

TEKST NR 104

1985

ANALOGREGNEMASKINEN OG
LORENZLIGNINGERNE

Jens Jæger

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

IMFUFA, Roskilde Universitetscenter, Postboks 260, 4000 Roskilde

ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGERNE

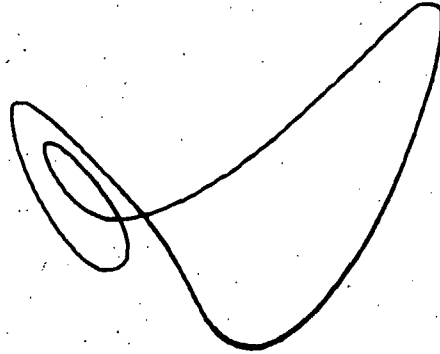
af Jens Jæger

IMFUFA tekst nr. 102/1985 37 sider ISSN 0106 - 6242

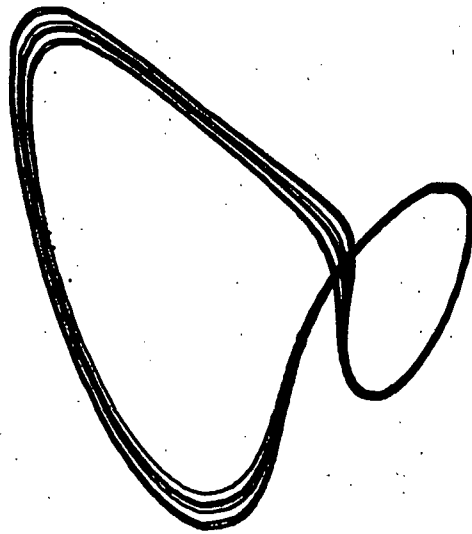
Abstract.

Afhandlingen består af en indledning og fem kapitler. I kapitel 1 forklares analogregnemaskinens opbygning, og i kapitel 2 hvordan man bruger den til løsning af lineære og ulineære differentiaalligninger. I kapitel 3 nævnes Lorenzligningerne, og hvor de stammer fra. Desuden omtales - så vidt vides her for første gang - et elektromekanisk system, der netop beskrives ved hjælp af Lorenzligningerne. I kapitel 4 fortælles hvorledes Lorenzligningerne sættes op på analogregnemaskinen, og i kapitel 5 er vist en række løsninger til Lorenzligningerne.

Jens Jæger



ANALOGREGNEMASKINEN OG
LORENZLIGNINGERNE



Indholdsfortegnelse

- Side 3. Indledning.
- Side 5. Kapitel 1. Analogregnemaskinens opbygning.
Operationsforstærkeren - Overloadlamper -
Potentiometre - Multiplikator.
- Side 13. Kapitel 2. Brug af analogregnemaskine.
Lineær differentiallyigning med konstante koeffi-
cienter - Ulineær differentiallyigning - Tids-
skalering - Amplitudeskalering.
- Side 19. Kapitel 3. Lorenzlikningerne og virkeligheden.
Luftstrømning - En elektromekanisk model.
- Side 23. Kapitel 4. Lorenzlikningerne sat op på analog-
regnemaskine.
System 1 - System 2 - System 3.
- Side 27. Kapitel 5. Løsninger til Lorenzlikningerne.

Indledning.

Efter anden verdenskrig har udviklingen af regnemaskiner øget vore muligheder for at løse komplicerede ikke-lineære problemer. I mange tilfælde sætter regnemaskiner os i stand til at få nye kvalitative og kvantitative oplysninger om ikke-lineære systemer på en i høj grad effektiv måde. For tiden er regnemaskiner delt i to hovedtyper: Cifferregnemaskiner og analogregnemaskiner.

Cifferregnemaskiner opererer med tal, således at problemets variable størrelser kan udtrykkes med enhver ønsket nøjagtighed. De sætter os i stand til at få i høj grad nøjagtige løsninger på ikke-lineære problemer. De udfører beregninger af ikke-lineære differentiaalligninger skridtvis - i princippet er der tale om en meget hurtig udførelse af numeriske metoder til integration. Imidlertid gælder, at selv om det er muligt at bygge cifferregnemaskiner, i hvilke de enkelte operationer udføres ekstremt hurtigt, så er den samlede tid, der er nødvendig for at løse et kompliceret ikke-lineært problem, stadig relativ lang.

I analogregnemaskinen repræsenteres problemets variable størrelser ved kontinuert varierende fysiske størrelser, sædvanligvis elektriske spændinger. Der er her tale om matematisk simulering, d.v.s. modellen og systemet beskrives ved samme differentiaalligninger. De analogregnemaskiner, der i dag er mest anvendt, udfører de matematiske operationer som f.eks. addition, subtraktion, integration og multiplikation i adskilte regneenheder. Disse enheder forbindes indbyrdes og giver os derved det analogsystem, der er nødvendigt for at løse det givne problem.

Integration, realisering af ikke-lineære funktioner og parallel operation kan udføres ganske let, og dette gør det muligt at løse ikke-lineære ligninger med høj hastighed. Dette gør det igen muligt for os at undersøge løsningens afhængighed af parametrene og dermed søge optimale varianter. Den sammenhæng, der eksisterer mellem problemets variable og

de størrelser, der bruges i analogregnemaskinen, gør det endvidere muligt at trænge ind i den fysiske natur af det problem vi undersøger. Ved løsningen af praktiske problemer er den begrænsede nøjagtighed af analogregnemaskinen sædvanligvis uden betydning.

Den type analogregnemaskine som (for tiden ihvertfald) er bedst egnet til løsning af ikke-lineære problemer er den elektroniske differentialanalysator, og det er den, vi her skal beskæftige os med. De variable repræsenteres ved elektriske spændinger. Den udfører de enkelte operationer med en relativ høj hastighed og med en nøjagtighed på 0,5 % til 0,01 % afhængig af kvaliteten af den analogregnemaskine, der bruges og typen af operationer. Den løser almindeligvis selv komplicerede differentiaalligninger på mindre end 100 sekunder. Denne høje hastighed gør det muligt for os på en økonomisk måde at finde et stort antal af varianter og, hvis det er nødvendigt, at søge efter optimale konstanter for det system vi undersøger. Differentiaalligninger løses ved successive integrationer og det forklares senere.

Kapitel 1.

Analogregnemaskinens opbygningOperationsforstærkeren.

De vigtigste komponenter i en analogregnemaskine er operationsforstærkerne. Det er jævnspændingsforstærkere, der er koblet således, at fortegnet vendes. De kaldes operationsforstærkere, fordi de oprindeligt kun anvendtes til at udføre matematiske operationer. Nu anvendes de også til andet bl.a. i reguleringsteknik og måleteknik, men kaldes stadig operationsforstærkere.

Kalder vi dens indgangsspænding u_1 og udgangsspænding u_2 (begge målt i forhold til stel), har vi $u_2 = -Au_1$. A er

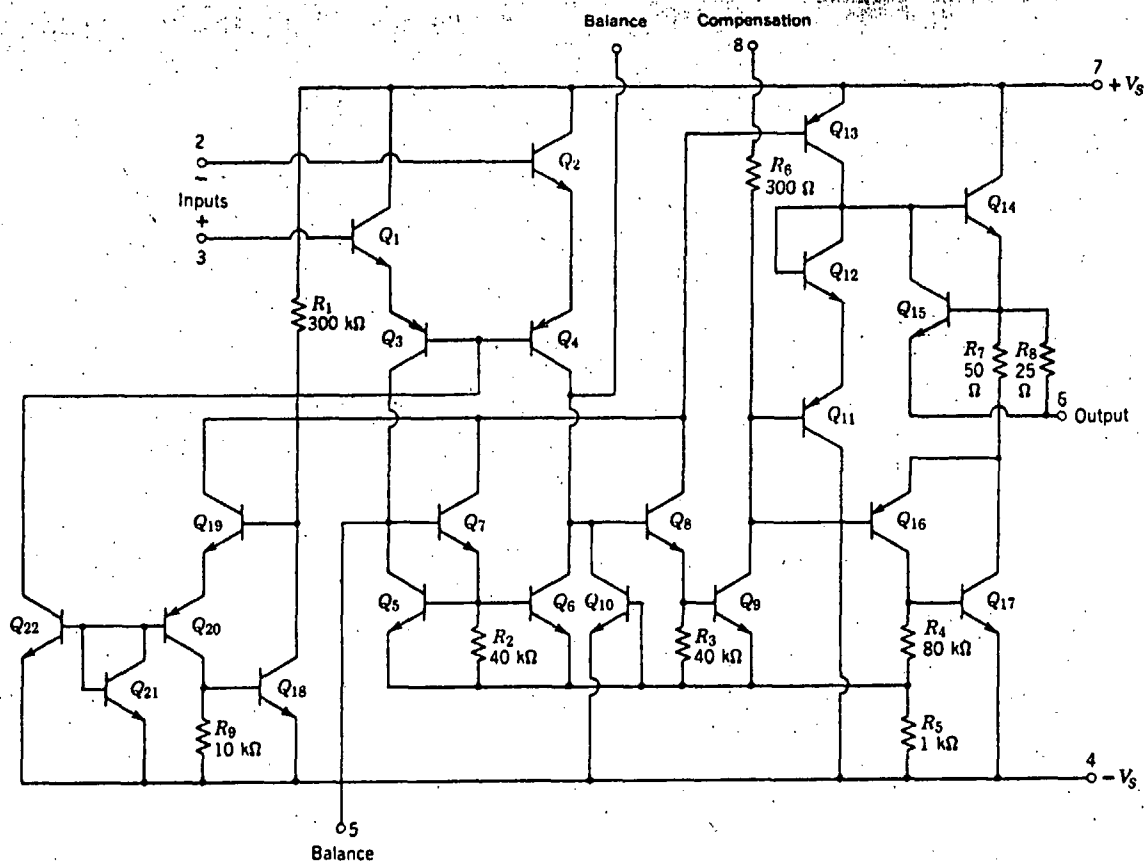


Figure 10.17 LM101 schematic diagram.

Fig. 1.1

positiv og meget stor, gerne omkring 10^5 .

På fig. 1.1 er vist diagrammet for en operationsforstærker. Da fortegnet ønskes vendt, bruges klemme 2 som indgangsklemme og klemme 3 stelforbindes. Klemme 6 er udgangsklemmen. (Figuren er hentet fra James K. Roberge: Operational Amplifiers. Theory and Practice. John Wiley & Sons Inc. New York 1975.)

Vi får ikke her brug for kendskab til en operationsforstærkers opbygning. Diagrammet fig. 1 er vist for at vise, at en operationsforstærker er noget ret kompliceret. Det er svært at lave en virkelig god operationsforstærker.

På fig. 1.2 er vist et almindeligt anvendt symbol for en operationsforstærker. A er som nævnt meget stor, og for enkelheds skyld regner vi i det følgende med, at den er uendelig stor.

Forholdet mellem indgangsspændingen og indgangsstrømmen kaldes indgangsmodstanden. Den er meget stor, og vi regner i det følgende med, at den er uendelig stor.

Når der sættes en belastning på operationsforstærkeren falder udgangsspændingen et stykke, der er lig produktet af udgangsstrømmen og udgangsmodstanden. Udgangsmodstanden er meget lille, og vi regner den for at være nul. Det vil sige, at vi regner med, at udgangsspændingen er uafhængig af belastningen.

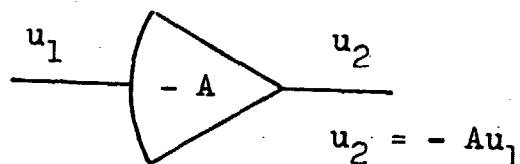


Fig. 1.2

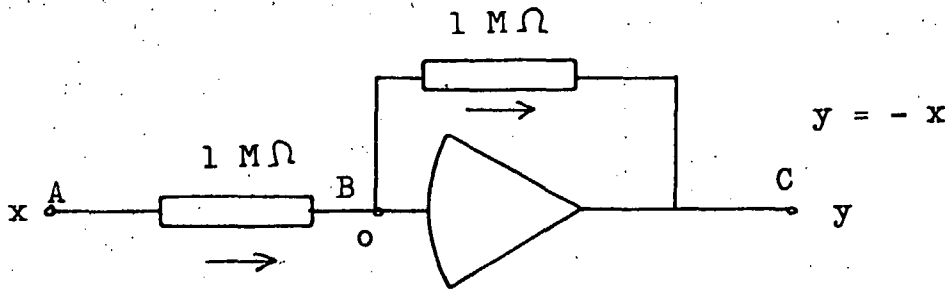


Fig. 1.3

På fig. 1.3 er vist en operationsforstærker med en modstand på 1 Megohm i indgangskredsen og en lige så stor modstand i en tilbagekobling. Indgangsspændingen (spændingen i punkt A) kaldes x og udgangsspændingen (spændingen i punkt C) kaldes y .

Da forstærkningen er uendelig stor og y er endelig (normalt højst 10 volt), må spændingen i punkt B være nul. Strømmen fra A til B må da være $x \mu\text{A}$. Da indgangsmodstanden i operationsforstærkeren er uendelig stor, må strømmen fra A til B fortsætte til punkt C. Heraf fås $y = -x$.

På fig. 1.4 er vist en operationsforstærker med tre indgange. Den samlede strøm i de tre modstande i indgangene bliver $x_1 \mu\text{A} + x_2 \mu\text{A} + x_3 \mu\text{A}$. Som før må denne strøm fortsætte gennem tilbagekoblingsmodstanden og vi får $y = -(x_1 + x_2 + x_3)$.

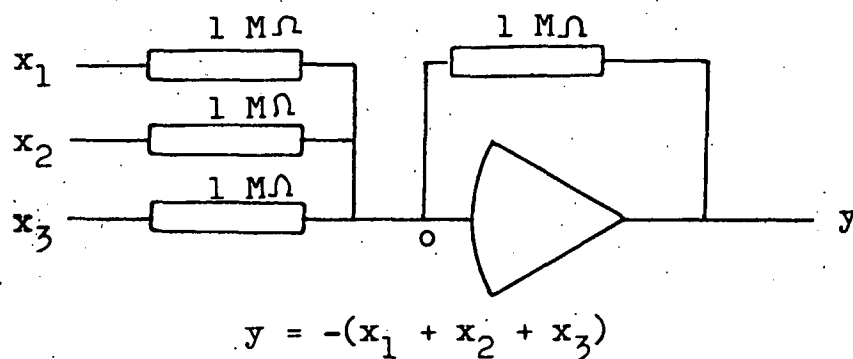
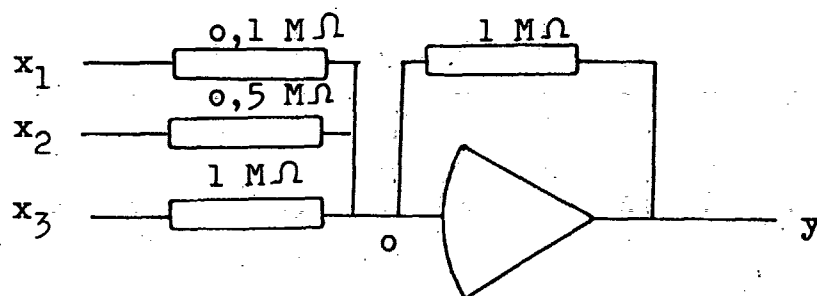


Fig. 1.4



$$y = -(10x_1 + 2x_2 + x_3)$$

Fig. 1.5

På fig. 1.5 er igen vist en operationsforstærker, men her er modstandene i indgangene forskellige. Strømmene i de tre indgange bliver $10x_1 \mu\text{A}$, $2x_2 \mu\text{A}$ og $x_3 \mu\text{A}$. Som før må den samlede strøm gå videre til udgangen og vi får $y = -(10x_1 + 2x_2 + x_3)$.

I diagrammer for opsætning på analogregnemaskiner angives koblingen vist på fig. 1.5 ved symbolet vist på fig. 1.6.

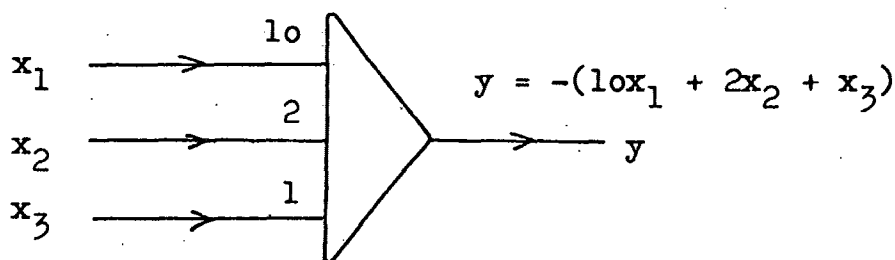


Fig. 1.6

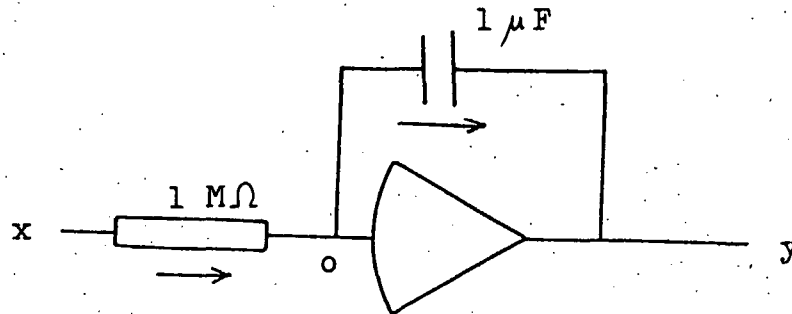


Fig. 1.7

På fig. 1.7 er vist en operationsforstærker med en kondensator i tilbagekoblingen. Strømmen gennem modstanden er $x \mu\text{A}$. Strømmen gennem kondensatoren er $-dy/dt \mu\text{A}$. Disse to strømme er lige store, og vi får

$$y = - \int x dt$$

I diagrammer for opsætning på analogregnemaskine angives koblingen fig. 1.7 ved symbolet vist på fig. 1.8.

På integratoren er anbragt en bøsning, hvorigennem man kan give kondensatoren en forspænding y_0 . Denne er da y 's begyndelsesværdi.

$$y = - \int_0^t x dt = - \int_0^t x dt + y_0$$

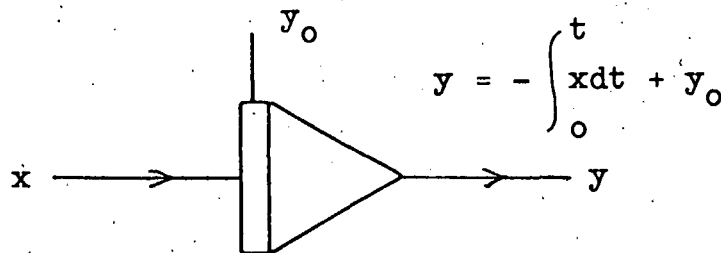


Fig. 1.8

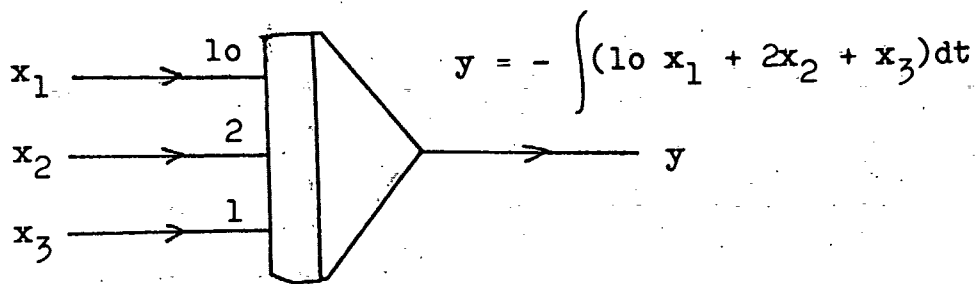


Fig. 1.9

Også når operationsforstærkeren bruges som integrator kan vi have flere indgange med forskellige modstande som i fig. 1.5. Hvis vi i fig. 1.5 i tilbagekoblingen udskifter modstanden (1 Megohm) med en kondensator på $1 \mu\text{F}$ får vi

$$y = - \int (10x_1 + 2x_2 + x_3) dt$$

I diagrammer for opsætning på analogregnemaskine angives dette som vist på fig. 1.9.

I analogregnemaskiner bruger man som regel kun operationsforstærkere som her vist, d.v.s. til summering af signaler og til at danne integralet af summen af nogle signaler. Der er dog mange andre muligheder som vist på fig. 1.10, der er hentet fra Winfried Oppelt: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge. 3. Auflage. Verlag Chemie. 1960. Hvis IMFUFA selv vil bygge en analogregnemaskine, burde man måske overveje at udvide den med nogle af disse kombinationer.

Overload-lamper.

Operationsforstærkerne kan kun afgive spændinger, der ligger mellem -10 volt og $+10$ volt. Er en forstærker koblet til at forstærke -2 gange og indgangsspændingen kommer over 5 volt, regner den forkert. Er indgangsspændingen f.eks. 6 volt, skulle forstærkeren jo afgive -12 volt, men afgiver kun -10 volt.

Hvis blot én af analogregnemaskinens operationsforstærkere får en udgangsspænding på $+10$ volt, lyser overload-lam-

Tafel 02,1. Lineare Rechenschaltungen, zugehörige Gleichungen und Übergangsfunktionen.

Schaltbild	$F = \frac{u_a}{u_e}$	U-Funktion	Schaltbild	$F = \frac{u_a}{u_e}$	U-Funktion
	$-\frac{1}{R_e C_f p}$			$-\frac{C_e}{C_f} - \frac{1}{R_e C_f p}$	
	$-\frac{R_f}{R_e (1 + R_f C_f p)}$			$-\frac{(R_f + \frac{C_e}{C_f})}{R_e C_e p} - \frac{1}{C_f R_e p}$	
	$\frac{R_f (1 + R_f C_f p)}{R_e R_f C_f p}$			$-\frac{R_f}{R_e} \frac{T_e p}{1 + (T_e + T_f)p + T_e T_f p^2}$	
	$-\frac{R_f R_e C_e p}{R_e (1 + R_e C_e p)}$			$\frac{R_f (1 + T_e p)}{R_e (1 + T_f p)}$	
	$-\frac{R_f}{R_e} (1 + R_e C_e p)$			$\frac{R_2 (1 + R_1 C_1 p)}{R_e (1 + C_1 (R_1 + R_2) p)}$	
	$-\frac{1}{R_{e1} R_{e2} p}$			$\frac{R_f (1 + C_1 (R_1 + R_2) p)}{R_2 (1 + R_1 C_1 p)}$	
	$-\frac{R_f}{R_{e1}} \left\{ 1 + (R_f + R_{e2} + \frac{R_f R_{e2}}{R_{e1}}) C_f p + R_f R_{e2} C_e C_f p^2 \right\}$			$\frac{R_f}{R_2} \frac{1 + C_1 (R_1 + R_2) p}{(1 + R_1 C_1 p) (1 + R_f C_f p)}$	

Fig. 1.10

pen mærket +. Hvis blot én af operationsforstærkerne får en udgangsspænding på -10 volt lyser overload-lampen mærket -.

Hvis overload-lamperne kun giver ganske korte blink med lange mellemrum, er det næppe noget man behøver at bekymre sig om. Lyser de derimod hyppigt og/eller lang tid ad gangen, er resultaterne upålidelige, og vi må vælge en anden skalering, se næste kapitel.

Potentiometre.

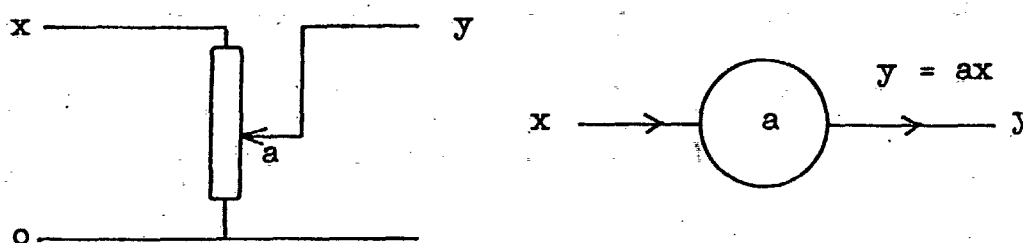


Fig. 1.11

Ved hjælp af et potentiometer som i fig. 1.11 til venstre kan vi multiplicere med en faktor a , der ligger mellem 0 og 1. Til højre i fig. 1.11 er vist, hvorledes dette angives i et diagram.

Multiplikator.

Analogregnemaskiner har også gerne en multiplikator. Den har to indgange og en udgang. Er spændingerne på indgangene x_1 og x_2 volt, bliver udgangsspændingen y givet ved $y = 0,1 \cdot x_1 \cdot x_2$. Da x_1 og x_2 begge maksimalt kan blive 10 volt, bliver der her ikke tale om overload.

I diagrammer angives multiplikatoren som et kvadrat med et diagonalt kryds.

Kapitel 2.

Brug af analogregnemaskine

Brugen af analogregnemaskinen vises ved hjælp af nogle eksempler.

Lineær differentiaalligning med konstante koefficienter.

Vi ser på følgende differentiaalligning

$$y''' + ay'' + by' + cy = x$$

a, b og c er positive konstanter mindre end 1 og vi ønsker at se y som funktion af tiden, når x er kendt.

Differentiaalligningen kobles op på analogregnemaskinen som vist på fig. 2.1. Summen af de signaler, der går ind i operationsforstærkeren øverst til venstre er

$$x - cy - by' - ay''$$

Af differentiaalligningen ses, at dette netop er y''' . Som taleksempel kan vi sætte $a = 0,7$, $b = 0,8$ og $c = 0,4$

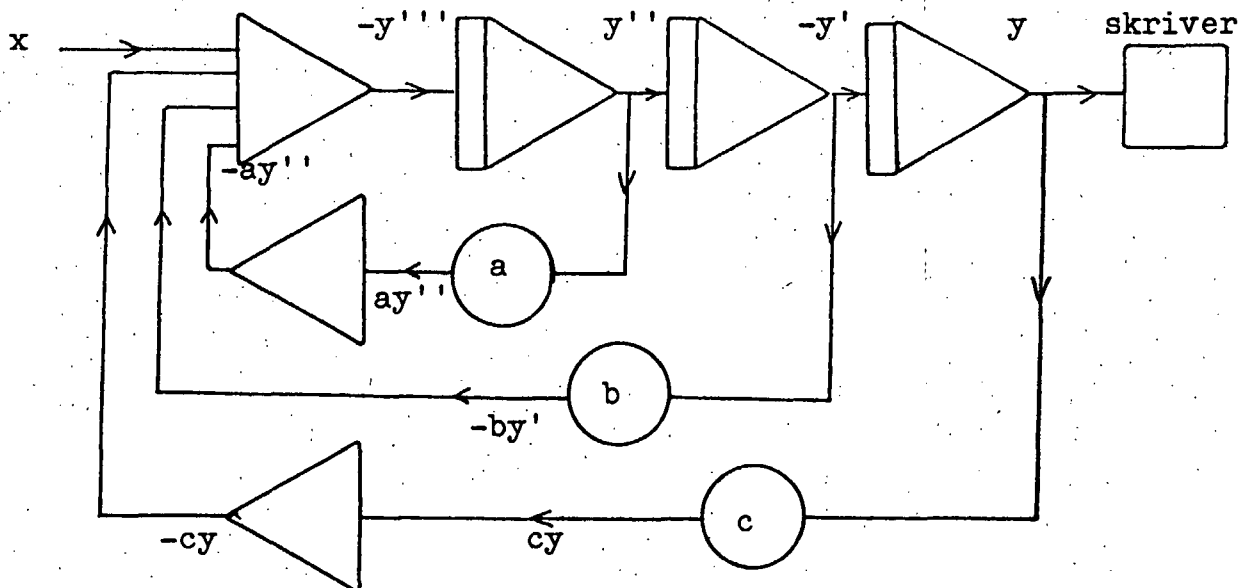


Fig. 2.1

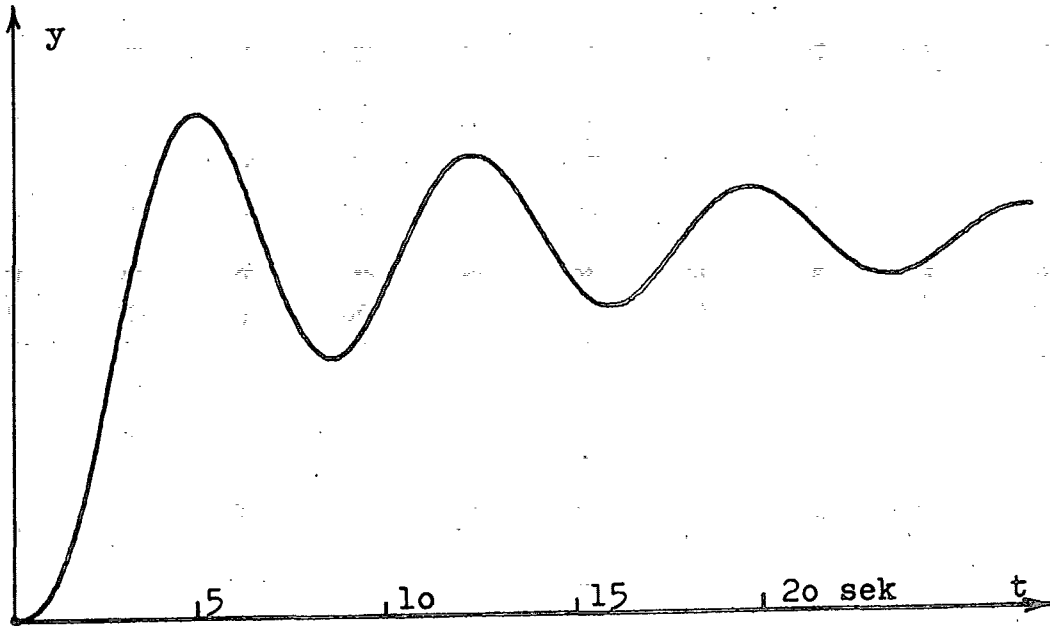


Fig. 2.2

og lade x være en konstant. Løsningen bliver da som vist på fig. 2.2.

Ulineær differentiaalligning.

Som eksempel ser vi på ligningen

$$\frac{dy}{dt} = y(g - y) \quad \text{eller} \quad y = \int_0^t y(g - y) dt + y_0$$

g er en konstant. g er den grænseværdi, som y nærmer sig for $t \rightarrow \infty$. y_0 er værdien af y til tiden $t = 0$. Vi sætter opgaven op på en analogregnemaskine som vist på fig. 2.3.

På fig. 2.4 er vist y som funktion af t for forskellige værdier af y_0 . Det er den logistiske kurve.

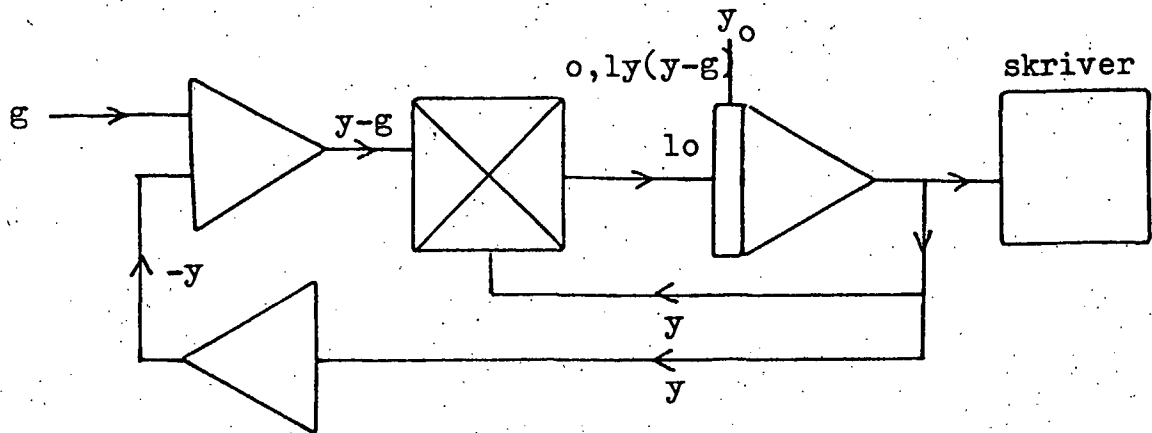


Fig. 2.3

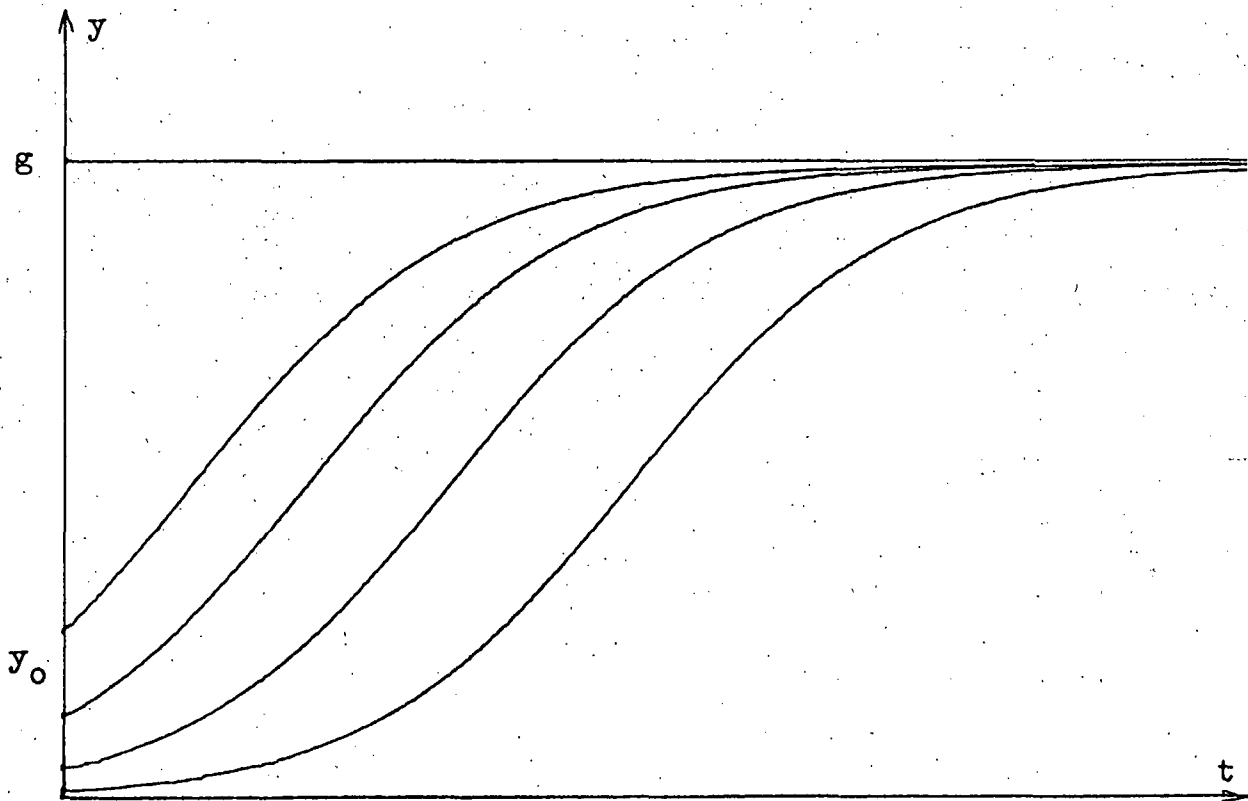


Fig. 2.4

Tidsskalering.

Multipliserer vi tiden t i den differentiaalligning, som vi ønsker at løse, med en konstant, ændrer vi tidsskalaen. Derved bliver løsningshastigheden ændret, og det kan ofte være en fordel undertiden ligefrem en nødvendighed.

Lad os se på differentiaalligningen

$$2400 \frac{d^2 y}{dt^2} + 45 \frac{dy}{dt} + 0,70 y = k$$

k er en konstant.

Vi indfører en ny tid, idet vi sætter $t = 50\tau$ og dermed $dt = 50 d\tau$ og $dt^2 = 2500 d\tau^2$ og får

$$\frac{2400}{2500} \frac{d^2 y}{d\tau^2} + \frac{45}{50} \frac{dy}{d\tau} + 0,70 y = k \quad \text{eller}$$

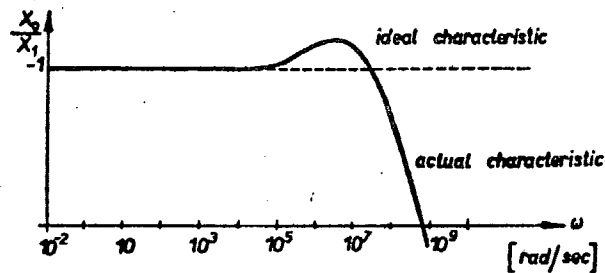


Fig. 4.8. Ideal and actual amplitude characteristics of sign-reversing amplifier

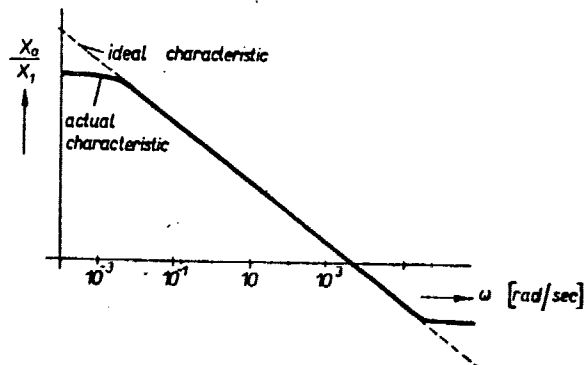


Fig. 4.6. Ideal and actual amplitude characteristics of integrating amplifier

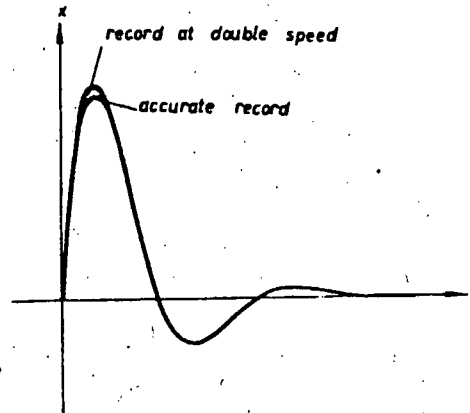


Fig. 4.18. Records of transient with different time scales. At the higher speed an error is introduced due to the recording device

Fig. 2.6

$$0,96 \frac{d^2 y}{dt^2} + 0,90 \frac{dy}{dt} + 0,70 y = k$$

Nu er koefficienterne blevet så små, at vi kan sætte dem på potentiometrene.

Frekvenskarakteristikkerne vist i fig. 2.5 er lånt fra Stanislav Vojtášek og Karel Janáč: Solution of non-linear systems. Prag 1969. Den øverste frekvenskarakteristik viser, at en operationsforstærker koblet til at give forstærkningen -1 kun giver denne forstærkning op til en bestemt frekvens, her $\omega = 10^5$ rad/sek. Den nederste frekvenskarakteristik viser, at hvis den kobles som integrator, virker den kun som integrator i et bestemt interval, her $10^{-2} < \omega < 10^5$ rad/sek. Ved hjælp af en passende tidsskalering skal vi sørge for at holde os i dette interval.

Også fig. 2.6 er lånt fra Vojtášek og Janáč. Den viser, at der ved for stor hastighed kan komme en fejl fra skrive-
ren.

Undertiden er analogregnemaskinen forsynet med en automatisk tidsskalering i forholdet 1:2. Den virker ved, at man ved at dreje en enkelt kontakt fordobler kapaciteten i alle integratorernes kondensatorer. Hvis løsningen - udover at tidsskalaen ændres i forholdet 1:2 - ikke påvirkes af en sådan ændring, kan man betragte tidsskaleringen som tilfredsstillende.

Amplitudeskalering.

Multipliserer vi den (eller de) variable, der er en funktion (eller funktioner) af tiden, med en passende konstant, har vi lavet en amplitudeskalering. Den laver vi, for at de elektriske spændinger hverken skal blive for store eller for små. Bliver de for store, får vi overload, og det viser sig ved, at overload-lamperne lyser og resultaterne bliver forkerte. Bliver spændingerne for små, falder nøjagtigheden. Det er ikke heldigt, hvis nogle af spændingerne i systemet kun er brøkdele af en volt, da den relative nøjagtighed så bliver lav. I praksis må man prøve sig frem. Man starter med en grov idé om, hvordan opgaven skal sættes op på analogregnemaskinen og laver så succesivt forbedringer i skaleringen.

I kapitel 4 er vist eksempler med såvel tidsskalering som amplitudeskalering.

Kapitel 3.

Lorenzlikningerne og virkeligheden

Lorenzlikningerne lyder således

$$\frac{dx}{dt} = \sigma (y - x) \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz \quad (3)$$

x , y , z og t er variable og t er tiden. σ , r og b er positive konstanter.

Luftstrømning.

Lorenzlikningerne er en forenkling af nogle partielle differentiaallinger, der gælder for strømninger i et luft-hav af ensartet dybde og hvor temperaturforskellen mellem top og bund holdes på en konstant værdi. x er proportional med intensiteten af konvektionen, d.v.s. med intensiteten af den varme lufts bevægelse opad og den kolde lufts bevægelse nedad. y er proportional med temperaturforskellen mellem opadstigende og nedadgående luftmasse. Hvis x og y har samme fortegn, bevæger den varme luft sig opad og den kolde luft nedad.

z er et mål for hvor meget den vertikale temperaturprofil afviger fra at være en ret linie; en positiv værdi af z angiver, at de største temperaturgradienter forekommer ved lufthavets top og bund. $\sigma = K^{-1} \nu$ er Prandtl-tallet, hvor K er koefficienten for termisk ekspansion og ν viskositeten. r er Rayleigh-tallet og kaldes også bifurkationsparametren. b angiver nogle andre fysiske forhold i det område vi betragter. σ , r og b er positive.

Lorenzlikningerne blev først nævnt i en artikel 1963. Lorenz, E.N. "Deterministic non-periodic flows". J.Atmos. Sci., 20, 130 - 141.

Lorenz, der både er meteorolog og matematiker, søgte efter et tredimensionalt sæt af almindelige differential-

ligninger, som kunne forklare noget af den uforudsigelige opførsel, vi normalt forbinder med vejret. Lorenzlikningerne har vist sig at have ekstremt komplicerede løsninger og er især i de senere år blevet ivrigt studeret, se f.eks. Colin Sparrow: *The Lorenz Equations: Bifurcations, Chaos, and Strange Attractors*. 1982. Springer Verlag New York Inc.

En elektromekanisk model.

Lorenzlikningerne passer forbavsende nok til en ganske enkel model bestående af en elektromotor, der forsynes med strøm fra to forstærkere og belastes med et moment proportional med omdrejningshastigheden.

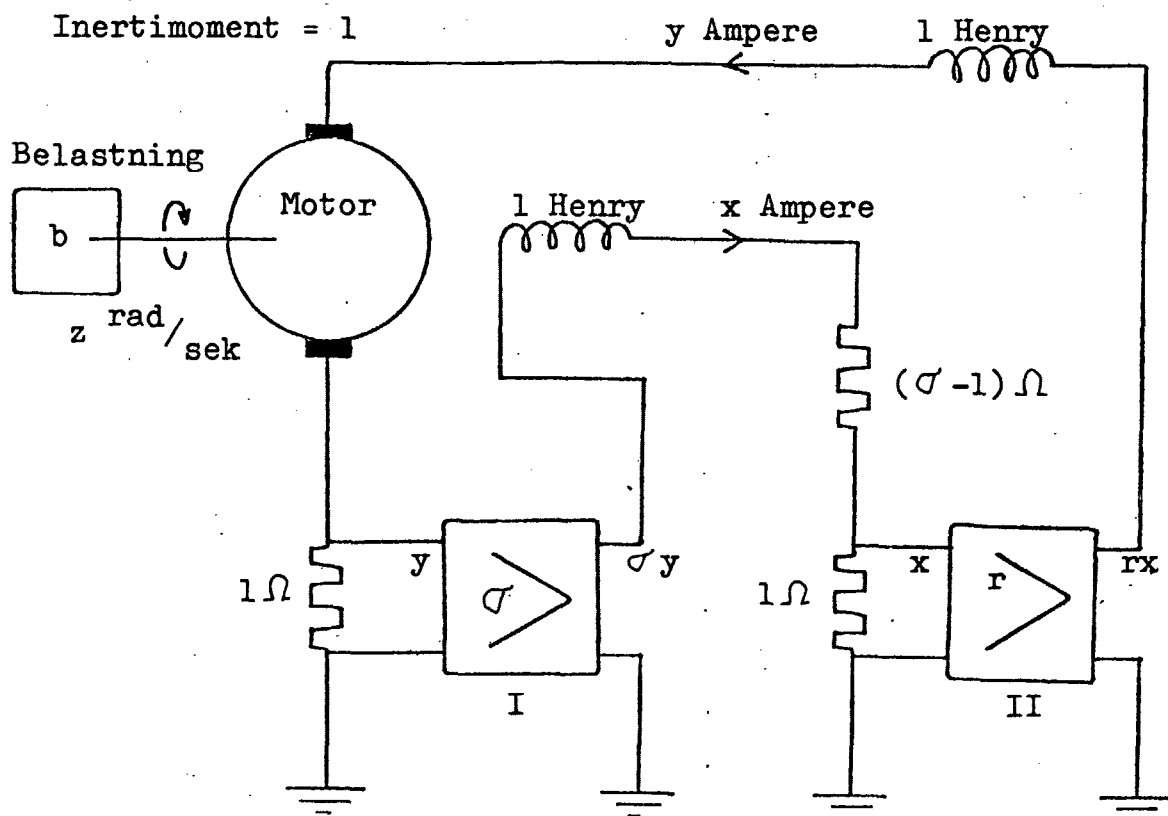


Fig. 3.1

På fig. 3.1 er vist en elektromotor (jævnstrømsmotor) med belastning og forsynet med elektrisk strøm fra to forstærkere I og II. Forstærkerne er spændingsforstærkere med forstærkningerne σ og r . For begge forstærkere gælder, at indgangsmodstanden er uendelig stor, og at udgangsmodstanden er nul.

Strømmen gennem motorens feltvikling (statorvikling) er x Ampere og strømmen gennem dens ankervikling (rotorvikling) er y Ampere. Feltviklingens selvinduktion er 1 Henry. For feltkredsen har vi

$$\begin{aligned}\sigma y &= \frac{dx}{dt} + (\sigma - 1)x + x \quad \text{eller} \\ \frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x)\end{aligned}\quad (1)$$

Dette er den første Lorenzligning.

Motoren kører med hastigheden z rad/sek. I ankerviklingen induceres en spænding, der er proportional med hastigheden (z) og med magnetfeltet, der igen er proportional med strømmen x . Den inducerede spænding er derfor proportional med xz , og vi sætter proportionalitetskonstanten lig 1.

I serie med motorens ankerkreds er anbragt en modstand på 1Ω og en selvinduktion på 1 Henry. For ankerkredsen har vi

$$\begin{aligned}rx - xz &= \frac{dy}{dt} + y \quad \text{eller} \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz\end{aligned}\quad (2)$$

Dette er den anden Lorenzligning.

Motorens belastning tænkes at være et moment, der er proportionalt med motorens hastighed. Momentet er bz , hvor b er en konstant. Inertimomentet af de roterende dele i motor og belastning er 1 kgm^2 .

Motorens afgivne mekaniske moment er proportionalt med ankerstrømmen (y) og magnetfeltet (x), d.v.s. med xy . Proportionalitetskonstanten sættes lig 1, så motorens afgivne moment minus belastningsmomentet er $xy - bz$. Vi får

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz \quad (3)$$

Dette er den tredje Lorenzligning.

Vi ser derefter på energiforholdene. Forstærker I afgiver spændingen σy og strømmen x , d.v.s. effekten σxy . Tilsvarende ses at forstærker II afgiver effekten $rx y$. I korte tidsrum kan x og y have modsat fortegn, så forstærkerne må kunne optage effekt fra systemet.

I motoren er den inducerede spænding xz , og da strømmen gennem den er y , optager motoren den elektriske effekt xyz . Motorens afgivne mekaniske moment er xy , og da den kører med hastigheden z , er dens afgivne mekaniske effekt xyz . (Motoren omdanner elektrisk energi til mekanisk energi).

Motorens magnetiske felt frembringes af strømmen x , og da feltviklingens selvinduktion er l , er den oplagrede magnetiske energi lig $\frac{1}{2}x^2$.

I den selvinduktion, der ligger i serie med ankeret, er den oplagrede magnetiske energi $\frac{1}{2}y^2$.

Motorens inertimoment er $l \text{ kgm}^2$, så den kinetiske energi er $\frac{1}{2}z^2$. Den samlede oplagrede energi i systemet er derfor

$$E = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}z^2$$

Den samlede tilførte effekt er

$$P = \frac{dE}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} + z \frac{dz}{dt}$$

Heri indsættes Lorenzligningernes udtryk for differentialkvotienterne og vi får

$$P = \sigma xy - \sigma x^2 + rxy - y^2 - bz^2$$

Her er σxy og $rx y$ de effekter, der tilføres systemet gennem forstærkerne. Leddene σx^2 og y^2 er de effekter, der bliver til varme i de ohmske modstande. Leddet bz^2 er den effekt, der føres ud af systemet gennem motorens belastning.

Kapitel 4.

Lorenzlikningerne sat op på analogregnemaskine

Lorenzlikningerne lyder, idet vi betegner de variable med store bogstaver

$$\frac{dX}{dT} = \sigma(Y - X)$$

$$\frac{dY}{dT} = rX - Y - XZ$$

$$\frac{dZ}{dT} = XY - bZ$$

I det følgende vises tre skaleringer, der kaldes system 1, 2 og 3. I alle tre systemer er $\sigma = 10$ og $b = 8/3 = 2,67$ mens r kan varieres, idet matematikere særlig har interesseret sig for dette tilfælde.

At overload-lamperne med lange mellemrum lyser ganske kort - nærmest som blink - er næppe noget man behøver at bekymre sig om. Lyser de derimod hyppigt og/eller lang tid ad gangen, er resultaterne upålidelige og vi må skifte til en anden skalering. Ved hvert system er angivet en maksimumsværdi for r , og det er den værdi, hvor overload-lamperne begynder at lyse for meget.

System 1.

Vi sætter

$$X = \sqrt{10} x$$

$$Y = \sqrt{10} y$$

$$Z = 10 z$$

$$T = 0,1 t$$

$$r = 100 p$$

$$\sigma = 10$$

$$b = 2,67$$

$$u = 1, v = 1$$

$$r < 80, p < 0,8$$

Lorenzlikningerne får med denne skalering følgende udseende

$$\frac{dx}{dt} = y - x$$

$$\frac{dy}{dt} = 10 px - 0,1 y - xz$$

$$\frac{dz}{dt} = 0,1 xy - 0,267 z$$

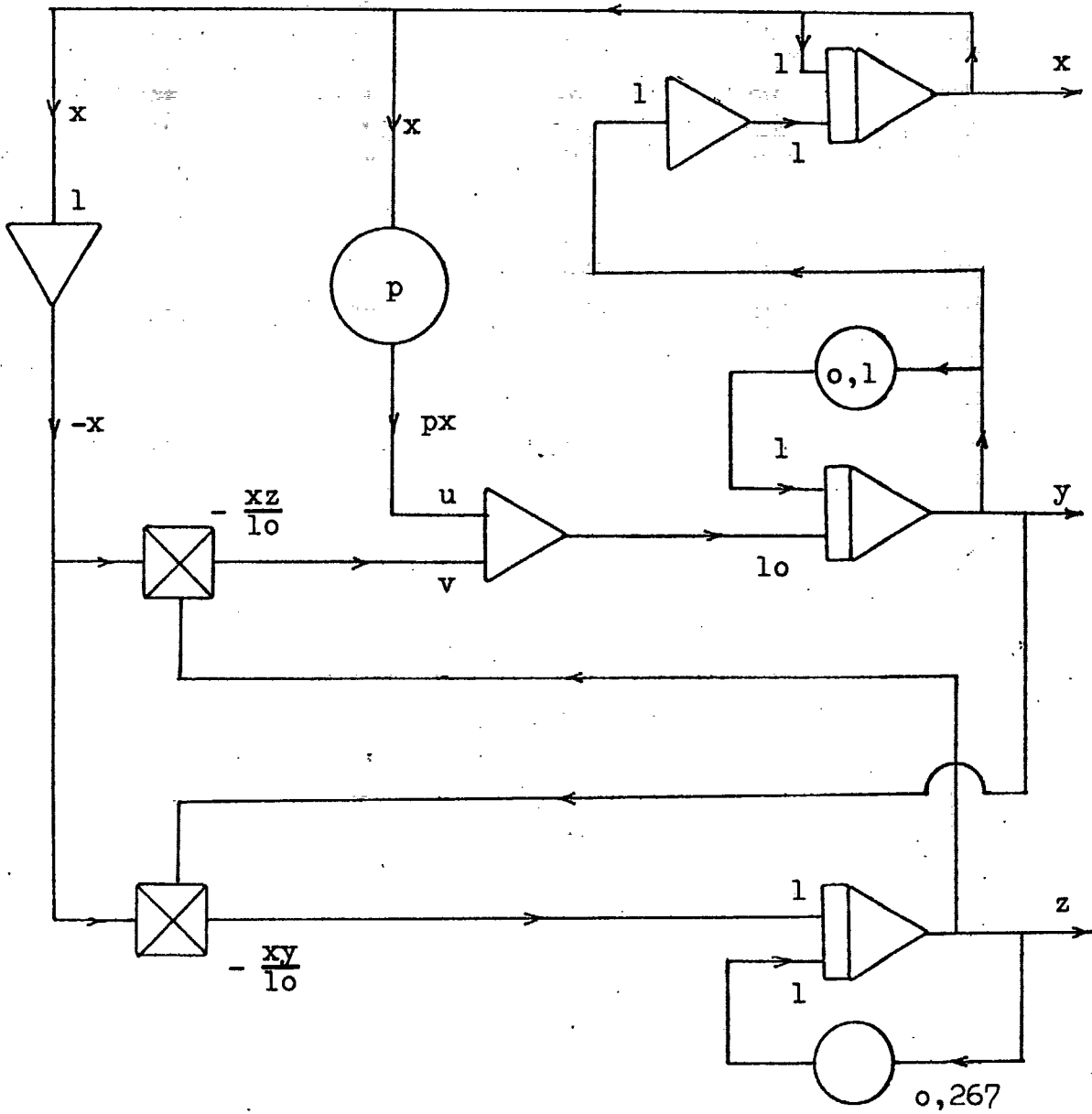


Fig. 4.1

Disse ligninger sættes op på analogregnemaskinen som vist på fig. 4.1, idet vi sætter $u = 1$ og $v = 1$. Systemet er velegnet for Rayleightal op til omkring 80, d.v.s. $p < 0,8$.

System 2.

Vi sætter

$$\begin{array}{ll} X = \sqrt{20} x & \sigma = 10 \\ Y = \sqrt{20} y & b = 2,67 \\ Z = 20 z & \\ T = 0,1 t & u = 2, v = 2 \\ r = 200 p & r < 120, p < 0,6 \end{array}$$

Lorenzlikningerne får med denne skalering følgende udseende

$$\frac{dx}{dt} = y - x$$

$$\frac{dy}{dt} = 20 px - 0,1 y - 2 xz$$

$$\frac{dz}{dt} = 0,1 xy - 0,267 z$$

Systemet sættes op som vist på fig. 4.1, idet vi sætter $u = 2$ og $v = 2$. Det kan bruges op til $r = \text{ca. } 120$.

System 3.

Vi sætter

$$\begin{array}{ll} X = \sqrt{50} x & \sigma = 10 \\ Y = \sqrt{50} y & b = 2,67 \\ Z = 50 z & \\ T = 0,1 t & u = 2, v = 5 \\ r = 200 p & r \leq 200, p \leq 1 \end{array}$$

Lorenzlikningerne bliver her

$$\frac{dx}{dt} = y - x$$

$$\frac{dy}{dt} = 20 px - 0,1 y - 5 xz$$

$$\frac{dz}{dt} = 0,1 xy - 0,267 z$$

Systemet sættes også her op, som vist på fig. 4.1, idet vi nu sætter $u = 2$ og $v = 5$. Systemet kører fint helt op til $r = 200$.

Rayleightallet r indstilles med potentiometret p . Da potentiometrene på IANUS-A er ret grove, kan vi ikke indstille finere end trin på $\frac{1}{2}$ % af maksimumsværdien. Det vil f.eks. i system 3, hvor $r = 200 p$, sige at r ikke kan indstilles finere end ± 1 . Hertil kommer, at analogregnemaskinen under opvarmning hele tiden ændrer alle sine parametre, så der er en del usikkerhed forbundet med at studere Lorenzlikningerne i detaljer.

I praksis kan man gøre det, at man indstiller r på en værdi i et interessant område, og så ikke ændrer på opstillingen en time eller to, mens maskinen varmer op. Der sker da konstant små ændringer af alle parametre og konstanter i Lorenzlikningerne. Kurverne ændrer sig hele tiden og vi får med jævne mellemrum nogle interessante kurver.

Man kunne tænke sig, at man kunne lave flere systemer efter den her anvendte skaleringsmetode, f.eks. sætte $X = 10x$, $Y = 10y$ og $Z = 100z$, men dette system virker ikke tilfredsstillende. Skal vi over $r = 200$ må vi finde et andet princip. Desværre havde jeg ikke tid til at finde et sådant.

I system 1, 2 og 3 er $\sigma = 10$. Det er nemt at ændre systemerne til $\sigma = 20$. Dette gøres ved på fig. 4.1 at ændre de to 1-taller, der står ved indgangen af den integrator der giver x , til to 2-taller. Dette ændrer ikke på det område af r , hvor systemerne er anvendelige.

Kapitel 5

Løsninger til Lorenzligningerne

I dette kapitel vises en række løsninger til Lorenzligningerne. De er alle optaget med IMFUFA's analogregnemaskine type IANUS-A. Figurerne taler stort set for sig selv, så der er kun få kommentarer.

For alle figurer gælder, at hvis de to koordinatakser skærer hinanden, ligger skæringspunktet i $(0,0)$. Der er ikke brugt samme målestok på vandret og lodret akse. Disse målestokke er valgt således, at figurerne har fået en

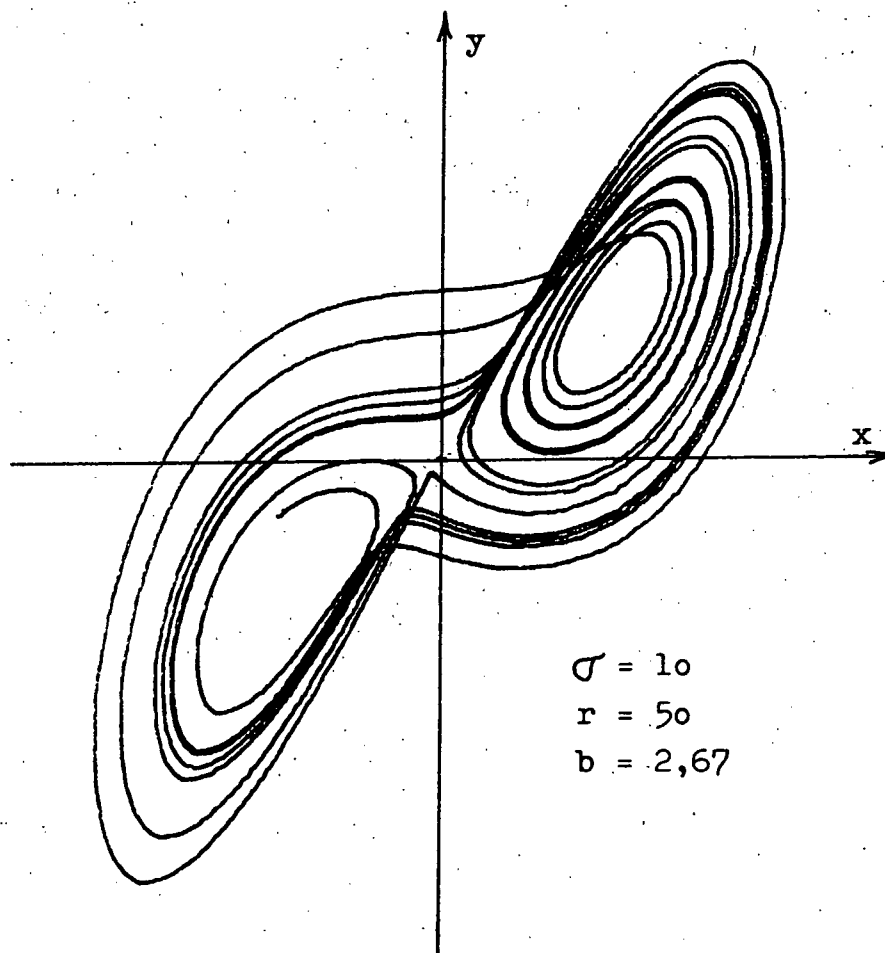


Fig. 5.1

passende højde og en passende bredde.

De første fem figurer er optaget for $\sigma = 10$, $r = 50$ og $b = 2,67$.

Fig. 5.1 viser sammenhængen mellem y og x , fig. 5.2 sammenhængen mellem xy og x og fig. 5.3 sammenhængen mellem z og xy . Ser vi på elektromotoren i kapitel 3, viser fig. 5.2 sammenhængen mellem motorens moment og strømmen i feltviklingen og fig. 5.3 sammenhængen mellem motorens hastighed og motorens moment.

Fig. 5.4 viser sammenhængen mellem z og y og fig. 5.5 sammenhængen mellem z og x .

Angående gennemløbsretning af kurverne ser vi på tredje Lorenzlikning

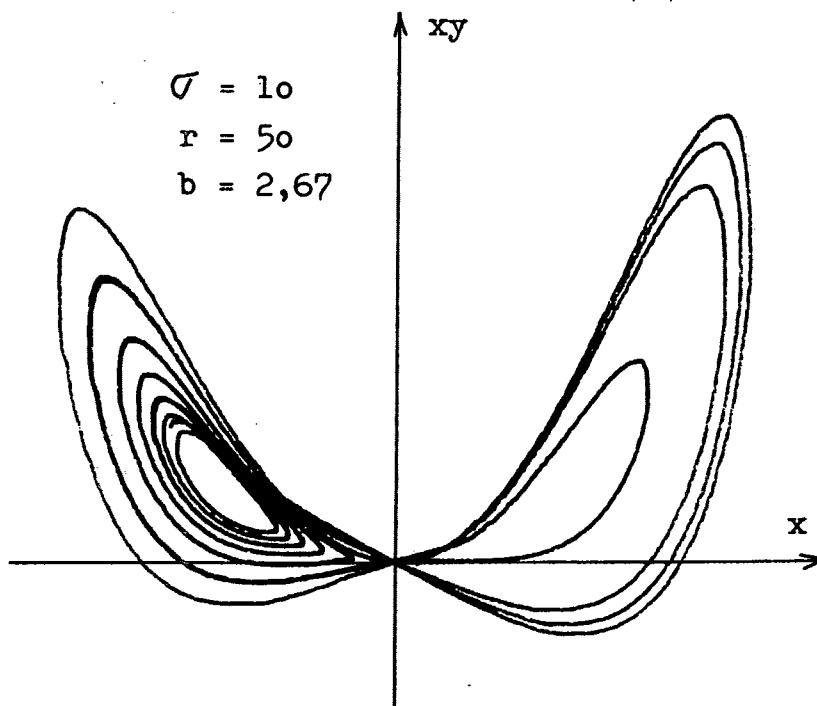


Fig. 5.2

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

Sætter vi x eller y lig nul fås $dz/dt = -bz$. Da både b og z er positive, er dz/dt negativ. Afbilder vi z som funktion af xy , y eller x som i fig. 5.3, 5.4 og 5.5, skal vi derfor altid passere z -aksen i nedadgående retning.

Sammenhængen mellem x , y og z burde egentlig afbildes som en rumkurve. Når man nøjes med to dimensioner, plejer man som i fig. 5.5 at angive sammenhængen mellem z og x .

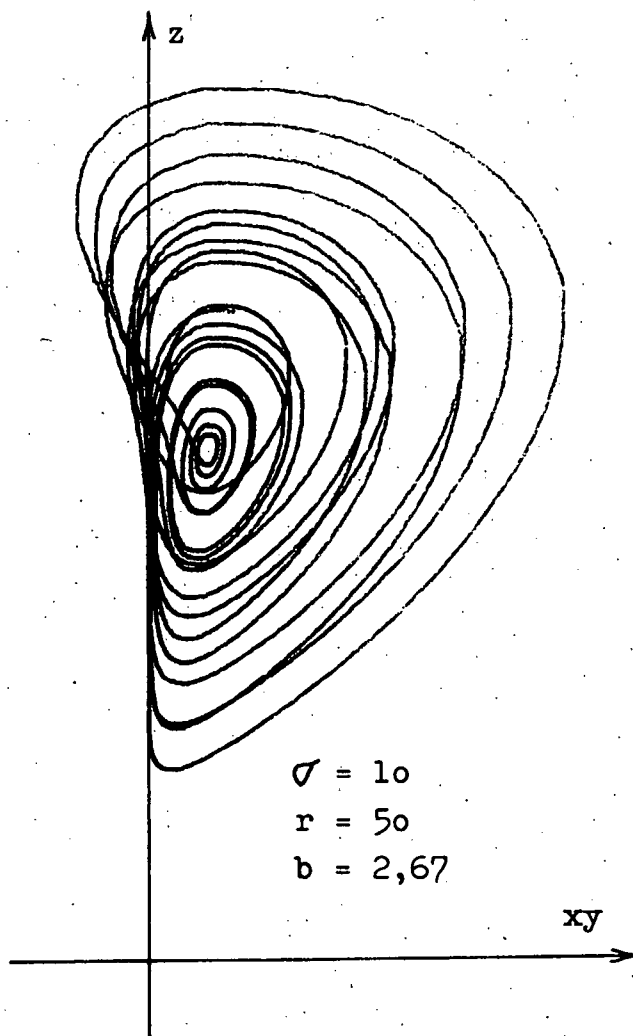


Fig. 5.3

På fig. 5.5 og 5.6 er vist sammenhængen mellem z og x for $r = 50$ og $r = 103$, i begge tilfælde er $\sigma = 10$. Der er ikke nogen større forskel. I begge tilfælde er der tale om kaos.

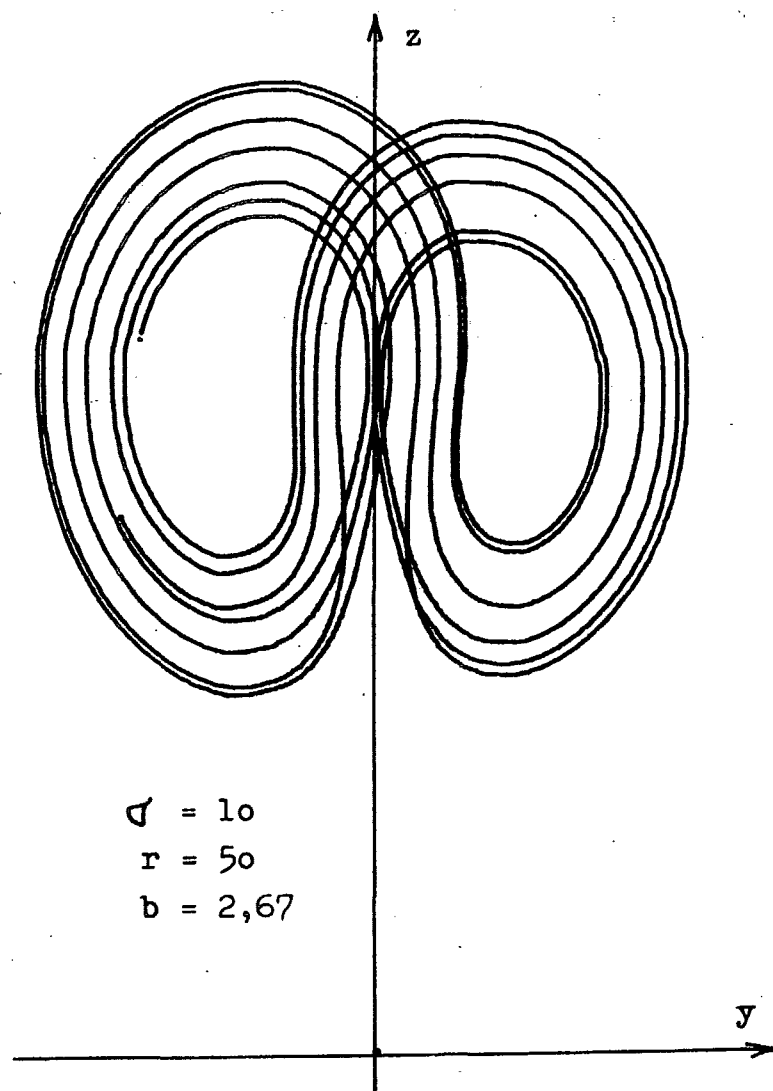


Fig. 5.4

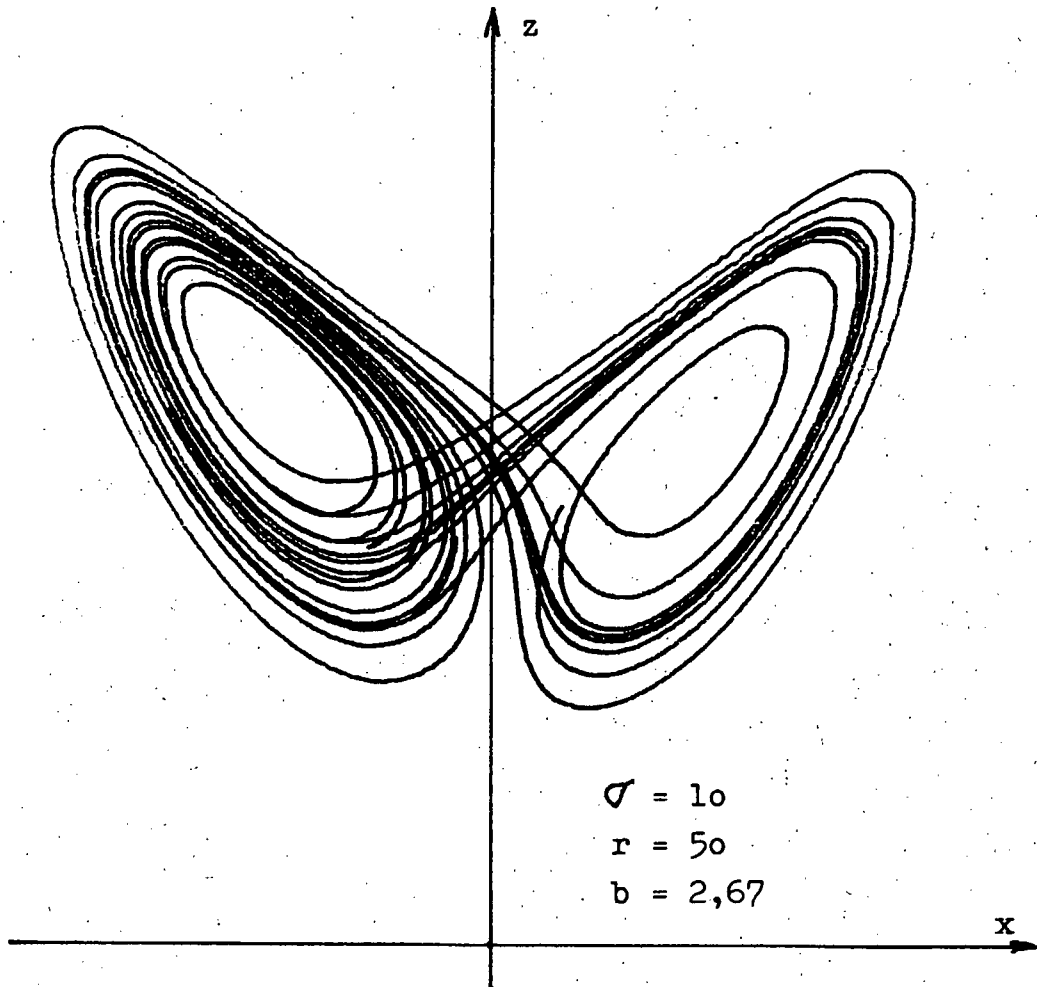


Fig. 5.5

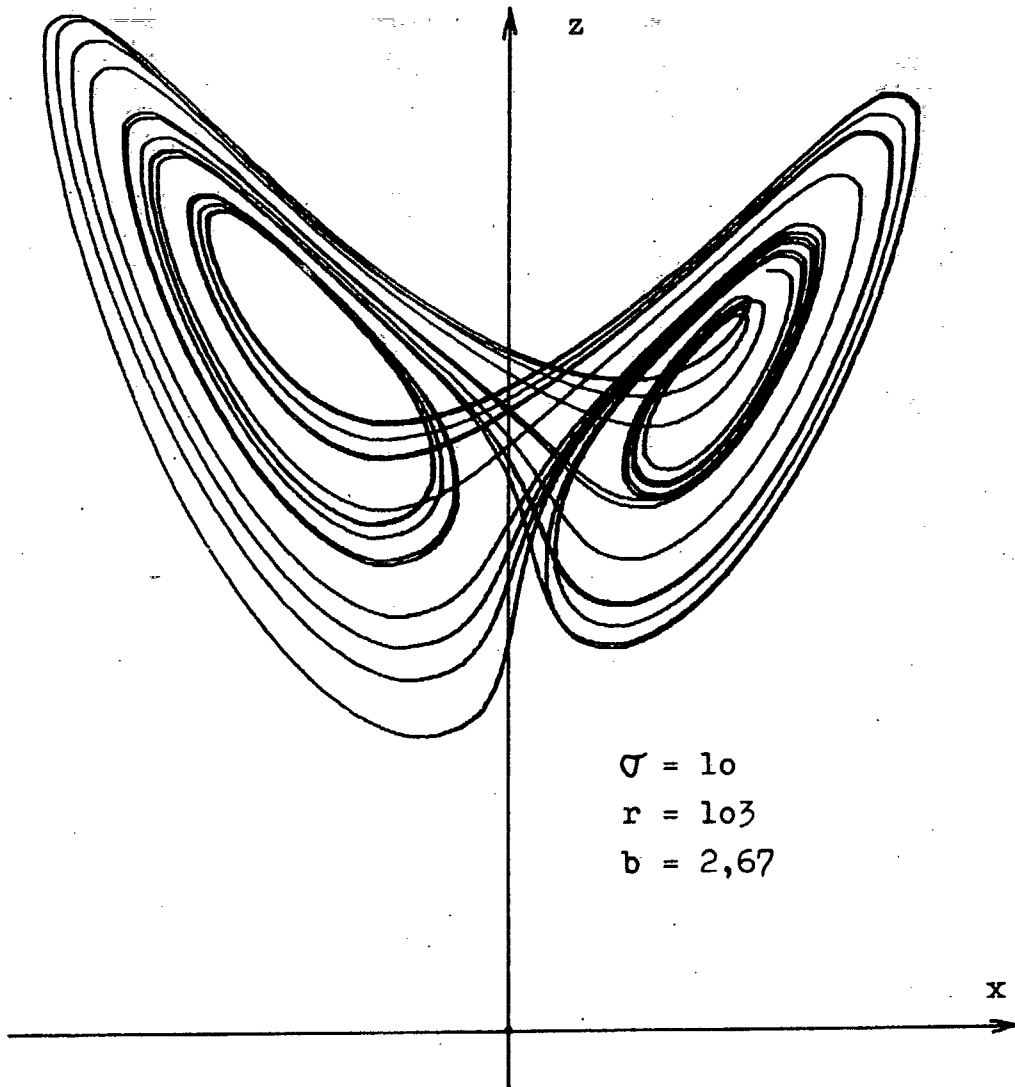


Fig. 5.6

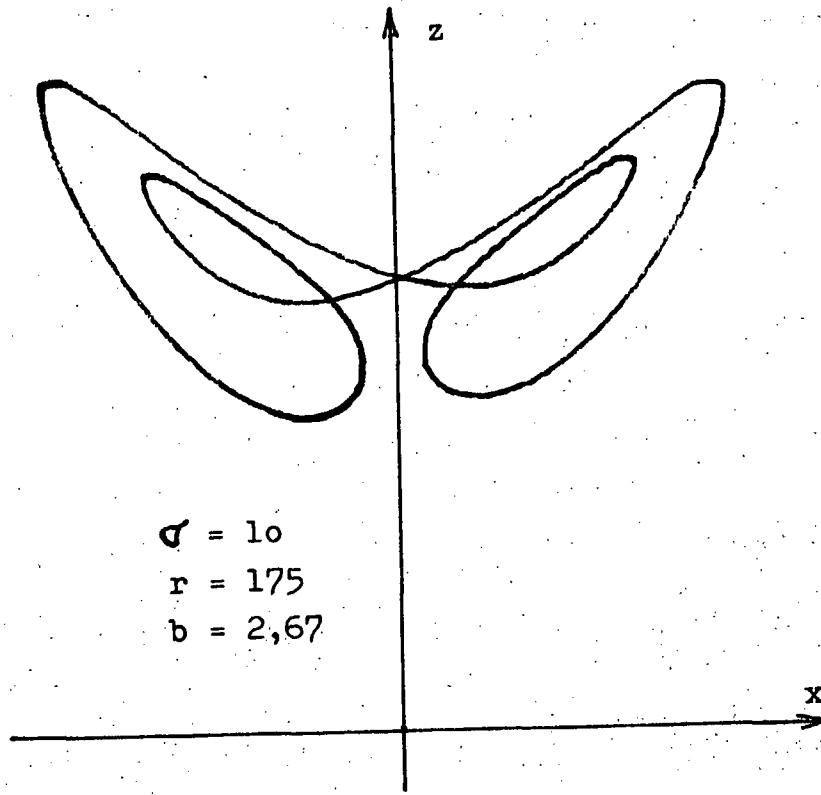


Fig. 5.7

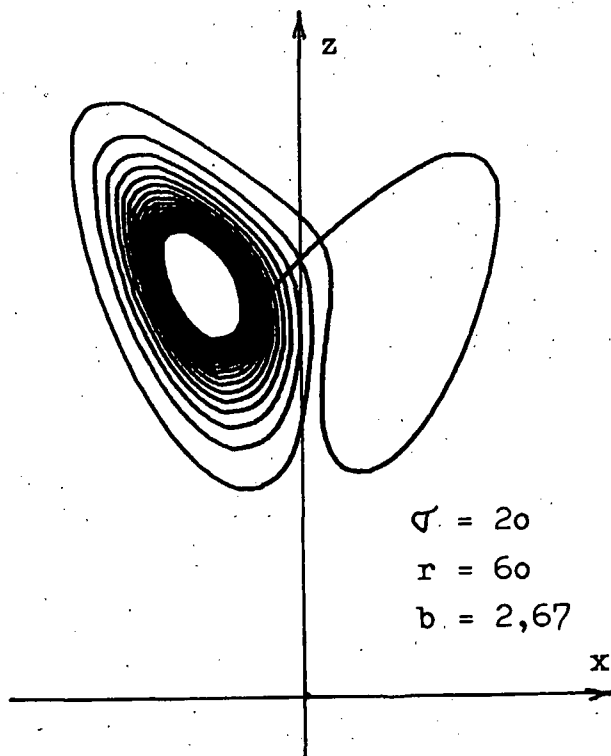


Fig. 5.8

For nogle værdier af r bliver systemet stabilt. Hermed menes, at systemet falder til ro i et bestemt punkt eller bliver ved med at køre rundt i samme kurve. Et eksempel på en sådan stabil tilstand er vist i fig. 5.7.

Matematikere har især undersøgt tilfælde, hvor $\sigma = 10$, $b = 2,67$ og r varierer fra nul og op til 10.000. For at få lidt forandring angives i det følgende nogle kurver for $\sigma = 20$ og $b = 2,67$.

Fig. 5.8 viser et stabilt tilfælde for $\sigma = 20$, $r = 60$ og $b = 2,67$.

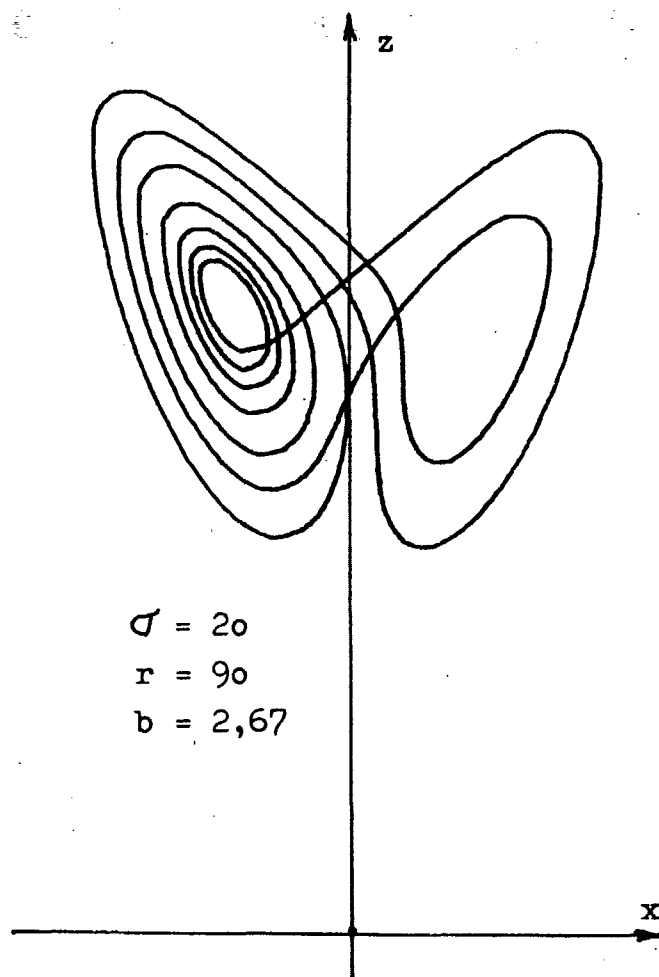


Fig. 5.9

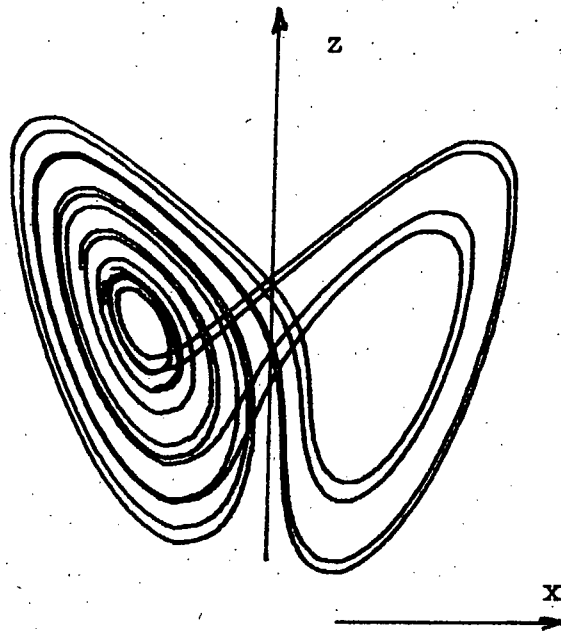


Fig. 5.10

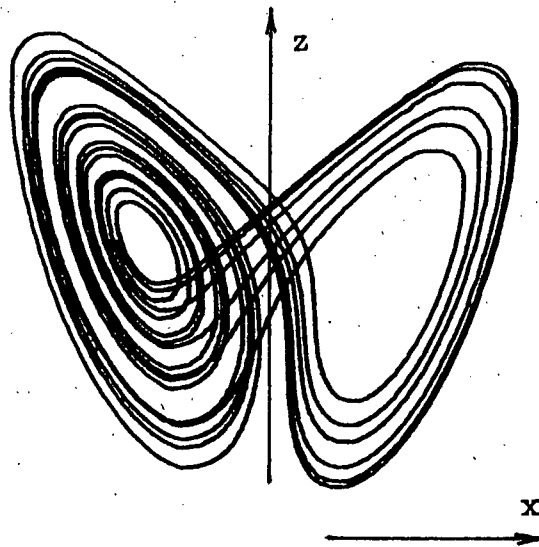


Fig. 5.11

Fig. 5.9, 5.10 og 5.11 er taget med få minutters mellemrum og samme indstilling af analogregnemaskinen ($\sigma = 20$, $r = 90$ og $b = 2,67$). På fig. 5.9 ser systemet ud til at være stabilt. På fig. 5.10 og 5.11 er kurverne begyndt at dele sig. (Her er x-aksen forskudt af pladshensyn.)

Fig. 5.12 og 5.13 er taget med indstillingen $\sigma = 20$, $r = 103$ og $b = 2,67$. Fig. 5.13 er taget få minutter efter

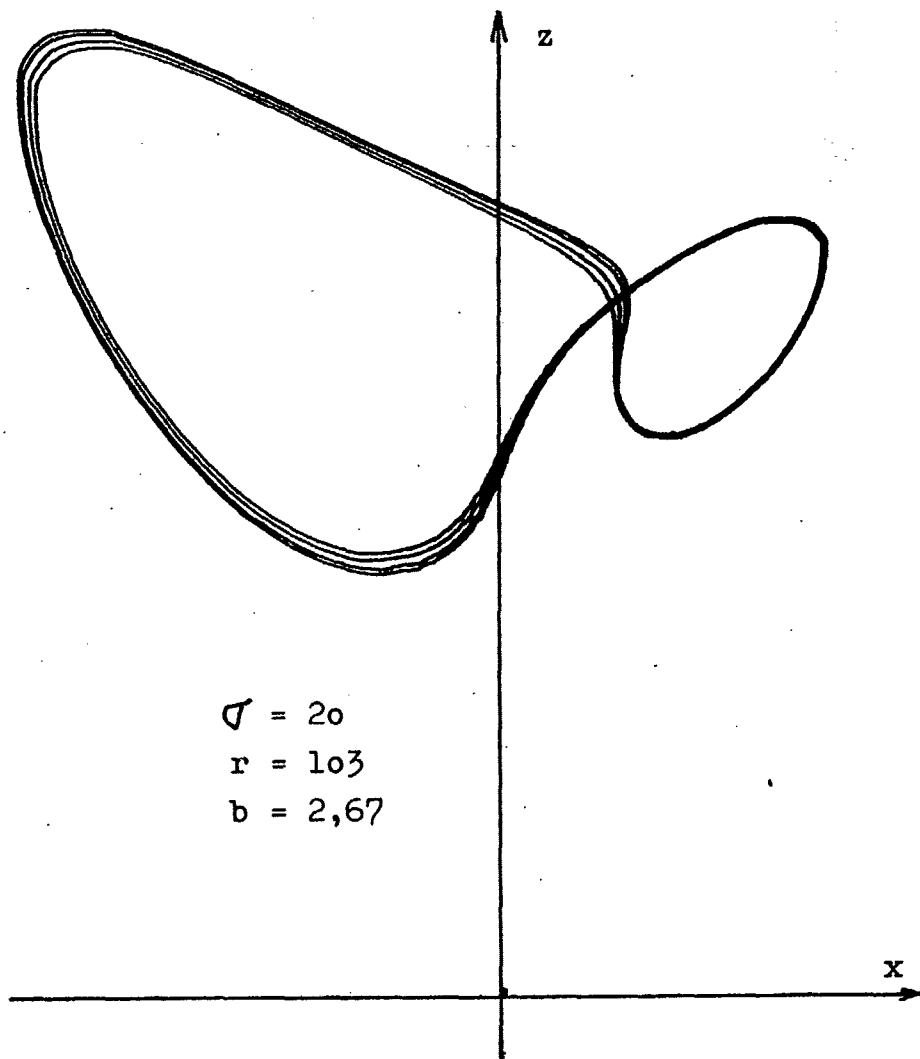


Fig. 5.12

fig. 5.12. Vi har også her fundet et stabilt system og kan se, hvordan kurven begynder at dele sig.

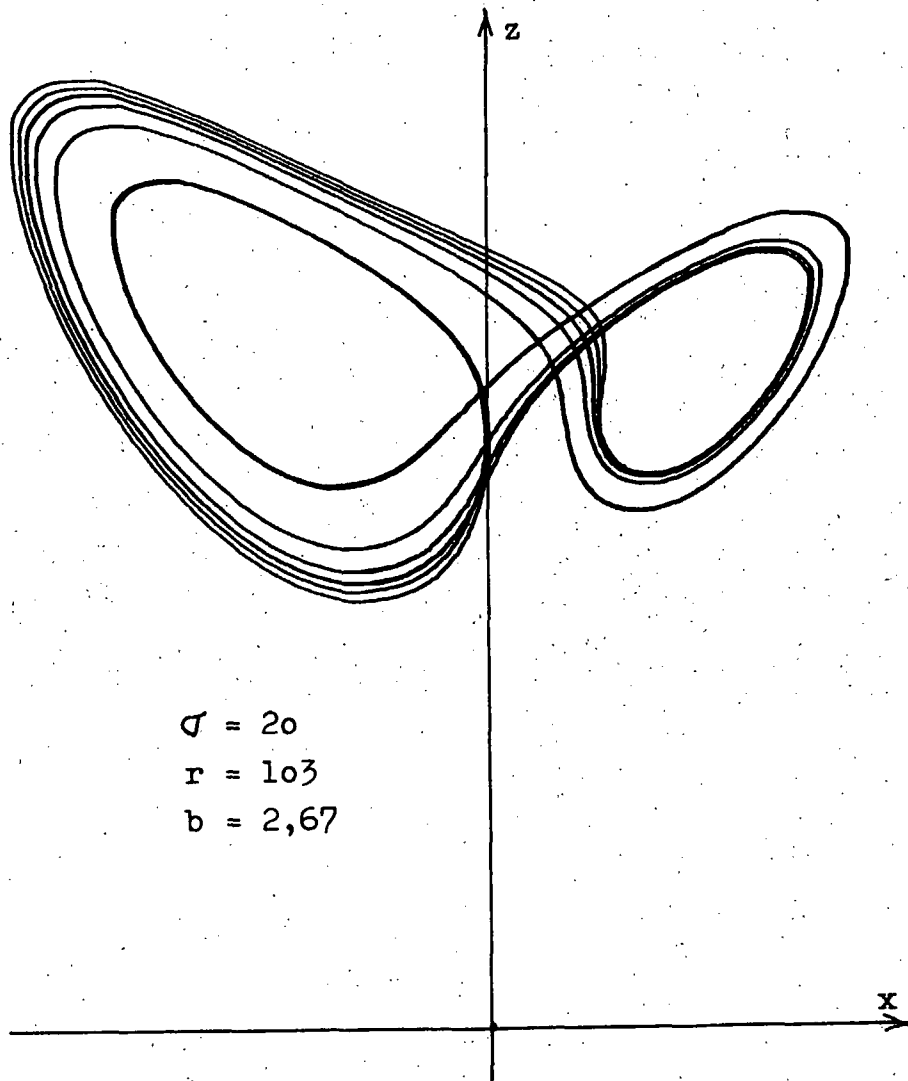
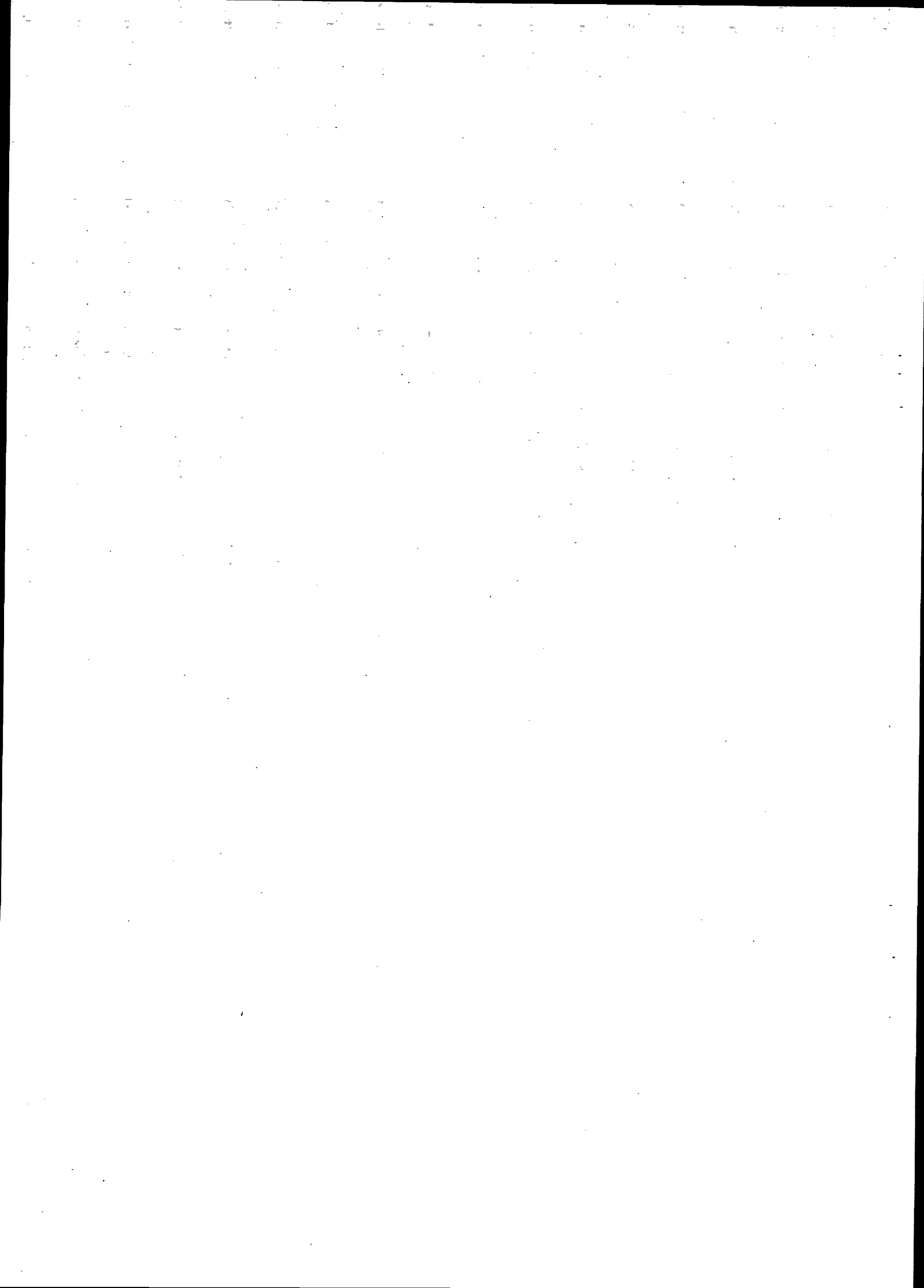


Fig. 5.13



- 1/78 "TANKER OM EN PRAKSIS" - et matematikprojekt.
Projektrapport af Anne Jensen, Lena Lindenskov, Marianne Kesselhahn og Nicolai Lomholt.
Vejleder: Anders Madsen.
- 2/78 "OPTIMERING" - Menneskets forøgede beherskelsesmuligheder af natur og samfund.
Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen, Gert Kreinøe og Peter H. Lassen.
Vejleder: Bernhelm Booss.
- 3/78 "OPGAVESAMLING", breddekursus i fysik. Nr. 3 er a jour ført i marts 1984
Lasse Rasmussen, Aage Bonde Kræmmer, Jens Højgaard Jensen.
- 4/78 "TRE ESSAYS" - om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen. Nr. 4 er p.t. udgået.
Mogens Niss.
- 5/78 "BIBLIOGRAFISK VEJLEDNING til studiet af DEN MODERNE FYSIKS HISTORIE". Nr. 5 er p.t. udgået.
Helge Kragh.
- 6/78 "NOGLE ARTIKLER OG DEBATINDLÆG OM - læreruddannelse og undervisning i fysik, og - de naturvidenskabelige fags situation efter studenteroprøret".
Karin Beyer, Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen.
- 7/78 "MATEMATIKKENS FORHOLD TIL SAMFUNDSØKONOMIEN". Nr. 7 er udgået.
B.V. Gnedenko.
- 8/78 "DYNAMIK OG DIAGRAMMER". Introduktion til energy-bond-graph formalismen.
Peder Voetmann Christiansen.
- 9/78 "OM PRAKSIS' INDFLYDELSE PÅ MATEMATIKKENS UDVIKLING". - Motiver til Kepler's: "Nova Stereometria Doliorum Vinariorum".
Projektrapport af Lasse Rasmussen.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 10/79 "TERMODYNAMIK I GYMNASIET".
Projektrapport af Jan Christensen og Jeanne Mortensen.
Vejledere: Karin Beyer og Peder Voetmann Christiansen.
- 11/79 "STATISTISKE MATERIALER"
red. Jørgen Larsen
- 12/79 "LINEÆRE DIFFERENTIALLIGNINGER OG DIFFERENTIALLIGNINGSSYSTEMER". Nr. 12 er udgået
Mogens Brun Heefelt
- 13/79 "CAVENDISH'S FORSØG I GYMNASIET".
Projektrapport af Gert Kreinøe.
Vejleder: Albert Chr. Paulsen

14/79 "BOOKS ABOUT MATHEMATICS: History, Philosophy, Education, Models, System Theory, and Works of Reference etc. A Bibliography".

Else Høyrup.

Nr. 14 er p.t. udgået.

15/79 "STRUKTUREL STABILITET OG KATASTROFER i systemer i og udenfor termodynamisk ligevægt".

Specialeopgave af Leif S. Striegler.

Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.

16/79 "STATISTIK I KRÆFTFORSKNINGEN".

Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

17/79 "AT SPØRGE OG AT SVARE i fysikundervisningen".

Albert Christian Paulsen.

18/79 "MATHEMATICS AND THE REAL WORLD", Proceedings of an International Workshop, Roskilde University Centre, Denmark, 1978. Preprint.

Bernhelm Booss & Mogens Niss (eds.).

19/79 "GEOMETRI, SKOLE OG VIRKELIGHED".

Projektrapport af Tom J. Andersen, Tommy R. Andersen og Per H.H. Larsen.

Vejleder: Mogens Niss.

20/79 "STATISTISKE MODELLER TIL BESTEMMELSE AF SIKRE DOSER FOR CARCINOGENE STOFFER".

Projektrapport af Michael Olsen og Jørn Jensen.

Vejleder: Jørgen Larsen.

21/79 "KONTROL I GYMNASIET - FORMAL OG KONSEKVENSER".

Projektrapport af Crilles Bacher, Per S. Jensen, Preben Jensen og Torben Nysteen.

22/79 "SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (1)".

1-port lineært response og støj i fysikken.

Peder Voetmann Christiansen.

23/79 "ON THE HISTORY OF EARLY WAVE MECHANICS - with special emphasis on the role of reality".

24/80 "MATEMATIKOPFATTELSE HOS 2.G'ERE".
a+b 1. En analyse. 2. Interviewmateriale.

Projektrapport af Jan Christensen og Knud Lindhardt Rasmussen.

Vejleder: Mogens Niss.

Nr. 24 a+b er p.t. udgået.

25/80 "EKSAMENSOPGAVER", Dybdemodulet/fysik 1974-79.

26/80 "OM MATEMATISKE MODELLER".

En projektrapport og to artikler.

Jens Højgaard Jensen m.fl.

27/80 "METHODOLOGY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE IN PAUL DIRAC'S PHYSICS".

Helge Kragh.

28/80 "DIELEKTRISK RELAXATION - et forslag til en ny model bygget på væskernes viscoelastiske egenskaber".

Projektrapport, speciale i fysik, af Gert Kreftnøe.

Vejleder: Niels Boye Olsen.

- 29/80 "ODIN - undervisningsmateriale til et kursus i differentiaalligningsmodeller".
Projektrapport af Tommy R. Andersen, Per H.H. Larsen og Peter H. Lassen.
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 30/80 "FUSIONSENERGIEN - - - ATOMSAMFUNDETS ENDESTATION".
Oluf Danielsen.
Nr. 30 er udgået.
Udkommer medio 1982 på Fysik-, Matematik- og Kemilærer-
nes forlag.
- 31/80 "VIDENSKABSTEORETISKE PROBLEMER VED UNDERVISNINGSSY-
STEMER BASERET PÅ MÆNGDELÆRE".
Projektrapport af Troels Lange og Jørgen Karrebæk.
Vejleder: Stig Andur Pedersen.
Nr. 31 er p.t. udgået
- 32/80 "POLYMERE STOFFERS VISCOELASTISKE EGENSKABER - BELYST.
VED HJÆLP AF MEKANISKE IMPEDANSMALINGER OG MOSSBAUER-
EFFEKTMALINGER".
Projektrapport, speciale i fysik, af Crilles Bacher og
Preben Jensen.
Vejledere: Niels Boye Olsen og Peder Voetmann Chri-
stiansen.
- 33/80 "KONSTITUERING AF FAG INDEN FOR TEKNISK-NATURVIDENSKA-
BELIGE UDDANNELSER. I-II".
Arne Jakobsen.
- 34/80 "ENVIRONMENTAL IMPACT OF WIND ENERGY UTILIZATION".
ENERGY SERIES NO.1.
Bent Sørensen.
Nr. 34 er udgået.
Publ. i "Renewable Sources of Energy and the Environment",
Tycooli International Press, Dublin, 1981.
- 35/80 "HISTORISKE STUDIER I DEN NYERE ATOMFYSIKS UDVIKLING".
Helge Kragh.
- 36/80 "HVAD ER MENINGEN MED MATEMATIKUNDERVISNINGEN ?".
Fire artikler.
Mogens Niss.
- 37/80 "RENEWABLE ENERGY AND ENERGY STORAGE".
ENERGY SERIES NO.2.
Bent Sørensen.
-
- 38/81 "TIL EN HISTORIETEORI OM NATURERKENDELSE, TEKNOLOGI
OG SAMFUND".
Projektrapport af Erik Gade, Hans Hedal, Henrik Lau
og Finn Physant.
Vejledere: Stig Andur Pedersen, Helge Kragh og
Ib Thiersen.
Nr. 38 er p.t. udgået
- 39/81 "TIL KRITIKKEN AF VÆKSTØKONOMIEN".
Jens Højgaard Jensen.
- 40/81 "TELEKOMMUNIKATION I DANMARK - oplæg til en teknolo-
givurdering".
Projektrapport af Arne Jørgensen, Bruno Petersen og
Jan Vedde.
Vejleder: Per Nørgaard.
Nr. 40 er p.t. udgået
- 41/81 "PLANNING AND POLICY CONSIDERATIONS RELATED TO THE
INTRODUCTION OF RENEWABLE ENERGY SOURCES INTO ENERGY
SUPPLY SYSTEMS".
ENERGY SERIES NO.3.
Bent Sørensen.

- 42/81 "VIDENSKAB TEORI SAMFUND - En introduktion til materialistiske videnskabsopfattelser".
Helge Kragh og Stig Andur Pedersen.
- 43/81 1. "COMPARATIVE RISK ASSESSMENT OF TOTAL ENERGY SYSTEMS".
2. "ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF DECENTRALIZATION".
ENERGY SERIES NO.4.
Bent Sørensen.
- 44/81 "HISTORISK UNDERSØGELSE AF DE EKSPERIMENTELLE FORUDSÆTNINGER FOR RUTHERFORDS ATOMMODEL".
Projektrapport af Niels Thor Nielsen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
-
- 45/82
- 46/82 "EKSEMPLARISK UNDERVISNING OG FYSISK ERKENDELSE - I+II ILLUSTRERET VED TO EKSEMPLER".
Projektrapport af Torben O. Olsen, Lasse Rasmussen og Niels Dreyer Sørensen.
Vejleder: Bent C. Jørgensen.
- 47/82 "BARSEBÄCK OG DET VÆRST OFFICIELT-TÆNKELIGE UHELD".
ENERGY SERIES NO.5.
Bent Sørensen.
- 48/82 "EN UNDERSØGELSE AF MATEMATIKUNDERVISNINGEN PÅ ADGANGSKURSUS TIL KØBENHAVNS TEKNIKUM".
Projektrapport af Lis Eilertzen, Jørgen Karrebæk, Troels Lange, Preben Nørregaard, Lissi Pedersen, Laust Rishøj, Lill Røn, Isac Showiki.
Vejleder: Mogens Niss.
- 49/82 "ANALYSE AF MULTISPEKTRALE SATELLITBILLEDER".
Projektrapport af Preben Nørregaard.
Vejledere: Jørgen Larsen & Rasmus Ole Rasmussen.
- 50/82 "HERSLEV - MULIGHEDER FOR VEDVARENDE ENERGI I EN LANDSBY". ENERGY SERIES NO.6.
Rapport af Bent Christensen, Bent Høye Jensen, Dennis B. Møller, Bjarne Laursen, Bjarne Lillethorup og Jacob Mørch Pedersen.
Vejleder: Bent Sørensen.
- 51/82 "HVAD KAN DER GØRES FOR AT AFHJÆLPE PIGERS BLOKERING OVERFOR MATEMATIK?"
Projektrapport af Lis Eilertzen, Lissi Pedersen, Lill Røn og Susanne Stender.
- 52/82 "DESUSPENSION OF SPLITTING ELLIPTIC SYMBOLS"
Bernhelm Booss & Krzysztof Wojciechowski.
- 53/82 "THE CONSTITUTION OF SUBJECTS IN ENGINEERING EDUCATION".
Arne Jakobsen & Stig Andur Pedersen.
- 54/82 "FUTURES RESEARCH" - A Philosophical Analysis of Its Subject-Matter and Methods.
Stig Andur Pedersen & Johannes Witt-Hansen.

- 55/82 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde
Universitetsbibliotek.
En bibliografi.
Else Høyrup. Vedr. tekst nr. 55/82:
Se også tekst 62/83.
- 56/82 "ÉN - TO - MANGE" -
En undersøgelse af matematisk økologi.
Projektrapport af Troels Lange.
Vejleder: Anders Madsen.
-
- 57/83 "ASPECT EKSPERIMENTET" - Nr. 57 er udgået.
Skjulte variable i kvantemekanikken?
Projektrapport af Tom Juul Andersen.
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen.
- 58/83 "MATEMATISKE VANDRINGER" - Modelbetragtninger
over spredning af dyr mellem småbiotoper i
agerlandet.
Projektrapport af Per Hammershøj Jensen &
Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 59/83 "THE METHODOLOGY OF ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES NO. 7.
Bent Sørensen.
- 60/83 "MATEMATISK MODEKSPERTISE" - et eksempel.
Projektrapport af Erik O. Gade, Jørgen Karrebæk og
Preben Nørregaard.
Vejleder: Anders Madsen.
- 61/83 "FYSIKS IDEOLOGISKE FUNKTION", som et eksempel på
en naturvidenskab - historisk set.
Projektrapport af Annette Post Nielsen.
Vejledere: Jens Høyrup, Jens Højgaard Jensen og
Jørgen Vogelius.
- 62/83 "MATEMATISKE MODELLER" - Litteratur på Roskilde
Universitetsbibliotek.
En bibliografi. 2. rev. udgave
Else Høyrup
- 63/83 "CREATING ENERGY FUTURES: A SHORT GUIDE TO
ENERGY PLANNING".
ENERGY SERIES No. 8
David Crossley & Bent Sørensen
- 64/83 "VON MATHEMATIK UND KRIEG".
Bernhelm Booss og Jens Høyrup
- 65/83 "ANVENDT MATEMATIK - TEORI ELLER PRAKSIS".
Projektrapport af Per Hedegård Andersen, Kirsten
Habekost, Carsten Holst-Jensen, Annelise von Moos,
Else Marie Pedersen, Erling Møller Pedersen.
Vejledere: Bernhelm Booss & Klaus Grünbaum
- 66/83 "MATEMATISKE MODELLER FOR PERIODISK SELEKTION I
ESCHERICHIA COLI".
Projektrapport af Hanne Lisbet Andersen, Ole
Richard Jensen og Klavs Frisdahl.
Vejledere: Jørgen Larsen og Anders Hede Madsen

- 67/83 "ELIPSOIDE METODEN - EN NY METODE TIL LINEÆR PROGRAMMERING?"
Projektrapport af Lone Billmann og Lars Boye
Vejleder: Mogens Brun Heefelt
- 68/83 "STOKASTISKE MODELLER I POPULATIONSGENETIK"
- til kritikken af teoriladede modeller.
Projektrapport af Lise Odgård Gade, Susanne Hansen, Michael Hviid, Frank Mølgård Olsen.
Vejleder: Jørgen Larsen.
- 69/83 "ELEVFORUDSÆTNINGER I FYSIK"
- en test i l.g med kommentarer
Albert Chr. Paulsen
- 70/83 "INDLÆRINGS- OG FORMIDLINGSPROBLEMER I MATEMATIK PÅ VOKSEUNDERVISNINGSNIVEAU"
Projektrapport af Hanne Lisbet Andersen, Torben J. Andreasen, Svend Åge Houmann, Helle Glerup Jensen, Keld Fl. Nielsen, Lene Vagn Rasmussen.
Vejleder: Klaus Grünbaum & Anders H. Madsen
- 71/83 "PIGER OG FYSIK"
- et problem og en udfordring for skolen?
Karin Beyer, Sussanne Blegaa, Birthe Olsen, Jette Reich & Mette Vedelsby
- 72/83 "VERDEN IFØLGE PEIRCE" - to metafysiske essays, om og af C.S. Peirce.
Peder Voetmann Christiansen
- 73/83 "EN ENERGIANALYSE AF LANDBRUG"
- økologisk contra traditionelt
ENERGY SERIES No. 9
Specialeopgave i fysik af Bent Hove Jensen
Vejleder: Bent Sørensen
-
- 74/84 "MINIATURISERING AF MIKROELEKTRONIK" - om videnskabeliggjort teknologi og nytten af at lære fysik
Projektrapport af Bodil Harder og Linda Szkotak Jensen.
Vejledere: Jens Højgaard Jensen og Bent C. Jørgensen
- 75/84 "MATEMATIKUNDERVISNINGEN I FREMTIDENS GYMNASIUM"
- Case: Lineær programmering
Projektrapport af Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl, Frank Mølgård Olsen
Vejledere: Mogens Brun Heefelt & Jens Bjørneboe
- 76/84 "KERNEKRAFT I DANMARK?" - Et høringssvar indkaldt af miljøministeriet, med kritik af miljøstyrelsens rapporter af 15. marts 1984.
ENERGY SERIES No. 10
Af Niels Roye Olsen og Bent Sørensen
- 77/84 "POLITISKE INDEKS - FUP ELLER FAKTA?"
Opinionsundersøgelser belyst ved statistiske modeller
Projektrapport af Svend Åge Houmann, Keld Nielsen, Susanne Stender
Vejledere: Jørgen Larsen & Jens Bjørneboe

- 78/84 "JÆVNSTRØMSLEDNINGSEVNE OG GITTERSTRUKTUR I AMORFT GERMANIUM"
Specialerapport af Hans Hedal, Frank C. Ludvigsen og Finn C. Physant
Vejleder: Niels Boye Olsen
- 79/84 "MATEMATIK OG ALMENDANNELSE"
Projektrapport af Henrik Coster, Mikael Wennerberg Johansen, Povl Kattler, Birgitte Lydholm og Morten Overgaard Nielsen.
Vejleder: Bernhelm Booss
- 80/84 "KURSUSMATERIALE TIL MATEMATIK B"
Mogens Brun Heefelt
- 81/84 "FREKVENSAFHÆNGIG LEDNINGSEVNE I AMORFT GERMANIUM"
Specialerapport af Jørgen Wind Petersen og Jan Christensen
Vejleder: Niels Boye Olsen
- 82/84 "MATEMATIK- OG FYSIKUNDERVISNINGEN I DET AUTOMATISEREDE SAMFUND"
Rapport fra et seminar afholdt i Hvidovre 25-27 april 1983
Red.: Jens Højgaard Jensen, Bent C. Jørgensen og Mogens Niss
- 83/84 "ON THE QUANTIFICATION OF SECURITY" nr. 83 er p.t. udgået
PEACE RESEARCH SERIES NO. 1
af Bent Sørensen
- 84/84 " NOGLE ARTIKLER OM MATEMATIK, FYSIK OG ALMENDANNELSE".
Jens Højgaard Jensen, Mogens Niss m. fl.
- 85/84 "CENTRIFUGALREGULATORER OG MATEMATIK"
Specialerapport af Per Hedegård Andersen, Carsten Holst-Jensen, Else Marie Pedersen og Erling Møller Pedersen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 86/84 "SECURITY IMPLICATIONS OF ALTERNATIVE DEFENSE OPTIONS FOR WESTERN EUROPE"
PEACE RESEARCH SERIES NO. 2
af Bent Sørensen
- 87/84 "A SIMPLE MODEL OF AC HOPPING CONDUCTIVITY IN DISORDERED SOLIDS"
af Jeppe C. Dyre
- 88/84 "RISE, FALL AND RESURRECTION OF INFINITESIMALS"
af Detlef Laugwitz
- 89/84 "FJERNVARMEOPTIMERING"
af Bjarne Lillethorup & Jacob Mørch Pedersen
- 90/84 "ENERGI I 1.G- en teori for tilrettelæggelse"
af Albert Chr. Paulsen
-
- 91/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET"
1. Lærervejledning
Projektrapport af: Birger Lundgren, Henning Sten Hansen og John Johansson
Vejleder: Torsten Meyer

92/85 "KVANTETEORI FOR GYMNASIET
2. Materiale

Projektrapport af: Birger Lundgren, Henning
Sten Hansen og John Johansson

Vejleder: Torsten Meyer

93/85 "THE SEMIOTICS OF QUANTUM-NON-LOCALITY"

af Peder Voetmann Christiansen

94/85 "TREENIGHEDEN BOURBAKI - generalen, matematikeren
og ånden"

Projektrapport af: Morten Blomhøj, Klavs Frisdahl
og Frank M. Olsen

Vejleder: Mogens Niss

95/85 "AN ALTERNATIV DEFENSE PLAN FOR WESTERN EUROPE"

Peace research series no. 3

af Bent Sørensen

96/85 "ASPEKTER VED KRAFTVARMEFORSYNING"

af Bjarne Lillethorup

Vejleder: Bent Sørensen

97/85 "ON THE PHYSICS OF A.C. HOPPING CONDUCTIVITY"

Jeppe C. Dyre

98/85 "VALGMULIGHEDER I INFORMATIONSDEREN"

af Bent Sørensen

99/85 "Der er langt fra Q til R"

Projektrapport af: Niels Jørgensen og Mikael Klinton
Vejleder: Andur Pedersen

100/85 "TALSYSTEMETS OPBYGNING"

af Mogens Niss

101/85 "EXTENDED MOMENTUM THEORY FOR WINDMILLS
IN PERTURBATIVE FORM"

af Ganesh Sengupta

102/85 "OPSTILLING OG ANALYSE AF MATEMATISKE MODELLER, BELYST VED
MODELLER OVER KØERS FODEROPTAGELSE OG - OMSÆTNING"

Projektrapport af: Lis Eilertzen, Kirsten Habekost, Lill Røn
og Susanne Stender

Vejleder: Klaus Grünbaum

103/85 "ØDSLE KOLDKRIGERE & VIDENSKABENS LYSE IDEER"

Projektrapport af: Niels Ole Dam og Kurt Jensen

Vejleder: Bent Sørensen

104/85 "ANALOGREGNEMASKINEN OG LORENZLIGNINGER"

af: Jens Jøger