTER VED uvby, β -SPEKTRALKLASSIFIKATION.	64
2.3.1.	Emissionslinie-effekter.	65
2.3.2.	Egenrotationseffekter.	67
2.3.3.	Peculiær og metallinie-effekter.	69
2.3.4.	Generelle stofsammensætnings-effekter.	71
2.4.	$M_v(\beta)$ -KALIBRERING AF B-, A- OG F-STJERNER.	74
2.4.1.	Afstandsbestemmelse i solens omegn.	75
2.4.2.	$M_v(\beta)$ -kalibrering af F- og A-stjerner.	77
2.4.3.	$M_v(\beta)$ -kalibrering af B-stjerner.	80

3. AFSTANDSBESTEMMELSE AF B-TYPE STJERNER VED HJÆLP AF FOTOELEKTRISK H_{β} -FOTOMETRI.	side 85
3.1. BESKRIVELSE AF OBSERVATIONSUDSTYR.	89
3.1.1. Kikkert.	89
3.1.2. Filtre.	90
3.1.3. Fotomultiplikator.	91
3.2. PROGRAMPROCEDURE.	96
3.2.1. Positionsbestemmelse.	96
3.2.2. Data for standard- og program- stjerner.	98
3.2.3. $M_v(\beta)$ -kalibreringskurven.	98
3.2.4. Kikkertbetjening.	100
3.2.5. Målesekvens og dataudskrift.	101
3.3. DATABEHANDLING OG RESULTATER.	103
3.3.1. β -transformationen.	106
3.3.2. Bestemmelse af afstanden til programstjernerne.	109
3.3.3. Sammenfatning og diskussion af resultaterne.	110
3.4. KONKLUSION.	114
LITTERATURFORTEGNELSE	116

INDLEDNING

Når man ser på energifordelingen i et stjernespektrum, vil man normalt finde et lysende kontinuum gennemskåret af et varieret antal mørke absorptionslinier.

Gennem modelantagelser for de lag i stjernen, der sender stråling til os, og sammenligne dette med de modtagne stjernespektre finder man derved betydelig information om forskellige astrofysiske størrelser.

Der viser sig især at være 3 fysiske størrelser, der har betydning for energifordelingen i stjernespektret; overfladetemperaturen og -trykket samt grundstofhyppigheden i stjernen.

Da en spektralundersøgelse af energifordelingen i et stort bølgelængdeområde er ret tidskrævende, har man udviklet forskellige fotometriske metoder, hvor energifordelingen måles igennem en række smalle filtre i passende udvalgte områder (farver) af spektret. Man finder da, at de relative fluxforhold mellem de enkelte farver er et ganske godt mål for energifordelingen over et større bølgelængdeområde.

Der er således en klar sammenhæng mellem en stjernes farve og dens overfladetemperatur; de varme stjerner er mere blå end de koldere, der så er mere røde.

Et effektivt fotometrisk system er 4-farvesystemet, uvby, β -systemet, der bygger på fotoelektriske målinger i 4 forskellige spektralområder samt på måling af liniestyrkeforholdet af H β -linien, der er Balmerlinien, når hydrogenatomet exciteres fra n=2 til n=4.

Systemet er udviklet af Strömngren og Crawford i løbet af 60'erne, og det har fundet betydelig anvendelse op igennem 70'erne til idag (bl.a. i Danmark af Erik Heyn Olsen).

Især har uvby, β -fotometrien været særdeles betydningsfuld i undersøgelser af galaktiske strukturer samt for mange astrofysiske studier. F.eks. har den del af systemet, der omfatter H β -fotometrien, især været anvendt på de varme stjerner, hvor liniestyrken af hydrogen er dominerende.

Disse stjerner er tillige karakteriseret ved at være store, lysstærke og relativt unge. Empirisk har man fundet en sammenhæng mellem styrken af $H\beta$ -linien og disse stjerners absolute lysstyrke, hvorefter afstanden til stjernerne kan bestemmes ud fra kendskabet til den tilsyneladende størrelsesklasse.

Når man da ser på den galaktiske fordeling af disse unge, lysstærke stjerner, så viser det sig, at de i hovedsagen befinder sig i spiralarmene, og det er derfor her, at langt den overvejende stjernedannelse finder sted - helt i overensstemmelse med fordelingen af det interstellare stof og modeller for galaksens udvikling.

STJERNESPEKTRE OG KVALITATIV KLASSIFIKA- TION AF STJERNER



"Midnatsluskeren !"

1. DEL

1. STJERNESPEKTRE OG KVALITATIV KLASSIFIKATION AF STJERNER.

Da mangfoldigheden af stjerner og disses forskelle er ganske store, så har det været bekvemt at klassificere stjerner efter forskelle i spektrene, og således inddele stjernerne efter nogle få karakteristiske fysiske egenskaber.

Sammenhængen mellem det udstrålede stjernespektrum og disse karakteristiske egenskaber kan man få et overblik over, ved at foretage nogle simple modelovervejelser over de yderste lag i stjernen, der sender stråling til os (stjerneatmosfæren). Derved giver energifordelingen i det modtagne lys informationer om væsentlige astrofysiske parametre.

Denne del skal derfor kort beskrive nogle simple modelantagelser for en stjerneatmosfære, for derved at give et overblik over de karakteristiske astrofysiske størrelser, der bestemmer energifordelingen i stjernespektret. Med dette kendskab til stjernespektret gives en generel beskrivelse af den kvalitative spektralklassifikation.

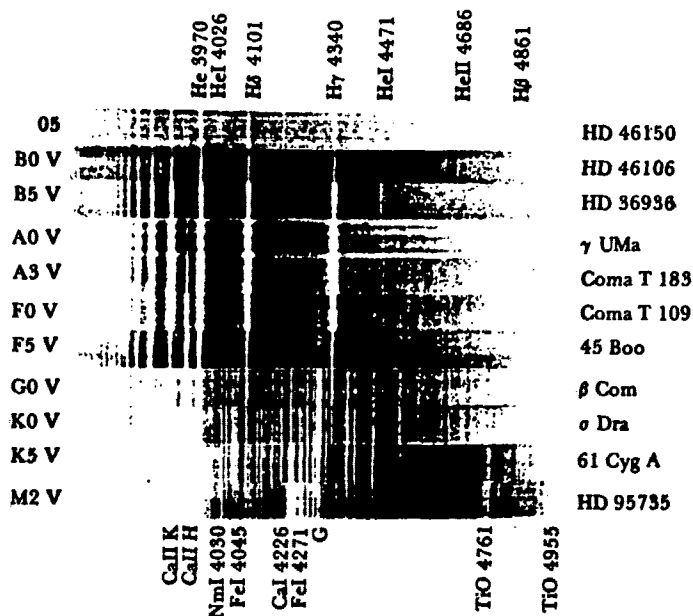


Fig. 1.1. Stjernespektre i negativ fotografisk gengivelse af en række hovedseriestjerner ordnet efter aftagende temperatur. (fra ref. 12)

1.1. SIMPLE MODELANTAGELSER FOR EN STJERNEATMOSFÆRE.

En stjernemodel vil typisk være karakteriseret ved stjernens massefordeling, strålingseffekt samt temperatur og tryk ned igennem stjernen. Den vil typisk bestå af en konvektiv kerne, hvor kerneomdannelsen finder sted, og en konvektiv yderzone, hvor massetætheden er meget ringe. I almindelighed blandes de ydre lag ikke med de centrale dele, hvilket ville have voldsomme konsekvenser for stjerudviklingen. Det betyder samtidig, at grundstofsammensætningen i stjerneatmosfæren normalt vil være et mål for grundstofsammensætningen, da stjernen dannedes.

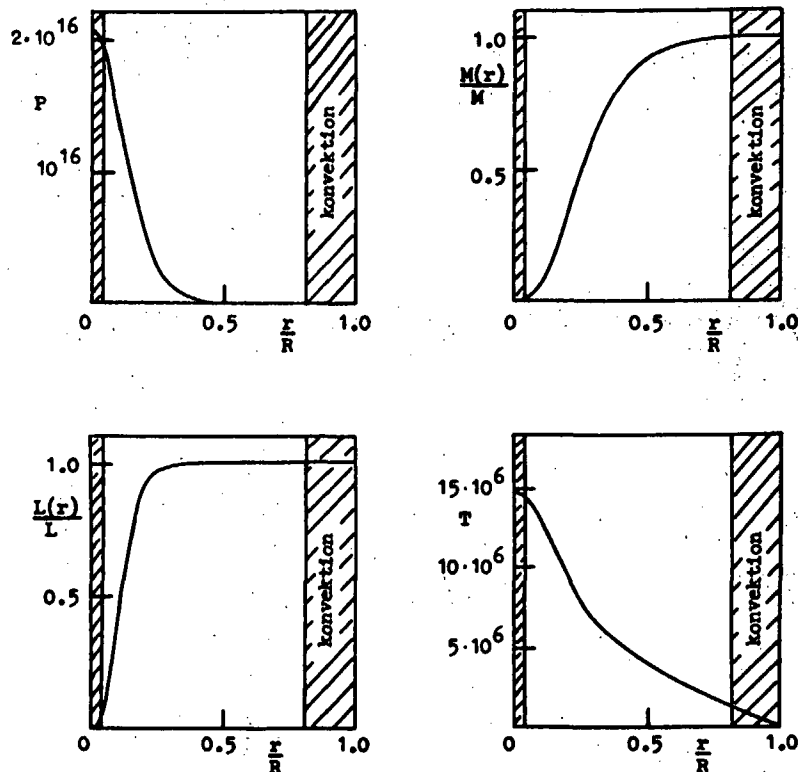


Fig. 1.2. Forløbet af trykket (P), massen (M), strålingseffekten (L) og temperaturen (T) ud igennem en stjernemodel med massen 1 solmasse og stofsammensætningen $(X, Y, Z) = (0,70, 0,28, 0,02)$. (fra ref. 13)

Stofsammensætningen i stjernemodeller har også betydning gennem fysiske størrelser som massetæthed, energiproduktion og opacitet (middelværdi af den frekvensafhængige absorptionskoefficient).

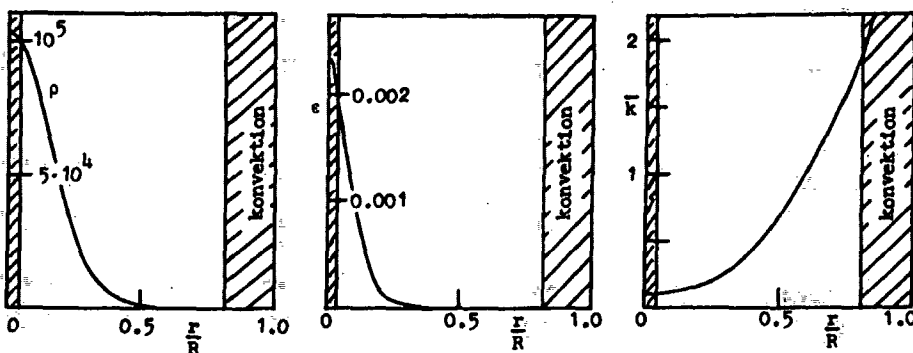


Fig. 1.3. Forløbet af massetæthed (ρ), energiproduktion (ϵ) og opacitet (k) ud igennem samme stjernemodel som i fig. 1.2. (fra ref. 13)

Grundstofhyppigheden i stjerneatmosfæren defineres ofte gennem massen af hydrogen (X), massen af helium (Y) og massen af tunge grundstoffer (Z) i 1 kg stjernestof, således at

$$X + Y + Z = 1$$

og karakteristiske værdier af grundstofhyppigheden er

$$X = 0,70 \quad , \quad Y = 0,28 \quad , \quad Z = 0,02$$

Når energifordelingen aflæses af et stjernespektrum, så er den givet af absorptions- og emissionsprocesser i stjerneatmosfæren, og disse bestemmes af grundstofhyppigheden (X, Y, Z) samt temperatur (T) og tryk (P) ned igennem atmosfæren.

Ofte er grundstofhyppigheden ens, og stjernespektret vil derfor normalt være karakteriseret ved temperatur og tryk.

1.1.1. Absorptions- og emissionskoefficienten.

Absorptions- og emissionsprocesser i stjerneatmosfæren er frekvensafhængige processer, der knytter sig til overgange i atomerne og til spredning af lyskvanterne.

Overgangsprocesserne kendes dels som bunden-bunden (b-b) overgange, dels som bunden-fri (b-f) overgange og dels som fri-fri (f-f) overgange.

Må kan da definere absorptionskoefficienten som den energimængde, der pr. hz absorberes over en vejlængde på 1m i stof med massetætheden 1kg/m^3

$$k_\nu = \chi_\nu + \sigma_\nu \quad 1.1$$

hvor χ_ν er bidraget fra overgangsprocesserne og σ_ν er bidraget fra spredningsprocesserne.

Tilsvarende defineres under antagelse af isotrop spredning emissionskoefficienten som den energimængde, der pr. hz pr. sek. udsendes indenfor en rumvinkel på 1 steradian af 1kg stof

$$\epsilon_\nu = j_\nu + \sigma_\nu J_\nu \quad 1.2$$

hvor j_ν er bidraget fra overgangsprocesserne og $\sigma_\nu J_\nu$ er bidraget fra spredningsprocesserne med $J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\omega$ som middelintensitet over alle rumvinkler.

Intensitetsændringen ud igennem en stjerneatmosfære vil være givet ved strålingsligningen

$$\cos(\theta) \frac{dI_\nu}{dh} = k_\nu \rho I_\nu - \epsilon_\nu \rho \quad 1.3$$

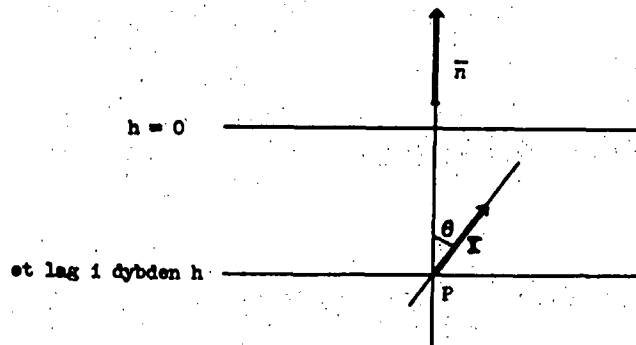


Fig. 1.4. Intensiteten i en given retning i forhold til normalen til stjernelagene. (fra ref. 13)

Antages videre de enkelte lag i stjerneatmosfæren at være i termodynamisk ligevægt, det vil sige

$$\frac{dI_\nu}{dh} = 0$$

hvor intensiteten er givet ved Planck-funktionen $I_\nu = B_\nu(T)$,

findes heraf Kirchhoff-Plancks lov

$$B_{\nu}(T) = \frac{\epsilon_{\nu}}{k_{\nu}} \quad 1.4$$

Det vil sige, at forholdet mellem stjernestoffets emissions- og absorptionskoefficient er givet ved Planck-funktionen og dermed frekvens og temperatur.

Antagelsen om termodynamisk ligevægt viser sig at være god, bortset fra de yderste og tynde lag i stjerneatmosfæren.

Ved indsættelse af 1.1 og 1.2 i 1.4 og under anvendelse af $I_{\nu} = J_{\nu} = B_{\nu}(T)$ findes endvidere

$$B_{\nu}(T) = \frac{j_{\nu}}{\kappa_{\nu}} \quad 1.5$$

hvoraf det ses, at energifordelingen er uafhængig af spredningsprocesser.

1.1.2. Strålingsligevægtsbetingelsen.

Inden betingelsen for strålingsligevægt indføres, skal strålingsligningen (1.3) udtrykkes ved fluxen, $F_{\nu} = \int_{4\pi} I_{\nu} \cos(\Theta) d\omega$, og man finder her, at

$$\frac{dF_{\nu}}{dh} = 4\pi g (k_{\nu} J_{\nu} - \epsilon_{\nu})$$

som ved indsættelse af 1.1 og 1.2 kan omskrives til

$$\frac{dF_{\nu}}{dh} = 4\pi g (\kappa_{\nu} J_{\nu} - j_{\nu})$$

Tilvæksten i den integrerede flux bliver derfor

$$\frac{dF}{dh} = 4\pi g \left(\int_0^{\infty} \kappa_{\nu} J_{\nu} d\nu - \int_0^{\infty} j_{\nu} d\nu \right) \quad 1.6$$

Vi vil nu antage, at der ikke produceres eller forbruges energi i stjerneatmosfæren, det vil sige den energimængde, der strømmer ind i bunden af et lag i atmosfæren, er lig med den energi, der forlader laget i toppen.

Denne strålingslignevægt kan udtrykkes ved

$$\frac{dF}{dh} = 0 \quad 1.7$$

som under anvendelse af 1.6 fører til

$$\int_0^{\infty} \chi_{\nu} J_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} j_{\nu} d\nu \quad 1.8$$

1.1.3. Den grå atmosfære.

Det antages nu, at absorptions- og spredningskoefficienten er frekvensuafhængige

$$\chi_{\nu} = \chi \quad \text{og} \quad \sigma_{\nu} = \sigma$$

og man taler derfor om den grå atmosfære.

Ligningen 1.6 kan under anvendelse af 1.5 derved skrives

$$\frac{dF}{dh} = 4\pi\sigma(\chi \int_0^{\infty} j_{\nu} d\nu - \chi \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu)$$

eller

$$\frac{dF}{dh} = 4\pi\sigma\chi(J - B(T)) \quad 1.9$$

hvor $B(T)$ er den integrerede Planck-funktion

$$B(T) = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (\sigma \text{ er Stefan-Boltzmann konstanten})$$

Med strålingslignevægtsbetingelsen 1.7 ses derfor, at

$$J = B(T) \quad 1.10$$

hvilket betyder, at middelintensiteten i en vis dybde, hvor temperaturen er T , er givet ved den integrerede Planck-funktion.

1.1.4. Eddington-approximationen.

Det vil nu være bekvemt at indføre en ny dybdeparameter, den optiske dybde (τ), der angiver atmosfærelagens transparens, og dermed hvor stor en del af fluxen der absorberes og spredes.

Det geometriske lag dh vil derfor have en optisk tykkelse givet ved

$$d\tau = \rho k dh = \rho (\kappa + \sigma) dh \quad 1.11$$

Ved at sætte $\tau=0$ langt udenfor stjerneatmosfæren, findes den optiske dybde for en vilkårlig geometrisk dybde

$$\tau = \int_{-\infty}^h \rho (\kappa + \sigma) dh$$

Herved bliver strålingsligningen for den grå atmosfære i strålingsligningsligning

$$\cos(\theta) \frac{dI}{d\tau} = I_{\nu} - B_{\nu}(T) \quad 1.12$$

eller

$$\cos(\theta) \frac{dI}{d\tau} = I - B(T)$$

Ved at indføre funktionerne

$$J = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I d\omega$$

$$H = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I \cos(\theta) d\omega = \frac{F}{4\pi}$$

$$K = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I \cos^2(\theta) d\omega = \frac{c}{4\pi} P_r$$

hvor P_r er strålingstrykket og c er lyshastigheden, kan man finde, at $dK/d\tau = H$, og anvendes strålingsligningsligning betingelsen findes at $H = F/4\pi$ er konstant og derfor uafhængig af τ , hvorfor

$$\int dK = H \int d\tau$$

og K kan derved udtrykkes ved

$$K = K_0 + H\tau \quad 1.13$$

Uden at gå yderligere i detaljer kan man finde følgende tilnærmede udtryk, hvilket er Eddington-approximationen

$$\frac{K}{J} = \frac{1}{3} \quad \text{og} \quad \frac{H}{J_0} = \frac{1}{2} \quad 1.14$$

hvor J_0 henfører til intensiteten på overfladen.

Indsættes 1.14 i 1.13 findes derved

$$J = H(2 + 3\tau) \quad 1.15$$

og middelintensiteten er nu givet som funktion af den optiske dybde.

Ved anvendelse af Stefans lov kan J og H skrives som funktion af temperaturen

$$J = B(T) = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

og

$$H = \frac{F}{4} = \frac{\sigma}{4\pi} T_e^4$$

hvor T_e derfor angiver en middeltemperatur (den effektive temperatur), og heraf kan temperaturen udtrykkes som funktion af den optiske dybde

$$T^4 = T_e^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\tau \right) \quad 1.16$$

Heraf ses det, at temperaturen vokser ned igennem stjerneatmosfæren fra en overfladetemperatur på $T_0 = \sqrt[4]{\frac{1}{2}} T_e$, og for $\tau = \frac{2}{3}$ er $T = T_e$.

Derved bliver T_e en middeltemperatur for de lag i stjernen, der sender stråling til os.

1.1.5. Hydrostatisk ligevægt.

Trykket i stjerneatmosfæren kan udtrykkes som summen af partialbidragene for henholdsvis gastrykket (P_g) og strålingstrykket (P_r)

$$P = P_g + P_r = Nk_b T + \frac{4}{3} \frac{\sigma}{c} T^4 \quad 1.17$$

hvor N er antallet af partikler pr. m^3 og k_b er Boltzmanns konstant.

Ved randen af stjerneatmosfæren må gastrykket betragtes som forsvindende lille i forhold til strålingstrykket, og her findes

derfor

$$P = \frac{4}{3} \frac{\sigma}{c} T_o^4 \quad 1.18$$

Specielt kan partialbidraget fra elektrontrykket skrives

$$P_e = N_e k_b T$$

Da gassen i stjerneatmosfæren indeholder såvel elektroner, som atomer og eventuelle molekylforbindelser, indføres middelmolekylmassen (μ) i atommasseenheder (m_u), og antallet af partikler pr. m^3 findes til

$$N = \frac{\rho}{\mu m_u}$$

hvor ρ er stjernestoffets middelmassetæthed.

Med dette kan der nu indføres den hydrostatiske ligevægtsbetingungelse

$$\frac{dP}{dh} = -\rho g \quad 1.19$$

hvor g er tyngdeaccelerationen i stjerneatmosfæren.

Dette udtrykker, at trykket i en vis dybde nødvendigvis må være netop så stort, at det kan bære de højereliggende atmosfærelag.

Erstattes nu den geometriske med den optiske dybde (1.11), findes

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{k} \quad 1.20$$

Da såvel ρ og k er funktioner af både T og P , så er forholdet mellem stjerneatmosfærens optiske og geometriske infinitesimale tykkelse givet ved

$$\frac{d\tau}{dh} = \rho(P,T) \cdot k(P,T) \quad 1.21$$

1.2. DET UDSTRÅLEDE STJERNESPEKTRUM.

Vi har set, at fluxen er en funktion af den optiske dybde

$$F_{\lambda} = F_{\lambda}(\tau) = \pi B_{\lambda}(T, \tau)$$

og stjernespektret vil være givet ved energifordelingen på $\tau = \frac{2}{3}$ i stjerneatmosfæren.

Derimod har vi under antagelse af strålingslignevægt set, at den integrale flux er uafhængig af τ

$$F = \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda = \sigma T_e^4$$

Man kan vise, at den målte flux (f_{λ}) for en fjern iagttager er proportional med fluxen på overfladen af stjernen

$$f_{\lambda} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 F_{\lambda}$$

hvor R er stjerneradius og r er afstanden til stjernen, og derved er energifordelingen, der karakteriserer stjernespektret, uafhængig af afstanden, hvorunder den iagttages.

Fra jordoverfladen er det dog, på grund af atmosfærens varierede gennemsigtighed, normalt kun muligt at observere i området fra nogle få hundrede nm til ca. 1000 nm, det vil sige omkring det optiske område, samt endvidere i radioområdet. Det følgende vil derfor være begrænset til det optiske område.

Stjernespektret består normalt af et jævnt lysende kontinuum gennemsåret af en mængde mørke absorptionslinier, idet stjerneatmosfærens dybeste lag udsender et kontinuert spektrum, svarende til en energifordeling givet ved Planck-funktionen ved temperaturer, der karakteriserer de pågældende dybe atmosfærelag. Når strålingen passerer igennem de yderste og meget tynde lag, absorberes stråling ved ganske bestemte bølgelængder, og den absorberede energi udsendes herefter isotropt, hvorved dannes de mørke absorptionslinier. Absorptionslinierne dannes derfor af bunden-bunden overgange.

Endvidere ses et betydeligt spring i energifordelingen (f_λ) ved ca. 365 nm - Balmerspringet - der dannes, når stråling med energier større end ionisationspotentialt for for hydrogentilstanden $n=2$ absorberes i bunden-fri overgange. Den lavfrekvente flux (>365 nm) vil derfor kun deltage i b-b overgange, mens den højfrekvente flux (<365 nm) tillige deltager i b-f overgange, hvorved Balmerspringet i energifordelingen fremkommer.

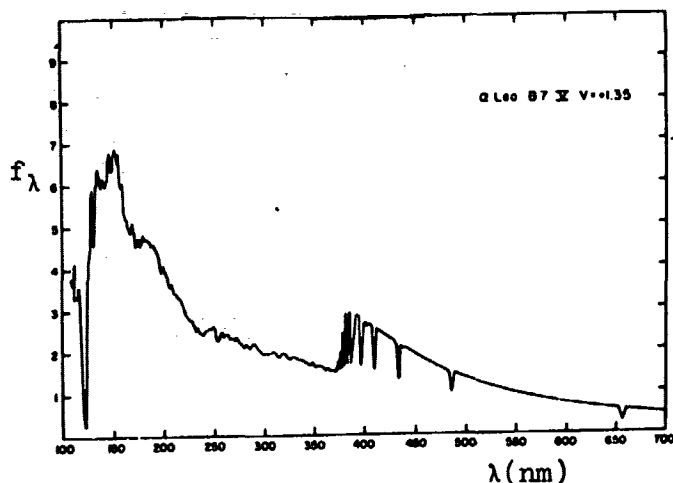


Fig. 1.5. Energifordelingen for stjernen α Leo. (fra ref. 12)

På grund af bl.a. Balmerspringet kan energifordelingen f_λ ikke særlig godt tilnærmes en enkelt Planck-kurve, men derimod vil hver side af Balmerspringet kunne tilnærmes hver sin Planck-kurve for henholdsvis $\lambda < 365$ nm og $\lambda > 365$ nm.

Disse vil svare til forskellige temperaturer - farvetemperaturen (T_f) - og forholdet mellem farvetemperaturen vil derfor være et mål for Balmerspringets størrelse og dermed ionisationsforholdene for hydrogen i stjerneatmosfæren.

Den effektive temperatur (T_e), der karakteriserer den udstrålede flux, kan derfor tillige opfattes som en slags middeltemperatur for farvetemperaturer.

1.2.1. Saha-ligningen.

Ionisationsforholdene kan videre findes af Saha-ligningen

$$\frac{N_{r+1,0}}{N_{r,0}} P_e = 2 \frac{g_{r+1,0}}{g_{r,0}} \frac{(2\pi m_e)^{3/2}}{h^3} (k_b T)^{5/2} \exp\left(-\frac{\chi}{k_b T}\right)$$

hvor $N_{r+1,0}$ og $N_{r,0}$ er antallet af $r+1$ og r gange ioniserede atomer i grundtilstanden, $g_{r+1,0}$ og $g_{r,0}$ er de tilhørende statistiske vægte, χ er ionisationspotentialt for det r gange ioniserede atom, m_e er elektronmassen og h er Plancks konstant.

Heraf ses, at ionisationsforholdene tillige er en funktion af elektrontrykket og dermed trykket.

Specielt for hydrogenatomet i grundtilstanden er Saha-ligningen udtrykt ved

$$\frac{N_{H^+}}{N_H} P_e = \frac{(2\pi m_e)^{3/2}}{h^3} (k_b T)^{5/2} \exp\left(-\frac{\chi}{k_b T}\right) \quad 1.22$$

hvor $\chi = 13,6$ eV.

Ved anvendelse af elektrontrykket $P_e = N_e k_b T$ bliver ionisationsforholdet

$$\frac{N_{H^+}}{N_H} = \frac{(2\pi m_e)^{3/2}}{N_e h^3} (k_b T)^{3/2} \exp\left(-\frac{\chi}{k_b T}\right)$$

1.2.2. Linienspektret.

I små bølgelængdeområder ved bestemte frekvenser ses, at absorptionskoefficienten vokser betydeligt, svarende til at bidraget fra b-b overgangene bliver meget større end bidragene fra de kontinuerte b-f og f-f overgange.

Ses der bort fra spredningsprocesser, kan absorptionskoefficienten da udtrykkes ved et liniebidrag og et kontinuert bidrag

$$k_\lambda = l_\lambda + k_{\lambda,c} \quad 1.23$$

og i disse små bølgelængdeområder ses en linieabsorption, og dermed en spektrallinie.

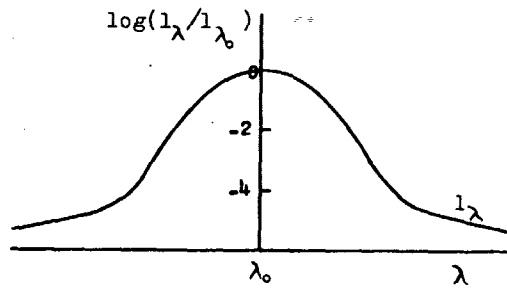


Fig. 1.6. Linieabsorptionskoefficientens variation med bølgelængden. (fra ref. 13)

Anvendes 1.23 i forholdet mellem en frekvensafhængig optisk og geometrisk dybde (se 1.21, side 18)

$$\frac{d\tau_\lambda}{dh} = (l_\lambda + k_{\lambda,c}) \rho$$

ses, at når linieabsorptionskoefficienten l_λ bliver stor, så vil den frekvensafhængige optiske dybde τ_λ hurtigt vokse op, og det betyder, at den udstrålede flux i b-b overgangsfrekvenser er givet ved en Planck-funktion i den frekvensafhængige optiske dybde $\tau_\lambda = \frac{2}{3}$, hvor den geometriske dybde er langt mindre

$$F_\lambda = \pi B_\lambda(\tau_\lambda = \frac{2}{3}) \tag{1.24}$$

Derved bliver den udstrålede flux i spektrallinien givet ved en Planck-funktion for en temperatur $T < T_e$, svarende til de yderste og kolde lag, hvorimod kontinuert groft set kan tilordnes en Planck-funktion ved temperaturen T_e , svarende til en middeltemperatur for stjerneatmosfæren.

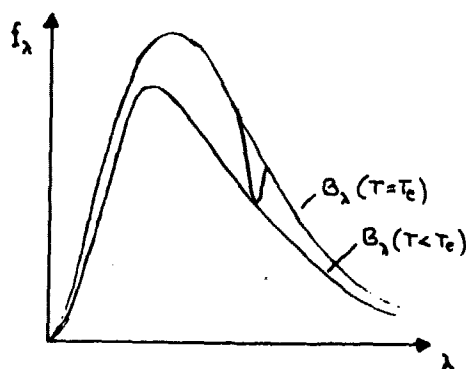


Fig. 1.7. Energifordelingen ved 2 tilordnede Planck-funktioner for henholdsvis kontinuert og absorptionslinien.

Samtidig ses, at selv de dybeste spektrallinier derved ikke har en forsvindende flux.

Den reducerede flux ved absorptionsliniefrekvenser kan udtrykkes ved fluxforholdet $f_\lambda/f_{\lambda,c}$, hvor $f_{\lambda,c}$ er fluxen i kontinuuet. Dette angiver linieprofilen, og det ses, at $f_\lambda/f_{\lambda,c} \approx 1$ langt fra spektralliniens centralbølgelængde.

Arealet under linieprofilen kaldes ækvivalentbredden (w), og angiver derved spektralliniens totale absorption.

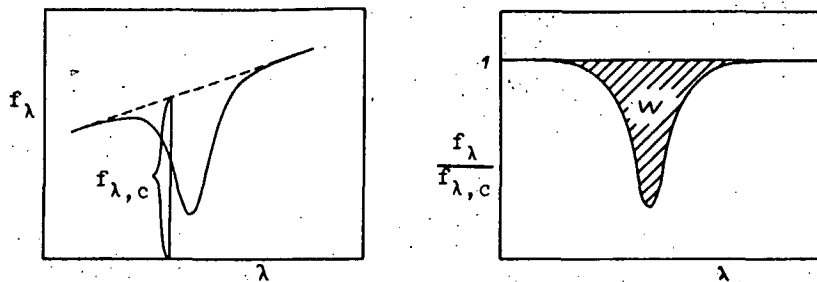


Fig. 1.8. Linieprofil og ækvivalentbredde for en spektrallinie. (fra ref. 12)

1.2.3. Boltzmann-fordelingen.

Af Saha-ligningen kan man for et givet sæt af temperatur og tryk finde det relative antal neutrale atomer i forhold til antal ioniserede atomer.

Videre kan Boltzmann-fordelingen nu give antallet af neutrale atomer i de forskellige bundne tilstande.

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{(E_2-E_1)}{k_b T}\right) \quad 1.25$$

hvor N_1 og N_2 angiver antallet af partikler i de 2 tilstande, g_1 og g_2 er de tilhørende statistiske vægte, og E_1 og E_2 er energierne i de 2 tilstande, hvor $E_2 > E_1$.

Det ses, at fordelingen alene er bestemt af temperaturen.

1.2.4. Liniestyrker.

Balmerliniernes styrke og dermed ækvivalensbredden (w) er bestemt af antallet af overgange pr. tidsenhed i hydrogenatomet fra $n=2$ til højere n , og dermed også antal atomer i tilstanden $n=2$.

Saha- og Boltzmann-ligningerne vil derfor for et givet sæt af temperatur og tryk give liniestyrken.

Boltzmann-fordelingen er som tidligere nævnt alene karakteriseret ved temperaturen, hvorimod Saha-ligningen afhænger af både temperatur og tryk. Men da elektrontrykket P_e kun indgår som proportionalitetskonstant i Saha-ligningen, bliver ionisationsforholdet især bestemt af temperaturen i stjerneatmosfæren, hvorfor liniestyrken umiddelbart vil være et passende mål for temperaturen.

For en stjerne med en typisk overfladetemperatur på $T = 10.000$ K vil forholdet mellem 1. exciterede tilstand og grundtilstanden være af størrelsesordenen

$$\frac{N_2}{N_1} = 3 \cdot 10^{-5}$$

hvorfor langt de fleste neutrale hydrogenatomer ved denne temperatur vil befinde sig i grundtilstanden.

Tilsvarende findes ionisationsforholdet med et elektrontryk på eksempelvis 10 N/m^2 til

$$\frac{N_{H^+}}{N_{H_0}} = 4,63$$

Der er derfor ca. 4,63 gange så mange ioniserede hydrogenatomer som neutrale i denne tilstand af temperatur og tryk.

En videre undersøgelse af ionisationsforholdene viser, at for neutralt hydrogen i grundtilstanden er ionisationsforholdet aftagende for stigende temperatur, hvorimod det relative indhold af hydrogenatomer i 1. exciterede tilstand har et maksimum ved ca. 10.000 K.

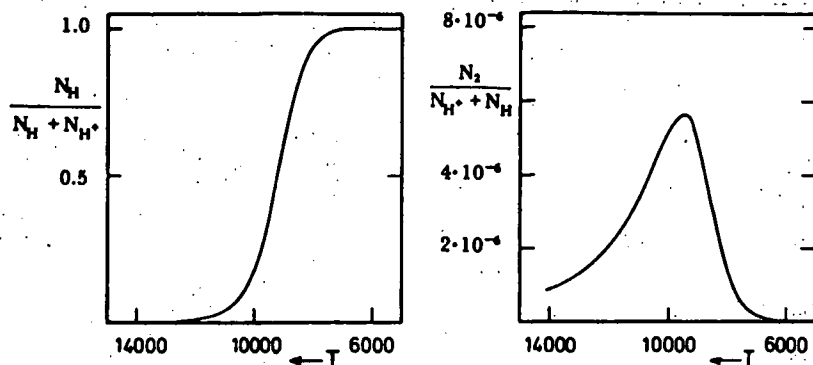


Fig. 1.9. Det relative indhold af neutralt hydrogen i henholdsvis grundtilstanden og 1. exciterede tilstand som funktion af temperaturen og ved et elektrontryk på $P_e = 10 \text{ N/m}^2$. (fra ref. 12)

1.3. STØRRELSESKLASSESYSTEMER.

I oldtiden inddelte man stjerner, der kunne ses med det blotte øje i 6 størrelsesklasser efter deres relative lysstyrke, således at de klareste stjerner tilhørte klasse 1 og de svageste klasse 6. Denne visuelle klassifikation, der blev bestemt ved skøn, er helt uinteressant idag.

Målinger af stjernespektre foretages idag enten ved fotoelektrisk eller fotografisk fotometri.

Begge dele har deres fordele og anvendelse. Ved fotoelektriske målinger opnås langt den største nøjagtighed, men man er begrænset til at måle på en enkelt stjerne af gangen. Derimod kan man på en fotografisk plade få afbildet et meget stort antal stjerner, afhængig af eksponeringstiden.

1.3.1. Følsomhedsfunktionen.

På grund af lystab i jordens atmosfære og i måleapparatet er man ikke direkte istand til at måle en stjernes integrale flux. Den målte flux vil være påvirket af en frekvensafhængig følsomhedsfunktion

$$f_{\text{målt}} = \int_0^{\infty} \phi_{\lambda} f_{\lambda} d\lambda \quad 1.26$$

hvor ϕ_{λ} er følsomhedsfunktionen.

Lystabet i jordens atmosfære (ekstinktionskoefficienten) afhænger af atmosfærens transperans, stjernens zenitdistance og af bølgelængden. Denne del af følsomhedsfunktionen kan dog relativt nemt korrigeres ved måling i mindst 2 forskellige bølgelængdeområder.

Følsomhedsfunktionen for måleapparatet vil afhænge af kikkertobjektivarealet, en kikkerttransmissionskoefficient, en filtertransmissionskoefficient samt ved en følsomhedsfunktion for registreringsanordningen, hvorfor en serie målinger normalt gennemføres med samme måleudstyr.

Det vil derfor være overordentligt svært at foretage absolutte målinger af fluxen, og derfor foretages målingerne f.eks. ofte relativt til en fast stjerne.

1.3.2. Størrelsesklasser.

Der gælder for visuelle observationer, at det fysiologiske indtryk vokser proportionalt med logaritmen til påvirkningen, og det har derfor været af historisk betydning, at man har indført et såkaldt størrelsesklasser-system, der er linær med det visuelle indtryk.

Der defineres derfor en størrelsesklasse ved

$$m = k - 2,5 \log(f_{\text{målt}}) \quad 1.27$$

hvor konstanten k i princippet kan vælges vilkårligt, men normalt vælges således, at $m=6$ for stjerner, der netop kan ses med det blotte øje. Endvidere er tallet 2,5 en skalfaktor for den lineære sammenhæng til det visuelle indtryk.

Det bør også bemærkes, at klare stjerner derved opnår en lille størrelsesklasse, mens størrelsesklassen for svage stjerner bliver stor.

Et fluxforhold mellem 2 stjerner A og B vil derfor være udtrykt ved størrelsesklassedifferencen

$$m_A - m_B = -2,5 \log\left(\frac{f_A}{f_B}\right) \quad 1.28$$

hvor man derved slipper af med konstanten k .

1.3.3. Absolut størrelsesklasse.

Den målte flux vil være afhængig af afstanden til stjernen, og tilsyneladende størrelsesklasser er derfor i mange sammenhænge ikke nogen særlig bekvem værdi.

Man kan derfor definere den absolutte størrelsesklasse som størrelsesklassen, man ville måle, hvis stjernen var anbragt i afstanden 10 pc

$$M = k - 2,5 \log(f(10\text{pc}))$$

Differencen mellem den målte og absolutte størrelsesklasse er da

$$m - M = -2,5 \log\left(\frac{f}{f(10\text{pc})}\right) \quad 1.29$$

hvor $m - M$ kaldes afstandsmodulen.

Da den målte flux er omvendt proportional med kvadratet på afstanden findes

$$\frac{f}{f(10\text{pc})} = \left(\frac{10}{r}\right)^2$$

som ved indsættelse i 1.29 giver

$$m - M = -2,5\log\left(\frac{10}{r}\right)^2 = -5 + 5\log(r)$$

Den absolutte størrelsesklasse bliver derved en funktion af den målte størrelsesklasse og afstanden til stjernen

$$M = m + 5 - 5\log(r) \tag{1.30}$$

1.3.4. Farveindeks.

Ved måling af fluxen gennem et snævert filter kan man vise, at størrelsesklassen for den integrale flux igennem filteret er bestemt af fluxen ved tyngdepunktsbølgelængden λ_0

$$m = k' - 2,5\log(f_{\lambda_0})$$

Måles derfor en stjernes flux igennem et snævert filter i 2 forskellige bølgelængdeområder med tyngdepunktsbølgelængderne λ_1 og λ_2 findes størrelsesklassedifferencen ved fluxforholdet

$$m_1 - m_2 = (k'_1 - k'_2) - 2,5\log\left(\frac{f_{\lambda_1}}{f_{\lambda_2}}\right) \tag{1.31}$$

Fluxforholdet er et mål for energifordelingen i stjerneatmosfæren og dermed også stjernens farve.

Da differencen $m_1 - m_2$ er et mål for stjernens farve, kaldes det derfor et farveindeks.

Anvendes Wiens approximation til Planck-funktionen, som er tilstrækkelig god i det optiske område

$$B_{\lambda}(T) \approx 2hc^2\lambda^{-5}\exp\left(-\frac{hc}{\lambda k_b T}\right)$$

kan farveindekset derved angives som funktion af temperaturen, idet

$$\frac{f_{\lambda_1}}{f_{\lambda_2}} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{-5} \exp\left(-\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \frac{hc}{k_b T}\right)$$

som ved indsættelse i 1.31 giver

$$m_1 - m_2 = k_1' - k_2' + 12,5 \log\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) + 2,5 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \frac{hc}{k_b T} \cdot \log(e)$$

1.3.5. UBV-systemet.

Et meget udbredt farveindekssystem er det såkaldte 3-farvesystem, UBV-systemet, hvor fluxen måles igennem 3 fastlagte filtre i henholdsvis den ultraviolette, den blå og den gule/visuelle del af spektret og med en fastlagt fotomultiplikator.

Størrelsesklasserne betegnes derfor med U, B og V i dette system, og figuren herunder viser bølglængdeområderne for de 3 filtre.

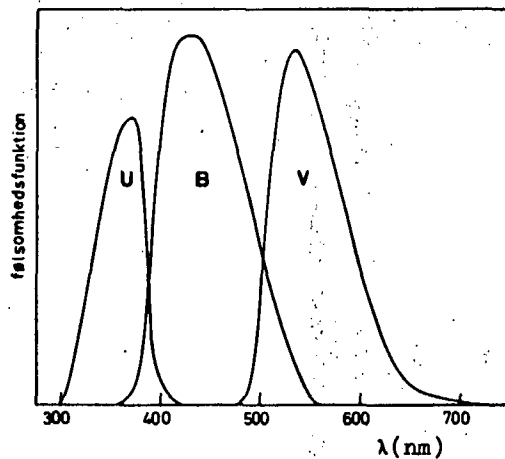


Fig. 1.10. Filtertransmissionskoefficienter for de 3 UBV-filtre. (fra ref. 12)

Der kan da defineres følgende farveindeks

$$U - B = (k_U - k_B) - 2,5 \log\left(\frac{f_U}{f_B}\right) \quad 1.32$$

$$B - V = (k_B - k_V) - 2,5 \log\left(\frac{f_B}{f_V}\right) \quad 1.33$$

Konstanterne er fastlagt efter et gennemsnit af en serie stjerner.

Med Wiens approximation til Planck-funktionen anvendt på de 2 farveindeks findes følgende sammenhæng mellem U-B og B-V farveindeks

$$U-B = 1,13(B-V)$$

Denne sammenhæng er vist på figuren herunder. Figuren viser tillige den observerede sammenhæng mellem U-B og B-V.

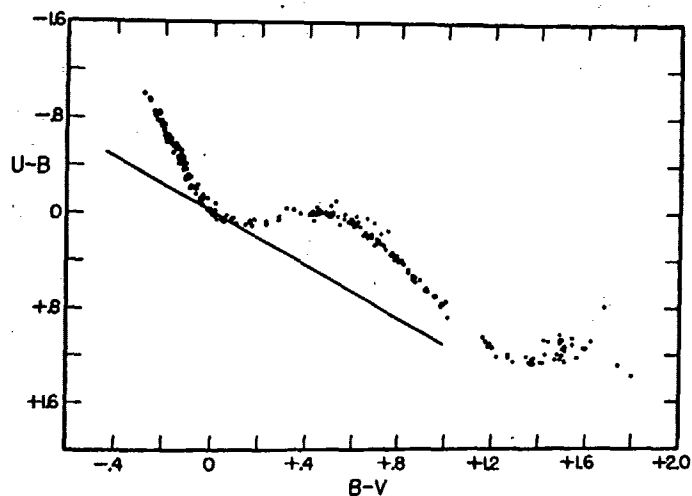


Fig. 1.11. Den observerede sammenhæng mellem U-B og B-V, og sammenhængen, der ville findes, hvis energifordelingen var givet ved Wiens approximation til Planck-funktionen. (fra ref. 12)

Det ses heraf, at energifordelingen kan afvige betydeligt fra en Planck-funktion, og afvigelserne fra Planck-funktionen skyldes først og fremmest Balmerspringet, der gør sig gældende omkring $U-B \cong 0$.

Energifordelingen vil derimod være karakteriseret af farvetemperaturen (T_f) i de enkelte bølgelængdeområder, og Balmerspringet ligger netop i farveklassen U.

1.3.6. Interstellar rødfarvning.

Som følge af stjernelysets passage gennem det interstellare stof sker der en absorption, som er frekvensafhængig.

Da det interstellare stof ikke er jævnt fordelt, så kan denne absorption være meget varieret i forskellige områder af himlen.

Absorptionen vil i størrelsesklasser da kunne udtrykkes

$$m_{\lambda} = m_{\lambda,0} + A_{\lambda} \quad 1.34$$

hvor m_{λ} er den målte størrelsesklasse, A_{λ} er den interstellare absorption og $m_{\lambda,0}$ er den absorptionsfri størrelsesklasse.

Et farveindeks vil tilsvarende kunne skrives

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = (m_{\lambda_1,0} - m_{\lambda_2,0}) + (A_{\lambda_1} - A_{\lambda_2})$$

hvor absorptionsdifferencen kaldes farveexcessen og udtrykkes

$$(A_{\lambda_1} - A_{\lambda_2}) = E(m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2}) \quad 1.35$$

Da absorptionen er størst ved små bølgelængder, vil det ses, at stjernelyset bliver rødere ved passage gennem interstellart stof, og man taler derfor om interstellar rødfarvning.

Specielt for UBV-systemet findes

$$V = V_0 + A_V \quad 1.36$$

$$B-V = (B-V)_0 + E(B-V) \quad 1.37$$

$$U-B = (U-B)_0 + E(U-B) \quad 1.38$$

Intensitetsændringen (dI_{λ}) over en lille strækning (dr) kan udtrykkes som en funktion af massetætheden (ρ) og absorptionskoefficienten (k_{λ})

$$dI_{\lambda} = -k_{\lambda} \rho I_{\lambda} dr$$

og man kan heraf vise, at forholdet mellem 2 farveexcesser er konstant

$$\frac{E(m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2})}{E(m_{\lambda_2} - m_{\lambda_3})} = \frac{k_{\lambda_1} - k_{\lambda_2}}{k_{\lambda_2} - k_{\lambda_3}} \quad 1.39$$

Hvis man derfor i et 2-farve diagram, f.eks. (U-B),(B-V), afbilder målte farveindeks for stjerner med samme farvetemperatur og dermed varieret rødfarvning, så ville disse fordele sig på en ret linie, rødfarvningslinien, hvor liniens hældningskoefficient derved udtrykker forholdet mellem farveexcesserne (se fig. 1.12).

Man finder her, at

$$\frac{E(U-B)}{E(B-V)} = 0,72$$

og tilsvarende kan findes, at

$$\frac{A_V}{E(B-V)} = 3,0$$

Afbildes derimod forskellige stjerner, der ikke er påvirket af rødfarvning i et 2-farve diagram, så vil disse findes, at ligge i en karakteristisk sekvens som vist på figuren herunder.

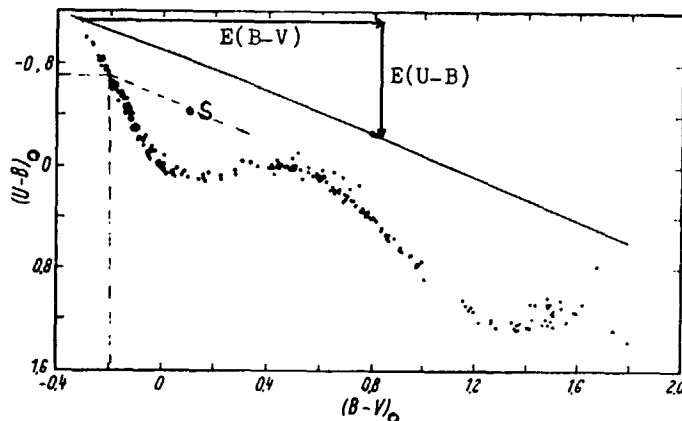


Fig. 1.12. 2-farve diagram med rødfarvningslinie.
(fra ref. 12)

Man er herved istand til at korrigere rødfarvede stjerner for interstellær absorption, idet en rødfarvet stjerne (S) med målte farveindeks (U-B),(B-V) parallelforskydes tilbage langs rødfarvningslinien, indtil stjernen falder sammen med sekvensen for ikke-rødfarvede stjerner.

Heraf aflæses stjernens absorptionsfri farveindeks (U-B)₀ og (B-V)₀ og farveexcessen findes af 1.37 og 1.38.

1.4. KLASSIFIKATIONSSYSTEMER.

Stjernespektre er normalt yderst komplicerede og da fotometriske målinger ofte tages på et meget stort antal individuelle stjerner, er det bekvemt at tilordne disse et klassifikationssystem, hvor den enkelte klasse af stjerner besidder noget nær de samme karakteristiske fysiske egenskaber.

Det er allerede indledningsvis nævnt, at stofsammensætningen og især temperatur og tryk ned igennem stjerneatmosfæren karakteriserer et givet stjernespektrum. Det er videre af kapitel 1.2 fremgået, at parametersættet (T, P_e) kan karakteriseres ved den effektive temperatur og tyngdeaccelerationen i stjerneatmosfæren (T_e, g) , og at disse igen bestemmer liniestyrkeforholdene, som er målelige.

Af Saha-ligningen ses, at ionisationsforholdene især er temperaturfølsomme og i mindre grad afhængige af trykket. Derfor vil en temperaturbestemt spektralklassifikation i nogen grad være tilstrækkelig, og man taler her om en 1-dimensional klassifikation (spektraltypen).

Men da trykket og dermed tyngdeaccelerationen også har en vis indflydelse, vil man oftest indføre yderligere et klassifikationssystem (luminositetsklassen), der karakteriserer tyngdeaccelerationen. Med disse 2 systemer opnås et 2-dimensionalt klassifikationssystem.

Endelig kan et 3-dimensionalt klassifikationssystem tilgodese forskelle i stofsammensætningen, der især er bestemt af grundstoffer tungere end helium.

1.4.1. Spektraltypen.

Når liniestyrkeforholdene fastlægges, kan man ved hjælp af Saha- og Boltzmann-ligningerne beregne temperaturen i de lag i stjerneatmosfæren, hvor linierne dannes.

Liniestyrkernes variation med temperaturen er vist på figuren på næste side for en række karakteristiske stoffer.

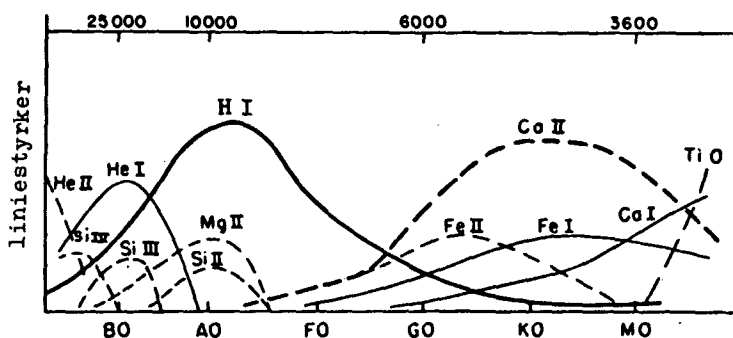


Fig. 1.13. Liniestyrkernes variation med temperaturen for en række stoffer. (fra ref. 12)

Liniestyrken kan f.eks. angives ved ækvivalensbredden (w) og I, II, III og IV henfører til neutrale, enkelt-, dobbelt- og tredobbelt ioniserede atomer.

På denne baggrund kan det 1-dimensionale klassifikationssystem defineres. Dette kaldes spektraltypen, og den er groft set linær med logaritmen til temperaturen.

Spektral-type	karakteristiske linier	T_e (K)
O	H I, He II, Si IV, N III	>28000
B	H I, He I, Si III, Si II	28000-10000
A	H I, Mg II, Si II, Fe II, Ca II	10000- 7500
F	H I, Fe II, Fe I, Ca II	7500- 6000
G	H I, Fe II, Fe I, Ca II, Ca I, CH, CN	6000- 5000
K	H I, Neutrale atomer, CH, CN	5000- 3500
M	H I, Neutrale atomer, CH, CN, TiO	3500- 2400
C	Som for K og M stjerner, men CH, CN, C ₂ er stærkere	≈3000
S	Som for K og M stjerner, men ZrO, YO, LaO er stærke	≈3000

Tabel 1.1. Spektraltypen givet ved den effektive temperatur og karakteristiske linier. (fra ref.12)

Det bemærkes, at spektraltyperne C og S ikke kan indpasses i i sekvensen O til M, idet visse molekylbånd er usædvanligt stærke.

Spektraltypen er videre inddelt i 10 undergrupper

...., B0, B1, B2, ... , B9, A0, ...

hvorfor den individuelle stjerne angives ved spektraltypen f.eks. G2, hvilket er spektraltypen, som solen tilhører.

Enkelte stjerner har helt specielle træk i spektret, og for disse tilføjes et p (for peculiar). Stjerner kan også observeres at have emissionslinier, og for disse tilføjes et e til spektraltypen.

1.4.2. HR-diagrammet.

En stjernes strålingseffekt defineres som energimængden en stjerne udstråler pr. sek.

$$L = 4\pi R^2 F$$

hvor R er stjerneradius, og den integrale flux er givet ved

$$F = B(T) = \sigma T_e^4$$

Man har empirisk fundet, at der gælder følgende sammenhæng mellem strålingseffekten og den absolutte størrelsesklasse, her angivet for det visuelle farveområde

$$\log(L) = k - 0,4M_v$$

hvor k er en konstant.

Dette kan da udtrykkes som

$$\log(4\pi\sigma R^2 T_e^4) = k - 0,4M_v$$

Ved at afbilde den absolutte visuelle størrelsesklasse som funktion af logaritmen til den effektive temperatur (spektraltypen), vil en variation i stjerneradius derfor markere sig i afbildningen, idet den absolutte størrelsesklasse bliver mindre, når stjerneradius bliver større for fastholdt temperatur.

En afbildning af M_v som funktion af $\log(T_e)$ og dermed spektraltypen kaldes et HR-diagram (Hertzsprung-Russell), og figuren øverst næste side er vist et HR-diagram for forholdsvis klare stjerner.

Man ser, at afbildningen består af nogle karakteristiske, skrå horisontale bånd.

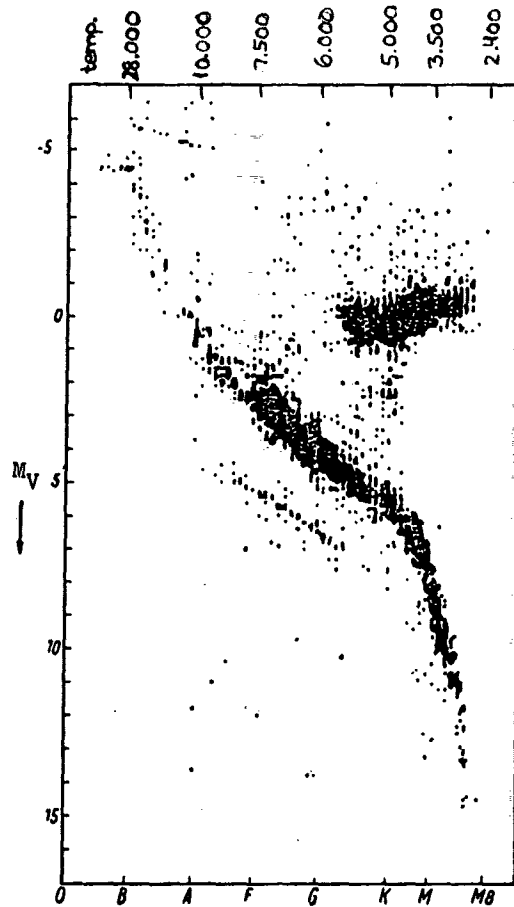


Fig. 1.14. HR-diagram af forholdsvis klare stjerner. (fra ref. 12)

Det dominerende, gennemgående bånd i diagrammet kaldes hovedserien eller dværgstjernerne. Der ses også et tæt befolket område over hovedserien med absolut størrelsesklasse omkring $M_v \approx 0$, og det er de såkaldte kæmpestjerner. Mellem kæmpestjernerne og hovedserien findes subkæmperne, og stjernerne over kæmpestjernerne kaldes superkæmperne.

Umiddelbart under hovedserien ses et smalt bånd, og dette bånd er subdværgene. Endelig ses enkelte stjerner ca. 10 størrelsesklasser under hovedserien, hvilke er de såkaldte hvide dværge.

Det ses bl.a. i HR-diagrammet, at O- og B-stjerner er meget lysstærke, hvorimod K- og M-stjerner i hovedserien er meget lyssvage.

At stjernerne i HR-diagrammet grupperer sig i de karakteristiske bånd efter deres størrelse, hænger sammen med deres udviklingsstadier, idet de stadier i stjerneudviklingen, hvor stjernen befinder sig i længst tid, vil statistisk set dominere i HR-diagrammet.

	M/M_{\odot}	L/L_{\odot}	R/R_{\odot}
superkæmpe	-10	10^4	100
kæmpe	-5	10^2	10
hvid dværg	+10	10^{-4}	0.01

Tabel 1.2. Karakteristiske værdier af absolut størrelsesklasse, strålingseffekt og stjernehøjde. (fra ref. 12)

Tabellen viser nogle karakteristiske forhold, hvor værdierne er anført relativt til solen, der er en hovedseriestjerne med spektraltypen G2.

Når stjernens farve angives ved et farveindeks, f.eks. B-V, så er dette tillige et mål for temperaturen, og derfor vil et HR-diagram (M_v , spektraltypen) være ækvivalent med det såkaldte farve-lysstyrke diagram (M_v , B-V).

1.4.3. Masse-lysstyrke relationen.

Der viser sig empirisk at være en ret snæver sammenhæng imellem en stjernes masse og dens strålingseffekt for et givet udviklingsstadium. Samtidig finder man, at stjernemassen ikke ændres væsentligt i dens udviklingsspor, f.eks. fra at være en hovedseriestjerne til at blive en kæmpestjerne, hvorimod stjernemassen varierer betydeligt op igennem f.eks. hovedserien.

Ved at udtrykke tyngdeaccelerationen (g) i stjerneatmosfæren og stjernens middelmassetæthed ($\bar{\rho}$) som funktion af stjernemassen og stjernehøjde

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \text{og} \quad \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

ses med hensyn til f.eks. tyngdeaccelerationen, en betydende forøgelse af stjernemassen M op igennem hovedserien, hvor stjernehøjde R vokser i noget mindre grad, vil føre til, at tyngdeaccelerationen kun vil ændre sig relativt lidt, da tyngdeaccelerationen afhænger af kvadratet på stjernehøjde. Tilsvarende forhold gør sig derfor gældende for middelmassetætheden.

Disse forhold er tydeligere vist i tabellen herunder for en række hovedseriestjerner. Det ses heraf, at variationen i tyngdeaccelerationen er relativt lille, og tilsvarende gælder for middelmassetætheden.

M_V	Spektraltyp	M/M_\odot	g/g_\odot	$\bar{\rho}/\bar{\rho}_\odot$
-6	O5	35	0.1	0.01
-4	B0	16	0.3	0.04
-1	B5	6	0.4	0.1
+1	A0	3.0	0.5	0.2
+2	F0	1.8	1.0	0.6
+4	G0	1.1	1.0	1.0
+6	K0	0.8	1.0	1.3
+9	M0	0.5	1.3	2
+16	M8	0.06	6	50

Tabel 1.3. Stjernemasser, tyngdeacceleration og middelmassetæthed for typiske hovedseriestjerner. (fra ref. 12)

Derimod vil udviklingssporet på tværs af hovedserien, eksempelvis til kæmpestjernestadiet, føre til en væsentlig forøgelse af stjerne-radius R , hvor stjernemassen M stort set er uændret. Dette vil, som det ses af figuren herunder, give en markant ændring i tyngdeaccelerationen og middelmassetætheden.

	R/R_\odot	M/M_\odot	g/g_\odot	$\bar{\rho}/\bar{\rho}_\odot$
superkæmpe	100	≈ 20	0.002	$2 \cdot 10^{-5}$
kæmpe	10	≈ 2	0.02	$2 \cdot 10^{-3}$
hvid dværg	0.01	≈ 0.5	5000	$5 \cdot 10^5$

Tabel 1.4. Stjerneradier og -masser, samt tyngdeacceleration og middelmassetæthed for typiske udviklingsstadier. (fra ref. 12)

1.4.4. Luminositetsklasser.

Det er af det foregående set, at stjerner af samme spektraltyp kan være temmelig forskellige, hvor bl.a. tyngdeaccelerationens variation kan blive meget stor, og dette begrundes derfor en 2-dimensional klassifikation.

Når en stjerne svulmer op og bliver til en kæmpestjerne, så bliver dennes atmosfære tilsvarende meget udstrakte og tynde. Det betyder, at både tyngdeaccelerationen (g) og elektrontrykket (P_e) bliver mindre, og af Saha-ligningen ses for fastholdt temperatur, at en reduktion af P_e vil forøge ionisationsforholdene, hvorved spektrallinierne bliver skarpere.

Da lysstyrken samtidig bliver større tildeles stjernerne derfor en luminositetsklasse udover spektraltypen. Disse er følgende.

I	superkæmper
II	klare kæmpestjerner
III	normale kæmpestjerner
IV	subkæmper
V	dværgstjerner (hovedseriestjerner)
VI	subdværge

Tabel 1.5. Luminositetsklasser.

Klassifikationen kaldes også MK-klassifikation (Morgan-Keenan), og i HR-diagrammet er de karakteriseret ved disse bånd, som vist på figuren herunder.

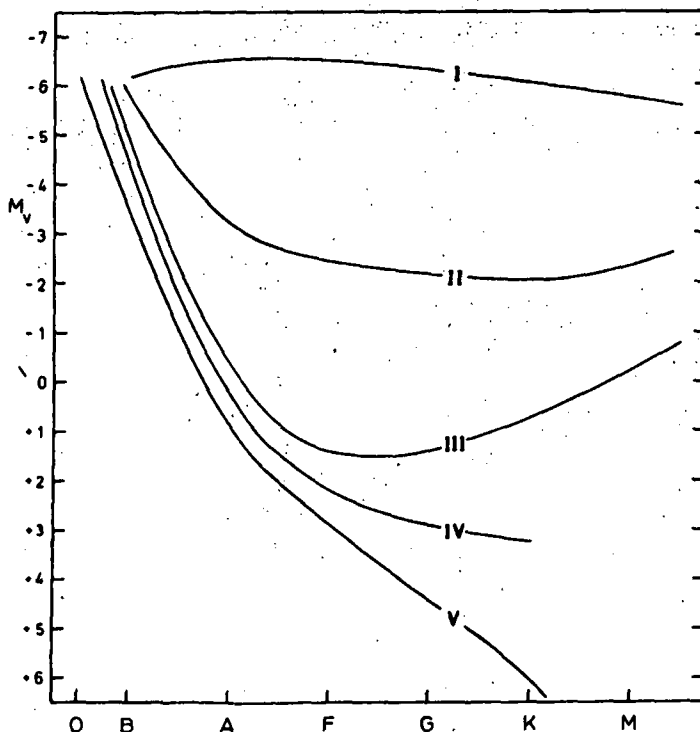


Fig. 1.15. Luminositetsklassernes placering i HR-diagrammet. (fra ref. 12)

Som det allerede er fremgået af det foregående, så er sammenhængen mellem den 2-dimensionale MK-klassifikation (spektraltype, luminositetsklasse) og parametersættet (T_e, g), der karakteriserer stjernespektret, ikke simpel. Eksempelvis er kæmpestjerner lidt koldere end hovedseriestjerner med samme spektraltype. Men i praksis viser MK-klassifikationen at have en bemærkelsesværdig styrke, til trods for sekundære fysiske parametres indflydelse på spektralklassifikationen.

1.4.5. 3-dimensional klassifikation.

Det er også tidligere nævnt, at også grundstofhyppigheden har en omend begrænset indflydelse på stjernespektret, og derfor skal den 3-dimensionale klassifikation kort nævnes.

Det viser sig, at unge stjerner har relativt større indhold af tunge grundstoffer end de ældre stjerner, og samtidig finder man, at det indbyrdes forhold af tungere grundstoffer end helium er konstante. Det vil sige, finder man imellem 2 stjerner, at den enes indhold af jern er dobbelt så stort, så vil denne stjernes indhold af øvrige tunge grundstoffer være dobbelt så stort som i den anden stjerne.

I stjernespektre ses at være mange tætliggende metallinier i det blå og visuelle område, hvorved et stort metalindhold giver en relativ større absorption i denne del af spektret. Man ser derfor en nedtrykning af spektret i den kortbølgede del, og jo større denne nedtrykning er, jo større metalindhold findes i stjernen.

Derved skal der med god tilnærmelse kun én parameter til at karakterisere grundstofhyppigheden, og dette kan da angives ved et farveindeks, f.eks. B-V.

uvby, β -SYSTEMET FOR B-, A- OG F-STJERNER



"Den er bare helt i zenit, man'ner !"

2. DEL

2. uvby, β -SYSTEMET FOR B-, A- OG F-STJERNER.

Det er allerede fremgået, at der ikke findes en snæver sammenhæng mellem de fotometriske parametre og de for stjernen karakteristiske, fysiske parametre.

Den ideelle situation ville være, at de fotometriske parametre var lette at måle for såvel klare som svage stjerner, og med en forsvindende usikkerhed samt fri for systematiske fejl. Videre måtte en fotometrisk parameter have en tæt og gerne linær sammenhæng til en for stjernen karakteristisk, fysisk parameter, og som var tilstrækkelig følsom overfor denne, samt at den var fuldstændig fri for indflydelse fra andre fysiske parametre.

Desværre har naturen ikke tilladt en sådan situation at eksistere, og det bedste man da kan gøre, er at finde de fotometriske parametre, der ligger så tæt på disse krav som muligt. Derved vil en fotometrisk parameter, der karakteriserer en primær fysisk parameter, oftest være under indflydelse af indtil flere sekundære, fysiske parametre.

Det vil derfor være af interesse at klarlægge sideeffekten af de sekundære parametre for derved at kunne korrigere for disse, og resultatet kan iøvrigt være brugbart i sig selv.

MK-klassifikationens succes må derfor tillægges evnen til at kalibrere de fotometriske parametre til entydige, astrofysiske parametre, som f.eks. temperatur og absolut lysstyrke, der er grundlaget for HR-diagrammet. MK-systemet har dog som kvalitativ klassifikation en række begrænsninger og ikke mindst en endelig, begrænset nøjagtighed.

Med udviklingen af den fotoelektriske fotometri har dette givet mulighed for at etablere kvantitative klassifikationssystemer, der på afgørende områder indeholder udvidet anvendelsesmuligheder og en betydende bedre nøjagtighed.

Et sådant effektivt system er uvby, β -systemet, eller Strömgren-systemet, der bygger på fotoelektriske spektralindekser. Systemet er udviklet af Strömgren og Crawford i løbet af 60'erne, og det har fundet betydelig anvendelse frem til idag.

Systemet er empirisk, det vil sige bygget på fotometriske observationer alene, og det er dermed uafhængig af MK- og andre klassifikationer, celest bevægelse og stjernemodeller, hvorfor systemet tillige er velegnet til sammenligning og anvendelse i andre sammenhænge.

Hydrogenspektret er særligt dominerende for spektraltyperne B, A og F, og systemet anvender som mål for karaktersættet (T_e, g) eller (spektraltype, M_v) i princippet styrken af Balmerlinien H_β , Balmerspringets størrelse og metallinie-nedtrykningen. Det er tidligere fremgået, at Balmerliniestyrkerne er størst omkring spektraltypen A2 (se fig. 1.1 og 1.13). og modsvarende findes at Balmerspringets størrelse er aftagende med de tidlige spektraltyper, men efterhånden den bliver Balmerspringet mere og mere påvirket af variationer i tyngdeaccelerationen, og Balmerspringet vil derfor have et minimum ved spektraltypen A2, hvorefter det er tiltagende.

Den følgende beskrivelse af uvby, g -systemet vil derfor primært indskrænke sig til en behandling af B-, A- og F-stjerner, hvor systemet udviser langt den største effektivitet.

2.1. DEFINITION AF UVBY,β-SYSTEMET.

For at give så klar en fremstilling af systemet som muligt, er det nødvendigt at lade sig vejlede af MK-systemet og stjernemodeller, og indledningsvis skal et par grundlæggende astrofysiske forhold kort trækkes frem.

Modelberegninger i HR-diagrammet viser, at der er 2 grundlæggende astrofysiske parametre, der karakteriserer en stjerne, og disse er stjernens masse og alder.

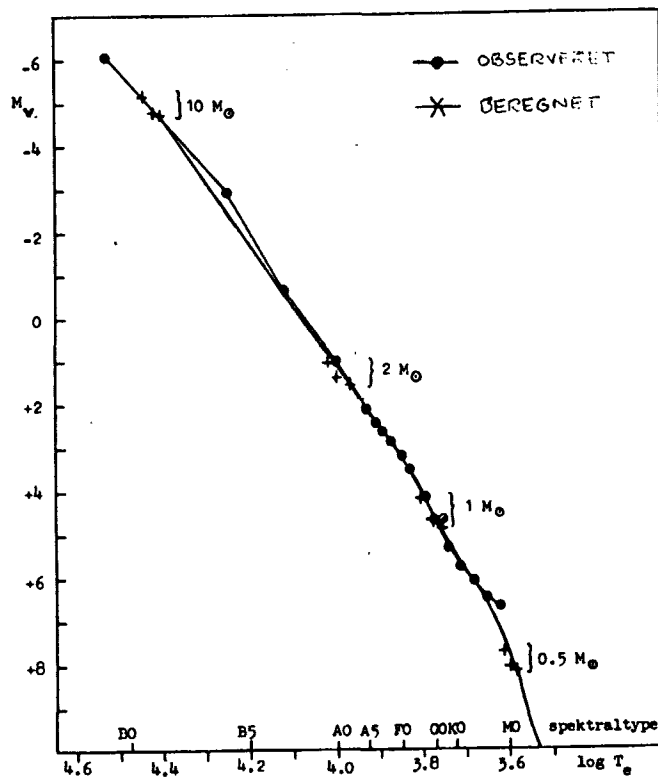


Fig. 2.1. Modelberegning af stjernemassens variation op igennem hovedserien. Angivet i solmasser og med en stofsammensætning $(X, Y, Z) = (0,70, 0,27, 0,03)$. (fra ref. 13)

Som det også tidligere er nævnt, ses det her tydeligt, at stjernemassen forøges betydeligt op igennem hovedserien, og i overensstemmelse med at stjernen under dens egengravitation er varmere jo mere masse den indeholder, så er store stjernemasser tilsvarende mere lysstærke.

I udviklingssporet fra hovedserien vil stjernemassen stort set kunne antages at være konstant indtil eventuelle eksplosive begivenheder i den senere stjerneudvikling.

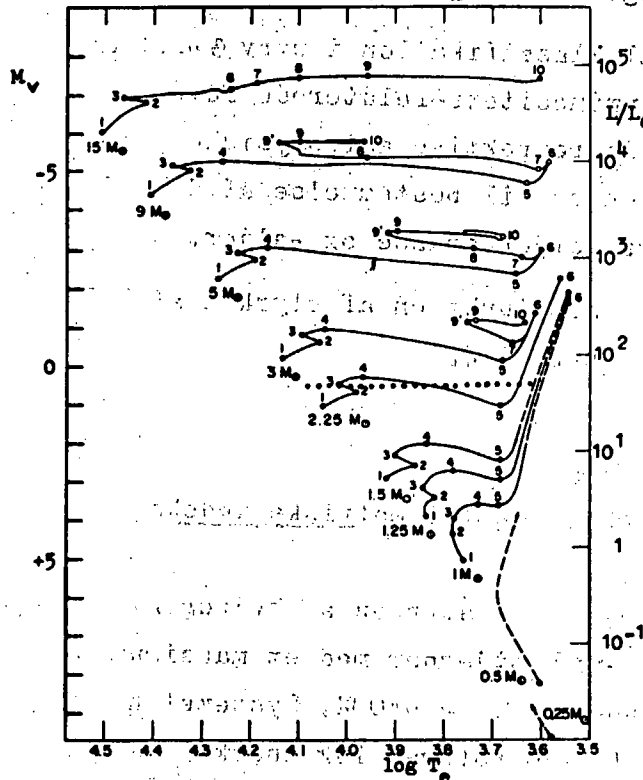


Fig. 2.2. Modelberegning af udviklingsspor for forskellige stjernemasser med en stofsammensætning $(X, Y, Z) = (0,71, 0,27, 0,02)$. (fra ref. 13)

De i udviklingssporene angivne talreferencer henfører til forskellige stadier i stjerneudviklingen. Således sker hydrogenomdannelsen i stjernens centrale dele indtil pkt.2, hvilket afløses af en skalkilde, der udbændes ved pkt.6, hvorefter heliumomdannelsen i stjernens centrale dele starter. Derved udvikler de tungere stjerner sig til kæmpestjerner, mens heliumomdannelsen for de lette stjerner forinden løber løbsk i et heliumflash. Disse begivenheder er dog ikke umiddelbart synlige på stjernens overflade.

Hovedserien ses at findes mellem pkt. 1 og 2, hvor hovedseriens nedre begrænsning derfor kaldes aldernull-linien.

Det ses videre af fig. 2.2, at de tungere stjerners udviklingsspor stort set er en funktion af temperaturen og uafhængig af stjernens absolute lysstyrke.

For de tungere stjerner sker stjerneudviklingen til kæmpeområdet relativt hurtigt, af størrelsesordenen op til 10^8 år, mens lette stjerner er mindst 10^{10} år om at udvikle sig til kæpestjerner. Dermed er det især fra de ~~tunge~~ stjerner, at det interstellare stof bliver beriget af tungere grundstoffer.

Med 2-dimensional klassifikation i uvby, β -fotometrien vil de temperatur- og luminositets-relaterede fotometriske indeks ved kalibrering til de respektive astrofysiske parametre, T_e og M_v , derved kunne anvendes til bestemmelse af de grundlæggende astrofysiske parametre, stjernemasse og -alder.

Kalibrering af M_v som funktion af styrken af Balmerlinien H_β vil blive givet i kap. 2.4.

2.1.1. Definition af de fotometriske indeks.

Af fig. 1.12 fremgår, at styrken af hydrogenlinierne er dominerende for B-, A- og F-stjerner med et maksimum omkring spektraltypen A2, svarende til $T_e = 9400\text{K}$. Systemet her anvender styrken af Balmerlinien H_β som fotometrisk indeks.

β -indekset er defineret ved fotoelektriske fluxforhold gennem et smalt (n) og et bredt (w) interferensfilter med omtrent samme tyngdepunktsbølgelængde, der svarer til centralbølgelængden af H_β -linien, det vil sige 486,2 nm.

$$\beta_i = \beta_n - \beta_w = k - 2,5 \log(f_n/f_w) \quad 2.1$$

En ændring i liniestyrken vil da give sig udtryk i en relativ større ændring i β_n end i β_w , og en stærk absorptionslinie vil derfor føre til et relativt stort β -indeks. Idet β -indekset er et fluxforhold med omtrent samme tyngdepunktsbølgelængde, så er indekset derved uafhængig af ekstinktionseffekter, hvilket gør det særligt nemt at bearbejde.

Figuren øverst på næste side viser ved det skraverede område den målte integrale flux igennem det brede og det smalle H_β -filter.

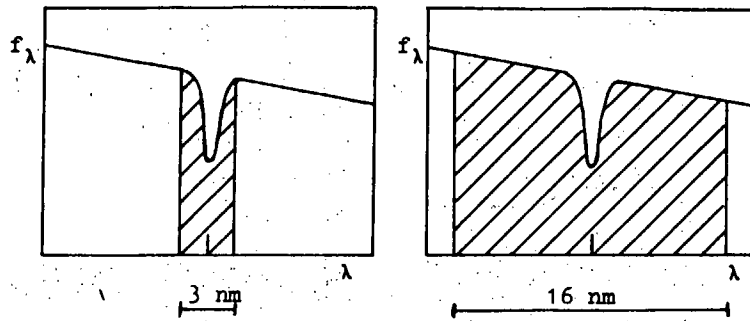


Fig. 2.3. Måling af liniestyrken ved hjælp af et smalt og et bredt H_{β} -filter. (fra ref. 12)

u, v, b og y er størrelsesklasser, der findes fotoelektrisk gennem definerede interferensfiltre i 4 forskellige farveområder (ultraviolet, violet, blå og gul) og med en filterbredde på mellem 18-30 nm. Tyngdepunktsbølgelængden af de 4 filtre fremgår af figuren herunder, og videre ses Balmerets springet mellem størrelsesklassen u og v ved 365 nm.

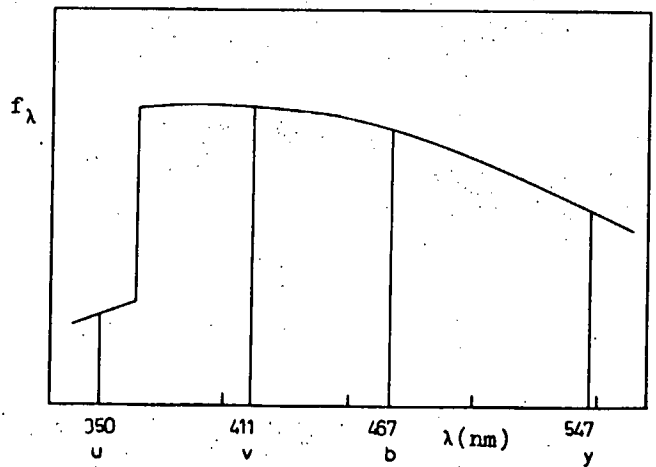


Fig. 2.4. Den spektrale fordeling af uvby-systemets 4 farver. (fra ref. 12)

Disse 4 størrelsesklasser definerer en række grundlæggende farveindeks, der er centrale for uvby, β -systemet.

Balmerets springets størrelse er bestemt af ionisationsforholdene i stjerneatmosfæren, og dermed af T_e og g . I overensstemmelse med Saha-ligningen vil Balmerets springets størrelse for en given g aftage med spektraltypen.

Et mål for Balmerspringets størrelse kan derfor være farveindekset (u-b), der er ofte anvendt i uvby-systemet, og tilsvarende vil farveindekset (b-y) være et mål for spektralgradienten og dermed temperaturen.

Der kan defineres en farvedifferens som forskellen mellem 2 farveindeks, og et yderligere mål for Balmerspringets størrelse vil være farvediferencen c_1 , der er defineret ved

$$c_1 = (u-v) - (v-b) \quad 2.2$$

Da (u-v) er et farveindeks over Balmerspringet, så måler c_1 Balmerspringets størrelse relativt til spektralgradienten (v-b).

Stjerner med et stort metalindhold får, som nævnt i afsnit 1.4.5, spektret trykket betydeligt ned i den violette del og med aftagende nedtrykning mod den blå del af spektret. Da denne nedtrykning først begynder at tiltage kraftigt under 450 nm, så vil farveindekset (b-y) stort set kunne antages at være fri for metallinieeffekter.

Det viser sig tillige, at nedtrykningen ved 350 nm stort set er dobbelt så stor som ved 410 nm, og derved vil c_1 -indekset almindeligvis antages at være fri for metallinieeffekter.

Derfor er c_1 -indekset et bedre mål for Balmerspringets størrelse end f.eks. farveindekset (u-b).

Som mål for metallinieeffekter, og dermed variationer i grundstofhyppigheden af tungere stoffer, vil der kunne defineres en tilsvarende farvedifferens m_1 givet ved

$$m_1 = (v-b) - (b-y) \quad 2.3$$

Dette måler derfor metalnedtrykningen i 410 nm området relativt til spektralgradienten (b-y), der er uafhængig af metallinieeffekter.

Farveindeksene c_1 , m_1 , (u-b) og (b-y) vil sammen med β -indekset være tilstrækkelig til spektralklassifikation i uvby, β -systemet, og for alle de fotometriske indeks i systemet gælder, at de vil kunne bestemmes med en absolut nøjagtighed mindre end $\pm 0,01$.

2.1.2. Farveexces og Strømgren-notationen.

Da målinger af farveindeks er påvirket af den interstellare absorption, så vil indeksene c_1 , m_1 , $(u-b)$ og $(b-y)$ være påvirket af rødfarvning. Absorptionen er størst mod den violette del af spektret, og derfor vil $(b-y)$ være mindre påvirket end f.eks. $(u-b)$. Derimod vil β -indekset være uafhængig af rødfarvnings-effekter, da dette indeks udtrykker et fluxforhold over samme tyngdepunktsbølgelængde.

Som nævnt i afsnit 1.3.6 om rødfarvning vil man ved 2-farvedia-grammer for stjerner af samme spektraltypen kunne fastlægge rødfarvningslinier, og dermed bestemme sammenhængen i systemets farveexcesser. Figuren herunder $(u-b)$, c_1 og m_1 som funktion af $(b-y)$ for en række stjerner af spektraltypen O.

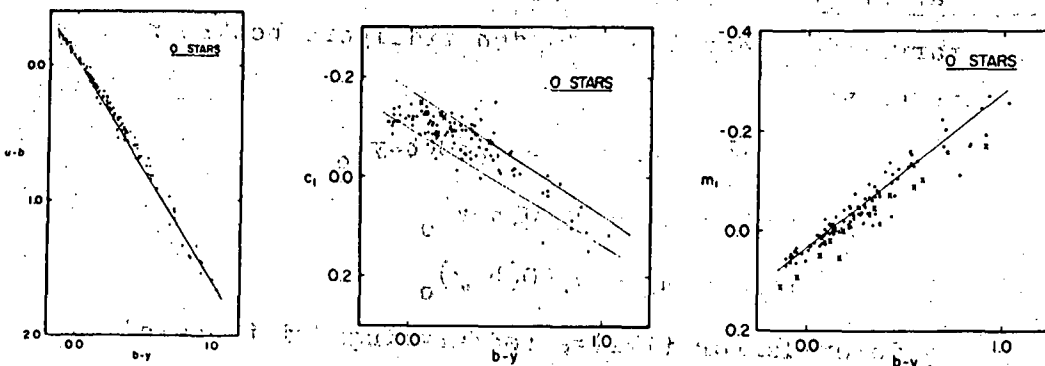


Fig 2.5. $(u-b)$, c_1 og m_1 som funktion af $(b-y)$ for stjerner af spektraltypen O. (fra ref. 2)

Disse ses at ligge i veldefinerede rødfarvningslinier, hvoraf forholdet mellem farveexcesserne findes at være

$$\frac{E(u-b)}{E(b-y)} = 1,60, \quad \frac{E(c_1)}{E(b-y)} = 0,20, \quad \frac{E(m_1)}{E(b-y)} = -0,30 \quad 2.4$$

Deraf ses, at såvel c_1 - som m_1 -indekset er relativt lidt påvirket af rødfarvning, hvilket er en betydelig styrke ved disse 2 farveindeks.

På tilsvarende måde kan sammenhængen til UBV-systemet findes, f.eks.

$$\frac{E(b-y)}{E(B-V)} = 0,73$$

De rødfarvningsfri farveindeks, der er differencen mellem målte farveindeks og farveexces, f.eks.

$$(u-b)_0 = (u-b) - E(u-b)$$

$$c_0 = c_1 - E(c_1)$$

$$m_0 = m_1 - E(m_1)$$

vil ved anvendelse af 2.4 udtrykkes ved

$$(u-b)_0 = (u-b) - 1,60 \cdot E(b-y) \quad 2.5$$

$$c_0 = c_1 - 0,20 \cdot E(b-y) \quad 2.6$$

$$m_0 = m_1 + 0,30 \cdot E(b-y) \quad 2.7$$

Heraf kan den indbyrdes sammenhæng findes udtrykt ved

$$(u-b)_0 = c_0 + 2m_0 + 2(b-y)_0 \quad 2.8$$

Det viser sig i visse tilfælde bekvemt at anvende en lidt anden farveindeks-notation end den tidligere beskrevne. Denne kan defineres ved

$$[u-b] = (u-b)_0 - 1,60(b-y)_0 \quad 2.9$$

$$[c_1] = c_0 - 0,20(b-y)_0 \quad 2.10$$

$$[m_1] = m_0 + 0,30(b-y)_0 \quad 2.11$$

og de er derfor tillige rødfarvningsfri farveindeks.

Ofte bliver resultaterne ved denne notation på en særlig simpel form, og man kan f.eks. vise, at 2.8 kan skrives som

$$[u-b] = [c_1] + 2[m_1] \quad 2.12$$

Da uvby, β -systemet bygger på empiriske resultater, og der i litteraturen er anvendt begge notationer, så vil en transformation af et simpelt udtryk i den ene notation ofte give uoverskuelige resultater i den anden notation. Derfor vil vi i det følgende anvende begge parameter-notationer, hvor det er mest bekvemt.

Den sidst beskrevne notation findes primært i litteratur af Ström-
gren, og den vil i det følgende derfor kaldes Ström-
gren-notationen. Tilsvarende vil den først beskrevne notation benævnes Craw-
ford-notationen. Vi vil dog så vidt muligt holde os til Crawford-
notationen, der i sit grundlag er mest overskuelig, men de 2 pa-
rameter-notationer kan kvalitativt opfattes som ækvivalente.

2.1.3. Rødfarvningseffekter på B-, A- og F-stjerner.

Da målte farveindeks almindeligvis må antages at være rødfarvede,
så vil det være nødvendigt at undersøge, hvor stor rødfarvnings-
effekten er på B-, A- og F-stjerner.

B-type stjerner er, som det fremgår af HR-diagrammet, betydeligt
lysstærkere end A- og F-stjerner, og de ses derfor på større af-
stande. Endvidere er hyppigheden af stjerner i solens omegn afta-
gende mod de tidlige spektraltyper, således at tætheden af F-stjer-
ner er langt større end f.eks. B-stjerner i solens omegn. Derfor
vil B-stjernerne være relativt længere væk fra solen end A- og F-
stjerner, og tilsvarende generelt være mere rødfarvede.

Som eksempel på rødfarvningseffektens indflydelse på farveindek-
sene, vil vi benytte stjerner af O- og B-typen, hvor effekten er
størst.

Et 2-farvediagram af c_1 som funktion af $(b-y)$ for klare O-B5 stjer-
ner er vist på figuren herunder.

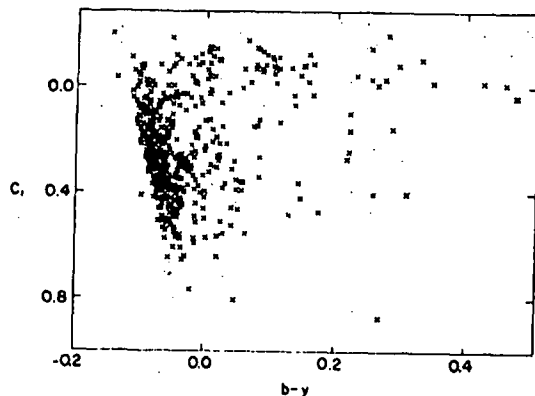


Fig 2.6. $((b-y), c_1)$ -diagram af
klare O-B5 stjerner.
(fra ref. 2)

Da c_1 og $(b-y)$ begge er relateret til temperaturen for disse spektraltyper (se iøvrigt afsnit 2.2), vil udviklingseffekter generelt kunne udelukkes af spredningen.

Den næsten horisontale rødfarvningslinie, der anes øverst i diagrammet overensstemmer farveexcesforholdet $E(c_1) = 0,2 \cdot E(b-y)$ fra fig. 2.5(b), og det ses, at en relativ stor absorption i farveindekset $(b-y)$ på f.eks. $E(b-y) = 0,25$ svarer til en farveexces $E(c_1) = 0,05$, der er ca. 5 gange målenøjagtigheden. Men langt de fleste O-B5 stjerner har en farveexces $E(b-y) \leq 0,05$, der svarer til måleusikkerheden på c_1 -indekset, og dette understreger, at c_1 - og dermed m_1 -indekset kun er ringe påvirket af rødfarvningseffekter.

Den veldefinerede venstreafgrænsede linie i 2-farvediagrammet vil derfor kunne definere sekvensen af ikke-rødfarvede stjerner i intervallet af O-B5 stjerner, og den kan findes at være udtrykt

$$(b-y)_0 = -0,116 + 0,097c_0 \quad 2.13$$

Begrænses diagrammet til stjerner nærmere end 100 pc, så vil spredningen som ventet blive endnu mindre. Dette ses af figuren herunder, der viser sekvensen af stjerner i hele B-type intervallet nærmere end 100 pc.

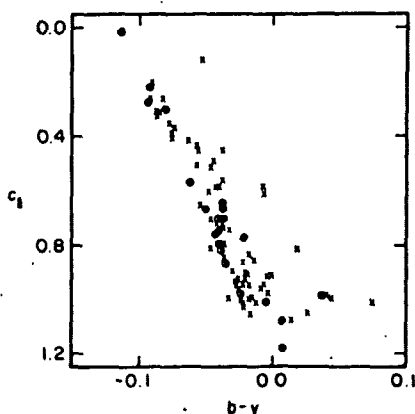


Fig 2.7. $((b-y), c_1)$ -diagram af klare B-type stjerner nærmere end 100 pc. (fra ref. 4)

For de tidlige B-stjerner, der ligger øverst i diagrammet, er spredningen i c_1 langt mindre end måleusikkerheden. Den tilta-

gende spredning ned igennem diagrammet må tillægges luminositets-effekter, idet c_1 -indekset med aftagende T_e bliver mere og mere følsomt overfor ændringer i g .

Det vil deraf antages, at stjerner nærmere end 100 pc ikke er påvirket af interstellar rødfarvning.

For at kontrollere dette kan man benytte en kalibrering med hovedseriestjerner, der derfor ikke vil være påvirket af luminositets-effekter. Dertil findes et relativt stort antal F-stjerner nærmere end 30 pc, og disse vil i princippet være helt fri for rødfarvnings-effekter. F-stjernerne nærmere end 30 pc kalibreres med andre F-stjerner ud til 100 pc, og kalibreringen gentages med et antal B8-B9 stjerner, der findes indenfor 100 pc. Forøges afstanden herefter til 200 pc, vil de sene B-stjerner kunne kalibreres ud til denne afstand, hvorefter kalibreringen til sidst gentages med B-stjerner af tidligere typer nærmere end 200 pc.

En sådan kalibrering viser, at F-stjerner generelt ikke er påvirket af rødfarvningseffekter i uvby, β -systemet, mens der for B-stjerner kan findes en signifikant, omend begrænset, effekt.

2.1.4. ($[m_1]$, $[c_1]$)-diagrammet.

Det vil for den følgende spektralklassifikation med uvby, β -systemet være bekvemt at antyde, hvorledes stjernerne fordeler sig i et ($[m_1]$, $[c_1]$)-diagram. Dette er skematisk vist for en række normale stjerner i figuren herunder. Det skal dog bemærkes, at figuren benytter Strömngren-notationen, men at der ingen kvalitative forskelle er til et (m_0 , c_0)-diagram.

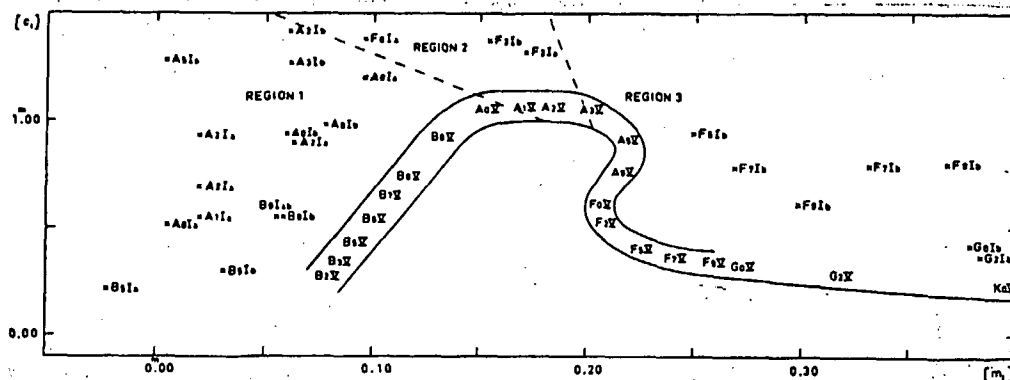


Fig. 2.8. ($[m_1]$, $[c_1]$)-diagram skitseret for normale stjerner. Angivet ved MK-klassifikation, hvor luminositetsklasse I er inddelt i 2 undergrupper a og b. (fra ref. 20)

Det fremgår af figuren, at hovedserien fra spektraltypen B2 til K0 er befolket i et smalt bånd, indenfor hvilket nøjagtigheden på spektraltypen er af størrelsesordenen 0,1-0,2.

Videre er superkæmperne, defineret ved luminositetsklasse Ia og Ib, udpræget separeret fra hovedserien, dog undtagen ved F5-stjernerne, hvor separationen er relativ lille i $[m_1]$. Tilsvarende ville luminositetsklasse II være klart adskilt fra hovedserien, hvorimod den ville findes at have et vis sammenfald med superkæmperne.

Luminositetsklasse III, de normale kæmpestjerner, ville ikke ses at have nogen klar adskillelse fra subkæmperne og hovedserien, undtagen i intervallet B5-A5, omkring Balmerliniemaksimet, hvor disse ville findes markant imellem hovedserien og de tilsvarende superkæmper.

$([m_1], [c_1])$ -diagrammet er skitseret for normale stjerner, kaldet population I stjerner, hvilket vil sige stjerner med et typisk indhold af tungere grundstoffer på $Z = 0,02$. Population II F- og G-stjerner, der er gamle og metalfattige med et metalindhold på typisk 5 gange mindre end population I stjerner, vil som forventet findes forskudt mod venstre og lidt under de tilsvarende population I stjerner i $([m_1], [c_1])$ -diagrammet.

Tilsvarende vil stjerner med et stort metalindhold, metallinjestjernerne, være forskudt mod højre og lidt op i diagrammet, og derved kan f.eks. en af de sene Am-stjerner fejlagtigt opfattes som en superkæmpe af spektraltypen F5.

$([m_1], [c_1])$ -diagrammet vil derfor i princippet kunne anvendes til en 2-dimensional spektalklassifikation af størstedelen af B-, A-, F- og G-stjernerne, men ellers vil kendskabet til c_1 og m_1 gøre det muligt at vælge effektive fotometriske indeks til spektralklassifikation i uvby, β -systemet.

2.2. BESKRIVELSE AF 2-DIMENSIONAL SPEKTRALKLASSIFIKATION.

En tilføjelse af β -indekset til uvby-systemet vil føre til en yderst nøjagtig klassifikation af især B-, A- og F-stjernerne, hvor Balmerlinierne er dominerende.

I princippet er både c_1 og β temperaturfølsomt, og som det er omtalt tidligere er Balmerspringet aftagende med temperaturen, hvorfor det på et tidspunkt bliver følsomt overfor ændringer i tyngdeaccelerationen eller den absolutte lysstyrke. Derfor ses c_1 i $([m_1], [c_1])$ -diagrammet at tiltage indtil spektraltypen A0, hvor c_1 -indekset er en T_e -relateret parameter, og efter spektraltypen A3 aftager c_1 -indekset, svarende til at det her er en g -relateret parameter.

Da det fremgår af HR-diagrammet, at tyngdeaccelerationen kan variere betydeligt for en given spektraltype, og dette også er tilfældet med styrken af Balmerlinierne for samme spektraltype, så vil variationen i β -indekset især for de tidlige spektraltyper være bestemt af variationen i tyngdeaccelerationen. Derved findes, at β -indekset er en g -relateret parameter for spektraltyperne indtil A0, og tilsvarende T_e -relateret for spektraltyperne senere end A3.

β -indekset modsvares derfor af c_1 -indekset i intervallet af B-type stjerner samt A4-F9 stjerner, og β og c_1 vil i disse intervaller give en effektiv 2-dimensional spektralklassifikation af karaktersættet (T_e, g) . Derimod har begge disse indeks en dårlig separation i området A0-A3, Balmerliniemaksimaet, hvorfor m_1 -indekset her ville være oplagt at medtage i overensstemmelse med $([m_1], [c_1])$ -diagrammet.

Men da m_1 tillige udmærker sig ved metallinieeffekter i en 3-dimensional spektralklassifikation, så vil det være bekvemt at vælge en anden T_e -relateret parameter for spektraltyperne A0-A3. Det viser sig, at en linarkombination af farveindeksene $(u-b)$ og $(b-y)$ giver en tilfredsstillende T_e -relateret parameter, idet $(u-b)$ er et mål for Balmerspringets størrelse og dermed T_e -relateret parameter for de tidlige spektraltyper, mens $(b-y)$ er mål for spektralgradienten og tilsvarende T_e -relateret parameter for de senere spektraltyper.

Tilsvarende vil en linarkombination af β og c_1 give en tilfredsstillende g -relateret parameter i spektralområdet A0-A3.

Det er derfor i praksis bekvemt at inddele $([m_1], [c_1])$ -diagrammet i et antal spektralområder, der hver tilordnes mindst 2 effektive fotometriske indeks til bedst at beskrive karaktersættet (T_e, g) . Man finder da, at de i $([m_1], [c_1])$ -diagrammet inddelte regioner i tidlige, mellemliggende og sene spektraltyper tilfredsstiller en sådan opdeling, og i tabellen herunder er sammenfattet de T_e - og g -relaterede effektive fotometriske indeks.

spektraltyper	T_e -relateret parameter	g -relateret parameter
B0-B9 (tidlige)	c_1	β
A0-A3 (mellemliggende)	$(u-b) + (b-y)$ eller m_1	$\beta + c_1$
A4-F9 (sene)	β	c_1

Tabel 2.1. Effektive fotometriske klassifikationsindeks.

O-type stjernerne tilhører de tidlige spektraltyper, men nogen klar separation af disse stjerners luminositetsklasser findes ikke, især for de tidlige O-stjerner.

For G-type og senere stjerner gør sig særlige forhold gældende, mest fordi β -indeksets følsomhed ophører som følge af Balmerliniestyrkernes aftagen. For spektraltyperne G0-G5 af ikke-rødfarvede stjerner vil en 2-dimensional spektralklassifikation dog kunne gennemføres ved at erstatte det T_e -relaterede β -indeks med farveindekset $(b-y)$, der er et mål for spektralgradienten.

2.2.1. De tidlige spektraltyper, B0-B9.

Som følge af det foregående vil (c_1, β) definere de fotometriske klassifikationsindeks for (T_e, g) i spektraltypeområdet B0-B9, og en afbildning af β -indekset som funktion af c_1 -indekset vil derfor være tilsvarende et HR-diagram.

Fordelene ved (c_1, β) -diagrammet er, at såvel β og tildels også c_1 er upåvirket af interstellar rødfarvning, og diagrammet er uafhængig af afstanden til stjernerne.

Figuren herunder viser et (c_1, β) -diagram for klare B-type stjerner, og diagrammets nedre begrænsning definerer aldernul-linien.

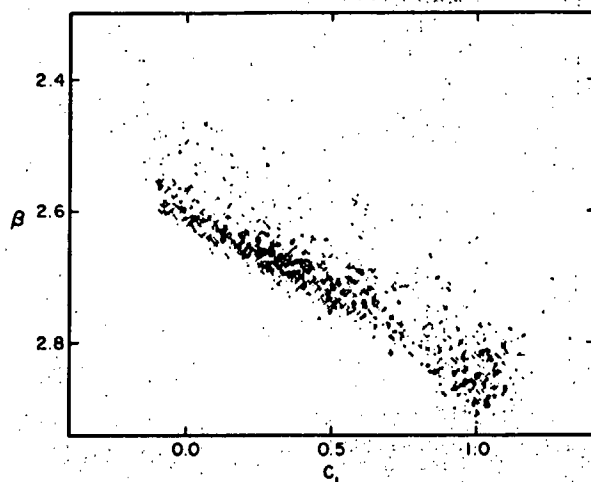


Fig. 2.9. (c_1, β) -diagram af klare B-stjerner. (fra ref. 4)

Aldernul-linien ses at udgøre en veldefineret ret linie, der dog begynder at afbøje nedad for $c_1 > 0,90$. Afbøjningen i aldernul-linien vil, som nævnt i forbindelse med fig. 2.7, kunne tillægges, at c_1 -indekset for de sene B-stjerner begynder at blive følsomt overfor luminositetseffekter.

Det ses videre, at c_0 og β for B-type stjerner vil være defineret ved

$$c_0 \in [-0,20, 1,20] \quad \text{og} \quad \beta \in [2,550, 2,900] \quad 2.14$$

og de tidlige B-stjerner er derfor befolket øverst til venstre i diagrammet med tiltagende spektraltyper ned langs aldernul-linien.

Spredningen over aldernul-linien for en given c_1 vil da tillægges luminositetseffekter og dermed senere udviklingsstadier i B-stjernerne. Dette gælder dog kun som en tilnærmelse, da de 2 fotometriske indeks ikke er ideelt entydige.

Udviklingseffekten for en given c_1 og dermed T_e kan da defineres ved

$$\delta\beta = \beta(\text{aldernul}) - \beta(\text{obs}) \quad 2.15$$

og på figuren herunder er skitseret luminositetsklassernes gennemsnitlige befolkning af B-stjerner henover (c_0, β) -diagrammet.

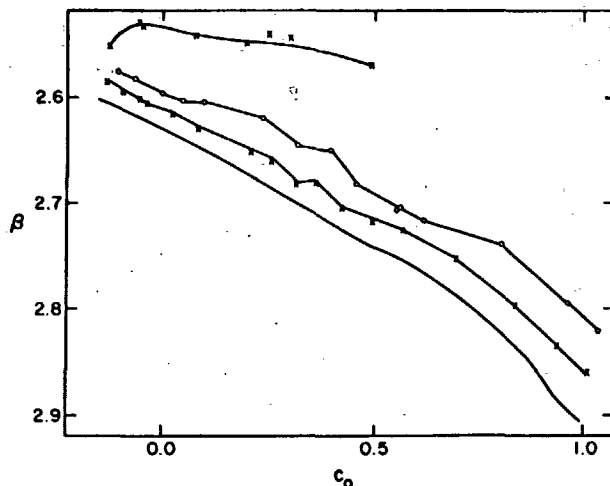


Fig. 2.10. B-stjernernes luminositetsklasser skitseret i (c_0, β) -diagram. Luminositetsklasse Ia er øverst, herefter er vist III, V og aldernull-linien er nederst. (fra ref. 4)

Hvordan spredningen for samme MK-klassifikation fordeler sig i (c_1, β) -diagrammet kan ses af følgende figur for B8 og B9 stjerner med luminositetsklasse V og III.

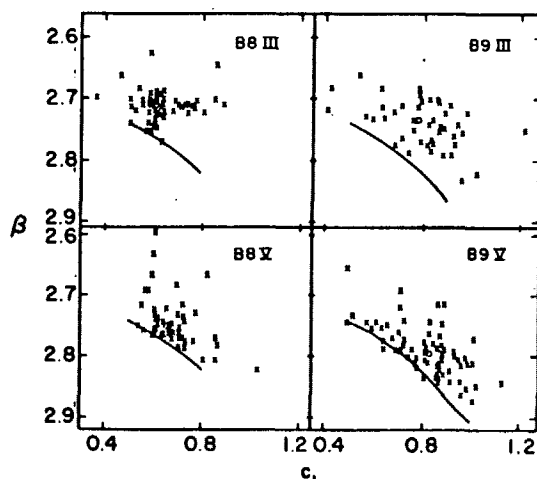


Fig. 2.11. (c_1, β) -diagrammer for B-stjerner af 4 forskellige MK-spektraltyper. (fra ref. 4)

Heraf ses, at overensstemmelsen mellem uvby, β -systemet og MK-klassifikationen, defineret ved UBV-systemet, er nogenlunde god. Endvidere understreger spredningen i fig. 2.12, at den mere skønmæssige MK-klassifikation dækker over relativt store astrofysiske forskelle.

2.2.2. De mellemliggende spektraltyper, A0-A3.

Omkring Balmerliniemaksimaet ved spektraltypen A2 sker der et jævnt skift mellem de 2 anvendte fotometriske indeks, c_1 og β , som henholdsvis T_e - og g -relateret parameter.

Derfor vil en linarkombination af farveindeksene $(u-b)$ og $(b-y)$ være en tilfredsstillende T_e -relateret parameter, og følgende linarkombination viser sig at være bekvem

$$a = (b-y) + 0,18((u-b) - 1,36) \quad 2.16$$

Denne er stort set en lineær funktion af den reciproke T_e igennem spektraltyperne A0-A3, og a -indekset er tilsvarende uafhængig af g for hovedseriestjerner i de mellemliggende spektraltyper.

Konstanten er valgt således, at nulpunktet sammenfalder med $(B-V)$ i UBV-systemet, og skalafaktoren er tilsvarende meget tæt på $(B-V)$, hvor $(B-V)$ dog tillige er afhængig af g . Indekset a vil være påvirket af interstellar rødfarvning, og her er farveexcessen stort set ens for a -indekset og $(B-V)$, idet $E(a) = 1,03E(B-V)$.

Som g -relateret parameter anvendes tilsvarende en linarkombination af β og $[c_1]$, her udtrykt ved Strömngren-notationen

$$r = (\beta - 2,565) - 0,35 [c_1] \quad 2.17$$

hvor konstanten er valgt således, at $r \cong 0$ på aldernullinien. Et ækvivalent udtryk ville findes med c_1 -indekset.

Derved vil et (a,r) -diagram udgøre en 2-dimensional klassifikation af stjerner med spektraltypen A0-A3, og diagrammet ville ligesom (c_1,β) -diagrammet for de tidlige spektraltyper være ækvivalent med et HR-diagram.

Følgende figur viser fordelingen af en række stjerner omkring den mellemliggende gruppe af spektraltyper i et (a,r)-diagram. Da a-indekset er påvirket af interstellar rødfarvning, er stjernerne begrænset til nærmere end 100 pc. MK-klassifikation med luminositetsklasse V, IV og III er angivet, og diagrammet viser også placeringen af nogle Ap- og Am-stjerner.

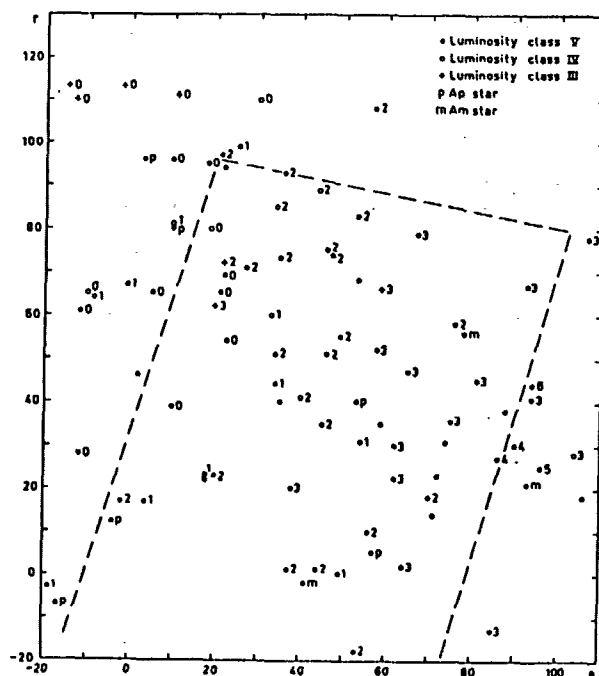


Fig. 2.12. (a,r)-diagram for mellemliggende spektraltyper nærmere end 100 pc. (fra ref. 20)

Den stiplede afgrænsning skitserer hovedserien i intervallet A0-A3, og det ses, at hovedserien befolker en stor dybde. Endvidere er luminositetsklasse III tydeligt adskilt over hovedserien.

Aldernul-linien findes at være meget tæt på $r \approx 0,00$, og hovedserien af A0-A3 stjerner vil være defineret af intervallerne

$$a \in [0,00, 0,80] \quad \text{og} \quad r \in [0,00, 1,00] \quad 2.18$$

Udviklingseffekten vil også her kunne udtrykkes ved det tilnærmede udtryk for et given a-indeks og dermed temperatur

$$\delta r = r(\text{obs}) - r(\text{aldernul}) \quad 2.19$$

Da a -indekset er påvirket af interstellar rødfarvning, så kan det eventuelt være bekvemt for A0-A3 stjerner udover 100 pc at benytte metallinie-indekset $[m_1]$ istedet for a -indekset som T_e -relateret parameter.

For normale stjerner, population I, kan man finde, at sammenhængen til $[m_1]$ -indekset er givet ved følgende lineære udtryk

$$[m_1] = 0,179 + 0,50a - 0,40r \quad 2.20$$

med den sædvanlige nøjagtighed på ca. 0,01.

Dette betyder, at spektralklassifikation af ikke-rødfarvede og rødfarvede A0-A3 stjerner kan foretages uafhængig af hinanden, og transformationen til ens parametre er relativ simpel.

2.2.3. De sene spektraltyper, A4-F9.

I denne region af $([m_1], [c_1])$ -diagrammet vil karaktersættet (T_e, g) i en 2-dimensional klassifikation være udtrykt ved parametersættet (β, c_1) .

Tilsvarende (c_1, β) -diagrammet for de tidlige spektraltyper, vil et (β, c_1) -diagram for A4-F9 stjerner være ækvivalent med HR-diagrammet. Figuren herunder viser et (β, c_1) -diagram for klare F-stjerner.

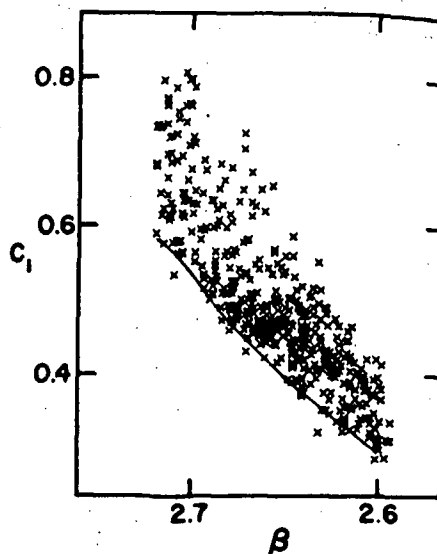


Fig. 2.13. (β, c_1) -diagram af klare F-stjerner. (fra ref. 3)

Ligeledes ses her aldernul-linien nederst i diagrammet. Den er en rimelig veldefineret ret linie, dog med undtagelse af en svag afbøjning nederst i diagrammet, hvilket følger af, at β -indekset med liniestyrkernes aftagen med spektraltypen efterhånden mister sin følsomhed.

Derved er de sene F-stjerner befolket nederst i diagrammet, og A-stjernerne ville da findes videre op til venstre i diagrammet. Som tilsvarende de tidligere spektraltyper vil spredningen over aldernul-linien kunne definere luminositetseffekter i A- og F-stjernernes udviklingsstadier. Dette er her givet ved det tilnærmede udtryk for et given β -indeks og dermed temperatur

$$\delta c_1 = c_1(\text{obs}) - c_1(\text{aldernul}) \quad 2.20$$

Fordelingen i (β, c_1) -diagrammet for A- og F-stjerner er derfor ækvivalent med den spektrale fordeling af B-stjerner i (c_1, β) -diagrammet (fig. 2.9). Grænserne for β -indekset for A-stjerner senere end spektraltypen A3 vil være defineret ved

$$\beta \in [2,890, 2,720] \quad 2.21$$

og tilsvarende er grænserne for F-stjernerne defineret ved

$$\beta \in [2,720, 2,600] \quad 2.22$$

Af $([m_1], [c_1])$ -diagrammet fremgår, at c_1 -indekset for A- og F-stjerner stort set er defineret i samme interval som c_1 -indekset for B-stjernerne. Derfor kan f.eks. en af de sene B-stjerner have identiske β - og c_1 -indeks med en af de sene A-stjerner, men en tilføjelse af m_1 -indekset vil klart separere de 2 forskellige spektraltyper. Dette fremgår af figuren herunder.

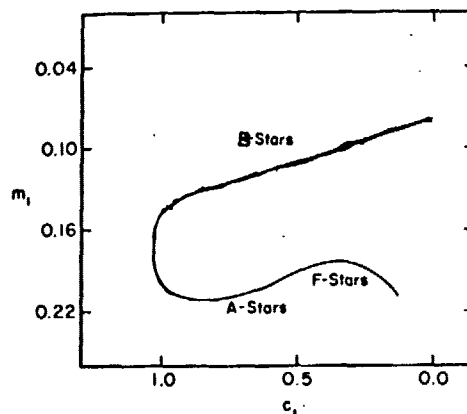


Fig. 2.14. Sekvensen af B-, A- og F-hovedseriestjerner i et (c_1, m_1) -diagram. (fra ref. 4)

Et (c_1, m_1) -diagram vil derfor kunne anvendes, når spektraltypen er ukendt, udover at separere f.eks. peculiære eller metallinie-stjerner.

2.3. SEKUNDÆRE EFFEKTER VED uvby, β -SPEKTRALKLASSIFIKATION.

De fotometriske indeks, der anvendes i den 2-dimensionale spektralklassifikation af B-, A- og F-stjerner, vil i visse områder af spektraltyperne findes at have relativt små gensidige effekter. Dette er en følge af, at de fotometriske indeks ikke er uafhængige med hensyn til de relaterede astrofysiske parametre, og de er derfor valgt således, at effekten stort set kan regnes for forsvindende.

Herudover kan der findes sekundære effekter, der følger af andre fysiske parametres indflydelse på uvby, β -systemet, end de til spektralklassifikationen relaterede T_e - og g -parametre.

En sådan sekundær effekt, der signifikant kan påvirke uvby, β -systemet, er allerede behandlet rødfarvningseffekter, der skyldes den interstellare absorption, og som almindeligvis findes at være forsvindende for stjerner nærmere end 100 pc.

Der kan imidlertid forventes andre mere eller mindre signifikante sekundære effekter, der i dette og de følgende afsnit vil blive behandlet.

De effekter, der kan være tale om, fremgår af tabellen herunder, og tabellen viser hvilke områder af spektraltyper effekten vil være dominerende i uvby, β -systemet. Dertil er angivet den typiske absolutte afvigelse på det relevante fotometriske indeks, der knytter sig til den pågældende sekundære effekt.

emissionslinje-stjerner: 1. B- og tidlige A-superkemper 2. B-hovedseriestjerner	$\Delta\beta < 0,05$ $\Delta\beta \sim 0,05-0,10$
B- og tidlige A-egenrotationsstjerner	$\Delta\beta(M_V) \sim 0,006-0,012$
peculiare B- og A-stjerner	$\Delta m_1 \sim 0,06$
A-metalliniestjerner	$\Delta m_1 \sim 0,05$
generelle stofsammensætnings-effekter: 1. population II F-stjerner 2. variationer i det relative heliumindhold i B-stjerner	$\Delta m_1 \sim 0,05-0,10$ $\Delta\beta(M_V) < 0,01$

Tabel 2.2. Sekundære effekter ved uvby, β -systemet.

De til stofsammensætningen tilknyttede effekter vil generelt kunne separeres med metallinieindekset m_1 , og tilsvarende vil de være muligt at adskille emissionslinie-stjernerne.

Endvidere indgår mange B-type stjerner i dobbeltstjernesystemer, og dette kan give sig udtryk ved, at de fotometriske indeks dels bliver en overlejring af bidrag fra 2 stjerner, og dels kan være variable. Man vil derfor normalt ikke medtage erkendte dobbeltstjerner i $uvby, \beta$ -spektralklassifikation, idet en korrektion af denne effekt ofte er forbundet med store usikkerheder.

2.3.1. Emissionslinie-effekter.

I visse stjerner af tidlige og mellemliggende spektraltyper kan der ses emissionslinier, der dannes i udstrakte og tynde stjerneatmosfærer. Effekten vil derfor have indflydelse på β -indekset, der kan reduceres betydeligt.

Der vil deraf være 3 kategorier af stjerner, der kan have tilpas kolde stjerneatmosfærer, hvor emissionslinier kan dannes. Disse kan være O- og tidlige B-stjerner i alle luminositetsklasser, superkæmper af B- og tidlige A-stjerner samt B-stjerner i hovedserien, der på grund af egenrotation får udstrakt stjerneatmosfære relativt til ikke-roterende B-stjerner.

Emissionslinie-stjerner vil kunne separeres i f.eks. et (β, α) -diagram, hvor stjernerne her måles såvel i Balmerlinien H_β som H_α . Da både β - og α -indekset er en g -relateret parameter i disse spektraltyper, vil de normale stjerner fordele sig på en veldefineret sekvens med stigende luminositet for aftagende β - og α -indeks, og emissionslinie-stjerner vil forventes at afvige fra sekvensen med reducerede indeks. Et sådan diagram for B-stjerner er vist på figuren øverst på næste side.

Alle 3 kategorier af emissionslinie-stjerner er her repræsenteret. Afbøjningen af sekvensen øverst i diagrammet svarer til emissionslinie-effekter hos de tidlige og store B-stjerner i alle luminositetsklasser. Senere B-stjerner i luminositetsklasse Ia vil tilsvarende være fordelt langs hovedsekvensens øvre del til venstre i diagrammet.

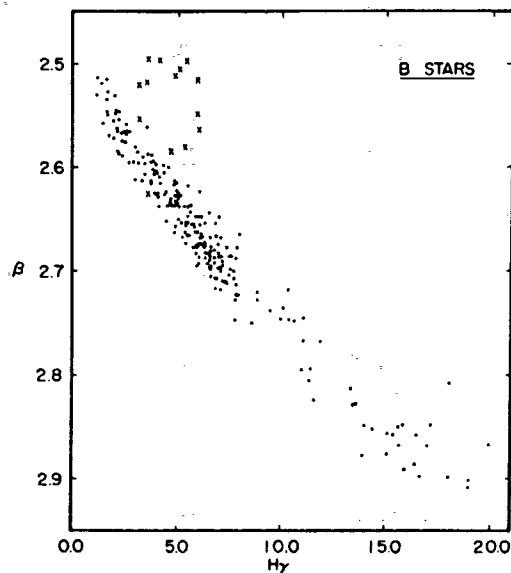


Fig. 2.15. (β, α) -diagram af B-type stjerner. (fra ref. 2)

Det ses, at emissionslinie-effekten for disse 2 kategorier af Be-stjerner er relativ lille, svarende til at afvigelsen i β fra den lineære sekvens er mindre end $\Delta\beta < 0,05$.

Derimod ses i (β, α) -diagrammet en gruppe stjerner, der afviger markant over hovedsekvensen. Disse er hurtigtroterende hovedseriestjerner af B-typen, der typisk ses at give en afvigelse i β på $\Delta\beta = 0,05-0,15$. Denne sidste kategori af Be-stjerner vil derfor ofte i den 2-dimensionale klassifikation fejlagtigt opfattes som superkæmper ved et givent α_1 -indeks og dermed temperatur, og enkelte Be-stjerner vil kunne falde helt udenfor β -intervallet af af B-stjerner ($\beta < 2,50$).

Iøvrigt fremgår det af diagrammet, at den relative afvigelse i β -indekset er mindre end afvigelsen i α -indekset, og der gælder derfor også, at den relative emissionslinie-effekt er aftagende med stigende Balmerlinie-indeks. Hvis effektens størrelse derfor ikke er bestemt i et (β, α) -diagram, så vil man f.eks. kunne benytte et δ -indeks fra Balmerlinien $H\delta$, hvor emissionslinie-effekten er relativ lille, til erstatning for det g -relaterede β -indeks.

2.3.2. Egenrotationseffekter.

Som allerede nævnt vil stjerner med egenrotation skabe et centrifugalpotentiale, der er modsatrettet tyngdepotentialet, hvilket gør stjerneatmosfæren lidt tyndere og koldere end den ellers ville være. Dette kan føre til emissionslinier, der betyder en direkte effekt på β -indekset, som det er set af det foregående afsnit.

Der vil imidlertid også være en indirekte effekt på β -indekset, som følge af egenrotation. Den tilsyneladende reduktion i tyngdeaccelerationen, der herved ses, betyder at stjernens absolutte lysstyrke bliver lidt større end tilsvarende stjerner uden egenrotation. Hurtigtroterende B-stjerner ses derfor i HR-diagrammet at ligge lidt over hovedserien.

Ved anvendelse af en kalibrering af M_v og β (se kap. 2.4) vil β -indekset af egenroterende stjerner ikke entydigt være bestemt af tyngdeaccelerationen g , men af såvel g som centrifugalaccelerationen a_c , når der iøvrigt ses bort fra emissionslinieeffekter og spektraltypeeffekter.

Egenrotationseffekten på β -indekset vil således afhænge af den ækvatoriale rotationshastighed og vinklen imellem rotationsaksen og synslinien, $v \cdot \sin(i)$. Størrelsesordenen af disse egenrotationseffekter kan relativt nemt beregnes, idet centrifugalaccelerationen er givet ved

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

hvor stjernehastigheden er givet ved

$$R = \sqrt{\frac{GM}{g}}$$

Derved kan centrifugalaccelerationen udtrykkes

$$a_c = \frac{v^2}{R_0 \sqrt{\frac{M}{M_0} \frac{g_0}{g}}}$$

med stjernemassen (M) og tyngdeaccelerationen (g) angivet relativt til solen, og hvor $R_0 = 6,96 \cdot 10^8$ m.

I tabel 1.3 (side 38) er givet de relative værdier for hovedseriestjerner, og det ses for fastholdt rotationshastighed, at a_c reduceres mod tidligere spektraltyper.

I praksis findes de største egenrotationshastigheder blandt de tidlige hovedseriestjerner, og for B-hovedseriestjerner er middelerotationshastigheden af størrelsesordenen 200 km/s.

For en B5 V stjerne er opgivet værdierne $M/M_\odot = 6$ og $g/g_\odot = 0,4$, og forholdet mellem centrifugal- og tyngdeaccelerationen bliver i middel da

$$\frac{a_c}{g} = 0,14$$

hvor der er anvendt $g_\odot = 274 \text{ m/s}^2$.

Derved kan det findes, at middelforholdet for B- og tidlige A-stjerner er $a_c/g = 0,1-0,2$ med den største effekt omkring de sene B-stjerner.

For at finde effekten i M_v , udtrykt relativt til tilsvarende ikke-roterende stjerner, anvendes relationen $\log(L) \cong k - 0,4M_v$ (se side 35), og der gælder derfor

$$\log\left(1 - \frac{a_c}{g}\right) \cong -0,4\Delta M_v$$

I kalibreringen af M_v og β vil der findes at gælde, at $\Delta\beta \cong 0,05\Delta M_v$, og med de givne afvigelser bliver rotationseffekten i middel på β -indekset for B- og tidlige A-stjerner $\Delta\beta = 0,006-0,012$.

For de senere spektraltyper skulle umiddelbart forventes større effekt, men da rotationshastighederne her er noget mindre, bliver rotationseffekten i middel for de senere A-stjerner $\Delta\beta = 0,003-0,006$.

Det vil heraf kunne konkluderes, at rotationseffekter i uvby, β -systemet generelt vil være forsvindende, og da effekten er proportional med v^2 , så vil der kun på enkelte hurtigtroterende stjerner ($>250 \text{ km/s}$) forventes at findes signifikante effekter.

2.3.3. Peculiær og metallinie-effekter.

Afviigelser i de fotometriske indeks, som følge af forskelle i stjernernes stofsammensætning er almindeligt forekomne, og her- til er defineret metallinie-indekset m_1 , der vil være et mål for variationen i stofhyppigheder af tungere grundstoffer. I dette og det følgende afsnit vil disse effekter beskrives, og dermed give grundlag for den 3-dimensionale spektralklassifikation i uvby, β -systemet.

Peculiære og metallinie-stjerner er 2 kategorier af stjerner med afvigende stofsammensætninger. Metallinie-stjernerne er karakteriseret ved generelt at have et unormalt stort metalindhold for spektraltypen, og de findes almindeligvis i intervallet af A-type stjerner med en typisk afvigelse i metallinie-indekset på $\Delta m_1 \cong 0,05$, relativt til tilsvarende normale stjerner.

Derimod er peculiære stjerner karakteriseret ved enkelte liniers uforholdsmæssigt store metalindhold, og de findes hyppigt i spektraltyperne B- og A-stjerner med typiske afvigelser på $\Delta m_1 \cong 0,06$. Det er især linier af grundstoffer som Sr, Cr og Eu, der herved kan være betydende for uvby, β -systemets fotometriske indeks. Der findes dog også enkelte peculiære stjerner med unormalt lavt indhold af enkelte metaller.

For stjernehohe, hvor det kan antages, at stjernerne stort set har samme alder, vil en afbildning af metallinie-indekset m_1 som funktion af den temperaturrelaterede parameter derfor udgøre en veldefineret sekvens, idet der ikke forventes afvigende udviklings-effekter.

På figuren øverst næste side er anvendt en sådan sekvens af F-stjerner i stjernehohe Hyaderne som basislinie i et (β, m_1) -diagram. Hyaderne er en ung og ikke-udviklet stjernehohe, hvorfor der ikke vil forekomme nogen eventuelle udviklingseffekter i de fotometriske indeks.

Øvrige F-stjerner vil da, som det fremgår af figuren, fordele sig om denne basislinie med en variation, der afhænger af indholdet af tungere grundstoffer, når der ses bort fra evt. udviklingseffekters indflydelse på m_1 .

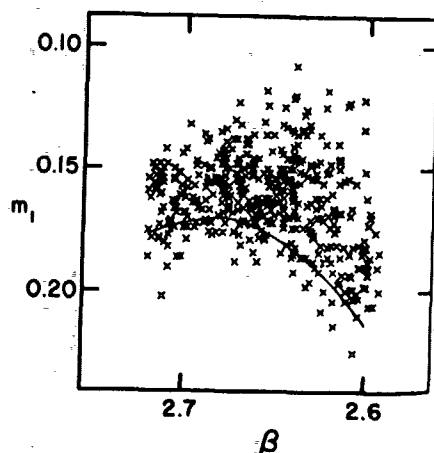


Fig. 2.16. (β, m_1) -diagram af klare F-stjerner, og med indlagt Hyade-basislinie. (fra ref. 3)

Metallinie-stjerner er da fordelt under basislinien, og det stort befolkede område over basislinien er stjerner med relativt lille metalindhold, population II stjerner, der bliver hyppigere med spektraltypen.

Effekten af variationen i indholdet af tungere grundstoffer vil derved kunne udtrykkes relativt til basisliniens standardindhold

$$\delta m_1 = m_1(\text{standard}) - m_1(\text{obs}) \quad 2.23$$

At det T_e -relaterede β -indeks for F- og snere A-stjerner stort set er en uafhængig parameter, ses af figuren herunder, hvor det også ses, at UBV-systemet er udpræget gensidigt afhængige.

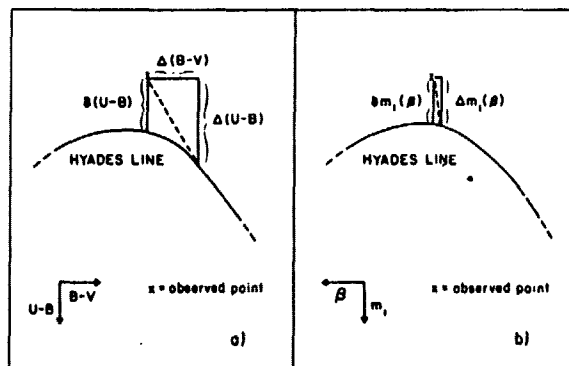


Fig. 2.17. $\delta m_1(\beta)$ skematisk vist, og tilsvarende for UBV-systemet. (fra ref. 3)

Tilsvarende vil det kunne antages, at m_1 og c_1 er uafhængige parametre for F- og senere A-stjerner, og det betyder, at effekten af tungere grundstoffer er uafhængige af luminositetseffekter.

Eksempelvis for de tidlige spektraltyper, B-stjernerne, hvor c_1 -indekset er den T_e -relaterede parameter, ville (c_1, m_1) -diagrammet udgøre samme 3-dimensionale spektralklassifikation (se f.eks. fig. 2.14, side 62). Det viser sig dog her, at c_1 - og m_1 -indekset i nogen grad er gensidigt afhængige, men effekten er lille.

2.3.4. Generelle stofsammensætnings-effekter.

Som det fremgik af foregående afsnit, findes der en del population II stjerner blandt F-stjerner. Dette er en konsekvens af, at de senere spektraltyper bliver relativt gamle, og derfor vil der findes gamle F-, G- og K-stjerner, der i deres dannelse kun er relativt lidt beriget med tungere grundstoffer, og derfor tilhører population II stjernerne. Dette kan ses af tabellen herunder, der skitserer typiske karakteristika ved populationerne.

Population	Halo (ekstrem) population II	Intermediær population II	Skive population	Intermediær population I	Ekstrem population I
Typiske medlemmer	Kugleformede hobe subdværge RR lysse variable med $P > 0.4$ dagn	Hurtigløbere langp. variable med $P < 250$ dagn	Novae, planetariske tåger, lyssterke røde kæmper, G og K kæmpe med svage linier; Solen	A stjerner, normale kæmper, chæmpe med stærke linier	O og B stjerner klassiske cepheider F Tauri stjerner interstellært stof
$\langle z \rangle$ pc	2000	700	400	160	120
$\langle w \rangle$ km/sec	75	25	16	10	8
Aksforhold	2	5	25	50	100
Koncentration mod centrum	stærk	stærk	stærk	ringe	ringe
Fordeling	jævn	jævn	jævn	ujævn i spiralarmer	ujævn i spiralarmer
z	0.001	0.005	0.01 - 0.02	0.02	0.03
Alder i 10^8 år	12 - 15	10 - 15	2 - 12	0.1 - 2	0.1

Tabel 2.3. Oversigt over populationernes karakteristiske egenskaber. (fra ref. 1)

I relation til (β, m_1) -diagrammet i forrige afsnit (fig. 2.16) er ca. 10% af F-stjernerne i solens omegn intermediære population II stjerner, og de findes at have en afvigelse i m_1 -indekset fra basislinien på $\Delta m_1 = 0,050-0,080$. Der vil også kunne findes enkelte ekstreme population II stjerner af F-typen i solens omegn, hvor afvigelsen da vil være givet ved $\Delta m_1 > 0,080$.

Ved normale intermediære population I stjerner af F-typen med en typisk stofsammensætning på $(X, Y, Z) = (0,70, 0,28, 0,02)$ vil afvigelsen være mindre end $\Delta m_1 < 0,025$.

Der er således en betydelig variation i m_1 , som følge af forskelle i indholdet af tungere grundstoffer. For de sene spektraltyper vil denne variation ikke have indflydelse på den 2-dimensionale spektralklassifikation med uafhængige β - og c_1 -indeks. Det samme er tilfældet ved den 2-dimensionale klassifikation med a - og r -indeks i de mellemliggende spektraltyper, A0-A3 stjerner. derimod kan peculiære og metallinie-stjerner i de tidlige spektraltyper have en vis, omend lille, indflydelse på det T_e -relaterede c_1 -indeks.

Den sidste af de mulige sekundære effekter, der skal omtales, er forskelle i heliumindholdet relativt til hydrogen, idet det relative heliumindhold ved stjernedannelsen kan variere af størrelsesordenen $Y = 0,3-0,4$.

Da stofsammensætningen ved stjernedannelsen har indflydelse på strukturen og dermed T_e og g , så vil det dels betyde, at en ændring i det relative indhold af helium for en given T_e vil give en ændring i g . Men det betyder dels også, at ionisationsforholdene og dermed absorptionen i stjerneatmosfæren ændres.

Det viser sig, at den sidste af disse effekter er langt den største og derfor den mest interessante. For sene B-stjerner, hvor hydrogenet i stjerneatmosfæren for størstedelen er ioniseret, og derfor kun relativt lidt deltager i absorptionen, så er det tilstedeværende helium neutralt. Her kan man finde, at ændringen i det g -relaterede β -indeks, der følger af et relativt heliumindhold fra 0 til Y , vil være udtrykt ved, at g forøges med en faktor $(1 - 7/8Y)^{-1}$.

Med en given T_e vil forholdet mellem tyngdeaccelerationerne (g_1 og g_2) for 2 stjerner med det relative heliumindhold (Y_1 og Y_2) derfor være

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{1 - 7/8Y_2}{1 - 7/8Y_1}$$

og anvendes $\log(L)-M_V(\beta)$ relationen vil der gælde

$$\log(g_1/g_2) \approx -0,4\Delta M_V \approx -8\Delta\beta$$

Heraf kan afvigelsen i β -indekset ved forskelle i heliumindholdet findes til

$$\Delta\beta \cong 1/8 \log(1 - 7/8Y_1) - 1/8 \log(1 - 7/8Y_2)$$

og med de typiske grænser af relativt heliumindhold på $Y_1 = 0,3$ og $Y_2 = 0,4$ findes en forskel i β -indekset på $\Delta\beta \cong 0,007$, der er mindre end standardafvigelsen på målte β -indeks. Det kan derfor antages, at variationer i heliumindholdet ingen signifikant effekt har i uvby, β -systemet.

2.4. $M_V(\beta)$ -KALIBRERING AF B-, A- OG F-STJERNER.

En kalibrering af den absolutte størrelsesklasse M_V og β -indekset for B-, A- og F-stjerner kan være nyttigt til undersøgelse af de galaktiske strukturer. Da M_V er defineret ved den tilsyneladende størrelsesklasse og afstanden til stjernen, så vil en kalibrering af M_V og β -indekset bl.a. kunne klarlægge fordelingen af stjerner med hensyn til spektraltypen, luminositetsklasse, stofsammensætning m.v.. Som sideeffekt vil $M_V(\beta)$ -kalibreringen kunne fastlægge fordelingen af det interstellære stof i solens omegn.

Kalibreringen har dog også astrofysisk interesse, idet den som antydtes i afsnit 2.1 vil kunne anvendes til bestemmelse af parametre som T_e , g og $[Fe/H]$, og dermed de grundlæggende astrofysiske parametre, stjernemasse og -alder. $[Fe/H]$ udtrykker det relative indhold af jern og dermed tungere grundstoffer.

Som det var tilfældet i den 2-dimensionale spektralklassifikation, vil det være nødvendigt at opdele stjernerne i tidlige, mellemliggende og sene spektraltyper, idet β -indekset for B-stjerner stort set er defineret i samme interval som A- og F-stjerner.

De mellemliggende spektraltyper, A0-A3 stjerner, vil omkring Balmerliniemaksimaet findes at have en meget lille og ikke-entydig variation i β -indekset. Derfor kan man i $M_V(\beta)$ -kalibreringen for de mellemliggende spektraltyper fordele A0- og A1-stjernerne på de tidlige spektraltyper, og tilsvarende fordeles A2- og A3-stjernerne på de sene spektraltyper.

Hvis en 2-dimensional spektralklassifikation er foretaget med parametersættet (a,r) , så kan man iøvrigt finde, at M_V for de mellemliggende spektraltyper vil være udtrykt ved

$$M_V = 1,5 + 6,0a - 17,0r$$

Men for en $M_V(\beta)$ -kalibrering af B-stjerner samt F- og senere A-stjerner vil det være bekvemt at starte med kalibreringen af F-stjerner, idet disse har en tættere fordeling i solens omegn, og de derfor er generelt tættere på solen end B- og A-stjerner.

Det betyder dels, at mange F-stjerner har målelige trigonometriske parallakser (se afsnit 2.4.1), der kan anvendes til nulpunkts-bestemmelse i kalibreringen, og dels vil der være et meget stort antal F-stjerner nærmere end 100 pc, som derfor kan antages at være fri for rødfarvningseffekter. Der vil dog være den ulempe ved F-stjernerne, at de generelt kan variere betydeligt i indholdet af tungere grundstoffer, men da β -indekset stort set er uafhængig af metallinitetsindekset m_1 , vil effekten være meget lille.

Til kalibrering af B-, A- og F-stjerner vil det være bekvemt at benytte data fra stjernehober, idet stjernerne i den enkelte hobe kan antages at have samme afstandsmodul $V_0 - M_V$, og da de tilsvarende kan antages at have samme alder, vil de udgøre en veldefineret sekvens i et (β, V_0) -diagram, hvor V_0 er stjernehobens tilsyneladende størrelsesklasse.

Sekvenser med B-stjerner eller A- og F-stjerner fra forskellige hober vil da kunne overlejes til at fastlægge kurveformen i $M_V(\beta)$ -kalibreringen. Nulpunktet i A- og F-stjerne kalibreringen kan da bestemmes af parallaksemålinger på F-stjerner. Herefter vil hober med både B- og F-stjerner kunne anvendes til bestemmelse af nulpunktet i B-stjerne kalibreringen, idet disse hober afstandsmodul er kendt fra F-stjerne kalibreringen.

2.4.1. Afstandsbestemmelse i solens omegn.

Inden der gives en beskrivelse af kalibreringen af M_V og β for B-, A- og F-stjerner, skal dette afsnit give et rids af de metoder til afstandsbestemmelse, der er anvendt som grundlag for kalibreringens nulpunkts-bestemmelse.

I sidste ende hviler langt de fleste metoder til afstandsbestemmelse på kendskabet til den astronomiske enhed (AU). Basislinien mellem solen og jorden definerer 1AU som meget nær jordbanens halve storakse.

Under jordens årlige bevægelse om solen vil retningen til stjernerne ændres lidt, og stjernerne vil tilsyneladende ses at bevæge sig

rundt i små cirkler. Radius i disse cirkler kaldes den årlige paral-
lakse (π), der angives i buesekunder.

Dermed defineres den fundamentale astronomiske længdeenhed parsec
som den afstand, hvorfra man ser 1 AU under en vinkel på 1 bue-
sekund. Afstanden til stjernen er da givet ved

$$r = \frac{1}{\pi''} \text{ pc}$$

Ved parallaksemålinger bliver stjernens absolutte størrelsesklasse
derfor

$$M_v = V_o + 5 - 5 \log(1/\pi'')$$

Stjerner, der er relativt tæt på solen, vil have målelige parallak-
ser, der kan bestemme afstanden til stjernen, men f.eks. for stjer-
ner med parallakser mindre end $\pi < 0,02''$, svarende til $r > 50$ pc, vil
usikkerheden på afstanden være større end 50%. Metoden er derfor
normalt kun brugbar for et begrænset antal stjerner, hvor afstanden
er mindre end 30 pc.

De stjerner, der har tilfredsstillende målelige parallakser, vil
kunne anvendes til at bestemme afstanden til øvrige stjerner af
samme MK-klassifikation, idet den absolutte størrelsesklasse vil
være kendt, og afstanden er derfor bestemt af den tilsyneladende
størrelsesklasse ved

$$\log(r) = \frac{(V_o - M_v)}{5} + 1$$

En anden metode til afstandsbestemmelse af stjerner meget tæt på
solen er ved interferometriske målinger. Disse vil kunne anvendes
på stjerner med målelige vinkeldiametre.

En stjernes vinkeldiameter (d''), der er en meget lille vinkel, vil
her kunne udtrykkes ved afstanden til stjernen (r) og stjerneverradius
(R)

$$2R = r d''$$

Relativt til solen bliver dette

$$\frac{R}{R_o} = \frac{r}{r_o} \frac{d''}{d''_o}$$

og afstanden til stjernen vil da være bestemt af vinkeldiameteren, idet r_{\odot} og d_{\odot}'' er kendte værdier, og R/R_{\odot} kan findes, når MK-klassifikationen er kendt. Tilsvarende kan M_v findes, når vinkeldiameteren er bestemt.

Nøjagtigheden på målinger af vinkeldiameter er omkring $0,0001$, men da usikkerheden på R/R_{\odot} er relativ stor, er det tilsvarende her normalt kun stjerner nærmere end 30 pc, der vil kunne bestemmes interferometrisk.

2.4.2. $M_v(\beta)$ -kalibrering af F- og A-stjerner.

Som det fremgik af det indledende afsnit til $M_v(\beta)$ -kalibreringen, er der store fordele ved at begynde med en kalibrering af F-stjerner, og da A-stjerner (senere end A1) kan tillægges samme gruppe af spektraltyper med hensyn til de relaterede fotometriske indeks, så vil disse tillige kunne medtages i samme kalibrering.

Da β -indekset er en T_e -relateret parameter vil en afbildning af stjernernes tilsyneladende størrelsesklasse (V_0) som funktion af β for A- og F-stjerner i en stjernebob kunne definere aldernullinien, hvis de pågældende stjerner er hovedseriestjerner. Man kan derfor forvente veldefinerede aldernullinier i unge, ikke-udviklede stjernebob, og figuren herunder viser (β, V_0) -diagrammer for A- og F-stjerner i bobene α -Persei og Pleiaderne, der er relativt unge bob.

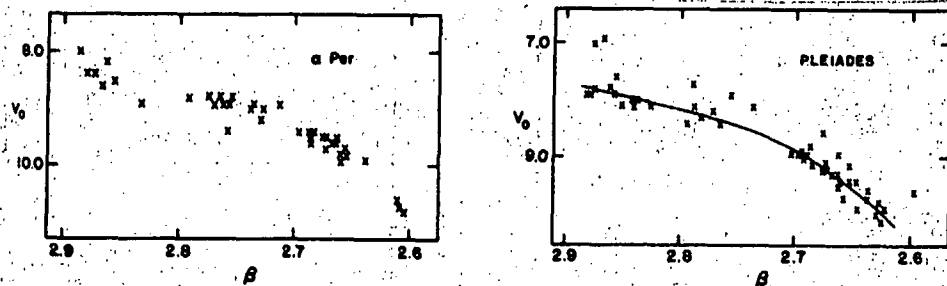


Fig. 2.18. (β, V_0) -diagram for A- og F-stjerner i stjernebobene α -Per og Pleiaderne. (fra ref. 3)

Stjernerne ses at ligge på veldefinerede sekvenser, hvor aldernullinien er skitseret hos Pleiaderne. Der ses endvidere en afbøjning opad til venstre i (β, V_0) -diagrammet i stjernehoen α -Per. Dette betyder, at de tidlige A-stjerner i hoen er begyndt at udvikle sig væk fra hovedserien, hvilket er i overensstemmelse med, at de tungere stjerner befinder sig i hovedserien i kortest tid.

Tilsvarende vil det være muligt at anvende langt mere udviklede stjernehoer i kalibreringen, idet disse blot korrigeres for udviklingseffekter.

I den 2-dimensionale spektralklassifikation blev udviklingseffekten for F- og senere A-stjerner udtrykt ved

$$\delta c_1 = c_1(\text{obs}) - c_1(\text{aldernul})$$

Da c_1 for A- og F-stjerner er relateret til M_V , vil man derfor antage at udviklingseffekten udtrykt i M_V kan skrives

$$\begin{aligned} \delta M_V &= f \cdot \delta c_1 = M_V(\text{aldernul}) - M_V(\text{obs}) \\ &= V_0(\text{aldernul}) - V_0(\text{obs}) \end{aligned} \quad 2.24$$

hvor f er en funktion af β -indekset og dermed spektraltypen.

Empirisk kan man finde, at for F-stjerner er f givet ved

$$f = 9 + 20\Delta\beta \quad 2.25$$

hvor $\Delta\beta = 2,720 - \beta$.

Det viser sig derved, at $f=9$ for en F0-stjerne og $f=11$ for en F9-stjerne, og F-stjernerne i almindelighed findes at have en tilsyneladende størrelsesklasse, korrigeret for udviklingseffekter, på

$$V_0(\text{aldernul}) = V_0(\text{obs}) + \delta c_1(9 + 20\Delta\beta) \quad 2.26$$

Et ækvivalent udtryk for korrektion af udviklingseffekter kan findes for A-stjernerne.

Efter korrektion af evt. udviklingseffekter kan aldernullinie-sekvenser fra et antal stjernehoer overlejres hinanden, og ved fastholdt β -indeks herefter forskydes lodret indtil en middelsekvens, der bedst passer de individuelle sekvenser, kan tegnes. For de 2 stjernehoer i fig. 2.18 ses, at en sådan overlejring af aldernul-sekvenser er relativt problemfri.

Til nulpunkts-bestemmelse benyttes nu et antal A- og F-stjerner med store trigonometriske parallakser. For disse bestemmes M_V som beskrevet i det foregående afsnit, og stjernerne korrigeres for evt. udviklingseffekter på tilsvarende måde som for stjernebobene. En afbildning af de parallakse-bestemte A- og F-stjerner i et (β, M_V) -diagram vil tilsvarende give en veldefineret aldernul-linie, dog bestemt af et relativt lille antal stjerner. Dette ses i figuren herunder, hvor stjernerne er markeret før korrektion af evt. udviklingseffekter ($M_V(\text{obs})$) og korrektionseffekten (ΔM_V) er vist ved de lodrette liniestykker forbundet med $M_V(\text{obs})$.

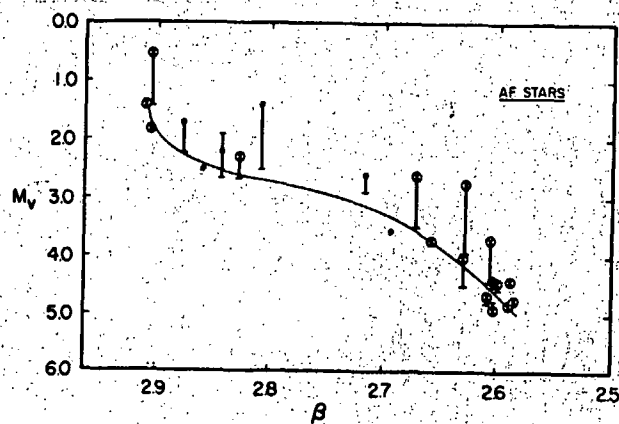


Fig. 2.19. (β, M_V) -diagram af A- og F-stjerner bestemt ved parallakse-målinger. Korrektion af udviklingseffekter er vist. (fra ref. 2)

Middelsekvensen fra stjernebobene overlejres nu med den parallakse-bestemte aldernul-linie, og resultatet vil give en veldefineret $M_V(\beta)$ -kalibreringskurve for A- og F-stjerner med en nøjagtighed på den individuelle stjerne af størrelsesordenen $\Delta M_V \approx 0,2$.

Som sideeffekt giver denne kalibrering automatisk afstandsmodulet $V_0 - M_V$ for de enkelte stjernebøbe, der er anvendt, og dermed afstanden til hoben.

De 2 stjernebøbe i fig. 2.18, α -Per og Pleiaderne, findes derved at have afstandsmodulet bestemt til

$$\alpha\text{-Per} \quad V_0 - M_V = 6,2$$

$$\text{Pleiaderne} \quad V_0 - M_V = 5,5$$

I tabellen herunder er der givet resultaterne for en sådan kalibrering af M_v og β for F-stjerner, og endvidere er angivet de tilhørende farveindeks ($b-y$), m_1 og c_1 .

β	($b-y$)	m_1	c_1	$M_v(\text{ZAMS}, \beta)$
2.720	0.222	0.177	0.580	3.14
2.710	0.233	0.174	0.560	3.21
2.700	0.245	0.172	0.530	3.29
2.690	0.258	0.171	0.495	3.38
2.680	0.271	0.170	0.465	3.48
2.670	0.284	0.171	0.440	3.60
2.660	0.298	0.174	0.415	3.74
2.650	0.313	0.178	0.390	3.88
2.640	0.328	0.183	0.370	4.04
2.630	0.344	0.189	0.350	4.20
2.620	0.360	0.196	0.330	4.36
2.610	0.377	0.204	0.310	4.52
2.600	0.394	0.214	0.290	4.70
2.590	0.412	0.226	0.270	4.90

Tabel 2.4. Standardrelationer for $M_v(\beta)$ -kalibrering af F-stjerner. (fra ref. 3)

2.4.3. $M_v(\beta)$ -kalibrering af B-stjerner.

Teknikken ved kalibrering af B-type stjerner adskiller sig ikke væsentligt fra $M_v(\beta)$ -kalibreringen af A- og F-stjerner, men da B-stjernerne generelt findes på større afstande, betyder det, at ingen B-stjerner har trigonometriske parallakser, der er tilstrækkeligt store. De vil generelt også være påvirket af rødfarvning, men dette har dog ingen indflydelse på β -indekset og stort set heller ikke på c_1 -indekset.

Endvidere indgår mange B-stjerner i dobbeltstjernesystemer, og der kan findes Be-stjerner, hvor β -indekset er betydeligt reduceret som følge af egenrotation. Hvis sådanne effekter erkendes vil de normalt ikke medtages i $M_v(\beta)$ -kalibreringen.

Igen anvendes stjernehober til bestemmelse af kurveformen i alderssekvenser af B-stjerner i de individuelle hober. Figuren øverst på næste side viser (β, V_0) -diagrammer med indtegnede alderssekvenser af stjernehoberne IC 2391 og Orion. Da B-stjernerne kun befinder sig i hovedserien i relativ kort tid, vil B-stjerner i stjernehober ofte have udviklet sig væk fra hovedserien.

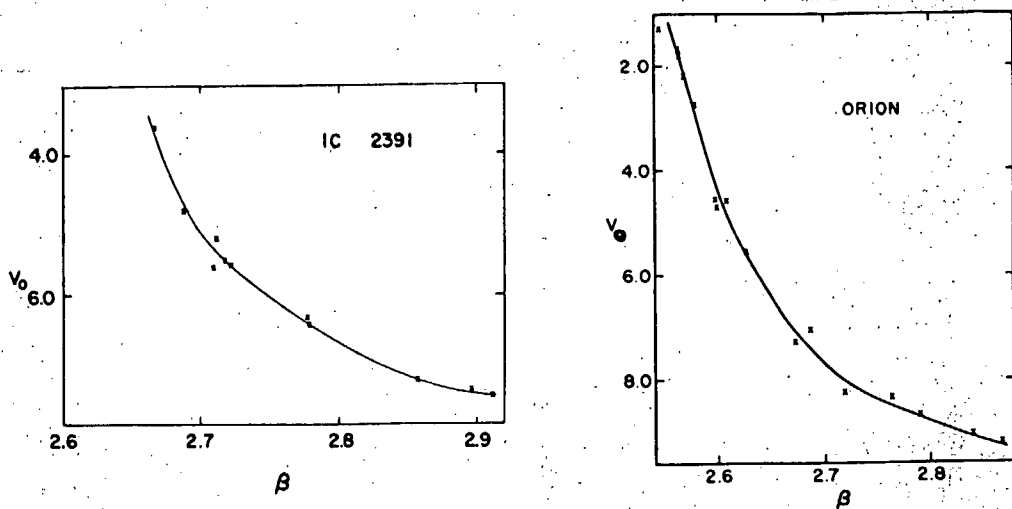


Fig. 2.20. (β, V_0) -diagrammer af B-stjerner i stjernehoene IC 2391 og Orion. (fra ref. 2 og 4)

Idet β -indekset her er den g -relaterede parameter, vil udviklings-effekten, som nævnt i afsnit 2.2.1, kunne udtrykkes af den 2-dimen-sionale spektralklassifikation ved

$$\delta\beta = \beta(\text{aldernul}) - \beta(\text{obs})$$

for en given c_1 . Derfor vil udviklingseffekten direkte kunne kor-rigeres i β -indekset for B-type stjerner.

Overlejring af aldernul-sekvenser fra forskellige stjernehoer i en middelsekvens, foretages tilsvarende som ved kalibreringen af A- og F-stjerner. En sådan overlejring med fastholdt β -indeks er skitseret i figuren herunder, og der er ogsaa antydnet afbøjninger som følge af udviklingseffekter.

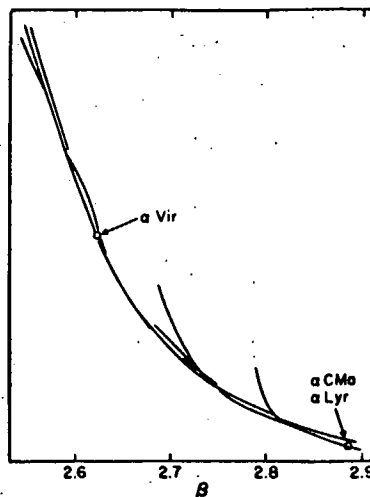


Fig. 2.21. Overlejring af aldernul-sekvenser af B-stjerner i forskellige hoer. Middelsekvensen angivet. (fra ref. 4)

Til fastlæggelse af nulpunkt i kalibreringen anvendes flere uafhængige metoder.

For stjerneho­be, der også er anvendt i $M_V(\beta)$ -kalibreringen af A- og F-stjerner, og som tillige indeholder B-stjerner, er afstandsmodu­let kendt. Et eksempel på 2 sådanne ho­be er α -Per og Pleiaderne, der er vist på (β, V_0) -diagrammerne herunder. De med cirkel markerede stjerner er egenrotationsstjerner med hastigheder $v \cdot \sin(i) > 200$ km/s, hvor der derfor kan forekomme emissionslinie-effekter. Effekten er markant for en enkelt stjerne i stjerneho­ben Pleiaderne helt til venstre i (β, V_0) -diagrammet. At effekten tilsyneladende ikke er større med de store rotationshastigheder kan skyldes, at den direkte effekt med et påført centrifugalpotentiale, der forøger stjernens luminositet, modsvares af den indirekte emissionslinieeffekt.

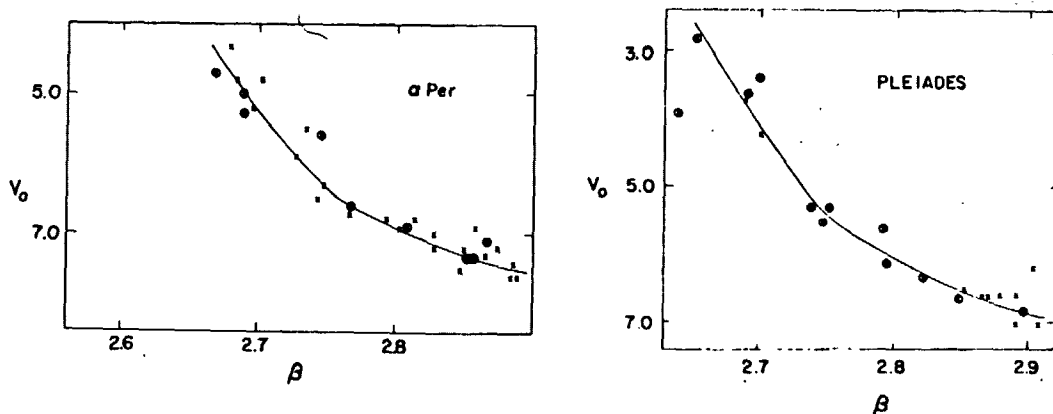


Fig. 2.22. (β, V_0) -diagrammer af B-stjerner i stjerneho­bene α -Per og Pleiaderne. (fra ref. 2)

Afstandsmodu­let for α -Per og Pleiaderne er givet i forrige afsnit, og med disses aldernul-sekvenser overlejtret middelsekvensen af B-stjerner i fig. 2.21 fastlægges nulpunktet.

Herudover er der enkelte AO-stjerner med tilstrækkelig store paral­lakser, der vil kunne suplere nulpunkts-bestemmelsen.

Dette gælder f.eks. for AO-stjernerne α -Cma (Sirius) og α -Lyr (Vega), hvor de parallakse-bestemte absolutte størrelsesklasser er

$$\alpha\text{-Cma} \quad M_V(\text{obs}) = +1,4$$

$$\alpha\text{-Lyr} \quad M_V(\text{obs}) = +0,5$$

α -CMA er en hovedseriestjerne, mens α -Lyr derimod har udviklet sig lidt væk fra hovedserien, og korrigeret for udviklingseffekter findes da

$$\alpha\text{-CMA} \quad M_V(\text{aldernul}) = +1,4$$

$$\alpha\text{-Lyr} \quad M_V(\text{aldernul}) = +1,4$$

Disse 2 stjerner er også markeret på fig. 2.21, og de ses at passe fint i middelsekvensen.

Tilsvarende ses også indtegnet stjernen α -Vir (Spica), der er en B-stjerne tilstrækkelig tæt på solen til at have målelig vinkeldiameter. For α -Vir er M_V derfor bestemt interferometrisk til

$$\alpha\text{-Vir} \quad M_V(\text{aldernul}) = -3,7$$

$M_V(\beta)$ -kalibreringen af B-stjerner er således bestemt med en nøjagtighed tilsvarende kalibreringen af A- og F-stjerner, det vil sige $\Delta M_V \approx 0,2$, og resultatet af kalibreringen af B-stjerner er givet herunder i tabel 2.5.

β (mag)	$M_V(\beta)$ (mag)	β (mag)	$M_V(\beta)$ (mag)
2.560	-6.51	2.720	-0.27
2.570	-5.84	2.730	-0.10
2.580	-5.22	2.740	0.04
2.590	-4.65	2.750	0.18
2.600	-4.12	2.760	0.30
2.610	-3.62	2.770	0.41
2.620	-3.17	2.780	0.51
2.630	-2.75	2.790	0.60
2.640	-2.36	2.800	0.68
2.650	-2.01	2.810	0.76
2.660	-1.69	2.820	0.83
2.670	-1.39	2.830	0.90
2.680	-1.12	2.840	0.97
2.690	-0.87	2.850	1.03
2.700	-0.65	2.860	1.10
2.710	-0.45	2.870	1.17
		2.880	1.24
		2.890	1.31
		2.900	1.39

Tabel 2.5. Standardrelation for $M_V(\beta)$ -kalibrering af B-stjerner. (fra ref. 4)

Der vil findes andre metoder til $M_V(\beta)$ -kalibrering, men den her skitserede udmærker sig ved at:

- have en større opløsning af de fotometriske indeks end UBV-systemet,
- nøjagtigheden ved fotometriske målinger er overlegen,

- spektraltype- eller udviklingseffekter er minimale efter korrektion,
- nulpunkts-bestemmelse er baseret på nøjagtige trigonometriske parallakser,
- de anvendte stjernehoer spænder over vidt forskellige aldre.

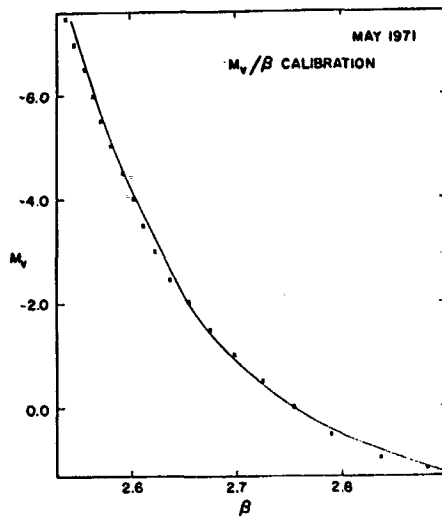


Fig. 2.23. $M_v(\beta)$ -kalibrerings-
kurve af B-stjerner.
(fra ref. 2)

AFSTANDSBESTEMMELSE
AF B-TYPE STJERNER
VED HJÆLP AF FOTO-
ELEKTRISK H_{β} -FOTOMETRI



"Hold da kæft -
Raquel Welsh
er på månen !"

3. DEL

3. AFSTANDSBESTEMMELSE AF B-TYPE STJERNER VED HJÆLP AF
FOTOLEKTRISK H_α-FOTOMETRI.

Når man betragter en regelmæssig spiralgalakse synes de lyse spiralarme, udover centeret, at være dominerende. Men udfra et massefordelingssynspunkt kan man opfatte spiralgalaksen som en jævn diskosformet skive med en lille krusning på overfladen, hvor spiralarmene findes.

Spiralarmenes masseoverskud anses ikke at være mere end af størrelsesordenen 5%, og den kraftige lysstyrke i spiralarmene må tillægges et relativt lille antal, men meget lysstærke stjerner.

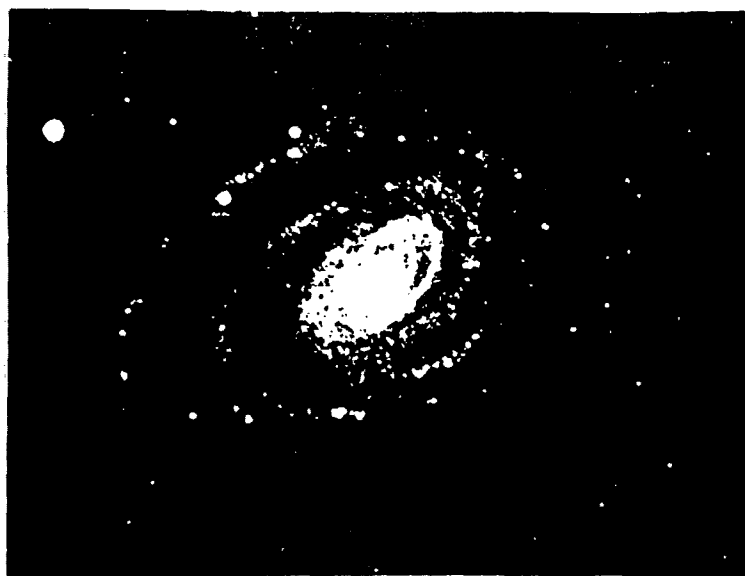


Fig. 3.1. NGC 5364, en galakse med meget udpræget spiralarmsstruktur. (fra ref. 21)

De lysstærke O- og B-stjerner er karakteristisk ved en høj effektiv atmosfærtemperatur ($>10.000\text{K}$) og ved deres store masser ($B0 \sim 10$ solmasser). Disse lysstærke, tunge stjerner befinder sig kun i hovedserien i relativ kort tid ($\sim 20 \cdot 10^6$ år) før de udvikler sig til de noget koldere superkæmper (lysstærke G-, K- og M-stjerner).

Man har fundet, at det interstellare stof er koncentreret i det galaktiske plan, især på indersiden af spiralarmene, og sammenholdt med O- og B-stjernernes relative unge alder, dannes disse stjerner derfor hyppigt i spiralarmene. Da de er meget lysstærke og derfor ses på store afstande, egner de sig særdeles godt som spiralarmsindikatorer.

O- og B-type stjerner har derfor stor betydning for forståelsen af den galaktiske struktur og udvikling.

For B-type stjerner er liniestyrkerne af hydrogen dominerende (se fig. 1.13), og man kan derfor ved β -indekset få et mål for den absolutte lysstyrke.

$$\beta_i = \beta_n - \beta_w = -2,5 \log(N_n/N_w) \quad 3.1$$

hvor N er et fluxmål ved fotoelektriske fotontællinger, målt gennem et smalt (n) og et bredt (w) interferensfilter på $H\beta$ -linien. Denne er absorptionslinien, der følger af excitationen i hydrogen fra $n=2$ til $n=4$, med en excitationsenergi på 2,55eV, svarende til en bølgelængde på 486,2 nm.

Da stjernernes lysstyrke er udtrykt ved den absolutte størrelsesklasse, kan man ved en kalibreringskurve af M_V og β for en række standardstjerner finde afstanden til en vilkårlig stjerne af B-typen ved

$$M_V = m_V + 5 - 5 \log(r) \quad 3.2$$

Da denne kalibreringskurve af standardstjerner i dette tilfælde er optaget fra Crawford (ref. nr. 4), og en deraf defineret atmosfære- og apparatfølsomhed, er det nødvendigt at lave en transformationskurve, der transformerer den målte β_i til β_i -standardsystemet. Transformationskurven laves derfor ved at foretage målinger på et begrænset antal standardstjerner, hvorved findes et linært transformationssystem

$$\beta_i = a\beta_i^s + q \quad 3.3$$

En meget omfattende katalogisering af stjerner betyder, at man for flere hundrede tusinde stjerner kender deres retningsposition, tilsyneladende størrelsesklasse, spektraltypen m.v. (se f.eks. ref. nr. 11 og 16). For de lysstærke B-type stjerner er disse parametre derfor bestemt med forsvindende usikkerhed.

3.1. BESKRIVELSE AF OBSERVATIONSUDSTYR.

De målinger, der ligger til grund for dette eksperimentelle anvendelseseksempel, er foretaget ved Observatoriet i Brorfeldte. Her er anvendt Brorfeldtes 40 cm reflektor, og det følgende skal derfor give en beskrivelse af kikkert, filtre samt fotomultiplikator.

3.1.1. Kikkert.

Kikkerten er som nævnt en 40 cm reflektor, og dens indre består af et primært hulspejl (S_p , $\emptyset = 40$ cm), hvor det indkomne lys fra den observerede stjerne reflekteres til et sekundær spejl (S_s). Fra sekundærspejlet sendes lyset videre gennem en blænde (B), der kan centrere stjernen i det ønskede felt. Blændeåbningen kan trinvis reguleres fra 10 til 0,2 mm. Med blænden er man derfor tillige i stand til at udelukke lyset fra meget nærliggende, evt. svage stjerner, der vil kunne påvirke fotonmålingerne.

Ved at indskyde prismerne (P_1 og P_2) kan stjernen observeres gennem okularene (O_1 og O_2), og stjernen centrerer og fokuseres ved justering af sekundærspejlet. Efter justering skydes prismerne bort fra strålegangen, og lyset passerer frit til filteret (F). Indtil 6 forberedte filtre kan være indsat, og disse omskiftes elektronisk fra en kontrolpult. De transmitterede fotoner fra stjernelyset ankommer herefter til fotomultiplikatoren (PM), der registrerer disse som et proportionalt elektrisk signal.

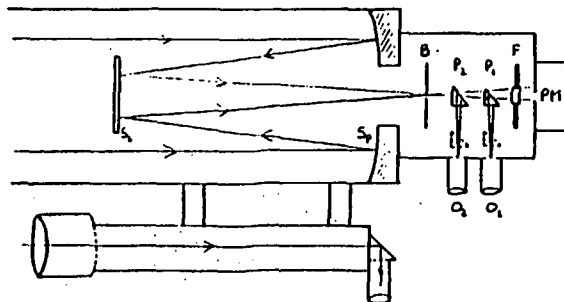


Fig. 3.2. Principskitse af Brorfeldtes 40 cm reflektor.

Til grovindstilling af stjernen benyttes en refraktor, der er påsat reflektoren, og stjernen grovcentreres i refraktorens trådkors.

3.1.2. Filtre.

De 2 anvendte filtre er et smalt (n) og et bredt (w) H_{β} -filter med tyngdepunktsbølgelængder omkring de 486 nm, hvor H_{β} -linien absorberer.

Ved kem.Lab./HCØ har man med et Cary-spektrometer foretaget en transmissionsundersøgelse af de 2 filtre, og transmissionskurverne af disse undersøgelser er vist på figuren herunder.

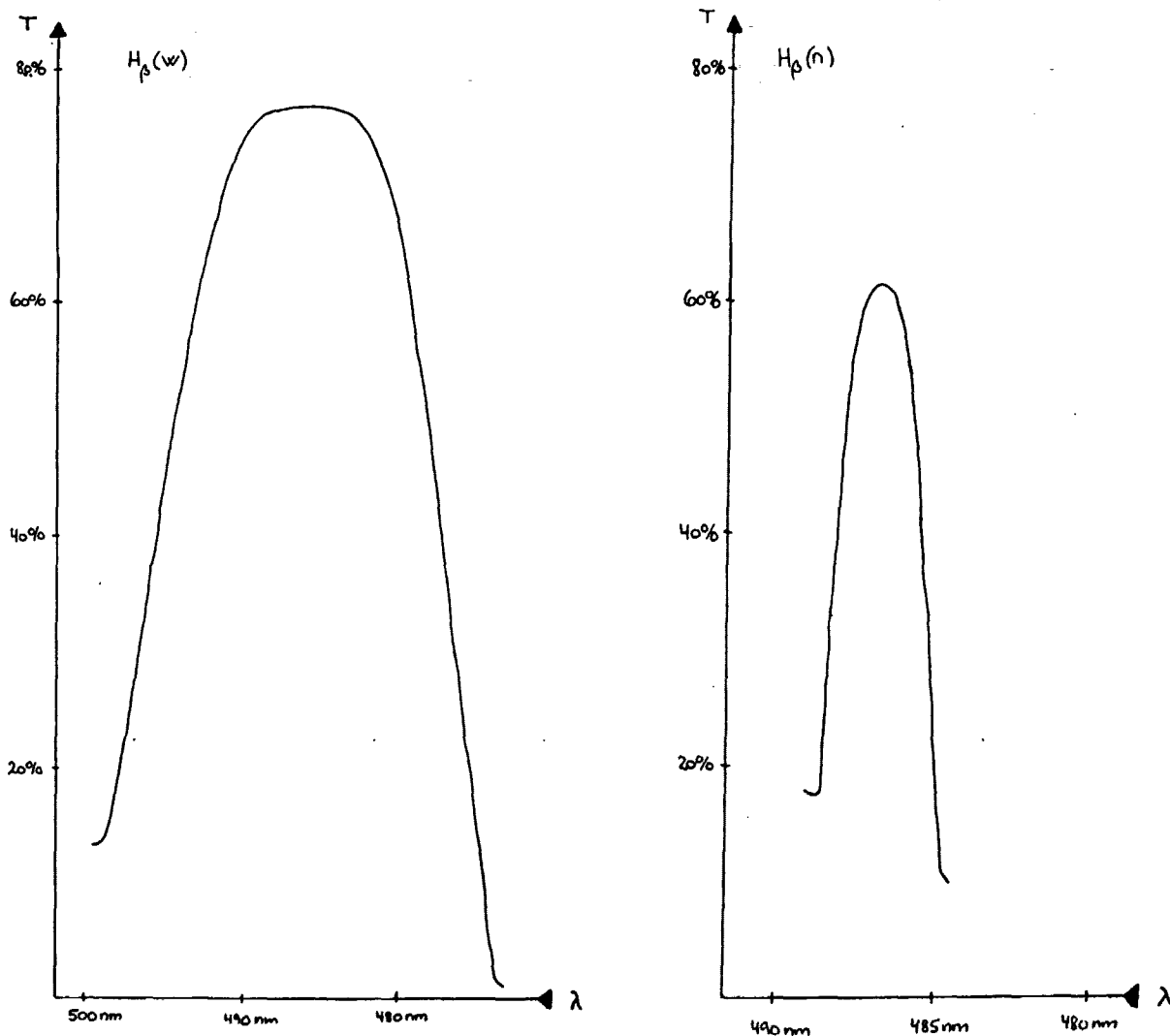


Fig. 3.3. Transmissionskurver for de 2 anvendte H_{β} -filtre.

Disse transmissionskurver viser følgende filter-karakteristika i overensstemmelse med anbefalet filteranvendelse (se f.eks. ref. nr. 5).

filtertype	tyngdepunkts- bølgelængde	halvværdi- bredde	maksimal transmission
$H_{\beta}(n)$	486,8 nm	2,8 nm	61,5 %
$H_{\beta}(w)$	486,3 nm	15,6 nm	77,0 %

Tabel 3.1. Filterkarakteristika for de 2 anvendte H_{β} -filtre.

3.1.3. Fotomultiplikator.

Idet det her ikke har været muligt at tilvejebringe en tilfredsstillende, specifik databeskrivelse af den anvendte fotomultiplikator (fremstillet ved Brorfelde), så vil det følgende give en mere generel beskrivelse af den instrumentelle fotoelektriske fotometri med vægten lagt på den anvendte impulstællingsteknik.

I princippet kan man adskille et sådant instrumentsystem i 2 grundenheder:

- A. En fototransducer, der omdanner det indkomne lys til et proportionalt elektrisk signal.
- B. Et elektrisk måleapparat, der måler og registrerer det elektriske udgangssignal fra transduceren.

Selve fotomultiplikatoren, transducerenheden, er opbygget af en række elektroder i højvacuum, en fotokatode, et givet antal dynoder og en anode. Den detaljerede konfiguration kan variere noget, og den her viste er en fotomultiplikator af "persienne-typen".

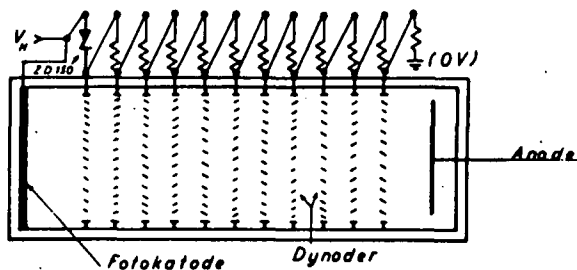


Fig. 3.4. Principskitse af fotomultiplikator. (fra ref. 17)

Det indkomne lys, der besidder en af katodematerialet bestemt og frekvensafhængig minimumsenergi, vil på katoden forårsage en elektronemission som følge af den fotoelektriske effekt.

En stabiliseret højspænding ($V_H \sim - 1,5$ kV) tilfører via en spændingsdeler et konstant og ligefordelt elektrostatisk felt mellem fotokatoden og 1. dynode, dynoderne indbyrdes samt sidste dynode og anoden.

De fra katoden emitterede elektroner vil accelereres mod 1. dynode, hvortil de vil ankomme med en kinetisk energi på lidt over 150 eV, der er tilstrækkelig høj til, at hver elektron forårsager en sekundæremission af ca. 7 elektroner. 1. dynode har derved bevirket en multiplikation på $M_D = 7$, og igennem de efterfølgende dynoder dannes der således en elektronlavine, der opsamles i anoden.

Antallet af elektroner, der ankommer til anoden, for hver katodeemitteret elektron er da bestemt ved en total multiplikation givet af antal dynoder (m)

$$M_t = \sum_{i=1}^m M_{D_i}$$

der under typiske driftsbetingelser beløber sig til 10^6 - 10^7 . Dette tal vil dog være forbundet med betydelig statistiske fluktuationer.

Der vil videre være et antal støjkilder, der giver anledning til den såkaldte mørkestrøm, og de mest betydende støjkilder er følgende:

- a. Termisk emission af elektroner fra fotokatoden og/eller dynoderne.
- b. Elektrisk feltemission af elektroner fra dynoderne.
- c. Ohmsk lækage over fotomultiplikatorens plasrør.
- d. Ion feed-back, der er tiloversblevne gasmolekyler, som ioniseres i elektronlavinen. De her dannede positive ioner accelereres mod katoden eller tidligere dynoder og kan derved forårsage sekundæremission.

e. Čerenkov-lysglimt i vinduet foran fotokatoden, dannet ved at partikler fra den kosmiske stråling med stor hastighed passerer gennem glasrøret.

De statistiske fluktuationer og en betydelig del af mørkestrømmen kan reduceres ved at indlægge en impulsøjdediskriminator til fotomultiplikatorens udgangssignal, men forinden må signalet forstærkes.

Fotomultiplikatoren har en tidsmæssig opløsningsevne (~ 10 ns), der betyder, at man kan skelne de enkelte ladningsimpulser, som elektronbygerne giver anledning til.

Men på grund af spredningen i elektronernes transmissionstid igennem fotomultiplikatoren går der en endelig kort tid inden udgangsspændingen når sit maksimum. Opløsningsevnen bestemmes derfor af denne stigtid ($t_r \simeq 10$ ns).

Ladningen af en sådan elektronbyge er

$$q = e \cdot M_t$$

og over anodekredsløbet med en given kapacitet (C) vil udgangsspændingen af ladningsimpulsen være

$$V_{\max} \simeq \frac{q}{C} = \frac{e \cdot M_t}{C}$$

Fotomultiplikatorens anode er forbundet med en modstand (R) til jordpotentialen, hvorfor spændingsimpulsen henfalder med en eksponentiel tidskonstant

$$\tau = R \cdot C$$

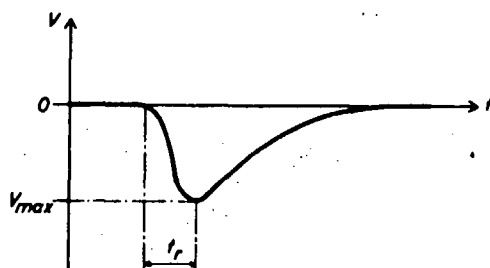


Fig. 3.5. Det tidsmæssige forløb af en spændingsimpuls. (fra ref. 17)

Da denne spændingsimpuls typisk er af størrelsesordenen $10^{-2}V$, må signalet forstærkes. For at bevare kurveformen må man derfor benytte en forstærker, der giver en konstant forstærkning over et stort frekvensområde.

Forstærkningen (μ) vil typisk være af størrelsesordenen 10^2 , og det forstærkede udgangssignal kan da udtrykkes

$$V_{ud} = \frac{\mu \cdot e \cdot M}{C} t$$

For at frasortere en væsentlig del af mørkestrømmen anvendes nu en impulshøjdediskriminator, der er et amplitdefølsomt kredsløb, som sammenligner den øjeblikkelige værdi af den forstærkede udgangsspænding med en referencespænding (V_r), der repræsenterer diskriminatorniveauet.

Så længe V_{ud} er mindre end V_r , vil diskriminatorens udgangsspænding være nul, og når V_{ud} er større end V_r , vil diskriminatoren ligge sig på en fast spænding, f.eks. 5V.

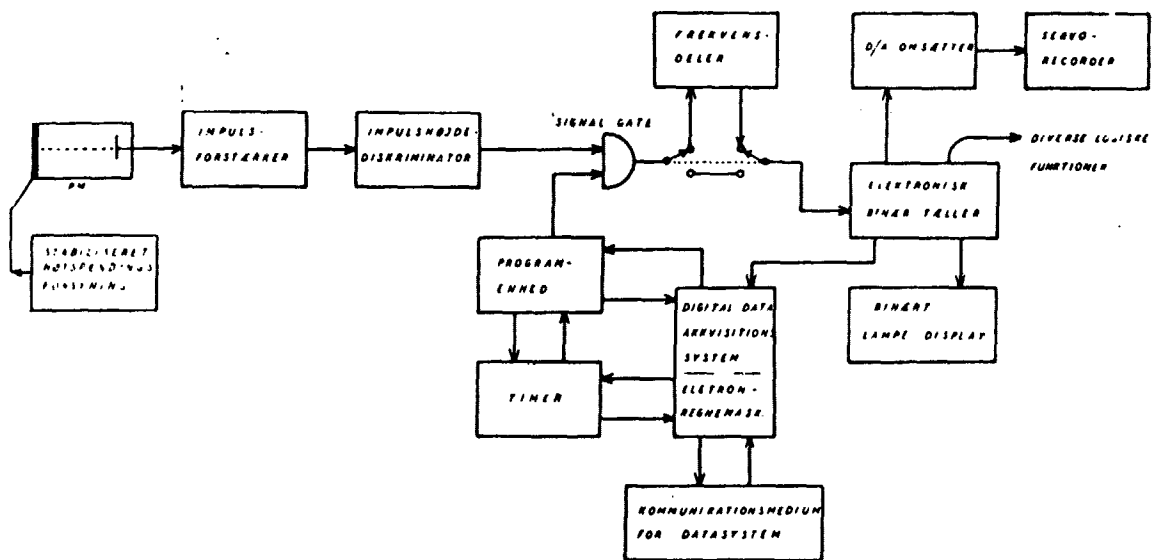


Fig. 3.6. Blokdiagram over et impulstøllingssystem. (fra ref. 17)

I det efterfølgende logik-kredsløb opfattes disse diskriminator-spændinger som henholdsvis 0 og 1.

Derved bliver alle småimpulser, der ikke kommer af elektronemission fra katoden, ikke medregnet, og de ladningsmæssigt store impulser fra ion feed-back og Čerenkov-stråling tildeles kun vægten 1, mod op til over hundrede set fra et ladningsmæssigt synspunkt.

Den elektroniske tæller opsamler impulserne i den integrations-tid, som signal-gate er sat til at være åben.

Da impulsfrekvensen ofte kan blive for høj for systemet, er der indsat en spændingsdeler, der i en endelig kort tid lukker for tællinger. Den registrerede tælling skal derfor korrigeres for den såkaldte dødtid, der for det anvendte fotomultiplikatorkredsløb er bestemt til 70 ns

$$N_{\text{sand}} = \frac{N_{\text{målt}}}{1 - 7 \cdot 10^{-8} N_{\text{målt}}} \quad 3.4$$

3.2. PROGRAMPROCEDURE.

Til det følgende eksperimentelle forløb er der valgt 5 standardstjerner til at definere standardsystemet, samt yderligere 3 programstjerner, hvortil afstanden ønskes bestemt ved $M_v(\beta)$ -kalibreringen.

Standard- og programstjerner vælges blandt stjerner i "Catalogue of Bright Stars" (CBS, ref. nr. 11), hvori stjernerne er opgivet efter deres HR-nummer (Hertzsprung-Russell) og hvori videre bl.a. opgives MK-klassifikation samt retningsposition i henholdsvis 1900- og 2000-koordinater. Alle stjerner er valgt således, at de bekvemt kan observeres på det givne tidspunkt (april 1980).

Standardstjernerne vælges således, at de er ligeligt fordelt over B-type intervallet (fra B0 til A0), og de samtidig indgår i Crawford's liste af standardstjerner (ref. nr. 3, p. 117).

Programstjernerne skal derfor være valgt indenfor β -transformationens gyldighedsområde for spektraltypen, og de bør tilstræbes at være hovedseriestjerner.

3.2.1. Positionsbestemmelse.

Stjernernes retningsposition er opgivet i det såkaldte ækvatorsystem, og dette skal derfor kort beskrives.

Opfattes stjernehimlen som en geometrisk kugle med jorden i centrum og radius 1, så skal der 2 koordinater til at beskrive en stjernes øjeblikkelige position.

I det såkaldte ækvatorsystem defineres himlens nord- og sydpol direkte ved jordens forlængede, geografiske polakse, og jordens ækvatorplan er da sammenfaldende med himlens.

En stjernes position beskrives heri ud fra forårspunktet, der er et fast punkt på ækvator, hvor solen i sin tilsyneladende årlige bevægelse i en storcirkel (ekliptika) skærer ækvator i sin opadgående bevægelse. Herfra defineres rektascensionen (α) og deklinationen (δ).

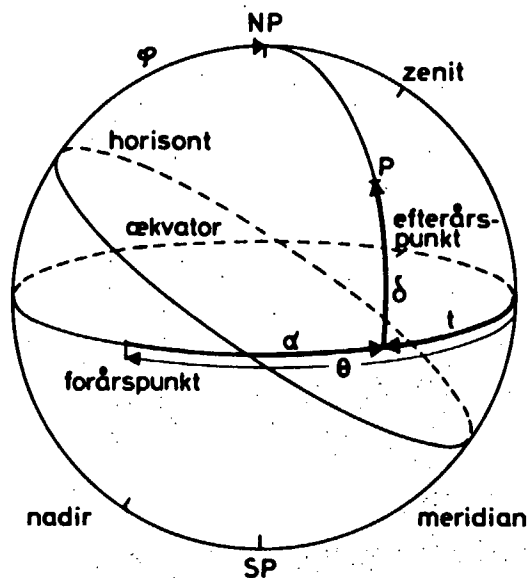


Fig. 3.7. Ækvatorsystemet.
(fra ref. 10)

Da forårspunktet er et fast punkt på ækvator, deltager det i himmelkuglens tilsyneladende daglige bevægelse, som følge af jordens rotation. Denne daglige variation af rektascensionen kan omregnes til timevinklen (t), der er vinklen fra meridianen målt i jordens positive omløbsretning. Hertil anvendes stjernetiden (θ), som er bestemt af stjernedøgnet's længde, dvs. tiden imellem 2 tilsyneladende øvre kulminationer af forårspunktet, og der gælder da følgende sammenhæng

$$\theta = \alpha + t \quad 3.5$$

Rektascensionen måles altså i timer, minutter og sekunder, og ligger derfor i intervallet $[0^h, 24^h]$. Deklinationen måles derimod i grader fra $+90^\circ$ ved nordpolen over 0° på ækvator og til -90° ved sydpolen.

Over større tidsrum ligger forårspunktet imidlertid ikke helt fast på grund af polaksens præcession. Langt den største del af denne effekt hidrører fra solen med en periode på ca. 26.000 år, og forårspunktets årlige ændring er derfor for tiden af størrelsesordenen $50''$.

Derfor er katalogiserede stjernepositioner ofte opgivet ved 2 forskellige årstal, således der kan interpoleres til et vilkårligt år.

3.2.2. Data for standard- og programstjerner.

B-stjernerne er valgt på baggrund af det foregående, og da Crawfords liste af standardstjerner (ref. nr. 5) er opgivet efter 1970-koordinater, er det derfor bekvemt også at indrette programstjernerne efter 1970-koordinater, idet kikkertens styringssystem tillader en direkte nulpunktskalibrering.

Nedenfor er samlet de relevante dataopslag for standardstjerner og programstjerner.

	HR-nr.	navn	MK	1900-koordinater		2000-koordinater		1970-koordinater		ρ_i^s
				α	δ	α	δ	α	δ	
standardstjerner	1641	10 γ Aur	B3 V	4 ^h 59 ^m 30 ^s	+41°06'	5 ^h 06 ^m 31 ^s	+41°14'	5 ^h 04 ^m 21 ^s	+41°12'	2,684
	2845	3 β CMi	B7 V	7 ^h 21 ^m 44 ^s	+8°29'	7 ^h 27 ^m 09 ^s	+8°17'	7 ^h 25 ^m 32 ^s	+8°21'	2,733
	3410	46 Hya	A0 V	8 ^h 32 ^m 22 ^s	+6°03'	8 ^h 37 ^m 40 ^s	+5°42'	8 ^h 36 ^m 05 ^s	+5°48'	2,851
	4554	64 γ UMa	A0 V	11 ^h 48 ^m 43 ^s	+54°15'	11 ^h 53 ^m 13 ^s	+53°42'	11 ^h 52 ^m 18 ^s	+53°52'	2,885
	6588	85 λ Her	B3 V	17 ^h 36 ^m 38 ^s	+46°04'	17 ^h 39 ^m 27 ^s	+46°01'	17 ^h 38 ^m 36 ^s	+46°02'	2,661
program-	3937	27 γ Leo	B9,5 V	9 ^h 52 ^m 51 ^s	+12°55'	9 ^h 58 ^m 14 ^s	+12°26'	9 ^h 56 ^m 37 ^s	+12°35'	
	4203	42 LMi	B9 V	10 ^h 40 ^m 18 ^s	+31°13'	10 ^h 45 ^m 52 ^s	+30°41'	10 ^h 44 ^m 12 ^s	+30°51'	
	4386	77 σ Leo	B9 V	11 ^h 15 ^m 59 ^s	+6°35'	11 ^h 21 ^m 08 ^s	+6°02'	11 ^h 19 ^m 35 ^s	+6°12'	

Tabel 3.2. Dataopslag for standard- og programstjerner.

For alle stjerner gælder det, at de er valgt således, at de ikke er variable eller indgår i dobbeltstjernesystemer, og at de ikke har noget betydende metalindhold eller afviger på anden måde.

3.2.3. $M_V(\beta)$ -kalibreringskurven.

Til den empiriske kalibrering af $M_V(\beta)$ er anvendt Crawfords kalibrering af B-type stjerner (ref. nr. 4, p. 60), og resultaterne er her gengivet i tabel 2.5, side 83.

På baggrund af disse tal er optegnet den på den følgende side viste kalibreringskurve til bestemmelse af programstjernernes absolutte størrelsesklasse.

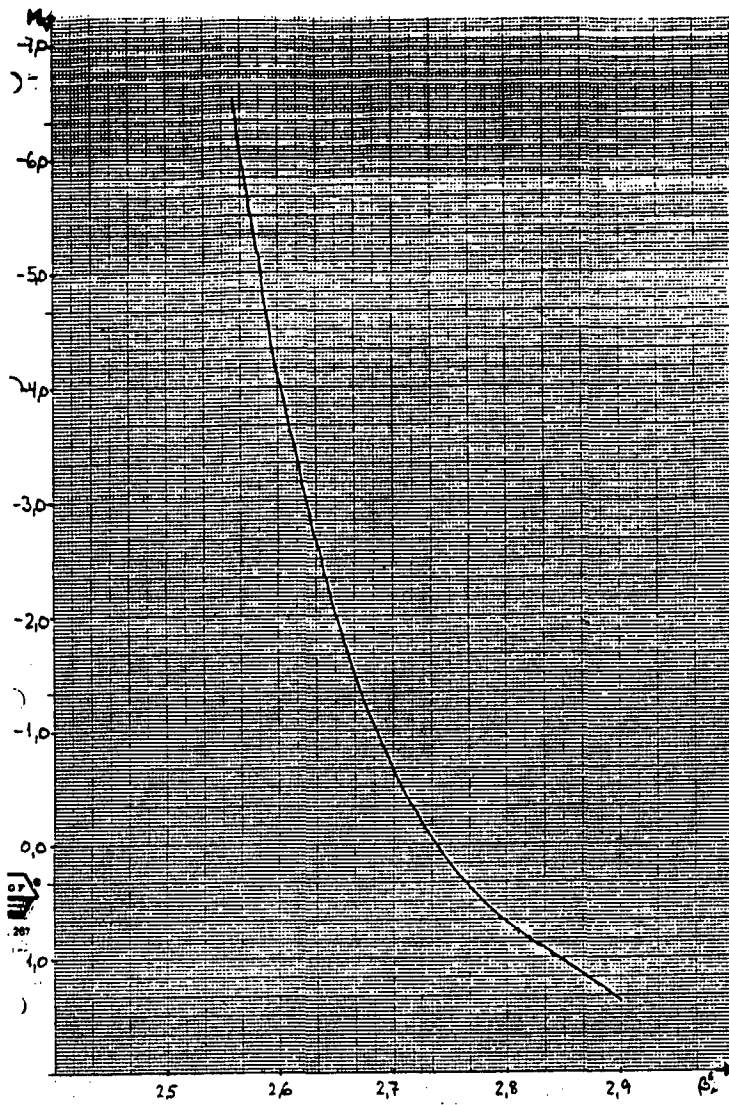


Fig. 3.8. $M_v(\beta)$ -kalibreringskurven.

Programstjernernes tilsyneladende størrelsesklasse findes i kataloget af Nicolet (ref. nr. 16)

HR-nr.	m_v
3937	5,26
4203	5,24
4386	4,05

Tabel 3.3. Programstjernernes tilsyneladende størrelsesklasse

3.2.4. Kikkertbetjening.

Kikkerten er indrettet med 2 motorsystemer, der betjenes via kontrolpulten. Det ene motorsystem er automatisk kørende, med henblik på at modvirke jordens rotation, og er således gearret, at det drejer kikkerten modsat jordens rotation, og derved fastfryser objektivet.

Det andet motorsystem anvendes til at indstille kikkerten, og dette foregår ved at indtaste t , α og δ på kontrolpulten. Et ur giver stjernetiden (Θ).

Men først skal kikkerten kalibreres. Ved at sætte $t = 0$, indstilles $\alpha = \Theta$, således at $\Theta = \alpha + t$ gælder. For at indrette systemet efter 1970-koordinater, indstilles kikkerten på en vilkårlig stjerne med kendte øjeblikkelige (1980-) koordinater, og visersystemet reguleres da, så de viser stjernens 1970-koordinater. Herefter er kalibreringen tilendebragt, og ved at indtaste koordinaterne på den første observationsstjerne, indstilles kikkerten på denne.

Da en stjerne er en næsten punktformet lyskilde på himlen, så er koordinatindstillingen en grov tilnærmelse til stjernens nøjagtige position. Det er dog tilstrækkeligt til at indfange stjernen i refraktoren, og ved hjælp af en finere motorføring på reflektoren centrerer stjernen i refraktorens objektivet.

Herefter centrerer stjernen i reflektoren, der observeres igennem okularet. Centreringen foretages først med en 10 mm blændeåbning og derefter med en blændeåbning på 1 mm.

Via kontrolpulten justeres sekundærspejlet sådan, at stjernen kommer i fokus. På grund af lufturo optræder stjernen ikke som en punktformet lysgiver, men snarere i en mere diffus form, og fokuseringen kan derfor godt kræve en del tålmodighed. Når stjernen er fokuseret, skydes prismerne bort fra strålegangen, og det til målingen ønskede filter skydes ind.

På kontrolpulten indkodes stjernens HR-nr. og en passende integrationstid af størrelsesordenen 10 s. Integrationstiden vælges

under hensyntagen til stjernens tilsyneladende størrelsesklasse, da fotomultiplikatoren overbelastes ved fotontællinger på mere end 800.000. Fotomultiplikatorens driftseffektivitet er størst mellem 65% og 95% af denne maksimalt tilladte værdi.

3.2.5. Målesekvens og dataudskrift.

Hver stjerne måles nu af symmetrigrunde 2 gange igennem det brede H_{β} -filter, 4 gange igennem det smalle H_{β} -filter og yderligere 2 gange igennem det brede H_{β} -filter. Til sidst foretages en mørke-måling igennem henholdsvis det brede og det smalle H_{β} -filter.

Mørketællingerne foretages ved at indskyde prismet i strålegangen og ved orientering gennem okularet at køre kikkerten væk fra den undersøgte stjerne. Dvs. målesekvensen af hver enkelt stjerne bliver $w^n n^o$.

Rækkefølgen for stjernemålingerne er valgt med stigende HR-nummer, således at standardstjerner fordeles på hver side af programstjerner, og hver målingsserie af såvel standard- som programstjerner er foretaget 2 gange (A- og B-serie) fordelt på hver sin nat.

Alle data og måleresultater for den enkelte stjerne køres automatisk over på en binær timer, der arbejder intimt sammen med kontrolpulten. Timerstrimlen kan herefter udskrives i observatoriets hovedbygning, og den vil foreligge på følgende eksempelvis form

00016410
016109010
020000000
030952280
040452300

Fra venstre tolkes denne udskrift

linie 1 (8 cifre)	1641	stjernens HR-nr.
linie 2 (9 cifre)	01	kanal 1
	610901	tællinger i kanal 1
linie 3 (9 cifre)	02	kanal 2 (ingen tællinger)

linie 4 (9 cifre)	03	kanal 3
	095228	stjernetid i h, m og s
linie 5 (9 cifre)	04	kanal 4
	04	integrationstid i s
	5	filterposition, her $H_p(w)$
	2	blændeposition, her 1 mm åbning
	3	prismetilstand, her begge pris- mer skudt bort fra strålegangen

3.3. DATABEHANDLING OG RESULTATER.

Fotontællingerne er gengivet på de følgende 2 sider for alle stjerner i henholdsvis måleserie A og B.

Målingerne korrigeres direkte for dødtidskorrektio

$$N_s = \frac{N}{1 - 7 \cdot 10^{-8} N}$$

og middelværdi og standardafvigelse beregnes for stjernemålin-
gerne gennem henholdsvis det brede (w) og det smalle (n) H_β-
filter

$$\bar{N}_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_{s,i} \quad 3.6$$

og

$$s_{\bar{N}_s} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (N_{s,i} - \bar{N}_s)^2} \quad 3.7$$

Idet det antages, at $s_{N_s^0}$ er forsvindende lille i forhold til $s_{\bar{N}_s}$,
korrigeres disse tal for mørketællinger, og middeltællingen pr.
sek. (tælleraten) beregnes

$$N^* = \frac{\bar{N}_s - N_s^0}{t} \quad 3.8$$

og

$$s_{N^*} = \frac{s_{\bar{N}_s}}{t} \quad 3.9$$

At afvigelsen på mørketællingerne kan anses for forsvindende i
forhold til stjernemålingerne skyldes, at det må antages at den
relative afvigelse på mørkemålingerne må være af samme størrel-
sesorden som den relative afvigelse på stjernemålingerne, og
derfor bliver den absolutte afvigelse på stjernemålingerne af
størrelsesordenen 10³ gange større end afvigelsen på mørkemå-
lingerne.

Serie A:

	HR-nr.	integrations- tid	H _β - filter	fotontællinger/stjerne			fotontællinger/mærke		tælleraten	
				N	N _s	\bar{N}_s	N ^o	N _s ^o	N*	s _N *
standardstjerner	1641	4s	w	290390 291990 268341 277031	296415,3 298082,6 273477,0 282509,5	287620,9	262	262,0	71839,7	1466,6
			n	37152 35724 33095 37313	37248,9 35813,6 33171,8 37410,7					
	2845	4s	w	188178 189689 174026 178849	190689,9 192241,6 176172,1 181116,5	185055,0	207	207,0	46212,0	962,4
			n	23088 24207 22390 21429	23125,4 24248,1 22425,1 21461,2					
	3410	10s	w	180069 174362 169412 190532	182367,7 176516,4 171445,1 193107,5	180859,2	869	869,1	17999,0	465,3
			n	18781 16670 18498 19529	18805,7 16670,6 18522,0 19555,7					
4554	2s	w	534385 534900 537365 539537	555151,5 555707,4 558368,3 560713,8	557485,3	127	127,0	278679,2	642,5	
		n	60760 60686 59841 59742	61019,5 60944,9 60092,7 59992,9						60512,5
6588	6s	w	404667 404275 409777 410357	416464,1 416048,9 421878,3 422493,1	419221,1	226	226,0	69832,5	286,4	
		n	54388 54513 54388 54509	54595,9 54721,8 54595,9 54717,8						54657,9
programstjerner	3937	15s	w	128041 154070 153875 159416	129199,0 155749,8 155550,5 161215,0	150428,6	850	850,1	9971,9	479,8
			n	18851 19253 19162 18904	18875,9 19279,0 19187,7 18929,0					
	4203	15s	w	232492 234764 239377 241625	236338,3 238686,5 243456,5 245782,1	241065,9	550	550,0	16034,4	144,0
			n	27665 28157 28083 28066	27718,7 28212,6 28088,1 28121,2					
	4386	10s	w	425977 430001 434031 430888	439069,3 443345,7 447631,0 444288,7	443583,7	470	470,0	44311,4	176,3
			n	51572 51534 51779 51144	51758,0 51720,6 51967,4 51327,8					

Tabel 3.4. Resultatskema for fotontællinger i serie A.

Serie B:

HR-nr.	integrations- tid	H _β - filter	fotontellinger/stjerne			fotontellinger/merke		telleraten	
			N	N _B	\bar{N}_B	N ^o	N _B ^o	N [*]	s _N [*]
1641	4s	w	616211 618352 610901 617597	643989,3 646328,1 638192,1 645503,3	643503,2	9968	9975,0	158382,1	458,9
		n	79298 79130 79588 79924	79740,6 79570,8 80033,9 80373,7	79929,8	1557	1557,2	19593,2	44,1
2845	4s	w	683625 684352 672628 674186	717983,2 718749,8 705862,8 707578,8	712543,7	1275	1275,1	177817,2	845,9
		n	86631 84656 85731 86036	87159,6 85160,7 86248,6 86557,3	86281,6	163	163,0	21529,7	209,4
3410	10s	w	526251 520248 507879 511438	546378,3 539910,1 526600,5 530427,7	535829,2	1027	1027,1	53480,2	449,3
		n	53198 37491 45172 47788	53396,8 37589,6 45315,3 47948,4	46062,5	161	161,0	4590,2	328,8
4554	2s	w	684008 680236 681753 678937	718405,7 714245,9 715918,6 712813,9	715346,0	132	132,0	357607,0	600,6
		n	77827 77363 76778 76260	78253,3 77784,2 77192,9 76669,3	77474,9	37	37,0	38719,0	172,6
6588	6s	w	553352 552167 555105 554652	575649,6 574367,3 577546,9 577056,6	576155,1	3717	3718,0	95406,2	119,8
		n	74570 72443 73180 72598	74961,3 72812,2 73556,8 72968,8	73574,8	492	492,0	12180,5	81,5
3937	10s	w	212526 214022 212124 209657	215735,5 217277,2 215321,1 212779,8	215278,4	908	908,1	21437,0	93,3
		n	25853 25790 25393 25603	25899,9 25836,6 25438,2 25649,0	25705,9	154	154,0	2555,2	10,4
4203	15s	w	326845 311212 325534 326218	334498,0 318142,7 333125,1 333841,4	329901,8	422	422,0	21965,3	262,0
		n	37915 38098 38800 38787	38015,9 38199,9 38905,7 38892,6	38503,5	73	73,0	2562,0	15,4
4386	10s	w	647223 649213 644250 643798	677937,4 680159,8 674676,2 674180,5	676738,5	437	437,0	67630,2	141,2
		n	75730 76861 76287 76961	76133,6 77276,8 76696,6 77377,9	76871,2	68	68,0	7680,3	28,8

Tabel 3.5. Resultatskema for fotontellinger i serie B.

3.3.1. β -transformationen.

H_β -liniens styrke er givet af β -indekset

$$\beta_i = \beta_n - \beta_w = -2,5 \log(N_n^*/N_w^*)$$

Idet standardafvigelsen på f.eks. β_n er

$$\begin{aligned} s_{\beta_n} &= 2,5 \cdot s_{\log N_n^*} = 2,5 \cdot \log(e) \cdot s_{\ln(N_n^*)} \\ &= 2,5 \cdot \log(e) \cdot (s_{N_n^*/N_n^*}) \end{aligned} \quad 3.10$$

giver ophobningsloven en standardafvigelse på β_i

$$s_{\beta_i} = 2,5 \cdot \log(e) \cdot \beta_i \cdot \sqrt{(s_{N_w^*/N_w^*})^2 + (s_{N_n^*/N_n^*})^2} \quad 3.11$$

Herefter findes middelværdi og standardafvigelse af β -indekset for de 2 måleserier

$$\bar{\beta}_i = \frac{1}{2}(\beta_{i,A} + \beta_{i,B}) \quad 3.12$$

og

$$s_{\bar{\beta}_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(s_{\beta_{i,A}})^2 + (s_{\beta_{i,B}})^2} \quad 3.13$$

	HR-nr.	serie	β_i	s_{β_i}	$\bar{\beta}_i$	$s_{\bar{\beta}_i}$
standardstjerner	1641	A	2,258	0,084	2,264	0,060
		B	2,269	0,009		
	2845	A	2,273	0,082	2,283	0,061
		B	2,292	0,027		
	3410	A	2,485	0,114	2,575	0,081
		B	2,666	0,015		
	4554	A	2,411	0,013	2,413	0,013
		B	2,414	0,013		
	6588	A	2,212	0,010	2,224	0,014
		B	2,235	0,017		
program-	3937	A	2,245	0,118	2,277	0,084
		B	2,309	0,015		
	4203	A	2,338	0,025	2,335	0,030
		B	2,333	0,034		
	4386	A	2,334	0,012	2,348	0,012
		B	2,362	0,011		

Tabel 3.6. Stjernernes målte β -indeks.

Der kan nu etableres β -transformationssystemet udfra de af Crawford givne β -værdier for standardstjernerne (se tabel 3.2, side 98)

$$\bar{\beta}_1 = a\beta_1^S + q$$

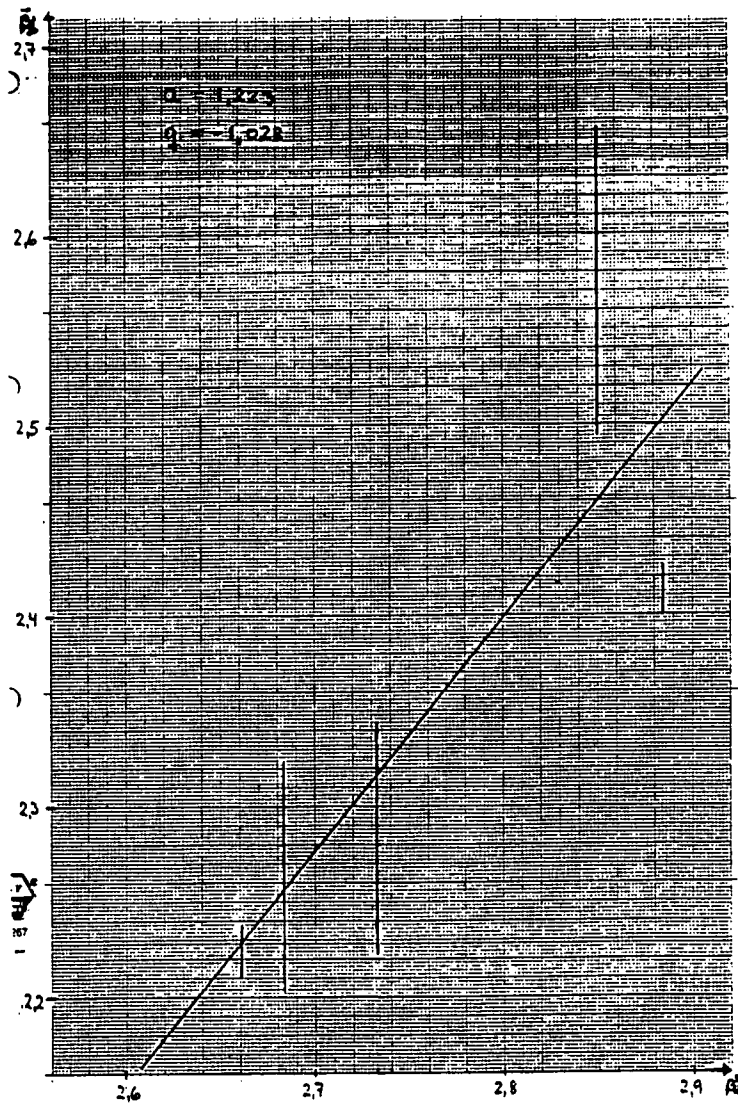


Fig. 3.9. β -transformationskurven.

Linien for den lineære transformation er indlagt efter mindste kvadraters rette linie, og idet de anvendte β -værdier for standardsystemet kan antages at være bestemt med en forsvindende lille usikkerhed, er standardafvigelsen på transformationskurvens hældningskoefficient og dens skæring med ordinataksen givet ved

$$s_a = \frac{s_{\beta_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (\beta_{i,j}^s - \bar{\beta}_i^s)^2}} \quad 3.14$$

og

$$s_q = \sqrt{\frac{1}{n} s_{\beta_i}^2 + (\bar{\beta}_i^s s_a)^2} \quad 3.15$$

hvor

$$s_{\beta_i} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n s_{\beta_i}^2} \quad 3.16$$

Af dette findes

$$s_{\beta_i} = 0,060$$

og

$$\sqrt{\sum_{j=1}^n (\beta_{i,j}^s - \bar{\beta}_i^s)^2} = 0,200$$

⇓

$$s_a = 0,300$$

Og videre findes

$$\bar{\beta}_i^s = 2,763$$

⇓

$$s_q = 0,836$$

Af β -transformationskurven aflæses programstjernernes β -indeks i standardsystemet, og den lineære transformation kan da omformes til

$$\beta_i^s = \frac{1}{a} \beta_i + \frac{q}{a}$$

hvor programstjernernes standardafvigelse i standardsystemet er

$$\begin{aligned} s_{\beta_i^s} &= \sqrt{s_{\frac{1}{a} \beta_i}^2 + s_{\frac{q}{a}}^2} \\ &= \sqrt{(\bar{\beta}_i \frac{1}{a} s_a)^2 + (\frac{1}{a} s_{\beta_i})^2 + (\frac{1}{a} s_q)^2 + (q \frac{1}{a^2} s_a)^2} \quad 3.17 \end{aligned}$$

Transformationen til standardsystemet er for programstjernerne gengivet i tabellen herunder.

HR-nr.	β_i^s	$s_{\beta_i^s}$
3937	2,702	0,850
4203	2,749	0,854
4386	2,760	0,855

Tabel 3.7. Programstjernernes β -værdier i standardsystemet.

3.3.2. Bestemmelse af afstanden til programstjernerne.

Ved hjælp af $M_v(\beta)$ -kalibreringskurven (fig. 3.8, side 99) aflæses programstjernernes absolutte visuelle størrelsesklasse, og afstanden til stjernerne findes af

$$M_v = m_v + 5 - 5 \log(r)$$

hvor stjernernes tilsyneladende størrelsesklasse er givet i tabel 3.3, side 99.

Udtrykkes den absolutte størrelsesklasse som en funktion af β

$$M_v = f(\beta)$$

er standardafvigelsen på størrelsesklassen givet ved

$$s_{M_v} = \frac{df}{d\beta} s_{\beta}$$

idet det af de opgivne tabelværdier for kalibreringskurven fremgår, at disse er bestemt med en usikkerhed, der er forsvindende i forhold til standardafvigelsen på programstjernerne.

Antages videre at $f(\beta)$ er linær i en lille omegn om β , så findes standardafvigelsen på den absolutte visuelle størrelsesklasse til

$$s_{M_v} = a_{\beta} \cdot s_{\beta_i^s} \tag{3.18}$$

hvor a_{β} er hældningskoefficienten på kalibreringskurven i punktet β_i^s .

Idet tillige m_v er bestemt med en forsvindende usikkerhed, kan standardafvigelsen på M_v udtrykkes

$$s_{M_v} = 5 \cdot s_{\log(r)} = 5 \cdot \log(e) \cdot s_{\ln(r)}$$

$$= 5 \cdot \log(e) \cdot \frac{s_r}{r}$$

og heraf findes standardafvigelsen på afstanden

$$s_r = \frac{s_{M_v} \cdot r}{5 \cdot \log(e)} \quad 3.19$$

Disse resultater for programstjernerne er givet i tabellen herunder.

HR-nr.	M_v	a_β	s_{M_v}	r	s_r
3937	-0,60	21,0	17,85	148,6	1221,4
4203	+0,18	13,0	11,10	102,8	525,5
4386	+0,30	11,5	9,83	56,2	254,6

Tabel 3.8. Bestemmelse af afstanden til stjernerne.

3.3.3. Sammenfatning og diskussion af resultaterne.

I tabellen herunder er sammenfattet de væsentligste data og resultater for de 3 programstjerner.

HR-nr.	navn	MK	β_i^s	M_v	r	s_r/r
3937	27 ♀ Leo	B9,5 V	2,702	-0,60	148,6 pc	822%
4203	42 LM1	B9 V	2,749	+0,18	102,8 pc	511%
4386	77 ♂ Leo	B9 V	2,760	+0,30	56,2 pc	453%

Tabel 3.9. Sammenfattende resultater.

Det fremgår med al tydelighed af resultatskemaet, at bestemmelsen af afstanden til de 3 programstjerner har været forbundet med en helt uacceptabel stor usikkerhed.

Afstandsbestemmelse ved denne type målinger burde forventes at være forbundet med en relativ usikkerhed af størrelsesordenen 15%, og dette står slet ikke mål til de her fremkomne resultater.

Det følgende skal derfor være en undersøgelse og diskussion af de forhold, der væsentligst bidrager som usikkerhedsfaktorer i sig selv og ved senere ophobning.

Af tabel 3.4 og 3.5 fremgår, at de enkelte målinger er forbundet med relative afvigelser af størrelsesordenen 0,1 - 1,0 % med enkelte variationer fra 0,07% til 7%, og dette må umiddelbart siges at være indenfor acceptable grænser.

Derefter sker der en mindre ophobning ved beregning af β -indeks (tabel 3.6), og da er den relative standardafvigelse af størrelsesordenen 2% med en variation fra ca. 0,5% til ca. 3,5%. Der er dermed ingen mærkbar ophobning her.

Men ved etableringen af standardsystemet skal der til β -transformationskurven iagttages følgende 2 usikkerhedsfaktorer:

- A. Det ses, at den indlagte lineære transformationskurve ligger helt udenfor usikkerhedsintervallet for 2 af standardstjernerne.
- B. Det synes videre måleteknisk muligt, at nedbringe alle β -værdiernes relative usikkerheder til størrelsesordenen 0,5%, som er typisk for 2 af standardstjernerne.

Transformationskurven, der er indlagt efter mindste kvadraters rette linie, giver derved en relativ usikkerhed på hældningskoefficienten og skæring med ordinat-aksen på henholdsvis 24,5% og 81,3%, hvilket er en helt uacceptabel stor usikkerhed i etableringen af standardsystemet (se fig. 3.9).

Når man nøjere betragter transformationskurven, kan der synes at være en tendens til, at standardstjernen HR-nr. 3410 ($\beta_i^s = 2,851$) har målte β -indeks, der ligger alt for højt.

Der er dog ikke et tilstrækkeligt antal standardstjerner til at give en tilfredsstillende statistisk vurdering af dette, men det kan delvis sandsynliggøres ved at betragte β -værdierne for de enkelte måleserier (tabel 3.6). Heraf fremgår, at β -værdierne for standardstjernen HR-nr. 3410 har en differens på ca. 0,2 mellem de 2 måleserier, hvorimod de øvrige stjerner typisk har en differens af størrelsesordenen 0,02.

Forkastes B-serie målingerne for HR-nr. 3410, vil dens β -værdi derved ligge pænt i forhold til de øvrige stjerner i transformationsystemet, og da giver dette anledning til en ny linær transformationskurve med en mindre hældningskoefficient, men stort set uændret usikkerheder. Dette fremgår af følgende tabel.

a	s_a	q	s_q
1,026	0,360	-0,500	1,002

Tabel 3.10. Reviderede linieparametre for transformationskurven.

Denne fejlantagelse for standardstjernen HR-nr. 3410 ville betyde, at afstanden til programstjerneerne ville blive af størrelsesordenen 6% mindre end de i tabel 3.9 givne resultater, men de relative usikkerheder ville stort set være uændret.

Alle stjerner er kontrolleret for ikke at have variable liniestyrker, så de høje B-serie målinger for HR-nr. 3410 skyldes ikke dette. Afvigelsen kan heller ikke skyldes emissionslinier, idet disse ville have den modsatte effekt at trykke β -værdierne. Derimod kan en sådan afvigelse skyldes en ren måleteknisk fejl, idet hvis stjernen f.eks. ikke har været centreret tilstrækkeligt godt ved måling gennem det smalle H_{β} -filter, så vil dette give for højt β -indeks.

Antages nu videre, at alle stjerners β -indeks var bestemt med en relativ usikkerhed på 0,5%, således som det er tilfældet for 2 standard- og 1 programstjerne, så vil man heraf finde en standardafvigelse på β -transformationskurven på $s_a = 0,067$ og $s_q = 0,192$, hvorved usikkerheden i β -transformationen ville nedbringes betydeligt (sammenlign f.eks. med tabel 3.10).

Med denne antagelse findes følgende sammenfattende resultatskema, der viser en vis reduktion i den endelige usikkerhed.

HR-nr.	β_i^s	$s_{\beta_i^s}$	M_v	s_{M_v}	r	s_r/r
3937	2,707	0,239	-0,51	5,02	142,6 pc	231%
4203	2,764	0,241	+0,34	3,13	96,4 pc	144%
4386	2,777	0,241	+0,48	2,77	51,8 pc	128%

Tabel 3.11. Sammenfattende revideret resultatskema.

I de oprindelige resultater er de transformerede β_i^s -værdier forbundet med relative usikkerheder af størrelsesordenen 32% (tabel 3.7), hvor de med de 2 foregående antagelser er blevet reduceret til størrelsesordenen 9%, det vil sige med en faktor på ca. $3\frac{1}{2}$.

Det ses derfor, at usikkerheden forøges betydeligt, når programstjernernes absolute størrelsesklasse aflæses af $M_v(\beta)$ -kalibreringskurven (fig. 3.6). Dette skyldes de relativt store hældningstangenter i kurven, idet selv en relativ lille afvigelse i β_i^s vil med en stor hældningstangent give en stor afvigelse i M_v .

Beregningen af standardafvigelsen på M_v bygger på antagelsen om, at kalibreringskurven er lineær i en lille omegn om β_i^s , men med usikkerhedsintervaller på den givne størrelse er denne antagelse meget tilfældig. Hvis der derimod var anvendt en 2. ordens tilnærmelse til kalibreringskurven, ville dette ikke have den helt store betydning, idet en stor del af denne effekt ville være, at usikkerhedsintervallet ville forskydes mod lavere M_v , uden at intervallets størrelse ændredes betydeligt.

Med en gennemsnitlig hældningstangent på kalibreringskurven af størrelsesordenen 15 findes med en standardafvigelse på β_i^s på ca. 0,2 derved en afvigelse på M_v af størrelsesordenen 3. Hvis afstanden skulle bestemmes med en relativ usikkerhed på 15%, så betyder det, at standardafvigelsen på M_v og dermed på β_i^s skulle være en faktor 10 mindre, hvilket må skønnes tilfredsstillende under optimale betingelser.

Det vil sige, at usikkerheden på programstjerners β_i^s -værdier bør være af størrelsesordenen $s_{\beta_i^s} = 0,02$.

3.4. KONKLUSION.

Der er i det foregående vist en simpel anvendelse af H_{β} -fotometri, idet afstanden til 3 B-type stjerner er blevet bestemt. Resultatet er dog behæftet med en uacceptabel stor standardafvigelse, som i relation til den anvendte astronomi viser sig at være af mere formel karakter.

I den systematiske H_{β} -fotometri er især 3 forhold anderledes i relation til det her demonstrerede anvendelseseksempel.

1. H_{β} -fotometre er idag udstyret med en beam-splitter, der betyder, at der måles simultant gennem såvel det smalle som det brede H_{β} -filter.

Dette medfører en relativ mindre standardafvigelse på de enkelte målinger som følge af, at β -indekset derved defineres under helt samme atmosfæreforhold.

2. Da atmosfæreforholdene kan ændres meget fra nat til nat, og denne usikkerhedsfaktor er helt tilfældig og ubestemt, er astronomerne i praksis stort set kun interesseret i standardafvigelsen på de enkelte målinger.

Derfor anvendes i den systematiske H_{β} -fotometri en nattekorrektion, der med hensyn til atmosfæreforholdene sidestiller de enkelte måleserier, hvorfor afvigelsen måleserierne indbyrdes ikke tillægges nogen betydning.

Yderligere vil man med et stort talmateriale, hvor en nattekorrektion har sidestillet de målte β -indeks, groft kunne frasortere de β -værdier, der adskiller sig markant med tilfældige afvigelser.

3. I den systematiske H_{β} -fotometri udføres målinger på et meget stort antal programstjerner, og tilsvarende inddrages langt flere standardstjerner (mod op til 100) til at definere standardsystemet.

Dette betyder i praksis en forsvindende usikkerhed i β -transformationskurven, hvorfor programstjernernes standardafvigelse i standardsystemet stort set kun afhænger af usikkerheden på stjernens målte β -indeks, idet der da

gælder $s_{\beta_i^s} = \frac{1}{a} s_{\bar{\beta}_i}$

og da $a \approx 1$

findes $s_{\beta_i^s} \approx s_{\bar{\beta}_i}$

Som mål og kontrol på de målte standardstjerners β -indeks' tilnærmelse til β -transformationskurven benyttes

$$s_{\bar{\beta}_i} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{j=1}^n (\bar{\beta}_{i,j} - a\beta_{i,j}^s - q)^2}$$

For den her anvendte afstandsbestemmelse ville et veletableret standardssystem med forsvindende usikkerhed i β -transformationen derved betyde, at usikkerheden på resultatet ville reduceres som vist i tabellen herunder.

HR-nr.	$s_{\bar{\beta}_i}$	$s_{\beta_i^s}$	s_{M_v}	s_r/r
3937	0,084	0,082	1,72	79%
4203	0,030	0,029	0,38	17%
4386	0,012	0,012	0,14	6%

Tabel 3.12. Usikkerheder på programstjerneerne med et standardtransformationssystem med forsvindende usikkerhed.

Et sådant resultat viser med al tydelighed betydningen af et veletableret standardssystem.

Det sætter derfor meget store krav om måleteknisk nøjagtighed, men trods de meget store usikkerheder på det egentlige resultat, så synes de at være til at forklare umiddelbart, og især synes det muligt at rette op til en vis grad ved evt. gentagne målinger af denne art.

Det giver dog især anledning til at være særlig omhyggelig i centrering og fokusering af stjernen, og specielt at sikre sig, at standardsystemet etableres med meget stor nøjagtighed. Dette kan f.eks. gøres ved at inddrage flere standardstjerner (f.eks. af størrelsesordenen 10) til at definere β -transformationssystemet, idet dette vil give langt bedre mulighed for statistisk at vurdere de enkelte måleresultater.

LITTERATURFORTEGNELSE:

1. Johannes Andersen, Leif Hansen og Birgitta Nordström,
Galakser og kosmologi. (Akademisk Forlag, 1985)
2. D. L. Crawford,
Absolute magnitude determinations from hydrogen-line
photometry.
(ed. B. Hauck & B. E. Westerlund: Problems of calibration
of absolute magnitudes and temperature of stars.
Reidel, Dordrecht, 1973, p. 93-113)
3. D. L. Crawford,
Empirical calibrations of the uvby, β systems.
I. The F type stars.
(The Astronomical Journal, bind 80 (1975), p. 955-971)
4. D. L. Crawford,
Empirical calibrations of the uvby, β systems.
II. The B type stars.
(The Astronomical Journal, bind 83 (1978), p. 48-63)
5. D. L. Crawford and Jeannette Mander,
Standard stars for photoelectric H_{β} photometry.
(The Astronomical Journal, bind 71 (1966), p. 114-118)
6. Peter Gammelgaard,
Afstandsmålinger i universet.
(Astronomisk Tidsskrift, bind 5 (1972), p. 174-182)
7. B. Grønbech and E. H. Olsen,
Four-colour uvby photometry for bright O to G0 type
stars south of declination $+10^{\circ}$.
(Astronomy and Astrophysics, Suppl. Ser.,
bind 25 (1976), p. 213-270)
8. B. Grønbech and E. H. Olsen,
Photoelectric H_{β} photometry for bright O to G0 type
stars south of declination $+10^{\circ}$.
(Astronomy and Astrophysics, Suppl. Ser.,
bind 27 (1977), p. 443-462)

9. Ole Per Hansen,
Sandsynlighedsregning, statestik og behandling
af måleresultater. (Skuffe 20, K.U. Fysik 73, 1976)
10. Bodil E. Helt,
Klassisk astronomi. (Akademisk Forlag, 1975)
11. Dorrit Hoffleit,
Catalogue of bright stars (CBS).
(Yale University Observatory, New Haven, Connecticut,
1964)
12. Henning E. Jørgensen og Bodil E. Helt,
Astrofysik. (Akademisk Forlag, 1976)
13. Henning E. Jørgensen og Bodil E. Helt,
Teoretisk astrofysik (Akademisk Forlag, 1978)
14. I. Knude,
Et effektivt fotometrisk system på den danske
150 cm reflektor på La Silla.
(Astronomisk Tidsskrift, bind 14 (1981), p. 49-54)
15. Ingvar Lindgren et. al.,
Fysik 3 - kvantfysik. (Almqvist & Wiksell Förlag AB,
1971)
16. B. Nicolet,
Catalogue of homogeneous data in the UBV photoelectric
photometric system.
(Astronomy and Astrophysics, Suppl. Ser.,
bind 34 (1978), p. 1-49)
17. R. Florentin Nielsen,
Impulstællingsteknik anvendt i fotoelektrisk fotometri.
(Astronomisk Tidsskrift, bind 4 (1971), p. 49-55)
18. Carl Nordling,
Fysik handbok. (Almqvist & Wiksell Förlag AB, 1973)

19. U. Sinnerstad,
The fundamental physical parameters of main-sequence
and near main-sequence B type stars as derived from
uvby, β photometry.
(Astronomy and Astrophysics, Suppl. Ser.,
bind 40 (1980), p. 395-408)

20. Bengt Strömgren,
Spectral Classification through photoelectric narrow-
band photometry.
(Annual Review in Astronomy and Astrophysics,
bind 4 (1966), p. 433-472)

21. Stig Wramdemark,
Om Vintergatans spiralstruktur.
(Astronomisk Tidsskrift, bind 11 (1978), p. 29-35)

- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt. Projektrapport af: Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt. Vejleder: Anders Madsen
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund. Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Krenøe og Peter H. Lassen. Vejleder: Bernhelm Boss.
- 3/78 "OPCAVESAMLING", breddekursus i fysik. Af: Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer og Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Af: Mogens Niss. Nr. 4 er p.t. udgået.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Af: Helge Kragh. Nr. 5 er p.t. udgået.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret". Af: Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Af: B.V. Gnedenko. Nr. 7 er udgået.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum". Projektrapport af: Lasse Rasmussen. Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET". Projektrapport af: Jan Christensen og Jeanne Mortensen. Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER". Af: Jørgen Larsen.
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Af: Mogens Brun Heefelt. Nr. 12 er udgået.
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET". Projektrapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Albert Chr. Paulsen.
- 14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of". Af: Else Høyrup. Nr. 14 er p.t. udgået.
- 15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt". Specialeopgave af: Leif S. Striegler. Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN". Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen.
- 17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen". Af: Albert Christian Paulsen.
- 18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint. Af: Bernhelm Booss og Mogens Niss (eds.)
- 19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED". Projektrapport af: Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen. Vejleder: Mogens Niss.
- 20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER". Projektrapport af: Michael Olsen og Jørn Jensen. Vejleder: Jørgen Larsen
- 21/79 "KONTROL I GYMNASIET-FORMÅL OG KONSEKVENSER". Projektrapport af: Crilles Bacher, Per S.Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.
- 22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)". 1-port lineært response og støj i fysikken. Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality". Af: Helge Kragh.
-
- 24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE hos 2.G'ERE". a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale. Projektrapport af: Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen. Vejleder: Mogens Niss.
- 25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.
- 26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER". En projektrapport og to artikler. Af: Jens Højgaard Jensen m.fl.
- 27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS". Af: Helge Kragh.
- 28/80 "DILENTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber". Projektrapport af: Gert Kreinøe. Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller". Projektrapport af: Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen. Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION". Af: Oluf Danielsen. Nr. 30 er udgået.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSYSTEMER BASERET PÅ MENGDRELERE". Projektrapport af: Troels Lange og Jørgen Karrebæk. Vejleder: Stig Andur Pedersen. Nr. 31 er p.t. udgået.
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMÅLINGER - OG MOSSBAUEREFFEKTÅLINGER". Projektrapport af: Crilles Bacher og Preben Jensen. Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Christiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK - NATURVIDENSKABELIGE UDDANNELSER. I-II". Af: Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION". ENERGY SERIES NO. I. Af: Bent Sørensen. Nr. 34 er udgået.

- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Af: Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN?".
Fire artikler.
Af: Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO. 2.
Af: Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIE TEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI OG SAMFUND".
Projektrapport af: Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået.
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Af: Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknologivurdering".
Projektrapport af: Arne Jørgensen, Bruno Petersen og Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO. 3.
Af: Bent Sørensen.
- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Af: Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO. 4.
Af: Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISKE UNDERSØGELSER AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af: Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82 Er aldrig udkommet.
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE-
1+11 ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af: Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejledere: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO. 5.
Af: Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af: Lis Ellertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn og Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af: Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen og Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY".
ENERGY SERIES NO. 6.
Rapport af: Bent Christensen, Bent Hove Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK ?"
Projektrapport af: Lis Ellertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS".
Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Af: Arne Jacobsen og Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Af: Stig Andur Pedersen og Johannes Witt-Hansen.
- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi.
Af: Else Høytrup.
Vedr. tekst nr. 55/82 se også tekst nr. 62/83.
- 56/82 "EN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af: Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET"-
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af: Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
Nr. 57 er udgået.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger over spredning af dyr mellem småbiotoper i agerlandet.
Projektrapport af: Per Hammershøj Jensen og Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Af: Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE"- et eksempel.
Projektrapport af: Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION, SOM ET EKSEMPEL PÅ EN NATURVIDENSKAB - HISTORISK SET".
Projektrapport af: Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høytrup, Jens Højgaard Jensen og Jørgen Vogellius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde Universitetsbibliotek.
En biografi 2. rev. udgave.
Af: Else Høytrup.
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8.
Af: David Crossley og Bent Sørensen.
- 64/83 "VON MATEMATIK UND KRIEG".
Af: Bernhelm Booss og Jens Høytrup.
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af: Per Heidegård Andersen, Kirsten Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss og Klaus Grünbaum.
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Ole Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen.
- 67/83 "ELEPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?".
Projektrapport af: Lone Billmann og Lars Boye.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt.
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK" - til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af: Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid og Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.

- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer.
Af: Albert C. Paulsen.
- 70/83 "INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSENUNDERVISNINGSNIVEAU".
Projektrapport af: Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glørup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejledere: Klaus Grünbaum og Anders Hede Madsen.
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Af: Karin Beyer, Sussanna Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich og Mette Vedelsby.
- 72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S Peirce.
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt.
ENERGY SERIES NO. 9
Specialeopgave i fysik af: Bent Hove Jensen.
Vejleder: Bent Sørensen.
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik.
Projektrapport af: Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering.
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank Mølgaard Olsen.
Vejledere: Mogens Brun Heefelt og Jens Bjørneboe.
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af: Niels Boye Olsen og Bent Sørensen.
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller.
Projektrapport af: Svend Åge Houmann, Keld Nielsen og Susanne Stender.
Vejledere: Jørgen Larsen og Jens Bjørneboe.
- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE".
Projektrapport af: Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B".
Af: Mogens Brun Heefelt.
- 81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM".
Specialrapport af: Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen.
Vejleder: Niels Boye Olsen.
- 82/84 "MATEMATIK - OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTO-MATISEREDE SAMFUND".
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983.
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss.
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY":
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
Af: Bent Sørensen
nr. 83 er p.t. udgået
- 84/84 "NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Af: Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK".
Specialrapport af: Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
Af: Bent Sørensen.
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS".
Af: Detlef Laugwitz.
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING".
Af: Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
- 90/84 "ENERGI I L.G - EN TEORI FOR TILRETTELÆGGELSE".
Af: Albert Chr. Paulsen.
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET".
2. Materiale
Projektrapport af: Biger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson.
Vejleder: Torsten Meyer.
- 93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM - NON - LOCALITY".
Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren og ånden".
Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl og Frank M. Olsen.
Vejleder: Mogens Niss.
- 95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE".
PEACE RESEARCH SERIES NO. 3
Af: Bent Sørensen
- 96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING".
Af: Bjarne Lillethorup.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY".
Af: Jeppe C. Dyre.
- 98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDEREN".
Af: Bent Sørensen.
- 99/85 "Der er langt fra Q til R".
Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klintonp.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
- 100/85 "TALSYSTEMETS OPBYGNING".
Af: Mogens Niss.
- 101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS IN PERTURBATIVE FORM".
Af: Ganesh Sengupta.
- 102/85 OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED MODELLER OVER KØRS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING".
Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn og Susanne Stender.
Vejleder: Klaus Grünbaum.

- 103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE OG VIDENSKABENS LYSE IDEER".
 Projekt rapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen.
 Vejleder: Bent Sørensen.
- 104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER".
 Af: Jens Jæger.
- 105/85 "THE FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SPECIFIC HEAT OF THE GLASS REANSTITION".
 Af: Tage Christensen.
- "A SIMPLE MODEL AF AC HOPPING CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
 Contributions to the Third International Conference on the Structure of Non - Crystalline Materials held in Grenoble July 1985.
- 106/85 "QUANTUM THEORY OF EXTENDED PARTICLES".
 Af: Bent Sørensen.
- 107/85 "EN MYG GØR INGEN EPIDEMI".
 - floedblindhed som eksempel på matematisk modelle-
 ring af et epidemiologisk problem.
 Projekt rapport af: Per Hedegård Andersen, Lars Boye,
 Carsten Holst Jensen, Else Marie Pedersen og Erling
 Møller Pedersen.
 Vejleder: Jesper Larsen.
- 108/85 "APPLICATIONS AND MODELLING IN THE MATHEMATICS CUR-
 RICULUM" - state and trends -
 Af: Mogens Niss.
- 109/85 "COX I STUDIETIDEN" - Cox's regressionsmodel anvendt på
 studenteroplysninger fra RUC.
 Projekt rapport af: Mikael Wennerberg Johansen, Poul Kat-
 ler og Torben J. Andreasen.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 110/85 "PLANNING FOR SECURITY".
 Af: Bent Sørensen
- 111/85 "JORDEN RUNDT PÅ FLADE KORT".
 Projekt rapport af: Birgit Andresen, Beatriz Quinones
 og Jimmy Staal.
 Vejleder: Mogens Niss.
- 112/85 "VIDENSKABELIGGØRELSE AF DANSK TEKNOLOGISK INNOVATION
 FREM TIL 1950 - BELYST VED EKSEMPLER".
 Projekt rapport af: Erik Odgaard Gade, Hans Hedal,
 Frank C. Ludvigsen, Annette Post Nielsen og Finn
 Physant.
 Vejleder: Claus Bryld og Bent C. Jørgensen.
- 113/85 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS 11".
 Af: Bernhelm Booss og Krzysztof Wojciechowski.
- 114/85 "ANVENDELSE AF GRAFISKE METODER TIL ANALYSE
 AF KONFIGURATIONSTABELLER".
 Projekt rapport af: Lone Billmann, Ole R. Jensen
 og Arne-Lise von Moos.
 Vejleder: Jørgen Larsen.
- 115/85 "MATEMATIKKENS UDVIKLING OP TIL RENESSANCEN".
 Af: Mogens Niss.
- 116/85 "A PHENOMENOLOGICAL MODEL FOR THE MEYER-
 NELDEL RULE".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 117/85 "KRAFT & FJERNVARMEOPTIMERING"
 Af: Jacob Mørch Pedersen.
 Vejleder: Bent Sørensen
- 118/85 "TILFÆLDIGHEDEN OG NØDVENDIGHEDEN IFØLGE
 PEIRCE OG FYSIKKEN".
 Af: Peder Voetmann Christiansen
-
- 119/86 "DET ER GANSKE VIST - - EUKLIDS FEMTE POSTULAT
 KUNNE NOK SKABE RØRE I ANDEDAMMEN".
 Af: Iben Maj Christiansen
 Vejleder: Mogens Niss.
- 120/86 "ET ANTAL STATISTISKE STANDARDMODELLER".
 Af: Jørgen Larsen
- 121/86 "SIMULATION I KONTINUERT TID".
 Af: Peder Voetmann Christiansen.
- 122/86 "ON THE MECHANISM OF GLASS IONIC CONDUCTIVITY".
 Af: Jeppe C. Dyre.
- 123/86 "GYMNASIEFYSIKKEN OG DEN STORE VERDEN".
 Fysiklærerforeningen, IMFUFA, RUC.